

Problemas Envolvendo Conjuntos

MATEMÁTICA 1

Competência(s):
1, 5 e 6

Habilidade(s):
1, 2, 5, 21, 22, 23 E 25

AULAS
9 e 10

VOCÊ DEVE SABER!

Teoria dos Conjuntos
O problema da escola
O problema dos filmes
O problema dos ingressos

MAPEANDO O SABER

TEORIA DOS CONJUNTOS



ANOTAÇÕES



EXERCÍCIOS DE SALA

1. **(UECE)** Em uma pesquisa que envolveu 120 alunas de uma academia de dança, foram obtidos os seguintes dados: 80 delas querem ser atrizes, 70 querem ser cantoras e 50 querem ser atrizes e cantoras. Considerando estes dados, é correto concluir que o número de alunas que não querem ser cantoras nem atrizes é
- 30.
 - 20.
 - 50.
 - 40.

2. **(UEPG)** Um avião viajava com 480 passageiros, dos quais:

- metade eram brasileiros;
- 200 eram homens;
- 180 eram fumantes;
- 100 eram homens brasileiros;
- 97 eram homens fumantes;
- 93 eram brasileiros fumantes;
- 50 eram homens brasileiros fumantes.

A partir do que foi exposto, assinale o que for correto.

- 01) 97 mulheres brasileiras não eram fumantes.
- 02) 47 homens eram fumantes e não brasileiros.
- 04) 110 eram homens não brasileiros.
- 08) 100 mulheres eram não brasileiras e não fumantes.

3. **(UEG)** Em uma escola, todas as crianças participaram de uma pesquisa sobre a preferência do lanche. Nessa pesquisa, constatou-se que 35 alunos gostam de salgados, 33 gostam de doces, 52 gostam de suco, 7 alunos gostam de salgado e doce, 5 alunos gostam de salgado e suco, 3 alunos gostam de doce e suco, 3 alunos gostam das três opções e 8 alunos não gostam de nenhuma das opções. O total de alunos da escola é
- 145
 - 98
 - 137
 - 114
 - 116

4. **(ENEM DIGITAL)** “1, 2, 3, GOL, 5, 6, 7, GOL, 9, 10, 11, GOL, 13, GOL, 15, GOL, 17, 18, 19, GOL, 21, 22, 23, GOL, 25, ...”

Para a Copa do Mundo de Futebol de 2014, um bar onde se reuniam amigos para assistir aos jogos criou uma brincadeira. Um dos presentes era escolhido e tinha que dizer, numa sequência em ordem crescente, os números naturais não nulos, trocando os múltiplos de 4 e os números terminados em 4 pela palavra GOL. A brincadeira acabava quando o participante errava um termo da sequência.

Um dos participantes conseguiu falar até o número 103, respeitando as regras da brincadeira.

O total de vezes em que esse participante disse a palavra GOL foi

- 20.
- 28.
- 30.
- 35.
- 40.

5. **(ENEM)** Um grupo sanguíneo, ou tipo sanguíneo, baseia-se na presença ou ausência de dois antígenos, A e B, na superfície das células vermelhas do sangue. Como dois antígenos estão envolvidos, os quatro tipos sanguíneos distintos são:

- Tipo A: apenas o antígeno A está presente;
- Tipo B: apenas o antígeno B está presente;
- Tipo AB: ambos os antígenos estão presentes;
- Tipo O: nenhum dos antígenos está presente.

Disponível em: <http://saude.hsw.uol.com.br>.

Acesso em: 15 abr. 2012 (adaptado).

Foram coletadas amostras de sangue de 200 pessoas e, após análise laboratorial, foi identificado que em 100 amostras está presente o antígeno A, em 110 amostras há presença do antígeno B e em 20 amostras nenhum dos antígenos está presente.

Dessas pessoas que foram submetidas à coleta de sangue, o número das que possuem o tipo sanguíneo A é igual a

- 30.
- 60.
- 70.
- 90.
- 100.

6. **(UDESC)** Foi solicitado que um grupo de 64 pessoas escolhesse um número natural maior do que 3. Após análise das escolhas, constatou-se que: 12 pessoas escolheram um número primo, 30 um número par, 14 um múltiplo de 3, e 6 um múltiplo de 6.

O número de pessoas que escolheu um número ímpar, não múltiplo de 3, foi igual a:

- 14
- 26
- 12
- 20
- 34

7. **(FUVEST)** Dentre os candidatos que fizeram provas de matemática, português e inglês num concurso, 20 obtiveram nota mínima para aprovação nas três disciplinas. Além disso, sabe-se que:

- I. 14 não obtiveram nota mínima em matemática;
- II. 16 não obtiveram nota mínima em português;
- III. 12 não obtiveram nota mínima em inglês;
- IV. 5 não obtiveram nota mínima em matemática e em português;
- V. 3 não obtiveram nota mínima em matemática e em inglês;
- VI. 7 não obtiveram nota mínima em português e em inglês e
- VII. 2 não obtiveram nota mínima em português, matemática e inglês.

A quantidade de candidatos que participaram do concurso foi

- a) 44.
 - b) 46.
 - c) 47.
 - d) 48.
 - e) 49.
8. **(UEFS)** Em uma empresa com 33 funcionários, 22 são fluentes em italiano, 14 são fluentes em alemão e 27 são fluentes em francês. Sabe-se que todos os funcionários são fluentes em pelo menos uma dessas línguas e que, no total, 18 desses funcionários são fluentes em exatamente duas dessas línguas. O número de funcionários nessa empresa que são fluentes nessas três línguas é
- a) 2.
 - b) 3.
 - c) 4.
 - d) 5.
 - e) 6.
9. **(UNICAMP)** Sabe-se que, em um grupo de 10 pessoas, o livro A foi lido por 5 pessoas e o livro B foi lido por 4 pessoas. Podemos afirmar corretamente que, nesse grupo,
- a) pelo menos uma pessoa leu os dois livros.
 - b) nenhuma pessoa leu os dois livros.
 - c) pelo menos uma pessoa não leu nenhum dos dois livros.
 - d) todas as pessoas leram pelo menos um dos dois livros.
10. **(UERJ)** Em uma escola circulam dois jornais: *Correio do Grêmio* e *O Estudante*. Em relação à leitura desses jornais, por parte dos 840 alunos da escola, sabe-se que:
- 10 % não leem esses jornais;
 - 520 leem o jornal *O Estudante*;
 - 440 leem o jornal *Correio do Grêmio*.
- Calcule o número total de alunos do colégio que leem os dois jornais.

ESTUDO INDIVIDUALIZADO (E.I.)

1. **(PUCRS MEDICINA)** Uma rede de farmácias fez uma pesquisa de mercado com consumidores para descobrir suas preferências em relação a dois tipos de analgésicos, tipo 1 e tipo 2. Os resultados da pesquisa indicam que

- I. 190 pessoas compram o analgésico do tipo 1;
- II. 130 pessoas compram o analgésico do tipo 2;
- III. 60 pessoas compram os dois tipos de analgésicos;
- IV. 230 pessoas não compram nenhum dos dois tipos.

De acordo com essas informações, o número de entrevistados foi

- a) 230
- b) 320
- c) 490
- d) 610

2. **(Pucgo Medicina)** Leia, a seguir, o fragmento do texto *Era da informação*: Tudo ao mesmo tempo agora, de Wagner Barreira:

O que os jornais chamam de Era da Informação nada mais é que o atestado de óbito da cultura de massa — um estilo de vida que surgiu com Gutenberg, no século XV, e foi a tônica da Revolução Industrial. Até hoje você foi obrigado a assistir ao mesmo filme que o vizinho, ler o mesmo jornal que outros 200 mil assinantes, comer o mesmo molho de tomate industrializado e usar uma calça jeans do mesmo modelo da de seu amigo de trabalho. [...]

(BARREIRA. W. Era da informação: Tudo ao mesmo tempo agora. *Superinteressante*. n. 84, set. 1994. Disponível em: <https://exercicios.brasilecola.uol.com.br/exercicios-geografia/exercicios-sobre-era-informacao.htm>. Acesso em: 20 jan. 2020. Adaptado.)

Suponha a seguinte situação: numa cidade, 100 mil pessoas leem o jornal A, 50 mil leem o jornal B e, dentre esses, 25 mil leem os dois jornais.

Assinale a única alternativa que indica a quantidade de pessoas que não leem nenhum dos dois jornais, sabendo que nessa cidade existem 150 mil pessoas:

- a) 25000.
- b) 50000.
- c) 75000.
- d) 100000.

3. **(UECE)** Em um grupo de 300 alunos de línguas estrangeiras, 174 alunos estudam inglês e 186 alunos estudam chinês. Se, neste grupo, ninguém estuda outro idioma além do inglês e do chinês, o número de alunos deste grupo que se dedicam ao estudo de apenas um idioma é

- a) 236. b) 240.
c) 244. d) 246.

4. **(G1 - IFPE)** Em uma pesquisa de opinião acerca dos processos de geração de energia e seus impactos na natureza, foi constatado que:

- 40 entrevistados aprovam o uso da energia nuclear;
- 180 entrevistados aprovam o uso da energia eólica;
- 150 entrevistados aprovam o uso da energia solar;
- 15 entrevistados aprovam a utilização das energias eólica e nuclear;
- 10 entrevistados aprovam a utilização das energias nuclear e solar;
- 50 entrevistados aprovam a utilização das energias eólica e solar;
- 5 entrevistados aprovam a utilização das energias nuclear, eólica e solar;
- 30 entrevistados não aprovam o uso de nenhum desses três mecanismos de geração de energia.

Determine o total de pessoas entrevistadas.

- a) 280
b) 370
c) 480
d) 220
e) 330

5. **(FATEC)** Em uma pesquisa de mercado sobre o uso de notebooks e tablets foram obtidos, entre os indivíduos pesquisados, os seguintes resultados:

- 55 usam notebook;
- 45 usam tablet, e
- 27 usam apenas notebook.

Sabendo que todos os pesquisados utilizam pelo menos um desses dois equipamentos, então, dentre os pesquisados, o número dos que usam apenas tablet é

- a) 8
b) 17
c) 27
d) 36
e) 45

6. **(PUCPR)** Em uma enquete, com 500 estudantes, sobre a preferência de cada um com três tipos diferentes de sucos (laranja, manga e acerola), chegou-se ao seguinte resultado: 300 estudantes gostam do suco de laranja; 200 gostam do suco de manga; 150 gostam do suco de acerola; 75 gostam dos sucos de laranja e acerola; 100 gostam dos sucos de laranja e manga; 10 gostam dos três sucos e 65 não gostam de nenhum dos três sucos.

O número de alunos que gosta dos sucos de manga e acerola é:

- a) 40.
b) 60.
c) 120.
d) 50.
e) 100.

7. **(FMC)** Em uma clínica, foram atendidas, em uma segunda-feira, 150 pessoas com a mesma doença. Cada uma delas apresentou, pelo menos, um dos sintomas: febre, tosse, dor de garganta. Após a análise da situação clínica dos pacientes atendidos, foi elaborada a tabela:

| SINTOMAS | NÚMERO de pessoas com os sintomas |
|-------------------------|-----------------------------------|
| Febre | 100 |
| Tosse | 100 |
| Dor de garganta | 100 |
| Febre e tosse | 60 |
| Febre e dor de garganta | 70 |
| Tosse e dor de garganta | 65 |

Analisando os dados da tabela, conclui-se que o número de pessoas que apresentaram todos os três sintomas (febre, tosse e dor de garganta) simultaneamente é:

- a) 35
b) 40
c) 45
d) 50
e) 55

8. **(G1 - cp2)** Numa creche com 32 crianças:

- 5 crianças moram na Tijuca, vão de ônibus e jantam na creche.
- 3 crianças moram na Tijuca, vão de ônibus, mas não jantam na creche.
- 9 crianças não moram na Tijuca, não vão de ônibus e não jantam na creche.
- 11 crianças moram na Tijuca e jantam na creche.
- 16 crianças moram na Tijuca.
- 9 crianças vão de ônibus e jantam na creche.
- 13 crianças vão de ônibus.

Quantas crianças jantam na creche?

- a) 11.
- b) 15.
- c) 17.
- d) 18.

9. **(UECE)** Uma pesquisa com todos os trabalhadores da FABRITEC, na qual foram formuladas duas perguntas, revelou os seguintes números:

205 responderam à primeira pergunta;
205 responderam à segunda pergunta;
210 responderam somente a uma das perguntas;
um terço dos trabalhadores não quis participar da entrevista.

Com estes dados, pode-se concluir corretamente que o número de trabalhadores da FABRITEC é

- a) 465.
- b) 495.
- c) 525.
- d) 555.

10. **(UDESC)** Um evento cultural ofereceu três atrações ao público: uma apresentação de dança, uma sessão de cinema e uma peça de teatro. O público total de participantes que assistiu a pelo menos uma das atrações foi de 200 pessoas. Sabe-se, também, que 115 pessoas compareceram ao cinema, 95 à dança e 90 ao teatro. Além disso, constatou-se que 40% dos que foram ao teatro não foram ao cinema, sendo que destes 25% foram apenas ao teatro. Outra informação levantada pela organização do evento foi que o público que assistiu a mais de uma atração é igual ao dobro dos que assistiram somente à apresentação de dança. Se apenas 2 pessoas compareceram a todas as atrações, então a quantidade de pessoas que assistiu a somente uma das atrações é:

- a) 102
- b) 114
- c) 98
- d) 120
- e) 152

11. **(UDESC)** Uma pesquisa sobre os fatores que influenciam na escolha de um livro para leitura foi realizada em um grupo de 80 pessoas. Elas foram questionadas se na hora de escolher um livro levavam em consideração o gênero de sua preferência, a indicação de amigos ou as listas dos mais vendidos, sendo que poderiam optar por uma, duas ou as três opções.

Ninguém respondeu ser influenciado apenas por listas dos mais vendidos, mas 20 pessoas responderam levar esse fator em consideração. Além disso, 28 responderam considerar apenas o gênero de sua preferência, enquanto 5 disseram que as três opções influenciam suas decisões.

Sabendo, ainda, que o número de pessoas que se baseiam apenas nas indicações dos amigos é igual aos que disseram levar em consideração apenas as indicações dos amigos e o gênero de sua preferência, então pode-se afirmar que a quantidade de pessoas que seguem apenas as indicações de amigos é:

- a) 13
- b) 10
- c) 16
- d) 32
- e) 8

12. **(UFJF-PISM 1)** Uma agência de viagens oferece aos seus primeiros clientes, na primeira semana do ano, três pacotes promocionais: Básico, Padrão e Luxo. No regulamento da promoção há uma cláusula que não permite que o cliente que opte por apenas 2 pacotes, simultaneamente, adquira os pacotes Padrão e Luxo. No final da semana, constatou-se que:

- 37 clientes ficaram com pelo menos um dos pacotes promocionais;
- 13 clientes adquiriram, simultaneamente, os pacotes Básico e Padrão;
- 19 clientes ficaram com apenas um pacote.

A quantidade de clientes que adquiriram, simultaneamente, apenas os pacotes Básico e Luxo foi de:

- a) 5
- b) 6
- c) 18
- d) 24
- e) 32

13. **(S1 - IFSUL)** Supondo que em um levantamento entre discentes, acerca do conhecimento de idiomas, constatou-se que 43% são fluentes em português, 49% são fluentes em inglês, 37% em LIBRAS, 13% em Português e inglês, mas não em LIBRAS, 4% em português e LIBRAS, mas não em Inglês, 9% em inglês e LIBRAS, mas não em português, e apenas 7 alunos são fluentes nos três idiomas, afirma-se que o número de discentes fluentes em LIBRAS mas não em Inglês é de, aproximadamente,

- a) 124
- b) 112
- c) 29
- d) 27

14. (PUCAMP) Em uma turma de uma escola, há 90 alunos. Eles escolheram de 1 a 3 disciplinas optativas dentre as seguintes: Tópicos de Biologia, Tópicos de Geografia, Tópicos de História e Tópicos de Química. Sabe-se que:

- 48 alunos escolheram Tópicos de Biologia;
- 12 escolheram Tópicos de Geografia;
- 55 escolheram Tópicos de História;
- 14 escolheram Tópicos de Química;
- Todos os alunos que escolheram Tópicos de Geografia escolheram, também, Tópicos de História;
- Todos os alunos que escolheram Tópicos de Química escolheram, também, Tópicos de Biologia;
- Nenhum dos alunos que escolheu Tópicos de Biologia escolheu, também, Tópicos de Geografia;
- 6 alunos escolheram 3 disciplinas optativas.

Nessas condições, o número de alunos que escolheu apenas Tópicos de Biologia e Tópicos de História foi

- a) 7
- b) 6
- c) 5
- d) 4
- e) 8

15. (PUCPR MEDICINA) Todos os 300 vestibulandos de uma das turmas de um curso pré-vestibular prestaram vestibular apenas para o curso de medicina em ao menos uma das universidades A, B ou C. Desses alunos, exatamente 240 fizeram as provas do vestibular da universidade A; 180 fizeram as provas do vestibular da universidade B; 150 fizeram as provas do vestibular da universidade C; m alunos prestaram vestibular na universidade A e também na C.

Determine quantos são, ao todo, os possíveis valores de m.

- a) 61
- b) 60
- c) 90
- d) 120
- e) 150

16. (UERJ) Crianças de uma escola participaram de uma campanha de vacinação contra a paralisia infantil e o sarampo. Após a campanha, verificou-se que 80% das crianças receberam a vacina contra a paralisia, 90% receberam a vacina contra o sarampo, e 5% não receberam nem uma, nem outra.

Determine o percentual de crianças dessa escola que receberam as duas vacinas.

17. (UFPR) Em uma pesquisa de opinião, eleitores foram perguntados se recordavam em quais candidatos a deputado (federal e estadual) haviam votado nas últimas eleições. Num grupo de 2018 eleitores entrevistados, constatou-se que:

- I. 1492 eleitores recordavam para qual candidato a deputado federal haviam votado;
- II. 1278 eleitores recordavam para qual candidato a deputado estadual haviam votado;
- III. 347 eleitores não recordavam nenhum dos candidatos em que haviam votado.

- a) Quantos desses eleitores entrevistados se recordavam de pelo menos um candidato (deputado estadual ou deputado federal) em que haviam votado?
- b) Quantos eleitores recordavam os dois candidatos (deputado federal e estadual) em que haviam votado? E quantos recordavam apenas o candidato a deputado federal e apenas o candidato a deputado estadual em que haviam votado?

Coloque os resultados obtidos na tabela abaixo.

| Recordaram os votos | Eleitores |
|--|-----------|
| Para ambos os cargos (deputado federal e estadual) | |
| Apenas para deputado estadual | |
| Apenas para deputado federal | |

18. (UFMG) Uma pesquisa foi feita com um grupo de pessoas que frequentam, pelo menos, uma das três livrarias, A, B e C. Foram obtidos os seguintes dados:

- das 90 pessoas que frequentam a Livraria A, 28 não frequentam as demais;
- das 84 pessoas que frequentam a Livraria B, 26 não frequentam as demais;
- das 86 pessoas que frequentam a Livraria C, 24 não frequentam as demais;
- oito pessoas frequentam as três livrarias.

- a) Determine o número de pessoas que frequentam apenas uma das livrarias.
- b) Determine o número de pessoas que frequentam, pelo menos, duas livrarias.
- c) Determine o número total de pessoas ouvidas nessa pesquisa.

19. (UFPE) Os alunos de uma turma cursam alguma(s) dentre as disciplinas Matemática, Física e Química. Sabendo que:

- o número de alunos que cursam Matemática e Física excede em 5 o número de alunos que cursam as três disciplinas;
- existem 7 alunos que cursam Matemática e Química, mas não cursam Física;
- existem 6 alunos que cursam Física e Química, mas não cursam Matemática;
- o número de alunos que cursam exatamente uma das disciplinas é 150;
- o número de alunos que cursam pelo menos uma das três disciplinas é 190.

Quantos alunos cursam as três disciplinas?

20. (UFRJ) Os 87 alunos do 3º. ano do ensino médio de uma certa escola prestaram vestibular para três universidades: A, B e C. Todos os alunos dessa escola foram aprovados em pelo menos uma das universidades, mas somente um terço do total obteve aprovação em todas elas. As provas da universidade A foram mais difíceis e todos os alunos aprovados nesta foram também aprovados em pelo menos uma das outras duas.

Os totais de alunos aprovados nas universidades A e B foram, respectivamente, 51 e 65. Sabe-se que, dos alunos aprovados em B, 50 foram também aprovados em C. Sabe-se também que o número de aprovados em A e em B é igual ao de aprovados em A e em C.

Quantos alunos foram aprovados em apenas um dos três vestibulares prestados? Justifique

GABARITO

1. C 2. A 3. B 4. E 5. B
 6. D 7. C 8. C 9. A 10. A
 11. C 12. A 13. A 14. A 15. A

16.

Seja P o percentual pedido. Tem-se que

$$(80\% - p) + p + (90\% - p) + 5\% = 100\% \Leftrightarrow p = 75\%.$$

17.

a) É imediato que a resposta é $2018 - 347 = 1671$.

b) Sejam F e E, respectivamente, o conjunto dos eleitores que recordavam o candidato a deputado federal e o conjunto dos eleitores que recordavam o candidato a deputado estadual.

Logo, pelo Princípio da Inclusão-Exclusão, segue que

$$1671 = 1492 + 1278 - n(F \cap E) \Leftrightarrow n(F \cap E) = 1099.$$

Em consequência, o número de eleitores que recordaram os votos apenas para deputado estadual foi $1278 - 1099 = 179$, enquanto que os que recordaram apenas para deputado federal foi $1492 - 1099 = 393$.

Preenchendo a tabela, teremos:

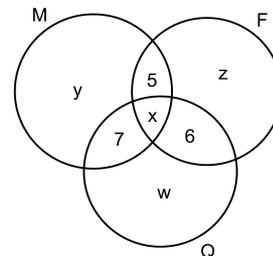
| Recordaram os votos | Eleitores |
|--|-----------|
| Para ambos os cargos (deputado federal e estadual) | 1099 |
| Apenas para deputado estadual | 179 |
| Apenas para deputado federal | 393 |

18.

- a) 78 pessoas
- b) 87 pessoas
- c) 165 pessoas

19.

Considere o diagrama abaixo, em que x é o número de alunos que cursam as três disciplinas.

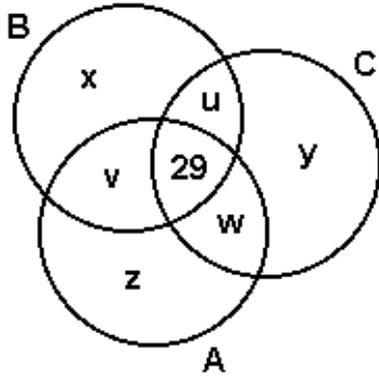


Sabendo que o número de alunos que cursam exatamente uma das disciplinas é 150, temos que $y + w + z = 150$. Por outro lado, se o número de alunos que cursam pelo menos uma das três disciplinas é 190, então

$$x + y + z + w + 5 + 6 + 7 = 190 \Leftrightarrow x = 190 - 168 = 22.$$

20.

Observe a figura a seguir:



Classificando os 87 alunos segundo o diagrama, temos os seguintes dados do problema (representamos por $**X$ o número de elementos do conjunto X):

- (1) $x+y+z+v+u+w+29 = 87$ ($**A \cup B \cup C = 87$)
- (2) $z = 0$ ($A \subset B \cup C$)
- (3) $v+w+z+29 = 51$ ($**A = 51$)
- (4) $u+29 = 50$ ($**B \cap C = 50$)
- (5) $x+v+29 = 65$ ($**B = 65$)
- (6) $v+29 = w+29$ ($**A \cap B = **A \cap C$)

Queremos $x + y + z$.

De (2) temos $z = 0$, o que nos dá $x + y + z = x + y$.

Substituindo (4) em (1) e subtraindo (3), obtemos $x+y+21=87-51=36$.

Logo, $x + y + z = 36 - 21 = 15$ alunos.

Note que as equações (4) e (5) são supérfluas, ou seja: os dados ($**B = 65$) e ($**A \cap B = **A \cap C$) são desnecessários para a solução do problema.