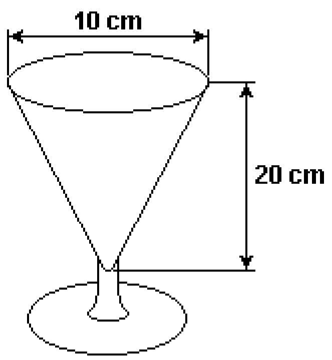
Exercícios de Matemática
Troncos

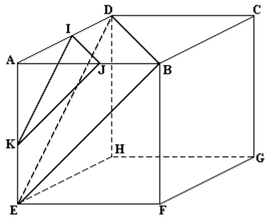
1. (Ufscar) Em uma lanchonete, um casal de namorados resolve dividir uma taça de milk shake com as dimensões mostradas no desenho.



a) Sabendo-se que a taça estava totalmente cheia e que eles beberam todo o milk shake, calcule qual foi o volume, em mL, ingerido pelo casal. Adote $\pi = 3$.
b) Se um deles beber sozinho até a metade da altura do copo, quanto do volume total, em porcentagem, terá bebido?

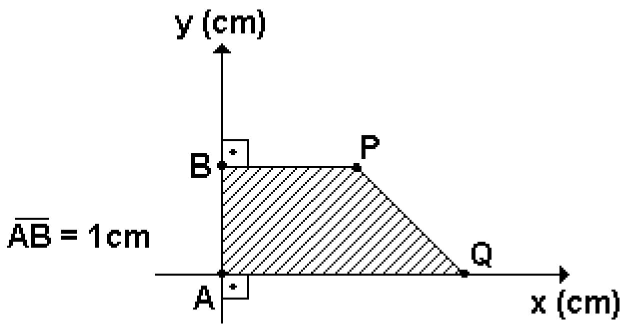
2. (Fuvest) As bases de um tronco de cone circular reto são círculos de raio 6cm e 3cm. Sabendo-se que a área lateral do tronco é igual à soma das áreas das bases, calcule:
a) a altura do tronco de cone.
b) o volume do tronco de cone.

3. (Unesp) Secciona-se o cubo ABCDEFGH, cuja aresta mede 1m, pelo plano BDE, passando por vértices do cubo e pelo plano IJK, passando por pontos médios de lados do cubo, como na figura a seguir. Calcule o volume do tronco de pirâmide IJKDBE, assim formado.



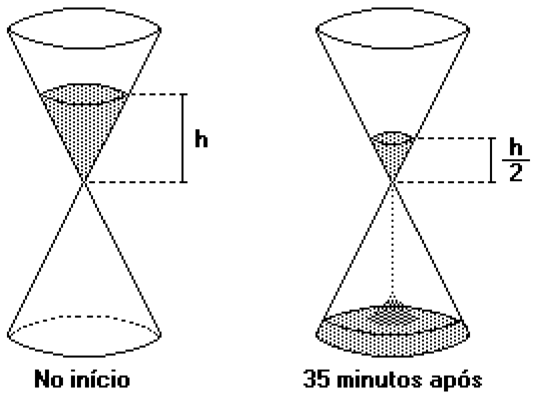
4. (Ufpe) Um cone circular reto, com altura igual a 60cm, é interceptado por um plano perpendicular ao seu eixo, resultando numa circunferência de raio igual a 40cm. Se a distância deste plano à base do cone é de 30cm, quanto mede o raio, em cm, da base do cone?

5. (Ufpe) Na figura a seguir, o segmento PQ está contido na reta de equação cartesiana x+y=2. Seja V cm^3 o volume do sólido obtido ao girarmos a região hachureada, através de uma rotação de 360°, em torno do eixo Oy. Ache o inteiro mais próximo de V.



6. (Ufpe) Quatro bolas esféricas de raio $3\sqrt{2}/2$cm cada, estão dispostas sobre uma mesa plana de forma que seus centros formam um quadrado de lado igual a $3\sqrt{2}$cm. Uma quinta bola, de mesmo raio, é colocada sobre estas quatro bolas tangenciando as mesmas. Seja π o plano que é tangente a esta quinta bola e paralelo à mesa. Se d, em cm, é a distância do plano π à mesa, determine o valor de $(\sqrt{2}-1)d$.

7. (Cesgranrio) Uma ampulheta é formada por dois cones de revolução iguais, com eixos verticais e justapostos pelo vértice, o qual tem um pequeno orifício que permite a passagem de areia da parte de cima para a parte de baixo. Ao ser colocada para marcar um intervalo de tempo, toda a areia está na parte de cima e, 35 minutos após, a altura da areia na parte de cima reduziu-se à metade, como mostra a figura. Supondo que em cada minuto a quantidade de areia que passa do cone de cima para o de baixo é constante, em quanto tempo mais toda a areia terá passado para a parte de baixo?



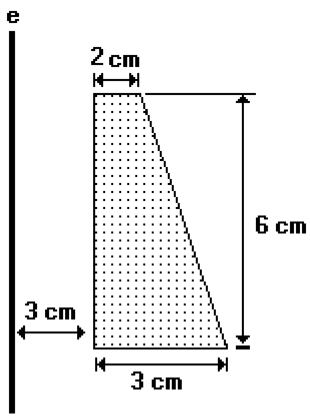
a) 5 minutos.
b) 10 minutos.
c) 15 minutos.
d) 20 minutos.
e) 30 minutos.

8. (Ita) A altura e o raio da base de um cone de revolução medem 1cm e 5cm respectivamente. Por um ponto do eixo do cone situado a d cm de distância do vértice, traçamos um plano paralelo à base, obtendo um tronco de cone. O volume deste tronco é a média geométrica entre os volumes do cone dado e do cone menor formado. Então d é igual a
a) $\sqrt[3]{[(2 - \sqrt{3})/3]}$
b) $\sqrt[3]{[(3 - \sqrt{5})/2]}$
c) $\sqrt[3]{[(3 + \sqrt{5})/2]}$
d) $\sqrt{[(3 - \sqrt{2})/2]}$
e) $\sqrt{[(2 - \sqrt{3})/3]}$

9. (Ita) Dentro de um tronco de pirâmide quadrangular regular, considera-se uma pirâmide regular cuja base é a base maior do tronco e cujo vértice é o centro da base menor do tronco. As arestas das bases medem a cm e 2a cm. As áreas laterais do tronco e da pirâmide são iguais. A altura (em cm) do tronco mede
a) $(a\sqrt{3})/\sqrt{5}$
b) $(a\sqrt{35})/10$
c) $(a\sqrt{3})/(2\sqrt{5})$
d) $(a\sqrt{35})/\sqrt{10}$
e) $(a\sqrt{7})/\sqrt{5}$

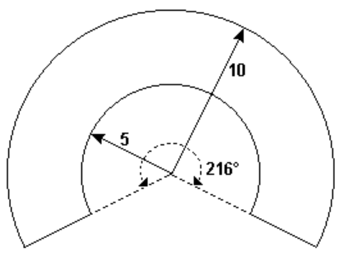
10. (Ufmg) Uma pirâmide regular tem altura 6 e lado da base quadrada igual a 4. Ela deve ser cortada por um plano paralelo à base, a uma distância d dessa base, de forma a determinar dois sólidos de mesmo volume. A distância d deve ser:
a) $6 - 3\sqrt[3]{2}$
b) $3 - (3\sqrt[3]{4/2})$
c) $6 - 3\sqrt[3]{4}$
d) $6 - 2\sqrt[3]{2}$

11. (Unirio) O volume do sólido gerado pela rotação completa da figura a seguir, em torno do eixo e é, em cm^3:



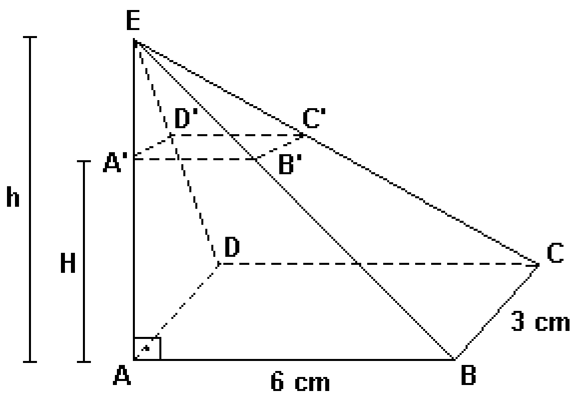
a) 38 π
b) 54 π
c) 92 π
d) 112 π
e) 128 π

12. (Unb) Os copos descartáveis, em geral, têm a forma de um tronco de cone, cuja superfície lateral pode ser planificada, dando origem a um setor de coroa circular, como ilustrado na figura adiante.



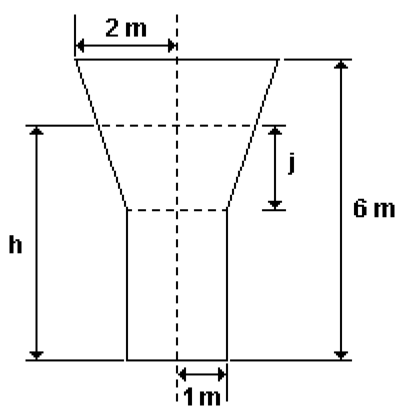
Representando por V o volume, em cm^3, do copo cujo setor de coroa circular tem ângulo interno de 216°, raio menor medindo 5 cm e raio maior medindo 10 cm, calcule, em centímetros cúbicos, o valor de V/π . Despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

13. (Unesp) A figura representa uma pirâmide com vértice num ponto E. A base é um retângulo ABCD e a face EAB é um triângulo retângulo com o ângulo reto no vértice A. A pirâmide apresenta-se cortada por um plano paralelo à base, na altura H. Esse plano divide a pirâmide em dois sólidos: uma pirâmide EA'B'C'D' e um tronco de pirâmide de altura H.



Sabendo-se que H=4cm, AB=6cm, BC=3cm e a altura h=AE=6cm, determine:
a) o volume da pirâmide EA'B'C'D';
b) o volume do tronco de pirâmide.

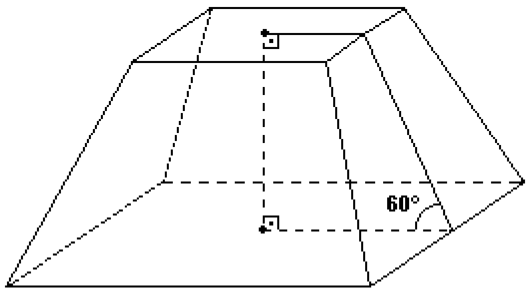
14. (Unb) Um reservatório de água, esquematizado na figura adiante, é constituído de um cilindro de 1m de raio e 3m de altura e de um tronco de cone, localizado em cima do cilindro, de raio da base igual a 1m e raio do topo igual a 2m. A altura total do reservatório é de 6m.



Sabendo que o volume do tronco de cone com altura j e raio da base de 1m, nas condições em que se encontra a parte superior do reservatório, é dado por $V_j=j\pi(j^2+9j+27)/27$, calcule, em m^3, a parte inteira de h^3, em que h é a altura do nível da água correspondente à metade da capacidade total do reservatório.

15. (Uff) Considere um cone equilátero de raio r e volume V. Seccionou-se este cone a uma distância h do seu vértice por um plano paralelo a sua base; obteve-se, assim, um novo cone de volume V/2. Expresse h em termos de r.

16. (Uel) Considere o tronco de uma pirâmide regular de bases quadradas representado na figura a seguir.



Se as diagonais das bases medem $10\sqrt{2}$cm e $4\sqrt{2}$cm, a área total desse tronco, em centímetros quadrados, é
a) 168
b) 186
c) 258
d) 266
e) 284

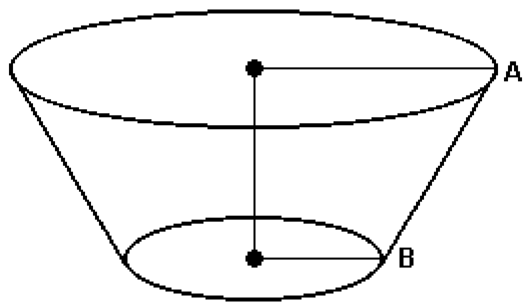
17. (Ufrj) Uma pirâmide regular tem base quadrada de área 4. Ela é seccionada por um plano paralelo à base de modo a formar um tronco de pirâmide de altura 2 e de base superior de área 1.

Determine o valor da aresta lateral do tronco de pirâmide.

18. (Ita) Considere uma pirâmide regular com altura de $6/(\sqrt[3]{9})$cm. Aplique a esta pirâmide dois cortes planos e paralelos à base de tal maneira que a nova pirâmide e os dois troncos obtidos tenham, os três, o mesmo volume. A altura do tronco cuja base é a base da pirâmide original é igual a

a) $2(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6})$ cm.
b) $2(\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{2})$ cm.
c) $2(\sqrt[3]{6} - \sqrt[3]{3})$ cm.
d) $2(\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{2})$ cm.
e) $2(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3})$ cm.

19. (Ufg) A figura a seguir representa um tronco de cone, cujas bases são círculos de raios de 5cm e 10cm, respectivamente, e altura 12cm.



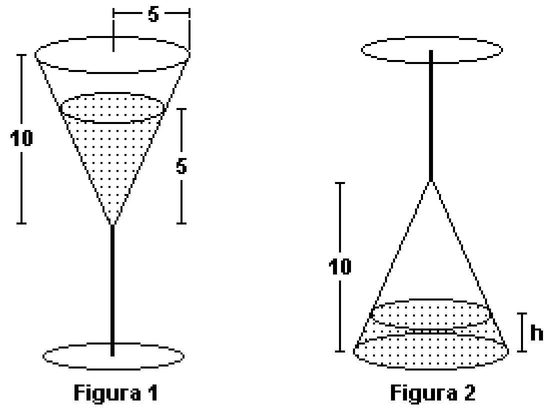
Considerando-se esse sólido,

(   ) a área da base maior é o dobro da área da base menor.
(   ) o volume é menor que $2000 cm^3$.
(   ) o comprimento da geratriz AB é 13cm.
(   ) a medida da área da superfície lateral é $195\pi\ cm^2$.

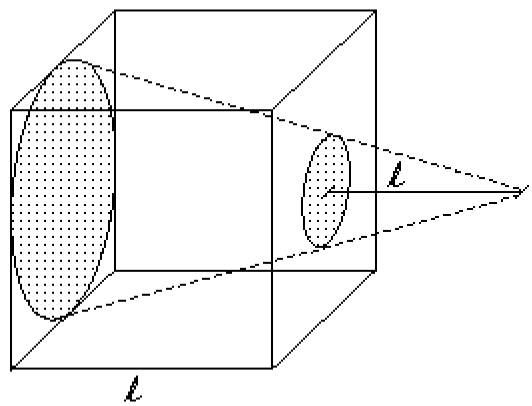
20. (Uel) Considere uma pirâmide regular, de altura 25m e base quadrada de lado 10m. Seccionando essa pirâmide por um plano paralelo à base, à distância de 5m desta, obtém-se um tronco cujo volume, em m^3, é:
a) 200/3
b) 500
c) 1220/3
d) 1280/3
e) 1220

21. (Ufrrj) Uma taça em forma de cone tem raio da base igual a 5cm e altura 10cm. Coloca-se champanhe em seu interior até que a altura, a partir do vértice da taça, atinja 5cm, conforme mostra a figura 1. Tampando-se a taça e virando-a para baixo, conforme mostra a figura 2, pergunta-se:
Em que altura (h), a partir da base do cone, ficará o nível do champanhe nessa posição?

Considere $\sqrt[3]{7} = 1,91$

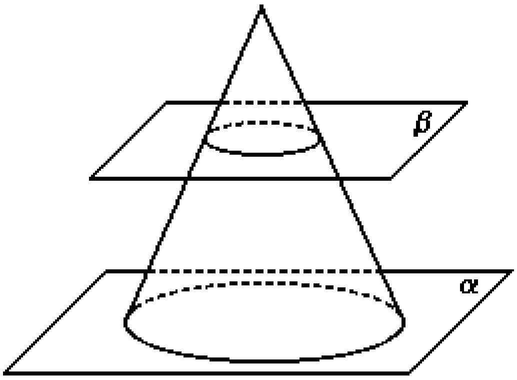


22. (Pucpr) Necessita-se confeccionar uma peça metálica dotada de um furo tronco-cônico, a partir de um cubo de lado "l", conforme a figura.
O volume de material para confeccionar a peça é:



a) $l^3 [1 - (7\pi / 48)]$
b) $(7\pi l^3) / 48$
c) $(7\pi l^3) / 16$
d) $(\pi l^3) / 16$
e) $l^3 [1 - (\pi / 48)]$

23. (Ufal) Na figura abaixo tem-se, apoiado no plano α, um cone circular reto cuja altura mede 8cm e cujo raio da base mede 4cm. O plano β é paralelo a α e a distância entre os dois planos é de 6cm.

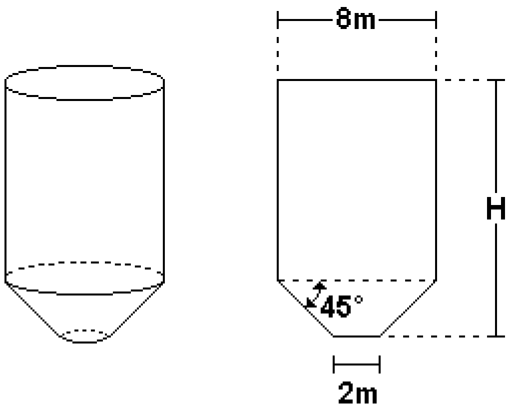


O volume do cone que está apoiado no plano β é, em centímetros cúbicos, igual a

a) $\pi/3$
b) $\pi/2$
c) $2\pi/3$
d) $3\pi/4$
e) $4\pi/5$

24. (Puc-rio) Considere um cone de altura 4cm e um tronco deste cone de altura 3cm. Sabendo-se que este tronco tem volume 21cm^3, qual o volume do cone?

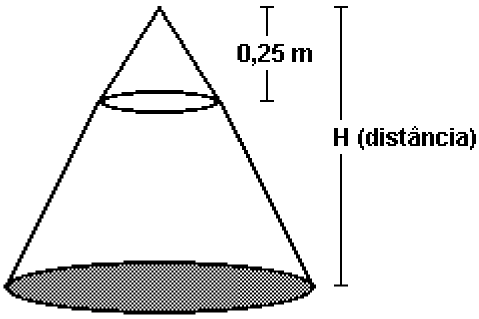
25. (Uel) O proprietário de uma fazenda quer construir um silo com capacidade para 770m^3, para armazenamento de grãos. O engenheiro encarregado do projeto mostrou-lhe o esquema do silo, composto de um cilindro acoplado a um tronco de cone, como mostra a figura a seguir.



Se, em seus cálculos, o engenheiro considerou $\pi = 22/7$, então a altura H do silo, em metros, é

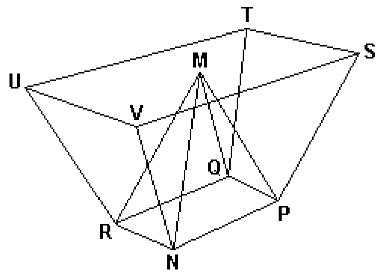
a) 15
b) 16
c) 17
d) 18
e) 19

26. (Ufrrj) Considerando um lustre de formato cônico com altura e raio da base igual a 0,25m, a distância do chão (H) em que se deve pendurá-lo para obter um lugar iluminado em forma de círculo com área de 25π m^2, é de



a) 12m.
b) 10m.
c) 8m.
d) 6m.
e) 5m.

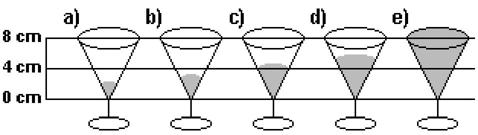
27. (Uff) No teto de um centro de convenções será instalada uma luminária que terá a forma da figura a seguir, onde estão representados:



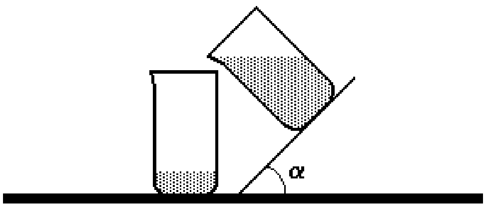
- o tronco de pirâmide reta NPQRUVST de bases retangulares;
- a pirâmide reta MNPQR de base retangular e altura igual a 1m;
- o ponto M localizado no centro do retângulo VSTU.

Sabe-se que UT=2m, UV=1m, NP=1m e PQ=0,5m. Determine o volume do sólido exterior à pirâmide MNPQR e interior ao tronco de pirâmide NPQRUVST.

28. (Ufjf) Uma taça em forma de um cone circular reto estava cheia de vinho até a borda. Depois de se ter tomado metade do vinho, a figura que melhor representa a quantidade de bebida que restou na taça é:



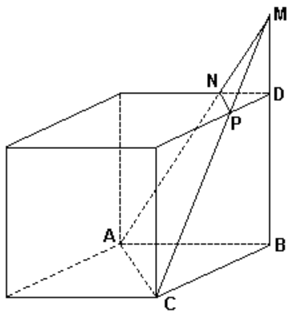
29. (Ufrn) Numa experiência em sala de aula, são utilizados dois cilindros graduados com capacidade de um litro. Sabe-se que cada cilindro tem a altura igual ao dobro do diâmetro de sua base. Um dos cilindros está vazio e se encontra sobre a mesa, enquanto o outro, que está cheio de um líquido, será inclinado suavemente de modo que o líquido seja derramado dentro do primeiro. Veja ilustração na figura abaixo.



Se o líquido que foi derramado dentro do cilindro que está sobre a mesa marca 250 ml em sua graduação, podemos concluir que a maior inclinação α ocorrida no outro cilindro é de
a) 60°.
b) 30°.
c) 35°.
d) 45°.

30. (Ufv) Um copo, cujo interior tem o formato de um cone circular reto, estava cheio de licor. Ao degustar o licor, observou-se que, após o primeiro gole, a altura do líquido ficou reduzida à metade. O volume de licor ingerido no primeiro gole corresponde a uma fração do volume inicial. Sabendo que o volume do cone é dado por V(cone) = $(\pi/3).(\text{raio})^2.\text{altura}$, essa fração é:
a) 7/8
b) 5/9
c) 8/9
d) 3/8
e) 4/9

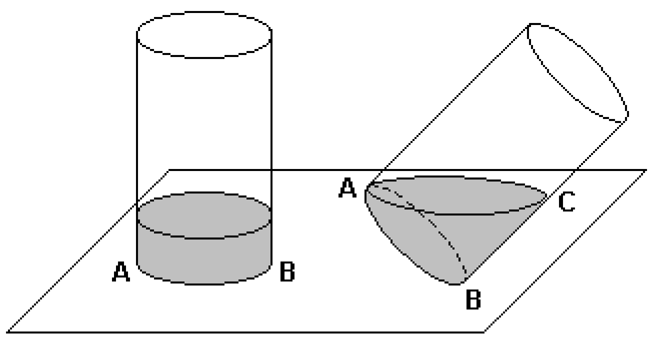
31. (Ufmg) Observe esta figura:



Nessa figura, estão representados um cubo, cujas arestas medem, cada uma, 3 cm, e a pirâmide MABC, que possui três vértices em comum com o cubo. O ponto M situa-se sobre o prolongamento da aresta BD do cubo. Os segmentos MA e MC interceptam arestas desse cubo, respectivamente, nos pontos N e P e o segmento ND mede 1 cm.

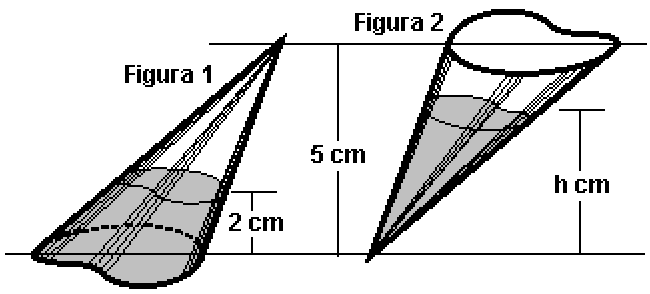
Considerando-se essas informações, é CORRETO afirmar que o volume da pirâmide MNPD é, em cm^3,
a) 1/6.
b) 1/4.
c) 1/2.
d) 1/8.

32. (Ufpe) Na ilustração abaixo, temos um cilindro reto, medindo 30 cm de altura, preenchido por um líquido até certa altura e apoiado em uma superfície horizontal. Os pontos A e B são extremos de um diâmetro da base e B e C estão em uma mesma geratriz do cilindro. Quando inclinamos o cilindro, mantendo o ponto B na superfície, até que o nível de líquido esteja no ponto A, o nível em C fica a 10 cm do ponto B. Qual a altura do líquido quando o cilindro está na vertical?



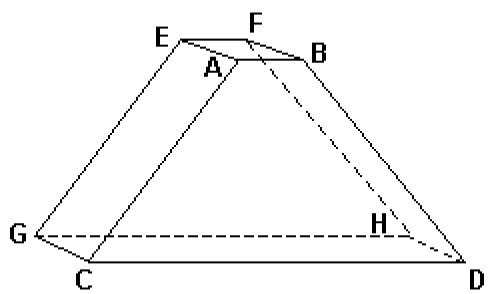
a) 4 cm
b) 5 cm
c) 6 cm
d) 7 cm
e) 8 cm

33. (Ufrj) Uma ampola de vidro tem o formato de um cone cuja altura mede 5 cm. Quando a ampola é posta sobre uma superfície horizontal, a altura do líquido em seu interior é de 2 cm (Figura 1).



Determine a altura h do líquido quando a ampola é virada de cabeça para baixo (Figura 2).
Lembrete:
volume do cone = [(área da base) × (altura)]/3

34. (Ufsc) Na figura a seguir, o segmento de reta AE é paralelo ao segmento BF e o segmento de reta CG é paralelo ao segmento DH; o trapézio ABDC tem os lados medindo 2 cm, 10 cm, 5 cm e 5 cm, assim como o trapézio EFHG; esses trapézios estão situados em planos paralelos que distam 4 cm um do outro. Calcule o volume (em cm^3) do sólido limitado pelas faces ABFE, CDHG, ACGE, BDHF e pelos dois trapézios.



GABARITO

1. a) 500 ml
b) 87,5%

2. a) 4 cm
b) 84 π cm^3

3. 7/48 m^3

4. 80 cm

5. 7

6. 3

7. [A]

8. [B]

9. [B]

10. [C]

11. [E]

12. 84 cm^3

13. a) 4/3 cm^3
b) 104/3 cm^3

14. 81

15. $h = (r\sqrt{3})/(\sqrt[3]{2})$

16. [E]

17. $(3\sqrt{2})/2$

18. [D]

19. F F V V

20. [C]

21. $h = 10 - 5\sqrt[3]{7}$ ou 0,44 cm

22. [A]

23. [C]

24. V = 64/3

25. [C]

26. [E]

27. 1

28. [D]

29. [D]

30. [A]

31. [B]

32. [B]

33. $h = \sqrt[3]{98}$.

34. 72 cm^3