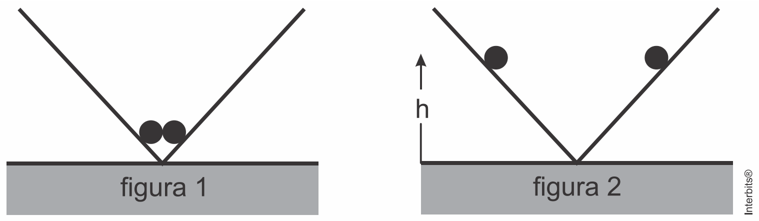
1. (Ufrgs 2019) Duas pequenas esferas idênticas, contendo cargas elétricas iguais, são colocadas no vértice de um perfil quadrado de madeira, sem atrito, conforme representa a figura 1 abaixo.

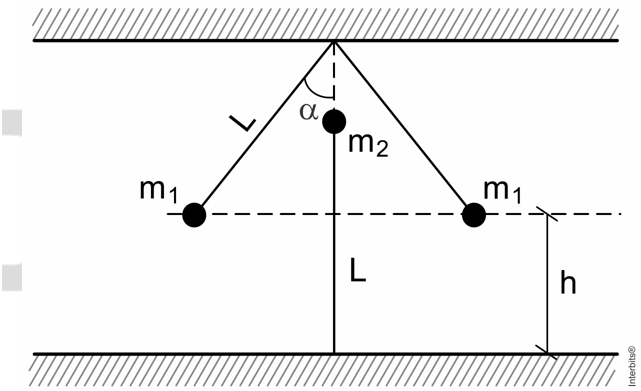


As esferas são liberadas e, devido à repulsão elétrica, sobem pelas paredes do perfil e ficam em equilíbrio a uma altura h em relação à base, conforme representa a figura 2.

Sendo P, F_e e N, os módulos, respectivamente, do peso de uma esfera, da força de repulsão elétrica entre elas e da força normal entre uma esfera e a parede do perfil, a condição de equilíbrio ocorre quando

a) $P = F_e$.
b) $P = -F_e$.
c) $P - F_e = N$.
d) $F_e - P = N$.
e) $P + F_e = N$.

2. (Ime 2019)



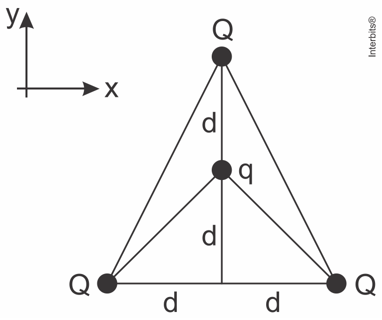
A figura acima mostra um sistema em equilíbrio composto por três corpos presos por tirantes de comprimento L cada, carregados com cargas iguais a Q. Os corpos possuem massas m_1 e m_2, conforme indicados na figura.

Sabendo que o tirante conectado à massa m_2 não está tensionado, determine os valores de m_1 e m_2 em função de k e Q.

Dados:
- constante dielétrica do meio: $k[Nm^2/C^2]$;
- carga elétrica dos corpos: $Q[C]$;
- comprimento dos tirantes: $L = 2\ m$;
- altura: $h = \left(2 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) m$;
- aceleração da gravidade: $g = 10\ m/s^2$; e
- $\alpha = 30°$.

3. (Fuvest 2019) Três pequenas esferas carregadas com carga positiva Q ocupam os vértices de um triângulo, como mostra a figura.

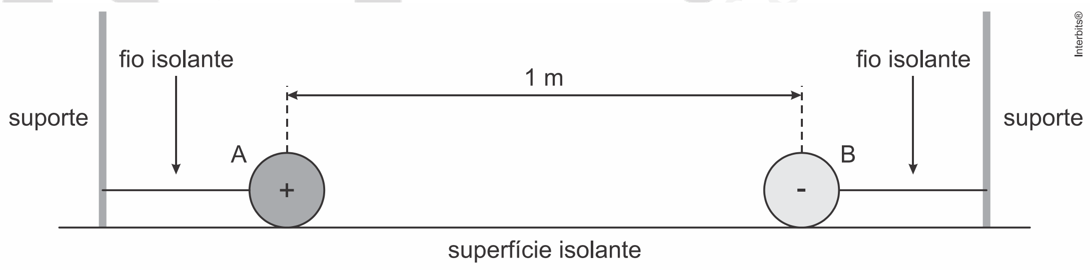
Na parte interna do triângulo, está afixada outra pequena esfera, com carga negativa q. As distâncias dessa carga às outras três podem ser obtidas a partir da figura.



Sendo $Q = 2 \times 10^{-4}$ C, $q = -2 \times 10^{-5}$ C e $d = 6$ m, a força elétrica resultante sobre a carga q

Note e adote:
A constante k_0 da lei de Coulomb vale $9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$
a) é nula.
b) tem direção do eixo y, sentido para baixo e módulo $1{,}8$ N.
c) tem direção do eixo y, sentido para cima e módulo $1{,}0$ N.
d) tem direção do eixo y, sentido para baixo e módulo $1{,}0$ N.
e) tem direção do eixo y, sentido para cima e módulo $0{,}3$ N.

4. (Uerj 2018) O esquema abaixo representa as esferas metálicas A e B, ambas com massas de 10^{-3} kg e carga elétrica de módulo igual a 10^{-6} C. As esferas estão presas por fios isolantes a suportes, e a distância entre elas é de 1 m.



Admita que o fio que prende a esfera A foi cortado e que a força resultante sobre essa esfera corresponde apenas à força de interação elétrica.

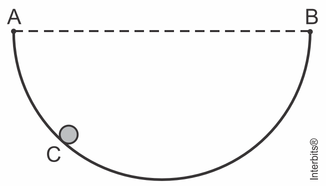
Calcule a aceleração, em m/s^2, adquirida pela esfera A imediatamente após o corte do fio.

Dado: constante eletrostática do meio, $k = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$.

5. (Pucrj 2018) Uma carga q_0 é colocada em uma posição fixa. Ao colocar uma carga $q_1 = 2q_0$ a uma distância d de q_0, q_1 sofre uma força repulsiva de módulo F. Substituindo q_1 por uma carga q_2 na mesma posição, q_2 sofre uma força atrativa de módulo $2F$.

Se as cargas q_1 e q_2 são colocadas a uma distância $2d$ entre si, a força entre elas é
a) repulsiva, de módulo F
b) repulsiva, de módulo $2F$
c) atrativa, de módulo F
d) atrativa, de módulo $2F$
e) atrativa, de módulo $4F$

6. (Epcar (Afa) 2017) Uma pequena esfera C, com carga elétrica de $+5 \cdot 10^{-4}$ C, é guiada por um aro isolante e semicircular de raio R igual a $2{,}5$ m, situado num plano horizontal, com extremidades A e B, como indica a figura abaixo.



A esfera pode se deslocar sem atrito tendo o aro como guia. Nas extremidades A e B deste aro são fixadas duas cargas elétricas puntiformes de $+8 \cdot 10^{-6}$ C e $+1 \cdot 10^{-6}$ C, respectivamente. Sendo a constante eletrostática do meio igual a $4\sqrt{5} \cdot 10^{9} \dfrac{N \cdot m^2}{C^2}$, na posição de equilíbrio da esfera C, a reação normal do aro sobre a esfera, em N, tem módulo igual a

a) 1
b) 2
c) 4
d) 5

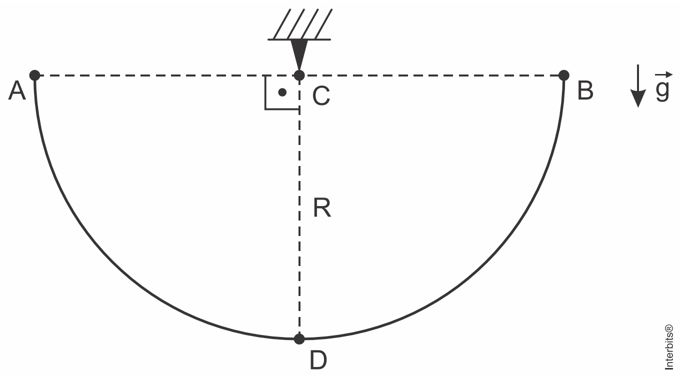
7. (Udesc 2016) Duas pequenas esferas estão separadas por uma distância de 30 cm. As duas esferas repelem-se com uma força de $7{,}5 \times 10^{-6}$ N. Considerando que a carga elétrica das duas esferas é 20 nC, a carga elétrica de cada esfera é, respectivamente:

a) 10 nC e 10 nC
b) 13 nC e 7 nC
c) 7,5 nC e 10 nC
d) 12 nC e 8 nC
e) 15 nC e 5 nC

8. (Unicamp 2016) Sabe-se atualmente que os prótons e nêutrons não são partículas elementares, mas sim partículas formadas por três *quarks*. Uma das propriedades importantes do *quark* é o sabor, que pode assumir seis tipos diferentes: *top*, *bottom*, *charm*, *strange*, *up* e *down*. Apenas os *quarks up* e *down* estão presentes nos prótons e nos nêutrons. Os *quarks* possuem carga elétrica fracionária. Por exemplo, o *quark up* tem carga elétrica igual a $q_{up} = +2/3\,e$ e o *quark down e o* $q_{down} = -1/3\,e$, onde *e* é o módulo da carga elementar do elétron.

a) Quais são os três *quarks* que formam os prótons e os nêutrons?
b) Calcule o módulo da força de atração eletrostática entre um *quark up* e um *quark down* separados por uma distância $d = 0{,}2 \times 10^{-15}$ m. Caso necessário, use $K = 9 \times 10^{9}\ Nm^2/C^2$ e $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

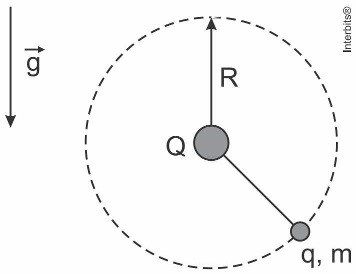
9. (Epcar (Afa) 2015) Uma pequenina esfera vazada, no ar, com carga elétrica igual a $1\,\mu C$ e massa 10 g, é perpassada por um aro semicircular isolante, de extremidades A e B, situado num plano vertical.
Uma partícula carregada eletricamente com carga igual a $4\,\mu C$ é fixada por meio de um suporte isolante, no centro C do aro, que tem raio R igual a 60 cm, conforme ilustra a figura abaixo.



Despreze quaisquer forças dissipativas e considere a aceleração da gravidade constante.
Ao abandonar a esfera, a partir do repouso, na extremidade $A,$ pode-se afirmar que a intensidade da reação normal, em newtons, exercida pelo aro sobre ela no ponto mais baixo (ponto D) de sua trajetória é igual a

a) $0,20$
b) $0,40$
c) $0,50$
d) $0,60$

10. (Upe 2015) Duas cargas elétricas pontuais, $Q = 2,0\,\mu C$ e $q = 0,5\,\mu C,$ estão amarradas à extremidade de um fio isolante. A carga q possui massa $m = 10\,g$ e gira em uma trajetória de raio $R = 10\,cm,$ vertical, em torno da carga Q que está fixa.



Sabendo que o maior valor possível para a tração no fio durante esse movimento é igual a $T = 11\,N,$ determine o módulo da velocidade tangencial quando isso ocorre

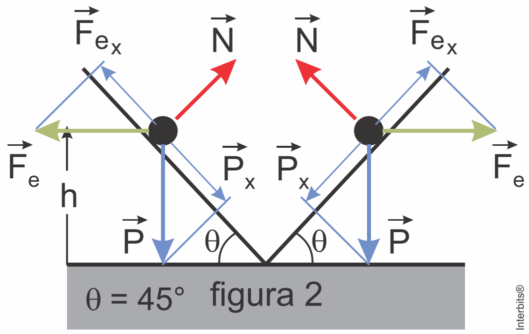
A constante eletrostática do meio é igual a $9 \times 10^{9}\,Nm^{2}C^{-2}.$

a) $10\,m/s$
b) $11\,m/s$
c) $12\,m/s$
d) $14\,m/s$
e) $20\,m/s$

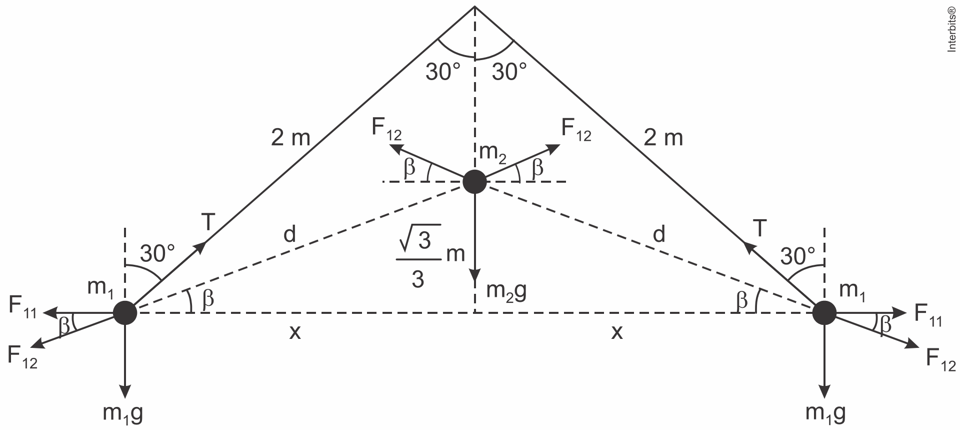
Gabarito:

Resposta da questão 1:
[A]

O equilíbrio das esferas é conseguido graças à repulsão da força elétrica sobre cada esfera e o peso de cada esfera, sendo a força resultante nula. Assim, para que isso ocorra, é necessário que o módulo da força elétrica de repulsão em cada esfera seja igual ao módulo de seus pesos, tendo em vista que o ângulo do plano inclinado é de $45°$, as componentes dessas forças sobre o plano inclinado também terão módulos iguais.



Resposta da questão 2:
Pelos dados do enunciado, temos:



$$\text{sen}30° = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 1\,\text{m}$$

$$\text{tg}\beta = \frac{\sqrt{3}/3}{x} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \beta = 30°$$

$$\cos\beta = \frac{x}{d} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{d} \Rightarrow d = \frac{2\sqrt{3}}{3}\,\text{m}$$

Para o equilíbrio da massa m_2, temos:

$$2F_{12}\text{sen}\beta = m_2 g \Rightarrow \frac{2kQ^2}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} \cdot \frac{1}{2} = m_2 \cdot 10$$

$$\therefore m_2 = \frac{3kQ^2}{40}$$

Para o equilíbrio de uma das massas m_1, temos:

$$\begin{cases} m_1 g + F_{12}\,\text{sen}\beta = T\cos 30^\circ & \text{(I)} \\ F_{11} + F_{12}\cos\beta = T\,\text{sen}\,30^\circ & \text{(II)} \end{cases}$$

Onde:

$$F_{11} = \frac{kQ^2}{2^2} = \frac{kQ^2}{4} \text{ e } F_{12} = \frac{kQ^2}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{3kQ^2}{4}$$

Fazendo $(I) \div (II)$, vem:

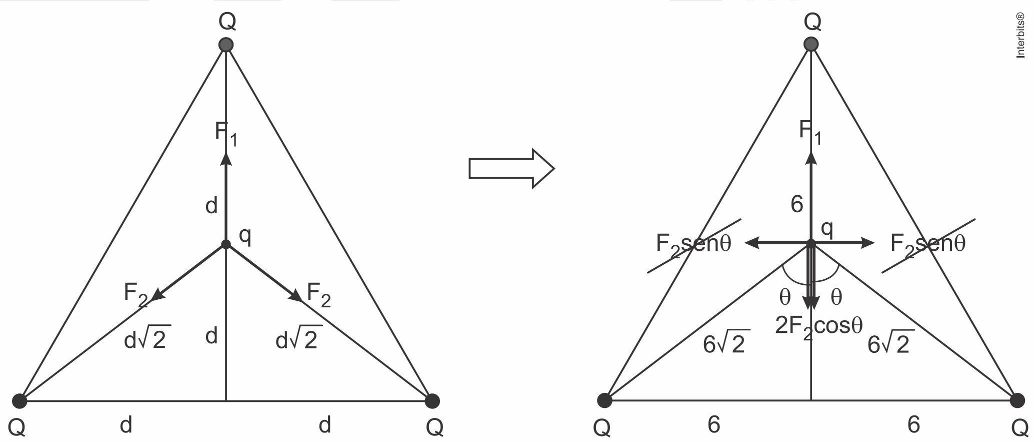
$$\frac{m_1 g + F_{12}\,\text{sen}\beta}{F_{11} + F_{12}\cos\beta} = \frac{1}{\text{tg}30^\circ} \Rightarrow m_1 = \frac{1}{g}\left(\frac{F_{11} + F_{12}\cos\beta}{\text{tg}30^\circ} - F_{12}\,\text{sen}\beta\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = \frac{1}{10}\left(\frac{\frac{kQ^2}{4} + \frac{3kQ^2}{4}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} - \frac{3kQ^2}{4}\cdot\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore m_1 = \frac{\left(3+\sqrt{3}\right)kQ^2}{40}$$

Resposta da questão 3:
[E]

Ilustrando as forças na carga q, temos:



Onde:

$$\cos\theta = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Pela lei de Coulomb, obtemos F_1 e F_2:

$$F_1 = \frac{k_0|Q||q|}{d^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-4}\cdot2\cdot10^{-5}}{6^2} \Rightarrow F_1 = 1\,\text{N}$$

$$F_2 = \frac{k_0|Q||q|}{\left(d\sqrt{2}\right)^2} = \frac{9\cdot10^9\cdot2\cdot10^{-4}\cdot2\cdot10^{-5}}{\left(6\sqrt{2}\right)^2} \Rightarrow F_2 = 0{,}5\,\text{N}$$

Portanto, a força resultante sobre a carga q é de:

$$F_r = F_1 - 2F_2\cos\theta = 1 - 2\cdot 0{,}5\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\therefore F_r \cong 0{,}3\ \text{N}$$

Na direção do eixo y e com sentido para cima.

Resposta da questão 4:
A força resultante é a força elétrica. Aplicando o princípio fundamental da dinâmica:

$$F_{res} = F_{el} \Rightarrow m\,a = \frac{k|Q||Q|}{d^2} \Rightarrow a = \frac{k\,Q^2}{m\,d^2} = \frac{9\times 10^9\cdot 10^{-12}}{10^{-3}\cdot 1} \Rightarrow \boxed{a = 9\ \text{m/s}^2.}$$

Resposta da questão 5:
[C]

Aplicando a Lei de Coulomb para as cargas q_0 e q_1, temos:

$$F = k\frac{q_0 q_1}{d^2} \Rightarrow F = 2k\frac{q_0^{\,2}}{d^2} \qquad (1)$$

Realizando a mesma análise para as cargas q_0 e q_2:

$$2F = k\frac{q_0 q_2}{d^2} \qquad (2)$$

Obtemos o módulo da carga q_2 ao fazer $(2)/(1)$:

$$\frac{2F}{F} = \frac{k\dfrac{q_0 q_2}{d^2}}{2k\dfrac{q_0^{\,2}}{d^2}}$$

$$\frac{2\cancel{F}}{\cancel{F}} = \frac{\cancel{k}\dfrac{\cancel{q_0}\,q_2}{\cancel{d^2}}}{2\cancel{k}\dfrac{q_0^{\,\cancel{2}}}{\cancel{d^2}}}$$

$$|q_2| = 4q_0$$

Porém como a força agora é atrativa, q_2 tem o sinal contrário à q_0 e q_1.
$$q_2 = -4q_0$$

Finalmente, aplicando novamente a Lei de Coulomb para a nova situação entre as cargas q_1 e q_2, temos a força F_2:

$$F_2 = k\frac{q_1 q_2}{(2d)^2}$$

Substituindo os valores das cargas em relação à carga q_0

$$F_2 = k\frac{2q_0 \cdot 4q_0}{4d^2}$$

$$\therefore F_2 = 2k\frac{{q_0}^2}{d^2}$$

Comparando com a equação (1), temos que:

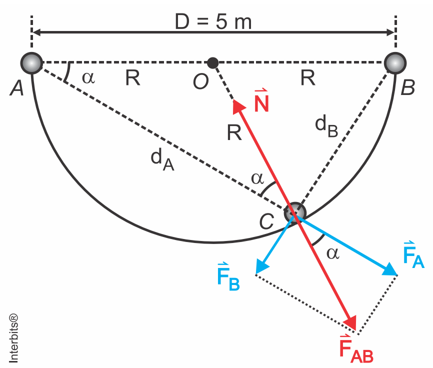
$F_2 = F$

Sendo atrativa devido as cargas terem sinais contrários.

Resposta da questão 6:

[B]

A figura mostra a situação de equilíbrio da esfera C.



O triângulo OAC é isóscele, daí as igualdades de ângulos mostradas na figura. O triângulo ABC é retângulo, pois está inscrito num semicírculo. Logo as forças $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ são perpendiculares entre si.

Então:

$$\left\{\begin{array}{l} \text{tg}\,\alpha = \dfrac{d_B}{d_A} \Rightarrow \left.\dfrac{d_A}{d_B} = \dfrac{1}{\text{tg}\,\alpha}\right| \quad \text{(I)} \\ \text{tg}\,\alpha = \dfrac{F_B}{F_A} = \dfrac{k\,Q_B\,Q_C \big/ d_B^2}{k\,Q_A\,Q_C \big/ d_A^2} \Rightarrow \left.\underline{\text{tg}\,\alpha = \dfrac{Q_B}{Q_A}\cdot\left(\dfrac{d_A}{d_B}\right)^2}\right| \quad \text{(II)} \end{array}\right\rangle \Rightarrow \text{(I) em (II)} \Rightarrow$$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{Q_B}{Q_A}\left(\frac{1}{\text{tg}\,\alpha}\right)^2 \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{Q_B}{Q_A}\,\frac{1}{\text{tg}^2\alpha} \Rightarrow \text{tg}^3\alpha = \frac{Q_B}{Q_A} \Rightarrow \text{tg}\,\alpha = \sqrt[3]{\frac{1\times10^{-6}}{8\times10^{-6}}} \Rightarrow$$

$$\left.\underline{\text{tg}\,\alpha = \frac{1}{2}.}\right| \quad \text{(III)}$$

Combinando (I) e (III):

$$\left\{\begin{array}{l} \text{tg}\,\alpha = \dfrac{d_B}{d_A} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left.\underline{d_A = 2\,d_B.}\right| \quad \text{(IV)} \\ \text{tg}\,\alpha = \dfrac{F_B}{F_A} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \left.\underline{F_A = 2\,F_B.}\right| \quad \text{(V)} \end{array}\right.$$

Aplicando Pitágoras no triângulo ABC e usando (IV):

$$d_A^2 + d_B^2 = D^2 \Rightarrow \left(2\,d_B\right)^2 + d_B^2 = D^2 \Rightarrow 5\,d_B^2 = D^2 \Rightarrow d_B = \frac{D}{\sqrt{5}} \Rightarrow \underline{d_B = \frac{5}{\sqrt{5}}\,\text{m.}}\Big| \quad (V)$$

Pitágoras, novamente e usando (V):

$$F_{AB}^2 = F_A^2 + F_B^2 \Rightarrow F_{AB}^2 = \left(2\,F_B\right)^2 + F_B^2 \Rightarrow F_{AB}^2 = 5\,F_B^2 \Rightarrow F_{AB} = \sqrt{5}\,F_B \Rightarrow$$

$$F_{AB} = \sqrt{5}\,\frac{k\,Q_B\,Q_C}{d_B^2} \Rightarrow F_{AB} = \sqrt{5}\,\frac{4\cdot\sqrt{5}\times 19^{-9}\cdot 1\times 10^{-6}\cdot 5\times 10^{-4}}{\left(\dfrac{5}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{50}{25} \Rightarrow F_{AB} = 2\ \text{N.}$$

Como a esfera C está em equilíbrio:

$$\boxed{N = F_{AB} = 2\ \text{N.}}$$

Resposta da questão 7:
[E]

Observação: *A questão pode ser utilizada se for editada de:* "Considerando que a carga elétrica das duas esferas é $20\ \text{nC},$ a carga elétrica de cada esfera é..." *para:* "Considerando que a <u>soma</u> da carga elétrica das duas esferas é $20\ \text{nC},$ a carga elétrica de cada esfera é...".

$$d = 30\cdot 10^{-2}\ \text{m}$$

$$q_1 + q_2 = 20\cdot 10^{-9}\ \text{C} \Rightarrow q_1 = 20\cdot 10^{-9} - q_2$$

$$F = \frac{Kq_1q_2}{d^2} \Rightarrow F = \frac{K(20\cdot 10^{-9} - q_2)q_2}{d^2} \Rightarrow$$

$$7{,}5\cdot 10^{-6} = \frac{9\cdot 10^{9}\cdot(20\cdot 10^{-9} - q_2)q_2}{\left(30\cdot 10^{-2}\right)^2} \Rightarrow$$

$$q_2^2 - 20\cdot 10^{-9}\cdot q_2 + 75\cdot 10^{-18} = 0$$

Resolvendo a equação de 2º grau, temos:

$$q_2 = \frac{-\left(-20\cdot 10^{-9}\right) \pm \sqrt{\left(20\cdot 10^{-9}\right)^2 - 4\cdot 1\cdot 75\cdot 10^{-18}}}{2\cdot 1} \Rightarrow$$

$$q_2 = \frac{20\cdot 10^{-9} \pm 10\cdot 10^{-9}}{2}$$

$$q_2 = 15\ \text{nC} \quad \text{ou} \quad q_2 = 5\ \text{nC}$$

Resposta da questão 8:

a) Dados: $q_{up} = \dfrac{2e}{3};\ q_{down} = \dfrac{-e}{3};\ e = 1{,}6\times 10^{-19}\ \text{C}.$

Analisando os dados, conclui-se que:
- o próton é formado por 2 quarks up e 1 quark down.

$$q_P = 2q_{up} + 1q_{down} \Rightarrow q_P = 2\frac{2e}{3} - \frac{e}{3} = 3\frac{e}{3} \quad \Rightarrow q_P = e.$$

- o nêutron é formado por 1 quark up e 2 quarks down.

$$q_N = 1q_{up} + 2q_{down} \Rightarrow q_P = \frac{2e}{3} - 2\frac{e}{3} \Rightarrow q_N = 0.$$

b) Dados: $d = 0,2 \times 10^{-15}$ m; $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C; $K = 9 \times 10^{9}$ $N \cdot m^2 / C^2$.

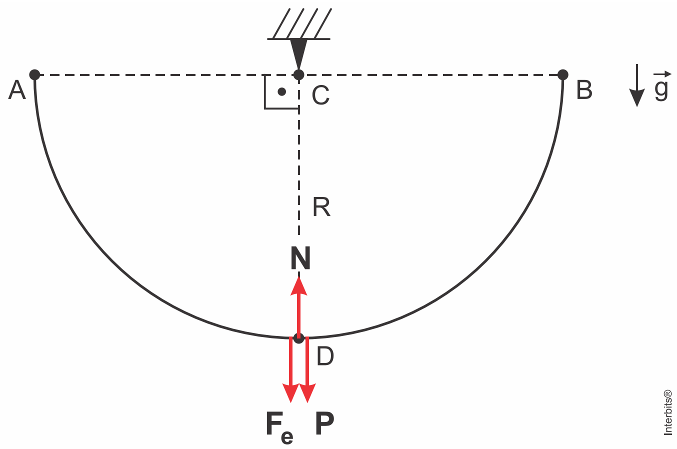
A força de interação é dada pela lei de Coulomb:

$$F = K\frac{|q_{up}||q_{down}|}{d^2} = K\frac{{}^{2e}/_{3} \times {}^{e}/_{3}}{d^2} = K\frac{2e^2}{9d^2} \Rightarrow \frac{\cancel{9} \times 10^9 \times 2 \times \left(1,6 \times 10^{-19}\right)^2}{\cancel{9}\left(2 \times 10^{-16}\right)^2} \Rightarrow$$

$$\boxed{F = 1280\ N.}$$

Resposta da questão 9:
[B]

A força resultante no ponto D é a força centrípeta conforme diagrama:



$$F_r = F_c$$

$$N - P - F_e = \frac{m \cdot v_D{}^2}{R} \quad (1)$$

A força elétrica F_e é dada pela Lei de Coulomb

$$F_e = k_0\frac{q_1 \cdot q_2}{d^2} = k_0\frac{q_1 \cdot q_2}{R^2} \quad (2)$$

Por conservação de energia, calculamos a velocidade da esfera no ponto D

$$v_D = \sqrt{2gR} \quad (3)$$

E, ainda $P = m \cdot g$ (4)

Substituindo as equações 2, 3 e 4 na equação 1 e isolando a força normal:

$$N = \frac{m \cdot \left(\sqrt{2gR}\right)^2}{R} + m \cdot g + k_0\frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}$$

$$N = 3m \cdot g + k_0\frac{q_1 \cdot q_2}{R^2}$$

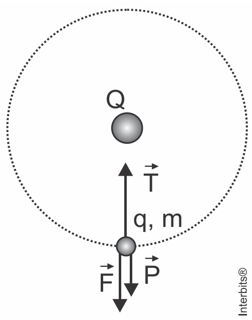
$$N = 3 \cdot 0,010 \cdot 10 + 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{0,6^2}$$

$$N = 0,3 + 0,1 \Rightarrow N = 0,4\ N$$

Resposta da questão 10:
[A]

Dados: $\begin{cases} Q = 2 \times 10^{-6}\ \text{C};\ q = 0{,}5 \times 10^{-6}\ \text{C};\ k = 9 \times 10^{9}\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2;\ R = 10\ \text{cm} = 10^{-1}\ \text{m}; \\ m = 10\ \text{g} = 10^{-2}\ \text{kg};\ T = 11\ \text{N};\ g = 10\ \text{m/s}^2. \end{cases}$

A figura mostra as três forças (peso, tração e força elétrica) que agem sobre a partícula que gira, quando ela passa pelo ponto mais baixo da trajetória, ponto em que a tração tem intensidade máxima.



A resultante dessas forças é centrípeta.

$$R_C = T - F - P \Rightarrow \frac{m\,v^2}{R} = T - \frac{k|Q||q|}{R^2} - m\,g \Rightarrow$$

$$\frac{10^{-2}\ v^2}{10^{-1}} = 11 - \frac{9 \times 10^{9} \times 2 \times 10^{-6} \times 0{,}5 \times 10^{-6}}{\left(10^{-1}\right)^2} - 10^{-2} \times 10 \Rightarrow$$

$$10^{-1}\ v^2 = 11 - 0{,}9 - 0{,}1 \Rightarrow v^2 = \frac{10}{10^{-1}} \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow$$

$$\boxed{v = 10\ \text{m/s.}}$$