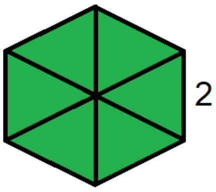
Resolução – Treinamento ENEM
S16.L2 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 01 ===

O enunciado nos disse que a altura do prisma é igual à aresta de sua base, logo esses dois valores são iguais a 2.

Sabendo disso, podemos encontrar a área da base desse prisma, que será a área de um hexágono regular de lado medindo 2. A área de um hexágono pode ser encontrada dividindo-o em 6 triângulos:



Neste caso, como o hexágono era regular, esses 6 triângulos serão equiláteros. A área do hexágono será então igual à área de 6 triângulos equiláteros de lado 2:

$$6\cdot\frac{L^2\sqrt{3}}{4}=6\cdot\frac{2^2\sqrt{3}}{4}=6\sqrt{3}$$

Sabendo a área da base desse prisma, basta agora multiplicarmos esse valor pela medida da altura para encontrar seu volume.

$$V=Á_{BASE}\cdot h$$
$$V=6\sqrt{3}\cdot 2=12\sqrt{3}$$

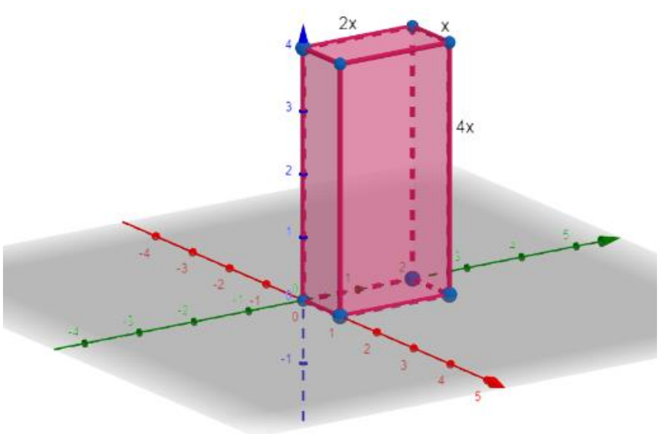
E ficamos então com a **Letra E.**

Item 02 ===

Vamos primeiro lembrar como calculamos a diagonal de um poliedro retangular reto desse tipo (paralelepípedo ou prisma retangular reto):

$$d=\sqrt{(a^2+b^2+c^2)}$$

E outra coisa, como essas questões do ITA/IME tem alergia a figuras, vou colocar uma aqui para a gente.



i) Entendendo a Progressão Geométrica (P.G.)

Primeiro, PG em 3 arestas? Como assim?

Ele quer dizer o que eu coloquei na figura, que o prisma tem 3 medidas de arestas diferentes e que elas estão em PG de razão 2, ou seja, uma vale x, a outra 2x e a última 4x.

ii) Calculando a diagonal

$$Diagonal_{paralelípedo}=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$$
$$D_{paralelípedo}=\sqrt{x^2+(2x)^2+(4x)^2}$$
$$D_{prisma}=\sqrt{x^2+4x^2+16x^2}$$
$$D_{prisma}=\sqrt{21x^2}$$
$$D_{prisma}=x\sqrt{21}$$

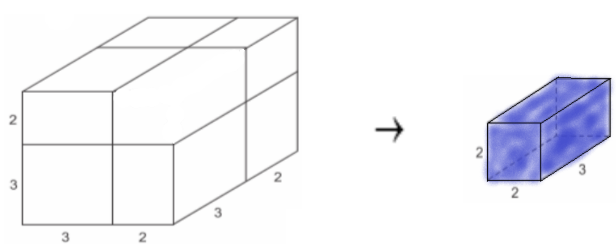
Ok, como temos que a diagonal vale um valor $x\sqrt{21}$, olharemos nas alternativas por alguma desse tipo. E, olha só, a letra C é nesse formato, pois é $\sqrt{21}$ (x = 1).

Resposta: Letra C

Observação Final: viram que com essa resolução a gente nem teve que se preocupar com a outra informação fornecida no enunciado que Área Total era 28 cm²? Top, né? Outra coisinha é que o paralelepípedo é um prisma retangular reto, só para explicar caso alguém tenha ficado meio bugado com os nomes.

Item 03 ===

Como todas as peças terão 3 das suas 6 faces pintadas (sendo duas laterais e a outra ou inferior ou superior), pois cada peça se encontra numa das pontas do cubo formado. E ainda que para cada face pintada a sua oposta não será pintada, temos que metade da área da superfície de cada peça também será pintada.



Assim, para:

Peças cúbicas:

- Total de faces12, total de faces pintadas = total de faces não pintadas = 6. **Portanto alternativas A e B ERRADAS.**

Peças 2cm x 2cm x 3cm:

- Total de faces 18, total de faces pintadas = total de faces n pintadas = 9
- A área total das peças:

$$ÁreaTotal = 3 \cdot (ÁreaPeça2x2x3)$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{2 \cdot (2 \cdot 2) + 4 \cdot (2 \cdot 3)\}$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{2 \cdot 4 + 4 \cdot 6\}$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{8 + 24\}$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{32\} = 96 \text{ cm}^2$$

- Como a Área pintada = Área não pintada, temos:

$$ÁreaTotal = ÁreaPintada + ÁreaÑPintada$$
$$96 = 2 \cdot ÁreaÑPintada$$
$$ÁreaÑPintada = \frac{96}{2} = 48 \text{ cm}^2$$

Portanto alternativa C ERRADA

Peças 3cm x 3cm x 2cm:

- Total de faces 18, total de faces pintadas = total de faces não pintadas = 9
- A área total das peças:

$$ÁreaTotal = 3 \cdot (ÁreaPeça3x3x2)$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{2 \cdot (3 \cdot 3) + 4 \cdot (2 \cdot 3)\}$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{2 \cdot 9 + 4 \cdot 6\}$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{18 + 24\}$$
$$ÁreaTotal = 3 \cdot \{42\} = 126 \text{ cm}^2$$

- Como a Área pintada = Área não pintada, temos:

$$ÁreaTotal = ÁreaPintada + ÁreaÑPintada$$
$$126 = 2 \cdot ÁreaÑPintada$$
$$ÁreaÑPintada = \frac{126}{2} = 63 \text{ cm}^2$$

Portanto alternativa D CORRETA.

Peças 2cm x 2cm x 3cm e Peças 3cm x 3cm x 2cm:

- Total de face:36, total de faces pintadas = total de faces não pintadas = 18. **Portanto, alternativa E ERRADA**

Resposta: Letra D.

Item 04 =======================================

Em primeiro lugar, vamos descobrir o volume da maquete. O volume de um tronco de pirâmide pode ser encontrado em função das áreas de suas bases maior e menor pela fórmula:

$$V = \frac{H}{3}\left(Á_M + \sqrt{Á_M \cdot A_m} + Á_m\right)$$

Substituindo os valores da altura (3 dm) e das áreas das bases (4 dm^2 e 1 dm ^{2}), teremos:

$$V = \frac{3}{3}\left(4 + \sqrt{4 \cdot 1} + 1\right) = 4 + 2 + 1 = 7\text{dm}^3$$

E sabendo a escala entre a maquete e o real, podemos encontrar rapidamente o volume do teatro. Só lembrando que a escala é a razão entre as medidas lineares da maquete e do teatro real, logo se formos estabelecer uma relação entre o volume, precisamos elevar a escala ao cubo:

$$\frac{V_{Maquete}}{V_{Real}} = \left(\frac{1}{100}\right)^3$$
$$\frac{7}{V_R} = \frac{1}{1.000.000}$$
$$V_R = 7.000.000\text{dm}^3$$

E ficamos com a **Letra E.**

Item 05 =======================================

A área da casca retirada é metade da área superficial da laranja, que é uma esfera. Com isso, basta encontrar a medida da área da esfera, que pode ser encontrada com a fórmula:

$$A = 4\pi r^2$$
$$A = 4\pi (3)^2 = 36\pi$$

E lembrar de dividir o resultado por 2, já que só metade da casca foi retirada, resultando em 18π. Substituindo pi por 3,14:

$$18 \cdot 3{,}14$$

E sabemos que 18 vezes 3 é igual a 54, logo o resultado dessa multiplicação será um valor um pouco maior que 54, e a única alternativa possível é a **Letra B.**

Item 06 ==

Para encontrar o volume da peça final vamos fazer o mesmo caminho que o torneiro, encontrar o volume do cilindro e retirar o cone. Todas as dimensões já estão na imagem, mas vamos tomar cuidado para não as confundir. Vamos usar "R" para nos referir ao raio da peça, "H" para a altura original do cilindro, "h" para a altura do cone retirado, "V_{CN}" para o volume do cone e "V_{CD}" para o do cilindro. Primeiro calculemos o volume da peça original:

$$V_{CD} = \pi \times R^2 \times H$$
$$V_{CD} = \pi \times 3^2 \times 10$$
$$V_{CD} = 90\pi cm^3$$

E podemos encontrar o volume do cone retirado:

$$V_{CN} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$$
$$V_{CN} = \frac{\pi \times 3^2 \times 6}{3}$$
$$V_{CN} = 18\pi cm^3$$

Assim o volume da peça final é a diferença dos dois:

$$V = V_{CD} - V_{CN}$$
$$V = 72\pi cm^3$$

Se considerarmos π aproximadamente 3; encontraremos:

$$72 \times 3 = 216 cm^3$$

E a resposta final está em milímetros cúbicos, é só multiplicar por 10^3

$$216 cm^3 =$$
$$= 216000 mm^3 =$$
$$= 2{,}16 \cdot 10^5 mm^3$$

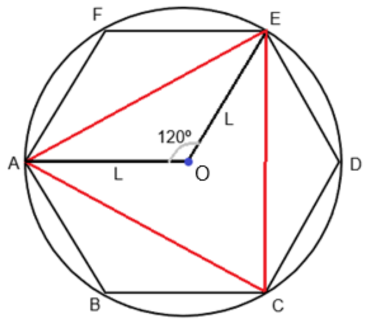
Resposta: Letra A.

Item 07 ==

Primeiro, vamos calcular o volume do prisma hexagonal regular de base ABCDEF, com todas as arestas (L) congruentes. Temos que

$$Volume\ Prisma = Área\ da\ Base \bullet altura$$
$$Volume\ Prisma = 6 \bullet \frac{(l)^2\sqrt{3}}{4} \bullet altura$$
$$Volume\ Prisma = 6 \bullet \frac{L^2\sqrt{3}}{4} \bullet L$$
$$Volume\ Prisma = \frac{6 \bullet L^3\sqrt{3}}{4}$$
$$Volume\ Prisma = \frac{3 \bullet L^3\sqrt{3}}{2}$$

Agora para calcular o lado do triângulo ACE que forma a base da pirâmide, usamos a lei dos cossenos em que o lado do triângulo ACE vale:



$$AE^2 = L^2 + L^2 + 2 \bullet L \bullet L \bullet \cos(120^o)$$
$$AE^2 = 2 \bullet L^2 + 2 \bullet L^2 \bullet \frac{1}{2}$$
$$AE^2 = 2 \bullet L^2 + L^2 \rightarrow AE^2 = 3L^2$$
$$AE = \sqrt{3L^2} \rightarrow AE = L\sqrt{3}$$

Calculando a área do triângulo, temos:

$$Área\ do\ triângulo\ ACE = \frac{(l)^2\sqrt{3}}{4}$$
$$Área\ do\ triângulo\ ACE = \frac{(L\sqrt{3})^2\sqrt{3}}{4}$$
$$Área\ do\ triângulo\ ACE = \frac{L^2 \bullet 3 \bullet \sqrt{3}}{4}$$

Agora calculamos o volume da pirâmide, que é:

$$Volume\ Pirâmide = \frac{1}{3} \bullet Área\ do\ triângulo\ ACE \bullet altura$$
$$Volume\ Pirâmide = \frac{1}{3} \bullet \frac{L^2 \bullet 3 \bullet \sqrt{3}}{4} \bullet 12$$
$$Volume\ Pirâmide = 3 \bullet L^2\sqrt{3}$$

Por fim, igualando o volume da pirâmide com o volume do prisma hexagonal regular, para que assim encontremos o valor da aresta (L), temos:

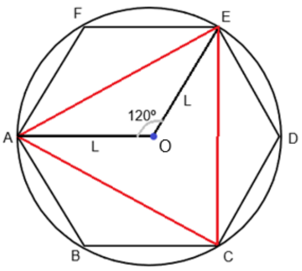
$$Volume\ Prisma = Volume\ Pirâmide$$
$$\frac{3 \bullet L^3\sqrt{3}}{2} = 3L^2\sqrt{3}$$
$$L = \frac{2 \bullet 3 \bullet L^2\sqrt{3}}{3 \bullet L^2\sqrt{3}}$$
$$L = 2cm$$

Resposta: Letra C.

Observação: para calcular o lado triângulo ACE, podemos calcular esse ou por lei dos senos ou por triângulo retângulo:

Resolução – Treinamento ENEM
S16.L2 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

a) Por lei dos senos:



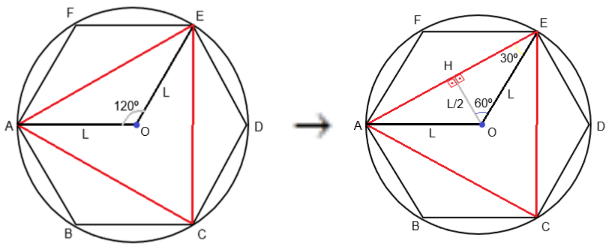
Temos que o raio dessa circunferência é 2L, assim aplicando lei dos senos AE vale:

$$\frac{AE}{sen(120º)} = 2L \rightarrow \frac{AE}{sen(60º)} = 2L$$

$$\frac{AE}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2L \rightarrow AE = 2L \bullet \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AE = L\sqrt{3}$$

b) Por triângulo retângulo:



Temos que EH = AE/2 e que OH = L/2, assim calculando EH em função de L no triangulo retângulo, obtemos que EA vale:

$$EO^2 = EH^2 + OH^2 \rightarrow L^2 = \left(\frac{EA}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

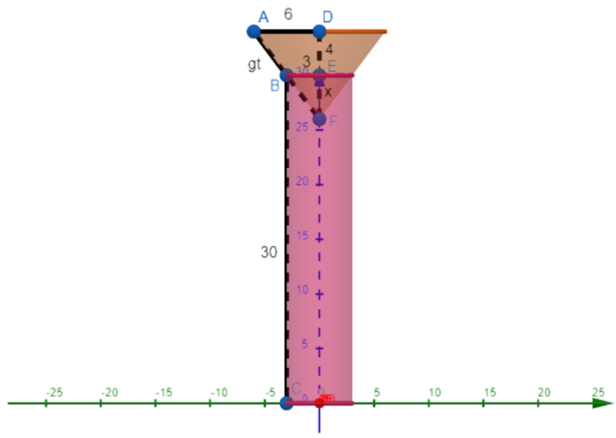
$$L^2 = \frac{EA^2}{4} + \frac{L^2}{4} \rightarrow 4L^2 = EA^2 + L^2$$

$$EA^2 = 3L^2 \rightarrow EA = \sqrt{3L^2}$$

$$EA = L\sqrt{3}$$

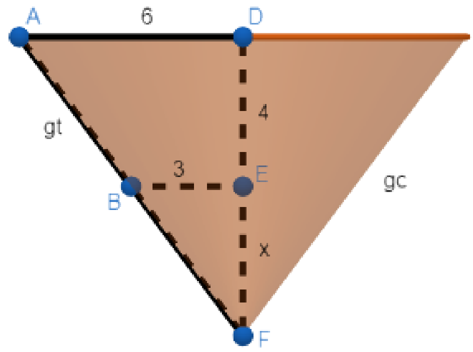
Item 08 ==

i) Entendendo a medida da trança



A partir dessa visão lateral da torre, podemos ver que a medida da trança (AB + BC) é a medida da altura da parte cilíndrica (30 m) + a medida da geratriz do tronco de cone (gt). Temos, portanto, de calcular essa geratriz. Felizmente, temos um triângulo bonitinho ali para a gente trabalhar.

ii) Calculando gt



Esse é o nosso típico caso de Semelhança de Triângulos + Pitágoras, isto é, temos aquelas várias formas de encontrar os valores que precisamos. Vamos pela mais simples.

Sabemos que x = 4. O triângulo BEF é semelhante ao triângulo ADF e a razão entre suas medidas é 1/2. Vou escrever matematicamente para ficar mais claro:

$$\frac{3}{6} = \frac{x}{x+4}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{x+4}$$

$$2x = x + 4$$

$$x = 4\,m$$

Resolução – Treinamento ENEM
S16.L2 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Então o triângulo BEF é pitagórico do tipo (3, 4, 5). E, também é pitagórico o triângulo ADF, do mesmo tipo, mas multiplicado por 2 (6, 8, 10).

Assim, a geratriz do cone (gc) = 10 m, e, a geratriz do tronco de cone (gt) = 5 m.

iii) Somando AB com BC

AB = gt   e   BC = altura do cone

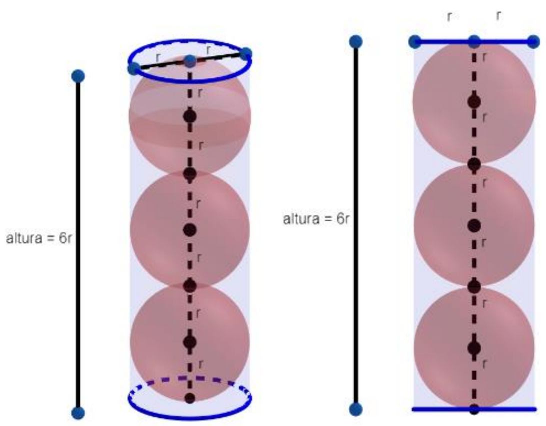
AB + BC = 5 + 30 = 35 m

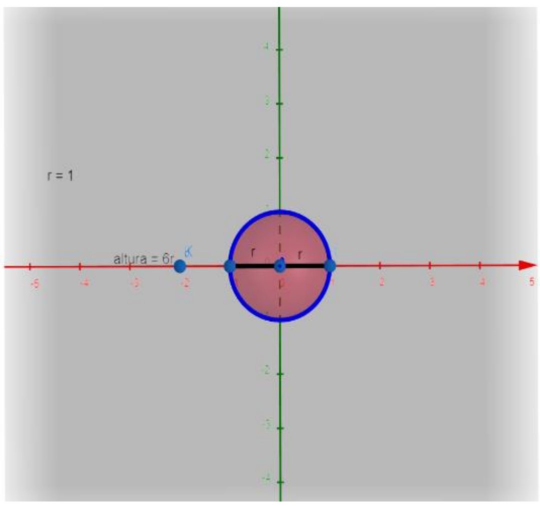
Resposta: Letra A.

Observação: Sim, seria impossível, fisicamente, isso acontecer. A não ser para o príncipe em algum ponto do segmento AB, aí a trança poderia estar sobreposta a ele. Mas, o amor é lindo e suposições matemáticas também, vida que segue.

Item 09 =======================================

Coloquei abaixo as imagens com vistas em perspectiva, frontal e superior, respectivamente. Caso alguém não tenha percebido pela imagem do enunciado, veja que a altura do cilindro vale 6r.





(coloquei r valendo 1 unidade arbitrária de medida do plano cartesiano)

a. Calcular o volume da lata não ocupado pelas bolas

i) Fazendo a equação do Volume da Lata

Lembrando que vimos no capítulo 7.5 que o volume do cilindro vale V = Ab . h.

$$\text{Volume}_{lata} = V_{lata}$$

$$V_{lata} = \text{Área}_{base} \cdot \text{altura}$$

$$V_{lata} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$h = 6r$$

$$V_{lata} = \pi \cdot r^2 \cdot 6r = \pi \cdot r^3 \cdot 6$$

$$V_{lata} = 6 \cdot \pi \cdot r^3 \text{ e } V_{lata} = 5175 \text{(enunciado), então :}$$

$$6 \cdot \pi \cdot r^3 = 5175$$

$$\pi \cdot r^3 = \frac{5175}{6}$$

ii) Calculando o Volume da Esfera

Lembrando que vimos no capítulo 7.6 que o volume da esfera vale V = 4/3.π.r³

$$\text{Voluma}_{esfera} = V_{esfera}$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

Mas de i temos que $\pi \cdot r^3 = \frac{5175}{6}$, então:

$$V_{esfera} = \frac{4}{3} \cdot \frac{5175}{6}$$

$$V_{esfera} = \frac{2 \cdot 5175}{3 \cdot 3} = 2 \cdot \frac{1725}{3}$$

iii) Calculando o Volume não-ocupado pedido

$$\text{Volume}_{\text{não-ocupado}} = V_{\text{não-ocupado}}$$

$$\text{Volume}_{\text{não-ocupado}} = V_{lata} - 3V_{esfera}$$

$$\text{Volume}_{\text{não-ocupado}} = 5175 - 3 \cdot \frac{2 \cdot 1725}{3}$$

$$\text{Volume}_{\text{não-ocupado}} = 5175 - 2 \cdot 1725 = 5175 - 3450$$

$$\text{Volume}_{\text{não-ocupado}} = 1000 + 175 + 550 = 1725$$

$$\text{Volume}_{\text{não-ocupado}} = 1725\,cm^3$$

Resposta: Letra C.

Resolução – Treinamento ENEM
S16.L2 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 10 ===

Primeiro calculamos a área da laje da casa, como:

$$\text{Área Laje} = 8 \cdot 10$$
$$\text{Área Laje} = 80\ m^2$$

Como pelo enunciado a precipitação de 1mm em uma área de 1 m^2 equivale a 1 litro, temos que o volume de água armazenada sobre uma área de 80 m^2 e com precipitação de 10 mm é (regra de 3 composta de grandezas diretamente proporcionais):

$$1\text{ mm} \quad 1\ m^2 \quad 1\text{ L}$$
$$10\text{ mm} \quad 80\ m^2 \quad x\text{ L}$$
$$x = 800\text{ L} = 0{,}8\ m^3$$

Agora calculando o volume do tanque, temos:

$$\text{Volume Tanque} = 2 \cdot 2 \cdot 1$$
$$\text{Volume Tanque} = 4\ m^3$$

Por fim, o volume de água armazenada em relação ao volume do tanque é:

$$\frac{\text{Volume Armazenado}}{\text{Volume Tanque}} \to \frac{0{,}8}{4} \to \frac{8}{8 \cdot 5} \to \frac{1}{5} \to 20\%$$

$$\text{Volume Armazenado} = 20\%\ \text{Volume Tanque}$$

Resposta: Letra C.

Item 11 ===

Primeira coisa que a gente percebe quando lê a questão, temos de encontrar o volume de cada pata, para então multiplicar por 4 e, somado do volume das junções, encontrar o volume do tetrápode.

i) Escrevendo matematicamente a estrutura de resolução

$$\text{Volume}_{\text{tetrápode}} = 4 \cdot \text{Volume}_{\text{pata}} + \frac{10}{100} \cdot \text{Volume}_{\text{4-patas}}$$

$$V_{tetra} = 4 \cdot V_{pata} + \frac{4 \cdot V_{pata}}{10}$$

$$V_{tetra} = \frac{40 \cdot V_{pata}}{10} + \frac{4 \cdot V_{pata}}{10}$$

$$V_{tetra} = \frac{44 \cdot V_{pata}}{10}$$

ii) Calculando o Volume da Pata

Com fórmula do Volume do Tronco de Cone:

Vimos que o Volume do Tronco de Cone é $V = \frac{h}{3} \cdot \pi \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$, então:

$$V_{pata} = \frac{h}{3} \cdot \pi \cdot (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

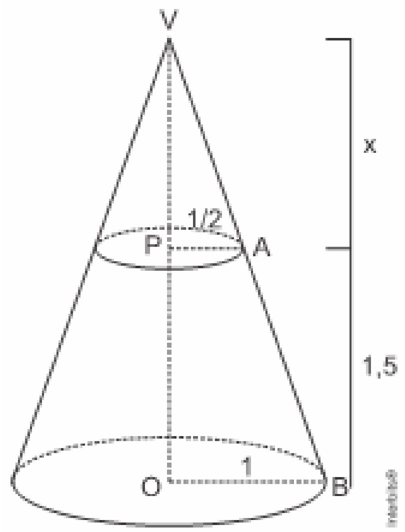
$$V_{pata} = \frac{1{,}5}{3} \cdot \pi \cdot \left(1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$V_{pata} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{2}\right) = \frac{2}{4} \cdot \pi \cdot \left(\frac{7}{4}\right) = \frac{14\pi}{16} = \frac{7\pi}{8}\ m^3$$

Sem fórmula do Volume do Tronco de Cone:

Se você sabe triângulos e cilindros você consegue achar o Volume do Tronco de Cone, porque você vai fazer semelhança de triângulos e calcular o Volume do Cone (que é 1/3 do Volume do Cilindro envolvente, o que é bem fácil de entender, pois é área da base vezes altura, o que está relacionado ao princípio de Cavalieri).

1º Passo: desenhar os triângulos e fazer a semelhança para encontrar as medidas necessárias para calcular o volume (alturas e raios).



Legal, agora vou citar um método de um professor que todos vocês conhecem: Fredão. Chama-se "olhou e viu". Por esse método, x = 1,5 m.

Vou mostrar matematicamente porque toda vez que as medidas dos raios tem razão 1/2, as medidas das alturas do cone pequeno e do tronco de cone serão iguais.

$$\frac{0{,}5}{1} = \frac{x}{x + 1{,}5}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{x}{x + 1{,}5}$$

$$x + 1{,}5 = 2x$$

$$x = 1{,}5\,m$$

2º Passo: agora, vamos descobrir a relação entre os volumes dos cones maior e menor, por meio da razão entre os comprimentos.

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{v}{V}$$

$$\frac{1}{8} = \frac{v}{V}$$

$$V = 8v$$

3º Passo: equacionar o Volume do Tronco

$$\text{Volume}_{\text{tronco-de-cone}} = \text{Volume}_{\text{cone-maior}} - \text{Volume}_{\text{cone-menor}}$$

$$V_{\text{tronco}} = V - v$$

$$V_{\text{tronco}} = 8v - v = 7v$$

4º Passo: encontrar v (volume cone menor)

Lembrando que o volume do cone é:

$$v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$v = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot 1{,}5$$

$$v = \frac{\pi}{3} \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{2} = \frac{\pi}{8}\ m^3$$

5º Passo: aplicar o v achado no 4º passo na equação formulada no 3º passo

$$V_{\text{tronco}} = 7v$$

$$V_{\text{tronco}} = 7 \cdot \frac{\pi}{8} = \frac{7\pi}{8}\ m^3$$

iii) Aplicando o Volume da Pata achado em ii na equação para o Volume do Tetrápode formulada em i

$$V_{\text{tetra}} = \frac{44 \cdot V_{\text{pata}}}{10}$$

$$V_{\text{tetra}} = \frac{44 \cdot \frac{7\pi}{8}}{10} = \frac{44 \cdot 7 \cdot \pi}{10 \cdot 8}$$

Cálculo para π = 3:

Vamos descobrir se a gente vai se arrepender, mas, se eu estivesse fazendo um vestibular e as alternativas tivessem esse espaçamento de no mínimo 2 unidades inteiras entre elas eu não ia fazer pra π=3,1 não. Eu vou colocar π=3 e ter a consciência de que nosso resultado será um número maior do que o que encontrarmos.

$$V_{\text{tetra}} = \frac{44 \cdot 7 \cdot 3}{10 \cdot 8}$$

Vamos lá, estratégias de cálculo mental, vamos deixar a divisão por 10 por último, pois apenas cortaremos uma casa decimal. Aí, é bom começar pelas multiplicações maiores e ir caminhando para as menores. Quebrar o número como eu fiz, muitas vezes é recomendável.

$$V_{\text{tetra}} = \frac{44 \cdot 7 \cdot 3}{10 \cdot 8}$$

$$V_{\text{tetra}} = \frac{5{,}5 \cdot 7 \cdot 3}{10}$$

$$V_{\text{tetra}} = \frac{(5 + 0{,}5) \cdot 7 \cdot 3}{10} = \frac{(35 + 3{,}5) \cdot 3}{10}$$

$$V_{\text{tetra}} = \frac{(38{,}5) \cdot 3}{10} = \frac{(40 - 1{,}5) \cdot 3}{10}$$

$$V_{\text{tetra}} = \frac{(120 - 4{,}5)}{10} = \frac{115{,}5}{10}$$

$$V_{\text{tetra}} = 11{,}55\ m^3 \cong 12\ m^3$$

Resposta: Letra D.

Cálculo mágico usando π = 3,1:

Essa forma eu pensei depois que fiz a anterior. Essas paradas meio mágicas acabam vindo com a prática e são bem legais. Bom, mas como 7 x (3,1) é 21,7, é bom lembrar que nosso resultado final será um pouquinho acima do resultado real da conta.

$$V_{\text{tetra}} = \frac{44 \cdot 7 \cdot 3{,}1}{10 \cdot 8}$$

$$V_{\text{tetra}} = \frac{22 \cdot 7 \cdot 3{,}1}{10 \cdot 4}$$

$$V_{\text{tetra}} \cong \frac{22 \cdot 22}{10 \cdot 4}$$

Agora, outra coisa que meio que vem com a prática, é saber que 22² é 484. Mas enfim kkkkkk, vou escrever como a gente faria sem ter isso na cartola (gíria matemática para algo meio que pré-sabido).

$$V_{\text{tetra}} \cong \frac{(20 + 2)^2}{10 \cdot 4} \text{ (usar produtos notáveis)}$$

$$V_{\text{tetra}} \cong \frac{(400 + 80 + 4)^2}{10 \cdot 4} = \frac{484}{10 \cdot 4}$$

$$V_{\text{tetra}} \cong \frac{121}{10} = 12{,}1 \cong 12\ m^3$$

Resposta: Letra D.

Resolução – Treinamento ENEM
S16.L2 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Item 12 ==

Nessa questão, só precisamos encontrar separado o volume de cada uma das partes da ampulheta, e depois somá-los. Para o volume da parte superior, é uma semiesfera de raio 4 cm:

$$V = \frac{1}{2} \times \frac{4\pi r^3}{3}$$
$$V = \frac{2 \times \pi \times 4^3}{3}$$
$$V = \frac{128\pi}{3} cm^3$$

O volume inferior é um cone de raio e altura medindo 4 cm:

$$V = \frac{\pi r^2 \times h}{3}$$
$$V = \frac{\pi \times 4^2 \times 4}{3}$$
$$V = \frac{64\pi}{3} cm^3$$

E o volume total da ampulheta é a soma dessas duas partes:

$$V = \frac{64\pi}{3} + \frac{128\pi}{3}$$
$$V = 64\pi cm^3$$

Mas a questão não nos pede o volume total da ampulheta, mas o volume de areia dento dela. O enunciado diz que este é 25% do volume total, logo o volume de areia é:

$$V_A = \frac{64\pi}{4}$$
$$V_A = 16\pi cm^3$$

Resposta: Letra A.

Item 13 ==

Calculando o volume do paralelepípedo em cm^3**,** temos:

$$\text{Volume} = 40 \cdot 80 \cdot 60$$
$$\text{Volume} = 32 \cdot 6 \cdot 1000$$
$$\text{Volume} = 192.000 \ cm^3$$

Agora passando para litro, obtemos:

$$1 \text{ Litro} = 1000 \ ml = 1000 \ cm^3$$
$$\text{Volume} = 192.000 \ cm^3 = 192 \ L$$

Resposta: Letra B.

Item 14 ==

Primeiro para facilitarmos a visualização sobre qual face do recipiente estará apoiada água do recipiente, temos duas faces quadradas e com lado de 6 cm e 4 faces retangulares de lados 6 cm e 15 cm.

Assim, para acharmos a altura do nível de água quando o recipiente está apoiado sobre uma de suas faces retangulares, basta igualarmos ao volume de água no recipiente, conforme vemos na imagem, com o volume de água no recipiente quando apoiada sobre uma face retangular, obtendo que a atura é:

$$vol\ d'água\ sob\ base\ quadrada = vol\ d'sob\ base\ retangular$$
$$área\ base\ quadrada \cdot 10 = área\ base\ retangular \cdot altura\ d'água$$
$$6 \cdot 6 \cdot 10 = 6 \cdot 15 \cdot altura\ d'água$$
$$2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 3 \cdot 5 \cdot altura\ d'água$$
$$altura\ d'água = 2 \cdot 2$$
$$altura\ d'água = 4 cm$$

Resposta: Letra A.

Item 15 ==

Primeiro devemos transformar 1 nanômetro ($10^{-9} m$) para centímetros, obtendo:

$$\frac{1 metro}{100\, centimetros} = \frac{10^{-9}\ metros}{x} \rightarrow x = 10^{-9} \cdot 100$$
$$x = 10^{-7}\ cm$$

Em seguida, vamos calcular o volume e área superficial da nanoesfera com raio de 1 nm ou $10^{-7}\ cm$, temos:

- Volume da nanoesfera:

$$vol.nanoesfera = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$
$$vol.nanoesfera = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(10^{-7}\right)^3$$
$$vol.nanoesfera = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 10^{-21} cm^3$$

- Área da nanoesfera:

$$Área\ nanoesfera = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$
$$Área\ nanoesfera = 4 \cdot \pi \cdot \left(10^{-7}\right)^2$$
$$Área\ nanoesfera = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-14}\ cm^2$$

Agora, vamos descobrir quantas nanoesferas de 1 nm ($10^{-7}\ cm$) de raio são necessárias para termos o mesmo volume de uma esfera com raio 1 cm, obtendo:

$vol.esfera\ raio\,1cm = vol.nanonesfera \cdot quantidade$

$$vol.esfera\ raio\,1cm = vol.nanonesfera \cdot quantidade$$
$$\frac{4}{3}\cdot\pi = \frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 10^{-21}\cdot quantidade$$
$$quantidade = \frac{\frac{4}{3}\cdot\pi}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot 10^{-21}}$$
$$quantidade = \frac{1}{10^{-21}}$$
$$quantidade = 10^{21}\,nanoesferas$$

Depois, vamos agora calcular a área superficial do conjunto de nanoesferas de 1 nm ($10^{-7}\,cm$) de raio, que vale:

$$Área\ conjunto\ nanoesferas = Área\ nanoesfera \cdot quantidade$$
$$Área\ conjunto\ nanoesferas = 4\cdot\pi\cdot 10^{-14}\cdot 10^{21}$$
$$Área\ conjunto\ nanoesferas = 4\cdot\pi\cdot 10^{7}\,cm^2$$

Por fim, temos que a relação entre área do conjunto de nanoesferas de 1 nm ($10^{-7}\,cm$) de raio, que possui o mesmo volume da esfera dada, tem sua área em relação a esfera de raio 1 cm:

$$relação = \frac{área\,do\,conjunto}{área\,da\,esfera} \to relação = \frac{4\cdot\pi\cdot 10^{7}}{4\cdot\pi}$$
$$relação = 10^{7}\ vezes\ maior\ que\ a\ da\ esfera$$

Resposta: Letra D.