FUNÇÕES VI

Função do 2º Grau

Nesta seção, apresentamos o conceito de função do segundo grau, utilizada muitas vezes para caracterizar o movimento de um lançamento de uma bola, ou mesmo a queda livre num salto de paraquedas. Essa função é da forma $f(x) = a.x^2 + b.x + c$, em que os termos a, b e c são números reais, e o termo "a" é diferente de 0 pois se a=0, seria uma equação do primeiro grau.

Geralmente para resolvê-las vamos utilizar a fórmula de Bháskara que representa a fórmula que nos proporciona os zeros da função. Teremos geralmente dois valores para o zero da função. Quando o valor que está dentro da raiz for negativo diremos que não existe zero da função. E quando o que está dentro da raiz for 0, terá apenas um valor de zero da função.

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Onde os coeficientes a acompanha o x², b acompanha o x, e o c é o termo chamado independente.

Zero da função do 2º grau:

Como já discutimos antes, zero da função é o valor de X para que a função f(x) seja igual a 0. Ou ainda, os valores de X em que o gráfico cruza o eixo X.

Veremos alguns exemplos abaixo:

Exemplo 1:

Ache os zeros da função y = x^2 – 5x + 6:

Para acharmos os zeros da função, iremos afirmar que y=0. Então:

$0 = x^2 - 5x + 6$

Pela fórmula de Bháskara:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Da equação podemos retirar os valores de a, b e c.

$0 = a.x^2 + bx + c$ Então:

$a = 1, b = -5, c = 6$ Substituindo na fórmula:

$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(5)^2 - 4.1.6}}{2.1}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25-24}}{2.1}$

$x = \frac{5 \pm 1}{2}$

Nesse caso teremos duas soluções.

$x1 = \frac{5+1}{2} = 3$ e $x2 = \frac{5-1}{2} = 2$

Portanto, x=3 e x=2 zeram a função.

Exemplo 2:

Ache os zeros da função de y = 2x^2 -8x + 8:

Da mesma forma precisamos retirar os coeficientes a, b, e c da equação:

$y = ax^2 + bx + c$

$a = 2, b = -8\ c = 8$

Dessa forma, podemos aplicar a fórmula de Bháskara para encontrarmos os zeros da função:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{(-8)^2-4.2.(-8)}}{2.2}$

$x = \frac{-2 \pm \sqrt{64-64}}{2.2}$

$x = \frac{-2 \pm 0}{4}$

Portanto:

$x1 = \frac{-2+0}{2} = \ -1$ e $x2 = \frac{-2-0}{2} = -1$

Como podemos perceber, o termo dentro da raiz é igual a 0, e assim as raízes são -1 e -1 (iguais). Então, o único valor de X que zera a função é -1.

Exemplo 3:

y = x^2 + 3x + 2

Novamente vamos retirar os coeficientes da equação:

$y = ax^2 + bx + c$

$a = 1, b = 3, c = 2$

Agora pela fórmula de Bháskara:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4.1.2}}{2.1}$

Assim:

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2.1}$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2}$

$x1 = \frac{-3+1}{2} = \ -1\ e\ x2 = \frac{-3-1}{2} = -2$

Portanto os valores de X para que a função seja 0 é -1 e -2.

Gráfico da função:

O gráfico da função de segundo grau é uma parábola, em que sua forma depende dos valores dos coeficientes.

Se o termo "a" for positivo, a parábola terá concavidade para cima!

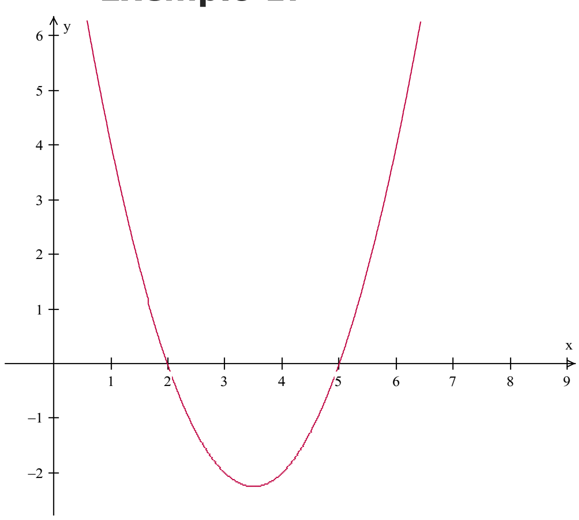
Se o termo "a" for negativo, a parábola terá concavidade para baixo!

O termo "c" representa o ponto no eixo Y que o gráfico cruzará!

O gráfico cruzará o eixo X nos zeros da função. Se a equação possui duas raízes iguais $(\Delta = 0)$ o gráfico interceptará o eixo X num único ponto; se a equação não possui raízes reais $(\Delta < 0)$, não cruzará o eixo X; e se a equação possuir duas raízes distintas $(\Delta > 0)$ a função cruzará o eixo X nesses dois pontos.

Faremos alguns exemplos para ficar mais claro:

Exemplo 1:



y = x^2 – 7x + 10

Os coeficientes da equação são: $a = 1, b = -7, c = 10$

O termo a>0 então a concavidade é para cima como podemos ver no gráfico.

Utilizando Bháskara:

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4.1.10}}{2.1} = x = \frac{7 \pm 3}{2}$

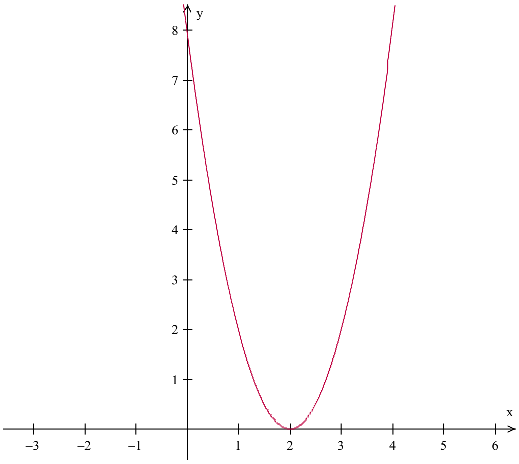
Portanto:

$x1 = \frac{7+3}{2} = 5\ e\ x2 = \frac{7-3}{2} = 2$ (O gráfico cruza o eixo X nos pontos 5 e 2)

E ainda cruza o eixo Y no ponto C=10.

Exemplo 2:

y = $2x^2$ -8x + 8



Os coeficientes da equação são:

$a = 2, b = -8, c = 8$

Como 2>0 então a concavidade é para cima.

Agora aplicando Bháskara para acharmos os zeros da função:

$x = \frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x = \frac{-(-8)\pm\sqrt{(-8)^2-4.2.8}}{2.2}$

$x = \frac{8\pm 0}{2.2}$

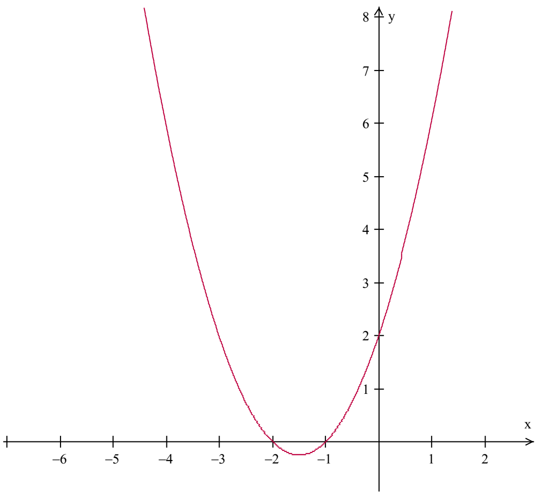
Portanto temos duas soluções:

$x1 = \frac{8}{4} = 2\ e\ x2 = \frac{8}{4} = 2$ (Portanto o gráfico intercepta o eixo x apenas no ponto 2).

E o gráfico intercepta o eixo Y no ponto y=8 que é o valor do coeficiente c.

Exemplo 3:

y = x^2 + 3x + 2



Os coeficientes da equação são:

$a = 1, b = 3, c = 2$

Como "a" é positivo, a concavidade é para cima.

Aplicando Bháskara:

$x = \frac{-3\pm\sqrt{3^2-4.1.2}}{2.1}$

$x = \frac{-3\pm\sqrt{1}}{2}$

Portanto:

$x1 = \frac{-3-1}{2} = -2\ e\ x2 = \frac{-3+1}{2} = -1$ (Valores ao qual o gráfico intercepta o eixo X).

O gráfico intercepta o eixo Y no ponto Y=2, pois c=2.