



1

1

Pré-vestibular Física



Autoria: Nicolau Arbex Sarkis, Marcílio Alberto de Faria Pires e André Oliveira de Guadalupe.

Direção geral: Nicolau Arbex Sarkis.

Gerência editorial: Emília Noriko Ohno.

Coordenação de projeto editorial: Diego da Mata, Marília L. dos Santos G. Ribeiro e Viviane R. Nepomuceno.

Edição: Equipe de edição da Editora Poliedro.

Coordenação de edição de texto: Anaiza Castellani Selingardi.

Edição de texto: Equipe de edição de texto da Editora Poliedro.

Coordenação de revisão: Mariana Castelo Queiroz.

Revisão: Equipe de revisão da Editora Poliedro.

Edição de arte: Kleber S. Portela e Wellington Paulo.

Diagramação: Equipe de diagramação da Editora Poliedro.

Ilustração: Equipe de ilustração da Editora Poliedro.

Coordenação de licenciamento: Kelly Garcia.

Analistas de licenciamento: Equipe de licenciamento da Editora Poliedro.

Licenciamento: Jade Cristina Bernardino.

Analista de produção editorial: Claudia Moreno Fernandes.

Coordenação de PCP: Anderson Flávio Correia.

Analista de PCP: Vandrê Luis Soares.

Projeto gráfico: Alexandre Moreira Lemes e Kleber S. Portela.

Projeto gráfico da capa: Bruno Torres e Varão Monteiro Junior.

Impressão e acabamento: Nywgraf.

Créditos: capa e frontispício © Viktor Malyuga | Dreamstime.com 5 Radu Razvan/123rf.com • Michiel1972/Wikipedia • Reprodução 117 Reprodução (Todas) 231 © Carla F. Castagno | Dreamstime.com • David Barney/Wikimidia Commons contracapa Elinalee/Shutterstock.

A Editora Poliedro pesquisou junto às fontes apropriadas a existência de eventuais detentores dos direitos de todos os textos e de todas as obras de artes plásticas presentes nesta obra, sendo que sobre alguns nenhuma referência foi encontrada. Em caso de omissão, involuntária, de quaisquer créditos faltantes, estes serão incluídos nas futuras edições, estando, ainda, reservados os direitos referidos nos arts. 28 e 29 da lei 9.610/98.



São José dos Campos - SP
ISBN: 978-85-7901-049-1
Telefax: (12) 3924-1616
editora@sistemapoliedro.com.br
www.sistemapoliedro.com.br

Copyright © 2018
Todos os direitos de edição reservados à Editora Poliedro

SUMÁRIO

Frente 1

1	Introdução à Cinemática	6
	Conceitos fundamentais.....	7
	Espaço de um móvel.....	9
	Velocidade.....	11
	Revisando.....	13
2	Movimento uniforme	23
	Movimento uniforme (MU).....	24
	Revisando.....	26
	Exercícios propostos.....	28
3	Movimento uniformemente variado	35
	Movimentos variados.....	36
	Aceleração.....	36
	Movimento uniformemente variado (MUV).....	38
	Movimento vertical no vácuo.....	40
4	Análise gráfica	58
	Introdução.....	59
	Gráficos de espaço, velocidade e aceleração.....	59
	Gráficos do movimento uniforme.....	62
	Gráficos do movimento uniformemente variado....	63
5	Movimento circular	94
	Grandezas angulares.....	95
	Movimento circular uniforme (MCU).....	97
	Movimento circular uniformemente variado (MCUV)..	98
	Transmissão de movimento circular.....	98
	Exercícios propostos.....	15
	Texto complementar.....	18
	Exercícios complementares.....	19
	Exercícios propostos.....	31
	Exercícios complementares.....	32
	Revisando.....	45
	Exercícios propostos.....	47
	Texto complementar.....	51
	Exercícios complementares.....	52
	Revisando.....	68
	Exercícios propostos.....	70
	Texto complementar.....	81
	Exercícios complementares.....	84
	Revisando.....	102
	Exercícios propostos.....	104
	Texto complementar.....	109
	Exercícios complementares.....	111

Frente 2

1	A natureza elétrica da matéria e a Lei de Coulomb	118
	Contexto histórico.....	119
	A teoria atômica e a natureza elétrica da matéria....	122
	Princípios da eletrostática.....	123
	Condutores e isolantes.....	123
	Processos de eletrização.....	124
2	Campo elétrico	150
	Conceito de campo elétrico.....	151
	Campo elétrico gerado por cargas elétricas puntiformes.....	153
	Representação do campo elétrico por linhas de força.....	155
	Campo elétrico do condutor em equilíbrio eletrostático.....	157
	Lei de Coulomb.....	131
	Revisando.....	134
	Exercícios propostos.....	137
	Texto complementar.....	141
	Exercícios complementares.....	142
	Campo elétrico do condutor esférico.....	158
	Campo elétrico uniforme.....	159
	Revisando.....	163
	Exercícios propostos.....	165
	Texto complementar.....	169
	Exercícios complementares.....	170

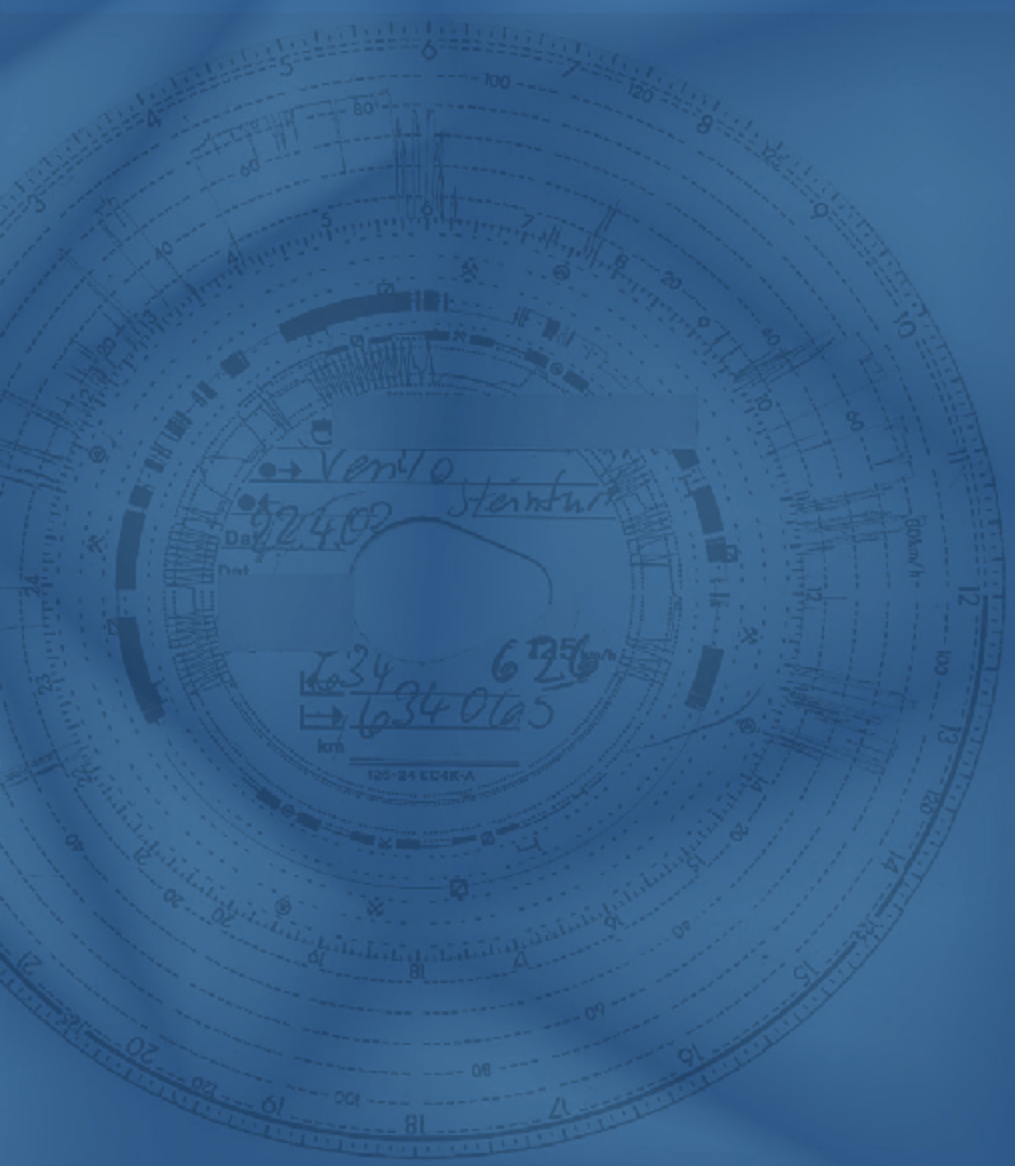
3	Potencial elétrico.....	177
	Introdução.....	178
	Trabalho e energia.....	178
	Sistemas conservativos.....	181
	Potencial elétrico.....	182
	Espontaneidade e trabalho.....	182
	Cálculo do potencial elétrico devido a distribuições de carga elétrica.....	183
	Superfícies equipotenciais.....	185
	Energia potencial elétrica de sistema formado por duas cargas puntiformes.....	187
	Potencial elétrico do condutor carregado e em equilíbrio eletrostático.....	188
	Potencial em um campo elétrico uniforme.....	190
	Revisando.....	192
	Exercícios propostos.....	194
	Textos complementares.....	199
	Exercícios complementares.....	201
4	Corrente elétrica.....	209
	Eletrostática x Eletrodinâmica.....	210
	Forma de onda da corrente elétrica.....	213
	Princípio da continuidade da corrente elétrica.....	215
	Bipolo elétrico.....	215
	Resistência elétrica.....	217
	Efeito Joule.....	218
	Revisando.....	218
	Exercícios propostos.....	220
	Texto complementar.....	226
	Exercícios complementares.....	227

Frente 3

1	Termometria.....	232
	Introdução.....	233
	Revisando.....	237
	Exercícios propostos.....	239
	Textos complementares.....	242
	Exercícios complementares.....	244
2	Dilatação térmica.....	247
	Dilatação dos sólidos.....	248
	Dilatação dos líquidos.....	253
	Revisando.....	255
	Exercícios propostos.....	257
	Texto complementar.....	259
	Exercícios complementares.....	260
3	Calorimetria.....	264
	Calor.....	265
	Revisando.....	271
	Exercícios propostos.....	272
	Textos complementares.....	275
	Exercícios complementares.....	277
4	Mudança de estado.....	281
	Introdução.....	282
	Diagrama de estado.....	288
	Revisando.....	289
	Exercícios propostos.....	290
	Textos complementares.....	294
	Exercícios complementares.....	297
5	Propagação de calor.....	302
	Tipos de propagação.....	303
	Revisando.....	309
	Exercícios propostos.....	310
	Textos complementares.....	313
	Exercícios complementares.....	316
6	Gases e termodinâmica.....	321
	Cás ideal.....	322
	Calor – Forma de energia.....	330
	Revisando.....	337
	Exercícios propostos.....	340
	Textos complementares.....	346
	Exercícios complementares.....	349
	Gabarito.....	359



Frente 1

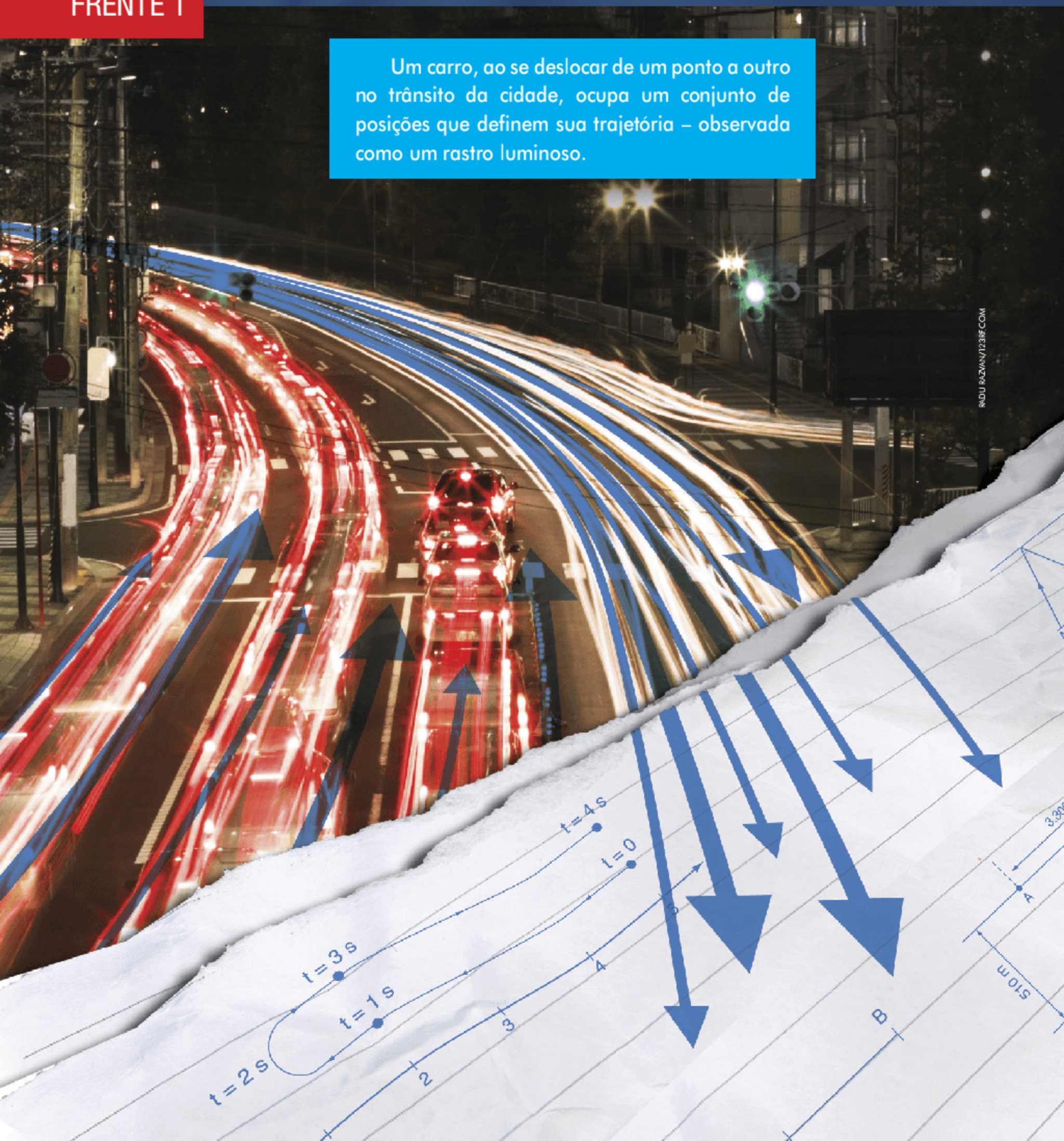


1

FRENTE 1

Introdução à Cinemática

Um carro, ao se deslocar de um ponto a outro no trânsito da cidade, ocupa um conjunto de posições que definem sua trajetória – observada como um rastro luminoso.



A Cinemática é a parte da Mecânica que estuda a geometria dos movimentos, tratando da descrição do movimento em termo de três grandezas: **posição**, **velocidade** e **aceleração**, todas como função do tempo. A Cinemática não trata das causas que produzem o movimento, assunto esse abordado em Dinâmica.

Conceitos fundamentais

A seguir, estudaremos alguns conceitos muito importantes para a compreensão da Cinemática.

Ponto material

Um corpo é considerado como sendo um ponto material, com o propósito de facilitar o seu estudo, quando suas dimensões são desprezíveis se comparadas com as dimensões envolvidas no fenômeno descrito por esse corpo. Nesses casos, o corpo também é chamado de partícula.

Já quando as dimensões não podem ser desprezadas no estudo do fenômeno, temos um corpo extenso.

Um ponto material, dessa forma:

- **não possui dimensões**
- **não possui estrutura interna**

Não podemos, no entanto, pensar que o ponto material perde todas as suas outras propriedades. Ao contrário:

- **possui massa, carga elétrica etc.**

Dessa definição, podemos observar que o conceito de ponto material é relativo, podendo o mesmo corpo ora ser encarado como partícula, ora não.

Observação: Se estamos interessados no estudo do movimento de um carro ao longo de uma rodovia, é correta a consideração do móvel como partícula, pois seu tamanho é muito menor do que o da estrada. Por outro lado, se estudamos a manobra de um carro dentro de uma garagem, ele não pode ser estudado como partícula (Fig. 1).

Referencial

O referencial, ou sistema de referência, é um corpo que observa o movimento (ou repouso) de um ponto material e, com base nessa observação, podem ser fornecidos os valores

de posição, velocidade e aceleração da partícula como função do tempo.

Se, em um jogo de futebol, é cobrado um escanteio, o narrador esportivo, localizado na sua cabine, e um atacante que corre para cabecear, indo de encontro à bola, descrevem diferentemente o movimento desta.

Ambos são referenciais descrevendo o movimento e calculando posição e velocidade da bola.

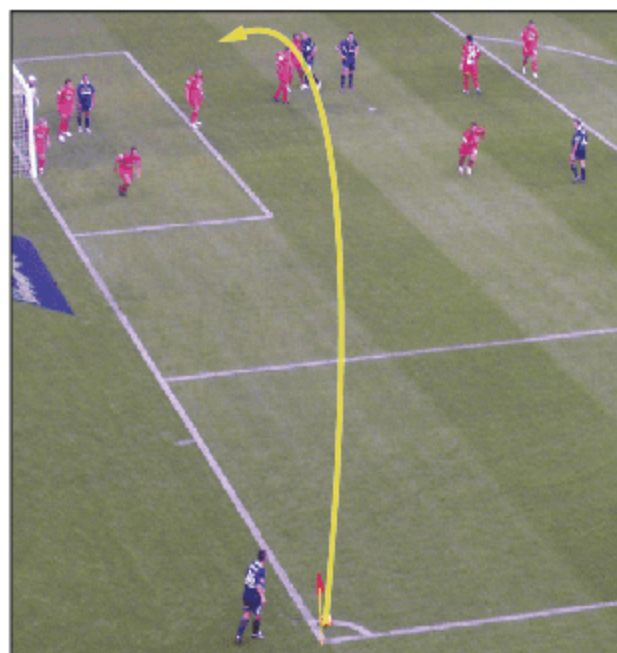


Fig. 2 O movimento da bola pode ser observado por diferentes referenciais.

A escolha desse sistema de referência é arbitrária, pois não interfere no movimento do corpo. No exemplo anterior, qualquer que seja o referencial, inclusive um torcedor à beira do gramado, não se modifica o movimento da bola.

Porém, durante todo o estudo do movimento, o referencial deve permanecer o mesmo.

Ao escolhermos um sistema de referência para resolver um exercício, tomaremos aquele que facilita o estudo e os cálculos ao máximo.

ATENÇÃO!

Se, em uma questão, não for especificado nenhum referencial, os movimentos serão considerados em relação à superfície da Terra.

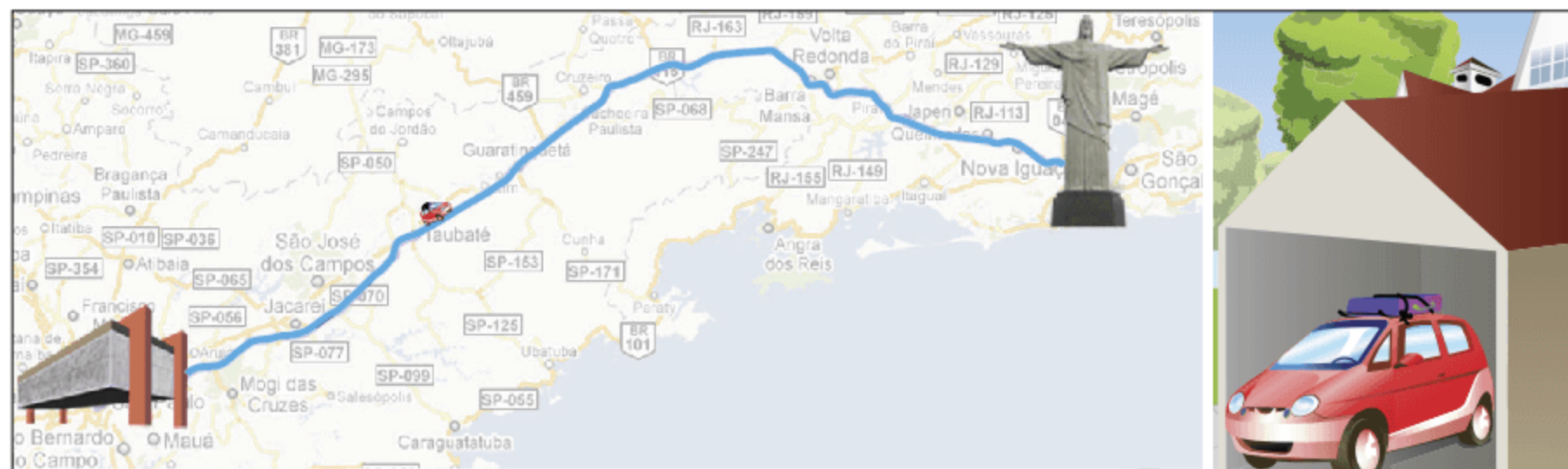


Fig. 1 Diferença entre ponto material e corpo extenso.

Determinação da posição de um móvel

A localização de um corpo em relação a um referencial é fornecida pelas coordenadas desse corpo.

Vejam alguns exemplos:

- I. Para o movimento de uma bola de boliche ao longo da canaleta, sua localização é dada pelo uso de apenas uma coordenada (x).

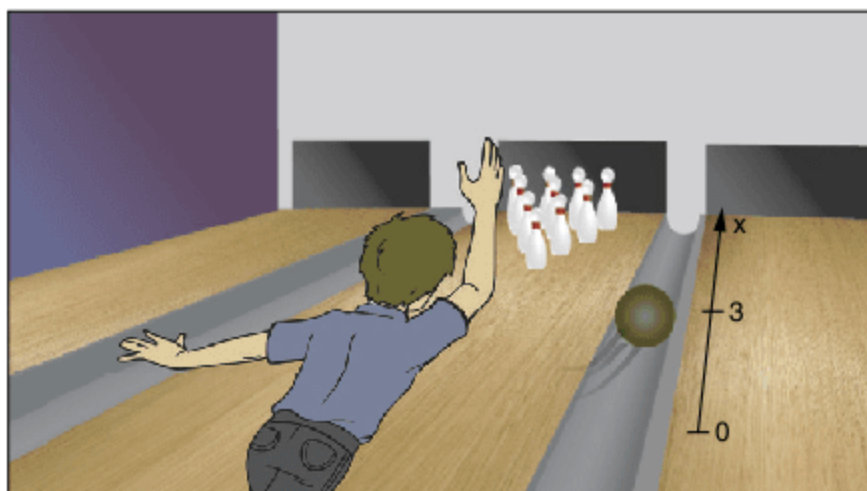


Fig. 3 Posição de uma bola de boliche ao longo da canaleta – eixo x .

Na figura 3, escolhemos um eixo com origem no referencial e orientação arbitrária.

Assim, pela coordenada x , podemos determinar a posição da bola. No nosso exemplo, $x = 3$.

- II. Para o movimento de uma bola sobre uma mesa de bilhar, sua localização é dada pelo uso de duas coordenadas (x e y), pois com uma única coordenada não conseguimos determinar completamente a posição da bola sobre a mesa.

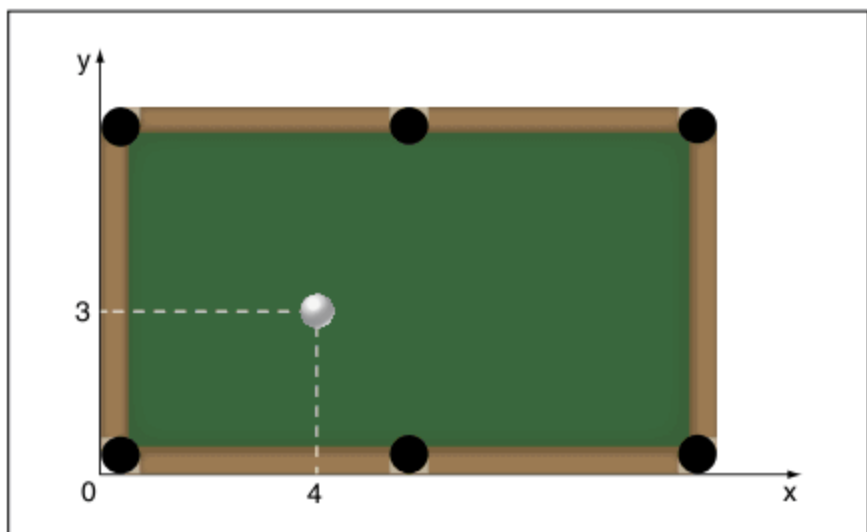


Fig. 4 Posição de uma bola de bilhar em uma mesa – eixos x e y .

Na figura 4, escolhemos dois eixos perpendiculares entre si, ambos com origem no referencial e com orientações arbitrárias.

Assim, pelas coordenadas x e y , podemos determinar a posição da bola. No nosso exemplo, $x = 4$ e $y = 3$, ou $(4; 3)$, é a sua posição.

- III. Já para o movimento de um balão dentro de um quarto, sua localização é dada pelo uso de três coordenadas (x , y e z), pois com duas coordenadas não conseguimos determinar completamente a posição do balão.

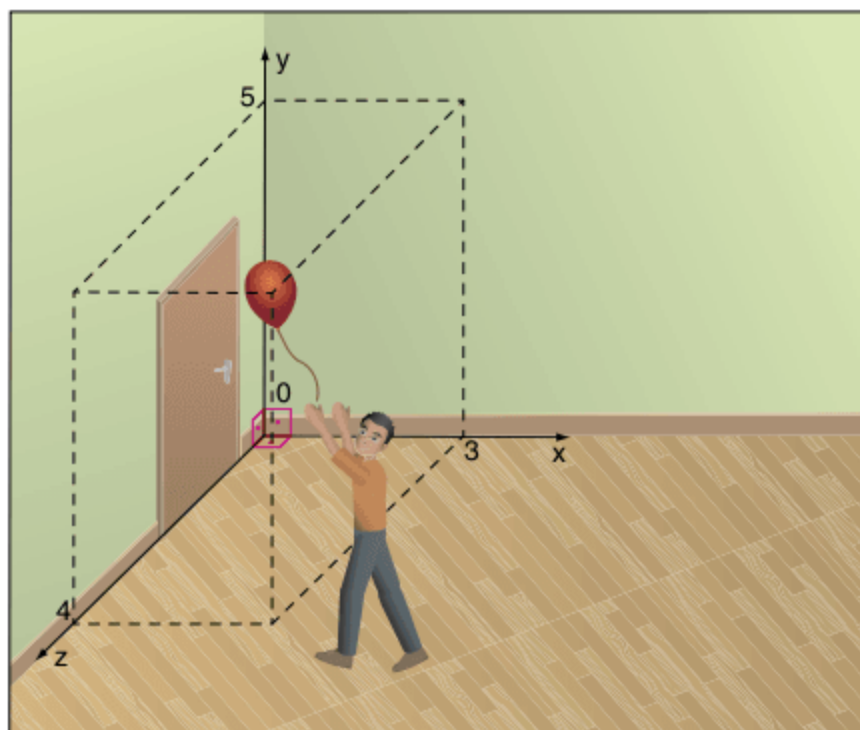


Fig. 5 Posição de um balão – eixos x , y e z .

Na figura 5, escolhemos três eixos perpendiculares entre si dois a dois, com origem comum, que chamamos de sistema cartesiano triortogonal.

Assim, pelas coordenadas x , y e z , podemos determinar a posição do balão. No nosso exemplo, $x = 3$, $y = 5$ e $z = 4$, ou $(3; 5; 4)$, é a sua posição.

Repouso e movimento

Uma moça dormindo dentro de um ônibus a 30 km/h está em repouso ou em movimento?

- Em repouso (para o colega de viagem).
- Em movimento (para uma criança sentada em um ponto de ônibus).

Como podemos observar, as respostas do passageiro e da criança foram totalmente diferentes.

Ambas estão corretas. O conceito de repouso e movimento é relativo, isto é, depende do referencial adotado. Para o passageiro do ônibus, a moça está em repouso; para a criança, ela está em movimento com a mesma velocidade do ônibus (30 km/h).

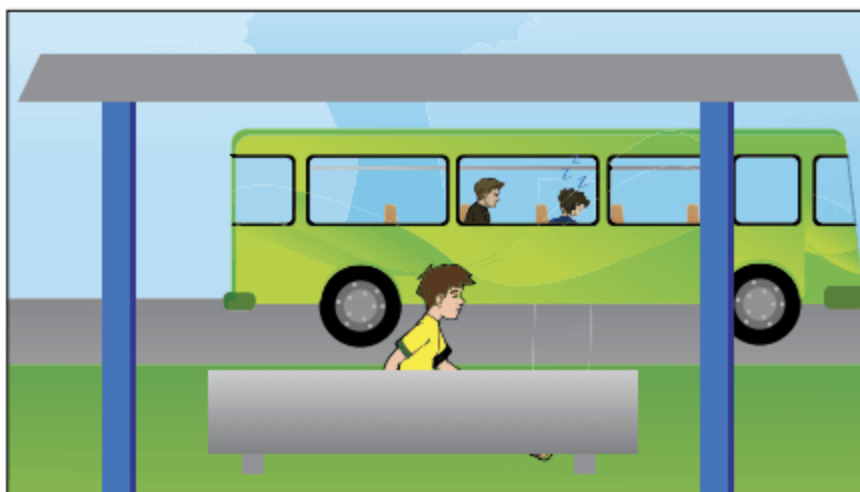


Fig. 6 Passageiro e criança observam diferentemente a moça sentada no ônibus.

Já vimos que, em relação a um referencial espacial qualquer, um ponto genérico possui 3 coordenadas.

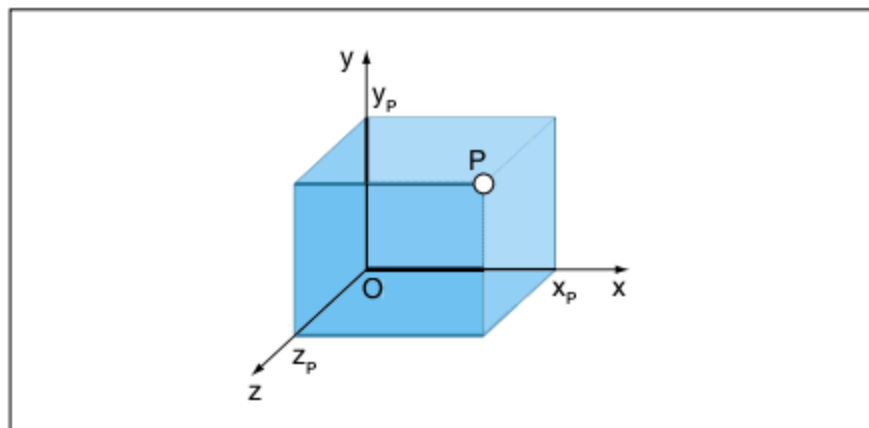


Fig. 7 Coordenadas x_p , y_p e z_p de um ponto.

Dessa forma, um corpo é considerado em repouso em relação a um dado referencial se todas as suas 3 coordenadas naquele sistema não variam com o tempo.

Por outro lado, ele é considerado em movimento se pelo menos uma delas variar com o tempo.

Trajétoria

A trajetória é o conjunto de posições ocupadas por um ponto material no decorrer do tempo.



Fig. 8 A trajetória pode ser observada pelo rastro da fumaça do avião.

Esse também é um conceito relativo, pois a posição de um ponto só pode ser descrita quando se escolhe um referencial, dependendo, portanto, deste.

Veja o exemplo a seguir, de uma pedra sendo solta de um avião que se movimenta em relação ao solo.

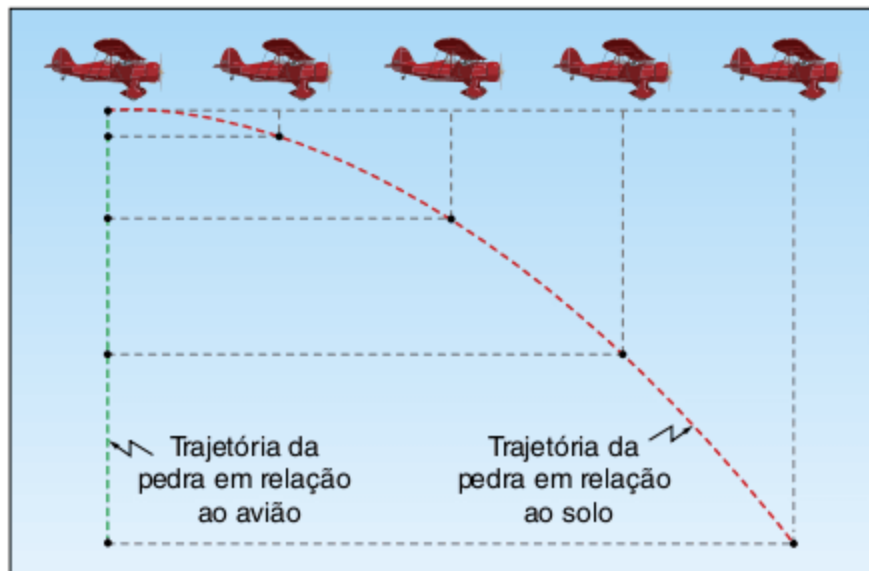


Fig. 9 A forma da trajetória depende do referencial.

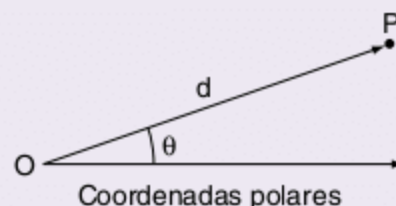
A pedra executa trajetórias diferentes, dependendo de quem a observa:

- em relação ao piloto do avião, a pedra possui uma trajetória retilínea.

- em relação ao observador fixo no solo, a pedra possui uma trajetória curvilínea (veremos à frente que essa trajetória é parabólica).

ATENÇÃO!

- Se um corpo está em repouso, a sua trajetória se reduz a um ponto.
- Vale ressaltar que, em Física, existem muitos conceitos relativos, para os quais é necessária muita atenção.
- Podemos localizar um ponto de outras formas, além das coordenadas cartesianas, por exemplo, pela distância à origem e pelo ângulo que a reta forma com um eixo.



Assim, d e θ são as coordenadas. Esse sistema é chamado de coordenadas polares, e não será utilizado por nós.

- Um dos tópicos de grande dificuldade, em Física, é a mudança do sistema de referência.

Espaço de um móvel

Espaço

Se um carro vai de São Paulo ao Rio de Janeiro e queremos saber a sua posição ao passar por São José dos Campos, podemos definir um sistema cartesiano triortogonal e determinar os valores das coordenadas x , y e z .

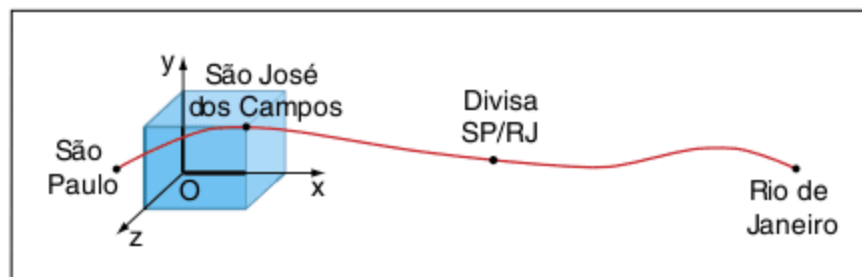


Fig. 10 Posição de São José dos Campos em um sistema cartesiano triortogonal.

Porém, isso seria muito complicado. Um modo mais simples é o de fornecer a posição do carro em relação à própria trajetória, já conhecida.

Para isso, um ponto O é escolhido de forma arbitrária como sendo a origem e uma orientação é dada à trajetória.

No nosso exemplo, a origem está na divisa SP/RJ e a orientação é positiva no sentido do Rio de Janeiro para São Paulo:

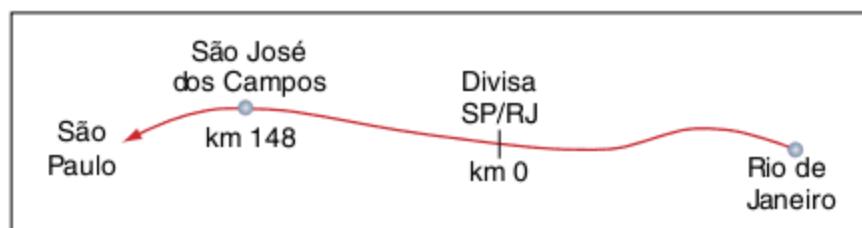


Fig. 11 Posição de São José dos Campos ao longo da Via Dutra.

Então, podemos afirmar que São José dos Campos se encontra no km 148 da Via Dutra.

Dessa forma, chamamos de espaço a posição de uma partícula em relação à sua trajetória.

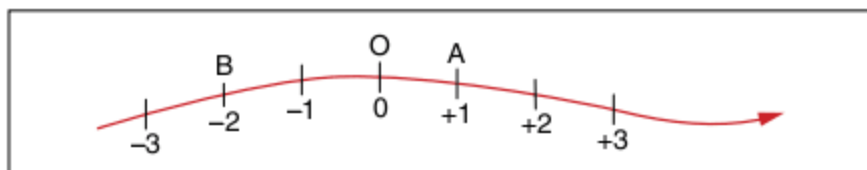


Fig. 12 Pontos A e B sobre trajetória orientada.

Na figura 12, com a origem em O:

- A posição de A é +1 m: A está a 1 m de O (origem dos espaços) e na região positiva.
- A posição de B é -2 m: B está a 2 m de O (origem dos espaços) e na região negativa.

ATENÇÃO!

A escolha da origem e da orientação não alteram o lugar em que se encontra o corpo. No exemplo da figura 11, o carro não deixaria de estar em São José dos Campos caso fosse escolhida outra origem ou outra orientação.

Função horária do espaço

Se um corpo está em movimento em relação a um referencial, à medida que varia o tempo, também varia o valor do espaço do corpo.

A função horária do espaço é a função que relaciona os espaços s de um móvel com os correspondentes instantes t .

Se conhecemos a função horária, podemos determinar o espaço do móvel para cada instante de tempo.

Tomemos as seguintes funções horárias, com t em segundos e s em metros.

I. $s = 4 + 2t$

$$\begin{aligned} t = 0: & \quad s = 4 + 2 \cdot 0 \Rightarrow s = 4 \text{ m} \\ t = 1 \text{ s}: & \quad s = 4 + 2 \cdot 1 \Rightarrow s = 6 \text{ m} \\ t = 2 \text{ s}: & \quad s = 4 + 2 \cdot 2 \Rightarrow s = 8 \text{ m} \\ t = 3 \text{ s}: & \quad s = 4 + 2 \cdot 3 \Rightarrow s = 10 \text{ m} \end{aligned}$$

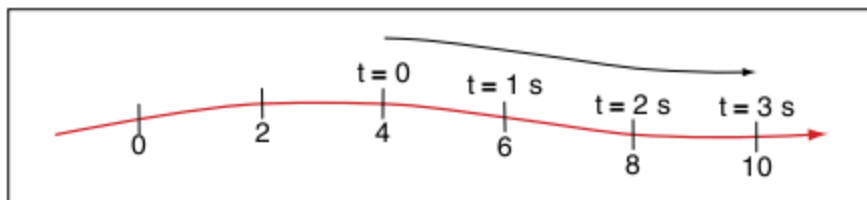


Fig. 13 Espaços para a função $s = 4 + 2t$.

II. $s = 5 - 4t + t^2$

$$\begin{aligned} t = 0: & \quad s = 5 - 4 \cdot 0 + 0^2 \Rightarrow s = 5 \text{ m} \\ t = 1 \text{ s}: & \quad s = 5 - 4 \cdot 1 + 1^2 \Rightarrow s = 2 \text{ m} \\ t = 2 \text{ s}: & \quad s = 5 - 4 \cdot 2 + 2^2 \Rightarrow s = 1 \text{ m} \\ t = 3 \text{ s}: & \quad s = 5 - 4 \cdot 3 + 3^2 \Rightarrow s = 2 \text{ m} \\ t = 4 \text{ s}: & \quad s = 5 - 4 \cdot 4 + 4^2 \Rightarrow s = 5 \text{ m} \end{aligned}$$

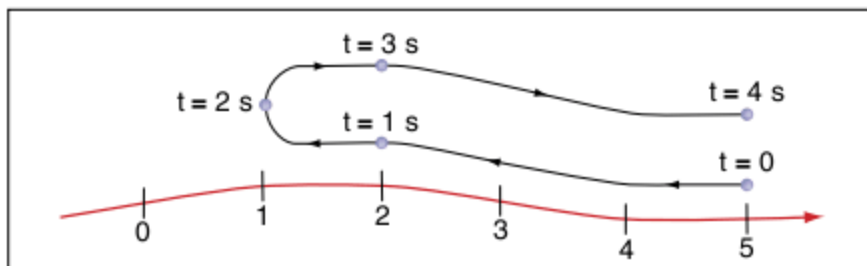


Fig. 14 Espaços para a função $s = 5 - 4t + t^2$.

O instante $t = 0$ é chamado de origem dos tempos, representando o instante do disparo do cronômetro do observador. O espaço do móvel no instante $t = 0$ é chamado de espaço inicial (s_0).

No exemplo I, $s_0 = 4$ m e, no exemplo II, $s_0 = 5$ m.

Por outro lado, se conhecemos o espaço do móvel para cada instante de tempo, podemos determinar a função horária do espaço.

Tomemos os seguintes pares de espaço-tempo:

III. $t = 0: \quad s = 5$ m
 $t = 1$ s: $s = 4$ m
 $t = 2$ s: $s = 3$ m
 $t = 3$ s: $s = 2$ m

Dos dados fornecidos, podemos deduzir que:

$$s = 5 - t$$

Com base na função horária, podemos também calcular em que instante o espaço assume certo valor.

No exemplo III, se quisermos saber em que instante $s = 1$ m, basta tomarmos:

$$5 - t = 1 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

Variação de espaço

Se um corpo, em um instante t_1 , possui espaço s_1 e, em um instante t_2 , possui espaço s_2 , temos:

$\Delta t = t_2 - t_1$ é a variação de tempo e

$\Delta s = s_2 - s_1$ é a variação de espaço.

Observação: A letra grega maiúscula delta (Δ), quando acompanhada de uma grandeza, indica a variação desta, ou seja, a diferença de valores dessa grandeza entre um instante inicial e um instante final.

Por exemplo, se a posição inicial de um corpo é 5 m e a sua posição final é 8 m, então:

$$\Delta s = s_{\text{final}} - s_{\text{inicial}} = 8 \text{ m} - 5 \text{ m} \Rightarrow \Delta s = 3 \text{ m}$$

Da definição de variação de espaço, podemos concluir:

- Se $s_2 > s_1$, então $\Delta s > 0$ e o corpo se move aumentando seu espaço, portanto no sentido positivo da trajetória.

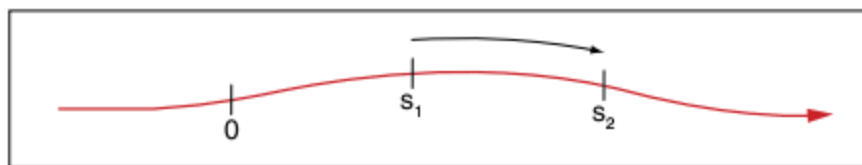


Fig. 15 $s_2 > s_1$.

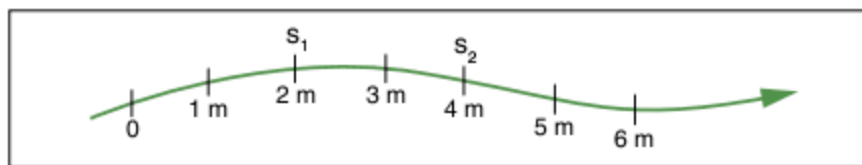


Fig. 16 $s_1 = 2$ m e $s_2 = 4$ m, com $\Delta s = 2$ m.

- Se $s_2 < s_1$, então $\Delta s < 0$ e o corpo se move diminuindo seu espaço, portanto no sentido negativo da trajetória.

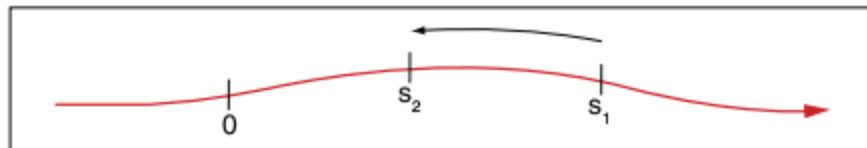


Fig. 17 $s_2 < s_1$.

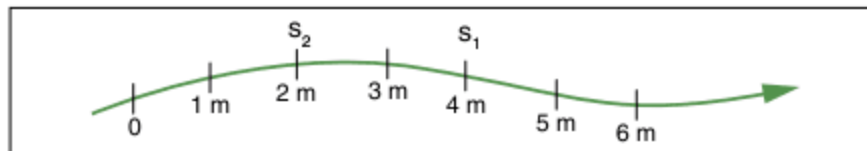


Fig. 18 $s_1 = 4 \text{ m}$ e $s_2 = 2 \text{ m}$, com $\Delta s = -2 \text{ m}$.

- Se $s_2 = s_1$, então $\Delta s = 0$, e o corpo não se move ao longo da trajetória.

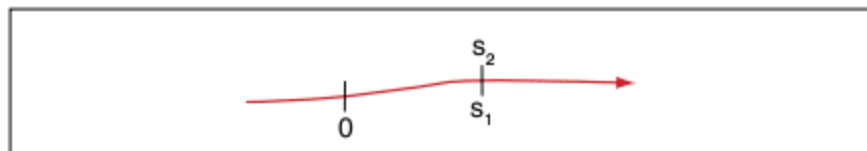


Fig. 19 $s_2 = s_1$, com $\Delta s = 0$.

Distância percorrida

Se um corpo vai de $s_1 = 10 \text{ km}$ até $s_2 = 70 \text{ km}$ e depois retorna a $s_3 = 30 \text{ km}$, temos:

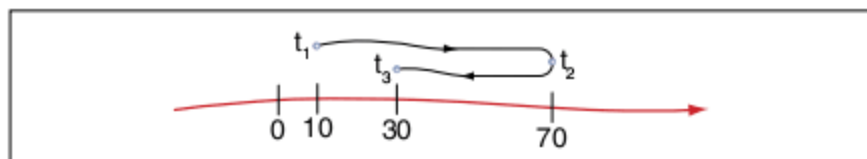


Fig. 20 Movimento de $s_1 = 10 \text{ km}$ a $s_3 = 30 \text{ km}$.

- de t_1 a t_2 : $\Delta s_{12} = 70 \text{ km} - 10 \text{ km} = 60 \text{ km}$
 - de t_2 a t_3 : $\Delta s_{23} = 30 \text{ km} - 70 \text{ km} = -40 \text{ km}$
 - de t_1 a t_3 : $\Delta s_{13} = 30 \text{ km} - 10 \text{ km} = 20 \text{ km}$
- ou: $\Delta s_{13} = \Delta s_{12} + \Delta s_{23} = (60 \text{ km}) + (-40 \text{ km}) = 20 \text{ km}$

Temos acima os cálculos das variações de espaço para os três casos.

Porém, se desejarmos saber a distância efetivamente percorrida pelo corpo entre t_1 e t_3 , temos:

$$d = |\Delta s_{12}| + |\Delta s_{23}| = 60 \text{ km} + 40 \text{ km} \Rightarrow d = 100 \text{ km}$$

Dessa forma, a distância efetivamente percorrida é a soma dos módulos das variações de espaço em cada sentido do movimento.

A distância d coincide com o módulo da variação de espaço Δs quando o corpo se move em um único sentido entre os intervalos de tempo considerados:



Fig. 21 Movimento de $s_1 = 70 \text{ km}$ a $s_2 = 100 \text{ km}$.

Temos $\Delta s = 30 \text{ km}$ e $d = 30 \text{ km}$.

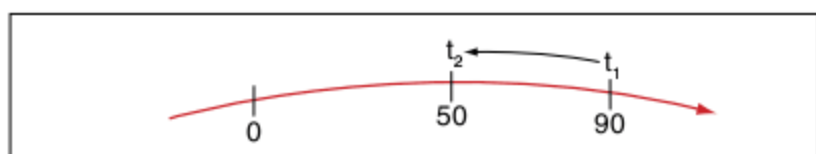


Fig. 22 Movimento de $s_1 = 90 \text{ km}$ a $s_2 = 50 \text{ km}$.

Temos $\Delta s = -40 \text{ km} \Rightarrow |\Delta s| = 40 \text{ km}$ e $d = 40 \text{ km}$.

ATENÇÃO!

Conversão de unidade:

$$1 \text{ m/s} = \frac{1}{\frac{1}{3.600} \text{ h}} \frac{\text{km}}{1.000} = 3,6 \text{ km/h}$$

Para converter m/s para km/h, multiplicamos por 3,6:

$$20 \text{ m/s} = 20 \cdot 3,6 \text{ km/h} = 72 \text{ km/h}$$

Para converter km/h para m/s, dividimos por 3,6:

$$108 \text{ km/h} = 108/3,6 \text{ m/s} = 30 \text{ m/s}$$

Velocidade

Velocidade escalar média

Vamos começar analisando um exemplo. Se um automóvel, em uma viagem, percorrer 200 km em 2 horas, podemos dizer que o carro percorreu, em média, 100 km a cada hora.

Daí afirmamos que a velocidade escalar média do automóvel foi de 100 km/h.

É importante observar que o automóvel não percorreu necessariamente 100 km a cada hora. Ele pode ter percorrido 120 km na 1ª hora e 80 km na 2ª hora, ou ainda, 50 km na 1ª hora e 150 km na 2ª hora.

De um modo geral, se um corpo está em s_1 no instante t_1 e em s_2 no instante t_2 , a velocidade média (v_m) é definida como sendo a razão entre a variação de espaço (Δs) e a variação de tempo (Δt):

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

onde $\Delta s = s_2 - s_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$.

Daí vem que a unidade de medida de velocidade é a razão entre a unidade de medida de espaço e a unidade de medida de tempo:

$$u(v) = \frac{u(s)}{u(t)}$$

No Sistema Internacional de Unidades (SI):

$$u(v) = \text{m/s}$$

ATENÇÃO!

Sobre o sinal da velocidade escalar média, podemos observar que, como Δt é sempre positivo, pois $t_2 > t_1$, o sinal de Δs determina o sinal de v_m :

- se $s_2 > s_1 \Rightarrow \Delta s > 0 \Rightarrow v_m > 0$
- se $s_2 < s_1 \Rightarrow \Delta s < 0 \Rightarrow v_m < 0$
- se $s_2 = s_1 \Rightarrow \Delta s = 0 \Rightarrow v_m = 0$

Velocidade escalar instantânea

No caso do automóvel que percorreu 200 km em 2 h, a velocidade média foi de 100 km/h. Porém, isso não significa que em todo instante a velocidade foi de 100 km/h. O automóvel pode ter até parado no caminho para fazer um abastecimento.

Para sabermos a velocidade do móvel em todo instante, a velocidade escalar média não nos serve; precisamos conhecer a velocidade escalar instantânea. Ela é a velocidade indicada pelo velocímetro do carro.



Fig. 23 Velocímetro a 80 km/h.

A velocidade escalar instantânea pode ser definida como a velocidade escalar média quando o intervalo de tempo se torna extremamente pequeno, ou seja, tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$).

Nesse caso, Δs também tende a zero, porém o quociente $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ tende a um valor limite, que é a velocidade escalar instantânea:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m$$

Logo:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Movimento progressivo e movimento retrógrado

O movimento é chamado progressivo quando o móvel se desloca no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória.

Nesse caso, o espaço cresce com o decorrer do tempo, o que implica em variação positiva de espaço ($\Delta s > 0$) e consequente velocidade escalar positiva ($v > 0$).

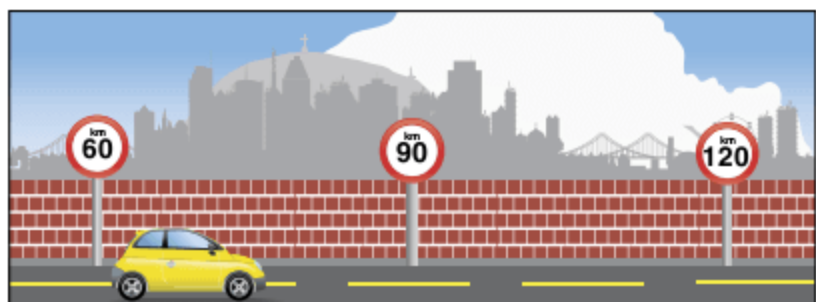


Fig. 24 Movimento progressivo: $\Delta s > 0$ e $v > 0$.

O movimento é chamado retrógrado quando o móvel se desloca no sentido contrário ao da orientação positiva da trajetória.

Nesse caso, o espaço decresce com o decorrer do tempo, o que implica em variação negativa de espaço ($\Delta s < 0$) e consequente velocidade escalar negativa ($v < 0$).

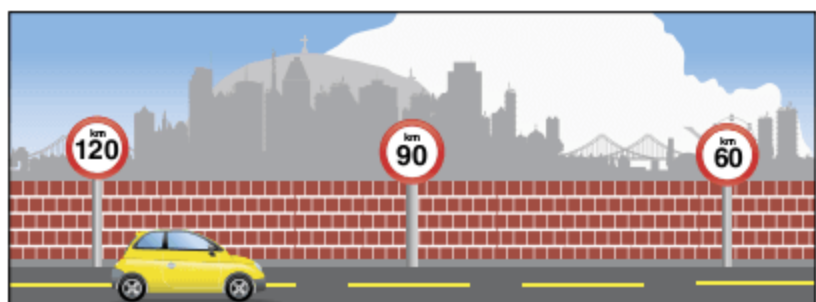


Fig. 25 Movimento retrógrado: $\Delta s < 0$ e $v < 0$.

ATENÇÃO!

Note bem que, como a escolha da orientação positiva é arbitrária, um movimento progressivo passa a ser retrógrado se invertermos a orientação, e vice-versa.

Exercícios resolvidos

1 A velocidade de um avião é de 360 km/h. Qual é o valor dessa velocidade em m/s?

Resolução:

$$v = 360 \text{ km/h} = \frac{360}{3,6} \text{ m/s} \Rightarrow v = 100 \text{ m/s}$$

2 Um automóvel passa pelo marco quilométrico 218 de uma estrada às dez horas e quinze minutos e pelo marco 236 às dez horas e meia. Determine a velocidade média do automóvel em km/h.

Resolução:

$$t_1 = 10h15 \text{ para } s_1 = 218 \text{ km}$$

$$t_2 = 10h30 \text{ para } s_2 = 236 \text{ km}$$

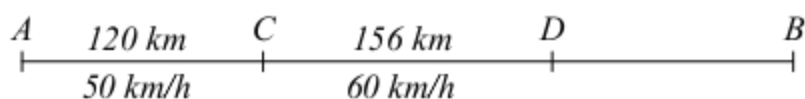
$$\Delta s = s_2 - s_1 = 236 \text{ km} - 218 \text{ km} = 18 \text{ km}$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 = 10h30 - 10h15 = 15 \text{ min} = \frac{1}{4} \text{ h}$$

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{18 \text{ km}}{\frac{1}{4} \text{ h}} \Rightarrow v_m = 72 \text{ km/h}$$

3 A distância entre duas cidades, A e B, de 546 km, é percorrida por um ônibus em 8 horas. O primeiro trecho, de 120 km, é percorrido com velocidade constante de 50 km/h e o segundo trecho, de 156 km, com velocidade constante de 60 km/h. Calcule a velocidade, suposta constante, no trecho que resta.

Resolução:



Se $AB = 546 \text{ km}$, $AC = 120 \text{ km}$ e $CD = 156 \text{ km}$, então:

$$DB = 546 \text{ km} - 120 \text{ km} - 156 \text{ km} \Rightarrow DB = 270 \text{ km}$$

$$\Delta t_{AC} = \frac{\Delta s_{AC}}{v_{m,AC}} = \frac{120 \text{ km}}{50 \text{ km/h}} = 2,4 \text{ h}$$

$$\Delta t_{CD} = \frac{\Delta s_{CD}}{v_{m,CD}} = \frac{156 \text{ km}}{60 \text{ km/h}} = 2,6 \text{ h}$$

Se $\Delta t_{AB} = 8 \text{ h}$, então:

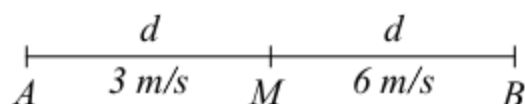
$$\Delta t_{DB} = 8 \text{ h} - 2,4 \text{ h} - 2,6 \text{ h} = 3 \text{ h}$$

Logo:

$$v_{m,DB} = \frac{\Delta s_{DB}}{\Delta t_{DB}} = \frac{270 \text{ km}}{3 \text{ h}} \Rightarrow v_{m,DB} = 90 \text{ km/h}$$

4 Uma partícula percorre uma trajetória retilínea AB, em que M é o ponto médio, sempre no mesmo sentido e com movimento uniforme em cada um dos trechos AM e MB. A velocidade da partícula no trecho AM é de 3 m/s e no trecho MB é de 6 m/s. Determine a velocidade média entre os pontos A e B.

Resolução:



Vamos tomar $AM = MB = d$

$$v_{m,AB} = \frac{\Delta s_{AB}}{\Delta t_{AB}}$$

Mas:

$$\Delta s_{AB} = \Delta s_{AM} + \Delta s_{MB} = d + d \Rightarrow \Delta s_{AB} = 2d$$

$$\Delta t_{AB} = \Delta t_{AM} + \Delta t_{MB}$$

$$\Delta t_{AM} = \frac{\Delta s_{AM}}{v_{m,AM}} = \frac{d}{3 \text{ m/s}}$$

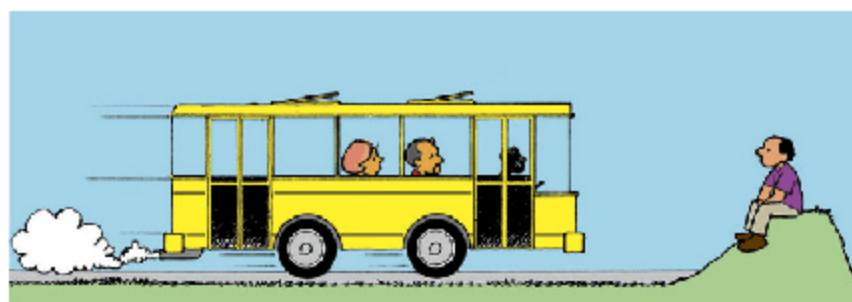
$$\Delta t_{MB} = \frac{\Delta s_{MB}}{v_{m,MB}} = \frac{d}{6 \text{ m/s}}$$

$$v_{m,AB} = \frac{2d}{\frac{d}{3 \text{ m/s}} + \frac{d}{6 \text{ m/s}}} = \frac{2d}{\frac{2d}{6 \text{ m/s}}} = 3 \text{ m/s} \Rightarrow v_{m,AB} = 3 \text{ m/s}$$

Revisando

1 UFRJ 2008 Heloísa, sentada na poltrona de um ônibus, afirma que o passageiro sentado à sua frente não se move, ou seja, está em repouso. Ao mesmo tempo, Abelardo, sentado à margem da rodovia, vê o ônibus passar e afirma que o referido passageiro está em movimento.

De acordo com os conceitos de movimento e repouso usados em Mecânica, explique de que maneira devemos interpretar as afirmações de Heloísa e Abelardo para dizer que ambas estão corretas.



© VITOR 07

2 Um avião de ajuda humanitária, voando sempre a uma velocidade constante, solta uma carga de alimentos sobre uma região isolada. Represente a trajetória da carga de alimentos:

- em relação ao piloto do avião.
- em relação a uma pessoa em repouso na Terra, não situada no plano de movimento da carga.

3 Um carro vai da cidade A para a cidade B e, depois, para a cidade C, todas situadas ao longo de uma mesma rodovia. Sabendo que as cidades A, B e C situam-se, respectivamente, nas posições 50 km, 90 km e 60 km, determine a variação de espaço e a distância percorrida:

- entre A e B.
- entre B e C.
- entre A e C.

- 4 UFRJ 2003** Um maratonista percorre a distância de 42 km em duas horas e quinze minutos. Determine a velocidade escalar média, em km/h, do atleta ao longo do percurso.
- 5 UFRJ 2006** Um estudante a caminho da UFRJ trafega 8,0 km na Linha Vermelha a 80 km/h (10 km/h a menos que o limite permitido nessa via).
Se ele fosse insensato e trafegasse a 100 km/h, calcule quantos minutos economizaria nesse mesmo percurso.
- 6 FEI (Adapt.)** Um automóvel percorre 300 km. Na primeira metade deste percurso, sua velocidade é de 75 km/h e, na segunda metade, sua velocidade é o dobro da velocidade na primeira metade. Quanto tempo ele levará para realizar todo o percurso?
- 7** Um ciclista pedala durante 2 horas a uma velocidade de 30 km/h e outras 2 horas a uma velocidade de 10 km/h. Qual a velocidade média do ciclista no percurso total?
- 8** Um ciclista pedala 10 km a uma velocidade de 30 km/h e outros 10 km a uma velocidade de 10 km/h. Qual a velocidade média do ciclista no percurso total?
- 9** Um motorista, partindo de São Paulo às 14 h, pretende chegar a Ribeirão Preto, distante 390 km, às 17h30. Durante os primeiros 50 min da viagem, ele mantém uma velocidade média de 120 km/h, quando um defeito mecânico o obriga a parar durante 15 min. A velocidade média que ele deve manter no restante do percurso, para chegar no horário previsto, é de quantos km/h?

Exercícios propostos

Referencial e trajetória

1 FMS Considere um ponto na superfície da Terra.

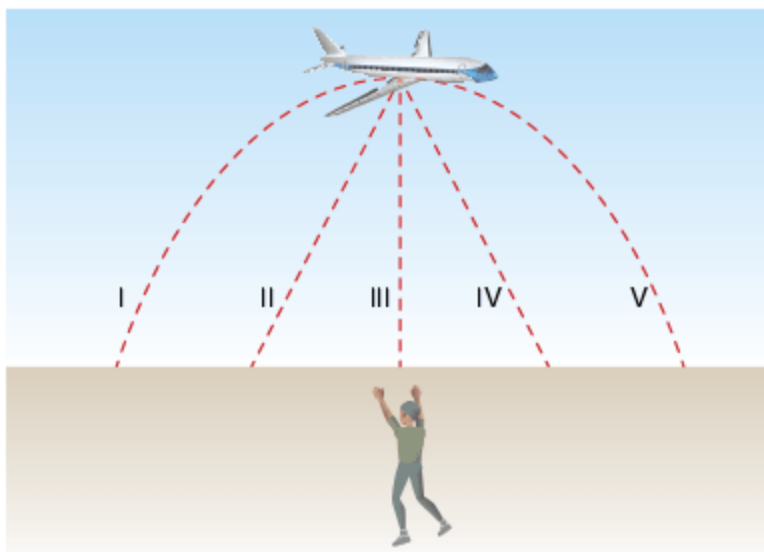
Podemos afirmar que:

- (a) o ponto descreve uma trajetória circular.
- (b) o ponto está em repouso.
- (c) o ponto descreve uma trajetória elíptica.
- (d) o ponto descreve uma trajetória parabólica.
- (e) a trajetória descrita depende do referencial adotado.

2 UFF 2004 Recentemente, o PAM (Programa Alimentar Mundial) efetuou lançamentos aéreos de 87 t de alimentos (sem uso de paraquedas) na localidade de Luvemba, em Angola. Os produtos foram ensacados e amarrados sobre placas de madeira para resistirem ao impacto da queda.

Disponível em: <www.angola.org.>.

A figura ilustra o instante em que um desses pacotes é abandonado do avião. Para um observador em repouso na Terra, o diagrama que melhor representa a trajetória do pacote depois de abandonado, é:



- (a) I
- (b) II
- (c) III
- (d) IV
- (e) V

Variação de espaço e distância percorrida

3 Unitau Um móvel parte do km 50, indo até o km 60, de onde, mudando o sentido do movimento, vai até o km 32. A variação de espaço e a distância efetivamente percorrida são, respectivamente:

- (a) 28 km e 28 km
- (b) 18 km e 38 km
- (c) -18 km e 38 km
- (d) -18 km e 18 km
- (e) 38 km e 18 km

Velocidade, espaço e tempo

4 UFPE 2003 A imprensa pernambucana, em reportagem sobre os riscos que correm os adeptos da “direção perigosa”, observou que uma pessoa leva cerca de 4,0 s para completar uma ligação de um telefone celular ou colocar um CD no aparelho de som de seu carro. Qual a distância percorrida por um

carro que se desloca a 72 km/h, durante este intervalo de tempo no qual o motorista não deu a devida atenção ao trânsito?

- (a) 40 m
- (b) 60 m
- (c) 80 m
- (d) 85 m
- (e) 97 m

5 Vunesp Ao passar pelo marco “km 200” de uma rodovia, um motorista vê um anúncio com a inscrição: “Abastecimento e restaurante a 30 minutos”. Considerando que esse posto de serviços se encontra junto ao marco “km 245” dessa rodovia, pode-se concluir que o anunciante prevê, para os carros que trafegam nesse trecho, uma velocidade média, em km/h, de:

- (a) 80
- (b) 90
- (c) 100
- (d) 110
- (e) 120

6 Fuvest Um avião vai de São Paulo a Recife em uma hora e 40 minutos. A distância entre essas cidades é de aproximadamente 3.000 km.

Adote: velocidade do som no ar = 340 m/s.

- a) Qual a velocidade média do avião?
- b) Prove que o avião é supersônico.

7 Fatec Uberlândia situa-se a 575 km de São Paulo. Um automóvel sai de São Paulo às 13h12, chegando a Uberlândia às 18h57.

Podemos afirmar que esse percurso foi desenvolvido com velocidade média de:

- (a) 115 km/h
- (b) 100 km/h
- (c) 85 km/h
- (d) 30 m/s
- (e) 20 m/s

8 UEL Em 1984, o navegador Amyr Klink atravessou o oceano Atlântico em um barco a remo, percorrendo a distância de, aproximadamente, 7.000 km em 100 dias. Nessa tarefa, sua velocidade média foi, em km/h, igual a:

- (a) 1,4
- (b) 2,9
- (c) 6,0
- (d) 7,0
- (e) 70

9 Fuvest Após chover na cidade de São Paulo, as águas da chuva descerão o rio Tietê até o rio Paraná, percorrendo cerca de 1.000 km. Sendo de 4 km/h a velocidade média das águas, o percurso mencionado será cumprido pelas águas da chuva em aproximadamente:

- (a) 30 dias
- (b) 10 dias
- (c) 25 dias
- (d) 2 dias
- (e) 4 dias

10 FEI Um patinador percorre uma pista oval, com perímetro de 200 m. Sabendo-se que a prova possui 72 voltas completas e o tempo total gasto pelo patinador durante a prova foi de 4 h, qual foi a velocidade média do patinador?

- (a) 14.400 m/h
- (b) 3,6 km/h
- (c) 3,6 m/s
- (d) 14,4 km/h
- (e) 14,4 m/s

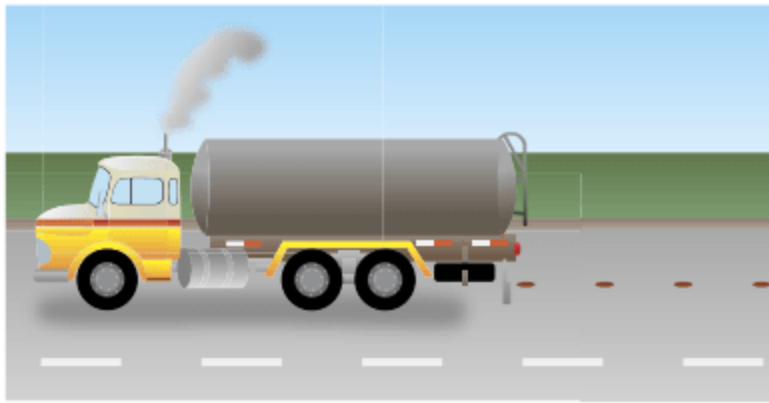
11 UFBA 2010 As comemorações dos 40 anos da chegada do homem à Lua trouxeram à baila o grande número de céticos que não acreditam nessa conquista humana. Em um programa televisivo, um cientista informou que foram deixados na Lua espelhos refletores para que, da Terra, a medida da distância Terra-Lua pudesse ser realizada periodicamente, e com boa precisão, pela medida do intervalo de tempo Δt que um feixe de *laser* percorre o caminho de ida e volta.

Um grupo acompanhou uma medida realizada por um cientista, na qual $\Delta t = 2,5$ s. Considerando que a velocidade da luz, no vácuo, é igual a $3 \cdot 10^8$ m/s e desprezando os efeitos da rotação da Terra, calcule a distância Terra-Lua.

12 UFRJ 2006 Um atleta dá 150 passos por minuto, cada passo com um metro de extensão.

Calcule quanto tempo ele gasta, nessa marcha, para percorrer 6,0 km.

13 Vunesp Num caminhão-tanque em movimento, uma torneira mal fechada goteja à razão de duas gotas por segundo. Determine a velocidade do caminhão, sabendo que a distância entre marcas sucessivas deixadas pelas gotas no asfalto é de 2,5 m.



14 Enem 2002 As cidades de Quito e Cingapura encontram-se próximas à linha do equador e em pontos diametralmente opostos no globo terrestre. Considerando o raio da Terra igual a 6.370 km, pode-se afirmar que um avião saindo de Quito, voando em média 800 km/h, descontando as paradas de escala, chega a Cingapura em aproximadamente

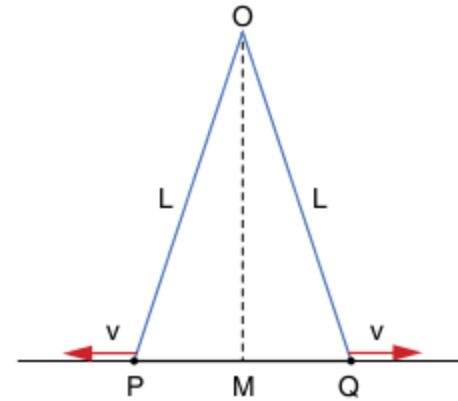
- (a) 16 horas. (c) 25 horas. (e) 36 horas.
(b) 20 horas. (d) 32 horas.

15 UFRJ 2009 No dia 10 de setembro de 2008, foi inaugurado o mais potente acelerador de partículas já construído. O acelerador tem um anel, considerado nesta questão como circular, de 27 km de comprimento, no qual prótons são postos a girar em movimento uniforme.

Supondo que um dos prótons se mova em uma circunferência de 27 km de comprimento, com velocidade de módulo $v = 240.000$ km/s, calcule o número de voltas que esse próton dá no anel em uma hora.

16 Um veículo percorre uma determinada distância com velocidade v , em um dado tempo t . Se a velocidade for aumentada em 50%, qual será, em porcentagem, a redução de tempo para a mesma distância?

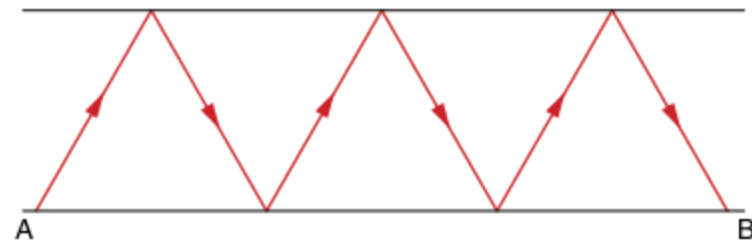
17 Fatec Considere a escada de abrir. Os pés P e Q se movem com velocidade constante, v .



O intervalo de tempo decorrido, desde o início da abertura, para que o triângulo POQ se torne equilátero será:

- (a) $\frac{L}{v}$ (c) $\frac{2L}{\sqrt{3}v}$ (e) $\frac{2L}{v}$
(b) $\frac{L}{2v}$ (d) $\frac{L}{4v}$

18 Fuvest Um carteiro, ao fazer sua entrega, caminha através de uma rua retilínea, descrevendo a trajetória indicada, com velocidade média de 30 m/min. Os segmentos formam com a rua triângulos equiláteros de 20 m de lado.



- a) Quantos metros o carteiro caminhou desde o ponto A até o ponto B?
b) Quanto tempo ele levou para ir de A até B?

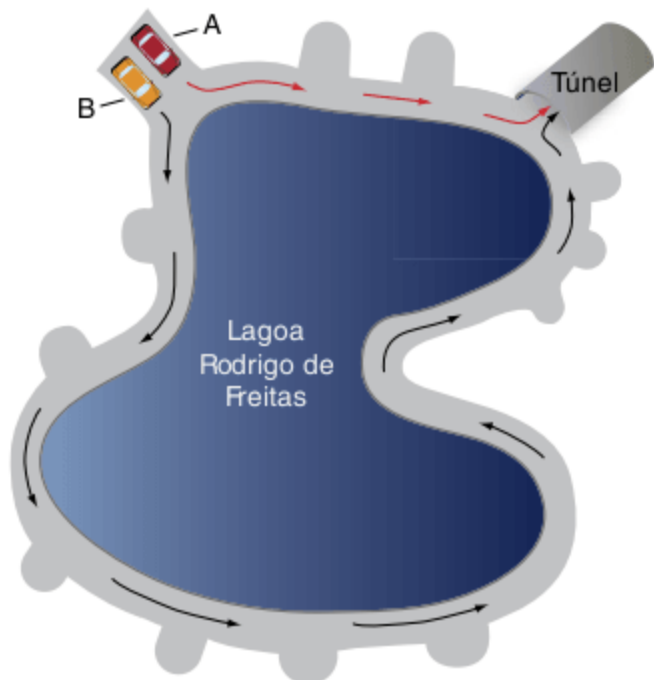
19 Unicamp Pesquisas atuais no campo das comunicações indicam que as "infovias" (sistemas de comunicações entre redes de computadores como a internet, por exemplo) serão capazes de enviar informação através de pulsos luminosos transmitidos por fibras ópticas com a frequência de 10^{11} pulsos/segundo. Na fibra óptica a luz se propaga com velocidade de $2 \cdot 10^8$ m/s.

- a) Qual o intervalo de tempo entre dois pulsos de luz consecutivos?
b) Qual a distância (em metros) entre dois pulsos?

20 Cesgranrio Você faz determinado percurso em 2 horas, de automóvel, se a sua velocidade média for 75 km/h. Se você fizesse essa viagem a uma velocidade média de 100 km/h, você ganharia:

- (a) 75 min (c) 50 min (e) 25 min
(b) 35 min (d) 30 min

21 UFRJ Dois motoristas, A e B, que desejam atravessar o túnel Rebouças, chegam simultaneamente ao mesmo ponto da pista que contorna a Lagoa Rodrigo de Freitas e optam por caminhos diferentes, como mostra a figura:



O motorista A escolhe o caminho mais curto, porém mais engarrafado, percorrendo a distância de 1,0 km até a entrada do túnel com uma velocidade média de 10 km/h. O motorista B escolhe o caminho mais longo, porém mais livre, percorrendo a distância de 7,0 km até a entrada do túnel com uma velocidade média de 60 km/h. Qual deles chega primeiro à entrada do Rebouças?

- 22 Fuvest 2008** Dirigindo-se a uma cidade próxima, por uma autoestrada plana, um motorista estima seu tempo de viagem, considerando que consiga manter uma velocidade média de 90 km/h. Ao ser surpreendido pela chuva, decide reduzir sua velocidade média para 60 km/h, permanecendo assim até a chuva parar, quinze minutos mais tarde, quando retoma sua velocidade média inicial. Essa redução temporária aumenta seu tempo de viagem, com relação à estimativa inicial, em:
- (a) 5 minutos. (c) 10 minutos. (e) 30 minutos.
 (b) 7,5 minutos. (d) 15 minutos.

Velocidade média

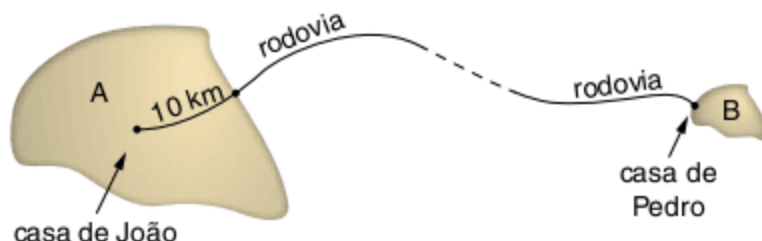
23 Esal Numa prova de rali, os concorrentes são obrigados a cumprir em 30 minutos um percurso de 40 km, para não perderem pontos. No marco zero do percurso, um concorrente tem seu veículo avariado, perdendo 10 minutos no reparo. Qual a velocidade média mínima para que esse concorrente não perca ponto?

24 Mackenzie Um motorista deseja fazer uma viagem de 230 km em 2,5 horas. Se na primeira hora ele viajar com velocidade média de 80 km/h, a velocidade média no restante do percurso deve ser de:

(a) 120 km/h (c) 100 km/h (e) 85 km/h
 (b) 110 km/h (d) 90 km/h

25 Um corpo desloca-se em uma trajetória orientada, sempre em um mesmo sentido. Durante certo intervalo de tempo, o corpo vai de um ponto M até um ponto N com velocidade escalar média v_1 . Durante um novo intervalo de tempo igual ao anterior, ele vai do ponto N até um ponto Q com velocidade escalar média v_2 . Determine a velocidade escalar média do corpo no percurso de M a Q.

26 UFRJ 2010 João fez uma pequena viagem de carro de sua casa, que fica no centro da cidade A, até a casa de seu amigo Pedro, que mora bem na entrada da cidade B. Para sair de sua cidade e entrar na rodovia que conduz à cidade em que Pedro mora, João percorreu uma distância de 10 km em meia hora. Na rodovia, ele manteve uma velocidade escalar constante até chegar à casa de Pedro. No total, João percorreu 330 km e gastou quatro horas e meia.



- a) Calcule a velocidade escalar média do carro de João no percurso dentro da cidade A.
 b) Calcule a velocidade escalar constante do carro na rodovia.

27 UFRJ 2007 Numa competição, Fernanda nadou 6,0 km e, em seguida, correu outros 6,0 km. Na etapa de natação, conseguiu uma velocidade escalar média de 4,0 km/h; na corrida, sua velocidade escalar média foi de 12 km/h.

- a) Calcule o tempo gasto por Fernanda para nadar os 6,0 km.
 b) Calcule a velocidade escalar média de Fernanda no percurso total da prova.

28 ITA Um automóvel faz a metade de seu percurso com velocidade média igual a 40 km/h e o restante com velocidade média de 60 km/h. Determine a velocidade média do carro no percurso total.

29 Cesgranrio Uma patrulha rodoviária mede o tempo que cada veículo leva para percorrer um trecho de 400 m de estrada. Um automóvel percorre a primeira metade do trecho com velocidade de 140 km/h. Sendo de 80 km/h a velocidade limite permitida, qual deve ser a maior velocidade média do automóvel na segunda metade do trecho para evitar ser multado?

30 Uma partícula desloca-se do ponto A até o ponto B.



Na primeira terça parte do percurso, sua velocidade escalar média vale v_1 , na segunda terça parte vale v_2 e na terceira v_3 . Determine a velocidade escalar média no percurso total de A até B.

31 UFPE Quatro cidades, A, B, C e D, estão dispostas de tal forma que as distâncias rodoviárias entre A e B, B e C e C e D são, respectivamente, $AB = 60$ km, $BC = 100$ km e $CD = 90$ km. Se um automóvel vai de A até B a uma velocidade escalar média de 60 km/h, da cidade B até C a uma velocidade escalar média de 50 km/h e de C até D a uma velocidade escalar média de 45 km/h, determine a velocidade escalar média desse automóvel, em km/h, para o percurso de A até D.

TEXTO COMPLEMENTAR

Relatividade do movimento

[...]

O filósofo Pablo Rubén Mariconda, em sua palestra intitulada *De Galileu a Einstein: do tempo da física ao tempo vivido*, estabeleceu uma relação entre as ideias de Galileu e Einstein sobre a questão da relatividade do movimento, recorrendo às teses do polonês Nicolau Copérnico (1473-1543).

No século XVI, ao apresentar a sua hipótese do duplo movimento da Terra (rotação e translação), Copérnico introduz o chamado princípio da relatividade óptica do movimento, que determina três situações possíveis na relação entre o observador e o objeto observado: o movimento pode ser produzido pelo observador, pela própria coisa observada ou por ambos. “Esse princípio chama a atenção para a relatividade do conceito de movimento e de repouso em relação ao observador”, explicou o filósofo.

Galileu aprofunda essa concepção na direção da relatividade mecânica, segundo a qual o movimento e o repouso são estados relativos e complementares dos corpos: um só pode ser definido em relação ao outro. Ou seja, o movimento só pode ser caracterizado em função dos corpos que não participam desse movimento. “Segundo Galileu, o movimento é totalmente extrínseco à natureza das coisas”, disse Mariconda. “Ele é definido como uma simples modificação das relações espaço-temporais entre as coisas.” De

acordo com as ideias do cientista italiano, dois corpos animados pelo mesmo movimento estão em repouso entre si e, ao mesmo tempo, em movimento em relação a todos os outros corpos que estão fora desse movimento comum.

O princípio da relatividade de Galileu possui uma importante consequência experimental: um observador situado no interior de um sistema em movimento não consegue definir se esse sistema mecânico está em repouso ou em movimento uniforme. Galileu, portanto, mostra as diferenças entre um observador interno e outro externo a um sistema em movimento. “A relatividade einsteiniana aprofunda essa perspectiva”, comentou Mariconda. Einstein muda de maneira muito peculiar a posição do observador em seus experimentos de pensamento. O físico imagina, por exemplo, o que aconteceria se fosse possível postar um observador se movendo à velocidade da luz (300 mil quilômetros por segundo). Uma das consequências dos estudos de Einstein é demolir a noção de que há um tempo absoluto, como dizia Isaac Newton. Para um observador em movimento na velocidade da luz, o tempo passa mais lentamente do que para as demais pessoas, segundo a relatividade de Einstein.

Marcos Pivetta. “Pablo Mariconda – Filósofo da USP diz que Einstein desenvolveu as ideias de Galileu”. *Revista Fapesp Online*. Disponível em: <<http://revistapesquisa.fapesp.br/?art=3725&bd=1&pg=1&lg=>>>, dez. 2008. (Adapt.).

RESUMINDO

A Cinemática trata de aspectos fundamentais para a correta compreensão de toda a Física. Os conceitos de **ponto material**, **posição**, **trajetória**, **repouso** e **movimento** são importantes para a resolução de problemas. Também é crucial que se defina um **sistema de referência**, que é um sistema de coordenadas para medir as grandezas físicas, como posição e velocidade.

Localizar a posição de um corpo em função de suas coordenadas, utilizar a **equação do espaço** e diferenciar corretamente **variação de posição** e **distância percorrida** também são tarefas fundamentais.

O conceito de **velocidade média**, $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, é uma importante ferramenta na resolução de alguns difíceis problemas da Cinemática.

A velocidade média tomada em um intervalo de tempo que tende a zero é definida como **velocidade escalar instantânea**:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Quando um móvel se desloca com velocidade escalar positiva ($v > 0$), no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória, o movimento é chamado **progressivo**.

Quando o móvel se desloca com velocidade escalar negativa ($v < 0$), no sentido contrário da orientação positiva da trajetória, o movimento é chamado **retrógrado**.

■ QUER SABER MAIS?



SITES

- Sistemas de referência
<http://efisica.if.usp.br/mecanica/universitario/cinemática/sist_referencia/>.
<[>](http://www6.ufrgs.br/engcart/Teste/coord_exp.html).

- Sistemas de referência e velocidade relativa
<[>](http://www.youtube.com/watch?v=ZSmz2XAjl1E).

Exercícios complementares

Referencial e trajetória

1 Fesp Das afirmações:

- I. Uma partícula em movimento em relação a um referencial pode estar em repouso em relação a outro referencial.
- II. A forma da trajetória de uma partícula depende do referencial adotado.
- III. Se a distância entre duas partículas permanece constante, então uma está em repouso em relação à outra.

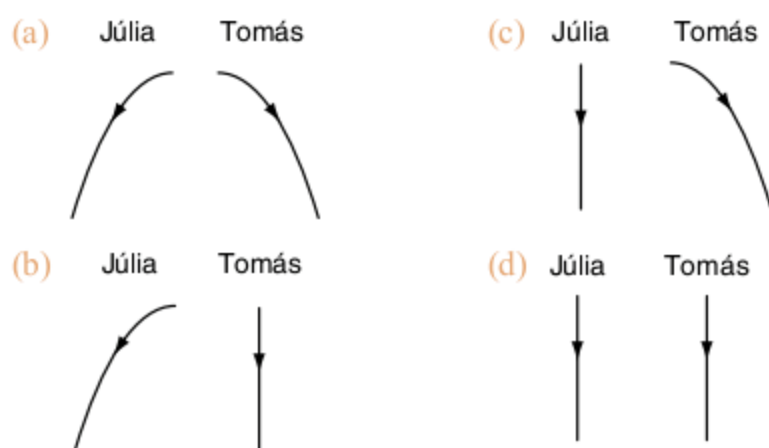
São corretas:

- (a) apenas I e II. (c) apenas I e III. (e) apenas II e III.
 (b) apenas III. (d) todas.

2 UFMG Júlia está andando de bicicleta, com velocidade constante, quando deixa cair uma moeda. Tomás está parado na rua e vê a moeda cair.

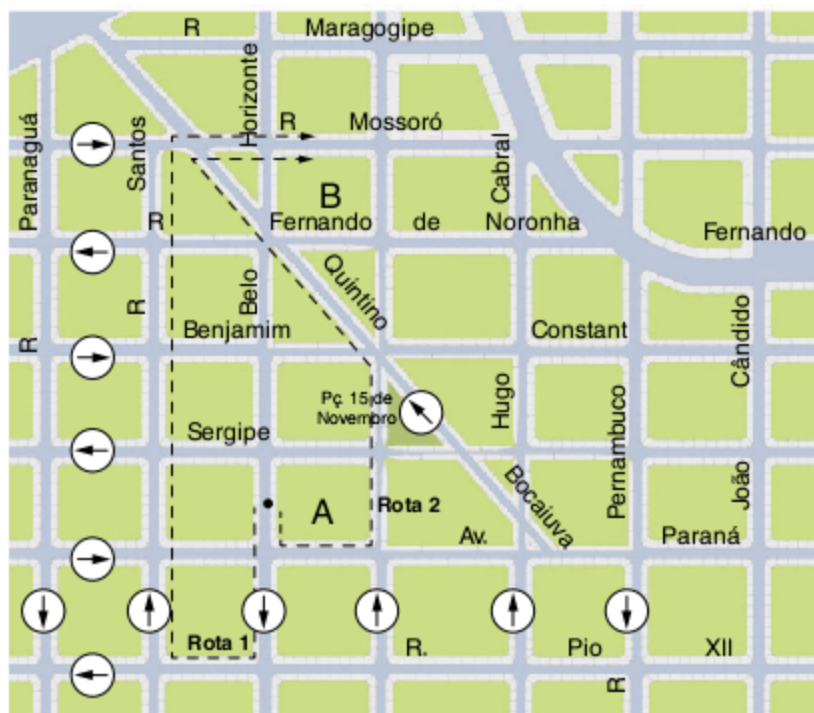
Considere desprezível a resistência do ar.

Assinale a alternativa em que melhor estão representadas as trajetórias da moeda, como observadas por Júlia e por Tomás.



Variação de espaço e distância percorrida

3 UEL 2008 Um ciclista percorre as rotas 1 e 2 para se deslocar do ponto A ao ponto B, como mostrado no mapa a seguir, e registra em cada uma a distância percorrida.



Assinale a alternativa que apresenta os valores aproximados da distância percorrida na rota 1 e na rota 2.

Considere como aproximação todos os quarteirões quadrados com 100 m de lado. As rotas 1 e 2 encontram-se tracejadas.

- (a) rota 1 \approx 800 m; (d) rota 1 \approx 900 m;
 rota 2 \approx 800 m. rota 2 \approx 700 m.
 (b) rota 1 \approx 700 m; (e) rota 1 \approx 900 m;
 rota 2 \approx 700 m. rota 2 \approx 600 m.
 (c) rota 1 \approx 800 m;
 rota 2 \approx 900 m.

Velocidade, espaço e tempo

4 Fuvest Uma escada rolante, de 6 m de altura e 8 m de base, transporta uma pessoa da base até o topo da escada num intervalo de tempo de 20 s. A velocidade média dessa pessoa, em m/s, é:

- (a) 0,3 (c) 0,7 (e) 1,0
 (b) 0,5 (d) 0,8

5 FCM-MG Um professor, ao aplicar uma prova a seus 40 alunos, passou uma lista de presença. A distância média entre cada dois alunos é de 1,2 m e a lista gastou cerca de 13 minutos para que todos assinassem. A velocidade escalar média dessa lista de presença foi, aproximadamente, igual a:

- (a) zero. (c) 6,0 cm/s (e) 92 cm/s
 (b) 3,0 m/s (d) 13 cm/s

6 ESPM Um homem, através de uma janela, vê um relâmpago, seguido de trovão, destruir uma árvore que está a 300 m de onde ele observa. Considerando que a velocidade de propagação do som e da luz são, respectivamente, 300 m/s e 300.000 km/s, podemos afirmar que:

- (a) a velocidade da luz é mil vezes mais rápida que o som e demora 10^{-3} s para chegar até o homem que está na janela.
 (b) a velocidade da luz é um milhão de vezes mais rápida que o som, e este demora 1 s para chegar até o homem que está na janela.
 (c) a velocidade da luz é um milhão de vezes mais rápida que o som, e este demora 10^{-3} s para chegar até o homem que está na janela.
 (d) a velocidade da luz é mil vezes mais rápida que o som, e este demora 1 s para chegar até o homem que está na janela.
 (e) a velocidade da luz é mil vezes mais rápida que o som e demora 10^3 s para chegar até o homem que está na janela.

7 Fuvest 2010 Astrônomos observaram que a nossa galáxia, a Via Láctea, está a $2,5 \cdot 10^6$ anos-luz de Andrômeda, a galáxia mais próxima da nossa. Com base nessa informação, estudantes em uma sala de aula afirmaram o seguinte:

- I. A distância entre a Via Láctea e Andrômeda é de 2,5 milhões de km.
- II. A distância entre a Via Láctea e Andrômeda é maior que $2 \cdot 10^{19}$ km.

III. A luz proveniente de Andrômeda leva 2,5 milhões de anos para chegar à Via Láctea.

Está correto apenas o que se afirma em:

- (a) I. (c) III. (e) II e III.
 (b) II. (d) I e III.

Dados: 1 ano tem aproximadamente $3 \cdot 10^7$ s;
 velocidade da luz no vácuo: $3 \cdot 10^8$ m/s.

8 UFPA Certa pessoa viajava em um automóvel cujo velocímetro não funcionava. Desejando saber qual a velocidade escalar média do automóvel e sabendo que os postes da rede elétrica dispostos à margem da estrada distam 60 m um do outro, a pessoa começou a marcar o tempo no instante em que passou em frente de um certo poste (chamemos de 1º poste), e constatou que transcorreram 45,6 s até o instante em que passou diante do 20º poste. Assim constatou que, no intervalo de tempo durante o qual ele se deslocou do 1º ao 20º poste, a velocidade escalar média do automóvel era, em km/h, de:

- (a) 25 (c) 90 (e) 98
 (b) 69 (d) 95

9 Mackenzie Na última volta de um grande prêmio automobilístico, os dois primeiros pilotos que finalizaram a prova descreveram o trecho da reta de chegada com a mesma velocidade constante de 288 km/h. Sabendo que o primeiro colocado recebeu a bandeirada final cerca de 2,0 s antes do segundo colocado, a distância que os separava neste trecho derradeiro era de:

- (a) 80 m (c) 160 m (e) 576 m
 (b) 144 m (d) 288 m

10 Unicamp 2003 A velocidade linear de leitura de um CD é 1,2 m/s.

- a) Um CD de música toca durante 70 minutos, qual é o comprimento da trilha gravada?
 b) Um CD também pode ser usado para gravar dados. Nesse caso, as marcações que representam um caracter (letra, número ou espaço em branco) têm 8 μm de comprimento. Se essa prova de Física fosse gravada em um CD, quanto tempo seria necessário para ler o item a desta questão?
 $1 \mu\text{m} = 10^{-6}$ m.

11 Fuvest Em um prédio de 20 andares (além do térreo) o elevador leva 36 s para ir do térreo ao 20º andar. Uma pessoa no andar X chama o elevador, que está inicialmente no térreo, e 39,6 s após a chamada a pessoa atinge o andar térreo. Se não houve paradas intermediárias, e os tempos de abertura e fechamento da porta do elevador e de entrada e saída do passageiro são desprezíveis, podemos dizer que o andar X é o:

- (a) 9º (c) 16º (e) 19º
 (b) 11º (d) 18º

12 Cesgranrio A luz demora em torno de 8 minutos para vir do Sol até nós, e em torno de 4 anos para vir da estrela mais próxima até nós. Se desejarmos representar sobre uma reta e em escala as posições da Terra, do Sol e dessa estrela, e se colocarmos a Terra e o Sol separados de 1 milímetro, então a referida estrela ficará a uma distância do Sol compreendida entre:

- (a) 1,0 m e 10 m (d) 100 m e 200 m
 (b) 10 m e 50 m (e) 200 m e 300 m
 (c) 50 m e 100 m

13 Fuvest 2007 Um passageiro, viajando de metrô, fez o registro de tempo entre duas estações e obteve os valores indicados na tabela.

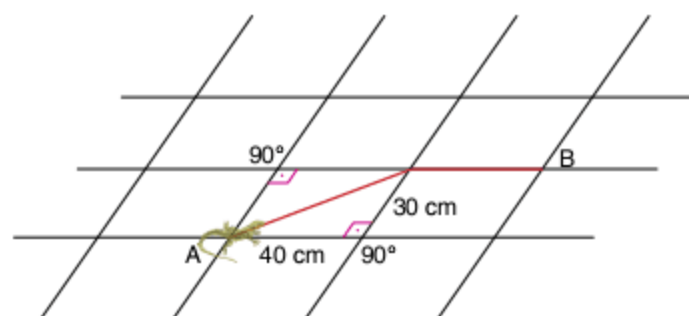
	Chegada	Partida
Vila Maria	0:00 min	1:00 min
Felicidade	5:00 min	6:00 min

Supondo que a velocidade média entre duas estações consecutivas seja sempre a mesma e que o trem pare o mesmo tempo em qualquer estação da linha, de 15 km de extensão, é possível estimar que um trem, desde a partida da Estação Bosque até a chegada à Estação Terminal, leva aproximadamente:



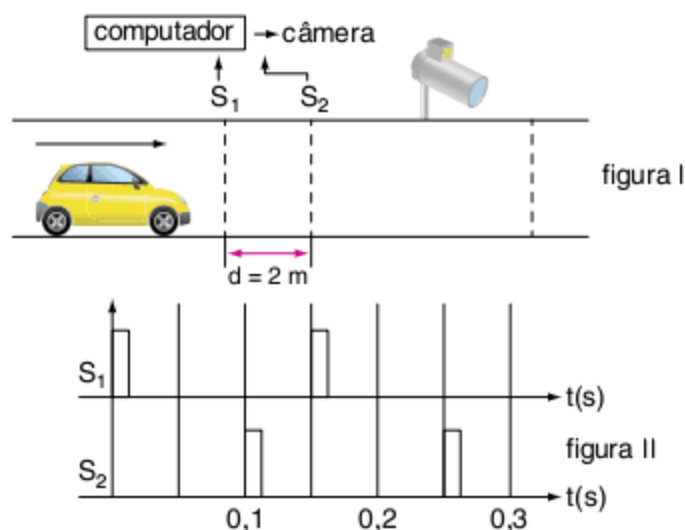
- (a) 20 min (d) 35 min
 (b) 25 min (e) 40 min
 (c) 30 min

14 UFRJ 2003 Um senhor estava esperando o trem sentado num banco da estação. Distraidamente, olhou para o chão e viu uma lagartinha que começava a cruzar a lajota retangular do piso de dimensões 40 cm \times 30 cm. O senhor, como não dispunha de relógio, começou a contar suas pulsações enquanto a lagartinha fazia seu trajeto. Ela cruzou a primeira lajota diagonalmente e depois prosseguiu pela junta das lajotas, como indica a figura. O senhor contou ao todo 300 pulsações no trecho entre A e B. Sabendo que seu batimento cardíaco costuma ser, em média, 75 pulsações por minuto, responda:



- a) Qual a distância total percorrida pela lagartinha?
 b) Qual é a velocidade escalar média da lagartinha em cm/s?

15 Unicamp A figura a seguir mostra o esquema simplificado de um dispositivo colocado em uma rua para controle de velocidade de automóveis (dispositivo popularmente chamado de radar). Os sensores S_1 e S_2 e a câmera estão ligados a um computador. Os sensores enviam um sinal ao computador sempre que são pressionados pelas rodas de um veículo. Se a velocidade do veículo está acima da permitida, o computador envia um sinal para que a câmera fotografe sua placa traseira no momento em que esta estiver sobre a linha tracejada. Para um certo veículo, os sinais dos sensores foram os seguintes:



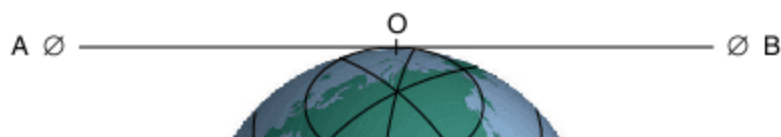
- Determine a velocidade do veículo em km/h.
- Calcule a distância entre os eixos do veículo.

16 Fuvest Um filme comum é formado por uma série de fotografias individuais que são projetadas à razão de 24 imagens (ou quadros) por segundo, o que nos dá a sensação de um movimento contínuo. Esse fenômeno é devido ao fato de que nossos olhos retêm a imagem por um intervalo de tempo um pouco superior a $\frac{1}{20}$ de segundo.

Esta retenção é chamada de persistência na retina.

- Numa projeção de filme com duração de 30 segundos, quantos quadros são projetados?
- Uma pessoa deseja filmar o desabrochar de uma flor, cuja duração é de aproximadamente 6 horas, e pretende apresentar esse fenômeno num filme de 10 minutos de duração. Quantas fotografias individuais do desabrochar da flor devem ser tiradas?

17 Fuvest 2001 O Sistema GPS (Global Positioning System) permite localizar um receptor especial, em qualquer lugar da Terra, por meio de sinais emitidos por satélites. Numa situação particular, dois satélites, A e B, estão alinhados sobre uma reta que tangencia a superfície da Terra no ponto O e encontram-se à mesma distância de O. O protótipo de um novo avião, com um receptor R, encontra-se em algum lugar dessa reta e seu piloto deseja localizar sua própria posição.



Os intervalos de tempo entre a emissão dos sinais pelos satélites A e B e sua recepção por R são, respectivamente, $\Delta t_A = 68,5 \cdot 10^{-3}$ s e $\Delta t_B = 64,8 \cdot 10^{-3}$ s. Desprezando possíveis efeitos atmosféricos e considerando a velocidade de propagação dos sinais como igual à velocidade c da luz no vácuo, determine: Dado: $c = 300.000$ km/s.

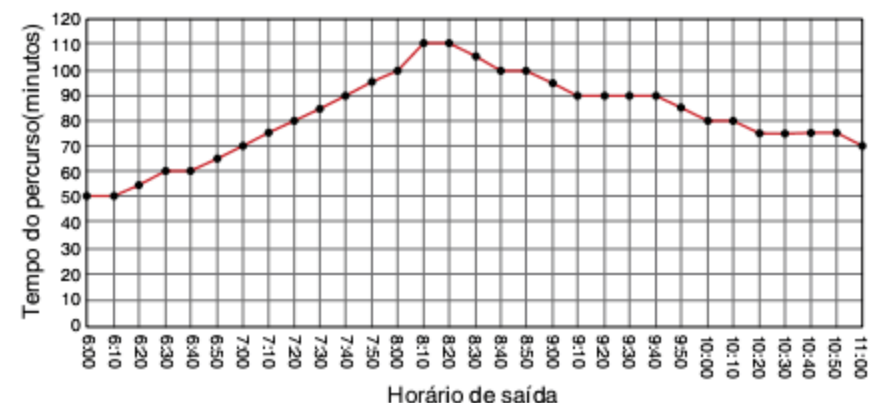
- a distância D, em km, entre cada satélite e o ponto O.
- a distância X, em km, entre o receptor R, no avião, e o ponto O.

18 Unicamp “Brasileiro sofre!” Numa tarde de sexta-feira, a fila única de clientes de um banco tem comprimento médio de 50 m. Em média, a distância entre as pessoas na fila é de 1,0 m.

Os clientes são atendidos por três caixas. Cada caixa leva 3,0 min para atender um cliente. Pergunta-se:

- Qual a velocidade (média) dos clientes ao longo fila?
- Quanto tempo um cliente gasta na fila?
- Se um dos caixas se retirar por trinta minutos, de quantos metros a fila aumenta?

19 Enem 2003 O tempo que um ônibus gasta para ir do ponto inicial ao ponto final de uma linha varia, durante o dia, conforme as condições do trânsito, demorando mais nos horários de maior movimento. A empresa que opera essa linha forneceu, no gráfico abaixo, o tempo médio de duração da viagem conforme o horário de saída do ponto inicial, no período da manhã.



De acordo com as informações do gráfico, um passageiro que necessita chegar até as 10h30 ao ponto final dessa linha deve tomar o ônibus no ponto inicial, no máximo, até as:

- 9h20
- 9h30
- 9h
- 8h30
- 8h50

20 Enem 2003 João e Antônio utilizam os ônibus da linha mencionada na questão anterior para ir trabalhar, no período considerado no gráfico, nas seguintes condições:

- trabalham vinte dias por mês;
- João viaja sempre no horário em que o ônibus faz o trajeto no menor tempo;
- Antônio viaja sempre no horário em que o ônibus faz o trajeto no maior tempo;
- na volta do trabalho, ambos fazem o trajeto no mesmo tempo de percurso.

Considerando-se a diferença de tempo de percurso, Antônio gasta, por mês, em média:

- 5 horas a mais que João.
- 10 horas a mais que João.
- 20 horas a mais que João.
- 40 horas a mais que João.
- 60 horas a mais que João.

Velocidade média

21 ITA Um motorista deseja perfazer a distância de 20 km com velocidade escalar média de 80 km/h. Se viajar durante os primeiros 15 minutos com velocidade de 40 km/h, com que velocidade escalar média deverá fazer o percurso restante?

22 Cesgranrio Para multar motoristas com velocidade superior a 90 km/h, um guarda rodoviário, munido de binóculo e cronômetro, aciona o cronômetro quando avista o automóvel passando pelo marco A e faz a leitura no cronômetro quando vê o veículo passar pelo marco B, situado a 1.500 m de A. Um

motorista passa por A a 144 km/h e mantém essa velocidade durante 10 segundos, quando percebe a presença do guarda. Que velocidade média deverá manter, em seguida, para não ser multado?

23 Uece Na disputa de uma corrida, dois ciclistas, X e Y, partem juntos, mantendo constante o sentido do movimento. O ciclista X percorre 12 km nos primeiros 10 minutos, 20 km nos 15 minutos seguintes e 4 km nos 5 minutos finais. O ciclista Y mantém durante todo o percurso uma velocidade uniforme. Ao final da corrida, eles chegam juntos, isto é, empatam. A velocidade constante do ciclista Y, em km/h, é:

- (a) 18 (c) 36
(b) 24 (d) 72

24 UFF 2005 Inaugurada em 1974, a Ponte Presidente Costa e Silva, mais conhecida como Ponte Rio-Niterói, foi projetada para receber pouco mais de 50 mil veículos por dia. Hoje, recebe cerca de 120 mil, de modo que, na hora de maior movimento, sempre ocorre grande congestionamento.



Considere que um estudante do Rio, vindo para a UFF, percorra os primeiros 7 km da ponte com uma velocidade constante de 70 km/h e gaste 20 minutos para atravessar os 6 km restantes. Supondo que na volta ele gaste 10 minutos para atravessar toda a ponte, é correto afirmar que a velocidade média na vinda e a velocidade média na volta são, em km/h, respectivamente, iguais a:

- (a) 30 e 78 (c) 30 e 130 (e) 88 e 78
(b) 44 e 78 (d) 44 e 130

25 Uerj 2009 Ao se deslocar do Rio de Janeiro a Porto Alegre, um avião percorre essa distância com velocidade média v no primeiro $\frac{1}{9}$ do trajeto e $2v$ no trecho restante.

A velocidade média do avião no percurso total foi igual a:

- (a) $\frac{9}{5}v$ (c) $\frac{5}{3}v$
(b) $\frac{8}{5}v$ (d) $\frac{5}{4}v$

26 UnB Um fazendeiro percorre, com seu jipe, os limites de sua fazenda, que tem o formato de um losango, com os lados aproximadamente iguais. Devido às peculiaridades do terreno,

cada lado foi percorrido com uma velocidade média diferente: o primeiro a 20 km/h, o segundo a 30 km/h, o terceiro a 40 km/h e, finalmente, o último a 60 km/h.

A velocidade média desenvolvida pelo fazendeiro para percorrer todo o perímetro da fazenda, em km/h, foi de:

- (a) 50 (c) 38 (e) 32
(b) 45 (d) 36

27 FGV-SP Um ponto material move-se em linha reta, percorrendo dois trechos consecutivos MN e NP. O trecho MN é percorrido com velocidade escalar média igual a 20 km/h e o trecho NP com uma velocidade escalar média igual a 60 km/h. O trecho NP é o triplo do trecho MN. Pode-se afirmar que a velocidade escalar média no trecho MP foi de:

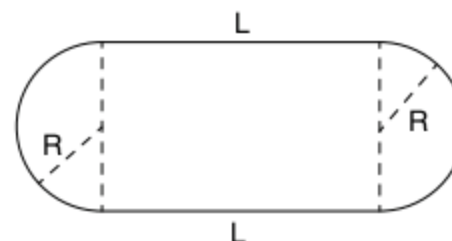
- (a) 10 km/h (c) 100 km/h (e) 25 km/h
(b) 60 km/h (d) 40 km/h

28 UFMS 2002 Um motoqueiro obtém velocidades médias (v) e (Kv) na primeira metade e no percurso todo, respectivamente, onde K é uma constante positiva. Se $Kv \neq 0$, é correto afirmar que:

- 01 a velocidade média, na segunda metade do percurso, foi igual a K .
02 a velocidade média, na segunda metade do percurso, foi $\frac{(1+K)v}{2}$.
04 é impossível que se tenha $K = 2$.
08 o tempo gasto, no percurso todo, foi o dobro daquele gasto na primeira metade.
16 é impossível determinar a razão entre os tempos gastos na primeira e na segunda metade.

Soma =

29 UEL 2010 Um ciclista descreve uma volta completa em uma pista que se compõe de duas retas de comprimento L e duas semicircunferências de raio R conforme representado na figura a seguir.



A volta dá-se de forma que a velocidade escalar média nos trechos retos seja \bar{v} e nos trechos curvos seja $\frac{2}{3}\bar{v}$. O ciclista completa a volta com uma velocidade escalar média em todo o percurso igual a $\frac{4}{5}\bar{v}$.

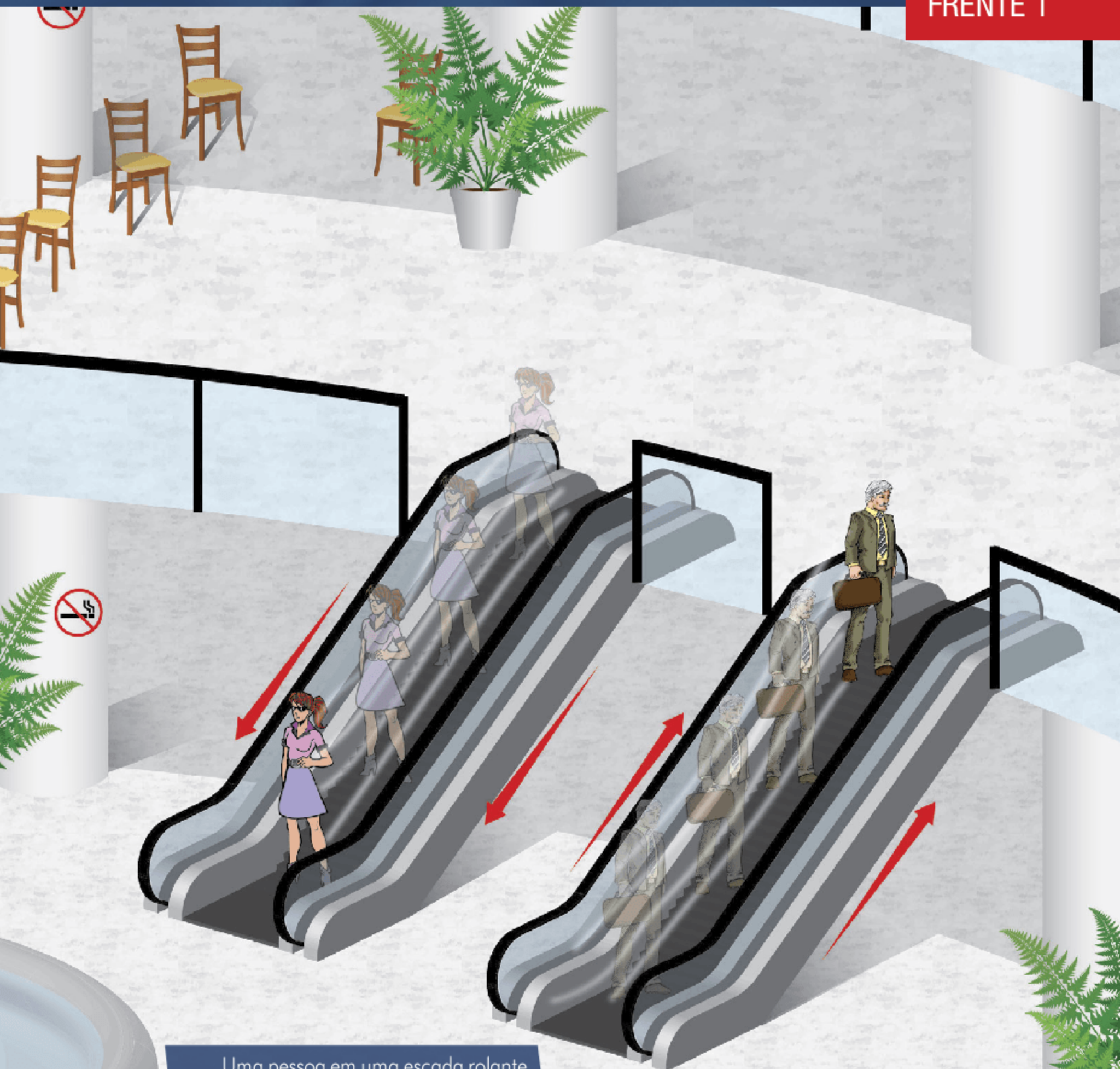
A partir dessas informações, é correto afirmar que o raio dos semicírculos é dado pela expressão:

- (a) $L = \pi R$ (c) $L = \frac{\pi R}{3}$ (e) $L = \frac{3\pi R}{2}$
(b) $L = \frac{\pi R}{2}$ (d) $L = \frac{\pi R}{4}$

Movimento uniforme

2

FRENTE 1



Uma pessoa em uma escada rolante, movendo-se com velocidade constante, percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.

Movimento uniforme (MU)

O movimento uniforme é aquele em que a velocidade escalar instantânea é constante e diferente de zero.

Nesse caso, não fazemos qualquer restrição quanto à trajetória do corpo, que pode ser retilínea ou curvilínea. Se a trajetória do MU for uma reta, teremos um movimento retilíneo uniforme (MRU). Se a trajetória do MU for uma circunferência, teremos um movimento circular uniforme (MCU).

Um exemplo de movimento uniforme é o de um carro que mantenha sua velocidade sempre igual a 80 km/h. Se olharmos para o velocímetro, a todo momento a indicação será de 80 km/h. Ao calcular a velocidade média para um intervalo de tempo qualquer, encontraremos sempre 80 km/h.

Logo, a velocidade escalar média será também constante e igual à velocidade escalar instantânea no MU:

$$v_m = v \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Dessa forma, para intervalos de tempo iguais, o móvel em MU percorre distâncias iguais.

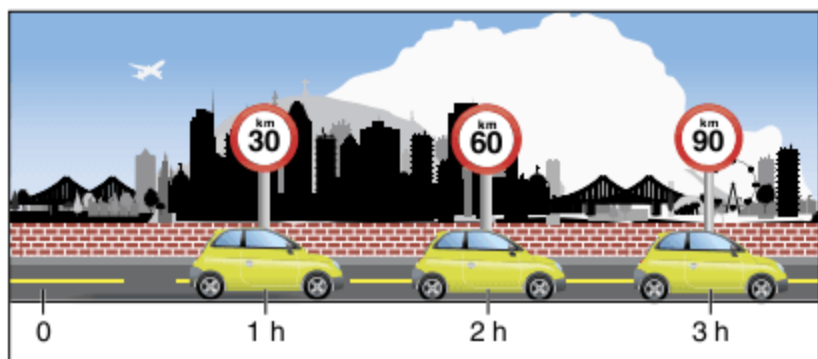


Fig. 1 Movimento uniforme com $v = 30 \text{ km/h}$; Δs iguais para Δt iguais.

Função horária do espaço no MU

No MU, temos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

pois a velocidade escalar instantânea coincide com a velocidade escalar média.

Se um móvel, no instante t_0 (início do movimento), está em um ponto de espaço s_0 (espaço inicial) e, em um instante qualquer t , está em um ponto de espaço s , então:

$$\Delta s = s - s_0 \text{ e } \Delta t = t - t_0$$

Para simplificar, vamos tomar o início do movimento na origem dos tempos: $t_0 = 0$.

Assim:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0} = \frac{s - s_0}{t} \Rightarrow v \cdot t = s - s_0$$

Logo:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Essa é a função horária do espaço no movimento uniforme, expressão do 1º grau, em que:

- s é o espaço para um instante qualquer t .
- s_0 é o espaço para o instante $t = 0$.
- v é a velocidade escalar instantânea e diferente de zero.
- s_0 e v são constantes.

ATENÇÃO!

Se tomarmos o início do movimento em $t_0 \neq 0$, a função horária do espaço no movimento uniforme é expressa por:

$$s = s_0 + v \cdot (t - t_0)$$

onde s_0 é o espaço para o instante $t_0 \neq 0$.

Exercícios resolvidos

1 A tabela a seguir fornece, em vários instantes, a posição s de um automóvel, em movimento uniforme, em relação ao km zero da estrada em que está.

t (h)	0,0	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0
s (km)	50	80	110	140	170	200

Determine:

- o espaço inicial e a velocidade escalar do automóvel.
- se o movimento é progressivo ou retrógrado.
- a função horária do espaço.

Resolução:

a) Da tabela: $s_0 = 50 \text{ km}$ para $t = 0$

$$\text{no MU: } v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\text{para } \Delta t = 2 \text{ h} - 0 = 2 \text{ h},$$

$$\text{temos } \Delta s = 80 \text{ km} - 50 \text{ km} = 30 \text{ km}$$

$$\text{logo, } v = \frac{30 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 15 \text{ km/h},$$

o que significa que a velocidade escalar é 15 km/h no mesmo sentido da orientação da trajetória.

- Como $v > 0$, o movimento é progressivo.
- A função horária do espaço é da forma:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

se $s_0 = 50 \text{ km}$ e $v = 15 \text{ km/h}$, então:

$$s = 50 + 15t \text{ (s em km e t em h)}.$$

2 Um corpo obedece à equação $s = 20 - 5t$, em unidades do Sistema Internacional. Determine:

- o espaço inicial e a velocidade escalar do corpo.
- se o movimento é progressivo ou retrógrado.
- o espaço do corpo para $t = 3 \text{ s}$.
- o instante em que o corpo passa pela origem dos espaços.
- o instante em que $s = -10 \text{ m}$.

Resolução:

a) Como a função horária é do 1º grau, o movimento é uniforme:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

Se $s = 20 - 5t$, então $s_0 = 20 \text{ m}$ e $v = -5 \text{ m/s}$

b) Como $v < 0$, o movimento é retrógrado.

c) Substituindo $t = 3 \text{ s}$ em $s = 20 - 5t$:

$$s = 20 - 5 \cdot 3 \Rightarrow s = 5 \text{ m}$$

d) O corpo passa pela origem dos espaços quando $s = 0$:

$$0 = 20 - 5t \Rightarrow 5t = 20 \Rightarrow t = 4 \text{ s}$$

e) $s = -10 \text{ m}$: $-10 = 20 - 5t \Rightarrow 5t = 30 \Rightarrow t = 6 \text{ s}$

3 Dois móveis, A e B, percorrem a mesma trajetória, sendo suas funções horárias dadas por:

$$s_A = 20 + 2t \text{ e } s_B = 30 - 3t$$

Determine:

- o instante do encontro dos móveis.
- a posição do encontro.
- a distância percorrida por A até o encontro.

Resolução:

a) O encontro dos móveis se dá quando eles ocupam o mesmo espaço, ou seja, quando $s_A = s_B$

$$s_A = s_B \Rightarrow 20 + 2t = 30 - 3t$$

$$5t = 10 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

b) Para a posição do encontro, podemos substituir $t = 2 \text{ s}$ em qualquer uma das funções horárias.

$$t = 2 \text{ s: } s_A = 20 + 2t = 20 + 2 \cdot 2 \Rightarrow s = 24 \text{ m}$$

ou

$$t = 2 \text{ s: } s_B = 30 - 3t = 30 - 3 \cdot 2 \Rightarrow s = 24 \text{ m}$$

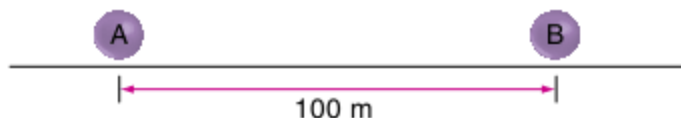
c) Se o móvel A se movimenta sempre no mesmo sentido, a distância percorrida é igual ao módulo da variação de espaço.

$$t = 0: s_A = 20 + 2 \cdot 0 = 20 \text{ m}$$

$$t = 2 \text{ s: } s_A = 24 \text{ m}$$

$$\text{então } d_A = \Delta s_A = 24 \text{ m} - 20 \text{ m} \Rightarrow d_A = 4 \text{ m}$$

4 Duas partículas, A e B, de dimensões desprezíveis, possuem movimento uniforme, com velocidades respectivamente iguais a 30 m/s e 20 m/s. No instante $t = 0$, as partículas encontram-se nas posições indicadas na figura.

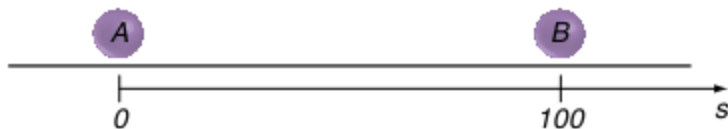


Determine o instante do encontro:

- se ambas se movem para a direita.
- se a partícula A se move para a direita e a partícula B para a esquerda.

Resolução:

Devemos primeiramente determinar as funções horárias de A e B. Para isso, vamos escolher uma orientação e uma origem para a trajetória. Tomando a origem no ponto de partida de A e a orientação de A para B:



Dessa forma, temos:

$$s_{0,A} = 0 \text{ e } s_{0,B} = 100 \text{ m}$$

a)



Se ambas se movem para a direita, no sentido da orientação, então as velocidades são positivas:

$$v_A = 30 \text{ m/s e } v_B = 20 \text{ m/s}$$

$$\text{como } s = s_0 + v \cdot t:$$

$$s_A = 30t$$

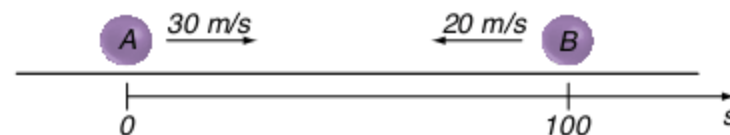
$$s_B = 100 + 20t$$

No encontro, os espaços de A e B são iguais:

$$s_A = s_B \Rightarrow 30t = 100 + 20t$$

$$10t = 100 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

b)



Se A se move para a direita, no sentido da orientação, sua velocidade é positiva:

$$v_A = 30 \text{ m/s}$$

Se B se move para a esquerda, no sentido contrário ao da orientação, sua velocidade é negativa:

$$v_B = -20 \text{ m/s}$$

$$\text{Como } s = s_0 + v \cdot t:$$

$$s_A = 30t$$

$$s_B = 100 - 20t$$

No encontro, os espaços de A e B são iguais:

$$s_A = s_B \Rightarrow 30t = 100 - 20t$$

$$50t = 100 \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

5 Um carro A parte de um ponto, com velocidade de 8 m/s em movimento uniforme. 4 s depois, parte outro carro B, do mesmo ponto, com velocidade de 12 m/s em movimento uniforme no mesmo sentido de A. Quanto tempo após a partida de A este será ultrapassado por B?

Resolução:

Como no exercício anterior, vamos determinar as funções horárias de A e B.



Com a origem dos espaços no ponto de partida:

$$s_{0,A} = 0 \text{ e } s_{0,B} = 0$$

$$v_A = 8 \text{ m/s e } v_B = 12 \text{ m/s}$$

Porém, quando A andou um tempo de 5 s, B andou 1 s; quando A andou um tempo de 6 s, B andou 2 s.

Generalizando:

Quando A andou um tempo t , B andou $(t - 4)$.

Dessa forma:

$$s_A = 8t$$

$$s_B = 12 \cdot (t - 4)$$

A ultrapassagem acontecerá quando A e B estiverem no mesmo espaço:

$$s_A = s_B \Rightarrow 8t = 12 \cdot (t - 4) \Rightarrow 8t = 12t - 48$$

$$4t = 48 \Rightarrow t = 12 \text{ s}$$

Como t é contado a partir do início do movimento de A, se quiséssemos saber quanto tempo após a partida de B este ultrapassa A, teríamos como resposta $t - 4$, ou seja, 8 s.

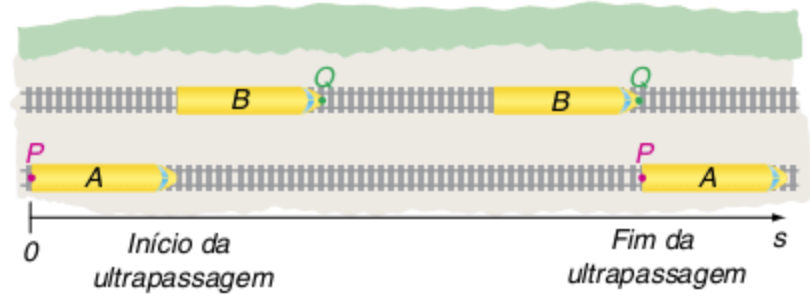
6 Dois trens, A e B, de 400 m de comprimento cada, percorrem trajetórias paralelas e no mesmo sentido, com velocidades respectivamente iguais a 40 m/s e 20 m/s. Quanto tempo durará a ultrapassagem de A sobre B?

Resolução:

Como a velocidade de A é maior que a de B, a ultrapassagem se inicia quando a extremidade dianteira de A se encontra com a extremidade traseira de B.

A ultrapassagem termina quando a extremidade traseira de A se encontra com a extremidade dianteira de B.

Para facilitar a resolução, vamos tomar dois pontos P e Q sobre A e B, respectivamente, em que P se localiza na extremidade traseira de A e Q na extremidade dianteira de B.



Pela figura, a ultrapassagem começará ($t = 0$) quando:

$$s_{0,P} = 0 \text{ e } s_{0,Q} = 400 \text{ m} + 400 \text{ m} = 800 \text{ m}$$

e terminará quando $s_Q = s_P$

mas v_P é a própria velocidade do trem A:

$$v_P = 40 \text{ m/s}$$

v_Q é a própria velocidade do trem B:

$$v_Q = 20 \text{ m/s}$$

Logo:

$$s_P = 40t$$

$$s_Q = 800 + 20t$$

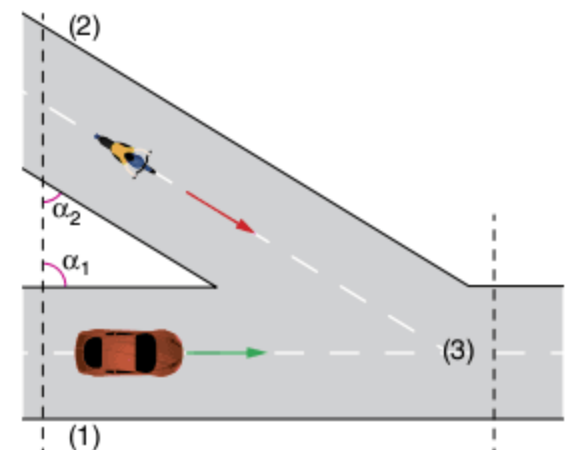
$$s_P = s_Q \Rightarrow 40t = 800 + 20t \Rightarrow 20t = 800 \Rightarrow t = 40 \text{ s}$$

Revisando

1 Um automóvel percorre uma estrada em movimento uniforme, com função horária do espaço dada por $s = -12 + 4t$, em unidades do SI. Determine, para o móvel:

- o espaço inicial.
- a velocidade escalar.
- se o movimento é progressivo ou retrógrado.
- o espaço para $t = 5 \text{ s}$.
- o instante em que passa pela origem dos espaços.
- o instante em que passa por $s = 16 \text{ m}$.

2 PUC O esquema ao lado representa duas estradas retilíneas que convergem para o cruzamento (3). Num determinado instante, passam pelos pontos (1) e (2), respectivamente, um carro e uma motocicleta, ambos dotados de movimentos retilíneos e uniformes. Sabe-se que $\alpha_1 = 90^\circ$, $\alpha_2 = 30^\circ$ e que v_1 , velocidade do carro, vale 40 km/h. Qual deve ser a velocidade da moto para chegar ao cruzamento juntamente com o carro?



3 Um atirador ouve o ruído do projétil atingindo o alvo 7 s após dispará-lo. Sabendo que a sua distância ao alvo é de 1.600 m e que a velocidade do som é de 320 m/s, determine a velocidade do projétil.

4 UFMG Dois carros, A e B, movem-se numa estrada retilínea com velocidades constantes, $v_A = 20$ m/s e $v_B = 18$ m/s, respectivamente. O carro A está, inicialmente, 500 m atrás do carro B. Quanto tempo o carro A gasta para alcançar o carro B?

5 Dois automóveis partem, simultaneamente, de dois pontos distantes 700 m um do outro, com velocidades, respectivamente, iguais a 108 km/h e 5 m/s, em sentidos opostos. Determine o tempo que esses automóveis levam desde a partida até o encontro.

6 FMABC Dois foguetes espaciais são enviados, da Terra, com 48 horas de intervalo. O primeiro tem velocidade constante de 30.000 km/h e o segundo, de 40.000 km/h. Ambas as velocidades têm mesmo sentido e mesma direção. O sistema de referência é a Terra. Para que o primeiro foguete seja ultrapassado pelo segundo, durante quantas horas, pelo menos, este último deverá voar?

7 Dois trens, A e B, de 300 m de comprimento percorrem trajetórias paralelas com velocidades, respectivamente, iguais a 20 m/s e 10 m/s. Determine:

- o tempo que o trem A leva para passar por uma ponte de 200 m de comprimento.
- o tempo que o trem A leva para ultrapassar o trem B quando se deslocam no mesmo sentido.
- o tempo que os trens levam para ultrapassar um ao outro quando se deslocam em sentidos opostos.

Exercícios propostos

Função horária

1 Dadas as funções horárias a seguir, determine a posição inicial e a velocidade escalar (no SI) e classifique o movimento em progressivo ou retrógrado.

- a) $s = 4t$
- b) $s = -3t$
- c) $s = 5 + 2t$
- d) $s = 10 - 4t$
- e) $s = -7 + 3t$
- f) $s = -8 - 5t$

2 A equação horária $s = 3 + 4t$, em unidades do Sistema Internacional, traduz, em um dado referencial, o movimento de uma partícula. Para o instante $t = 3$ s, determine:

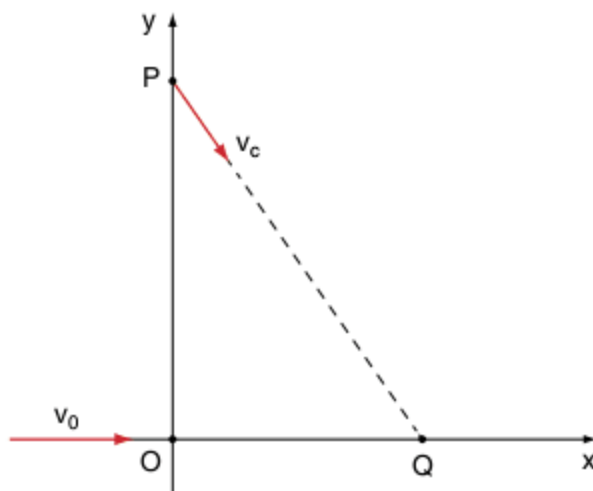
- a) a posição da partícula.
- b) a velocidade da partícula.

Movimentos em um plano

3 PUC Dois barcos partem simultaneamente de um mesmo ponto, seguindo rumos perpendiculares entre si. Sendo de 30 km/h e 40 km/h suas velocidades, a distância entre eles após 6 minutos vale:

- (a) 7 km
- (b) 1 km
- (c) 300 km
- (d) 5 km
- (e) 450 km

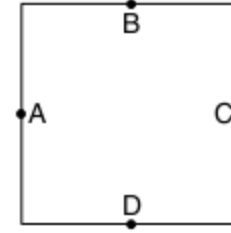
4 Vunesp Um ciclista está correndo com velocidade constante v_0 , ao longo da reta x (figura). Ao passar por O é visto por um cão, em P , que decide interceptá-lo no ponto Q , correndo com velocidade constante v_c . Qual será efetivamente o valor de v_0 se o cão chegar ao ponto Q junto com o ciclista? Dados: $v_c = 20$ m/s; $OP = 80$ m; $OQ = 60$ m.



- (a) 20 m/s
- (b) 23,3 m/s
- (c) 24 m/s
- (d) 12 m/s
- (e) 10 m/s

5 Os pontos A, B, C e D representam pontos médios dos lados de uma mesa quadrada de bilhar. Uma bola é lançada de A, atingindo os pontos B, C e D, sucessivamente, e retornando

a A, sempre com velocidade de módulo constante v_1 . Em um outro ensaio, a bola é lançada de A para C e retorna a A, com velocidade de módulo constante v_2 e levando o mesmo tempo que o do lançamento anterior.



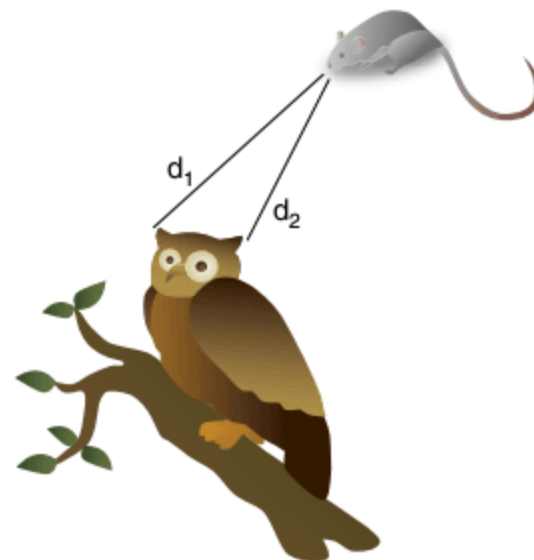
Podemos afirmar que a relação $\frac{v_1}{v_2}$ vale:

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) 1
- (c) $\sqrt{2}$
- (d) 2
- (e) $2\sqrt{2}$

Velocidade do som

6 A velocidade média do ultrassom, na água do mar, é de 1.500 m/s. O operador do sonar de um barco pesqueiro observou no aparelho o registro de duas reflexões. A primeira, $\frac{1}{4}$ de segundo após a emissão do ultrassom, era correspondente a um cardume que passava. A outra, recebida 2 segundos após a emissão, era do próprio fundo do mar. Com esses dados, responda a que profundidade se encontrava o cardume e qual a profundidade do fundo do mar no ponto assinalado.

7 UFRJ A coruja é um animal de hábitos noturnos que precisa comer vários ratos por noite. Um dos dados utilizados pelo cérebro da coruja para localizar um rato com precisão é o intervalo de tempo entre a chegada de um som emitido pelo rato a um dos ouvidos e a chegada desse mesmo som ao outro ouvido. Imagine uma coruja e um rato, ambos em repouso; num dado instante, o rato emite um chiado. As distâncias da boca do rato aos ouvidos da coruja valem $d_1 = 12,780$ m e $d_2 = 12,746$ m.

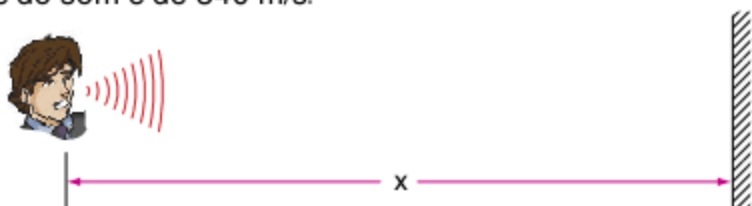


Sabendo que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, calcule o intervalo de tempo entre as chegadas do chiado aos dois ouvidos da coruja.

8 Ao realizarem uma exploração subterrânea, dois exploradores A e B desencontram-se, mas um pode ouvir a voz do outro. Realizam o seguinte experimento a fim de determinar a distância entre eles: o observador A anota o instante em que recebe a resposta de B. Entre a emissão e a recepção sonoras de A passaram-se 50 segundos. Considerando a velocidade do som no ar igual a 340 m/s, a distância entre os exploradores é:

- (a) 6,8 km
- (b) 8,5 km
- (c) 13,6 km
- (d) 17,0 km
- (e) não é possível estimar a distância entre os exploradores com base nessa experiência.

9 Unicamp O menor intervalo de tempo entre dois sons percebido pelo ouvido humano é de 0,10 segundo. Considere uma pessoa defronte a uma parede em um local onde a velocidade do som é de 340 m/s.



- a) Determine a distância x para a qual o eco é ouvido 3,0 s após a emissão da voz.
- b) Determine a menor distância para que a pessoa possa distinguir a sua voz do eco.

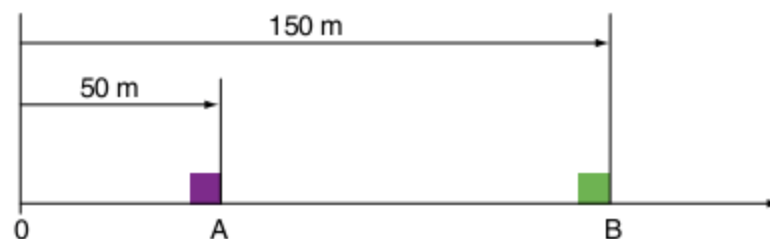
Encontros em movimento unidimensional

10 PUC Dois móveis, A e B, percorreram uma trajetória retilínea conforme as equações horárias $s_A = 30 + 20t$ e $s_B = 90 - 10t$, sendo a posição s em metros e o tempo t em segundos.

- a) No instante $t = 0$, a distância, em metros, entre os móveis era de:
 - (a) 30
 - (b) 50
 - (c) 60
 - (d) 80
 - (e) 120
- b) O instante de encontro, em segundos, entre os dois móveis foi de:
 - (a) 1
 - (b) 2
 - (c) 3
 - (d) 4
 - (e) 5

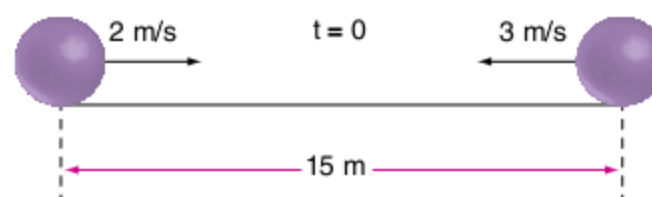
11 Faap Dois ciclistas, distanciados 60 m um do outro, possuem funções horárias $s_1 = 20 + 2t$ e $s_2 = -40 + 3t$, em relação a um mesmo referencial. Verifique quando e onde os dois ciclistas se encontrarão (considere s_1 e s_2 em metros e t em segundos).

12 FEI Dois móveis, A e B, ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura. Em $t = 0$, estes se encontram, respectivamente, nos pontos A e B na trajetória. As velocidades dos móveis são $v_A = 50$ m/s e $v_B = 30$ m/s no mesmo sentido.



- a) Em qual ponto da trajetória ocorrerá o encontro dos móveis?
 - (a) 200 m
 - (b) 225 m
 - (c) 250 m
 - (d) 300 m
 - (e) 350 m
- b) Em que instante a distância entre os dois móveis será 50 m?
 - (a) 2,0 s
 - (b) 2,5 s
 - (c) 3,0 s
 - (d) 3,5 s
 - (e) 4,0 s

13 PUC Duas bolas de dimensões desprezíveis se aproximam uma da outra, executando movimentos retilíneos e uniformes (veja a figura).



Sabendo-se que as bolas possuem velocidades de 2 m/s e 3 m/s e que no instante $t = 0$ a distância entre elas é de 15 m, podemos afirmar que o instante da colisão é:

- (a) 1 s
- (b) 2 s
- (c) 3 s
- (d) 4 s
- (e) 5 s

14 Fuvest Um automóvel que se desloca com uma velocidade constante de 72 km/h ultrapassa outro que se desloca com uma velocidade constante de 54 km/h, numa mesma estrada reta. O primeiro encontra-se 200 m atrás no instante $t = 0$. Em que instante o primeiro estará ao lado do segundo?

15 UEL Duas cidades, A e B, distam entre si 400 km. Da cidade A parte um móvel P dirigindo-se à cidade B e, no mesmo instante, parte de B outro móvel Q dirigindo-se a A. Os móveis P e Q executam movimentos uniformes e suas velocidades escalares são de 30 km/h e 50 km/h, respectivamente. A distância da cidade A ao ponto de encontro dos móveis P e Q, em quilômetros, vale:

- (a) 120
- (b) 150
- (c) 200
- (d) 240
- (e) 250

16 Mackenzie Dois pontos, A e B, de uma mesma reta estão separados por uma distância d . Simultaneamente, passam pelo ponto A, rumo ao ponto B, dois móveis com velocidades constantes, respectivamente iguais a 3 m/s e 7 m/s. Sabendo-se que o móvel com velocidade maior leva dois segundos a menos para percorrer AB, então a distância d , em metros, é igual a:

- (a) 5,0
- (b) 10,5
- (c) 21,5
- (d) 30,5
- (e) 50,0

17 PUC Dois carros deslocam-se em pista retilínea, no mesmo sentido, com velocidades constantes. O carro que está na frente desenvolve 20 m/s e o que está atrás, 35 m/s. Num certo

instante, a distância entre eles é de 225 m. A partir desse instante, que distância o carro de trás deve percorrer para alcançar o da frente?

18 PUC Numa linha férrea, dois trens trafegam no mesmo sentido, com velocidades escalares constantes, durante um intervalo de tempo de 30 min. No início desse intervalo de tempo, a distância que os separa é de 8,0 km; e 10 min mais tarde, a distância aumenta para 13,0 km. Sendo a velocidade do trem mais veloz igual a 60 km/h, a velocidade do trem mais lento, em km/h, é igual a:

- (a) 55 (c) 23 (e) 5,0
(b) 30 (d) 6,0

19 FGV Um batalhão de infantaria sai do quartel para uma marcha de exercícios às 5 horas da manhã, ao passo de 5 km/h. Depois de uma hora e meia, uma ordenança sai do quartel de jipe para levar uma informação ao comandante da marcha, ao longo da mesma estrada e a 80 km/h. Quantos minutos a ordenança levará para alcançar o batalhão?

- (a) 11 min (c) 5,625 min (e) 6 min
(b) 1 min (d) 3,5 min

20 Fuvest 2004 João está parado em um posto de gasolina quando vê o carro de seu amigo passando por um ponto P, na estrada, a 60 km/h. Pretendendo alcançá-lo, João parte com seu carro e passa pelo mesmo ponto P depois de 4 minutos, já a 80 km/h. Considere que ambos dirigem com velocidades constantes. Medindo o tempo, a partir de sua passagem pelo ponto P, João deverá alcançar seu amigo, aproximadamente, em:

- (a) 4 minutos (c) 12 minutos (e) 20 minutos
(b) 10 minutos (d) 15 minutos

21 Cesgranrio Um trem sai da estação de uma cidade, em percurso retilíneo, com velocidade constante de 50 km/h. Quanto tempo depois de sua partida deverá sair, da mesma estação, um segundo trem com velocidade constante de 75 km/h para alcançá-lo a 120 km da cidade?

- (a) 24 min (c) 96 min (e) 288 min
(b) 48 min (d) 144 min

22 UFRJ 2002 Em um trecho em declive, de 20 km de extensão, de uma estrada federal, a velocidade máxima permitida para veículos pesados é de 70 km/h e para veículos leves é de 80 km/h. Suponha que um caminhão pesado e um automóvel iniciem o trecho em declive simultaneamente e que mantenham velocidades iguais às máximas estabelecidas. Calcule a distância entre os dois veículos no instante em que o automóvel completa o trecho em declive.

Encontros em movimento unidimensional envolvendo corpo extenso

23 Fuvest Uma composição ferroviária com 19 vagões e uma locomotiva desloca-se a 20 m/s. Sendo o comprimento de cada

elemento da composição 10 m, qual é o tempo que o trem gasta para ultrapassar:

- a) um sinaleiro?
b) uma ponte de 100 m de comprimento?

24 Um trem de 100 m de comprimento atravessa uma ponte.

- a) Se a ponte tem 200 m de comprimento e o trem a atravessa em 20 segundos, determine a velocidade do trem, em km/h.
b) Se o trem atravessa a ponte em 35 segundos, a uma velocidade de 36 km/h, determine o comprimento da ponte.

25 UnitaU Uma motocicleta com velocidade constante de 20 m/s ultrapassa um trem de comprimento 100 m e velocidade 15 m/s.

- a) A duração da ultrapassagem é:
(a) 5 s (c) 20 s (e) 30 s
(b) 15 s (d) 25 s
b) O deslocamento da motocicleta durante a ultrapassagem é:
(a) 400 m (c) 200 m (e) 100 m
(b) 300 m (d) 150 m

26 Fuvest Um homem correndo ultrapassa uma composição ferroviária de 100 m de comprimento, que se move vagarosamente no mesmo sentido que ele. A velocidade do homem é o dobro da velocidade do trem. Em relação à Terra, qual o espaço percorrido pelo homem desde o instante em que ele alcança a composição até o instante em que a ultrapassa?

27 FCC Dois trens (A e B) movem-se em trilhos paralelos, deslocando-se em sentidos opostos. As velocidades escalares dos trens são constantes e de módulos iguais a 30 km/h. Cada trem mede 100 m de comprimento. Quando os trens se cruzam, durante quanto tempo um observador no trem B vê passar o trem A?

- (a) 96 s (c) 24 s (e) 6,0 s
(b) 48 s (d) 12 s

28 PUC Dois trens, A e B, de 200 m e 250 m de comprimento, respectivamente, correm em linhas paralelas com velocidades de 18 km/h e 27 km/h, em sentidos opostos. O tempo que decorre, desde o instante em que começam a se cruzar até o instante em que terminam o cruzamento, é de:

- (a) 10 s (c) 36 s (e) 50 s
(b) 25 s (d) 40 s

29 Unaerp Um trem percorre uma via no sentido norte-sul, seu comprimento é 100 m e sua velocidade de 72 km/h. Um outro trem percorre uma via paralela no sentido sul-norte com velocidade de 72 km/h. Considere o instante $t = 0$ aquele em que os trens estão com as frentes na mesma posição. O tempo que o segundo trem leva para ultrapassar totalmente o primeiro é de 6 s. O comprimento do segundo trem é:

- (a) 42 m (c) 240 m (e) 100 m
(b) 58 m (d) 140 m

TEXTO COMPLEMENTAR

Espiral de Arquimedes

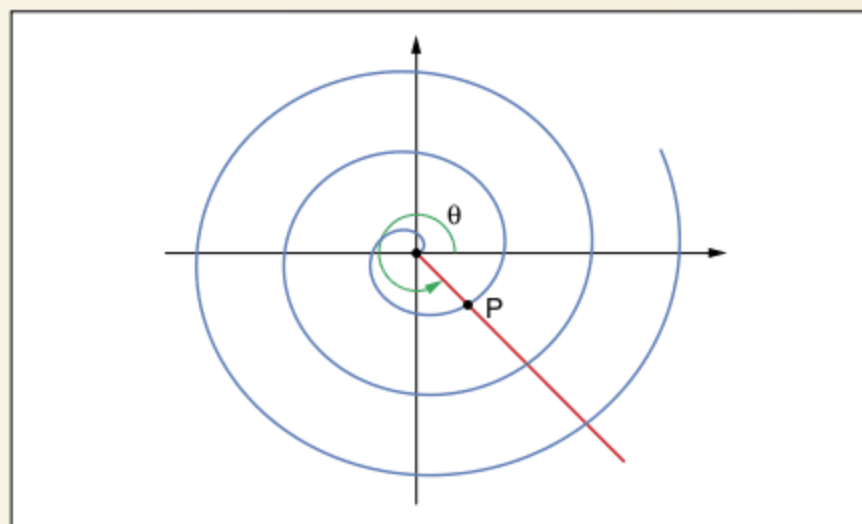
Uma das bases da Cinemática moderna encontra-se no tratado *Das espirais*, de Arquimedes (287-212 a.C.). Nesse texto matemático, ao se estabelecer o princípio de geração da espiral, define-se o conceito mecânico do movimento retilíneo uniforme e do movimento circular. Uma das proposições dessa obra, acompanhada de sua demonstração, foi parte importante do estudo do movimento uniforme de Galileu.

A espiral de Arquimedes é definida por uma curva gerada por um ponto ao se mover com velocidade constante (movimento “igualmente rápido”) sobre uma reta, que, por sua vez, está em rotação com velocidade angular também constante sobre um ponto de origem fixo.

Com a espiral de Arquimedes, observa-se a proporcionalidade entre uma distância em linha reta e uma medida angular, fato que possui aplicação física, com a conversão do movimento retilíneo uniforme em movimento circular uniforme e vice-versa.

A came, uma espécie de roda excêntrica que transmite o movimento de uma peça a outra em um sistema mecânico, é um exemplo da aplicação do princípio de geração da espiral.

As espirais de Arquimedes também podem ser observadas nos sulcos de alguns dos primeiros discos de vinil, em que as linhas igualmente espaçadas maximizavam o tempo de gravação na área do disco.



RESUMINDO

O movimento de maior aplicação na Cinemática é o movimento uniforme, cujas equações são muito simples, apesar das resoluções dos exercícios não serem tão fáceis.

O **movimento uniforme** é aquele em que a **velocidade escalar instantânea é constante** e igual à velocidade escalar média.

$$v_m = v \Rightarrow v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

A **função horária do movimento uniforme** é definida por:

$$s = s_0 + vt$$

Um aspecto que merece atenção é a correta utilização dos valores e sinais de espaço e velocidade; já a escolha da orientação da trajetória é arbitrária e não modifica o resultado do problema.

■ QUER SABER MAIS?



SITES

- Came – aplicações
<www.ul.ie/~kirwanp/examplesofsystemsinnuse.htm>.
- Espiral de Arquimedes
<www.fisica.ufs.br/CorpoDocente/egsantana/cinematica/coriolis1/coriolis1.htm#Actividades>.

Exercícios complementares

Função horária

1 Unifau Um automóvel percorre uma estrada com função horária $s = -40 + 80t$, em que s é dado em km e t em horas. O automóvel passa pelo km zero após:

- (a) 1,0 h (c) 0,5 h (e) 2,5 h
 (b) 1,5 h (d) 2,0 h

2 FEI A posição de um móvel, em movimento uniforme, varia com o tempo conforme a tabela a seguir:

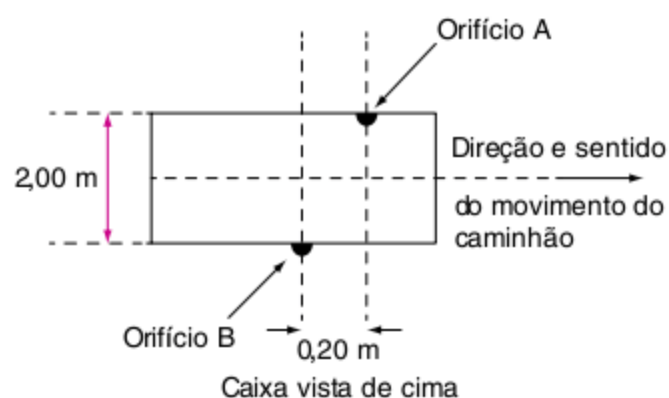
s (m)	25	21	17	13	9	5
t (s)	0	1	2	3	4	5

A equação horária desse movimento é:

- (a) $s = 4 - 25t$ (c) $s = 25 - 4t$ (e) $s = -25 - 4t$
 (b) $s = 25 + 4t$ (d) $s = -4 + 25t$

Movimentos em um plano

3 Vunesp Uma caixa de papelão vazia, transportada na carrocera de um caminhão que trafega a 90 km/h num trecho reto de uma estrada, é atravessada por uma bala perdida. A largura da caixa é de 2,00 m e a distância entre as retas perpendiculares às duas laterais perfuradas da caixa e que passam, respectivamente, pelos orifícios de entrada e de saída da bala (ambos na mesma altura) é de 0,20 m.



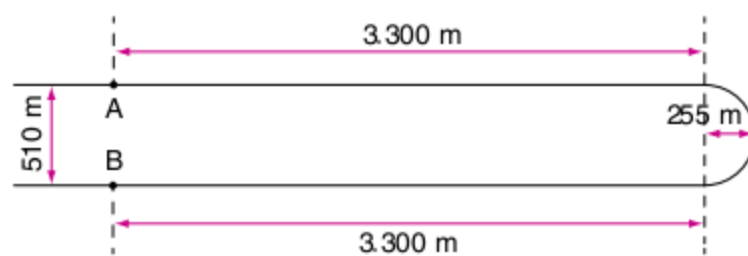
- a) Supondo que a direção do disparo seja perpendicular às laterais perfuradas da caixa e ao deslocamento do caminhão e que o atirador estava parado na estrada, determine a velocidade da bala.
 b) Supondo, ainda, que o caminhão se desloque para a direita, determine qual dos orifícios, A ou B, é o de entrada.

4 UFCE Uma lâmpada pende de um teto ficando a uma altura H do solo. Um atleta de altura h passa sob a lâmpada se deslocando em linha reta com velocidade constante v . Se $H = 5$ m, $h = 2$ m e $v = 6$ m/s, determine a velocidade, em m/s, com que a sombra da parte superior da cabeça do atleta se desloca no solo.

Velocidade do som

5 Fuvest Um trecho dos trilhos de aço de uma ferrovia tem a forma e as dimensões dadas a seguir. Um operário bate com

uma marreta no ponto A dos trilhos. Um outro trabalhador, localizado no ponto B, pode ver o primeiro, ouvir o ruído e sentir com os pés as vibrações produzidas pelas marretadas no trilho.



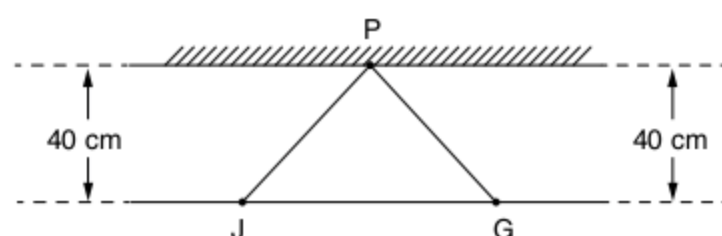
- a) Supondo que a luz se propague instantaneamente, qual o intervalo de tempo Δt decorrido entre os instantes em que o trabalhador em B vê uma marretada e ouve seu som?
 b) Qual a velocidade de propagação do som no aço, sabendo que o trabalhador em B, ao ouvir uma marretada, sente simultaneamente as vibrações no trilho?

Dado: velocidade do som no ar = 340 m/s. Use $\pi = 3$.

6 Ufes Um atirador ouve o ruído da bala atingindo um alvo 3 s após dispará-la com velocidade de 680 m/s. Sabendo que a velocidade do som é de 340 m/s, a distância, em metros, entre o atirador e o alvo é de:

- (a) 340
 (b) 680
 (c) 1.020
 (d) 1.530
 (e) 2.040

7 Uerj 2000 Um juiz, que está na posição J da figura abaixo, apita uma falta num instante t_0 . Um goleiro, na posição G, leva um intervalo de tempo $\Delta t_1 = t_1 - t_0$ para ouvir o som do apito, propagado ao longo do segmento \overline{JG} .



Decorrido um intervalo de tempo $\Delta t_2 = t_2 - t_1$, o goleiro ouve o eco dessa onda sonora, através de sua reflexão num ponto P da parede.

Considerando que a velocidade do som no ar é 340 m/s e que a distância entre o goleiro e o juiz é de 60 m, determine o valor, em minutos, de:

- a) Δt_1 ;
 b) Δt_2 .

8 ITA Um avião a jato passa sobre um observador, em voo horizontal. Quando ele está exatamente na vertical que passa pelo observador, o som parece vir de um ponto atrás do avião, numa direção inclinada 30° com a vertical. Sendo v_s a velocidade do som, calcule a velocidade escalar do avião.

Encontros em movimento unidimensional

9 Fuvest 2009 Marta e Pedro combinaram encontrar-se em um certo ponto de uma autoestrada plana, para seguirem viagem juntos. Marta, ao passar pelo marco zero da estrada, constatou que, mantendo uma velocidade média de 80 km/h, chegaria na hora certa ao ponto de encontro combinado. No entanto, quando ela já estava no marco do quilômetro 10, ficou sabendo que Pedro tinha se atrasado e, só então, estava passando pelo marco zero, pretendendo continuar sua viagem a uma velocidade média de 100 km/h. Mantendo essas velocidades, seria previsível que os dois amigos se encontrassem próximos a um marco da estrada com indicação de

- (a) $\begin{array}{|c|} \hline \text{km} \\ \hline 20 \\ \hline \end{array}$ (c) $\begin{array}{|c|} \hline \text{km} \\ \hline 40 \\ \hline \end{array}$ (e) $\begin{array}{|c|} \hline \text{km} \\ \hline 60 \\ \hline \end{array}$
- (b) $\begin{array}{|c|} \hline \text{km} \\ \hline 30 \\ \hline \end{array}$ (d) $\begin{array}{|c|} \hline \text{km} \\ \hline 50 \\ \hline \end{array}$

10 Uerj 2010 Um foguete persegue um avião, ambos com velocidades constantes e mesma direção. Enquanto o foguete percorre 4,0 km, o avião percorre apenas 1,0 km. Admita que, em um instante t_1 , a distância entre eles seja de 4,0 km e que, no instante t_2 , o foguete alcança o avião.

No intervalo de tempo $t_2 - t_1$, a distância percorrida pelo foguete, em quilômetros, corresponde aproximadamente a:

- (a) 4,7 (b) 5,3 (c) 6,2 (d) 8,6

11 AFA Considere dois veículos deslocando-se em sentidos opostos, numa mesma rodovia. Um tem velocidade escalar de 60 km/h e o outro de 90 km/h, em valor absoluto.

Um passageiro viajando no veículo mais lento resolve cronometrar o tempo decorrido até que os veículos se cruzem e encontra o intervalo de 30 segundos. A distância, em km, de separação dos veículos no início da cronometragem era de:

- (a) 0,25 (b) 1,25 (c) 2,0 (d) 2,5

12 UFC 2010 Duas pessoas pegam simultaneamente escadas rolantes, paralelas, de mesmo comprimento ℓ , em uma loja, sendo que uma delas desce e a outra sobe. A escada que desce tem velocidade $v_A = 1$ m/s e a que sobe é v_B . Considere o tempo de descida da escada igual a 12 s. Sabendo-se que as pessoas se cruzam a $\frac{1}{3}$ do caminho percorrido pela pessoa que sobe, determine:

- a) a velocidade v_B da escada que sobe.
 b) o comprimento das escadas.
 c) a razão entre os tempos gastos na descida e na subida das pessoas.

13 Unifor Aquiles e uma criança estão correndo na mesma estrada e no mesmo sentido. Num dado instante, Aquiles está 1,6 km atrás da criança, que passa por P. Quando Aquiles passa por P, a criança está 0,8 km adiante, passando por Q. Quando Aquiles passa por Q, a criança está em R, 0,4 km adiante e, assim, sucessivamente. Dessa forma, Aquiles alcançará a criança:

- (a) após um tempo infinito, pois a criança sempre estará na frente.
 (b) 3,2 km depois de P.
 (c) 2,4 km depois de P.
 (d) 1,6 km depois de P.
 (e) 1,5 km depois de P.

14 FGV De duas cidadezinhas ligadas por uma estrada reta de 10 km de comprimento, partem simultaneamente, uma em direção à outra, duas carroças, puxadas cada uma por um cavalo e andando à velocidade de 5 km/h. No instante de partida, uma mosca, que estava pousada na testa do primeiro cavalo, parte voando em linha reta, com velocidade de 15 km/h e vai pousar na testa do segundo cavalo. Após um intervalo de tempo desprezível, ela parte novamente e volta, com a mesma velocidade de antes, em direção ao primeiro cavalo, até pousar em sua testa. E assim prossegue nesse vaivém, até que os dois cavalos se encontram e a mosca morre esmagada entre as duas testas. Quantos quilômetros percorreu a mosca?

15 Considere um certo número de soldados dispostos em fila indiana, separados uns dos outros por uma distância constante $d = 2$ m. Eles iniciam uma marcha com ritmo de 120 passos por minuto, obedecendo às batidas regulares de um tambor conduzido pelo primeiro da fila. Sabe-se que cada soldado inicia a sua marcha com o pé direito ao ouvir a primeira batida do tambor. Iniciada a marcha, observa-se, então, que o último soldado da fila (e somente ele) está rigorosamente dando seus passos com o pé trocado com relação ao primeiro da fila. Sendo a velocidade do som igual a 340 m/s, determine o número de soldados contidos na fila.

16 FEI Dois ciclistas, I e II, partem no mesmo instante de pontos P e Q, situados sobre uma estrada retilínea. Os ciclistas percorrem a estrada em movimento retilíneo uniforme. O ciclista I parte de P rumo a Q e o ciclista II de Q a P. Num ponto O, situado entre P e Q, eles se cruzam. O ciclista I atinge Q 36 s após o cruzamento com o ciclista II, e este atinge P 49 s após o cruzamento. A relação entre as velocidades $\frac{v_I}{v_{II}}$ é igual a:

- (a) $\frac{36}{49}$ (c) $\frac{6}{7}$ (e) $\frac{12}{13}$
- (b) $\frac{49}{36}$ (d) $\frac{7}{6}$

17 Fuvest 2006 Um automóvel e um ônibus trafegam em uma estrada plana mantendo velocidades constantes em torno de 100 km/h e 75 km/h, respectivamente. Os dois veículos passam lado a lado em um posto de pedágio. Quarenta minutos $\left(\frac{2}{3}$ de hora) depois, nessa mesma estrada, o motorista do ônibus vê o automóvel ultrapassá-lo. Ele supõe, então, que o automóvel deve ter realizado, nesse período, uma parada com duração aproximada de:

- (a) 4 minutos (c) 10 minutos (e) 25 minutos
 (b) 7 minutos (d) 15 minutos

18 PUC Alberto saiu de casa para o trabalho exatamente às 7 horas, desenvolvendo, com seu carro, uma velocidade constante de 54 km/h. Pedro, seu filho, percebe imediatamente que o pai esqueceu sua pasta com documentos e, após 1 min de hesitação, sai para encontrá-lo, movendo-se também com velocidade constante. Excelente aluno em Física, calcula que, como saiu 1 min após o pai, demorará exatamente 3 min para alcançá-lo. Para que isso seja possível, qual a velocidade escalar do carro de Pedro?

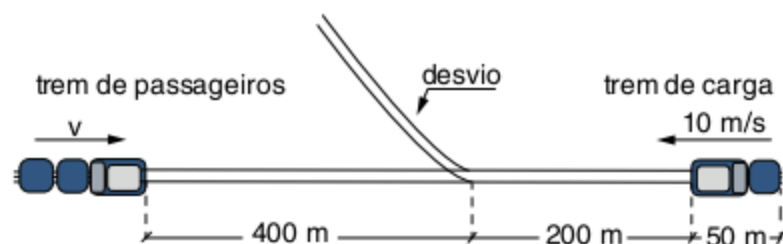
- (a) 60 km/h (d) 80 km/h
 (b) 66 km/h (e) 90 km/h
 (c) 72 km/h

19 ESALQ Dois navios, N_1 e N_2 , partem de um mesmo ponto e se deslocam sobre uma mesma reta com velocidades de 35 km/h e 25 km/h, em valores absolutos. A comunicação entre os dois navios é possível, pelo rádio, enquanto a distância entre eles não ultrapassar 600 km. Determine o tempo durante o qual os dois navios podem se comunicar, admitindo que:

- a) os dois navios partem ao mesmo tempo e movem-se no mesmo sentido.
 b) o navio mais lento parte 2 horas antes do outro e move-se no mesmo sentido que ele.
 c) os dois navios partem ao mesmo tempo e movem-se em sentidos opostos.

Encontros em movimento unidimensional envolvendo corpo extenso

20 UFRJ 2004 Dois trens, um de carga e outro de passageiros, movem-se nos mesmos trilhos retilíneos, em sentidos opostos, um aproximando-se do outro, ambos com movimentos uniformes. O trem de carga, de 50 m de comprimento, tem uma velocidade de módulo igual a 10 m/s e o de passageiros, uma velocidade de módulo igual a v . O trem de carga deve entrar num desvio para que o de passageiros possa prosseguir viagem nos mesmos trilhos, como ilustra a figura. No instante focalizado, as distâncias das dianteiras dos trens ao desvio valem 200 m e 400 m, respectivamente.



Calcule o valor máximo de v para que não haja colisão.

21 Unifap Suponha que você esteja dirigindo um automóvel de 3 m de comprimento, em uma estrada, a uma velocidade de 90 km/h, e inicia a ultrapassagem sobre um caminhão de 12 m de comprimento, que trafega a 72 km/h à sua frente. Em segundos, o tempo aproximado necessário para você se colocar 1 m à frente do caminhão será:

- (a) 0,8 (c) 2,7 (e) 4,5
 (b) 1,4 (d) 3,2

22 Fuvest Numa estrada, andando de caminhão com velocidade constante, você leva 4 segundos para ultrapassar um outro caminhão cuja velocidade é também constante. Sendo de 10 m o comprimento de cada caminhão, a diferença entre a sua velocidade e a do caminhão que você ultrapassa é, aproximadamente, igual a:

- (a) 0,2 m/s (d) 5,0 m/s
 (b) 0,4 m/s (e) 10 m/s
 (c) 2,5 m/s

23 UFC Dois trens, de comprimentos 60 m e 90 m, correm em trilhos paralelos e em sentidos opostos. O trem menor move-se com o dobro da velocidade do maior, para um referencial fixo na Terra. Uma pessoa no trem menor observa que o trem maior gasta 2 s para passar por sua janela. Determine a velocidade, em m/s, do trem menor.

24 Dois trens, A e B, de 300 m de comprimento cada um, deslocam-se em linhas paralelas com velocidades escalares constantes de módulos respectivamente iguais a 40 m/s e 20 m/s. Determine o intervalo de tempo decorrido e a distância percorrida pelo trem A:

- a) enquanto A ultrapassa B, movendo-se no mesmo sentido que B.
 b) enquanto A e B se cruzam, movendo-se em sentidos opostos.

25 UFSC 2001 Um trem A, de 150 metros de comprimento, deslocando-se do sul para o norte, começa a atravessar uma ponte férrea de pista dupla, no mesmo instante em que um outro trem B, de 500 metros de comprimento, que se desloca do norte para o sul, inicia a travessia da ponte. O maquinista do trem A observa que seu trem se desloca com velocidade constante de 36 km/h, enquanto o maquinista do trem B verifica que o seu trem está a uma velocidade constante de 72 km/h, ambas as velocidades medidas em relação ao solo. Um observador, situado em uma das extremidades da ponte, observa que os trens completam a travessia da ponte ao mesmo tempo.

Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Como o trem B tem o dobro da velocidade do trem A, ele leva a metade do tempo para atravessar a ponte independentemente do comprimento dela.
 02 A velocidade do trem A, em relação ao trem B, é de 108 km/h.
 04 Não podemos calcular o comprimento da ponte, pois não foi fornecido o tempo gasto pelos trens para atravessá-la.
 08 O comprimento da ponte é 200 metros.
 16 Os trens atravessam a ponte em 35 segundos.
 32 A velocidade do trem B, em relação ao trem A, é de 108 km/h.
 64 O comprimento da ponte é 125 metros e os trens a atravessam em 15 segundos.

Soma =

Movimento uniformemente variado

3

FRENTE 1

REPRODUÇÃO

Um corpo em movimento uniformemente variado possui aceleração constante.

Gotas de chuva em trajetória vertical estão sujeitas à aceleração da gravidade, g .



Movimentos variados

Já estudamos no capítulo 2 o movimento em que a velocidade escalar instantânea é constante, chamado de movimento uniforme.

Mas na natureza é mais comum encontrarmos movimentos em que a velocidade escalar instantânea não é constante, ou seja, varia com o tempo. Esses movimentos são chamados de variados.

Se no movimento uniforme a velocidade escalar instantânea é constante e, portanto, igual à velocidade escalar média para qualquer intervalo de tempo, no movimento variado isso não acontece.

Sabemos que a grandeza velocidade escalar mede a variação de espaço. Temos necessidade agora de medir a variação da velocidade escalar. A grandeza responsável por essa medida é denominada aceleração escalar.

Do mesmo modo que para a velocidade escalar definimos velocidade média e instantânea, para a aceleração escalar definimos aceleração média e instantânea.

ATENÇÃO!

O conceito de aceleração é bastante conhecido no nosso dia a dia. Quando dizemos que precisamos acelerar o carro, queremos dizer que precisamos aumentar a sua velocidade, fazendo-a, portanto, variar. Se queremos diminuir a sua velocidade, variando-a também, dizemos que precisamos desacelerar o carro.

Neste capítulo, a palavra aceleração indica variação de velocidade, valendo tanto para o seu aumento, quanto para a sua diminuição.

Observação: Da mesma forma que a velocidade pode variar, a aceleração também pode variar. Porém, a variação da aceleração não será medida por nenhuma grandeza em especial.

Aceleração

Aceleração escalar média

Vamos começar analisando um exemplo. Se um automóvel, em uma viagem, passou da velocidade de 40 km/h para a velocidade de 100 km/h em 6 minutos, podemos dizer que o carro aumentou, em média, 10 km/h em sua velocidade a cada minuto.

Daí afirmamos que a aceleração média do automóvel foi:

$$\frac{10 \text{ km/h}}{1 \text{ min}} = \frac{10 \text{ km/h}}{\frac{1}{60} \text{ h}} = \frac{10 \cdot 60 \text{ km/h}}{\text{h}} = 600 \text{ km/h}^2$$

É importante observar que o automóvel não aumentou necessariamente 10 km/h a cada minuto. Ele pode ter aumentado 45 km/h nos 3 primeiros minutos e mais 15 km/h nos 3 minutos seguintes.

De um modo geral, se um corpo tem velocidade v_1 no instante t_1 e velocidade v_2 no instante t_2 , a aceleração média (a_m) é

definida como sendo a razão entre a variação de velocidade (Δv) e a variação de tempo (Δt):

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

onde $\Delta v = v_2 - v_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$.

Daí vem que a unidade de medida de aceleração é a razão entre a unidade de medida de velocidade e a unidade de medida de tempo:

$$u(a) = \frac{u(v)}{u(t)}$$

$$\text{No SI: } u(a) = \frac{\text{m/s}}{\text{s}} = \text{m/s}^2$$

ATENÇÃO!

Sobre o sinal da aceleração escalar média, podemos observar que, como Δt é sempre positivo, pois $t_2 > t_1$, o sinal de Δv determina o sinal de a_m :

$$\text{se } v_2 > v_1 \Rightarrow \Delta v > 0 \Rightarrow a_m > 0$$

$$\text{se } v_2 < v_1 \Rightarrow \Delta v < 0 \Rightarrow a_m < 0$$

$$\text{se } v_2 = v_1 \Rightarrow \Delta v = 0 \Rightarrow a_m = 0$$

Aceleração escalar instantânea

No caso do automóvel que aumentou sua velocidade de 40 km/h para 100 km/h em 6 minutos, a aceleração média foi de 600 km/h². Porém, isso não significa que em todo instante a aceleração foi de 600 km/h². O automóvel pode ter mantido sua velocidade constante por algum intervalo de tempo, ou até diminuído sua velocidade ao encontrar um caminhão à sua frente.

Para sabermos a aceleração do móvel em todo instante, a aceleração escalar média não nos serve; precisamos conhecer a aceleração escalar instantânea.

A aceleração escalar instantânea pode ser definida como a aceleração escalar média quando o intervalo de tempo se torna extremamente pequeno, ou seja, tendendo a zero ($\Delta t \rightarrow 0$).

Nesse caso, Δv também tende a zero, porém o quociente $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ tende a um valor limite, que é a aceleração escalar instantânea:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} a_m$$

Logo:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

ATENÇÃO!

Se, em todos os instantes, a velocidade escalar instantânea é constante (movimento uniforme), a aceleração escalar instantânea é nula.

Movimento acelerado e movimento retardado

Movimento acelerado

O movimento de um corpo é acelerado se ele se move cada vez mais rapidamente com o passar do tempo.

Dessa forma, definimos o movimento como acelerado quando o módulo da velocidade escalar aumenta com o tempo: $|v|$ aumenta.

Observação: Não devemos confundir esse conceito com velocidade cada vez maior, pois um corpo cuja velocidade passa de -20 km/h para -60 km/h está acelerando, apesar de -60 km/h ser menor que -20 km/h.

Acelerar significa aumentar o módulo!

O movimento acelerado pode ser progressivo ou retrógrado. Para mostrar isso, vamos tomar como exemplo um automóvel que tem sua velocidade alterada de 60 km/h para 90 km/h. É claro que esse movimento é acelerado, pois há um aumento do módulo da velocidade escalar.

- a) Se orientarmos a trajetória no sentido do movimento do carro:

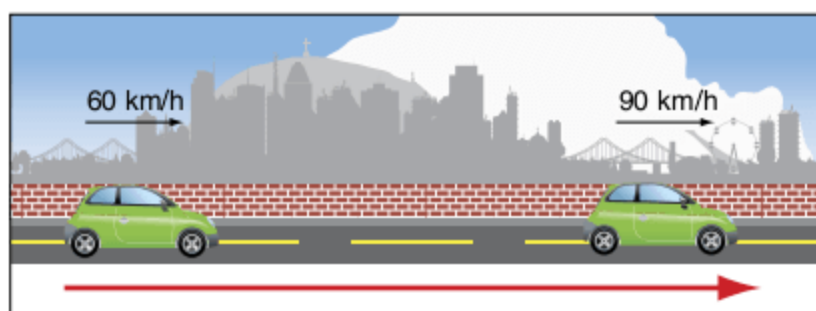


Fig. 1 Movimento acelerado progressivo.

A velocidade escalar é sempre positiva ($v > 0$), pois o móvel se desloca no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória, o que implica no movimento ser **progressivo**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (+90 \text{ km/h}) - (+60 \text{ km/h}) = +30 \text{ km/h}$$

Logo: $\Delta v > 0$.

Como $\Delta t > 0$, então $a_m > 0$.

Assim, no movimento acelerado progressivo:

$$v > 0 \text{ e } a > 0.$$

- b) Se orientarmos a trajetória no sentido contrário ao do movimento do carro:

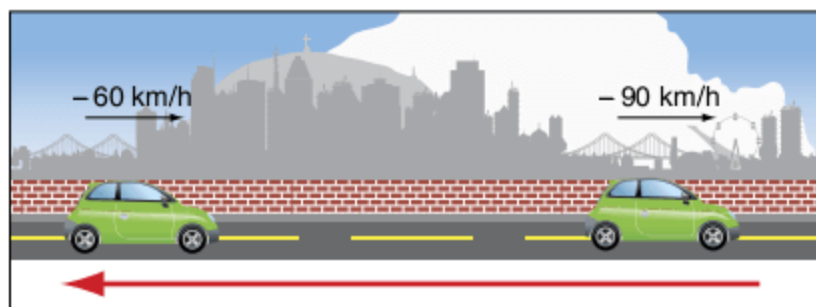


Fig. 2 Movimento acelerado retrógrado.

A velocidade escalar é sempre negativa ($v < 0$), pois o móvel se desloca no sentido contrário ao da orientação positiva da trajetória, o que implica no movimento ser **retrógrado**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (-90 \text{ km/h}) - (-60 \text{ km/h}) = -30 \text{ km/h}$$

Logo: $\Delta v < 0$.

Como $\Delta t > 0$, então $a_m < 0$.

Assim, no movimento acelerado retrógrado:

$$v < 0 \text{ e } a < 0.$$

Movimento retardado

O movimento de um corpo é retardado se ele se move cada vez mais lentamente com o passar do tempo.

Dessa forma, definimos o movimento como retardado quando o módulo da velocidade escalar diminui com o tempo: $|v|$ diminui.

Observação: Não devemos confundir esse conceito com velocidade cada vez menor, pois um corpo cuja velocidade passa de -60 km/h para -20 km/h está retardando, apesar de -20 km/h ser maior que -60 km/h.

Retardar significa diminuir o módulo!

O movimento retardado também pode ser progressivo ou retrógrado. Para mostrar isso, vamos tomar como exemplo um automóvel que tem sua velocidade alterada de 90 km/h para 60 km/h. É claro que esse movimento é retardado, pois há uma diminuição do módulo da velocidade escalar.

- a) Se orientarmos a trajetória no sentido do movimento do carro:

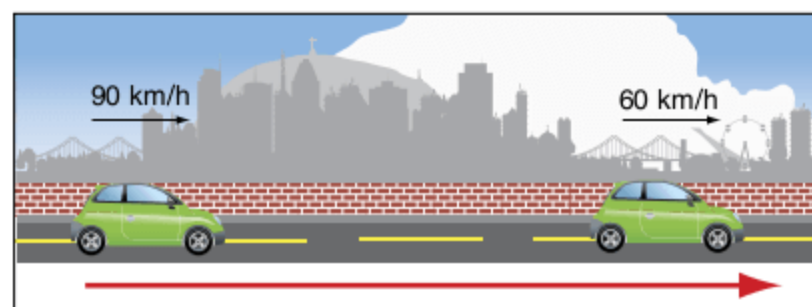


Fig. 3 Movimento retardado progressivo.

A velocidade escalar é sempre positiva ($v > 0$), pois o móvel se desloca no mesmo sentido da orientação positiva da trajetória, o que implica no movimento ser **progressivo**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (+60 \text{ km/h}) - (+90 \text{ km/h}) = -30 \text{ km/h}$$

Logo: $\Delta v < 0$.

Como $\Delta t > 0$, então $a_m < 0$.

Assim, no movimento retardado progressivo:

$$v > 0 \text{ e } a < 0.$$

- b) Se orientarmos a trajetória no sentido contrário ao do movimento do carro:

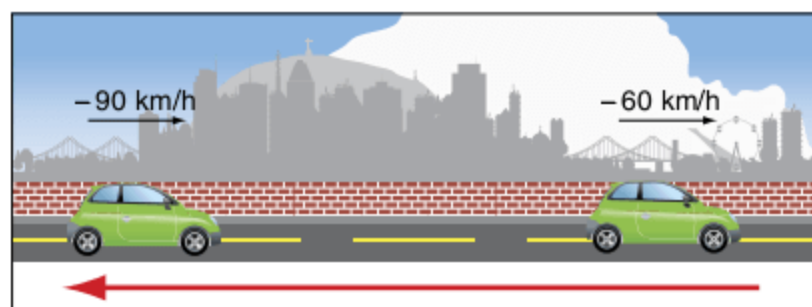


Fig. 4 Movimento retardado retrógrado.

A velocidade escalar é sempre negativa ($v < 0$), pois o móvel se desloca no sentido contrário ao da orientação positiva da trajetória, o que implica no movimento ser **retrógrado**.

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (-60 \text{ km/h}) - (-90 \text{ km/h}) = +30 \text{ km/h}$$

Logo: $\Delta v > 0$.

Como $\Delta t > 0$, então $a_m > 0$.

Assim, no movimento retardado retrógrado:

$$v < 0 \text{ e } a > 0.$$

Vemos que o sinal da aceleração escalar não define sozinho se um movimento é acelerado ou retardado. Ao contrário, o sinal da velocidade escalar define sozinho se um movimento é progressivo ou retrógrado: $v > 0$ (progressivo) e $v < 0$ (retrógrado), como visto no capítulo anterior.

ATENÇÃO!

- se os sinais de velocidade e aceleração são os mesmos, temos movimento acelerado: ($v > 0$ e $a > 0$) ou ($v < 0$ e $a < 0$).
- se os sinais de velocidade e aceleração são contrários, temos movimento retardado: ($v > 0$ e $a < 0$) ou ($v < 0$ e $a > 0$).

Observação: Um mesmo movimento pode ser progressivo ou retrógrado, dependendo da escolha da orientação da trajetória, porém essa escolha não interfere na classificação de movimento acelerado ou retardado.

Movimento uniformemente variado (MUV)

O movimento uniformemente variado é aquele em que a aceleração escalar instantânea é constante e diferente de zero.

Novamente não fazemos qualquer restrição quanto à trajetória do corpo. Se a trajetória do MUV for uma reta, teremos um movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV). Se a trajetória do MUV for uma circunferência, teremos um movimento circular uniformemente variado (MCUV).

Um exemplo de movimento uniformemente variado é o de uma bola em queda livre, que será visto ainda neste capítulo.

Como a aceleração escalar instantânea é constante, a aceleração escalar média será também constante e igual à aceleração escalar instantânea no MUV:

$$a_m = a \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dessa forma, para intervalos de tempo iguais, o móvel em MUV tem variações de velocidade iguais.

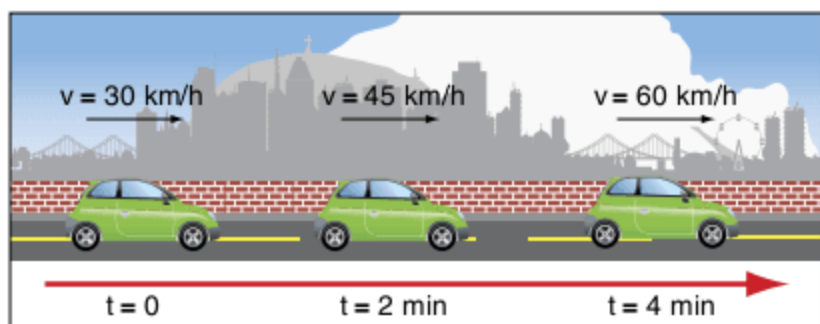


Fig. 5 Δv iguais para Δt iguais.

Função horária da velocidade no MUV

No MUV, temos:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

pois a aceleração escalar instantânea coincide com a aceleração escalar média.

Se um móvel, no instante t_0 (início do movimento), possui velocidade v_0 (velocidade inicial) e, em um instante qualquer t , possui velocidade v , então:

$$\Delta v = v - v_0 \text{ e } \Delta t = t - t_0$$

Para simplificar, vamos tomar o início do movimento na origem dos tempos: $t_0 = 0$.

Assim:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow a \cdot t = v - v_0$$

Logo:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Essa é a função horária da velocidade no movimento uniformemente variado, expressão do 1º grau, em que:

- v é a velocidade para um instante qualquer t .
- v_0 é a velocidade para o instante $t = 0$.
- a é a aceleração escalar instantânea e diferente de zero.
- v_0 e a são constantes.

ATENÇÃO!

Se tomarmos o início do movimento em $t_0 \neq 0$, a função horária da velocidade no movimento uniformemente variado é expressa por:

$$v = v_0 + a \cdot (t - t_0)$$

onde v_0 é a velocidade para o instante $t_0 \neq 0$.

Função horária do espaço no MUV

Vamos tomar um móvel cujo espaço e velocidade no instante $t = 0$ são respectivamente iguais a s_0 e v_0 . No instante qualquer t , espaço e velocidade são respectivamente iguais a s e v .

O gráfico da velocidade em função do tempo no MUV ($v = v_0 + a \cdot t$) é dado por:

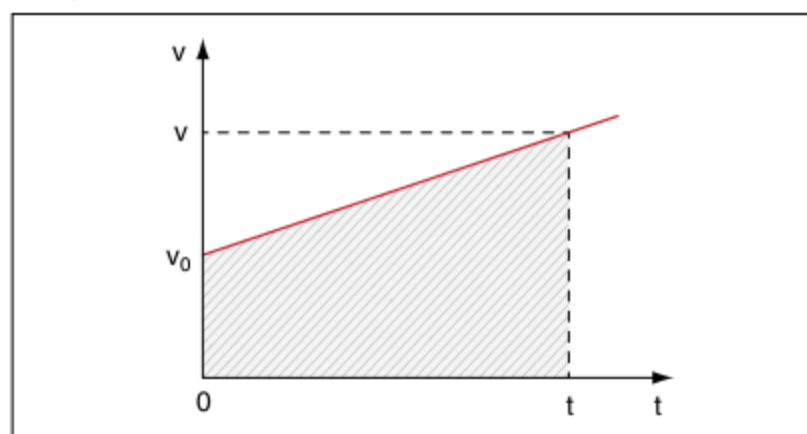


Fig. 6 Área no gráfico $v \times t$.

Para deduzir a função horária do espaço, vamos utilizar um conceito que será melhor fixado no capítulo 4.

A área hachurada no gráfico acima é numericamente igual à variação do espaço Δs no intervalo de tempo Δt .

Temos a figura hachurada de um trapézio, cuja área é dada por:

$$A = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor})}{2} \cdot \text{altura}$$

Logo: $\Delta s = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot \Delta t$

Mas: $\Delta t = t - 0 = t \Rightarrow \Delta s = \frac{(v + v_0)}{2} \cdot t$

Sabemos que a velocidade v para um instante qualquer t é dada por:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

Logo:

$$\Delta s = \frac{(v_0 + a \cdot t + v_0)}{2} \cdot t = \frac{(2v_0 + a \cdot t)}{2} \cdot t = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$\Delta s = s - s_0 \Rightarrow s - s_0 = v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Logo:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

Essa é a função horária do espaço no movimento uniformemente variado, expressão do 2º grau, em que:

- s é o espaço para um instante qualquer t .
- s_0 é o espaço para o instante $t = 0$.
- v_0 é a velocidade para o instante $t = 0$.
- a é a aceleração escalar instantânea e diferente de zero.
- s_0, v_0 e a são constantes.

ATENÇÃO!

Se tomarmos o início do movimento em $t_0 \neq 0$, a função horária do espaço no movimento uniformemente variado é expressa por:

$$s = s_0 + v_0 \cdot (t - t_0) + \frac{a}{2} \cdot (t - t_0)^2$$

onde s_0 e v_0 são, respectivamente, o espaço e a velocidade para o instante $t_0 \neq 0$.

Se conhecemos a função horária do espaço, podemos determinar os valores de s_0, v_0 e a , e também a função horária da velocidade. Observe a tabela 1, em que as unidades estão expressas no Sistema Internacional.

$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$	s_0	v_0	a	$v = v_0 + a \cdot t$
$s = 4 - 3t + t^2$	4 m	-3 m/s	2 m/s ²	$v = -3 + 2t$
$s = -2 + 5t + 3t^2$	-2 m	5 m/s	6 m/s ²	$v = 5 + 6t$
$s = 5 - 2t^2$	5 m	0	-4 m/s ²	$v = -4t$
$s = 6t - t^2$	0	6 m/s	-2 m/s ²	$v = 6 - 2t$
$s = 4t^2$	0	0	8 m/s ²	$v = 8t$

Tab. 1 Determinação de s_0, v_0, a e v a partir da função horária.

Por outro lado, se conhecermos a função horária da velocidade, podemos determinar os valores de v_0 e a , e, se conhecermos também o valor de s_0 , podemos determinar a função horária do espaço.

Velocidade escalar média

Somente no MU a velocidade escalar média é igual à velocidade escalar instantânea. Para calcularmos a velocidade escalar média entre os instantes t_1 e t_2 quaisquer de um MUV, temos:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Da equação horária do espaço:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

para $t = t_1$: $s_1 = s_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{a}{2} \cdot t_1^2$

para $t = t_2$: $s_2 = s_0 + v_0 \cdot t_2 + \frac{a}{2} \cdot t_2^2$

$$\Delta s = s_2 - s_1$$

$$\Delta s = \left(s_0 + v_0 \cdot t_2 + \frac{a}{2} \cdot t_2^2 \right) - \left(s_0 + v_0 \cdot t_1 + \frac{a}{2} \cdot t_1^2 \right)$$

$$= v_0 \cdot t_2 - v_0 \cdot t_1 + \frac{a}{2} \cdot t_2^2 - \frac{a}{2} \cdot t_1^2$$

$$= v_0 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{a}{2} \cdot (t_2^2 - t_1^2)$$

$$= v_0 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) \cdot (t_2 - t_1)$$

$$= (t_2 - t_1) \cdot \left[v_0 + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) \right]$$

Como $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ e $\Delta t = t_2 - t_1$, temos:

$$v_m = \frac{(t_2 - t_1) \cdot \left[v_0 + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) \right]}{(t_2 - t_1)}$$

$$= v_0 + \frac{a}{2} \cdot (t_2 + t_1) = \frac{2v_0 + a \cdot t_2 + a \cdot t_1}{2}$$

$$= \frac{(v_0 + a \cdot t_1) + (v_0 + a \cdot t_2)}{2}$$

Mas: $v = v_0 + a \cdot t$

Logo: $v_1 = v_0 + a \cdot t_1$ e $v_2 = v_0 + a \cdot t_2$

Então:

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

ATENÇÃO!

Essa dedução permite-nos conduir que, no caso particular do MUV, e apenas nele, a velocidade escalar média entre dois instantes quaisquer pode ser calculada como a média aritmética entre as velocidades escalares instantâneas nesses dois instantes.

Nos casos em que a velocidade instantânea variar de forma não linear com o tempo, a velocidade média deverá ser unicamente calculada de acordo com a expressão:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Equação de Torricelli

Em muitos casos do MUV é interessante resolver um problema sem a necessidade de utilizar o tempo nos cálculos; isso se faz relacionando diretamente a velocidade com o espaço.

No MUV:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \quad (I)$$

$$v = v_0 + a \cdot t \quad (II)$$

Isolando o valor de t na equação (II):

$$t = \frac{v - v_0}{a}$$

Substituindo na equação (I):

$$s = s_0 + v_0 \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{a}{2} \cdot \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2$$

$$s - s_0 = \frac{v_0 \cdot v - v_0^2}{a} + \frac{a}{2} \cdot \frac{(v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2)}{a^2}$$

$$= \frac{2 \cdot v_0 \cdot v - 2 \cdot v_0^2}{2 \cdot a} + \frac{v^2 - 2 \cdot v \cdot v_0 + v_0^2}{2 \cdot a}$$

$$s - s_0 = \frac{v^2 - v_0^2}{2 \cdot a} \Rightarrow (s - s_0) \cdot 2a = v^2 - v_0^2$$

Se $\Delta s = s - s_0$, então:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

que é a equação de Torricelli, em que:

- v é a velocidade para um instante qualquer t .
- Δs é a variação de espaço entre o instante $t = 0$ e um instante qualquer t .
- v_0 é a velocidade para o instante $t = 0$.
- a é a aceleração escalar instantânea e diferente de zero.
- v_0 e a são constantes.

Observação: A equação de Torricelli não se altera quando $t_0 \neq 0$.

Movimento vertical no vácuo

Um corpo que é lançado verticalmente no vácuo (para cima ou para baixo), ou simplesmente abandonado, sofre a ação de uma aceleração, denominada aceleração da gravidade (g).

O valor da aceleração da gravidade varia com a altitude e a latitude. Porém, se o movimento se der em uma região onde estas duas variáveis têm pequenas mudanças, podemos considerar a aceleração da gravidade constante.

Sendo assim, o lançamento vertical no vácuo pode ser estudado como um caso particular de movimento uniformemente variado.

Podemos observar que um corpo em movimento vertical para cima, sujeito exclusivamente à aceleração da gravidade, tem o módulo de sua velocidade reduzido durante a subida, o que constitui um movimento retardado.

Do mesmo modo, um corpo em movimento vertical para baixo, sujeito exclusivamente à aceleração da gravidade, tem o módulo de sua velocidade aumentado durante a descida, o que constitui um movimento acelerado.

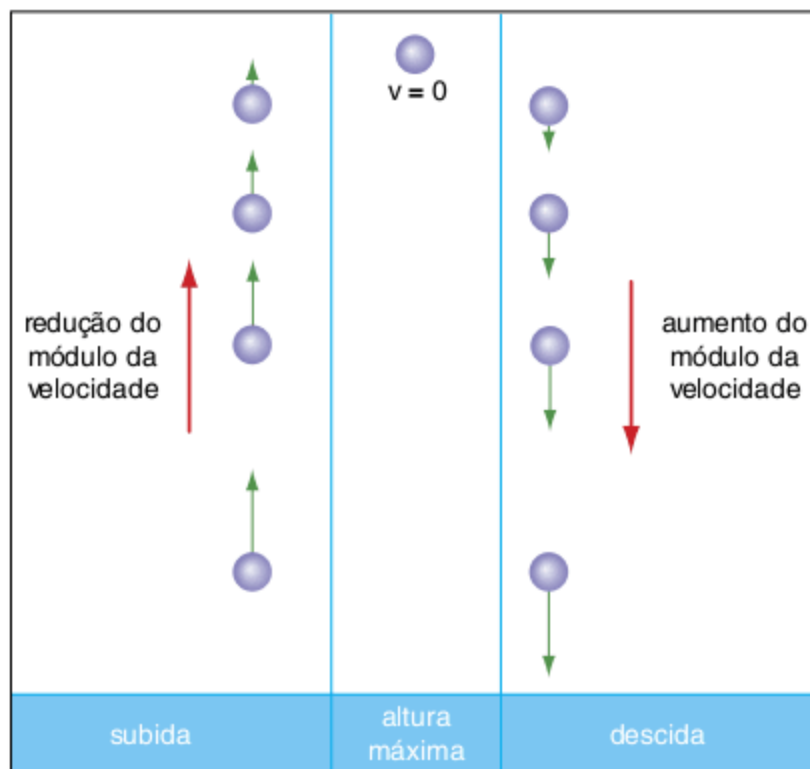


Fig. 7 Variações do módulo da velocidade em lançamento vertical.

ATENÇÃO!

Se o movimento não for no vácuo, o ar faz resistência ao deslocamento do corpo. Por enquanto, nós desconsideraremos os efeitos da resistência do ar em nosso estudo.

É muito importante, na resolução de um problema, a atenção aos sinais das grandezas físicas: espaço, velocidade e aceleração, de acordo com a origem e a orientação escolhidas para a trajetória. Vale lembrar que essas escolhas não alteram o resultado do exercício ou o próprio movimento.

Senão vejamos:

Se orientamos a trajetória para cima, enquanto o corpo sobe, a velocidade é positiva ($v > 0$), pois o corpo se movimenta no mesmo sentido da trajetória. Como o movimento de subida é retardado, a e v devem ter sinais contrários, ou seja, se $v > 0$, então $a < 0$. Enquanto o corpo desce, a velocidade é negativa ($v < 0$), pois o corpo se movimenta no sentido contrário ao da trajetória. Como o movimento de descida é acelerado, a e v devem ter os mesmos sinais, ou seja, se $v < 0$, então $a < 0$.

Daí concluímos que, para a orientação da trajetória para cima, a aceleração da gravidade é sempre negativa, quer na subida ou na descida; o que muda na inversão do sentido do movimento é o sinal da velocidade e não da aceleração.



Fig. 8 Lançamento vertical com orientação positiva para cima.

Se orientamos a trajetória para baixo, enquanto o corpo sobe, a velocidade é negativa ($v < 0$), pois o corpo se movimenta no sentido contrário ao da trajetória. Como o movimento de subida é retardado, a e v devem ter sinais contrários, ou seja, se $v < 0$, então $a > 0$. Enquanto o corpo desce, a velocidade é positiva ($v > 0$), pois o corpo se movimenta no mesmo sentido da trajetória. Como o movimento de descida é acelerado, a e v devem ter os mesmos sinais, ou seja, se $v > 0$, então $a > 0$.

Daí concluímos que, para a orientação da trajetória para baixo, a aceleração da gravidade é sempre positiva, quer na subida ou na descida; o que muda na inversão do sentido do movimento é, novamente, o sinal da velocidade e não da aceleração.



Fig. 9 Lançamento vertical com orientação positiva para baixo.

ATENÇÃO!

Dessa forma, as equações que descrevem o movimento vertical no vácuo são:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

$a = -g$ quando a trajetória é orientada para cima e

$a = +g$ quando a trajetória é orientada para baixo

Determinaremos agora alguns parâmetros no lançamento vertical, com conclusões muito importantes para o nosso estudo.

Altura máxima

Se um corpo é lançado para cima com velocidade inicial v_0 , a altura máxima é atingida quando há inversão no sentido do movimento, ou seja, quando a velocidade se anula ($v = 0$).

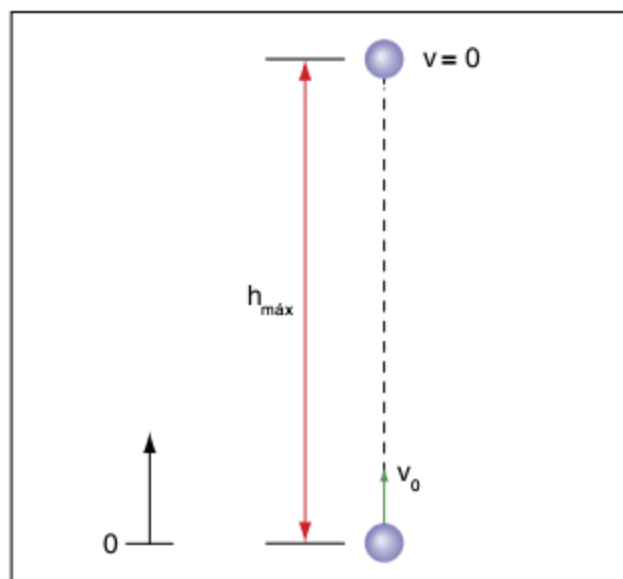


Fig. 10 Altura máxima.

Se orientamos a trajetória para cima, com base na equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 - 2g \cdot \Delta s$$

Mas:

$$v = 0 \text{ e } \Delta s = h_{\text{máx}} - 0 = h_{\text{máx}}$$

Logo:

$$0 = v_0^2 - 2g \cdot h_{\text{máx}}$$

$$h_{\text{máx}} = \frac{v_0^2}{2g}$$

Tempo de subida

Utilizando para o mesmo problema anterior a equação horária da velocidade, temos:

$$v = v_0 - g \cdot t$$

Mas:

$$v = 0$$

Logo:

$$0 = v_0 - g \cdot t_s$$

$$t_s = \frac{v_0}{g}$$

Velocidade ao passar por altura h qualquer

Se um corpo é lançado para cima com velocidade inicial v_0 , queremos saber a sua velocidade v ao passar por uma altura h qualquer.

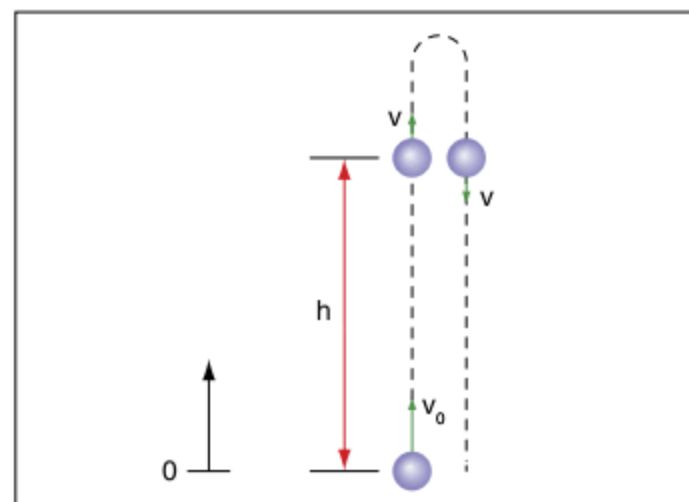


Fig. 11 Velocidade em um ponto qualquer da trajetória.

Se orientamos a trajetória para cima, com base na equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 - 2g \cdot \Delta s \Rightarrow v^2 = v_0^2 - 2g \cdot h$$

$$v = \pm \sqrt{v_0^2 - 2g \cdot h}$$

Portanto, há dois valores de velocidade que satisfazem o problema. Isso significa que as velocidades de um corpo ao passar pela mesma altura na subida e na descida são iguais em módulo, mas de sentidos contrários.

Assim, de acordo com a orientação escolhida na figura 11:

$v_s = +\sqrt{v_0^2 - 2g \cdot h}$: a velocidade ao passar por h na subida é positiva.

$v_d = -\sqrt{v_0^2 - 2g \cdot h}$: a velocidade ao passar por h na descida é negativa.

Tempo de subida e descida entre dois pontos quaisquer

Se um corpo é lançado para cima com velocidade inicial v_A de um ponto A qualquer e queremos saber qual o tempo necessário para atingir um ponto B na subida, por onde passa com velocidade v_B , temos, com orientação positiva para cima:

$$v_B = v_A - g \cdot t_{AB} \Rightarrow t_{AB} = \frac{v_A - v_B}{g}$$

Na descida, o corpo passa por B com velocidade $-v_B$ e por A com velocidade $-v_A$. Se queremos saber o tempo para ir de B a A:

$$-v_A = -v_B - g \cdot t_{BA} \Rightarrow t_{BA} = \frac{v_A - v_B}{g}$$

Logo: $t_{AB} = t_{BA}$

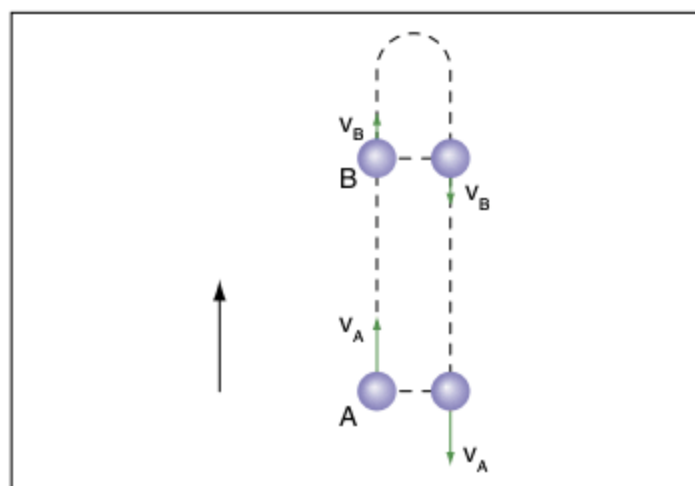


Fig. 12 Passagem de partícula por duas posições iguais na subida e na descida.

Esse resultado também é muito importante, pois nos diz que os intervalos de tempo que um corpo leva para passar por dois pontos, na subida ou na descida, são iguais.

Exercícios resolvidos

1 Um móvel se desloca em MUV com seus espaços variando com o tempo de acordo com a seguinte função:

$$s = -5 + 6t - t^2 \text{ (SI)}$$

Determine:

- o espaço inicial (s_0), a velocidade inicial (v_0) e a aceleração (a).
- o instante em que o móvel passa pela origem dos espaços.
- a função horária da velocidade.
- o instante em que a velocidade se anula.
- a posição no instante em que a velocidade se anula.
- a velocidade média entre 0 e 3 s.

Resolução:

a) A função horária do espaço no MUV é dada por:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Do exercício:

$$s = -5 + 6t - t^2$$

Comparando os termos:

$$s_0 = -5 \text{ m}$$

$$v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{2} a = -1 \Rightarrow a = -2 \text{ m/s}^2$$

b) Na origem dos espaços:

$$s = 0 \Rightarrow -5 + 6t - t^2 = 0$$

resolvendo a equação do 2º grau:

$$t = 1 \text{ s ou } t = 5 \text{ s}$$

ou seja, o móvel passa duas vezes pela origem dos espaços.

c) Sabemos que:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 6 - 2t$$

d) $v = 0 \Rightarrow 6 - 2t = 0 \Rightarrow 2t = 6 \Rightarrow t = 3 \text{ s}$

e) Para $t = 3 \text{ s}$, temos:

$$s = -5 + 6 \cdot 3 - 3^2 \Rightarrow s = 4 \text{ m}$$

f) $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$

$$t = 0: s_0 = -5 \text{ m}$$

$$t = 3 \text{ s}: s_1 = 4 \text{ m}$$

Logo:

$$\Delta s = 4 \text{ m} - (-5 \text{ m}) = 9 \text{ m}$$

$$\Delta t = 3 \text{ s} - 0 = 3 \text{ s}$$

Daí:

$$v_m = \frac{9 \text{ m}}{3 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 3 \text{ m/s}$$

Também no MUV é válido dizer:

$$v_m = \frac{v_0 + v_1}{2}$$

$$t = 0: v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ s}: v_1 = 0$$

Daí:

$$v_m = \frac{6 + 0}{2} \Rightarrow v_m = 3 \text{ m/s}$$

2 Um carro é freado quando estava em uma velocidade de 72 km/h e para em 10 s. Determine:

- a aceleração escalar média.
- a distância percorrida pelo carro até parar.

Resolução:

$$v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

para a parada:

$$v = 0 \text{ em } t = 10 \text{ s}$$

a) Sabemos que:

$$v = v_0 + at \Rightarrow 0 = 20 + a \cdot 10$$

$$a = -2 \text{ m/s}^2$$

Logo, há desaceleração com módulo igual a 2 m/s².

b) Da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s \Rightarrow 0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-2) \cdot \Delta s$$

$$4\Delta s = 400 \Rightarrow \Delta s = 100 \text{ m}$$

3 Dois móveis se deslocam na mesma trajetória segundo as seguintes funções horárias:

$$s_A = 6 - 2t - t^2 \text{ e } s_B = -3 - 8t + 2t^2 \text{ (SI)}$$

Determine:

- o instante do encontro.
- os espaços de A e B nesse instante.
- as velocidades de A e B nesse instante.

Resolução:

a) *No encontro:*

$$s_A = s_B \Rightarrow 6 - 2t - t^2 = -3 - 8t + 2t^2$$

$$3t^2 - 6t - 9 = 0 \Rightarrow t^2 - 2t - 3 = 0$$

resolvendo a equação do 2º grau:

$$t = -1 \text{ s (não convém, pois } t \text{ deve ser positivo)}$$

$$t = 3 \text{ s}$$

b) Como $s_A = s_B$, podemos calcular qualquer um dos dois:

$$s_A = 6 - 2 \cdot 3 - 3^2 \Rightarrow s_A = -9 \text{ m e } s_B = -9 \text{ m}$$

c) Com base nas equações de espaço de A e B, obtemos:

$$v_A = -2 - 2t$$

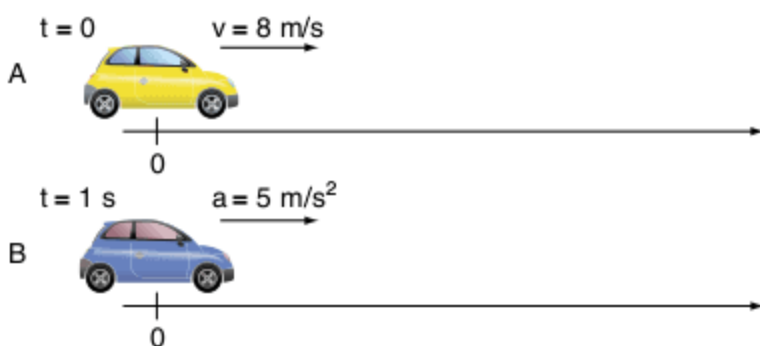
$$v_B = -8 + 4t$$

$$t = 3 \text{ s: } v_A = -2 - 2 \cdot 3 \Rightarrow v_A = -8 \text{ m/s}$$

$$t = 3 \text{ s: } v_B = -8 + 4 \cdot 3 \Rightarrow v_B = 4 \text{ m/s}$$

4 Um móvel A parte de um ponto com velocidade constante e igual a 8 m/s. Um segundo depois, parte do repouso, a partir do mesmo ponto, um móvel B com aceleração constante e igual a 5 m/s². Determine:

- o instante do encontro.
- a velocidade de B nesse instante.
- o espaço onde ocorre o encontro.



Resolução:

• Para o corpo A:

$$s_0 = 0; v = 8 \text{ m/s}; t_0 = 0; a = 0$$

Logo:

$$s_A = 8t$$

• Para o corpo B:

$$s_0 = 0; v_0 = 0; t_0 = 1 \text{ s}; a = 5 \text{ m/s}^2$$

Logo:

$$s_B = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot (t-1)^2$$

a) *No encontro:*

$$s_A = s_B \Rightarrow 8t = \frac{5}{2}(t-1)^2$$

$$16t = 5t^2 - 10t + 5 \Rightarrow 5t^2 - 26t + 5 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

$t = 0,2 \text{ s}$ (não convém, pois B só inicia seu movimento em $t = 1 \text{ s}$)

$$t = 5 \text{ s}$$

$$b) \quad s_B = \frac{5}{2} \cdot (t-1)^2 \Rightarrow v_B = 5 \cdot (t-1)$$

$$t = 5 \text{ s: } v_B = 5 \cdot (5-1) \Rightarrow v_B = 20 \text{ m/s}$$

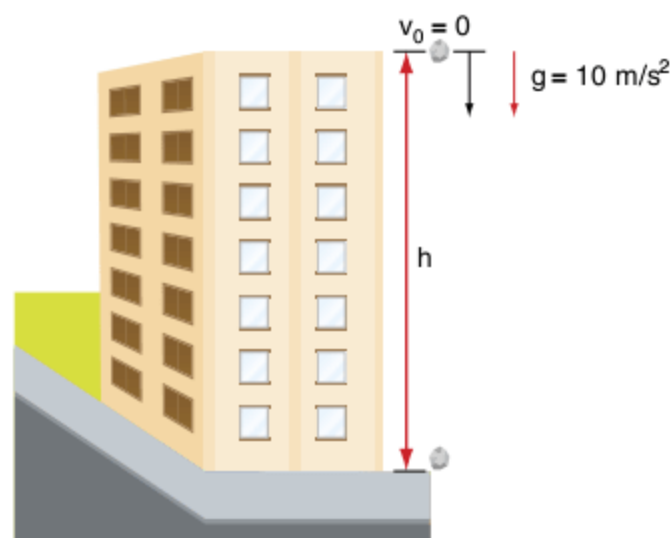
$$c) \quad s_A = 8 \cdot 5 \Rightarrow s_A = 40 \text{ m e } s_B = 40 \text{ m}$$

5 Uma pedra é abandonada do alto de um edifício e leva 2 s para atingir o solo. Determine, considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$:

- a altura do edifício.
- a velocidade com que a pedra atinge o solo.

Resolução:

Vamos escolher a origem da trajetória no alto do edifício:



a) Com base nos dados do problema, temos:

$$s = h; s_0 = 0; v_0 = 0 \text{ e } a = 10 \text{ m/s}^2$$

Mas:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Logo:

$$h = 5t^2$$

$$t = 2 \text{ s: } h = 5 \cdot 2^2 \Rightarrow h = 20 \text{ m}$$

b) Temos ainda:

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = 10 \cdot t$$

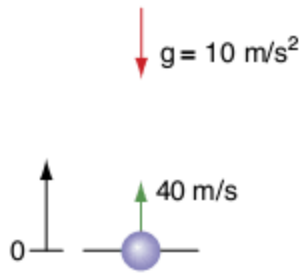
$$t = 2 \text{ s: } v = 10 \cdot 2 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

6 Um corpo é arremessado verticalmente para cima, do solo, com velocidade escalar igual a 40 m/s. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- as funções horárias do espaço e da velocidade.
- o tempo de subida.
- o instante em que o corpo chega ao solo.
- a altura máxima atingida.
- a velocidade do corpo ao atingir o solo.
- o espaço e o sentido do movimento do corpo para $t = 5 \text{ s}$.
- o instante em que o corpo passa pela altura de 60 m.

Resolução:

Vamos primeiramente escolher a orientação da trajetória para cima com origem no solo:



a) Com base nos dados do problema, temos:

$$s_0 = 0; v_0 = 40 \text{ m/s}; a = -10 \text{ m/s}^2$$

Mas:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad e \quad v = v_0 + a t$$

Logo:

$$s = 40t - 5t^2 \quad e \quad v = 40 - 10t$$

b) O tempo de subida é aquele necessário para que $v = 0$:

$$0 = 40 - 10t_s \Rightarrow t_s = 4 \text{ s}$$

c) Como o tempo de subida é igual ao tempo de descida, então $t_d = 4 \text{ s}$.

Logo, o tempo para o corpo chegar ao solo é:

$$t = t_s + t_d \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

Esse valor também pode ser obtido fazendo $s = 0$:

$$0 = 40t - 5t^2$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

$$t = 0 \text{ (instante do lançamento)}$$

$$t = 8 \text{ s}$$

d) A altura máxima é o valor de s quando $t = 4 \text{ s}$:

$$h_{\text{máx}} = 40 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 \Rightarrow h_{\text{máx}} = 80 \text{ m}$$

Esse valor também pode ser obtido pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

Mas:

$$v = 0; v_0 = 40 \text{ m/s} \quad e \quad a = -10 \text{ m/s}^2$$

Com:

$$\Delta s = h_{\text{máx}} - 0 = h_{\text{máx}}$$

Logo:

$$0 = 40^2 + 2 \cdot (-10) \cdot h_{\text{máx}} \Rightarrow h_{\text{máx}} = 80 \text{ m}$$

e) A velocidade com que o corpo atinge o solo é a mesma com que sai do solo, mas de sinal contrário:

$$v = -40 \text{ m/s}$$

Esse valor também pode ser obtido fazendo $t = 8 \text{ s}$ na equação da velocidade:

$$v = 40 - 10 \cdot 8 \Rightarrow v = -40 \text{ m/s}$$

Outra forma é utilizar a equação de Torricelli:

$$\Delta s = 0 \quad (s_{\text{final}} = s_{\text{inicial}} = 0)$$

$$v^2 = 40^2 + 2 \cdot (-10) \cdot 0$$

$$v = +40 \text{ m/s} \text{ (velocidade no lançamento)} \quad e$$

$$v = -40 \text{ m/s} \text{ (velocidade na chegada ao solo)}$$

f) $t = 5 \text{ s}$: $s = 40 \cdot 5 - 5 \cdot 5^2 \Rightarrow s = 75 \text{ m}$

$$t = 5 \text{ s}: v = 40 - 10 \cdot 5 \Rightarrow v = -10 \text{ m/s}$$

Como $v < 0$, então o corpo estará descendo.

$$g) \quad s = 60 \text{ m} \Rightarrow 60 = 40t - 5t^2$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

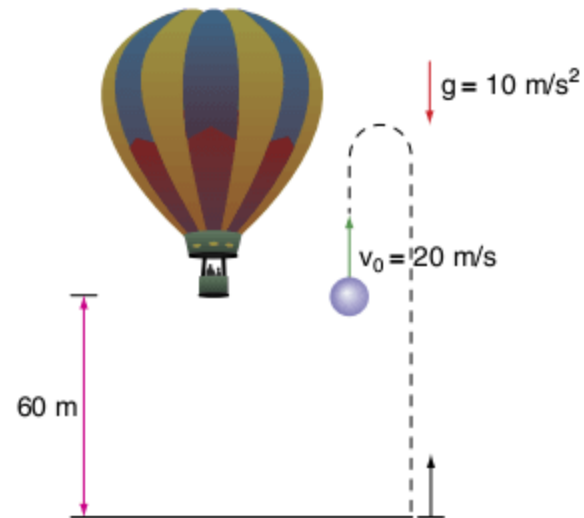
$$t = 2 \text{ s} \text{ (passa pela altura de 60 m na subida)}$$

$$t = 6 \text{ s} \text{ (passa pela altura de 60 m na descida)}$$

7 Um balão sobe verticalmente com velocidade igual a 20 m/s. Quando sua altura é de 60 m em relação ao solo, um saco de areia é abandonado. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

- a altura máxima em relação ao solo atingida pelo saco de areia.
- o tempo gasto pelo saco, após ser solto, para atingir a altura máxima.
- o tempo gasto pelo saco, após ser solto, para atingir o solo.
- a velocidade com que atinge o solo.

Resolução:



Quando o saco de areia é abandonado, ele possui, em relação ao solo, a mesma velocidade do balão, e passa a estar sujeito à aceleração da gravidade:

$$s_0 = 60 \text{ m}; v_0 = 20 \text{ m/s} \quad e \quad a = -10 \text{ m/s}^2$$

a) Sabemos que:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

A altura máxima é atingida quando a velocidade se anula:

$$0^2 = 20^2 + 2 \cdot (-10) \cdot \Delta s \Rightarrow \Delta s = 20 \text{ m}$$

Como $s_0 = 60 \text{ m}$, então:

$$h = 60 \text{ m} + 20 \text{ m} \Rightarrow h = 80 \text{ m}$$

b) Para a função horária da velocidade:

$$v = v_0 + a t \Rightarrow 0 = 20 - 10t \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

c) Quando atinge o solo: $s = 0$.

Mas:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Logo:

$$0 = 60 + 20t - 5t^2 \Rightarrow t^2 - 4t - 12 = 0$$

Resolvendo a equação do 2º grau:

$$t = -2 \text{ s} \text{ (não convém, pois } t \text{ deve ser positivo)}$$

$$t = 6 \text{ s}$$

d) Como $v = 20 - 10 \cdot t$

$$t = 6 \text{ s}: v = 20 - 10 \cdot 6 \Rightarrow v = -40 \text{ m/s}$$

Revisando

1 Um automóvel percorre uma estrada em movimento uniforme variado, com função horária do espaço dada por $s = t^2 - 2t - 8$, em unidades do SI. Determine, para o móvel:

- o espaço inicial.
- a velocidade escalar inicial.
- a aceleração.
- o instante em que passa pela origem dos espaços.
- a função horária da velocidade.
- o instante em que a velocidade se anula.
- a posição no instante em que a velocidade se anula.
- a velocidade média entre 0 e 5 s.
- se o movimento é acelerado ou retardado em $t = 3$ s.

2 Em um teste, um automóvel acelera de 0 a 108 km/h em 10 s, em MUV. Determine:

- a aceleração do carro.
- a distância percorrida durante o intervalo de tempo.

3 Puccamp (Adapt.) Um esquiador desce por uma pista de esqui com aceleração constante. Partindo do repouso do ponto P, ele chega ao ponto T, a 100 m de P, com velocidade de 30 m/s. Com qual velocidade, em m/s, o esquiador passa por um ponto Q, a 36 m de P?

4 UFRJ 2001 Um paraquedista radical pretende atingir a velocidade do som. Para isso, seu plano é saltar de um balão estacionário na alta atmosfera, equipado com roupas pressurizadas. Como nessa altitude o ar é muito rarefeito, a força de resistência do ar é desprezível. Suponha que a velocidade inicial do paraquedista em relação ao balão seja nula e que a aceleração da gravidade seja igual a 10 m/s^2 . A velocidade do som nessa altitude é 300 m/s . Calcule:

- em quanto tempo ele atinge a velocidade do som.
- a distância percorrida nesse intervalo de tempo.

5 Uma bola foi arremessada para cima em um planeta de gravidade desconhecida. Sabendo que essa bola, após 2 s , atingiu a altura máxima de 10 m , determine a aceleração nesse planeta.

6 No instante em que um corpo é arremessado para baixo, com velocidade de 10 m/s do alto de um prédio de 40 m de altura, um homem começa a correr com velocidade constante, em linha reta, para pegar o corpo rente ao chão. Sabendo que a distância do homem, no início de sua corrida, à vertical de onde cai o corpo é de 10 m e que $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a mínima velocidade do homem para alcançar o corpo.

7 Um móvel A parte do repouso com aceleração constante de 4 m/s^2 . No mesmo instante e 10 m à frente do primeiro, um móvel B inicia um movimento uniforme com velocidade de 8 m/s . Determine:

- o instante do encontro a partir do início do movimento de ambos os corpos.
- as distâncias percorridas por A e B até o encontro.
- a velocidade de A no instante do encontro.

8 Um corpo A é arremessado para cima, com velocidade de 10 m/s em um planeta em que a aceleração da gravidade é igual a 6 m/s^2 . Depois de 1 s , um corpo B é solto do repouso de uma altura de 15 m . Determine o tempo que o corpo A leva, a partir do arremesso, para encontrar B.

Exercícios propostos

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Função horária

- 1 Um móvel obedece à equação horária

$$s = -20 + 4t - 3t^2$$

em unidades do Sistema Internacional.

- Qual a posição inicial da partícula?
- Qual a velocidade inicial da partícula?
- Qual a aceleração da partícula?
- Qual é a equação da velocidade instantânea?
- Em que instante a partícula fica em repouso?

- 2 **FMABC-SP** A função horária do movimento de uma partícula é expressa por $s = t^2 - 10t + 24$ (SI). A posição do móvel ao mudar de sentido é:

- 24 m
- 25 m
- 25 m
- 1 m
- 1 m

- 3 **Fuvest** Um corpo se movimenta sobre o eixo x com aceleração constante, de acordo com a equação horária $x = 2 + 2t - 2t^2$, em que t é dado em segundos e x em metros.

- Qual a velocidade média entre os instantes $t = 0$ e $t = 2$ s?
- Qual a velocidade no instante $t = 2$ s?

Aceleração, velocidade, espaço e tempo

- 4 **Unicamp** As faixas de aceleração das autoestradas devem ser longas o suficiente para permitir que um carro partindo do repouso atinja a velocidade de 100 km/h em uma estrada horizontal. Um carro popular é capaz de acelerar de 0 a 100 km/h em 18 segundos. Suponha que a aceleração seja constante.

- Qual o valor da aceleração?
- Qual a distância percorrida em 10 segundos?
- Qual deve ser o comprimento mínimo da faixa de aceleração?

- 5 **UFC** Um trem composto de uma locomotiva de comprimento L e de 19 vagões, todos também de comprimento L , está se deslocando, com aceleração constante, em um trecho da ferrovia. Um estudante, parado à margem da estrada e munido de equipamento adequado, mediu a velocidade do trem em dois instantes: $V_1 = 15 \text{ m/s}$ quando passou por ele a extremidade dianteira do trem e, 20 segundos mais tarde, $V_2 = 25 \text{ m/s}$, quando por ele passou a extremidade traseira.

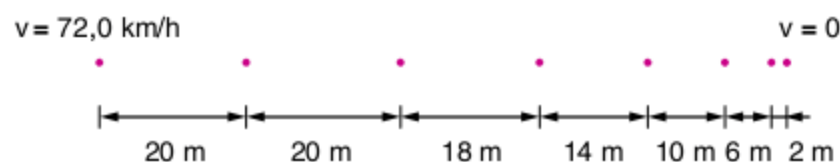
Determine, em metros, o comprimento L de cada vagão. Despreze o espaço entre os vagões.

- 6 **Uece** Um automóvel, avançando à velocidade de 36 km/h (ou 10 m/s), sofre uma colisão frontal contra um muro de concreto. Observa-se que o carro para completamente após

amassar 0,50 m de sua parte frontal. A desaceleração do carro, suposta constante, durante a colisão, em m/s^2 , é:

- 50
- 75
- 100
- 125

- 7 **Udesc** Um caminhão-tanque desloca-se numa estrada reta com velocidade constante de 72,0 km/h. Devido a um vazamento, o caminhão perde água à razão de uma gota por segundo. O motorista, vendo um obstáculo, freia o caminhão uniformemente, até parar. As manchas de água deixadas na estrada estão representadas na figura a seguir.



O valor do módulo da desaceleração durante a frenagem do caminhão (em m/s^2) é:

- 4,0
- 2,2
- 4,4
- 2,8
- 3,4

- 8 **Fuvest** Um carro viaja com velocidade de 90 km/h (ou seja, 25 m/s) num trecho retilíneo de uma rodovia quando, subitamente, o motorista vê um animal parado na sua pista. Entre o instante em que o motorista avista o animal e aquele em que começa a frear, o carro percorre 15 m. Se o motorista frear o carro à taxa constante de $5,0 \text{ m/s}^2$, mantendo-o em sua trajetória retilínea, ele só evitará atingir o animal, que permanece imóvel durante todo o tempo, se o tiver percebido a uma distância de, no mínimo:

- 15 m
- 31,25 m
- 52,5 m
- 77,5 m
- 125 m

- 9 **UFSC** Um carro está a 20 m de um sinal de tráfego quando este passa de verde a amarelo. Supondo que o motorista acione o freio imediatamente, aplicando ao carro uma desaceleração de 10 m/s^2 , calcule, em km/h, a velocidade máxima que o carro pode ter, antes de frear, para que ele pare antes de cruzar o sinal.

- 10 **Efoa-MG** Um trem de 160 m de comprimento está parado, com a frente da locomotiva colocada exatamente no início de uma ponte de 200 m de comprimento, num trecho de estrada retilíneo. Num determinado instante, o trem começa a atravessar a ponte com aceleração escalar de $0,80 \text{ m/s}^2$, que se mantém constante até que ele termina de atravessar completamente a ponte.

- Qual a velocidade escalar do trem no instante em que ele abandona completamente a ponte?
- Qual o tempo gasto pelo trem para atravessar completamente a ponte?

- 11 **ITA 2001** Uma partícula, partindo do repouso, percorre no intervalo de tempo t , uma distância D . Nos intervalos de tempo

seguintes, todos iguais a t , as respectivas distâncias percorridas são iguais a $3D$, $5D$, $7D$ etc. A respeito desse movimento, pode-se afirmar que:

- (a) a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento cresce exponencialmente com o tempo.
- (b) a velocidade da partícula cresce exponencialmente com o tempo.
- (c) a distância da partícula desde o ponto em que inicia seu movimento é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.
- (d) a velocidade da partícula é diretamente proporcional ao tempo elevado ao quadrado.
- (e) nenhuma das opções está correta.

12 Mackenzie O recordista mundial dos 100 m rasos cumpriu o percurso num intervalo de tempo próximo a 10 s. Se o movimento do corredor fosse uniformemente acelerado a partir do repouso e durante toda a corrida, sua velocidade escalar no instante da chegada seria próxima de:

- (a) 72 km/h
- (b) 54 km/h
- (c) 36 km/h
- (d) 18 km/h
- (e) 10 km/h

13 PUC-SP Um carro, partindo do repouso, assume movimento com aceleração constante de 1 m/s^2 , durante 5 segundos. Desliga-se então o motor e, devido ao atrito, o carro volta ao repouso com retardamento constante de $0,5 \text{ m/s}^2$. A duração total do movimento do corpo é de:

- (a) 5 segundos
- (b) 10 segundos
- (c) 15 segundos
- (d) 20 segundos
- (e) 25 segundos

14 UFRJ Numa competição automobilística, um carro se aproxima de uma curva em grande velocidade. O piloto, então, pisa o freio durante 4 s e consegue reduzir a velocidade do carro para 30 m/s. Durante a freada o carro percorre 160 m.

Supondo que os freios imprimam ao carro uma aceleração retardadora constante, calcule a velocidade do carro no instante em que o piloto pisou o freio.

15 Osec-SP Um móvel percorre uma trajetória retilínea, em relação a um dado sistema de referência, com movimento uniformemente variado. Ao passar pelo ponto A, sua velocidade é de 2 m/s e, no ponto B, sua velocidade é de 6 m/s . Sabendo-se que a distância BC é o dobro de AB, a velocidade do móvel no ponto C, em m/s , é:

- (a) 10
- (b) 12
- (c) 15
- (d) 16
- (e) não pode ser calculada.

Queda livre

16 Enem 2009 (Não aplicado)

O Super-homem e as leis do movimento

Uma das razões para pensar sobre a física dos super-heróis é, acima de tudo, uma forma divertida de explorar muitos fenômenos físicos interessantes, desde fenômenos corriqueiros até eventos

considerados fantásticos. A figura seguinte mostra o Super-homem lançando-se no espaço para chegar ao topo de um prédio de altura H . Seria possível admitir que com seus superpoderes ele estaria voando com propulsão própria, mas considere que ele tenha dado um forte salto. Neste caso, sua velocidade final no ponto mais alto do salto deve ser zero, caso contrário, ele continuaria subindo. Sendo g a aceleração da gravidade, a relação entre a velocidade inicial do Super-homem e a altura atingida é dada por: $v^2 = 2gH$.



J. Kakalios. *The Physics of Superheroes*. Gotham Books, USA, 2005.

A altura que o Super-homem alcança em seu salto depende do quadrado de sua velocidade inicial porque:

- (a) a altura do seu pulo é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar ao quadrado.
- (b) o tempo que ele permanece no ar é diretamente proporcional à aceleração da gravidade e essa é diretamente proporcional à velocidade.
- (c) o tempo que ele permanece no ar é inversamente proporcional à aceleração da gravidade e essa é inversamente proporcional à velocidade média.
- (d) a aceleração do movimento deve ser elevada ao quadrado, pois existem duas acelerações envolvidas: a aceleração da gravidade e a aceleração do salto.
- (e) a altura do seu pulo é proporcional à sua velocidade média multiplicada pelo tempo que ele permanece no ar, e esse tempo também depende da sua velocidade inicial.

17 PUC-MG Um astronauta lança, na Lua, um objeto verticalmente para cima, com velocidade inicial de $8,0 \text{ m/s}$. O tempo de subida até alcançar a altura máxima foi de $5,0 \text{ s}$. Se o lançamento do objeto fosse feito na superfície da Terra, desprezando a resistência do ar, com a mesma velocidade inicial com que foi lançado na Lua, poderíamos fazer as seguintes afirmações, exceto:

- (a) a altura máxima alcançada na Terra seria menor do que a que foi alcançada na Lua.
- (b) o tempo de subida seria o mesmo nas duas situações.
- (c) o módulo da aceleração da gravidade na Lua é menor do que na Terra.
- (d) em um mesmo astro, o tempo de subida é igual ao tempo de descida.
- (e) na altura máxima, tanto na Lua quanto na Terra, a velocidade do objeto é nula.

18 Um corpo é jogado verticalmente para cima, com velocidade inicial de 30 m/s .

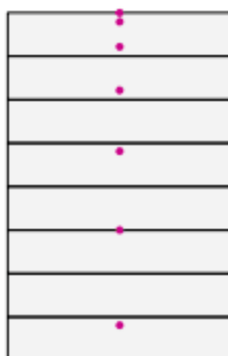
- a) Após quanto tempo ele retorna ao solo?
- b) Qual a altura atingida, em relação ao ponto de lançamento?

19 Vunesp Uma experiência simples, realizada com a participação de duas pessoas, permite medir o tempo de reação de um indivíduo. Para isso, uma delas segura uma régua de madeira, de 1 m de comprimento, por uma de suas extremidades, mantendo-a pendente na direção vertical. Em seguida, pede ao colega para colocar os dedos em torno da régua, sem tocá-la, próximos da marca correspondente a 50 cm, e o instrui para agarrá-la tão logo perceba que foi solta. Mostre como, a partir da aceleração da gravidade (g) e da distância (d) percorrida pela régua na queda, é possível calcular o tempo de reação dessa pessoa.

20 Unicamp Uma torneira, situada a uma altura de 1,0 m acima do solo, pinga lentamente à razão de 3 gotas por minuto.

- Com que velocidade uma gota atinge o solo?
- Que intervalo de tempo separa as batidas de duas gotas consecutivas no solo?

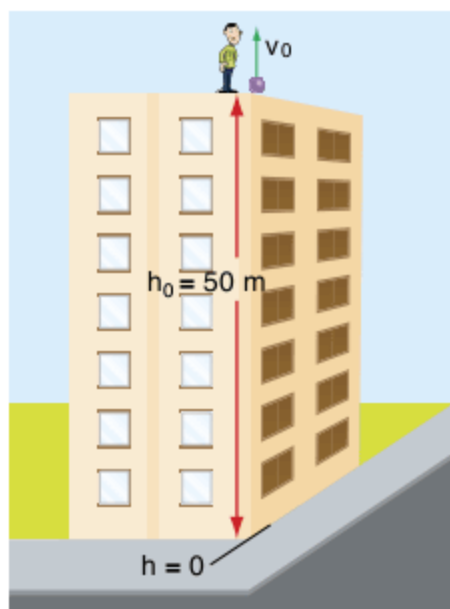
21 Faap Em um planeta, um astronauta faz a seguinte experiência: abandona uma bola na frente de uma tela vertical que possui marcadas linhas horizontais, separadas por 50 cm; simultaneamente é acionada uma máquina fotográfica de *flash* múltiplo, onde o intervalo entre os *flashes* é de 0,1 s. A partir da fotografia da queda da bola, indicada na figura, o astronauta calcula o módulo da aceleração da gravidade. Qual é o valor encontrado?



22 Uma partícula em queda livre em um planeta X apresenta no instante t_2 uma velocidade de módulo 50 m/s e, 7,0 s depois de t_2 , uma velocidade de módulo 120 m/s. No instante t_1 , 3,0 s antes de t_2 , sua velocidade tinha módulo:

- zero.
- 10 m/s
- 20 m/s
- 30 m/s
- 40 m/s

23 CEFET-MG (Adapt.) Um objeto é lançado, verticalmente para cima, do alto de um prédio de altura $h_0 = 50$ m, com uma velocidade inicial $v_0 = 15$ m/s.



Calcule:

- o tempo gasto para alcançar a altura máxima.
- a velocidade 4 s após o lançamento.
- sua posição em relação ao nível $h = 0$, no instante 4 s após o lançamento.
- sua velocidade em $h = 0$.

24 UFPE Um paraquedista, descendo na vertical, deixou cair sua lanterna quando estava a 90 m do solo. A lanterna levou 3 segundos para atingir o solo. Qual era a velocidade do paraquedista, em m/s, quando a lanterna foi solta?

25 Cesgranrio A distância (d) que um objeto percorre em queda livre, a partir do repouso, durante um tempo (t), é expressa por $d = 0,5 \cdot g \cdot t^2$. Uma pequena esfera é solta de um ponto situado a 1,80 m de altura.

- A distância que ela percorrerá, entre os instantes $t = 0,2$ s e $t = 0,3$ s, contados a partir do momento em que foi solta, vale, em metros:
 - 0,05
 - 0,15
 - 0,25
 - 0,35
 - 0,45
- O tempo gasto para atingir o solo vale, em segundos:
 - 0,3
 - 0,4
 - 0,5
 - 0,6
 - 0,7

26 Mackenzie Um corpo é lançado do solo verticalmente para cima. Sabe-se que, durante o decorrer do terceiro segundo do seu movimento ascendente, o móvel percorre 15 m. A velocidade com que o corpo foi lançado do solo era de:

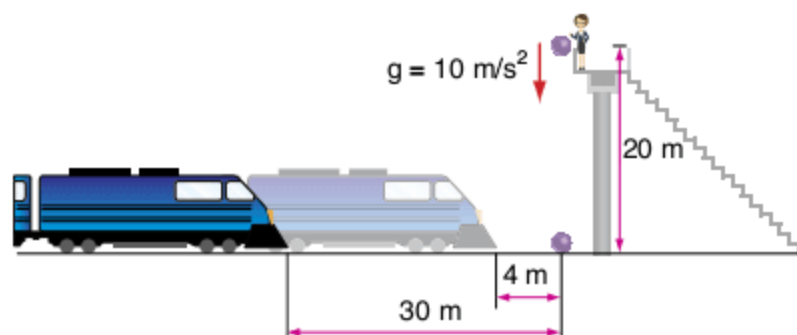
- 10 m/s
- 20 m/s
- 30 m/s
- 40 m/s
- 50 m/s

Movimentos em um plano

27 UFPR Dois móveis, A e B, partem simultaneamente de um mesmo ponto, com direções perpendiculares entre si. O móvel A tem velocidade constante e igual a 10 m/s e o móvel B, movimento uniformemente acelerado, partindo do repouso com aceleração de 4 m/s^2 . A distância entre os dois móveis, após 5 s, será, aproximadamente, de:

- 100 m
- 5.000 m
- 710 m
- 50 m
- 71 m

28 UFMT Uma pessoa está em uma ponte, sobre uma estrada de ferro, e observa um trem que se aproxima em movimento retilíneo e uniforme.



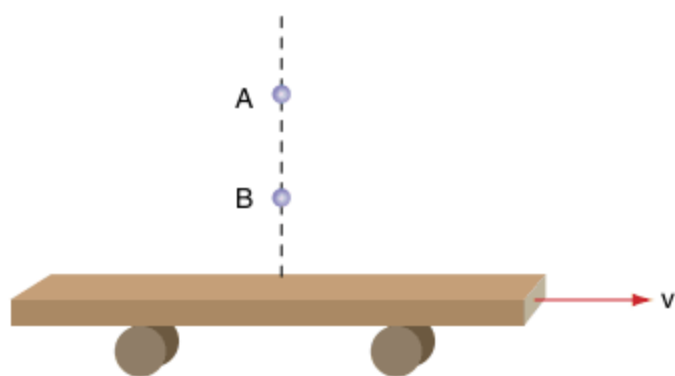
Quando o trem está a 30 m da vertical que passa pela pessoa, ela abandona uma pedra que atinge o solo 4,0 m à frente do trem. A altura da queda da pedra é de 20 m, desprezando-se o efeito do ar.

Julgue os itens a seguir.

- I. O tempo de queda da pedra é de 2,0 s.
- II. A velocidade com que a pedra colide com o solo tem módulo igual a 20 m/s.
- III. A velocidade do trem tem módulo igual a 13 m/s.

29 IME De dois pontos, A e B, situados sobre a mesma vertical, respectivamente, a 45 metros e a 20 metros do solo, deixa-se cair no mesmo instante duas esferas, conforme mostra a figura a seguir. Uma prancha se desloca no solo, horizontalmente, com movimento uniforme. As esferas atingem a prancha em pontos que distam 2,0 metros.

Desprezando a resistência do ar, determine a velocidade da prancha.



Encontros em movimento unidimensional

30 Fuvest Um ciclista, A, inicia uma corrida a partir do repouso com aceleração constante de $0,5 \text{ m/s}^2$. Nesse instante, passa por ele outro ciclista, B, com velocidade constante de 5 m/s , no mesmo sentido de A.

Determine:

- a) quanto tempo após a largada A alcança B.
- b) a distância percorrida por A para alcançar B.
- c) a velocidade de A no instante em que alcança B.
- d) a velocidade média de A desde a largada até o segundo encontro.

31 Unifor-CE Um móvel, saindo do repouso, mantém aceleração constante de $2,0 \text{ m/s}^2$, indo no mesmo sentido de outro que se move com velocidade constante de $6,0 \text{ m/s}$. Sabendo que este se encontra a 16 m do primeiro no instante da partida, podemos concluir que o encontro dos móveis se dá após:

- (a) 2,0 s
- (b) 4,0 s
- (c) 8,0 s
- (d) 16 s
- (e) 32 s

32 EEP-SP Em uma estrada reta, dois carros, A e B, estão trafegando com velocidade constante de 20 m/s , sendo que A está 25 m à frente de B. Repentinamente, A é acometido de um defeito no motor e desacelera em 2 m/s^2 . A distância percorrida por ele até ser ultrapassado por B e o módulo da diferença das velocidades dos carros no momento da ultrapassagem são, respectivamente:

- (a) 50 m e 20 m/s
- (b) 50 m e 10 m/s
- (c) 75 m e 20 m/s
- (d) 75 m e 10 m/s
- (e) 100 m e 10 m/s

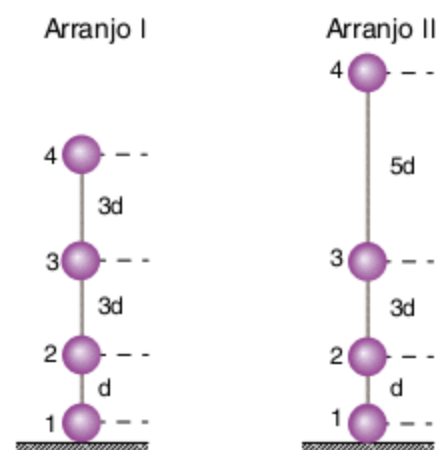
33 ITA De uma estação parte um trem A com velocidade constante $v_A = 80 \text{ km/h}$. Depois de certo tempo, parte dessa mesma estação outro trem B, com velocidade constante $v_B = 100 \text{ km/h}$. Depois de um tempo de percurso, o maquinista de B verifica que seu trem encontra-se a 3 km de A. A partir desse instante ele aciona os freios indefinidamente, comunicando ao trem uma aceleração $a = -50 \text{ km/h}^2$. O trem A continua no seu movimento anterior. Nessas condições:

- (a) não houve encontro dos trens.
- (b) depois de 2 horas o trem B para e a distância que o separa de A é de 64 km.
- (c) houve encontro dos trens depois de 12 minutos.
- (d) houve encontro dos trens depois de 36 minutos.
- (e) não houve encontro dos trens, eles continuam caminhando e a distância que os separa agora é de 2 km.

34 UFBA Um corpo é lançado verticalmente para cima com velocidade v_0 . Ao atingir sua altitude máxima igual a 100 m, um segundo corpo é lançado do mesmo local e com velocidade inicial igual ao primeiro. Determine a altura h em que os corpos se encontram. Despreze a resistência do ar.

35 UFF 2008 Em um dos seus projetos, o Grupo de Ensino do Instituto de Física da UFF desenvolve atividades que permitam a alunos com deficiências visuais terem experiências sensoriais diretas de fenômenos físicos. Numa dessas atividades, objetos pesados são presos a um barbante, separados por distâncias bem definidas. Inicialmente, o conjunto é mantido na vertical, segurando-se o objeto mais alto e mantendo-se o mais baixo no chão. Em seguida, o conjunto é solto, permitindo que o aluno ouça os sons emitidos ao fim da queda de cada objeto. Dois destes arranjos, chamados I e II, são mostrados na figura abaixo. Em ambos os arranjos as distâncias entre os objetos 1 e 2 e 2 e 3 são, respectivamente, iguais a d e $3d$. No arranjo I a distância entre os objetos 3 e 4 é $3d$, enquanto no arranjo II a distância entre eles é $5d$.

Escolha a alternativa que exhibe corretamente a relação entre os intervalos de tempo decorridos entre os sons emitidos pela chegada ao chão dos objetos 2 e 3 (T) e 3 e 4 (T') nos 2 arranjos.



- | | Arranjo I | Arranjo II |
|-----|-----------|------------|
| (a) | $T < T'$ | $T = T'$ |
| (b) | $T = T'$ | $T < T'$ |
| (c) | $T = T'$ | $T > T'$ |
| (d) | $T > T'$ | $T < T'$ |
| (e) | $T > T'$ | $T = T'$ |

36 PUC-SP Dois corpos, P_1 e P_2 , são abandonados em queda livre de alturas h_1 e h_2 , respectivamente. Sabe-se que $h_1 = 9h_2$ e que P_1 foi abandonado no instante $t = 0$, tendo chegado ao solo no instante $0,18$ s simultaneamente com P_2 , que foi abandonado no instante:

- (a) 0,060 s (c) 0,10 s (e) 0,14 s
 (b) 0,080 s (d) 0,12 s

37 ITA 2001 Um elevador está descendo com velocidade constante. Durante este movimento, uma lâmpada, que o iluminava, desprende-se do teto e cai. Sabendo que o teto está a

3,0 m de altura acima do piso do elevador, o tempo que a lâmpada demora para atingir o piso é:

Dado: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

- (a) 0,61 s
 (b) 0,78 s
 (c) 1,54 s
 (d) infinito, pois a lâmpada só atingirá o piso se o elevador sofrer uma desaceleração.
 (e) indeterminado, pois não se conhece a velocidade do elevador.

38 UEL Um corpo A é abandonado da altura de 180 m, sob ação exclusiva da gravidade, cuja aceleração pode ser considerada 10 m/s^2 . Do mesmo ponto, outro corpo B é abandonado 2,0 s mais tarde. Nesta queda de 180 m, a máxima distância entre A e B é de:

- (a) 180 m (c) 80 m (e) 20 m
 (b) 100 m (d) 40 m

TEXTO COMPLEMENTAR

Queda livre

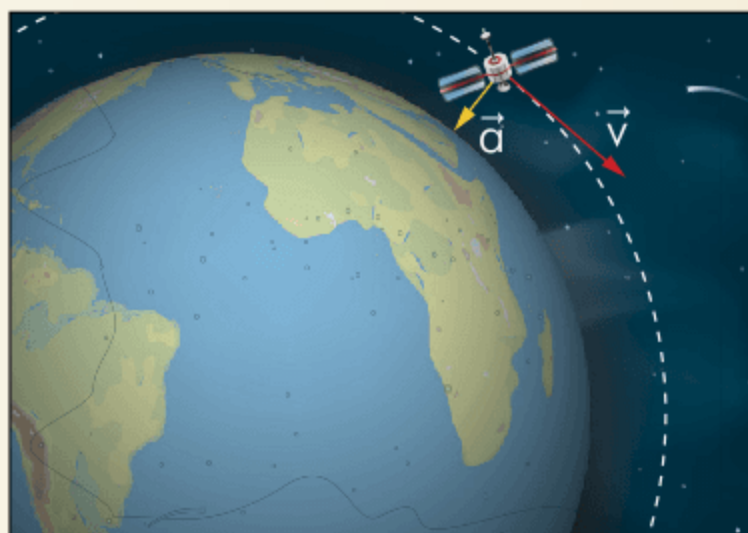
A física descrita nos trabalhos do filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) estabelecia que o mundo era composto de quatro elementos terrestres, cuja proporção relativa na composição de um objeto determinava seu peso. Desse modo, Aristóteles afirmara que objetos com pesos diferentes dispunham-se em camadas diferentes com relação ao centro da Terra: o ar sobre a superfície, o fogo acima dele, a água e a terra, mais pesados, mais próximos do centro. Todos os objetos se moveriam, para cima ou para baixo, de modo que ocupassem seu lugar "natural". Assim, a velocidade de um objeto seria diretamente proporcional ao seu peso. Em queda livre, por exemplo, objetos mais pesados caíam mais rápido que objetos mais leves.

Um famoso experimento, para alguns historiadores apenas uma lenda, teria sido realizado por Galileu Galilei (1564-1642) para refutar a ideia aristotélica de que objetos mais pesados caem mais rápido. No experimento, esferas de pesos diferentes foram abandonadas do topo da famosa Torre de Pisa e os tempos de queda foram medidos. As esferas atingiram o solo simultaneamente; então, concluiu-se que "corpos abandonados de uma mesma altura e ao mesmo tempo chegam ao solo juntos, independente de seus pesos".

De fato, sabe-se que um objeto em queda livre sobre a superfície da Terra, ou seja, sob influência somente da gravidade, cai com uma aceleração de, aproximadamente, $9,8 \text{ m/s}^2$. Portanto, pode-se pensar que, se um corpo cai mais lentamente, deve existir algo além de seu peso que imponha resistência ao movimento; nesse caso, a chamada resistência do ar, que depende de fatores como a densidade do ar e a geometria do objeto. Logo, a

afirmação anterior de que os corpos chegam ao solo juntos só seria rigorosamente verdadeira se o experimento fosse realizado no vácuo.

Um exemplo interessante com relação à queda livre é o de um objeto orbitando a Terra. Devido à força gravitacional, esse objeto, que possui velocidade tangente à órbita, está sujeito a uma aceleração (da gravidade) na direção radial. Essa aceleração, em vez de acelerar o corpo em direção ao centro da Terra, mantém-no na órbita circular ao alterar continuamente a direção dessa velocidade. Esse movimento pode ser observado na figura a seguir.



Astronautas em uma nave orbitando a Terra parecem flutuar na ausência de gravidade, quando na verdade estão caindo continuamente ao redor da Terra.

RESUMINDO

Ao contrário do movimento uniforme, no movimento variado existe variação de velocidade e é a grandeza aceleração que mede esta variação. A aceleração, juntamente com o espaço, velocidade e tempo são as grandezas utilizadas na Cinemática.

A **aceleração escalar média** pode ser definida como a razão entre variação de velocidade e variação de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

A **aceleração escalar instantânea** pode ser definida como a aceleração escalar média tomada em um intervalo de tempo que tende a zero:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

O conceito de movimento **acelerado** e **retardado** também é importante no estudo do movimento uniformemente variado.

O **movimento uniformemente variado** é aquele em que a **aceleração escalar instantânea é constante** e diferente de zero. Nesse tipo de movimento, a aceleração escalar instantânea é igual à aceleração escalar média e, então, pode-se definir a **função horária da velocidade** e a **função horária do espaço** no movimento uniformemente variado como:

$$v = v_0 + a \cdot t \quad \text{e} \quad s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

A relação entre espaço, velocidade e aceleração, sem a necessidade do cálculo de tempo, é descrita pela **equação de Torricelli**:

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

É importante prestar atenção nos sinais e valores de espaço, velocidade e aceleração, para que o problema possa ser corretamente modelado e resolvido.

Outro caso de bastante interesse é o **movimento vertical no vácuo**, um caso particular do MUV, cujos exercícios são muito explorados. Vale lembrar que, no lançamento vertical, as equações são as mesmas, com as seguintes considerações:

- $a = -g$ quando a trajetória é orientada para cima;
- $a = +g$ quando a trajetória é orientada para baixo.

■ QUER SABER MAIS?



SITES

- Tempo de queda na ausência da resistência do ar
<www.labvirt.fe.usp.br/simulacoes/fisica/sim_cinematica_maca.htm>.
- Experimento de queda livre na Lua
<www.youtube.com/watch?v=GN_-xYLeihc>.

Exercícios complementares

Considere, quando necessário, $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Função horária

1 **UFC 2005** A velocidade instantânea de uma partícula que se desloca na direção x é dada por:

$$v(t) = 1 + 2t$$

Determine o deslocamento da partícula entre os instantes $t_1 = 1,0 \text{ s}$ e $t_2 = 5,0 \text{ s}$.

2 **ITA** Um móvel parte da origem do eixo x com velocidade constante igual a 3 m/s . No instante $t = 6 \text{ s}$ o móvel sofre uma aceleração $a = -4 \text{ m/s}^2$. A equação horária, a partir do instante $t = 6 \text{ s}$, será:

- $x = 3t - 2t^2$
- $x = 18 + 3t - 2t^2$
- $x = 18 - 2t^2$
- $x = -72 + 27t - 2t^2$
- $x = 27t - 2t^2$

Aceleração, velocidade, espaço e tempo

3 FEI Uma motocicleta, com velocidade de 90 km/h, tem seus freios acionados bruscamente e para após 25 s.

- a) Qual é o módulo da aceleração que os freios aplicaram na motocicleta?
- (a) 1 m/s^2 (c) 90 m/s^2 (e) $3,6 \text{ m/s}^2$
 (b) 25 m/s^2 (d) 2.250 m/s^2
- b) Qual é a distância percorrida pela motocicleta desde o instante em que foram acionados os freios até a parada total dela?
- (a) 25 m (c) 90 m (e) 312,5 m
 (b) 50 m (d) 360 m

4 Vunesp O tempo de reação (intervalo de tempo entre o instante em que uma pessoa recebe a informação e o instante em que reage) de certo motorista é 0,7 s, e os freios podem reduzir a velocidade de seu veículo à razão máxima de 5 m/s em cada segundo. Supondo que esteja dirigindo à velocidade constante de 10 m/s, determine:

- a) o tempo mínimo decorrido entre o instante em que avista algo inesperado, que o leva a acionar os freios, até o instante em que o veículo para.
- b) a distância percorrida nesse tempo.

5 Puccamp Um motorista freia seu veículo no momento em que o velocímetro indica 72 km/h, percorrendo, em movimento retilíneo, uma distância d até parar. Sendo o módulo da aceleração igual a $5,0 \text{ m/s}^2$, a velocidade do veículo, no ponto médio do percurso de frenagem, é, em m/s, mais aproximadamente igual a:

- (a) 4,0 (c) 12 (e) 16
 (b) 8,0 (d) 14

6 Unicamp 2006 Um corredor de 100 metros rasos percorre os 20 primeiros metros da corrida em 4,0 s com aceleração constante. A velocidade atingida ao final dos 4,0 s é então mantida constante até o final da corrida.

- a) Qual é a aceleração do corredor nos primeiros 20 m da corrida?
- b) Qual é a velocidade atingida ao final dos primeiros 20 m?
- c) Qual é o tempo total gasto pelo corredor em toda a prova?

7 Unicamp 2008 Uma possível solução para a crise do tráfego aéreo no Brasil envolve o emprego de um sistema de trens de alta velocidade conectando grandes cidades. Há um projeto de uma ferrovia de 400 km de extensão que interligará as cidades de São Paulo e Rio de Janeiro por trens que podem atingir até 300 km/h.

- a) Para ser competitiva com o transporte aéreo, estima-se que a viagem de trem entre essas duas cidades deve durar no máximo 1 hora e 40 minutos. Qual é a velocidade média de um trem que faz o percurso de 400 km nesse tempo?
- b) Considere um trem viajando em linha reta com velocidade constante. A uma distância de 30 km do final do percurso, o trem inicia uma desaceleração uniforme de $0,06 \text{ m/s}^2$, para chegar com velocidade nula a seu destino. Calcule a velocidade do trem no início da desaceleração.

8 Unicamp 2009 Os avanços tecnológicos nos meios de transporte reduziram de forma significativa o tempo de viagem ao redor do mundo. Em 2008 foram comemorados os 100 anos da chegada, em Santos, do navio Kasato Maru, que, partindo de Tóquio, trouxe ao Brasil os primeiros imigrantes japoneses. A viagem durou cerca de 50 dias. Atualmente, uma viagem de avião entre São Paulo e Tóquio dura em média 24 horas. A velocidade escalar média de um avião comercial no trecho São Paulo-Tóquio é de 800 km/h.

- a) O comprimento da trajetória realizada pelo Kasato Maru é igual a, aproximadamente, duas vezes o comprimento da trajetória do avião no trecho São Paulo-Tóquio. Calcule a velocidade escalar média do navio em sua viagem ao Brasil.
- b) A conquista espacial possibilitou uma viagem do homem à Lua realizada em poucos dias e proporcionou a máxima velocidade de deslocamento que um ser humano já experimentou. Considere um foguete subindo com uma aceleração resultante constante de módulo $a_R = 10 \text{ m/s}^2$ e calcule o tempo que o foguete leva para percorrer uma distância de 800 km, a partir do repouso.

9 Vunesp Um jovem afoito parte com seu carro, do repouso, numa avenida horizontal e retilínea, com uma aceleração constante de 3 m/s^2 . Mas, 10 s depois da partida, ele percebe a presença da fiscalização logo adiante. Nesse instante ele freia, parando junto ao posto onde se encontram os guardas.

- a) Se a velocidade máxima permitida nessa avenida é 80 km/h, ele deve ser multado? Justifique.
- b) Se a freagem durou 5 s com aceleração constante, qual a distância total percorrida pelo jovem, desde o ponto de partida ao posto de fiscalização?

10 Unicamp 2007 Em muitas praças de pedágio de rodovias existe um sistema que permite a abertura automática da cancela. Ao se aproximar, um veículo munido de um dispositivo apropriado é capaz de trocar sinais eletromagnéticos com outro dispositivo na cancela. Ao receber os sinais, a cancela abre-se automaticamente e o veículo é identificado para posterior cobrança. Para as perguntas a seguir, desconsidere o tamanho do veículo.

- a) Um veículo aproxima-se da praça de pedágio a 40 km/h. A cancela recebe os sinais quando o veículo se encontra a 50 m de distância. Qual é o tempo disponível para a completa abertura da cancela?
- b) O motorista percebe que a cancela não abriu e aciona os freios exatamente quando o veículo se encontra a 40 m desta, imprimindo uma desaceleração de módulo constante. Qual deve ser o valor dessa desaceleração para que o veículo pare exatamente na cancela?

11 Fuvest 2005 A velocidade máxima permitida em uma autoestrada é de 110 km/h (aproximadamente 30 m/s) e um carro, nessa velocidade, leva 6 s para parar completamente. Diante de um posto rodoviário, os veículos devem trafegar no máximo a 36 km/h (10 m/s). Assim, para que carros em velocidade máxima consigam obedecer o limite permitido, ao passar

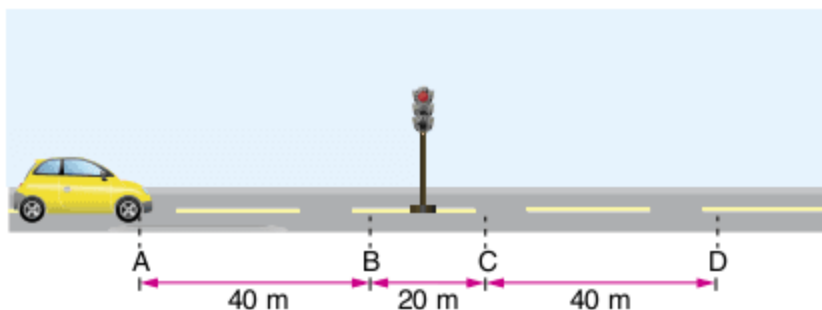
em frente do posto, a placa referente à redução de velocidade deverá ser colocada antes do posto, a uma distância, pelo menos, de:

- (a) 40 m (c) 80 m (e) 100 m
 (b) 60 m (d) 90 m

12 Uece Um trem que se desloca com aceleração constante percorre a distância, entre dois pontos separados, de 320 m em 4 s. Se a velocidade, ao passar pelo segundo ponto, é de 100 m/s, sua aceleração vale:

- (a) 15 m/s² (c) 10 m/s²
 (b) 12 m/s² (d) 8 m/s²

13 UFMS 2008 Uma rodovia, plana e retilínea, possui uma lombada eletrônica onde os veículos devem trafegar com uma velocidade máxima de 30 km/h num intervalo de 20 metros, compreendido entre os pontos B e C, veja na figura. Um veículo se aproxima, com velocidade de 90 km/h, e quando está no ponto A, que está a 40 metros do ponto B, começa a reduzir uniformemente a velocidade, e quando chega no ponto B está na velocidade limite de 30 km/h, e assim permanece com essa velocidade até o ponto C. A partir do ponto C, acelera uniformemente, e após trafegar 40 metros do ponto C, chega ao ponto D na velocidade original de 90 km/h. Considere que, se não houvesse a lombada eletrônica, o veículo trafegaria todo o trajeto, compreendido entre os pontos A e D, a uma velocidade constante de 90 km/h, e dessa forma o tempo da viagem seria menor. Assinale a alternativa que corresponde ao valor dessa diferença no tempo da viagem.



- (a) 7,2 s (c) 3,2 s (e) 2,4 s
 (b) 4,0 s (d) 1,6 s

14 Unicamp 2000 Um automóvel trafega com velocidade constante de 12 m/s por uma avenida e se aproxima de um cruzamento onde há um semáforo com fiscalização eletrônica. Quando o automóvel se encontra a uma distância de 30 m do cruzamento, o sinal muda de verde para amarelo. O motorista deve decidir entre parar o carro antes de chegar ao cruzamento ou acelerar o carro e passar pelo cruzamento antes do sinal mudar para vermelho. Este sinal permanece amarelo por 2,2 s. O tempo de reação do motorista (tempo decorrido entre o momento em que o motorista vê a mudança de sinal e o momento em que realiza alguma ação) é 0,5 s.

- a) Determine a mínima aceleração constante que o carro deve ter para parar antes de atingir o cruzamento e não ser multado.
 b) Calcule a menor aceleração constante que o carro deve ter para passar pelo cruzamento sem ser multado. Aproxime $1,7^2 \cong 3,0$.

15 ITA 2005 Um avião de vigilância aérea está voando a uma altura de 5,0 km, com velocidade de $50\sqrt{10}$ m/s no rumo norte, e capta no radiogoniômetro um sinal de socorro vindo da direção noroeste, de um ponto fixo no solo. O piloto então liga o sistema de pós-combustão da turbina, imprimindo uma aceleração

constante de $6,0 \text{ m/s}^2$. Após $\frac{40\sqrt{10}}{3}$ s, mantendo a mesma direção, ele agora constata que o sinal está chegando da direção oeste. Neste instante, em relação ao avião, o transmissor do sinal se encontra a uma distância de:

- (a) 5,2 km (c) 12 km (e) 28 km
 (b) 6,7 km (d) 13 km

16 UFPR 2008 Um experimento de cinemática, utilizado em laboratórios de Física, consiste de um longo trilho retilíneo sobre o qual pode deslizar um carrinho. Esse sistema é montado de tal forma que o atrito entre o trilho e o carrinho pode ser desprezado. Suponha que um estudante mediu para alguns instantes a posição correspondente do carrinho, conforme anotado na tabela abaixo:

$t_1 = 7 \text{ s}$	$x_1 = 70 \text{ cm}$
$t_2 = 9 \text{ s}$	$x_2 = 80 \text{ cm}$
$t_3 = 13 \text{ s}$	$x_3 = 160 \text{ cm}$

Considere que nesse experimento o carrinho move-se com aceleração constante.

- a) Deduza uma equação para a aceleração do carrinho em função dos dados disponíveis, apresentando-a na forma literal.
 b) Calcule o valor da aceleração utilizando a equação deduzida no item a e os dados medidos.
 c) Calcule a posição e a velocidade do carrinho no instante $t = 0$.

17 UFG 2008 (Adapt.) A pista de um aeroporto mede 1.940 metros de comprimento. Um avião possui velocidade, tanto para pouso quanto para decolagem, de 259,2 km/h. Após pousar e percorrer 1.240 m da pista, o piloto verificou que a velocidade da aeronave era de 187,2 km/h. Mantida esta desaceleração, a que distância do fim da pista o piloto deveria arremeter a aeronave, com aceleração máxima de 4 m/s^2 , para evitar um acidente?

- (a) 312 m (c) 388 m (e) 700 m
 (b) 390 m (d) 648 m

Queda livre

18 Uerj Um objeto é lançado do solo verticalmente para cima. Considere a resistência do ar desprezível e $g = 10 \text{ m/s}^2$. Calcule a distância percorrida pelo objeto durante o último segundo da subida, supondo que ele gaste mais de 1,0 s para atingir o ponto mais alto de sua trajetória.

19 UFRN Um objeto solto de uma certa altura H demora um certo tempo t para chegar ao solo. A razão entre as distâncias percorridas na primeira metade do tempo e na segunda metade do tempo é de que valor?

20 Mackenzie Um corpo lançado verticalmente para cima, no vácuo, com velocidade inicial v_0 , atinge a altura máxima H . A altura h , alcançada por ele quando sua velocidade se reduz à metade da inicial, equivale a:

- (a) $\frac{H}{2}$ (c) $\frac{4H}{3}$ (e) $\frac{3H}{4}$
 (b) $\frac{H}{4}$ (d) $\frac{4H}{5}$

21 Vunesp Num lugar onde $g = 10 \text{ m/s}^2$, uma pequena esfera de chumbo é abandonada de uma altura de 1,8 m acima da superfície da água de uma piscina e atinge o seu fundo 0,8 s após seu abandono. Sabe-se que abaixo da superfície a esfera se move com a mesma velocidade com que a atingiu. Abandonando-se novamente a esfera do mesmo lugar, com a piscina vazia, o tempo gasto para atingir o seu fundo será de quantos segundos?

22 Unicamp Um malabarista de circo deseja ter três bolas no ar em todos os instantes. Ele arremessa uma bola a cada 0,40 s.

- a) Quanto tempo cada bola fica no ar?
 b) Com que velocidade inicial deve o malabarista atirar cada bola para cima?
 c) A que altura se elevará cada bola acima de suas mãos?

23 PUC-SP Um projétil é atirado verticalmente, de baixo para cima, com velocidade $v_0 = 25 \text{ m/s}$. Uma pessoa situada a 30 m de altura o vê passar na subida e, após um intervalo de tempo Δt , o vê voltar. Desprezando a resistência do ar, o tempo Δt decorrido entre as duas observações foi de:

- (a) 0,5 s (c) 2,0 s (e) 3,0 s
 (b) 1,0 s (d) 2,5 s

24 Unifau Uma esfera de massa $m = 200 \text{ g}$ é lançada verticalmente para baixo, dentro de um poço. Sabe-se que a esfera atinge a água 3 s depois de arremessada e que o som é ouvido 3,2 s após o arremesso. Desprezando os efeitos do ar, podemos dizer que a velocidade final da esfera vale:

Adote: Velocidade do som no ar igual a 300 m/s.

- (a) zero. (c) 30 m/s (e) 45 m/s
 (b) 20 m/s (d) 35 m/s

25 Unicamp 2001 Uma atração que está se tornando muito popular nos parques de diversão consiste em uma plataforma que despenca, a partir do repouso, em queda livre de uma altura de 75 m. Quando a plataforma se encontra 30 m acima do solo, ela passa a ser freada por uma força constante e atinge o repouso quando chega ao solo.

- a) Qual é o valor absoluto da aceleração da plataforma durante a queda livre?
 b) Qual é a velocidade da plataforma quando o freio é acionado?
 c) Qual é o valor da aceleração necessária para imobilizar a plataforma?

26 UFPR 2009 Um dos estudos feitos por Galileu trata do movimento de corpos em queda livre. Considere um objeto que

cai em queda livre de uma altura inicial de n metros, a partir do repouso, num local onde a aceleração da gravidade é g . Deduza uma expressão literal para o tempo necessário para esse objeto percorrer o último metro do seu trajeto. Observe que a expressão deve ser dada em termos de n e g somente.

27 FGV Uma pedra cai em um poço e o observador ouve o som da pedra no fundo após 9 s. Admitindo a velocidade do som de 320 m/s, qual a profundidade do poço? Despreze a resistência do ar.

28 Covest-PE Um corpo é solto de uma altura igual a 45 m, e leva um tempo T até atingir o chão. Desprezando a resistência do ar, determine a distância, em metros, percorrida por esse corpo no intervalo $\frac{T}{3} \leq t \leq \frac{2T}{3}$.

29 ITA Um corpo cai, em queda livre, de uma altura tal que durante o último segundo de queda ele percorre $\frac{1}{4}$ da altura total. Calcular o tempo de queda, supondo nula a velocidade inicial do corpo.

30 Mackenzie Um corpo, abandonado de uma altura H , percorre 25 metros no último segundo de queda. Desprezando a resistência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, o valor de H é:

- (a) 20 m (c) 45 m (e) 90 m
 (b) 30 m (d) 60 m

31 UFSCar Um corpo é abandonado livremente do topo de um edifício. Supondo a aceleração da gravidade constante de módulo g e desprezando a resistência do ar, qual a distância percorrida pelo corpo durante o n -ésimo segundo?

Movimentos em um plano

32 Fuvest 2010 Numa filmagem, no exato instante em que um caminhão passa por uma marca no chão, um dublê se larga de um viaduto para cair dentro de sua caçamba. A velocidade v do caminhão é constante e o dublê inicia sua queda a partir do repouso, de uma altura de 5 m da caçamba, que tem 6 m de comprimento. A velocidade ideal do caminhão é aquela em que o dublê cai bem no centro da caçamba, mas a velocidade real v do caminhão poderá ser diferente e ele cairá mais à frente ou mais atrás do centro da caçamba. Para que o dublê caia dentro da caçamba, v pode diferir da velocidade ideal, em módulo, no máximo:

- (a) 1 m/s (c) 5 m/s (e) 9 m/s
 (b) 3 m/s (d) 7 m/s

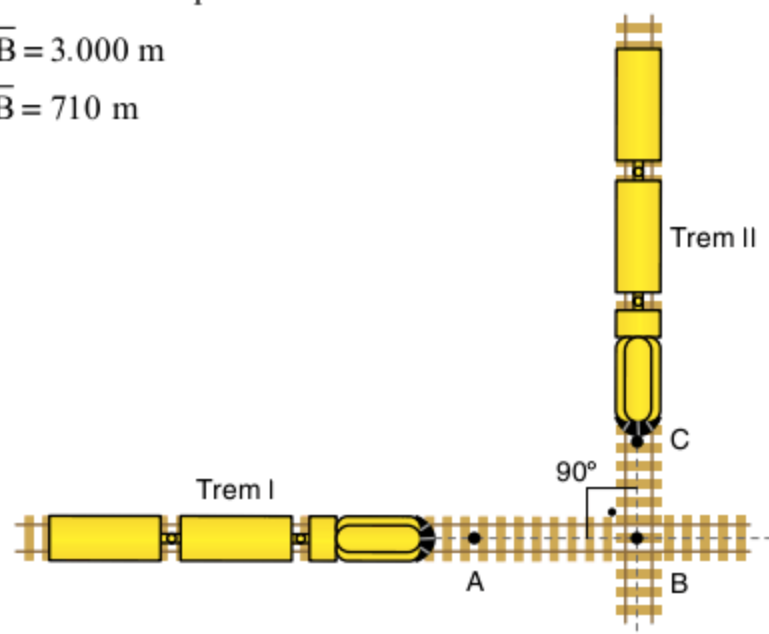
33 IME O trem I desloca-se em linha reta, com velocidade constante de 54 km/h, aproximando-se do ponto B, como mostra a figura. Determine quanto tempo após a locomotiva do trem I atingir o ponto A deve o trem II partir do repouso em C, com aceleração constante de $0,2 \text{ m/s}^2$, de forma que 10 segundos após terminar a sua passagem pelo ponto B o trem I inicie a passagem pelo mesmo ponto.

Notas: Ambos os trens medem 100 metros de comprimento, incluindo suas locomotivas, que viajam à frente.

As distâncias ao ponto B são:

$$\overline{AB} = 3.000 \text{ m}$$

$$\overline{CB} = 710 \text{ m}$$



Encontros em movimento unidimensional

34 ITA Um automóvel a 90 km/h passa por um guarda num local em que a velocidade máxima é de 60 km/h. O guarda começa a perseguir o infrator com a sua motocicleta, mantendo aceleração constante até que atinge 108 km/h em 10 s e continua com essa velocidade até alcançá-lo, quando lhe faz sinal para parar. Pode-se afirmar que:

- (a) o guarda levou 15 s para alcançar o carro.
- (b) o guarda levou 60 s para alcançar o carro.
- (c) a velocidade do guarda ao alcançar o carro era de 25 m/s.
- (d) o guarda percorreu 750 m desde que saiu em perseguição até alcançar o motorista infrator.
- (e) nenhuma das respostas anteriores é correta.

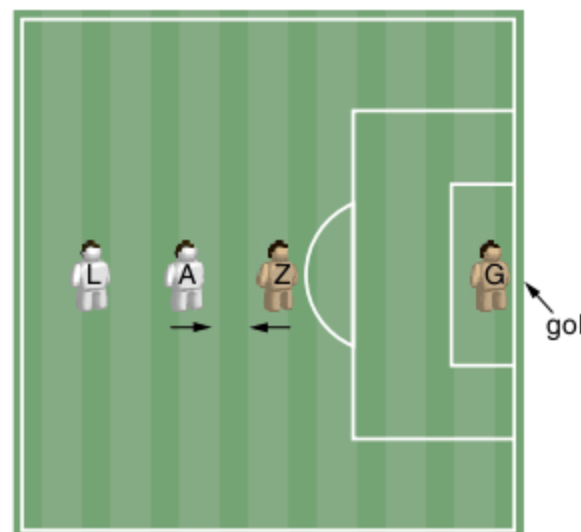
35 UFPR 2010 (Adapt.) Em uma prova internacional de ciclismo, dois dos ciclistas, um francês e, separado por uma distância de 15 m à sua frente, um inglês, movimentam-se com velocidades iguais e constantes de módulo 22 m/s. Considere agora que o representante brasileiro na prova, ao ultrapassar o ciclista francês, possui uma velocidade constante de módulo 24 m/s e inicia uma aceleração constante de módulo $0,4 \text{ m/s}^2$, com o objetivo de ultrapassar o ciclista inglês e ganhar a prova. No instante em que ele ultrapassa o ciclista francês, faltam ainda 200 m para a linha de chegada. Com base nesses dados e admitindo que o ciclista inglês, ao ser ultrapassado pelo brasileiro, mantenha constantes as características do seu movimento, assinale a alternativa correta para o tempo gasto pelo ciclista brasileiro para ultrapassar o ciclista inglês, ganhando assim a corrida.

- (a) 1 s
- (b) 2 s
- (c) 3 s
- (d) 4 s
- (e) 5 s

36 Unicamp Para se dirigir prudentemente, recomenda-se manter do veículo da frente uma distância mínima de um carro (4,0 m) para cada 16 km/h. Um carro segue um caminhão em uma estrada, ambos a 108 km/h.

- a) De acordo com a recomendação dada, qual deveria ser a distância mínima separando os dois veículos?
- b) O carro mantém uma separação de apenas 10 m quando o motorista do caminhão freia bruscamente. O motorista do carro demora 0,50 s para perceber a freada e pisar em seu freio. Ambos os veículos percorreriam a mesma distância até parar, após acionarem os seus freios. Mostre numericamente que a colisão é inevitável.

37 Unicamp 2010 A Copa do Mundo é o segundo maior evento desportivo do mundo, ficando atrás apenas dos Jogos Olímpicos. Uma das regras do futebol que gera polêmica com certa frequência é a do impedimento. Para que o atacante A não esteja em impedimento, deve haver ao menos dois jogadores adversários à sua frente, G e Z, no exato instante em que o jogador L lança a bola para A (ver figura). Considere que somente os jogadores G e Z estejam à frente de A e que somente A e Z se deslocam nas situações descritas a seguir.



- a) Suponha que a distância entre A e Z seja de 12 m. Se A parte do repouso em direção ao gol com aceleração de $3,0 \text{ m/s}^2$ e Z também parte do repouso com a mesma aceleração no sentido oposto, quanto tempo o jogador L tem para lançar a bola depois da partida de A antes que A encontre Z?
- b) O árbitro demora 0,1 s entre o momento em que vê o lançamento de L e o momento em que determina as posições dos jogadores A e Z. Considere agora que A e Z movem-se a velocidades constantes de 6,0 m/s, como indica a figura. Qual é a distância mínima entre A e Z no momento do lançamento para que o árbitro decida de forma inequívoca que A não está impedido?

38 FEI-SP Um móvel parte de um certo ponto com um movimento que obedece à seguinte lei horária: $s = 4 \cdot t^2$, válida no SI; s é a abscissa do móvel e t o tempo. Um segundo depois, parte outro móvel do mesmo ponto do primeiro, com movimento uniforme e seguindo a mesma trajetória. Qual a menor velocidade que deverá ter esse segundo móvel a fim de encontrar o primeiro?

39 EEM-SP Um móvel parte do repouso de um ponto A executando um movimento retilíneo uniformemente acelerado sobre uma reta AB. No mesmo instante, parte do ponto B, rumo a A, outro móvel que percorre a reta AB com velocidade constante. A distância entre os pontos A e B é igual a 50 m. Depois

de 10 s da partida, os móveis se cruzam exatamente no meio do segmento entre A e B.

Determine:

- a velocidade do móvel que partiu de B.
- a velocidade com que o móvel que partiu de A irá chegar a B.

40 Puccamp De um ponto a 80 m do solo um pequeno objeto P é abandonado e cai em direção ao solo. Outro corpo Q, um segundo antes, havia sido atirado para baixo, na mesma vertical, de um ponto a 180 m do solo. Adote $g = 10 \text{ m/s}^2$ e despreze a ação do ar sobre os corpos. Sabendo-se que eles chegam juntos ao solo, a velocidade com que o corpo Q foi atirado tem módulo, em m/s, de:

- 100
- 95
- 50
- 20
- 11

41 ITA 2009 Dentro de um elevador em queda livre num campo gravitacional g , uma bola é jogada para baixo com velocidade v de uma altura h . Assinale o tempo previsto para a bola atingir o piso do elevador.

- $t = \frac{v}{g}$
- $t = \frac{h}{v}$
- $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$
- $t = \frac{(\sqrt{v^2 + 2gh} - v)}{g}$
- $t = \frac{(\sqrt{v^2 - 2gh} - v)}{g}$

42 Cesgranrio Considere três esferas idênticas, A, B e C, com as quais se fizeram os seguintes experimentos:

Experimento 1: As esferas são soltas simultaneamente, porém de pontos diferentes, sobre uma mesma vertical, sendo que a esfera A é solta do ponto mais baixo e a C do ponto mais elevado.

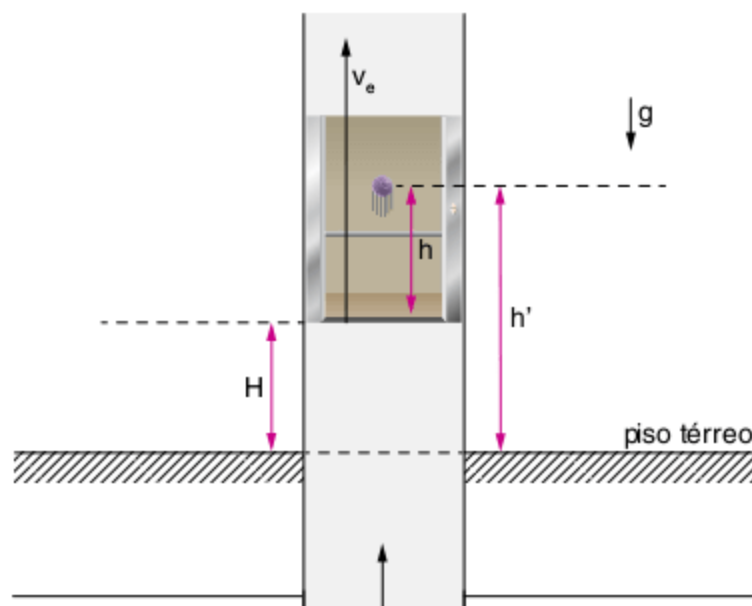
Experimento 2: as esferas são soltas de um mesmo ponto, porém a intervalos de tempo iguais, sendo que a esfera A foi a primeira a ser solta e a C foi a última.

Ambos os experimentos foram feitos de forma a se poder desprezar a influência do ar e a considerar g constante.

Considere d_{AB} e d_{BC} , respectivamente, as distâncias entre A e B e entre B e C, durante a queda. Sobre d_{AB} e d_{BC} é correto afirmar que:

- se mantêm inalteradas nos dois experimentos.
- se mantêm inalteradas no 1º experimento e aumentam igualmente no 2º experimento.
- aumentam igualmente nos dois experimentos.
- aumentam igualmente no 1º experimento e d_{AB} aumenta mais que d_{BC} no 2º.
- d_{AB} aumenta mais que d_{BC} nos dois experimentos.

43 Fuvest 2000 Um elevador, aberto em cima, vindo do subsolo de um edifício, sobe mantendo sempre uma velocidade constante $v_e = 5,0 \text{ m/s}$. Quando o piso do elevador passa pelo piso do térreo, um dispositivo colocado no piso do elevador lança verticalmente, para cima, uma bolinha, com velocidade inicial $v_b = 10,0 \text{ m/s}$ em relação ao elevador. Na figura, h e h' representam, respectivamente, as alturas da bolinha em relação aos pisos do elevador e do térreo e H representa a altura do piso do elevador em relação ao piso do térreo. No instante $t = 0$ do lançamento da bolinha, $H = h = h' = 0$.



- Construa e identifique os gráficos $H(t)$, $h(t)$ e $h'(t)$, entre o instante $t = 0$ e o instante em que a bolinha retorna ao piso do elevador.
- Indique o instante $t_{\text{máx}}$ em que a bolinha atinge sua altura máxima, em relação ao piso do andar térreo.

44 AFA-SP Um balão sobe verticalmente com movimento uniforme. Seis segundos após a partida, o piloto abandona uma pedra que alcança o solo nove segundos após a saída do balão. Determine, em metros, a altura em que a pedra foi abandonada. Despreze o efeito do ar e adote $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 27
- 30
- 36
- 54

45 IME Um elevador parte do repouso e sobe com aceleração constante igual a 2 m/s^2 em relação a um observador fixo, localizado fora do elevador. Quando sua velocidade atinge o valor $v = 6 \text{ m/s}$, uma pessoa que está dentro do elevador larga um pacote de uma altura $h = 2,16 \text{ m}$, em relação ao piso do elevador. Considerando que o elevador continue em seu movimento acelerado ascendente, determine para o observador fixo e para o localizado no interior do elevador:

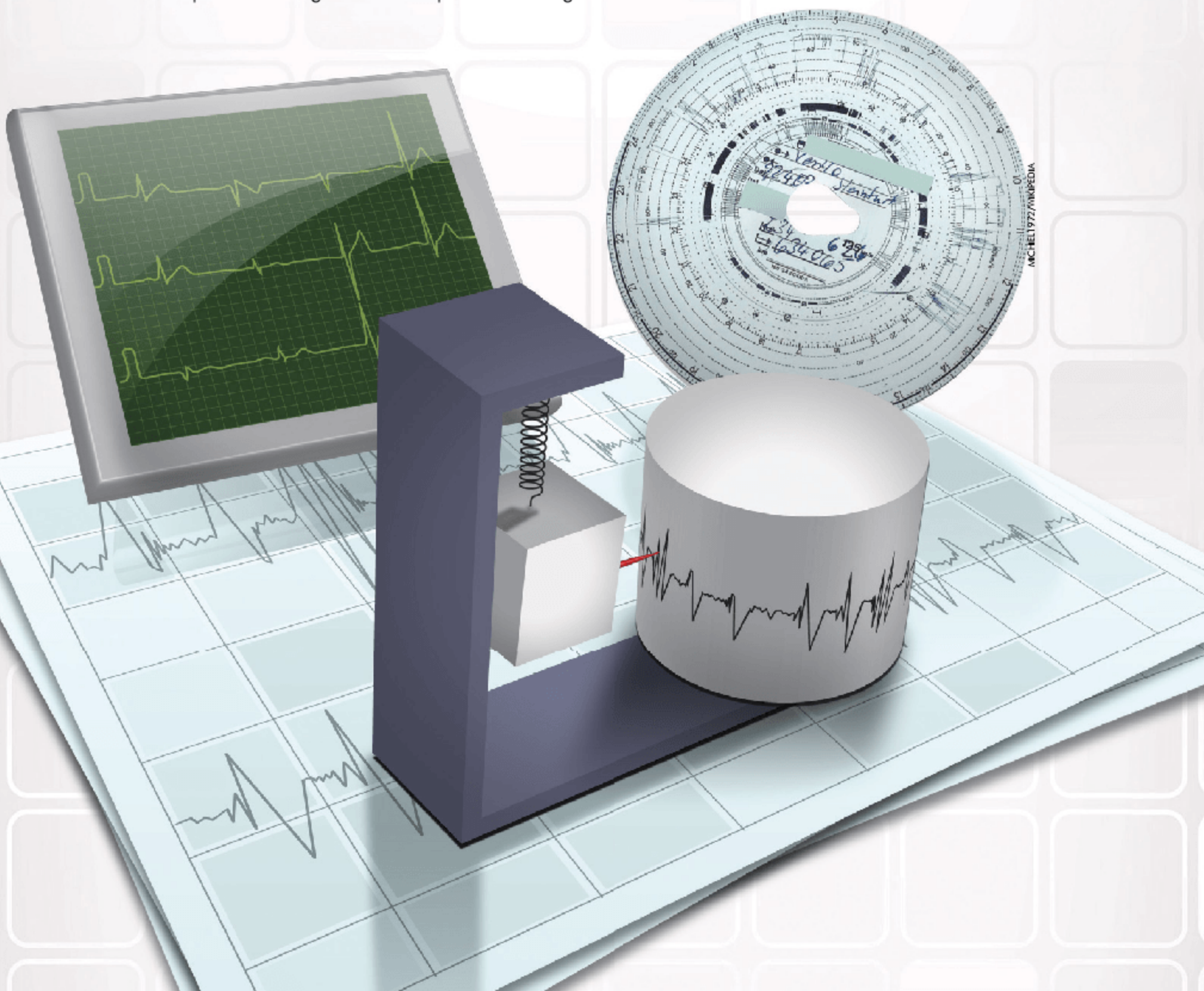
- o tempo de queda.
- a distância total percorrida pelo pacote até que este encontre o piso do elevador.
- se o pacote entra em movimento descendente.

4

FRENTE 1

Análise gráfica

A relação entre duas variáveis pode ser representada por um gráfico, que associa cada ponto deste a dois números (suas coordenadas). Por meio de um gráfico, podem ser representados matematicamente diferentes fenômenos do dia a dia para que estes sejam analisados. O eletrocardiograma, por exemplo, é um registro gráfico de fenômenos elétricos gerados durante a atividade cardíaca em um intervalo de tempo. Um tacógrafo registra graficamente a velocidade, o tempo de uso de um veículo e a distância percorrida por ele. As flutuações da crosta terrestre podem ser medidas e representadas graficamente por um sismógrafo.



Introdução

Passaremos a uma breve revisão de conceitos importantes para o desenvolvimento deste capítulo.

Trigonometria

Seja um triângulo retângulo ABC:

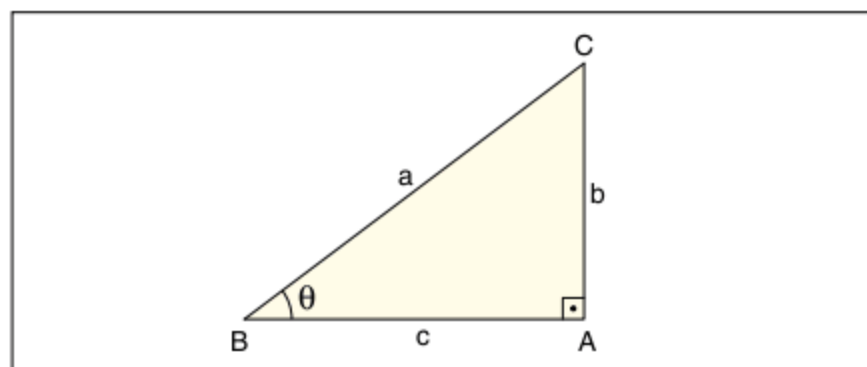


Fig. 1 Triângulo retângulo.

Em relação ao ângulo θ , temos:

$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \text{sen } \theta = \frac{b}{a}$$

$$\text{cos } \theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} \Rightarrow \text{cos } \theta = \frac{c}{a}$$

$$\text{tg } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} \Rightarrow \text{tg } \theta = \frac{b}{c}$$

Para $0 < \theta < 90^\circ$:

$$\text{sen } \theta > 0 \quad \text{cos } \theta > 0 \quad \text{tg } \theta > 0$$

Para $90^\circ < \theta < 180^\circ$:

$$\text{sen } \theta > 0 \quad \text{cos } \theta < 0 \quad \text{tg } \theta < 0$$

Função do primeiro grau

A representação da função do primeiro grau $y = ax + b$ no plano cartesiano é:

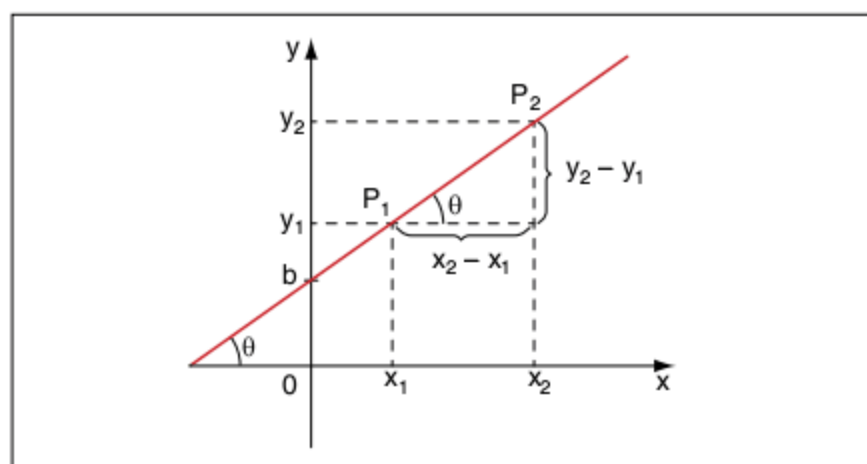


Fig. 2 Função do primeiro grau.

em que:

- a - coeficiente angular da reta
- b - coeficiente linear da reta

Quando $x = 0$, temos: $y = a \cdot 0 + b = b$
Logo, a reta corta o eixo y no ponto $(0; b)$.

Substituindo as coordenadas dos pontos P_1 e P_2 na equação da reta, temos:

$$\left. \begin{aligned} P_1(x_1; y_1) &\Rightarrow y_1 = ax_1 + b \\ P_2(x_2; y_2) &\Rightarrow y_2 = ax_2 + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Assim:

$$a \stackrel{N}{=} \text{tg } \theta$$

ou seja, o coeficiente angular a é numericamente igual à tangente trigonométrica do ângulo entre a reta e o eixo x .

Gráficos de espaço, velocidade e aceleração

Se uma partícula percorre uma trajetória, a descrição de seu movimento pode ser feita através do estudo de como variam suas grandezas em função do tempo.

Já vimos que, se conhecermos o espaço como função do tempo, podemos determinar velocidade e aceleração também como função do tempo.

Há várias maneiras de representar essas funções.

No caso de um movimento uniforme, temos, por exemplo:

- a) Equação
A equação $s = -6 + 4t$ (SI) é a expressão de um movimento uniforme.

- b) Tabela
Esse mesmo movimento pode ser descrito pela seguinte tabela.

s(m)	-6	-2	2	6
t(s)	0	1	2	3

- c) Gráfico
A partir da equação $s = -6 + 4t$, podemos construir um gráfico $s \times t$:

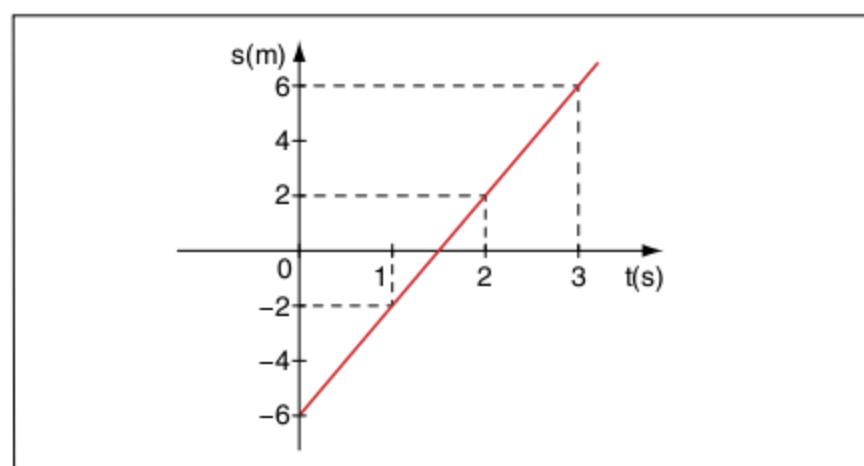


Fig. 3 Gráfico de $s = -6 + 4t$.

As três formas nos dão, para cada instante t , o espaço s ocupado pelo móvel.

ATENÇÃO!

Não podemos confundir gráfico com trajetória. O gráfico indica como se relacionam duas variáveis de um movimento (no exemplo anterior, s e t), enquanto a trajetória é o conjunto de posições ocupadas por um ponto material no decorrer do tempo.

Veja que, apesar de o gráfico $s \times t$ ser uma reta, não se pode afirmar nada sobre a trajetória, que pode ser circular, elíptica, ou até uma reta. Sabemos apenas, nesse caso, que o móvel percorre espaços iguais para tempos iguais.

Velocidade escalar média

Para determinar graficamente a velocidade escalar média, vamos tomar um gráfico $s \times t$ qualquer. Não estamos aqui especificando qualquer movimento.

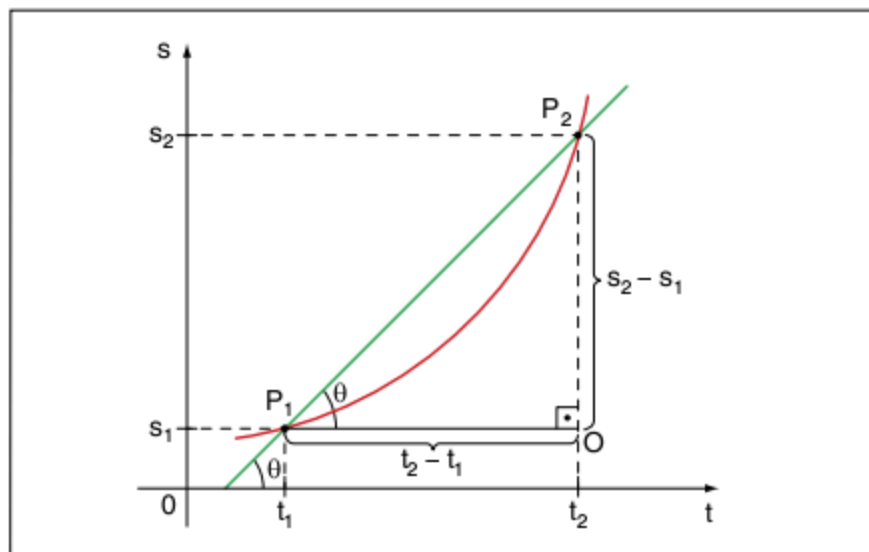


Fig. 4 Determinação da velocidade escalar média.

Sobre o gráfico:

- P_1 é o ponto em que s_1 é o espaço para o instante t_1 .
- P_2 é o ponto em que s_2 é o espaço para o instante t_2 .

Podemos observar que o triângulo OP_1P_2 é retângulo em O . Da trigonometria:

$$\operatorname{tg} \theta \stackrel{N}{=} \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

em que θ é o ângulo formado entre a reta secante ao gráfico que passa pelos pontos P_1 e P_2 e o eixo t .

Mas: $\Delta s = s_2 - s_1$ e $\Delta t = t_2 - t_1$

Como:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$$

Então:

$$v_m \stackrel{N}{=} \operatorname{tg} \theta$$

Isso significa que, para calcularmos graficamente a velocidade escalar média entre dois instantes t_1 e t_2 de um movimento qualquer, basta determinarmos o valor da tangente trigonométrica do ângulo formado entre a reta que passa pelos pontos do gráfico $s \times t$ correspondentes a t_1 e t_2 (P_1 e P_2) e o eixo t .

Ou ainda, como $\operatorname{tg} \theta$ é numericamente igual ao coeficiente angular da reta P_1P_2 , a velocidade escalar média entre t_1 e t_2 é o coeficiente angular de P_1P_2 .

Velocidade escalar instantânea

Se quisermos calcular a velocidade escalar instantânea em t_1 , vamos nos valer da definição:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Isso significa que, para calcular a velocidade escalar instantânea, basta calcularmos a velocidade escalar média entre dois instantes muito próximos.

Se Δt tender a zero, t_2 tende a t_1 , se aproximando deste. À medida que t_2 se aproxima de t_1 , P_2 se aproxima de P_1 , e a reta que passa pelos dois pontos, de secante ao gráfico, tende a ser tangente ao gráfico no ponto P_1 .

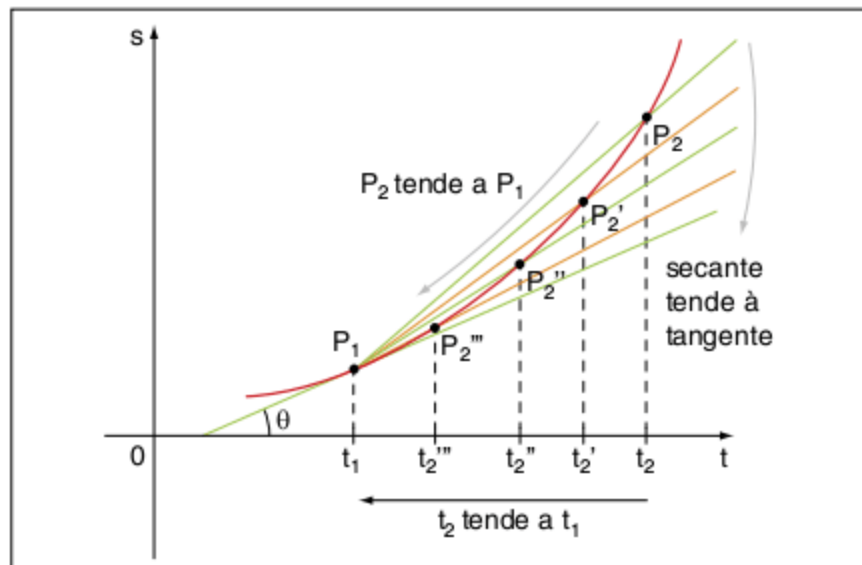


Fig. 5 Determinação da velocidade escalar instantânea.

Se, para dois instantes t_1 e t_2 , a v_m é numericamente igual ao coeficiente angular da reta secante, P_1P_2 , à medida que Δt tende a zero, a velocidade escalar média tende ao valor da velocidade escalar instantânea.

Logo:

$$v \stackrel{N}{=} \operatorname{tg} \theta$$

ou seja, a velocidade escalar instantânea em t_1 é numericamente igual ao coeficiente angular da tangente geométrica ao gráfico no ponto P_1 .

No caso do MU, a tangente ao gráfico $s \times t$ será a mesma para qualquer ponto e coincidirá com o próprio gráfico. Assim, no MU, a velocidade escalar instantânea será constante e igual ao coeficiente angular da reta $s \times t$.

Esse resultado já era conhecido, pois, no MU:

$s = s_0 + v \cdot t$, com v constante.

Aceleração escalar média

Analogamente ao caso da velocidade escalar média, em um gráfico $v \times t$ qualquer:

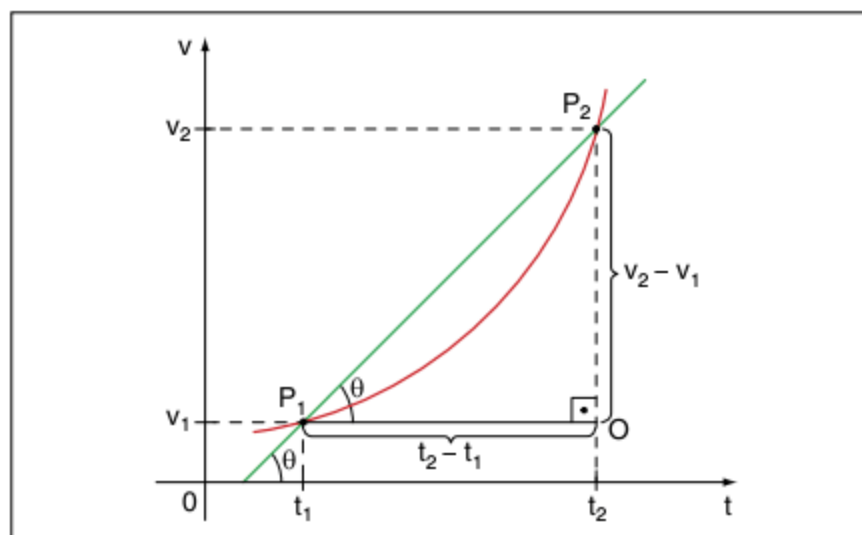


Fig. 6 Determinação da aceleração escalar média.

teremos:

$$a_m \stackrel{N}{=} \operatorname{tg} \theta$$

Isso significa que, para calcularmos graficamente a aceleração escalar média entre dois instantes t_1 e t_2 de um movimento qualquer, basta determinarmos o valor da tangente trigonométrica do ângulo formado entre a reta que passa pelos pontos do gráfico $v \times t$ correspondentes a t_1 e t_2 (P_1 e P_2) e o eixo t .

Ou ainda, como $\operatorname{tg} \theta$ é numericamente igual ao coeficiente angular da reta P_1P_2 , a aceleração escalar média entre t_1 e t_2 é o coeficiente angular de P_1P_2 .

Aceleração escalar instantânea

Analogamente ao caso da velocidade escalar instantânea, em um gráfico $v \times t$ qualquer:

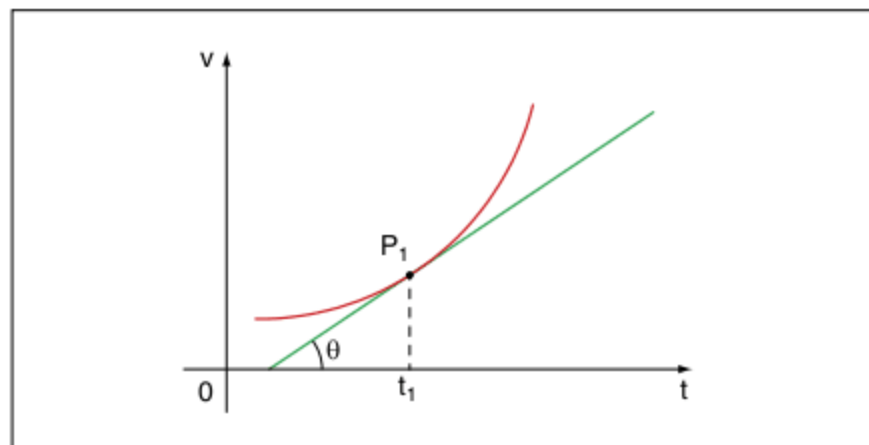


Fig. 7 Determinação da aceleração escalar instantânea.

teremos:

$$a \stackrel{N}{=} \operatorname{tg} \theta$$

ou seja, a aceleração escalar instantânea em t_1 é numericamente igual ao coeficiente angular da tangente geométrica ao gráfico no ponto P_1 .

No caso do MUV, a tangente ao gráfico $v \times t$ será a mesma para qualquer ponto e coincidirá com o próprio gráfico. Assim, no MUV, a aceleração escalar instantânea será constante e igual ao coeficiente angular da reta $v \times t$.

Esse resultado já era conhecido, pois, no MUV:

$$v = v_0 + a \cdot t, \text{ com } a \text{ constante.}$$

Dessa forma, observamos que, a partir de um gráfico $s \times t$, podemos obter o valor da velocidade escalar instantânea para qualquer t e, portanto, o gráfico $v \times t$.

A partir do gráfico $v \times t$, podemos obter o valor da aceleração escalar instantânea para qualquer t e, portanto, o gráfico $a \times t$.

Variação do espaço

Para calcularmos, a partir de um gráfico $v \times t$, o valor da variação do espaço entre dois instantes t_1 e t_2 , vamos utilizar como exemplo o movimento uniforme.

No MU, a velocidade escalar instantânea é constante e igual à velocidade escalar média:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Graficamente:

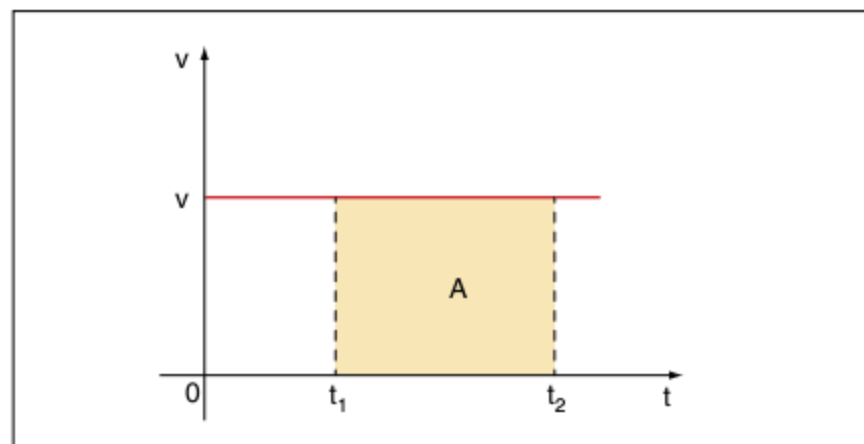


Fig. 8 Variação de espaço no MU.

O retângulo colorido tem área dada por:

$$\text{área do retângulo} = \text{base} \times \text{altura}$$

Logo:

$$A = v \cdot (t_2 - t_1)$$

Como $\Delta t = t_2 - t_1$, então $A = v \cdot \Delta t$

Mas:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta s = v \cdot \Delta t$$

Então:

$$\Delta s \stackrel{N}{=} A$$

ou seja, a variação de espaço entre dois instantes quaisquer t_1 e t_2 é numericamente igual à área limitada pelo gráfico $v \times t$, pelo eixo t e pelas perpendiculares ao eixo t que passam por t_1 e t_2 .

Apesar de termos provado essa propriedade para o gráfico $v \times t$ de um movimento uniforme, ela é válida para o gráfico $v \times t$ de qualquer movimento.

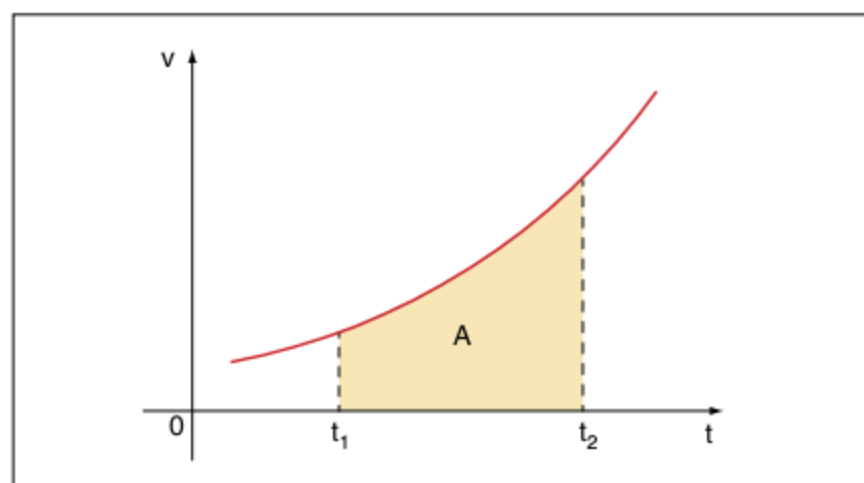


Fig. 9 Variação de espaço em um movimento qualquer.

Observação: A demonstração dessa propriedade para $v \times t$ qualquer utiliza recursos matemáticos ainda não estudados.

Portanto, teremos sempre para um gráfico $v \times t$:

$$\Delta s \stackrel{N}{=} A$$

Variação da velocidade escalar

Analogamente ao que fizemos para o cálculo da variação do espaço, se agora tomarmos o gráfico $a \times t$ de um movimento uniformemente variado, em que a aceleração escalar instantânea é constante e igual à aceleração escalar média:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

teremos:

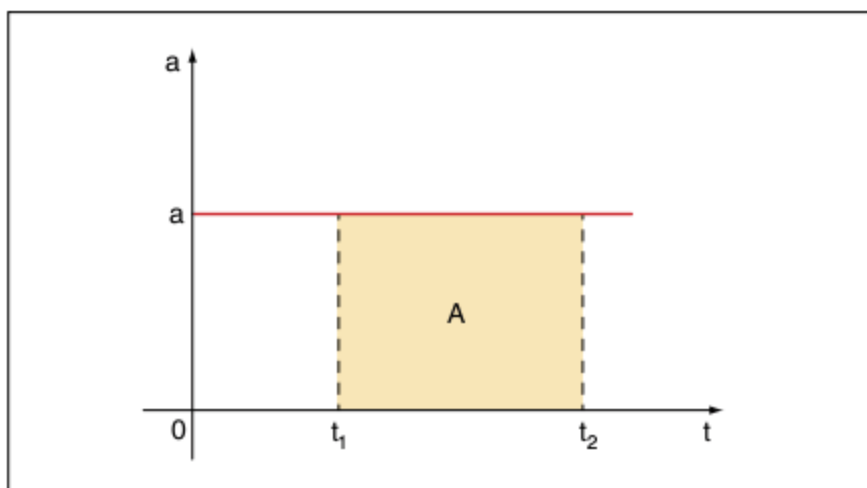


Fig. 10 Variação de velocidade no MUV.

Podemos provar que:

$$\Delta v \stackrel{N}{=} A$$

Essa propriedade pode também ser aplicada para um gráfico $a \times t$ qualquer:

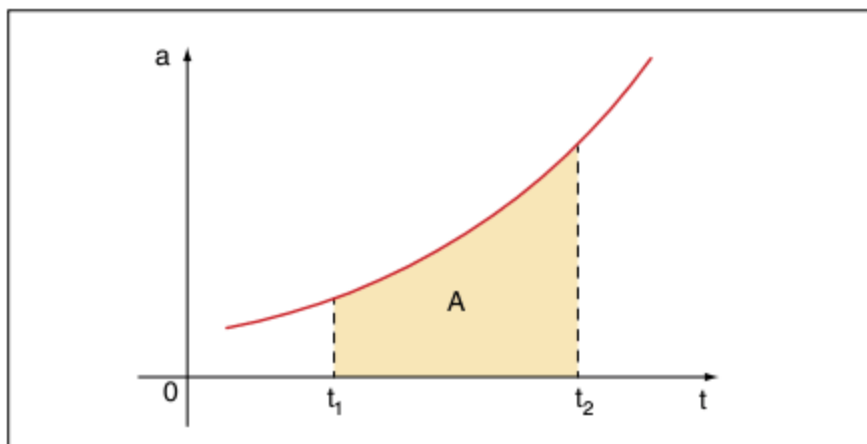


Fig. 11 Variação de velocidade em um movimento qualquer.

ATENÇÃO!

Quando a área estiver situada abaixo do eixo t no gráfico $v \times t$, a variação de espaço é numericamente igual à área, mas com um sinal negativo.

Analogamente, quando a área estiver situada abaixo do eixo t no gráfico $a \times t$, a variação da velocidade é numericamente igual à área, mas com sinal negativo.

Veja o exemplo:

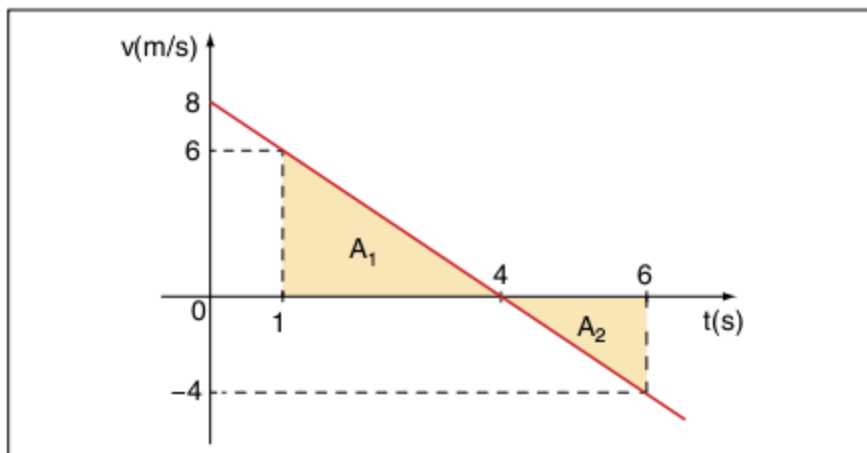


Fig. 12 Variação de espaço negativa.

$$\text{Entre } 1 \text{ s e } 4 \text{ s: } A_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$$

Como a área está acima do eixo t , então: $\Delta s_1 = 9 \text{ m}$

$$\text{Entre } 4 \text{ s e } 6 \text{ s: } A_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4$$

Como a área está abaixo do eixo t , então: $\Delta s_2 = -4 \text{ m}$

$$\text{Entre } 1 \text{ s e } 6 \text{ s: } \Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2$$

$$\Delta s = (9 \text{ m}) + (-4 \text{ m}) \Rightarrow \Delta s = 5 \text{ m}$$

Sabemos que a distância efetivamente percorrida é a soma dos módulos das variações de espaço em cada sentido do movimento. Assim, a distância percorrida entre 1 s e 6 s é dada por:

$$d = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| = (9 \text{ m}) + (4 \text{ m}) \Rightarrow d = 13 \text{ m}$$

No instante $t = 4 \text{ s}$, houve inversão no sentido do movimento.

Gráficos do movimento uniforme

Análise do gráfico $s \times t$

A função horária do espaço é dada por:

$$s = s_0 + v \cdot t$$

com s_0 e v constantes.

Essa é uma função do primeiro grau em t e, portanto, o gráfico $s \times t$ é uma reta, sendo:

s_0 - coeficiente linear

v - coeficiente angular

Se $v > 0$, o movimento é progressivo e a função é crescente.

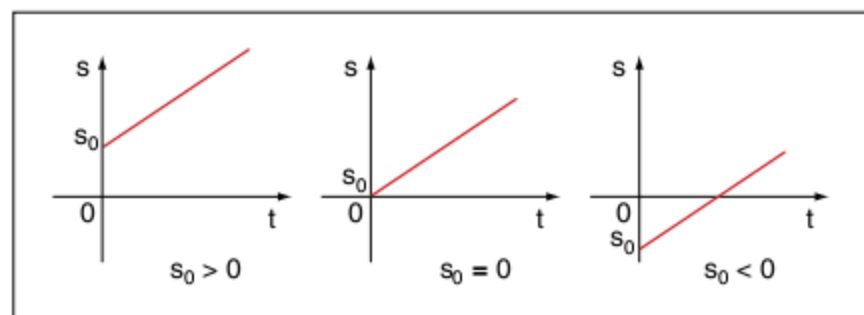


Fig. 13 Gráficos $s \times t$ no MU progressivo.

Se $v < 0$, o movimento é retrógrado, e a função é decrescente.

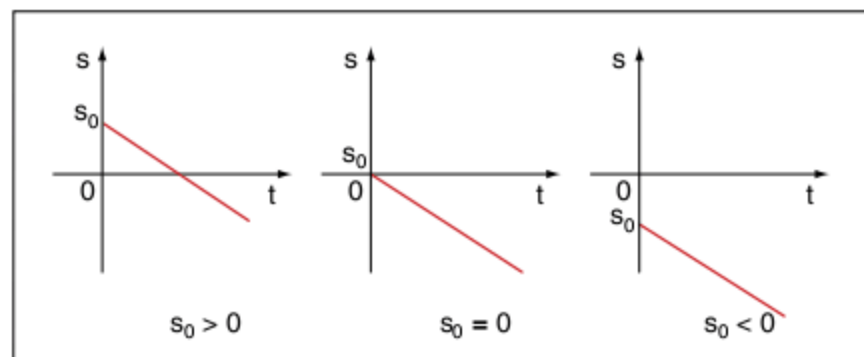


Fig. 14 Gráficos $s \times t$ no MU retrógrado.

Como v é o coeficiente angular da reta, para uma reta qualquer:

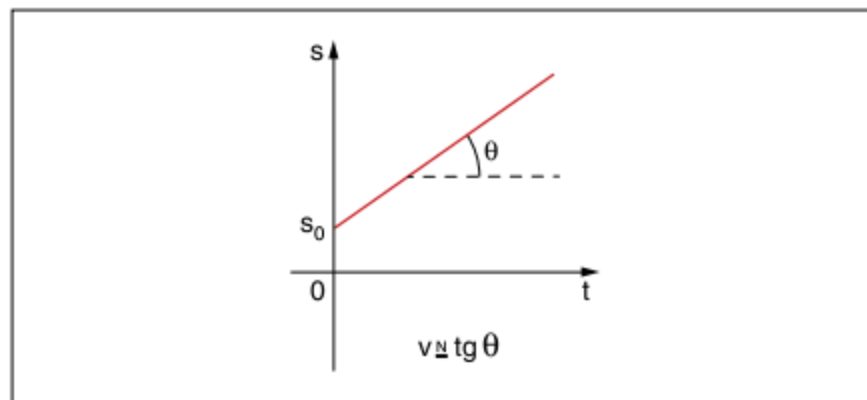


Fig. 15 Coeficiente angular da reta $s \times t$ no MU.

Análise do gráfico $v \times t$

A função horária da velocidade é constante:

$$v = \text{constante}$$

Se a velocidade não varia com o tempo, o gráfico $v \times t$ é uma reta paralela ao eixo t .

Se $v > 0$, o movimento é progressivo e a reta está acima do eixo t .

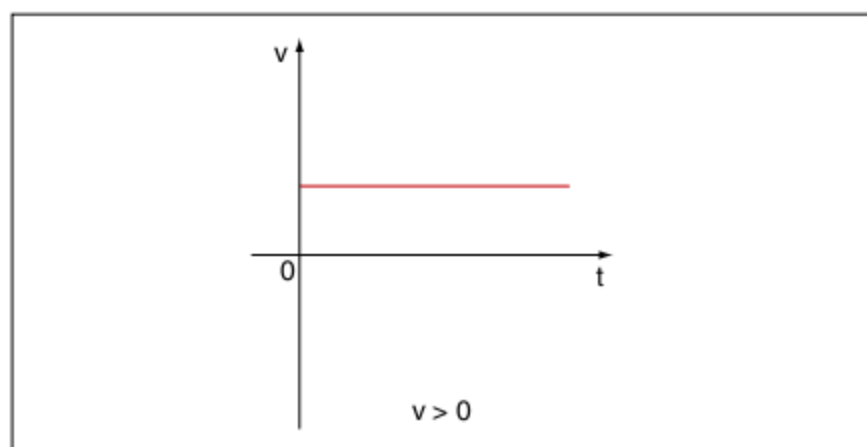


Fig. 16 Gráfico $v \times t$ no MU progressivo.

Se $v < 0$, o movimento é retrógrado e a reta está abaixo do eixo t .

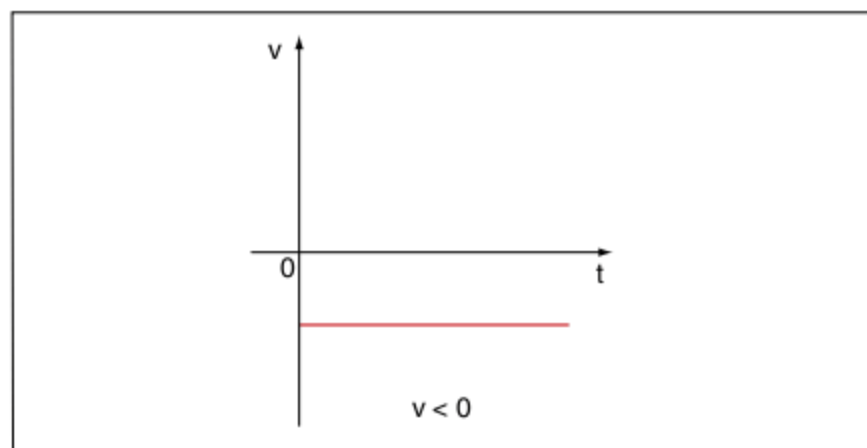


Fig. 17 Gráfico $v \times t$ no MU retrógrado.

Análise do gráfico $a \times t$

A função horária da aceleração é nula:

$$a = 0$$

O gráfico $a \times t$ é uma reta coincidente com o eixo t , tanto para $v > 0$ como para $v < 0$.

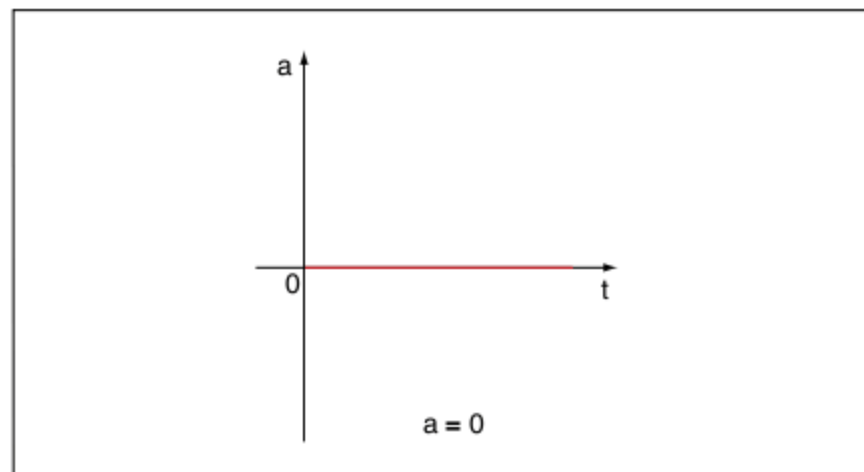


Fig. 18 Gráfico $a \times t$ no MU.

Na figura 19, temos os gráficos de espaço, velocidade e aceleração no movimento uniforme.

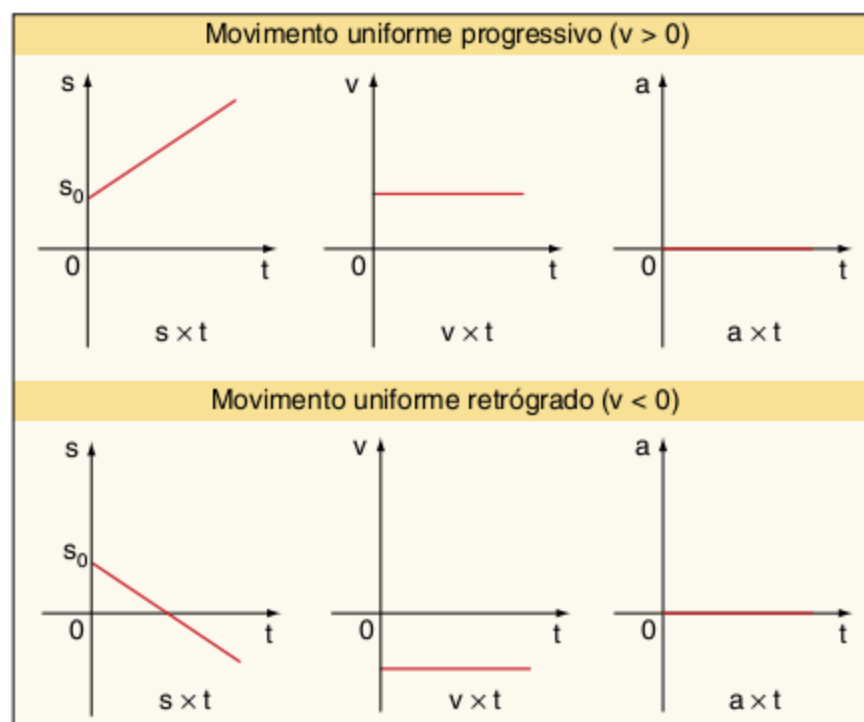


Fig. 19 Gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$ no MU.

ATENÇÃO!

Quando a velocidade é nula, não temos movimento uniforme e sim repouso, pois o espaço não varia quando a partícula estiver em repouso.

Gráficos do movimento uniformemente variado

Análise do gráfico $s \times t$

A função horária do espaço é dada por:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

com s_0 , v_0 e a constantes.

Essa é uma função do segundo grau em t e, portanto, o gráfico $s \times t$ é uma parábola.

Se $a > 0$, a parábola tem concavidade voltada para cima:

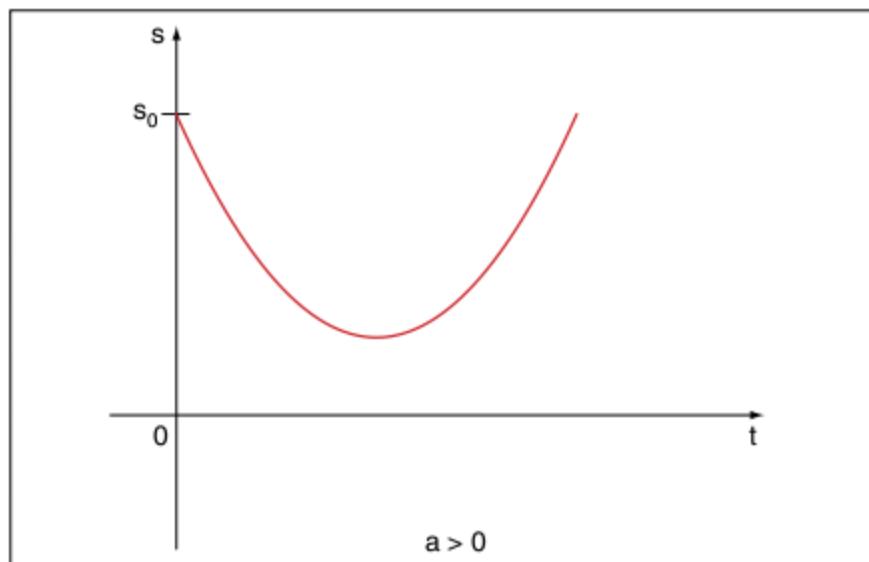


Fig. 20 Gráfico $s \times t$ no MUV com $a > 0$.

Se $a < 0$, a parábola tem concavidade voltada para baixo:

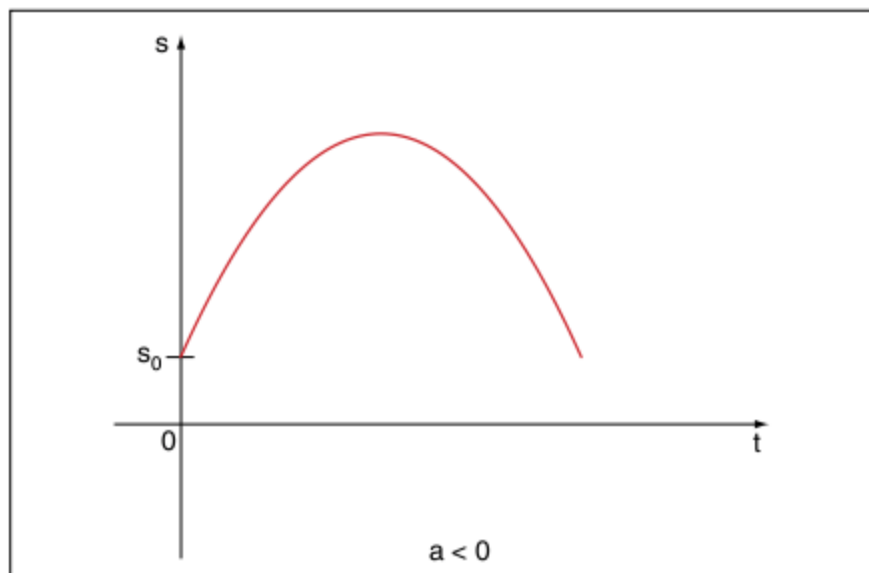


Fig. 21 Gráfico $s \times t$ no MUV com $a < 0$.

Vale lembrar que, nos dois gráficos anteriores, podemos ter $s_0 > 0$, $s_0 = 0$ ou $s_0 < 0$.

A parábola pode interceptar o eixo t em dois, um ou nenhum ponto, o que significa o móvel passar pela origem dos espaços duas, uma ou nenhuma vez, respectivamente.

Vamos analisar mais detalhadamente os dois casos: $a > 0$ e $a < 0$.

I. $a > 0$

Quando a aceleração escalar é positiva, temos um gráfico $s \times t$ como na figura 22. O ponto P é o vértice da parábola e representa o espaço mínimo s_p atingido pelo móvel no instante t_p .

- Para $t < t_p$:
O espaço é decrescente, o que significa velocidade escalar negativa ($v < 0$). Como $a > 0$ para todo o movimento, a e v têm sinais contrários e, portanto, o movimento é retardado. Logo, o módulo da velocidade escalar diminui.
- No ponto P ($t = t_p$):
A velocidade se anula e o móvel muda o sentido de seu movimento.
- Para $t > t_p$:
O espaço é crescente, o que significa velocidade escalar positiva ($v > 0$). Como $a > 0$ para todo o movimento, a e v têm sinais contrários e, portanto, o movimento é retardado. Logo, o módulo da velocidade escalar diminui.

e v têm mesmos sinais e, portanto, o movimento é acelerado. Logo, o módulo da velocidade escalar aumenta.

Em todo o movimento, a aceleração é sempre positiva, apesar de haver mudança no sinal da velocidade.

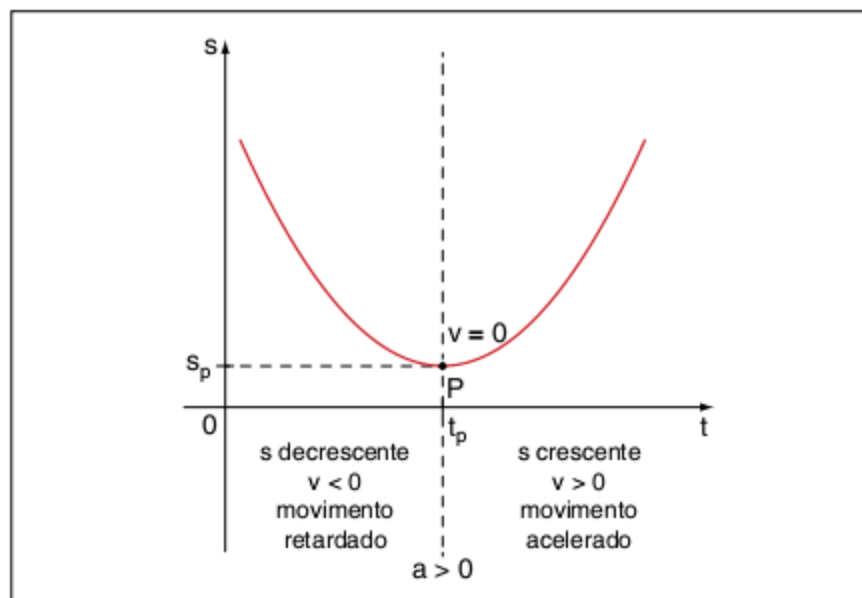


Fig. 22 Análise do MUV com $a > 0$.

II. $a < 0$

Quando a aceleração escalar é negativa, temos um gráfico $s \times t$ como na figura 23. O ponto P é o vértice da parábola e representa o espaço máximo s_p atingido pelo móvel no instante t_p .

- Para $t < t_p$:
O espaço é crescente, o que significa velocidade escalar positiva ($v > 0$). Como $a < 0$ para todo o movimento, a e v têm sinais contrários e, portanto, o movimento é retardado. Logo, o módulo da velocidade escalar diminui.
- No ponto P ($t = t_p$):
A velocidade se anula e o móvel muda o sentido de seu movimento.
- Para $t > t_p$:
O espaço é decrescente, o que significa velocidade escalar negativa ($v < 0$). Como $a < 0$ para todo o movimento, a e v têm mesmos sinais e, portanto, o movimento é acelerado. Logo, o módulo da velocidade escalar aumenta.

Em todo o movimento, a aceleração é sempre negativa, apesar de haver mudança no sinal da velocidade.

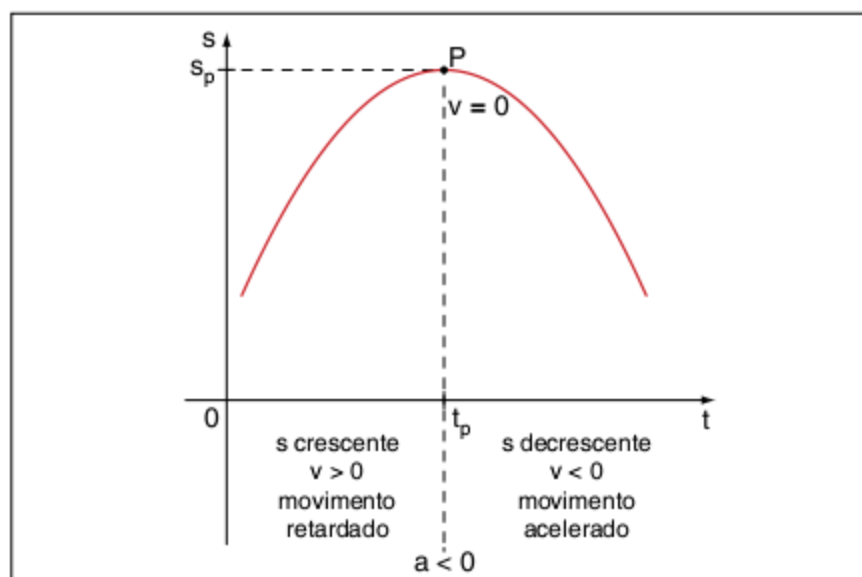


Fig. 23 Análise do MUV com $a < 0$.

Observação: Podemos observar que a velocidade se anula quando o espaço é máximo ou mínimo. Isso acontece não só para o MUV como para qualquer movimento variado.

Verificamos também que, para $t < t_p$, em ambos os casos, o movimento é sempre retardado. Para $t > t_p$, em ambos os casos, o movimento é sempre acelerado.

Análise do gráfico $v \times t$

A função horária da velocidade é dada por:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

com v_0 e a constantes.

Essa é uma função do primeiro grau em t e, portanto, o gráfico $v \times t$ é uma reta, sendo:

v_0 - coeficiente linear

a - coeficiente angular

Se $a > 0$, a função é crescente:

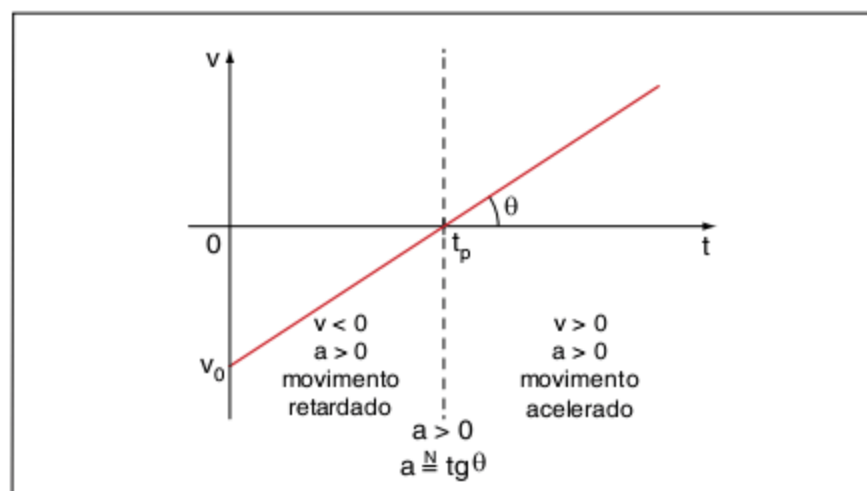


Fig. 24 Gráfico $v \times t$ no MUV com $a > 0$.

Esse gráfico mostra o que já foi analisado no gráfico $s \times t$ da figura 22.

Para $t < t_p$, temos $v < 0$. Como $a > 0$, o movimento é retardado.

Para $t = t_p$, $v = 0$.

Para $t > t_p$, temos $v > 0$. Como $a > 0$, o movimento é acelerado.

Se $a < 0$, a função é decrescente:

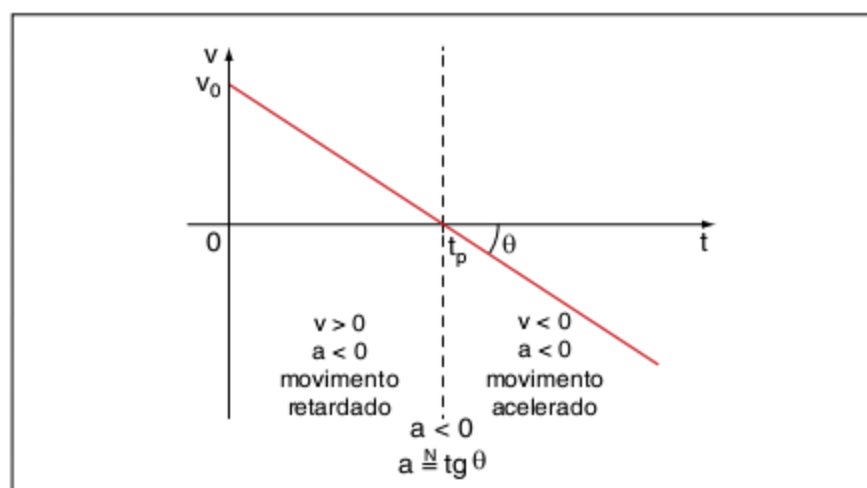


Fig. 25 Gráfico $v \times t$ no MUV com $a < 0$.

Esse gráfico mostra o que já foi analisado no gráfico $s \times t$ da figura 23.

Para $t < t_p$, temos $v > 0$. Como $a < 0$, o movimento é retardado.

Para $t = t_p$, $v = 0$.

Para $t > t_p$, temos $v < 0$. Como $a < 0$, o movimento é acelerado.

Análise do gráfico $a \times t$

A função horária da aceleração é constante:

$$a = \text{constante}$$

Se a aceleração não varia com o tempo, o gráfico $a \times t$ é uma reta paralela ao eixo t .

Se $a > 0$, a reta está acima do eixo t .

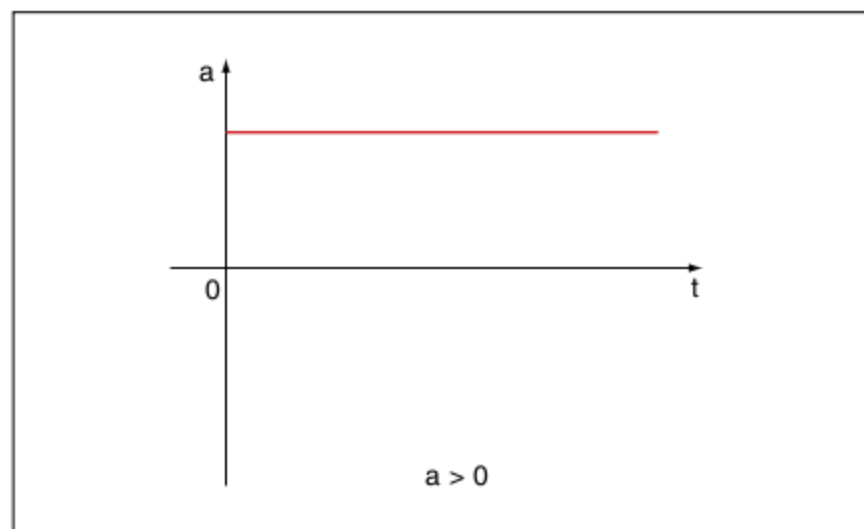


Fig. 26 Gráfico $a \times t$ no MUV com $a > 0$.

Se $a < 0$, a reta está abaixo do eixo t .

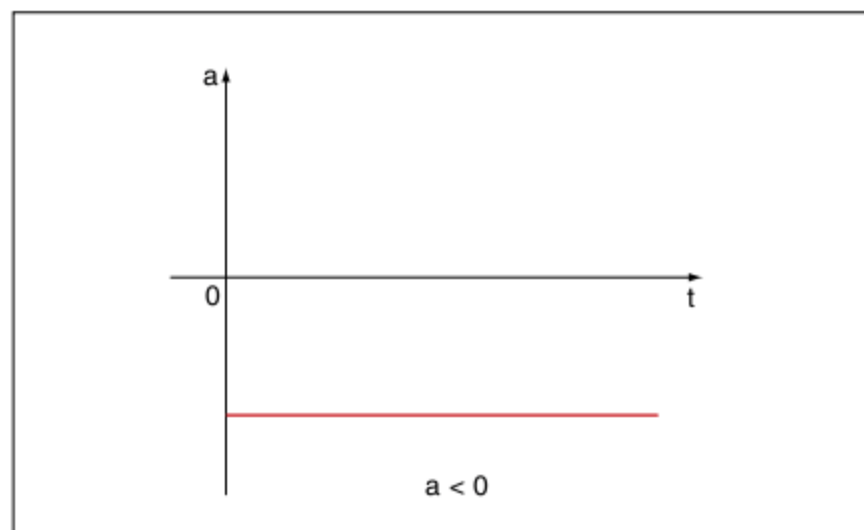


Fig. 27 Gráfico $a \times t$ no MUV com $a < 0$.

ATENÇÃO!

Quando a aceleração é nula, não temos movimento uniformemente variado e sim movimento uniforme.

Na figura 28, temos os gráficos de espaço, velocidade e aceleração no movimento uniformemente variado.

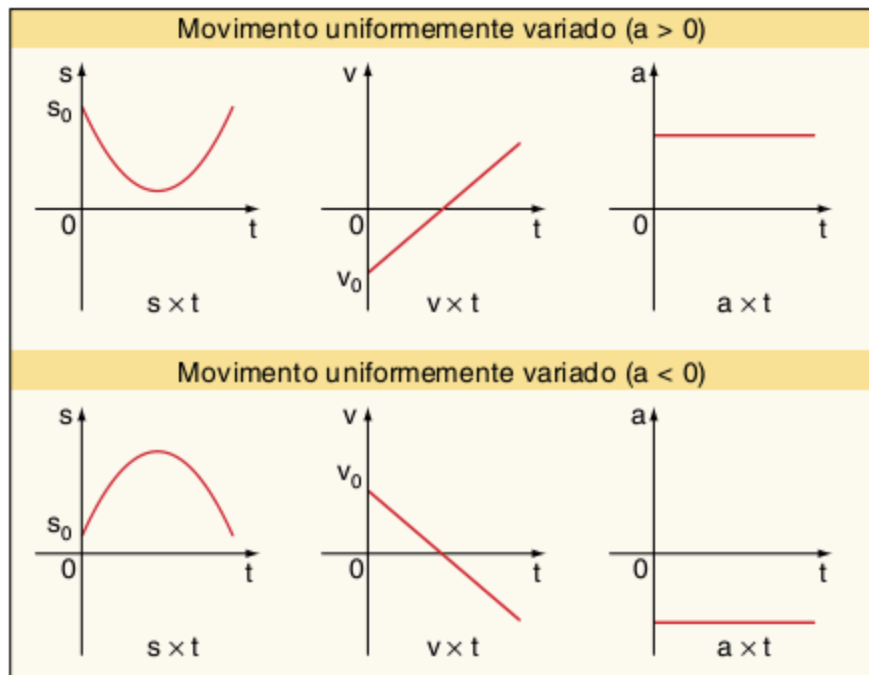
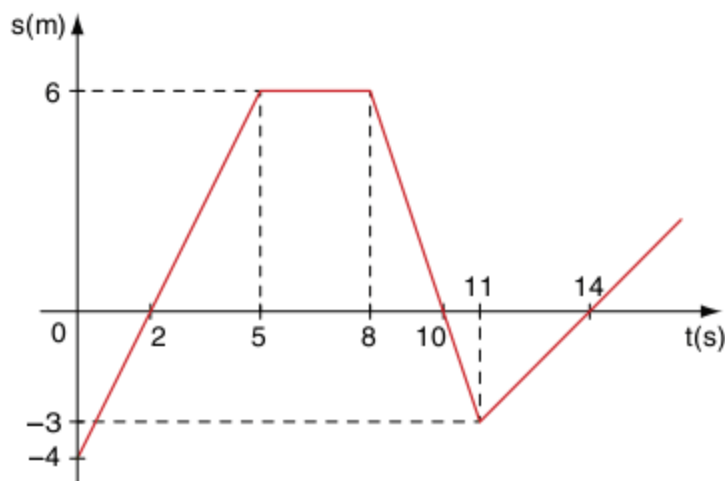


Fig. 28 Gráficos $s \times t$, $v \times t$ e $a \times t$ no MUV.

Exercícios resolvidos

1 O gráfico a seguir refere-se ao espaço de uma partícula em função do tempo.



Determine:

- o espaço inicial.
- os instantes em que a partícula passa pela origem dos espaços.
- os intervalos em que o movimento é progressivo.
- os intervalos em que o movimento é retrógrado.
- a equação horária do espaço para $t < 5$ s.
- o gráfico $v \times t$.

Resolução:

- Em $t = 0$, temos $s_0 = -4$ m.
- A partícula passa pela origem dos espaços quando $s = 0$.
Isso se dá para $t = 2$ s, $t = 10$ s e $t = 14$ s.
- O movimento é progressivo quando os espaços crescem com o tempo, ou seja, entre 0 e 5 s e para tempo maior que 11 s.
- O movimento é retrógrado quando os espaços diminuem com o tempo, ou seja, entre 8 s e 11 s.
- Para $t < 5$ s, a função é do primeiro grau, logo o movimento é uniforme.
 $s = s_0 + v \cdot t$

Sabemos que: $s_0 = -4$ m

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(+6) - (-4)}{5 - 0} = \frac{10}{5} \Rightarrow v = 2 \text{ m/s}$$

Logo: $s = -4 + 2t$

f) 0 a 5 s: $v = 2$ m/s

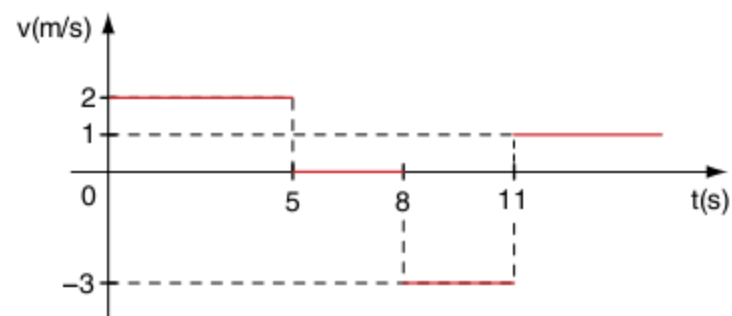
5 s a 8 s: $v = 0$

8 s a 11 s:

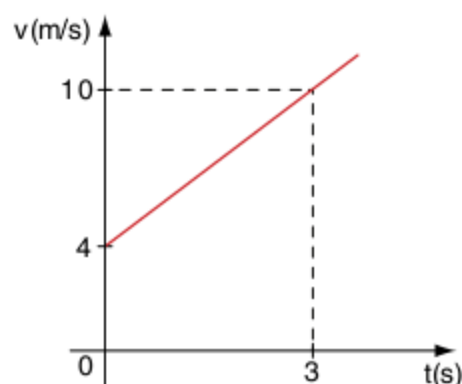
$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(-3) - (+6)}{11 - 8} = \frac{-9}{3} \Rightarrow v = -3 \text{ m/s}$$

11 s em diante:

$$v = v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{(0) - (-3)}{14 - 11} = \frac{3}{3} \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$



2 No gráfico $v \times t$ a seguir, determine:



- a velocidade inicial.
- a aceleração.
- a função horária da velocidade.
- a variação de espaço de 0 a 3 s.
- a velocidade média de 0 a 3 s.

Resolução:

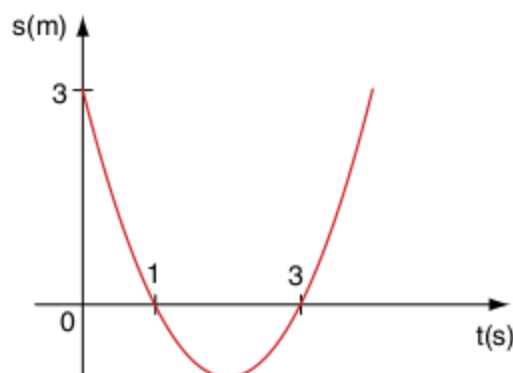
- Para $t = 0$, temos $v_0 = 4$ m/s.
- Como a função horária da velocidade é do primeiro grau, então o movimento é uniformemente variado:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - 4}{3 - 0} = \frac{6}{3} \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$
- No MUV:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = 4 + 2t$$
- $\Delta s \stackrel{N}{=} \text{área}$

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot (10 + 4) \cdot 3 \Rightarrow \Delta s = 21 \text{ m}$$
- $$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{21 \text{ m}}{3 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 7 \text{ m/s}$$

3 A parábola da figura representa o espaço de uma partícula em função do tempo, em movimento uniformemente variado.



Determine:

- a função horária do espaço.
- a função horária da velocidade.

Resolução:

a) Se temos uma parábola:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$t = 0 \text{ para } s = 3 \text{ m:}$$

$$3 = s_0 + v_0 \cdot 0 + \frac{1}{2} a \cdot 0^2 \Rightarrow s_0 = 3 \text{ m}$$

$$t = 1 \text{ s para } s = 0:$$

$$0 = 3 + v_0 \cdot 1 + \frac{1}{2} a \cdot 1 \Rightarrow v_0 + \frac{a}{2} = -3 \text{ (I)}$$

$$t = 3 \text{ s para } s = 0:$$

$$0 = 3 + v_0 \cdot 3 + \frac{1}{2} a \cdot 3^2 \Rightarrow 3v_0 + \frac{9a}{2} = -3 \text{ (II)}$$

Subtraindo o triplo da equação (I) da equação (II):

$$\frac{6a}{2} = 6 \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

$$v_0 + \frac{2}{2} = -3 \Rightarrow v_0 = -4 \text{ m/s}$$

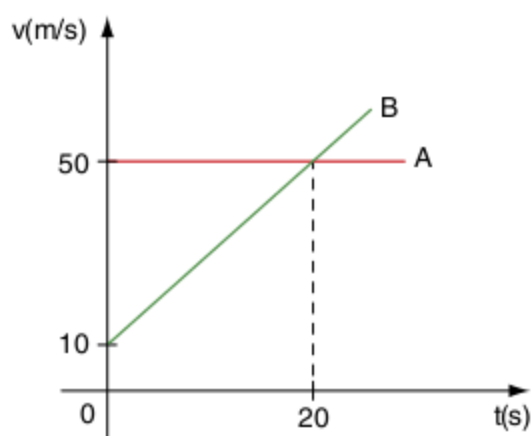
Logo:

$$s = 3 - 4t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2 \Rightarrow s = 3 - 4t + t^2$$

b) No MUV:

$$v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow v = -4 + 2t$$

4 O gráfico a seguir representa as velocidades de dois móveis, A e B, que partem da mesma posição.



Determine:

- a função horária do espaço de A.
- a função horária do espaço de B.
- o instante em que A e B se encontram.

Resolução:

Vamos adotar o ponto comum de partida dos móveis como a origem dos espaços.

a) Como a velocidade de A é constante, o seu movimento é uniforme:

$$s_A = s_{0,A} + v_A \cdot t$$

Mas:

$$s_{0,A} = 0 \text{ e } v_A = 50 \text{ m/s}$$

Logo:

$$s_A = 50t$$

b) O gráfico $v \times t$ de B é uma reta e, portanto, o movimento é uniformemente variado:

$$s_B = s_{0,B} + v_{0,B} \cdot t + \frac{1}{2} a_B \cdot t^2$$

Mas:

$$s_{0,B} = 0 \text{ e } v_{0,B} = 10 \text{ m/s}$$

$$a_B = a_{m,B} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50 - 10}{20 - 0} = \frac{40}{20} \Rightarrow a_B = 2 \text{ m/s}^2$$

Logo:

$$s_B = 10t + \frac{1}{2} \cdot 2t^2 \Rightarrow s_B = 10t + t^2$$

c) A e B se encontram quando $s_A = s_B$:

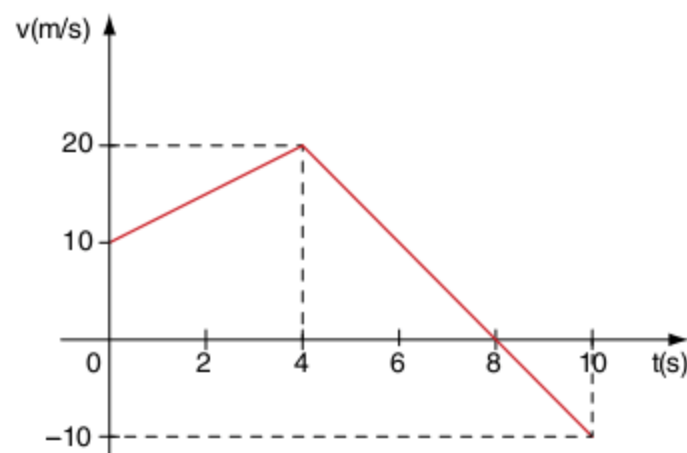
$$50t = 10t + t^2 \Rightarrow t^2 - 40t = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau:

$t = 0$ (no início do movimento A e B estavam na mesma posição).

$$t = 40 \text{ s}$$

5 Seja o seguinte diagrama horário da velocidade de uma partícula:

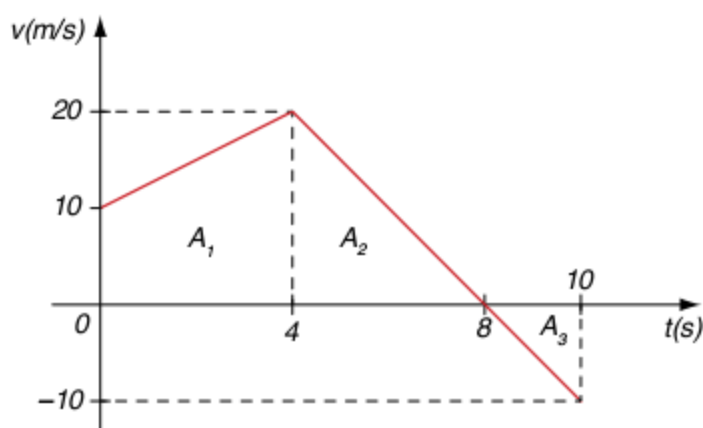


Determine:

- a variação de espaço de 0 a 10 s.
- a distância efetivamente percorrida de 0 a 10 s.
- a velocidade média de 0 a 10 s.

Resolução:

a) Para o cálculo da variação de espaço, primeiramente precisamos determinar as áreas do gráfico $v \times t$.



$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot (10 + 20) \cdot 4 = 60 \Rightarrow \Delta s_1 = 60 \text{ m}$$

$$A_2 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 4 = 40 \Rightarrow \Delta s_2 = 40 \text{ m}$$

$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 2 = 10 \Rightarrow \Delta s_3 = -10 \text{ m}$$

Então:

$$\Delta s = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3 = (60 \text{ m}) + (40 \text{ m}) + (-10 \text{ m})$$

$$\Delta s = 90 \text{ m}$$

b) $d = |\Delta s_1| + |\Delta s_2| + |\Delta s_3| = 60 \text{ m} + 40 \text{ m} + 10 \text{ m}$

$$d = 110 \text{ m}$$

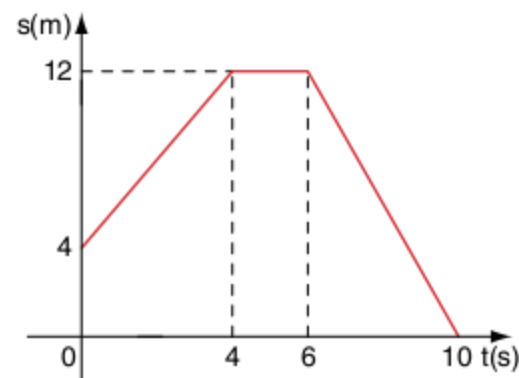
c) $v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{90 \text{ m}}{10 \text{ s}} \Rightarrow v_m = 9 \text{ m/s}$

Revisando

1 O gráfico ao lado representa a posição em função do tempo de um móvel.

Determine:

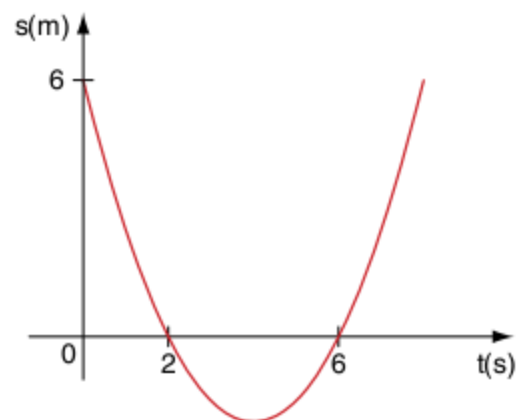
- a posição em $t = 3 \text{ s}$ e em $t = 7 \text{ s}$.
- a velocidade em $t = 2 \text{ s}$, em $t = 5 \text{ s}$ e $t = 9 \text{ s}$.
- a velocidade média entre $t = 0$ e $t = 10 \text{ s}$.



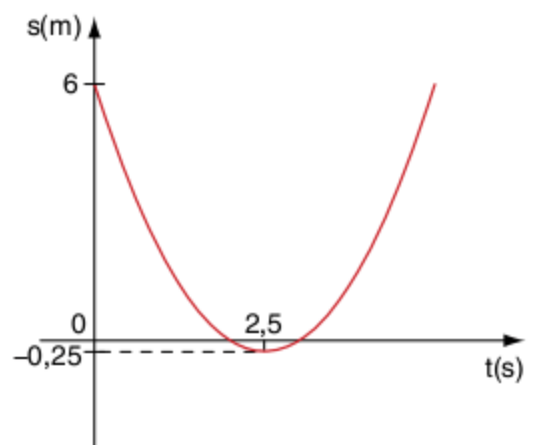
2 O gráfico ao lado representa a posição em função do tempo de um móvel, em MUV.

Determine:

- a função horária da posição.
- a função horária da velocidade.
- a aceleração.
- o instante em que o móvel inverte o sentido de sua velocidade.

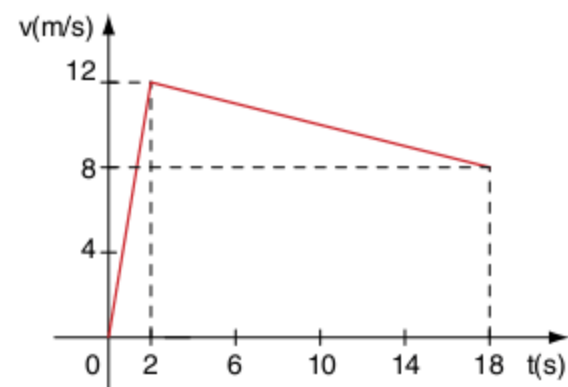


3 Ufes (Adapt.) Uma partícula que realiza movimento retilíneo uniformemente variado tem seu gráfico $(s \times t)$ representado ao lado. Qual a equação horária que descreve o movimento dessa partícula?



4 UFRJ 2001 Nas provas de atletismo de curta distância (até 200 m), observa-se um aumento muito rápido da velocidade nos primeiros segundos da prova e, depois, um intervalo de tempo relativamente longo, em que a velocidade do atleta permanece praticamente constante para, em seguida, diminuir lentamente. Para simplificar a discussão, suponha que a velocidade do velocista em função do tempo seja dada pelo gráfico ao lado. Calcule:

- as acelerações, nos dois primeiros segundos da prova e no movimento subsequente.
- a velocidade média nos primeiros 10 s de prova.



5 Um móvel que parte do repouso acelera durante 10 segundos e atinge a velocidade de 40 m/s. Essa velocidade é sustentada por mais 20 segundos, quando, então, começa a diminuir até o móvel parar. A desaceleração do veículo é de 2 m/s^2 , em módulo. Qual a distância total percorrida pelo móvel?

Sugestão: Faça uma solução através do gráfico da velocidade \times tempo.

6 O gráfico ao lado representa a variação da velocidade em relação ao tempo t de dois móveis, A e B, que partem da mesma origem.

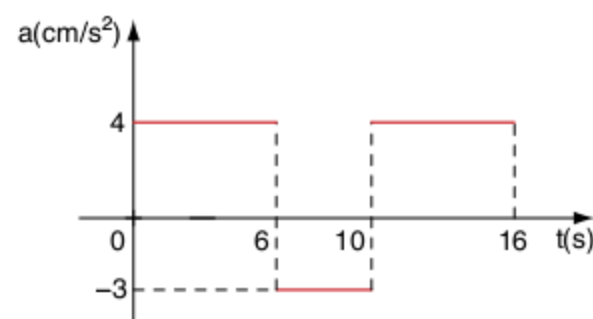
Determine:

- a distância entre os móveis no instante em que eles alcançam a mesma velocidade.
- o instante em que eles se encontram novamente após a partida.



7 Uerj 2010 Um trem de brinquedo, com velocidade inicial de 2 cm/s , é acelerado durante 16 s. O comportamento da aceleração nesse intervalo de tempo é mostrado no gráfico ao lado.

Calcule, em cm/s , a velocidade do corpo imediatamente após esses 16 s.

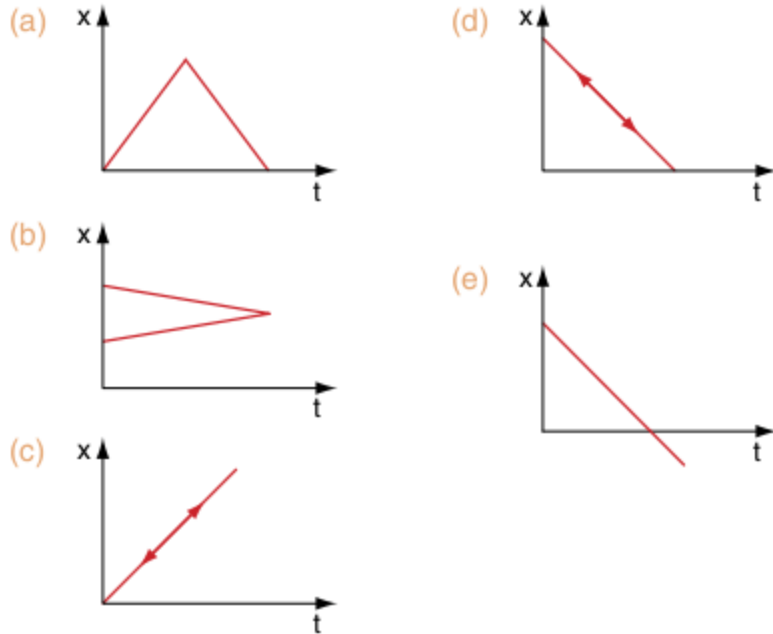


Exercícios propostos

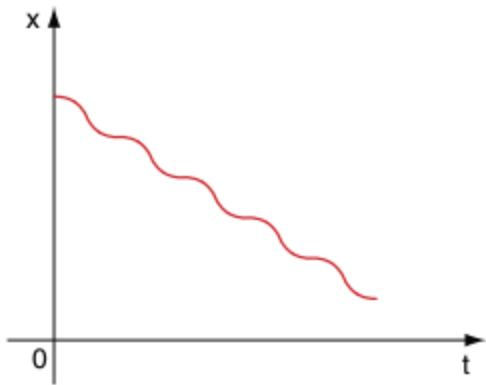
Descrição de movimentos em gráficos

1 UFMG Uma pessoa parte de um ponto P, vai até um ponto Q e volta ao ponto P, deslocando-se em linha reta com movimento aproximadamente uniforme.

O gráfico da posição x em função do tempo t que melhor representa esse movimento é:



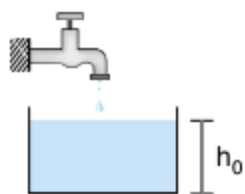
2 UEL O gráfico a seguir representa a posição x de um corpo em função do tempo t .



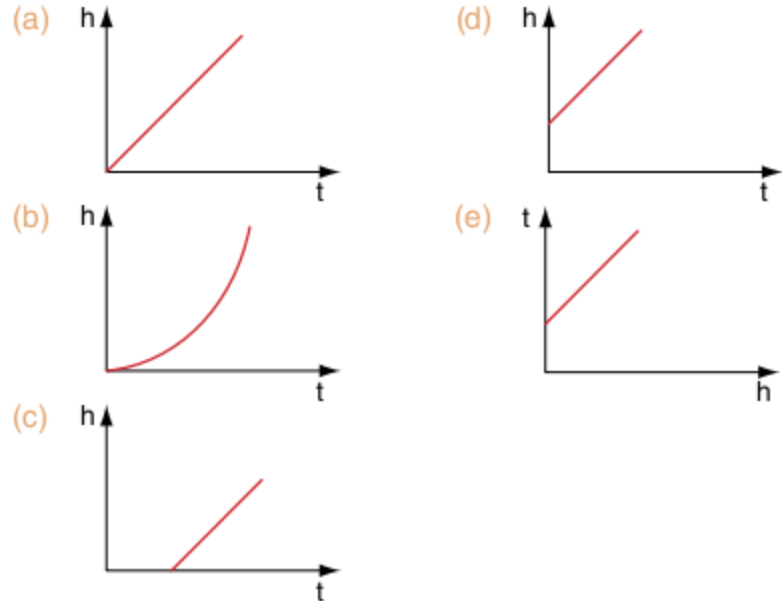
O movimento representado no gráfico pode ser o de um:

- (a) automóvel em um congestionamento.
- (b) avião se aproximando de um aeroporto.
- (c) corpo em queda livre.
- (d) garoto escorregando em um tobogã.
- (e) corredor numa prova de 100 metros.

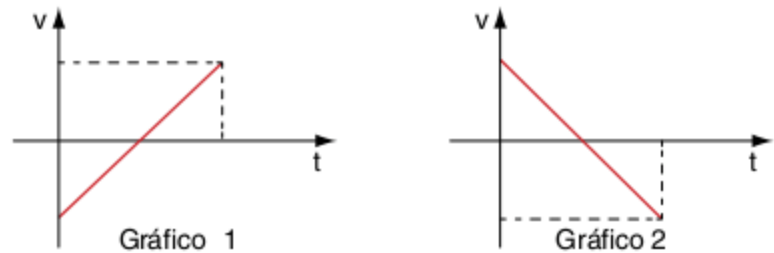
3 FEI No sistema a seguir, o recipiente está inicialmente vazio. A torneira é aberta e, após algum tempo, o cronômetro é acionado.



Sabendo-se que a vazão da água é constante, qual dos gráficos a seguir representa a altura da água em função do tempo?



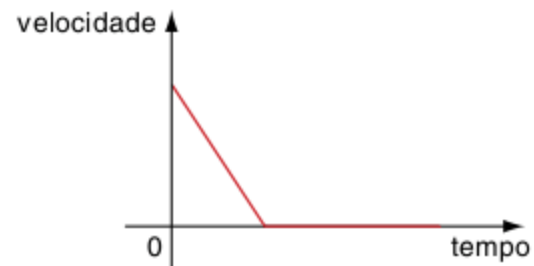
4 PUC-MG Uma pedra é lançada verticalmente para cima a partir do solo. Duas pessoas em repouso no solo, para explicar o movimento descrito pelas pedras, construíram os gráficos $v \times t$, mostrados a seguir.



É correto afirmar:

- (a) o gráfico 1 está errado, porque representa um movimento apenas de subida.
- (b) o gráfico 2 está errado, porque mostra somente a trajetória na descida.
- (c) os dois gráficos estão errados.
- (d) os dois gráficos estão corretos, dependendo apenas do referencial adotado.
- (e) o gráfico 1 está correto, porque adota como positivo o movimento de subida.

5 Vunesp O gráfico mostra como varia a velocidade de um móvel, em função do tempo, durante parte de seu movimento.

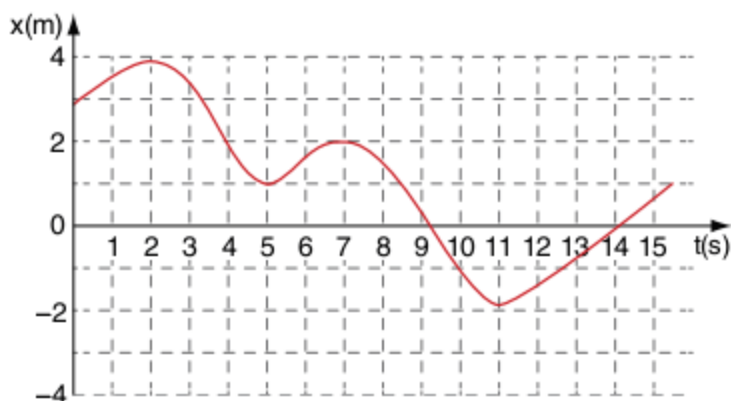


O movimento representado pelo gráfico pode ser o de uma:

- (a) esfera que desce por um plano inclinado e continua rolando por um plano horizontal.
- (b) criança deslizando num escorregador de um parque infantil.
- (c) fruta que cai de uma árvore.
- (d) composição de metrô, que se aproxima de uma estação e para.
- (e) bala no interior do cano de uma arma, logo após o disparo.

Conceitos básicos

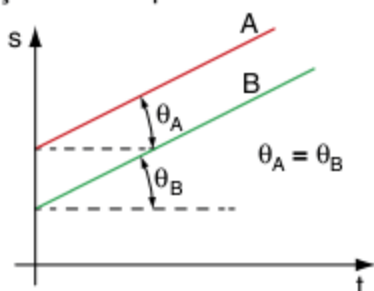
6 Vunesp O gráfico na figura mostra a posição x de um objeto em movimento sobre uma trajetória retilínea, em função do tempo t .



A partir desse gráfico, é possível concluir que a velocidade instantânea do objeto anulou-se somente:

- (a) no instante 0 segundo.
- (b) nos instantes 9 e 14 segundos.
- (c) nos instantes 2 e 7 segundos.
- (d) nos instantes 5 e 11 segundos.
- (e) nos instantes 2, 5, 7 e 11 segundos.

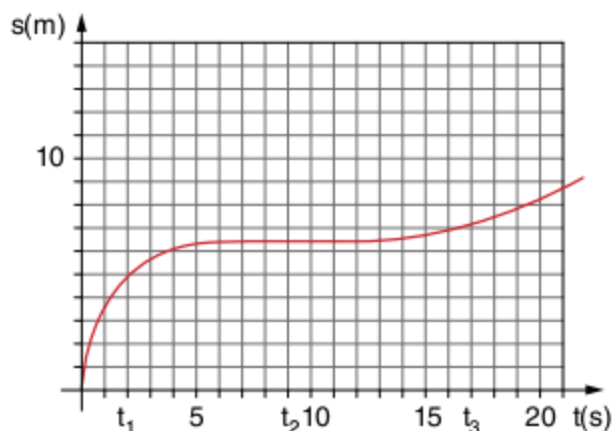
7 Efoa-MG O gráfico representa as posições de dois corpos A e B em função do tempo.



Por este gráfico podemos inferir que tais corpos partem de pontos:

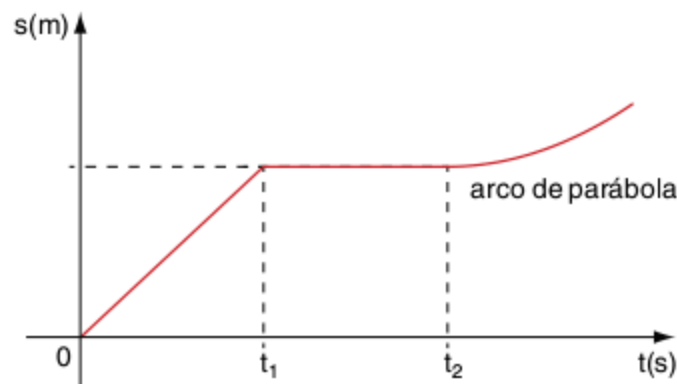
- (a) diferentes no espaço e se aproximam.
- (b) diferentes no espaço e se afastam.
- (c) diferentes no espaço e mantêm-se na mesma distância um do outro.
- (d) iguais e se aproximam.
- (e) iguais e se afastam.

8 UFRJ 2002 O gráfico abaixo mostra a abscissa da posição de uma partícula que se move ao longo do eixo x em função do tempo t e destaca três instantes de tempo distintos t_1 , t_2 e t_3 .



Coloque em ordem crescente os valores das velocidades escalares instantâneas da partícula nos instantes t_1 , t_2 e t_3 .

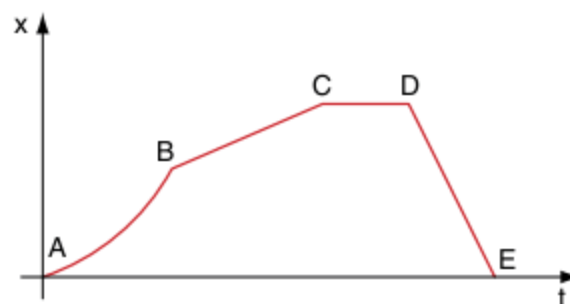
9 Unifor-CE O gráfico a seguir representa o espaço s em função do tempo t , para o movimento de um corpo.



Para esse movimento, o gráfico da velocidade v em função do tempo t está representado em:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

10 USFC Um móvel desloca-se ao longo de uma linha reta, sendo sua posição em função do tempo dada pelo gráfico a seguir.

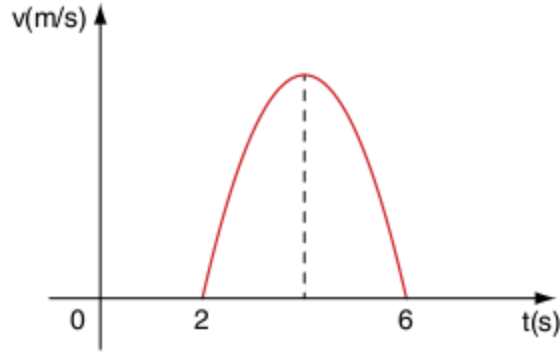


Marque as proposições corretas.

- 01 Nos trechos BC e DE, o movimento foi acelerado.
- 02 No trecho CD, a velocidade foi constante diferente de zero.
- 04 De A até C, o corpo deslocou-se sempre no mesmo sentido.
- 08 De B a C, a aceleração foi constante diferente de zero.
- 16 No trecho DE, a velocidade foi negativa.

Soma =

11 FEI O arco de parábola no gráfico a seguir representa a variação da velocidade em função do tempo.

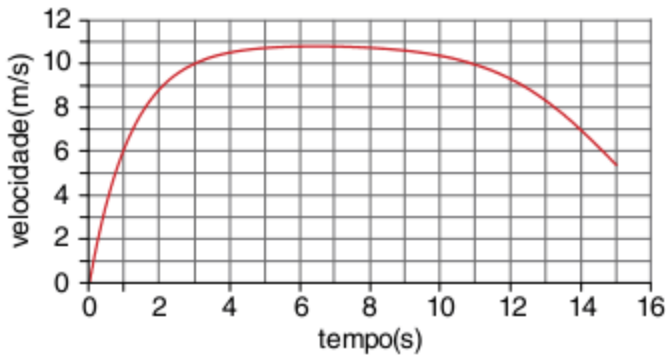


No instante $t = 5$ s, podemos afirmar que o movimento é:

- (a) progressivo, retardado.
- (b) progressivo, acelerado.
- (c) regressivo, acelerado.
- (d) regressivo, retardado.
- (e) uniforme.

Texto para as questões 12 e 13.

Em uma prova de 100 m rasos, o desempenho típico de um corredor padrão é representado pelo gráfico a seguir.



12 Enem 1998 Baseado no gráfico, em que intervalo de tempo a velocidade do corredor é aproximadamente constante?

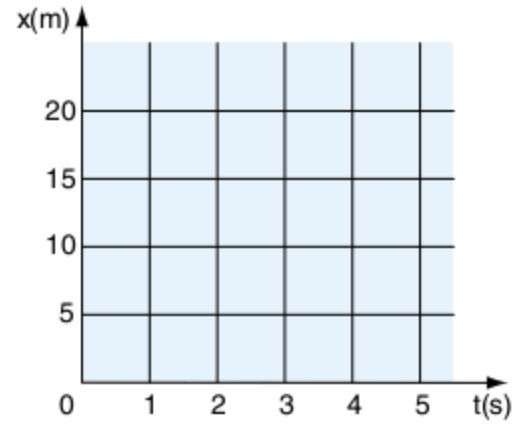
- (a) Entre 0 e 1 segundo.
- (b) Entre 1 e 5 segundos.
- (c) Entre 5 e 8 segundos.
- (d) Entre 8 e 11 segundos.
- (e) Entre 12 e 15 segundos.

13 Enem 1998 Em que intervalo de tempo o corredor apresenta aceleração máxima?

- (a) Entre 0 e 1 segundo.
- (b) Entre 1 e 5 segundos.
- (c) Entre 5 e 8 segundos.
- (d) Entre 8 e 11 segundos.
- (e) Entre 9 e 15 segundos.

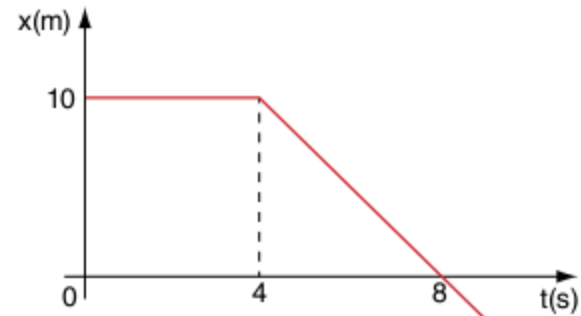
Gráficos de espaço no movimento uniforme

14 Vunesp O movimento de uma partícula efetua-se ao longo do eixo x . Num gráfico (x, t) desse movimento podemos localizar os pontos: $P_0(25;0)$, $P_1(20;1)$, $P_2(15;2)$, $P_3(10;3)$ e $P_4(5;4)$, com x em metros e t em segundos.



- a) Explique o significado físico dos coeficientes linear e angular do gráfico obtido acima.
- b) Qual é o tipo de movimento?
- c) Deduza a equação horária do movimento com os coeficientes numéricos corretos.

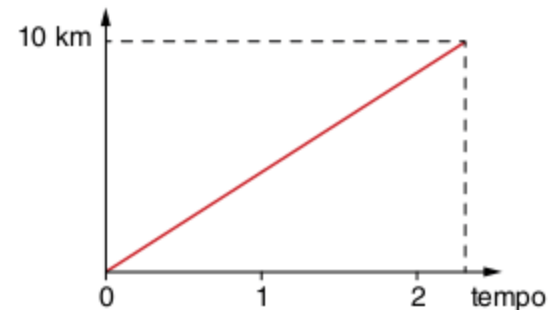
15 Mackenzie Um observador registra, a partir do instante zero, as posições (x) assumidas por uma partícula em função do tempo (t) . A trajetória descrita é retilínea e o gráfico obtido está ilustrado a seguir.



A posição assumida pela partícula no instante 19 s é:

- (a) $-10,0$ m
- (b) $-8,75$ m
- (c) $-15,0$ m
- (d) $-27,5$ m
- (e) $-37,5$ m

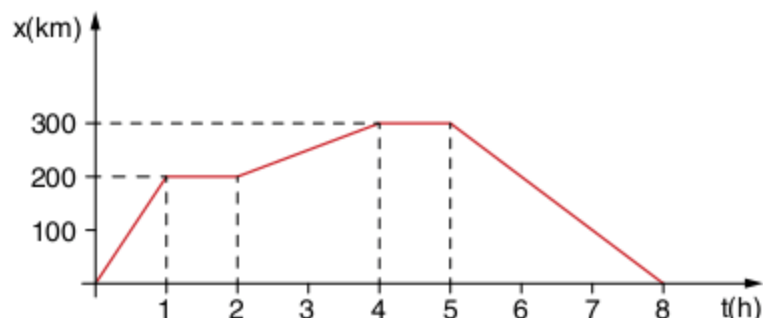
16 Enem 2008 O gráfico a seguir modela a distância percorrida, em km, por uma pessoa em certo período de tempo. A escala de tempo a ser adotada para o eixo das abscissas depende da maneira como essa pessoa se desloca.



Qual é a opção que apresenta a melhor associação entre meio ou forma de locomoção e unidade de tempo, quando são percorridos 10 km?

- (a) carroça – semana
- (b) carro – dia
- (c) caminhada – hora
- (d) bicicleta – minuto
- (e) avião – segundo

17 UFC 2010 Um trem de passageiros executa viagens entre algumas estações. Durante uma dessas viagens, um passageiro anotou a posição do trem e o instante de tempo correspondente e colocou os dados obtidos no gráfico abaixo.



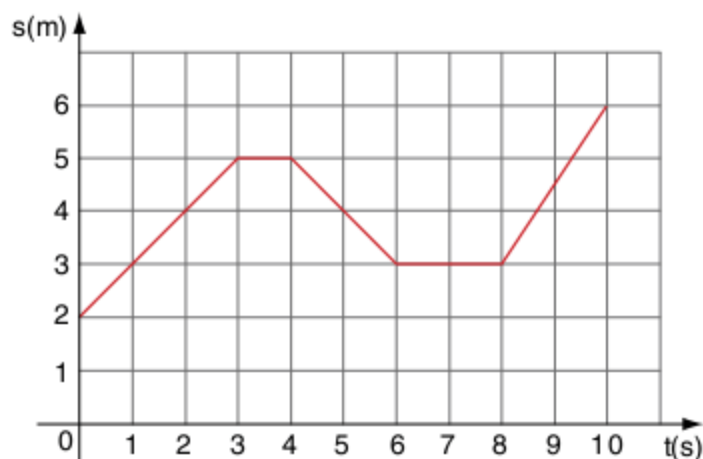
Com base no gráfico, considere as seguintes alternativas.

- I. Nessa viagem, o trem para em quatro estações diferentes.
- II. O trem retorna à primeira estação após oito horas de viagem.
- III. O trem executa movimento uniforme entre as estações.
- IV. O módulo da velocidade do trem, durante a primeira hora de viagem, é menor do que em qualquer outro trecho.

Assinale a alternativa correta.

- (a) Somente as afirmativas II e III são verdadeiras.
- (b) Somente as afirmativas I e II são verdadeiras.
- (c) Somente as afirmativas I e III são verdadeiras.
- (d) Somente as afirmativas II e IV são verdadeiras.
- (e) Somente as afirmativas III e IV são verdadeiras.

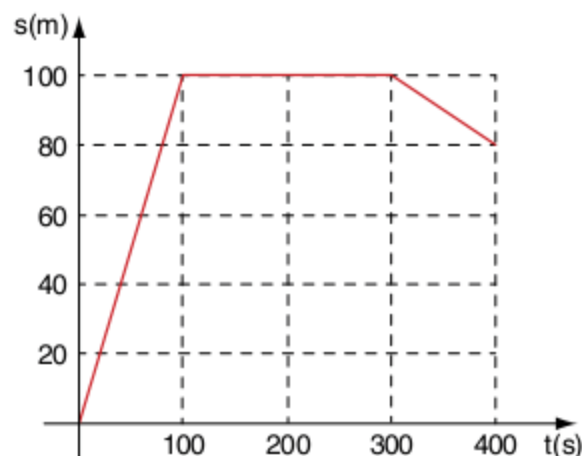
18 UEL O gráfico a seguir representa o movimento de uma partícula.



Analise as afirmativas seguintes.

- I. A velocidade escalar média entre $t = 4$ s e $t = 6$ s é de -1 m/s.
 - II. O módulo do deslocamento entre $t = 4$ s e $t = 10$ s é de 1 m.
 - III. A distância total percorrida desde $t = 0$ até $t = 10$ s vale 8 m.
- (a) Somente I é correta.
 - (b) Somente I e II são corretas.
 - (c) Somente I e III são corretas.
 - (d) Somente II e III são corretas.
 - (e) I, II e III são corretas.

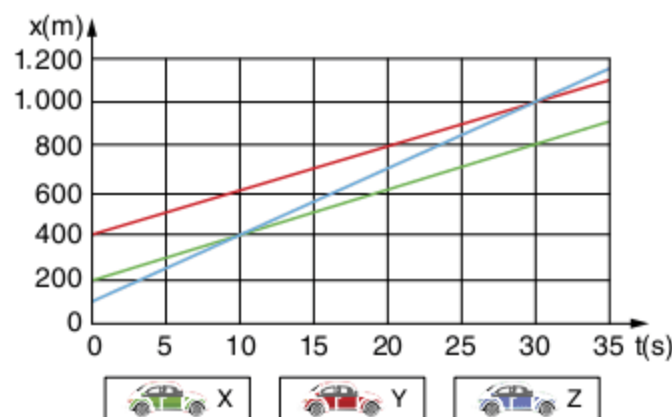
19 Fuvest O gráfico a seguir ilustra a posição s , em função do tempo t , de uma pessoa caminhando em linha reta durante 400 segundos.



Assinale a alternativa correta.

- (a) A velocidade no instante $t = 200$ s vale $0,5$ m/s.
- (b) Em nenhum instante a pessoa parou.
- (c) A distância total percorrida durante os 400 segundos foi 120 m.
- (d) O deslocamento durante os 400 segundos foi 180 m.
- (e) O valor de sua velocidade no instante $t = 50$ s é menor do que no instante $t = 350$ s.

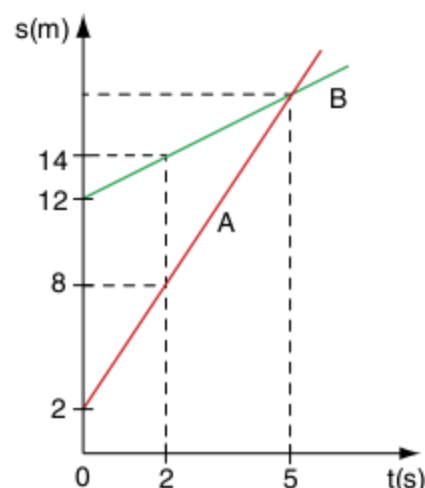
20 UFPE 2003 O gráfico abaixo mostra a posição, em função do tempo, de três carros que se movem no mesmo sentido e na mesma estrada retilínea.



O intervalo de tempo que o carro Z leva entre ultrapassar o carro X e depois ultrapassar o carro Y é de:

- (a) 10 s
- (b) 15 s
- (c) 20 s
- (d) 25 s
- (e) 30 s

21 Unerp O gráfico representa o movimento de dois móveis em relação à origem de uma mesma trajetória.

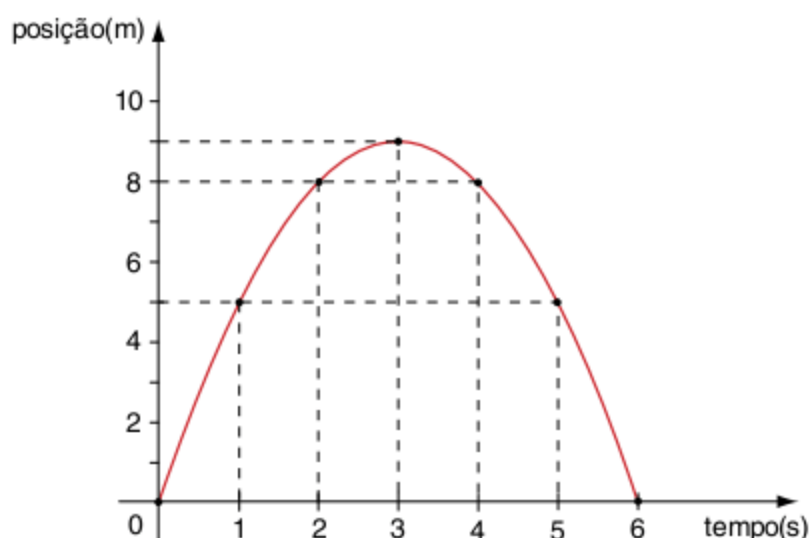


As distâncias percorridas por A e B até o instante de encontro valem, respectivamente:

- (a) 3 m e 5 m (d) 17 m e 17 m
 (b) 15 m e 15 m (e) 15 m e 5 m
 (c) 16 m e 16 m

Gráficos de espaço no movimento uniformemente variado

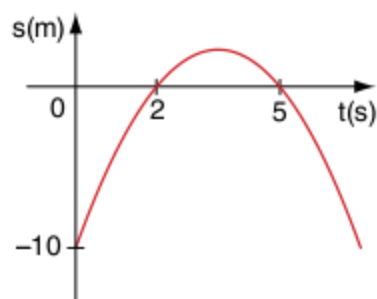
22 Fuvest A figura representa o gráfico posição-tempo do movimento de um corpo lançado verticalmente para cima com velocidade inicial v_0 , na superfície de um planeta.



Qual o valor:

- a) da aceleração da gravidade na superfície do planeta?
 b) da velocidade inicial v_0 ?

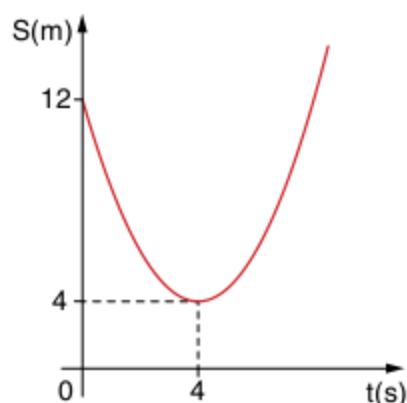
23 O movimento de um móvel está representado, a seguir, pelo gráfico das posições (s) em função do tempo (t).



A função da velocidade desse móvel é dada pela expressão:

- (a) $v = 2 - 10t$ (c) $v = 7 - 2t$ (e) $v = -5t$
 (b) $v = 3,5 - t$ (d) $v = 1 - 6t$

24 UFMS 2006 Um móvel executa movimento uniformemente variado representado abaixo pelo gráfico do espaço S em função do tempo t.



Assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01 Entre 0 e 4 segundos, a velocidade do móvel é negativa.
 02 Entre 0 e 4 segundos, a aceleração do móvel é negativa.
 04 No instante $t = 4$ s, a aceleração do móvel é nula.

08 $S = 12 - 4t + \frac{t^2}{2}$ no SI.

16 A velocidade v do móvel é dada por $v = 4 - t$ no SI.

Soma =

25 ITA Dois automóveis que correm em estradas retas e paralelas têm posições a partir de uma origem comum dadas por:

$x_1 = (30t)$

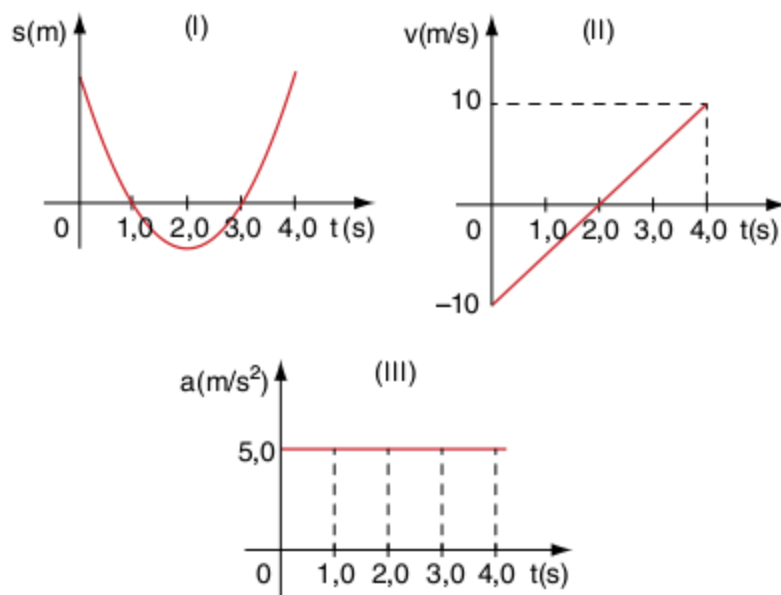
$x_2 = (1,0 \cdot 10^3 + 0,2t^2)$, em unidades SI.

Calcule o(s) instante(s) t (t') em que os dois automóveis devem estar lado a lado. [Na resposta você deverá fazer um esboço dos gráficos $x_1(t)$ e $x_2(t)$].

- | | t (s) | t' (s) |
|-----|----------------------------|----------|
| (a) | 100 | 100 |
| (b) | 2,5 | 7,5 |
| (c) | 50 | 100 |
| (d) | 25 | 75 |
| (e) | nunca ficarão lado a lado. | |

26 Puccamp Considere os gráficos a seguir.

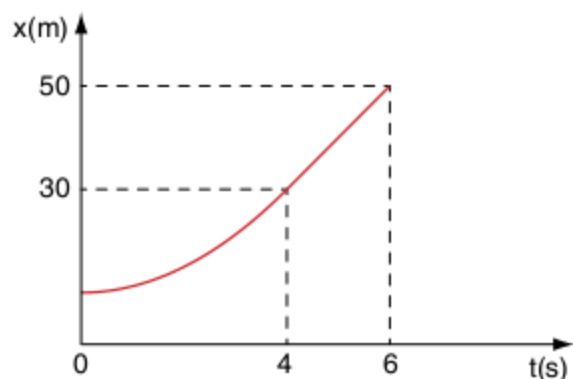
- I. Espaço em função do tempo.
 II. Velocidade em função do tempo.
 III. Aceleração em função do tempo.



A respeito desses gráficos, é correto afirmar que:

- (a) somente I e II podem representar o mesmo movimento.
 (b) somente I e III podem representar o mesmo movimento.
 (c) somente II e III podem representar o mesmo movimento.
 (d) os três gráficos podem representar o mesmo movimento.
 (e) cada gráfico representa um movimento distinto.

27 Mackenzie Um móvel parte do repouso com movimento de aceleração constante e, após 4 s, mantém sua velocidade constante como mostra o gráfico.

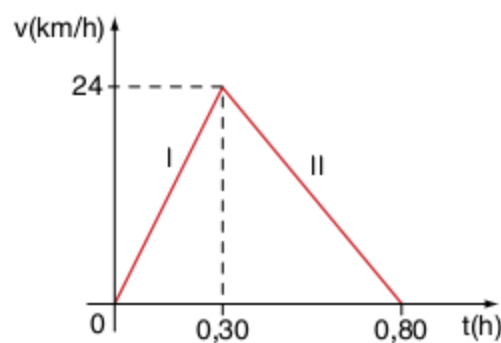


A aceleração do móvel no intervalo de tempo de 0 a 4 s, em m/s^2 , foi de:

- (a) 1,5
- (b) 2,0
- (c) 2,5
- (d) 3,0
- (e) 4,0

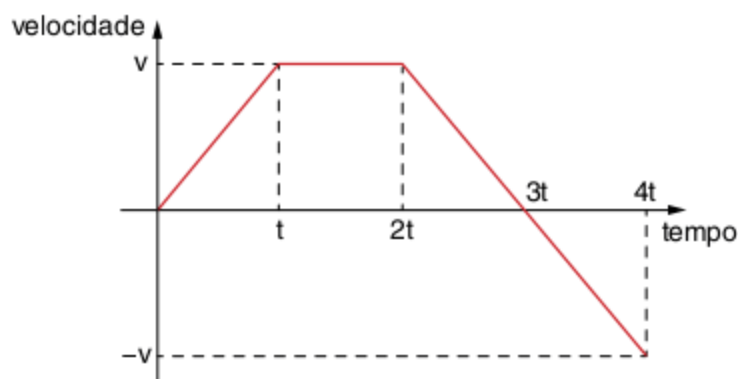
Gráficos de velocidade

28 Unicamp O diagrama da velocidade escalar, em função do tempo, de um atleta inexperiente numa corrida de São Silvestre, é mostrado na figura.



Calcule a aceleração escalar do atleta nos trechos I e II.

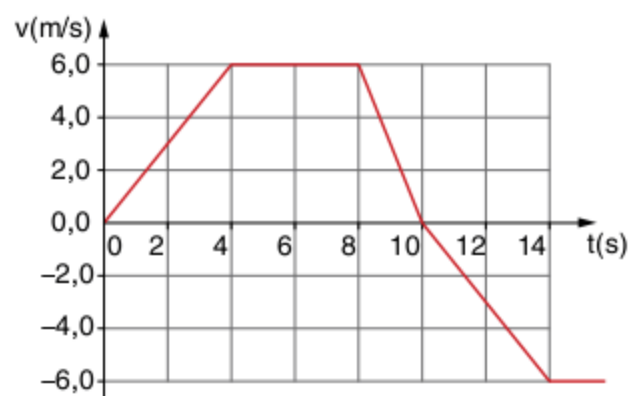
29 IME 2008



O gráfico acima apresenta a velocidade de um objeto em função do tempo. A aceleração média do objeto no intervalo de tempo de 0 a $4t$ é:

- (a) $\frac{v}{t}$
- (b) $\frac{3v}{4t}$
- (c) $\frac{v}{4t}$
- (d) $-\frac{v}{4t}$
- (e) $-\frac{3v}{4t}$

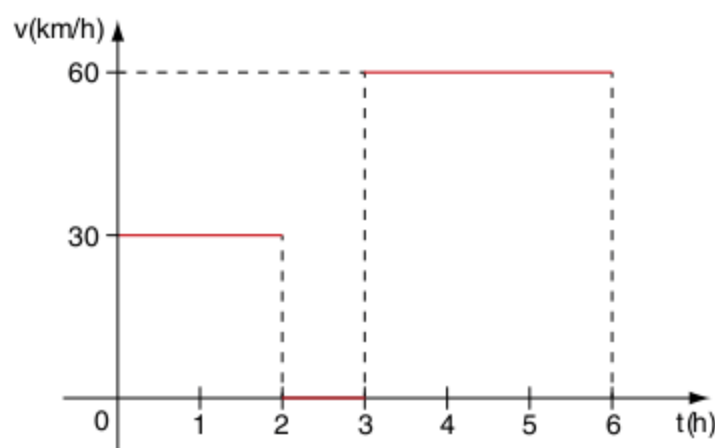
30 UFPE 2002 O gráfico a seguir representa, aproximadamente, a velocidade de um atleta, em função do tempo, em um trecho de um percurso retilíneo.



No instante em que ocorreu a mudança no sentido do movimento, a quantos metros da sua posição inicial (em $t = 0$) se encontrava o atleta?

- (a) 12
- (b) 24
- (c) 30
- (d) 36
- (e) 42

31 Fuvest Um automóvel faz uma viagem em 6 horas e sua velocidade escalar varia em função do tempo aproximadamente como mostra o gráfico.



A velocidade escalar média do automóvel na viagem é:

- (a) 35 km/h
- (b) 40 km/h
- (c) 45 km/h
- (d) 48 km/h
- (e) 50 km/h

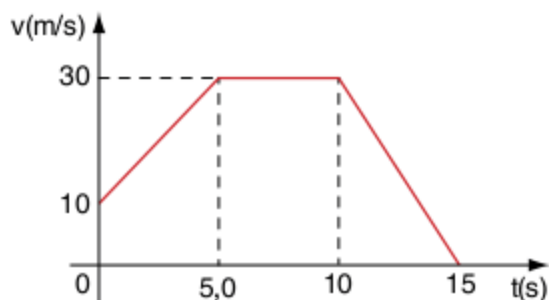
32 UFPE 2001 O gráfico abaixo representa a velocidade de um ciclista, em função do tempo, em um determinado percurso retilíneo.



Qual a velocidade média do ciclista, em km/h , no percurso considerado?

- (a) 10
- (b) 15
- (c) 20
- (d) 25
- (e) 30

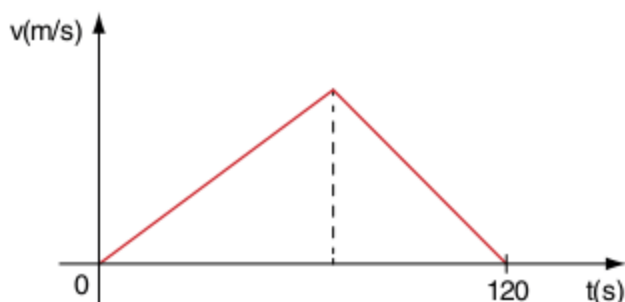
33 Puccamp O gráfico a seguir representa a velocidade escalar de um móvel durante 15 s de movimento.



Com base no gráfico, é correto afirmar que:

- (a) o móvel está parado entre os instantes 5,0 s e 10 s.
- (b) o movimento do móvel é sempre acelerado.
- (c) o móvel muda de sentido nos instantes 5,0 s e 10 s.
- (d) a velocidade escalar média do móvel foi de 15 m/s.
- (e) o móvel percorreu 100 m nos primeiros 5,0 s.

34 Fesp O gráfico a seguir representa o movimento de um trem, em trajetória retilínea, entre duas estações distanciadas de 1.800 m.



Qual a velocidade máxima, em km/h, atingida pelo trem?

- (a) 120
- (b) 180
- (c) 72
- (d) 108
- (e) 54

35 Fuvest Um automóvel desloca-se numa trajetória retilínea durante 100 segundos. Sua velocidade média, durante esse intervalo de tempo é de 2 metros por segundo.

Se x representa a posição do automóvel em função do tempo t , com relação a uma origem, e v sua velocidade instantânea, o único gráfico que representa este movimento é:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

36 Vunesp Um atleta de corridas de curto alcance, partindo do repouso, consegue imprimir a si próprio uma aceleração constante de $5,0 \text{ m/s}^2$ durante 2,0 s e, depois, percorre o resto do percurso com a mesma velocidade adquirida no final do período de aceleração.

- a) Esboce o gráfico da velocidade do atleta em função do tempo, numa corrida de 5 s.
- b) Qual é a distância total que ele percorre nessa corrida de 5 s?

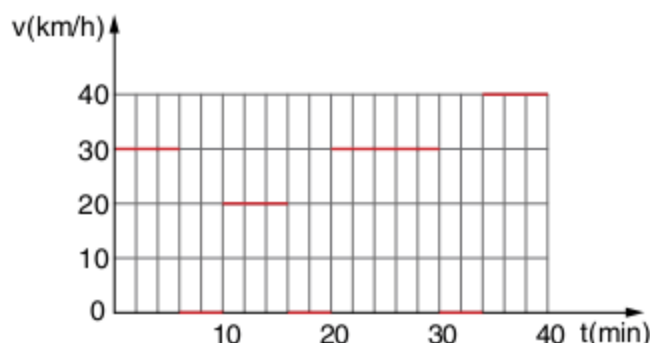
37 Fuvest Um trem de metrô parte de uma estação com aceleração uniforme até atingir, após 10 s, a velocidade de 90 km/h, que é mantida durante 30 s. Então, desacelera uniformemente durante 10 s, até parar na estação seguinte.

- a) Represente graficamente a velocidade em função do tempo.
- b) Calcule a distância entre as duas estações.

38 UFF 2003 O alto custo das passagens de ônibus e as diversas atividades realizadas pelos jovens, que os obrigam a se deslocarem de suas casas em diferentes horários, têm comprometido o orçamento familiar destinado ao transporte dos filhos. Pretendendo diminuir os gastos de sua família com transportes, Paulo deixou de ir à escola de ônibus, passando a utilizar a bicicleta.

No trajeto casa-escola, o ônibus percorre 10 km. Paulo usa um atalho e vai de casa à escola percorrendo 8,0 km com velocidade média de 15 km/h.

O gráfico representa a velocidade média do ônibus, em alguns intervalos de tempo, durante 40 minutos, a partir da casa de Paulo, no mesmo horário em que ele vai para a escola.



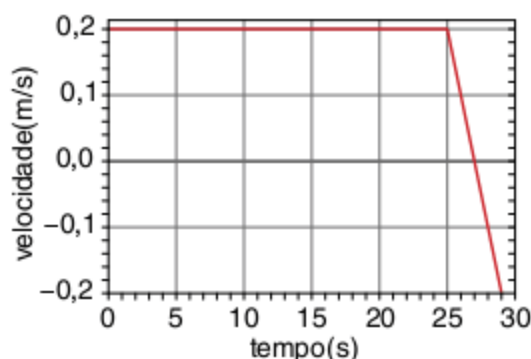
Supondo que Paulo e o ônibus partem juntos do mesmo ponto, é correto afirmar que:

- (a) o ônibus chega à escola 2,0 minutos depois de Paulo.
- (b) Paulo e o ônibus chegam juntos à escola em 32 minutos.
- (c) a velocidade média do ônibus durante o trajeto casa-escola é 30 km/h.
- (d) Paulo chega à escola 2,0 minutos depois do ônibus.
- (e) o ônibus chega à escola 8,0 minutos depois de Paulo.

39 EEM-SP A maior aceleração (ou retardamento) tolerável pelos passageiros de um trem urbano é $1,5 \text{ m/s}^2$. Sabe-se que a distância entre estações é de 600 m e que a composição estaciona durante 20 s em cada estação.

- a) Determine a maior velocidade que pode ser atingida pelo trem.
- b) Calcule a máxima velocidade média do trem, numa viagem.

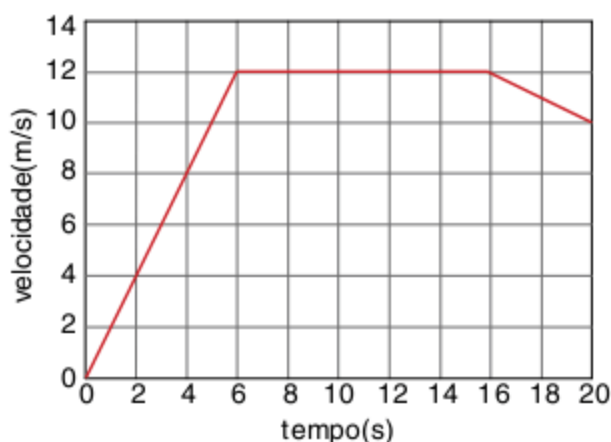
40 Unicamp 2002



O gráfico apresentado, em função do tempo, descreve a velocidade de um carro sendo rebocado por um guincho na subida de uma rampa. Após 25 s de operação, o cabo de aço do guincho rompe-se e o carro desce rampa abaixo.

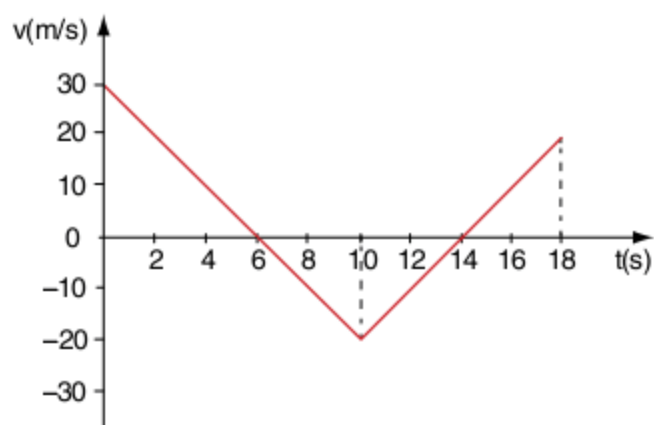
- Qual a velocidade constante com que o carro é puxado, antes de se romper o cabo de aço?
- Qual é a aceleração depois do rompimento do cabo de aço?
- Que distância o carro percorreu na rampa até o momento em que o cabo se rompeu?

41 Unicamp O gráfico a seguir representa aproximadamente a velocidade de um atleta em função do tempo em uma competição olímpica.



- Em que intervalo de tempo o módulo da aceleração tem o menor valor?
- Em que intervalo de tempo o módulo da aceleração é máximo?
- Qual é a distância percorrida pelo atleta durante os 20 s?
- Qual a velocidade média do atleta durante a competição?

42 UFPR O gráfico a seguir representa a velocidade em função do tempo para uma partícula em movimento retilíneo.

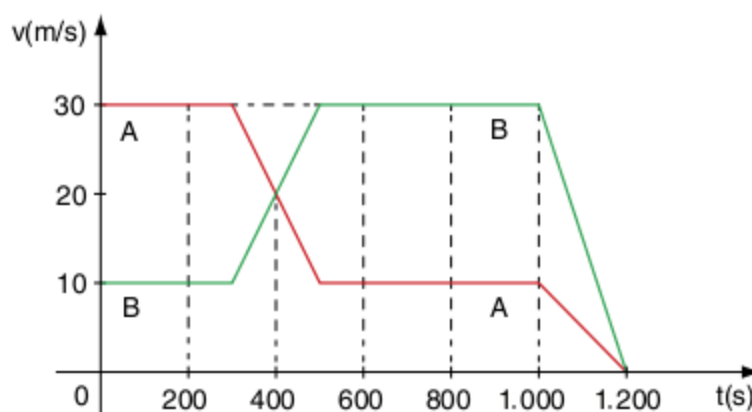


Com base nesse gráfico, é correto afirmar que:

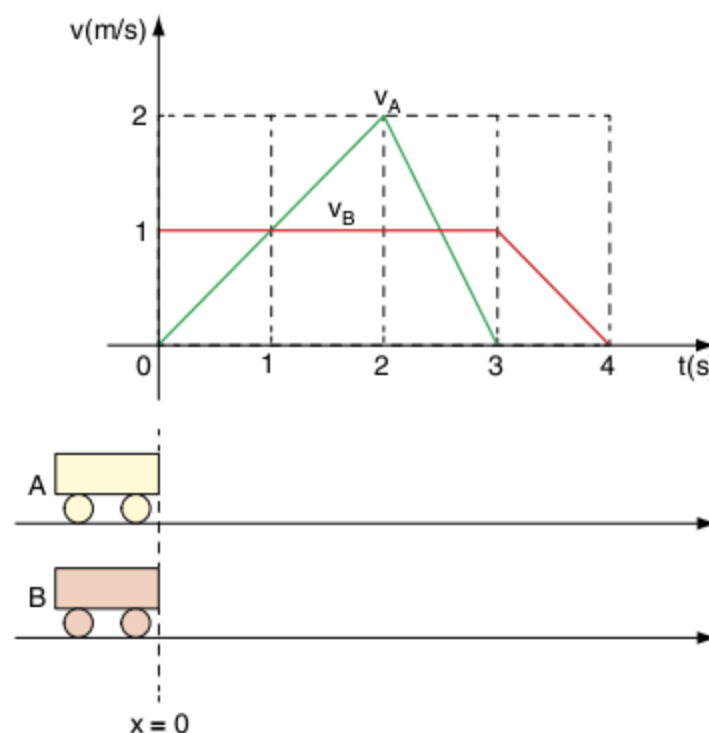
- no instante $t = 6$ s, a velocidade é nula.
- no intervalo entre $t = 2$ s e $t = 4$ s, a velocidade é negativa.
- no intervalo entre $t = 0$ e $t = 6$ s, a aceleração vale -5 m/s².
- entre $t = 12$ s e $t = 14$ s, a aceleração é positiva.
- o deslocamento da partícula no intervalo entre $t = 0$ e $t = 6$ s vale 45 m.
- o valor de velocidade no instante $t = 4$ s não volta a se repetir em nenhum instante posterior.

Soma =

43 Fuvest Dois veículos, A e B, deslocam-se em trajetórias retilíneas e paralelas uma à outra. No instante $t = 0$, eles se encontram lado a lado. O gráfico representa as velocidades dos dois veículos, em função do tempo, a partir desse instante e durante os 1.200 s seguintes. Determine o instante em que os veículos voltam a se encontrar.



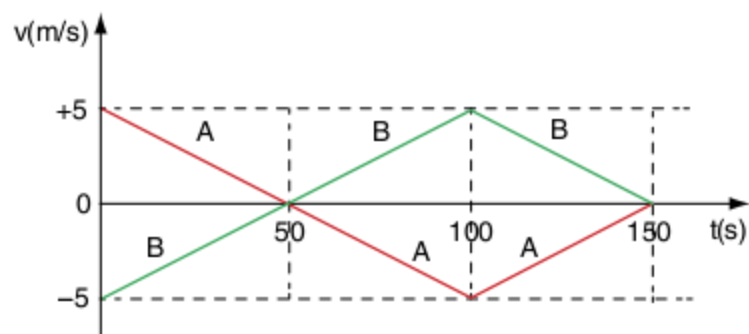
44 FCMSC-PR No gráfico a seguir, estão representadas as velocidades escalares v_A e v_B de dois carrinhos, A e B, em função do tempo (t). Os carrinhos se movem, no mesmo sentido, em trilhos paralelos. No instante $t = 0$, os carrinhos estão na posição $x = 0$. Entre os instantes $t = 0$ e $t = 4,0$ s passam um pelo outro duas vezes, respectivamente, nos instantes t_1 e t_2 .



Dos valores seguintes, qual é o que mais se aproxima da diferença $(t_2 - t_1)$?

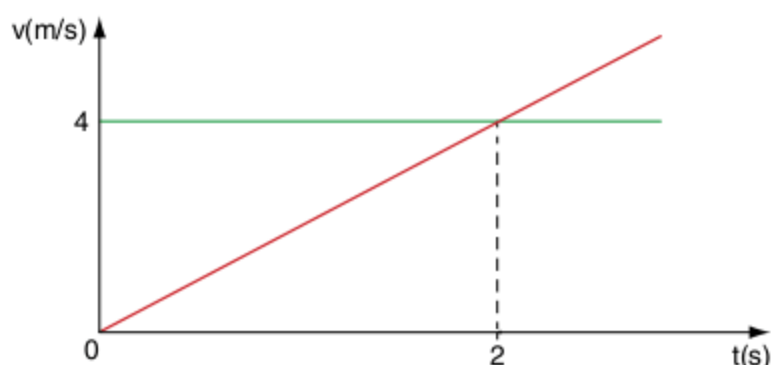
- (a) 1,0 s (c) 2,0 s (e) 3,0 s
 (b) 1,6 s (d) 2,7 s

45 Fuvest Dois trens, A e B, fazem manobra em uma estação ferroviária deslocando-se paralelamente sobre trilhos retilíneos. No instante $t = 0$, eles estão lado a lado. O gráfico representa as velocidades dos dois trens a partir do instante $t = 0$ até $t = 150$ s, quando termina a manobra.



A distância entre os dois trens no final da manobra é:
 (a) 0 (c) 100 m (e) 500 m
 (b) 50 m (d) 250 m

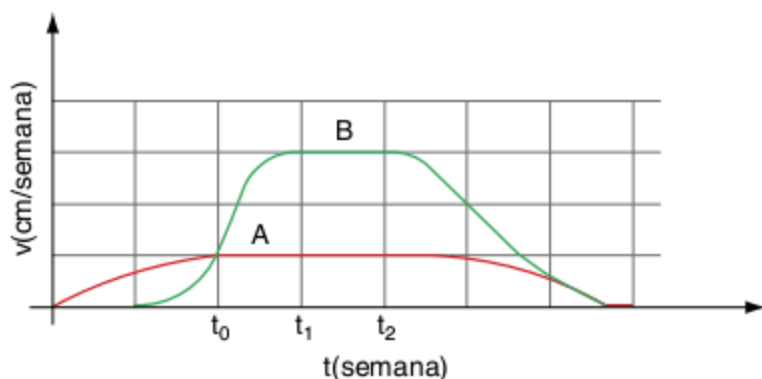
46 UFRJ Duas partículas se deslocam ao longo de uma mesma trajetória. A figura a seguir representa, em gráfico cartesiano, como suas velocidades variam em função do tempo.



Suponha que, no instante em que se iniciaram as observações ($t = 0$), elas se encontravam na mesma posição.

- Determine o instante em que elas voltam a se encontrar.
- Calcule a maior distância entre elas, desde o instante em que se iniciaram as observações até o instante em que voltam a se encontrar.

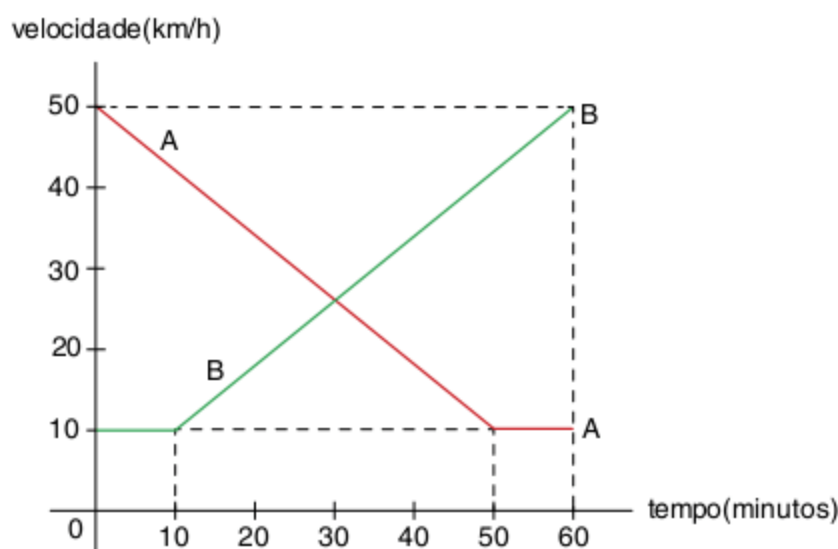
47 Fuvest 2000 As velocidades de crescimento vertical de duas plantas, A e B, de espécies diferentes, variaram, em função do tempo decorrido após o plantio de suas sementes, como mostra o gráfico.



É possível afirmar que:

- A atinge uma altura final maior do que B.
- B atinge uma altura final maior do que A.
- A e B atingem a mesma altura final.
- A e B atingem a mesma altura no instante t_0 .
- A e B mantêm altura constante entre os instantes t_1 e t_2 .

48 UFC Dois veículos, A e B, estão emparelhados, no tempo $t = 0$, em um ponto situado ao longo de uma estrada horizontal reta. A figura a seguir mostra como as velocidades de A e B variaram com o tempo, a partir do instante inicial.

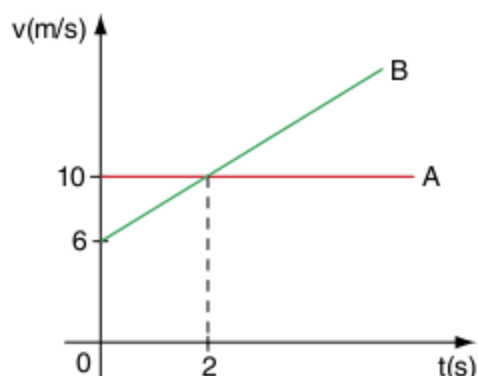


Analise as opções a seguir e assinale as que você achar corretas.

- Os dois veículos percorreram distâncias iguais após viajarem durante 60 minutos.
- Ao fim dos 30 minutos iniciais de viagem, os dois veículos estão novamente emparelhados.
- Ao fim dos 30 minutos iniciais de viagem, ambos os veículos estão a uma mesma velocidade.
- Ao fim dos 30 minutos iniciais de viagem, as acelerações dos veículos apontam em sentidos opostos.

Soma =

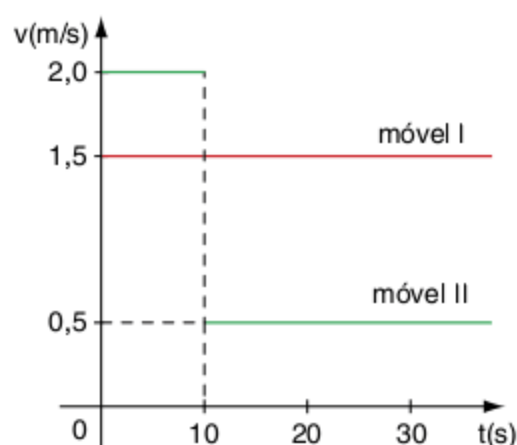
49 Mackenzie Em certo instante, passam pela origem de uma trajetória retilínea os móveis A, com MRU, e B, com MRUV. A partir desse instante, constrói-se o diagrama a seguir.



O tempo gasto pelo móvel B para ficar 32 m à frente do A é:

- 2 s
- 4 s
- 6 s
- 7 s
- 8 s

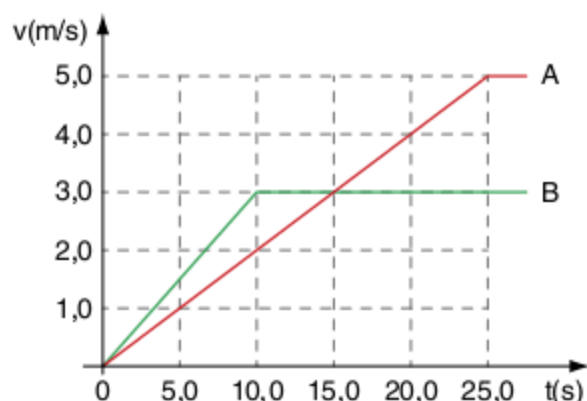
50 Unifor-CE Os móveis I e II, cujas velocidades escalares estão representadas no gráfico a seguir, movimentam-se em canaletas paralelas e bem próximas uma da outra.



Sabendo-se que, no instante $t = 0$, o móvel II estava 5,0 m à frente do móvel I, eles deverão ficar um ao lado do outro no instante:

- (a) $t = 5$ s
- (b) $t = 10$ s
- (c) $t = 12$ s
- (d) $t = 15$ s
- (e) $t = 20$ s

51 Udesc Dois ciclistas, A e B, partem da mesma posição no instante $t = 0$ e movimentam-se no mesmo sentido e em trajetória retilínea. Na figura a seguir, são mostrados os gráficos da velocidade em função do tempo dos dois ciclistas.



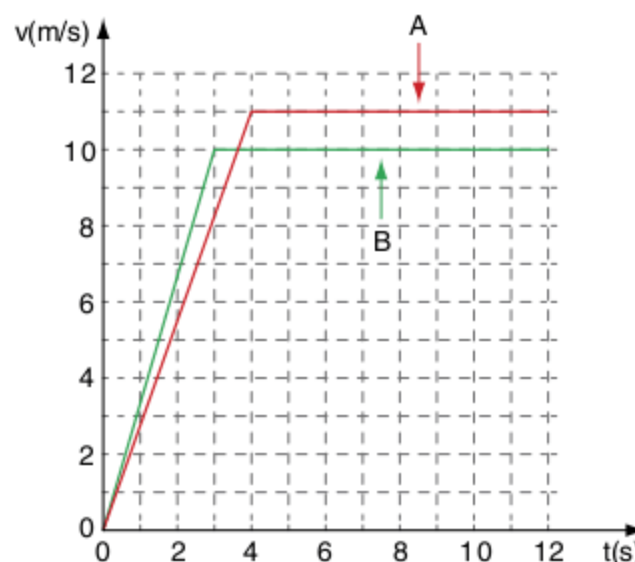
Leia com atenção e analise as afirmações sobre os gráficos.

- I. A aceleração do ciclista B no intervalo de $t = 0$ a $t = 10,0$ s foi maior do que a aceleração do ciclista A no intervalo de $t = 0$ a $t = 25,0$ s.
- II. No instante $t = 15,0$ s, o ciclista A ultrapassou o ciclista B.
- III. Decorridos 20,0 s, o ciclista A estava na frente do ciclista B.
- IV. Decorridos 25,0 s, o ciclista A estava na frente de B e a distância entre eles era igual a 2,5 m.

Assinale a alternativa correta.

- (a) Todas as afirmativas estão corretas.
- (b) Somente estão corretas as afirmações I e IV.
- (c) Somente estão corretas as afirmações I, III e IV.
- (d) Somente estão corretas as afirmações II e III.
- (e) Somente estão corretas as afirmações II, III e IV.

52 Fuvest Na figura, estão representadas as velocidades em função do tempo, desenvolvidas por um atleta, em dois treinos, A e B, para uma corrida de 100 m rasos.

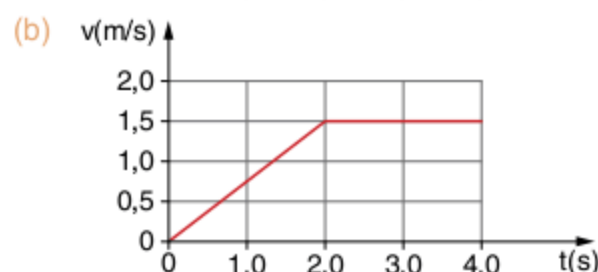
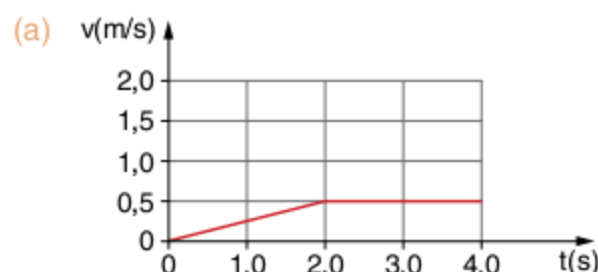
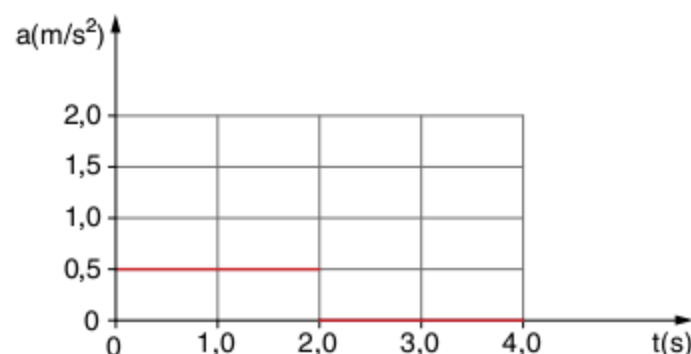


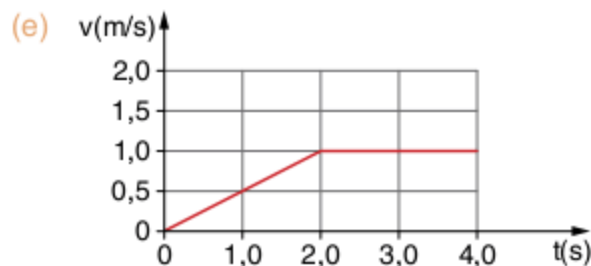
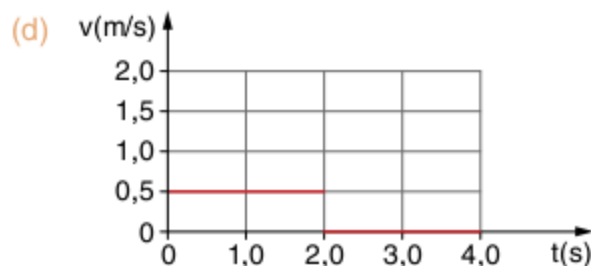
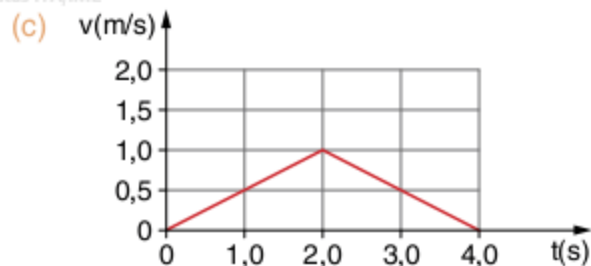
Com relação aos tempos gastos pelo atleta para percorrer os 100 m, podemos afirmar que, aproximadamente:

- (a) no B levou 0,4 s a menos que no A.
- (b) no A levou 0,4 s a menos que no B.
- (c) no B levou 1,0 s a menos que no A.
- (d) no A levou 1,0 s a menos que no B.
- (e) no A e no B levou o mesmo tempo.

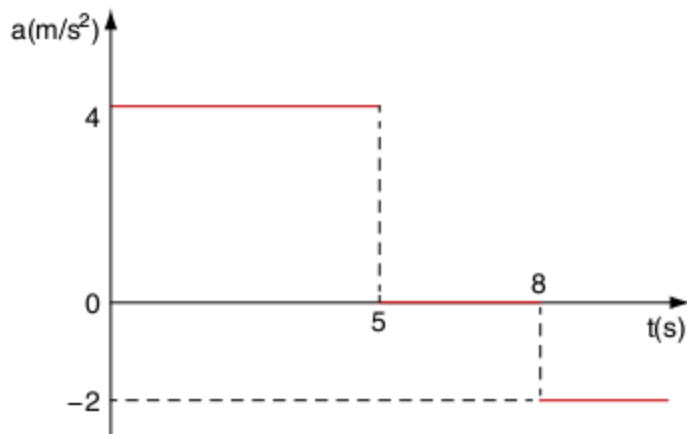
Gráficos de aceleração

53 UFPE 2007 Em $t = 0$, um objeto parte do repouso a partir da posição $x = 1,0$ m, executando um movimento retilíneo, com aceleração em função do tempo mostrada no gráfico a seguir. Dos gráficos apresentados em seguida, indique qual representa corretamente a dependência da velocidade com o tempo.





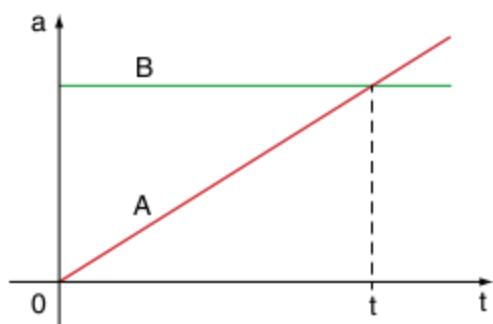
54 Mackenzie A aceleração de um móvel, que parte do repouso, varia com o tempo de acordo com o gráfico a seguir.



O instante, contado a partir do início do movimento, no qual o móvel para, é:

- (a) 18 s
- (b) 13 s
- (c) 8 s
- (d) 6 s
- (e) 5 s

55 PUC-MG Dois corpos, A e B, partem, em linha reta, simultaneamente, do repouso e da mesma posição. Os movimentos desses dois corpos estão representados no gráfico aceleração em função do tempo.

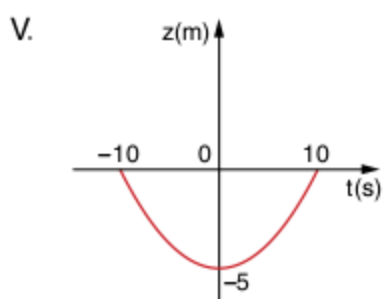
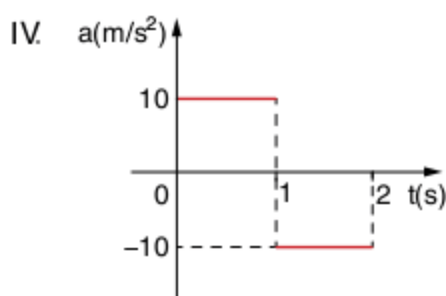
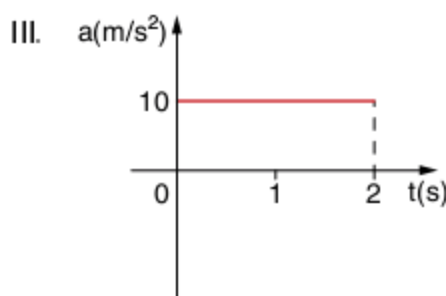
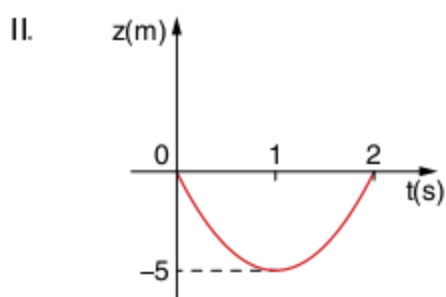
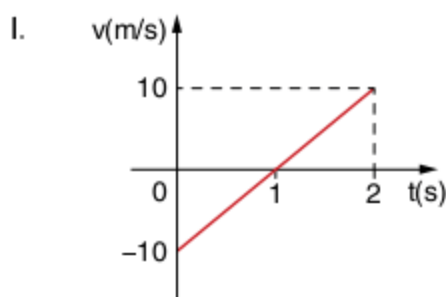


Para o intervalo de tempo de 0 a t, é correto afirmar que:

- (a) o movimento de B é uniforme.
- (b) a aceleração de A é inversamente proporcional ao tempo.
- (c) no instante t, as velocidades de A e B são iguais.
- (d) a distância percorrida por A é maior que a de B.
- (e) a variação da velocidade de B é maior que a de A.

56 UFPB 2010 Enquanto espera o ônibus, um garoto fica brincando com a sua bola de tênis, lançando-a com a mão para cima e pegando-a de volta no mesmo ponto do lançamento. Ele consegue lançar a bola para cima, completamente na vertical, com uma velocidade em módulo de 10 m/s.

A partir dessas informações, entre os gráficos a seguir, identifique os que podem representar o movimento de subida e descida da bola.



TEXTO COMPLEMENTAR

Cálculo diferencial e integral

O Cálculo diferencial e integral, desenvolvido inicialmente por Leibniz e Newton no início do século XVII, é uma ferramenta concebida a partir da Álgebra e da Geometria, muito utilizada para a resolução de problemas complexos de maneira mais simples.

Toda a base do Cálculo é construída sobre a relação de dependência entre duas variáveis, a qual consiste na análise de como uma variável se comporta em relação à outra. Dessa análise, feita a partir do conceito de limite, surgem outros dois importantes conceitos: a **derivação**, ou diferenciação, e a **integração**.

Por meio da **derivação**, pode-se calcular a velocidade de um corpo através dos registros de dados de seu deslocamento. E por meio da **integração**, pode-se também calcular a distância percorrida por um móvel através do histórico de sua velocidade.

Em um deslocamento, por exemplo, uma variação Δs é acompanhada de uma variação Δt . O quociente $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ representa a taxa de variação média de uma função s em um determinado intervalo Δt .

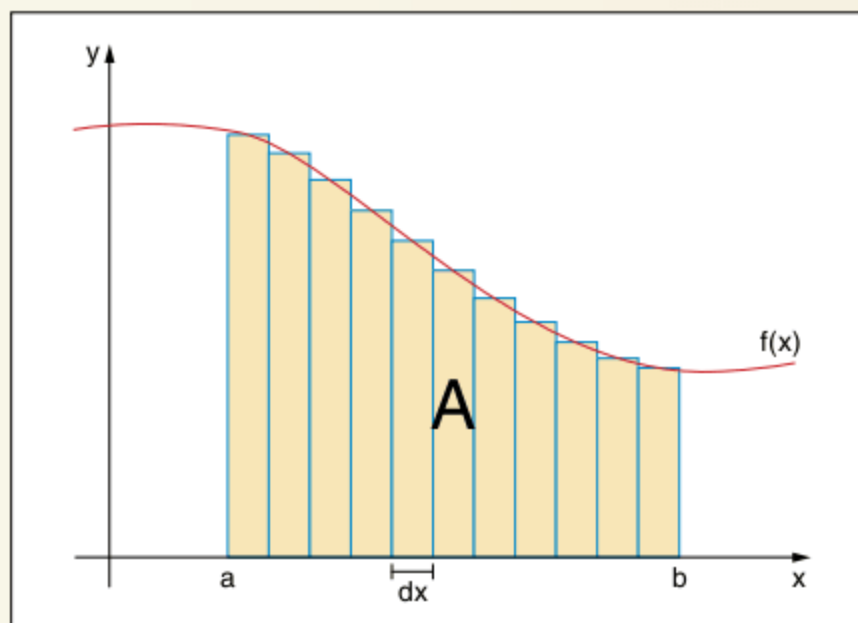
Para se chegar ao conceito de derivada, pode-se pensar na variação das grandezas s e t como uma sucessão de valores infinitamente pequenos, cuja diferença entre esses valores sucessivos é ds e dt . Da relação entre a variação em s e t , vem a derivada $\frac{ds}{dt}$, taxa de variação pontual da função s (deslocamento) em relação a t (tempo), que tem como resultado a velocidade.

O gráfico de uma função registra todo o comportamento de uma variável y com relação a um argumento x , também variável. Para descrever o comportamento de uma função qualquer, à medida que seu argumento se aproxima de um determinado valor, utiliza-se o conceito de limite. Essa é a diferença essencial entre Álgebra e Cálculo.

Encontrar o limite das somas é o principal problema da integração, que trata da soma de inúmeros valores sucessivos infinitamente pequenos.

Um exemplo de aplicação da integral é o cálculo da área de superfícies curvas, que pode ser dividida em infinitas partes (retângulos) infinitesimais, facilitando a determinação dessa área.

A área é o limite da soma quando $dx \rightarrow 0$, a integral.



$$A = \int_a^b f(x) dx$$

A integração pode ser aplicada na resolução de diversos problemas da Física, como a determinação da posição relativa de um corpo em todos os instantes de sua trajetória, partindo de sua velocidade instantânea.

O teorema fundamental do Cálculo afirma que a integração e a derivação são operações inversas. Desse modo:

$$v(t) = \frac{ds}{dt}$$

$$\int v(t) dt = s(t)$$

Livia Santa Clara. Original para esta publicação.

RESUMINDO

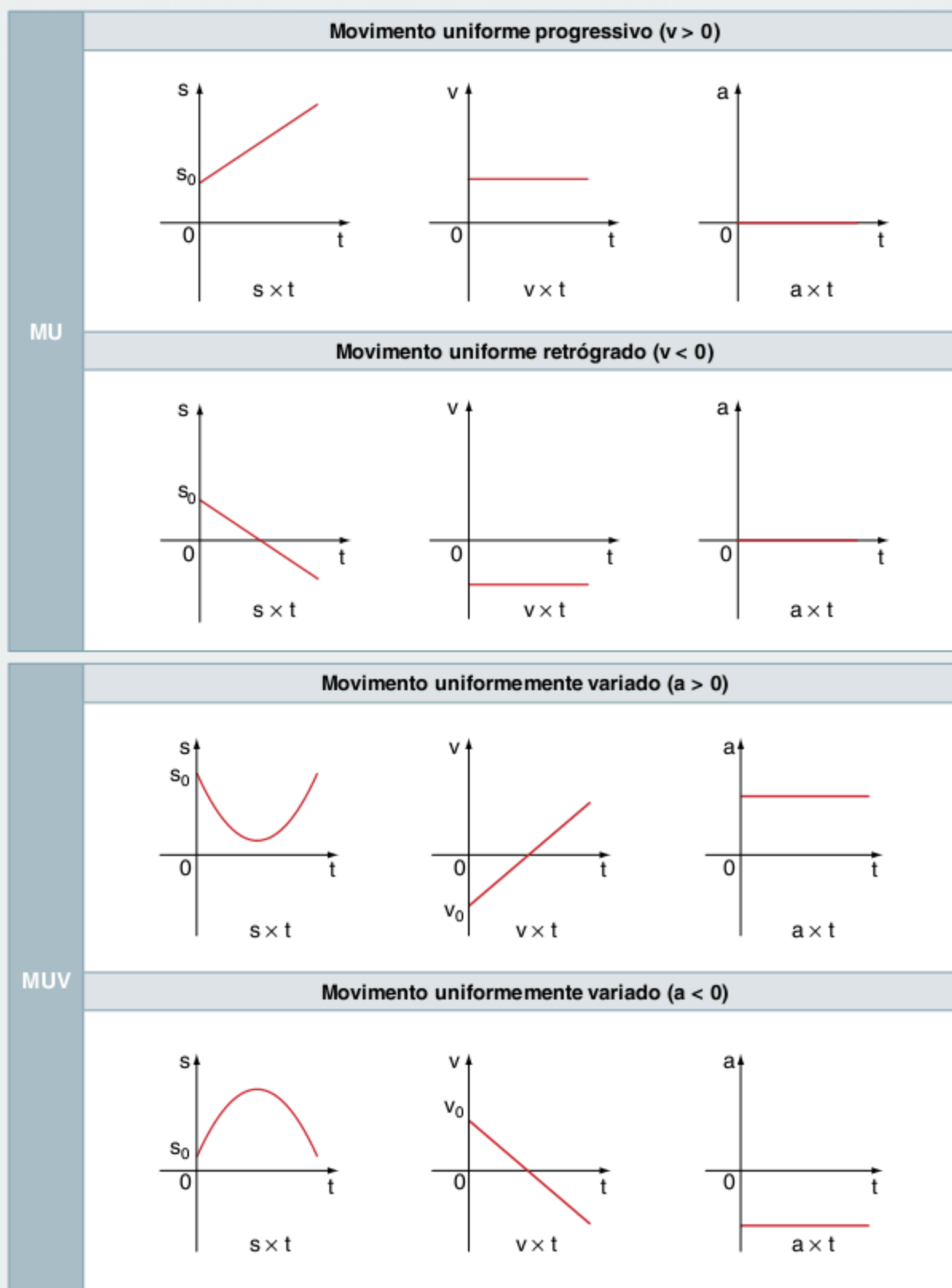
A aplicação da **análise gráfica** em Física é muito comum e fundamental para o desenvolvimento de alguns conceitos. Conceitos de trigonometria e função de 1º grau são necessários para esse tipo de análise.

Grandezas como **velocidade média**, **velocidade instantânea**, **aceleração média**, **aceleração instantânea**, **variação de espaço** e **variação de velocidade** podem ser calculadas de forma gráfica.

Velocidade média a partir do gráfico $s \times t$:	Velocidade instantânea a partir do gráfico $s \times t$:
<p>$v_m = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = \text{tg } \theta$</p>	<p>$v = \text{tg } \theta$</p>
Aceleração média a partir do gráfico $v \times t$:	Aceleração instantânea a partir do gráfico $v \times t$:
<p>$a_m = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \text{tg } \theta$</p>	<p>$a = \text{tg } \theta$</p>
Variação de espaço a partir do gráfico $v \times t$:	Variação de velocidade a partir do gráfico $a \times t$:
<p>$\Delta s = A$</p>	<p>$\Delta v = A$</p>

É importante, em todos os casos, analisar os sinais positivos e negativos de áreas e coeficientes angulares.

Problemas do **movimento uniforme** (MU) e do **movimento uniformemente variado** (MUV), que tratam de variáveis como espaço, velocidade e aceleração, também podem ser tratados do ponto de vista gráfico.



■ QUER SABER MAIS?

LIVROS

- Ayrton Barboni e Walter Paulette. *Fundamentos de matemática – Cálculo e análise – Cálculo diferencial e integral a uma variável*. LTC, 2008.
- Elliot Mendelson. *Introdução ao cálculo*. 2ª Ed. Bookman, 2007.

SITES

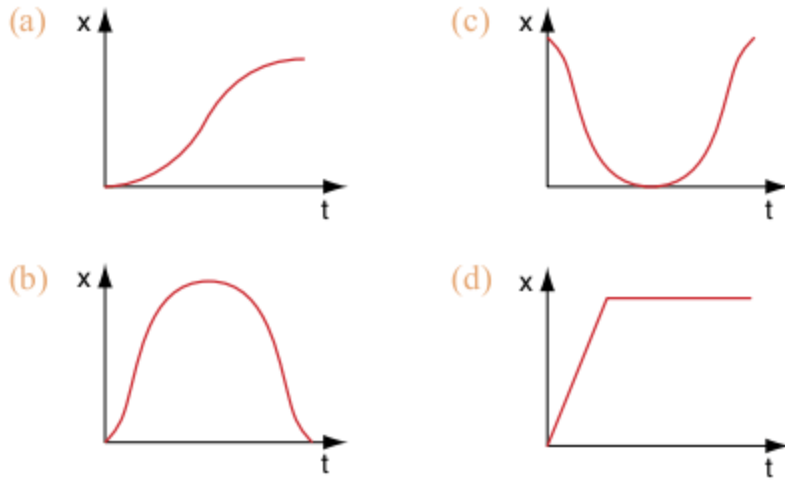
- Cálculo
<<http://ocw.mit.edu/resources/res-18-001-calculus-online-textbook-spring-2005/textbook/>>.
- Cálculo diferencial e integral
<<http://ecalculo.if.usp.br/>>.

Exercícios complementares

Descrição de movimentos em gráficos

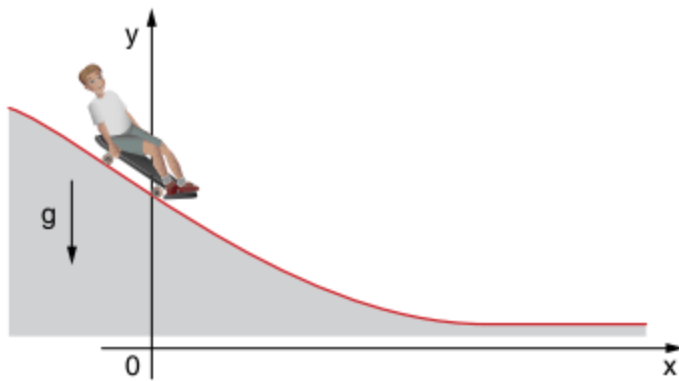
1 UFMG Um ônibus está parado em um sinal. Quando o sinal abre, esse ônibus entra em movimento e aumenta sua velocidade até determinado valor. Ele mantém essa velocidade até se aproximar de um ponto de ônibus quando, então, diminui a velocidade até parar.

O gráfico da posição x em função do tempo t que melhor representa esse movimento é:

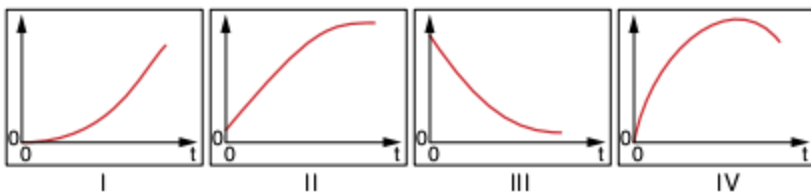


2 Fuvest 2010 Na Cidade Universitária (USP), um jovem, em um carrinho de rolimã, desce a rua do Matão, cujo perfil está representado na figura abaixo, em um sistema de coordenadas em que o eixo Ox tem a direção horizontal.

No instante $t = 0$, o carrinho passa em movimento pela posição $y = y_0$ e $x = 0$.



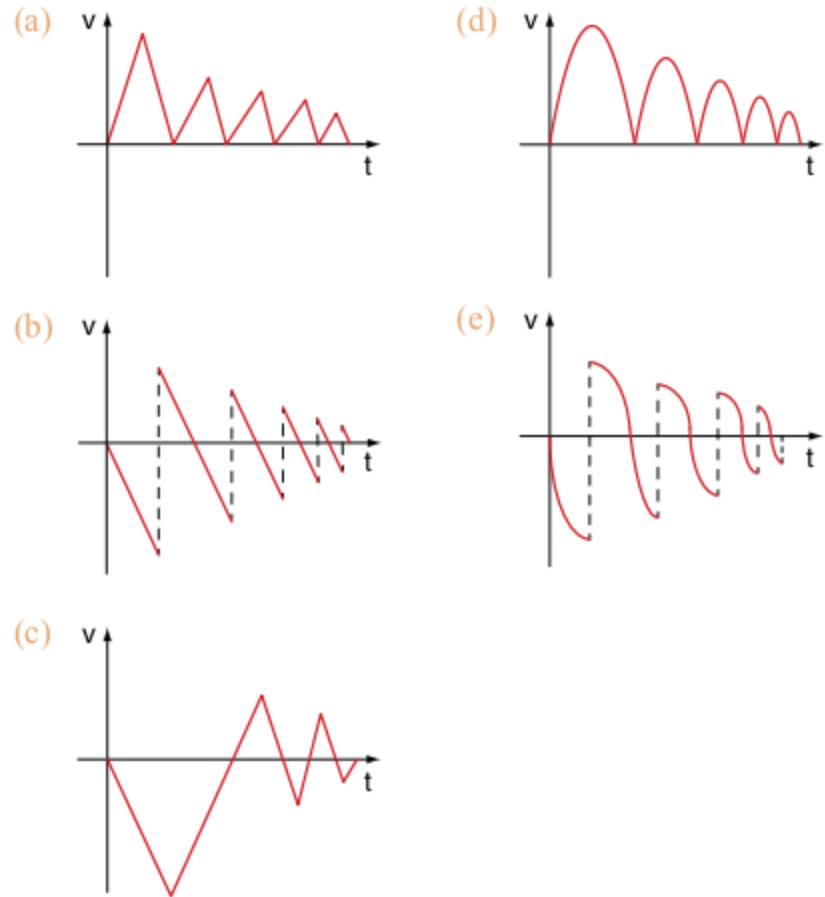
Entre os gráficos das figuras abaixo, os que melhor poderiam descrever a posição x e a velocidade v do carrinho em função do tempo t são, respectivamente:



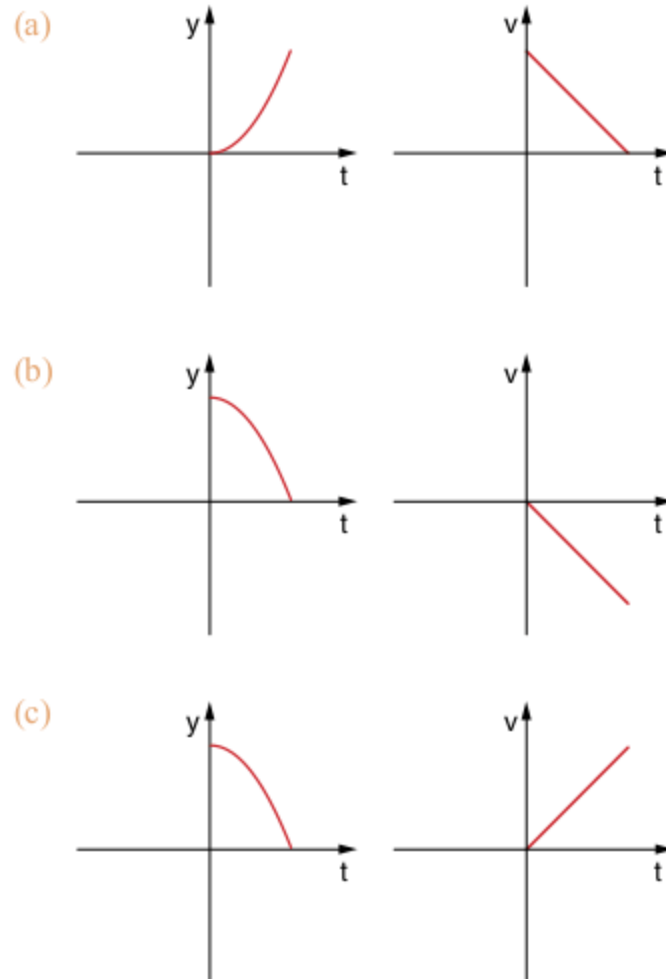
- (a) I e II. (c) II e IV. (e) IV e III.
 (b) I e III. (d) III e II.

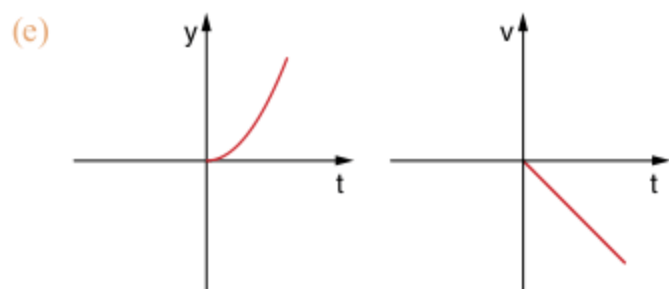
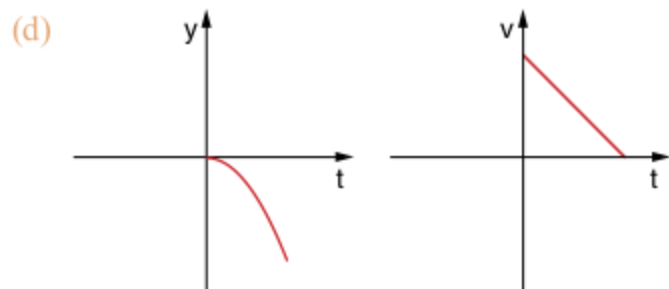
3 Cesgranrio Uma pequena esfera de aço é abandonada, a partir do repouso, de uma certa altura inicial. A bola quica repetidas vezes colidindo com o chão, perdendo uma mesma fração

de sua energia a cada colisão. Qual das opções a seguir melhor representa o gráfico velocidade \times tempo desse movimento? (Despreze a resistência do ar.)



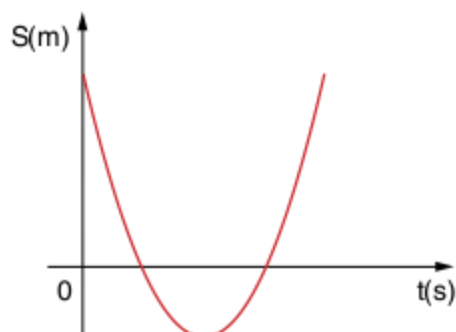
4 UFG 2006 O Visconde de Sabugosa vê uma jaca cair da árvore na cabeça da Emília e filosofa: “Este movimento poderia ser representado, qualitativamente, pelos gráficos de posição e velocidade, em função do tempo...”





Conceitos básicos

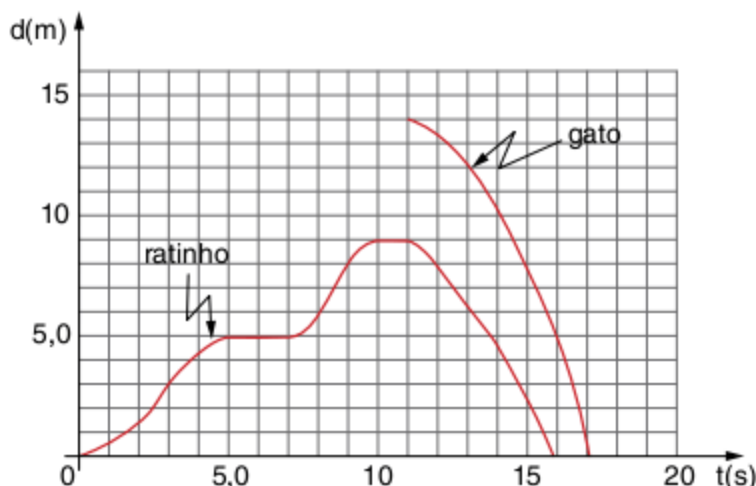
5 UFMS 2003 Considere o gráfico do espaço em função do tempo para uma partícula em movimento uniformemente variado.



É correto afirmar que:

- (a) a trajetória da partícula foi parabólica.
- (b) a partícula não passou pela origem dos espaços.
- (c) a velocidade da partícula jamais foi nula.
- (d) a velocidade inicial da partícula foi negativa.
- (e) a aceleração da partícula foi inicialmente positiva, depois negativa.

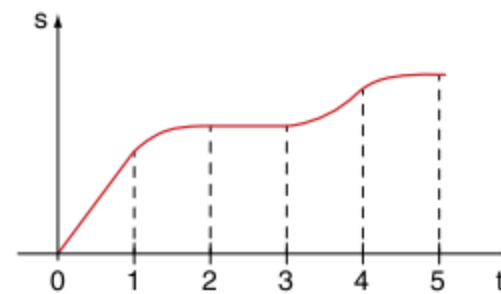
6 UFSC 2000 Um ratinho afasta-se de sua toca em busca de alimento, percorrendo uma trajetória retilínea. No instante $t = 11$ s, um gato pula sobre o caminho do ratinho e ambos dispararam a correr: o ratinho retornando sobre a mesma trajetória em busca da segurança da toca e o gato atrás do ratinho. O gráfico da figura representa as posições do ratinho e do gato, em função do tempo, considerando que, no instante $t = 0$, o ratinho partiu da posição $d = 0$, isto é, da sua toca.



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s) sobre o movimento do ratinho e do gato.

- 01 No instante $t = 10$ s, o ratinho encontra-se a 10 m da sua toca, isto é, do seu ponto de partida.
 - 02 O ratinho deslocou-se com velocidade constante entre os instantes $t = 5,0$ s e $t = 7,0$ s.
 - 04 O movimento do ratinho foi sempre retilíneo e uniforme, tanto na ida como na volta.
 - 08 O gato encontrava-se a 5,0 metros do ratinho quando começou a persegui-lo.
 - 16 O ratinho parou duas vezes no seu trajeto de ida e volta até a toca.
 - 32 O ratinho chega 1,0 segundo antes do gato, que, portanto, não consegue alcançá-lo.
 - 64 O gato percorre uma distância maior que a do ratinho, em menor tempo, por isso alcança-o antes que ele possa chegar à toca.
- Soma =

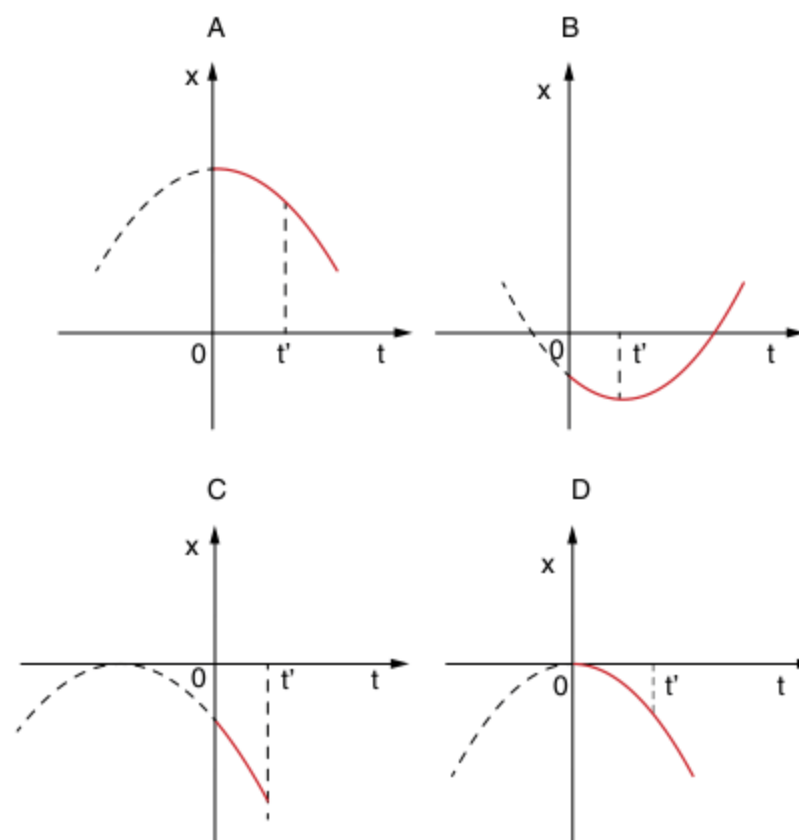
7 PUC-SP O gráfico representa o espaço s em função do tempo t , para o movimento de um corpo:



Nesse movimento, a velocidade aumenta de valor no intervalo de tempo compreendido entre:

- (a) $t = 0$ e $t = 1$
- (b) $t = 1$ e $t = 2$
- (c) $t = 2$ e $t = 3$
- (d) $t = 3$ e $t = 4$
- (e) $t = 4$ e $t = 5$

8 UFSC 2010 Os diagramas de posição *versus* tempo, $x \times t$, mostrados a seguir, representam os movimentos retilíneos de quatro corpos.

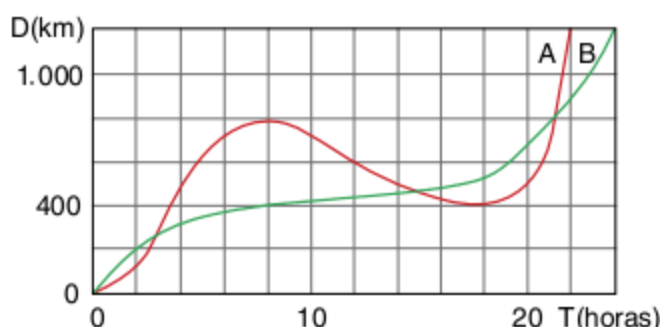


Em relação ao intervalo de tempo entre os instantes 0 e t' , é correto afirmar que:

- 01 no instante $t_0 = 0$, o corpo cujo movimento é representado no diagrama C está na origem do referencial.
- 02 o movimento do corpo representado no diagrama D, no intervalo entre 0 e t' , é retilíneo uniformemente retardado.
- 04 a velocidade média entre os instantes 0 e t' , das curvas representadas nos gráficos, é numericamente igual ao coeficiente angular da reta que passa pelos pontos que indicam as posições nestes dois instantes.
- 08 no movimento representado no diagrama B, no intervalo de tempo entre 0 e t' , o corpo vai se aproximando da origem do referencial.
- 16 no movimento representado no diagrama A, a velocidade inicial do corpo é nula.
- 32 o movimento do corpo representado no diagrama B, no intervalo de tempo entre 0 e t' , é retilíneo uniformemente acelerado.
- 64 o movimento representado no diagrama B poderia ser o de um corpo lançado verticalmente para cima.

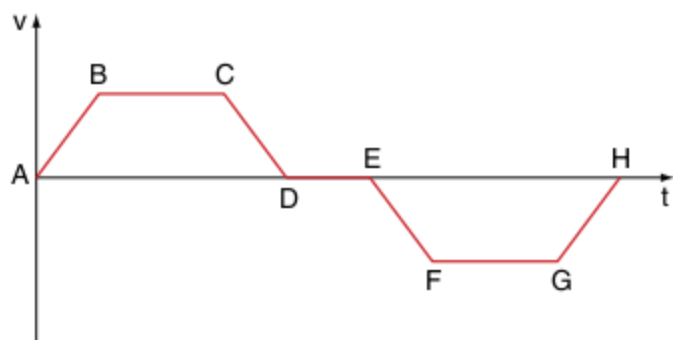
Soma =

9 FCC-SP A distância entre as cidades A e B, ligadas por duas vias férreas paralelas, é de 1.200 km. Todos os dias, à zero hora, sai um trem A da cidade A e sai um trem B da cidade B. O gráfico a seguir mostra a distância D entre cada trem e sua cidade de origem, em função do tempo T, em horas:



Quantas vezes, em cada 24 horas, os trens se cruzam?

10 Mackenzie O gráfico a seguir indica a velocidade em função do tempo de um corpo que se movimenta sobre uma trajetória retilínea.



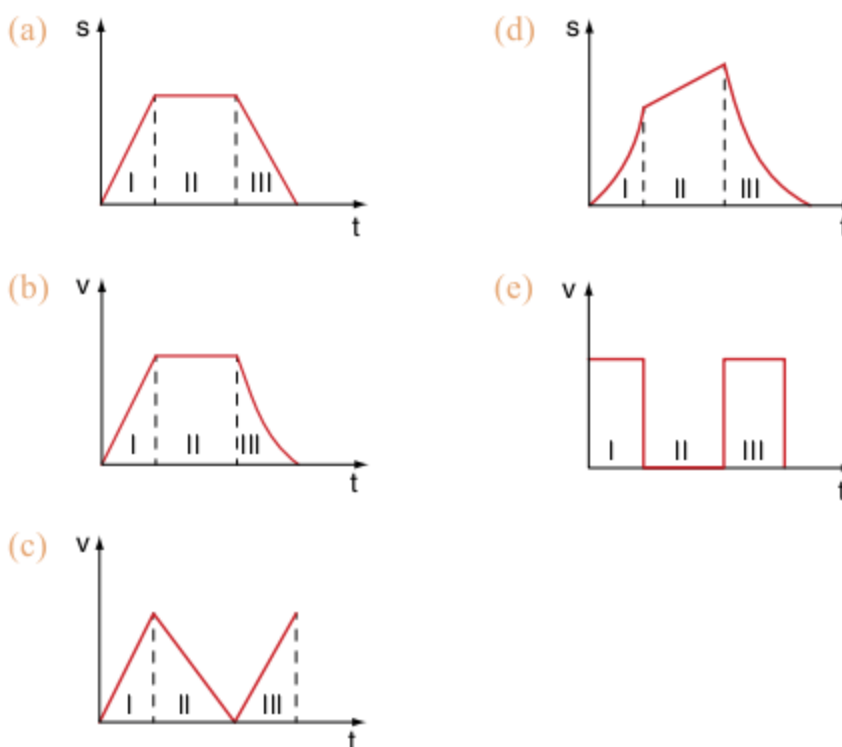
Assinale a alternativa correta.

Obs.: o ponto A é a origem dos eixos.

- (a) O movimento é acelerado nos trechos AB e GH.
- (b) O movimento é acelerado nos trechos AB e CD.
- (c) O movimento é acelerado o tempo todo.
- (d) O movimento é retardado nos trechos CD e GH.
- (e) O móvel está parado nos trechos BC, DE e FG.

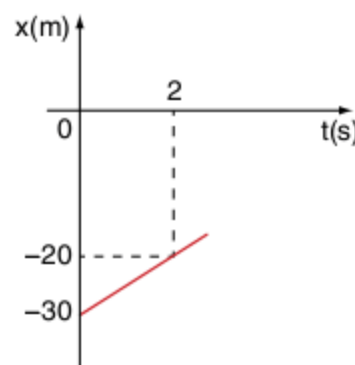
11 FEI Em qual dos gráficos da figura a seguir estão representados:

- I. movimento uniformemente acelerado.
- II. movimento uniforme.
- III. movimento uniformemente retardado.



Gráficos de espaço no movimento uniforme

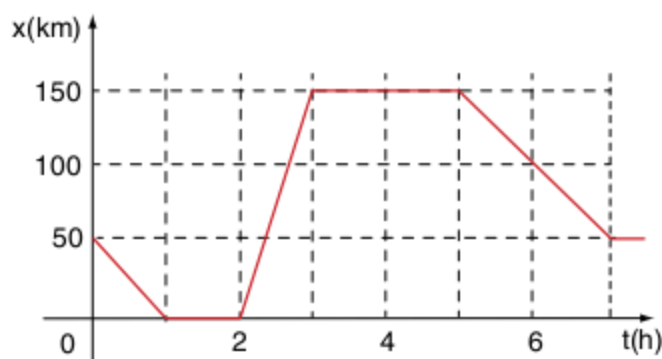
12 Mackenzie Um móvel se desloca sobre uma reta, conforme o diagrama a seguir.



O instante em que a posição do móvel é de +20 m é:

- (a) 6 s
- (b) 8 s
- (c) 10 s
- (d) 12 s
- (e) 14 s

13 UnB Considere o gráfico de x e t para um móvel que se desloca ao longo de uma estrada (eixo Ox), onde a velocidade máxima permitida é de 80 km/h.

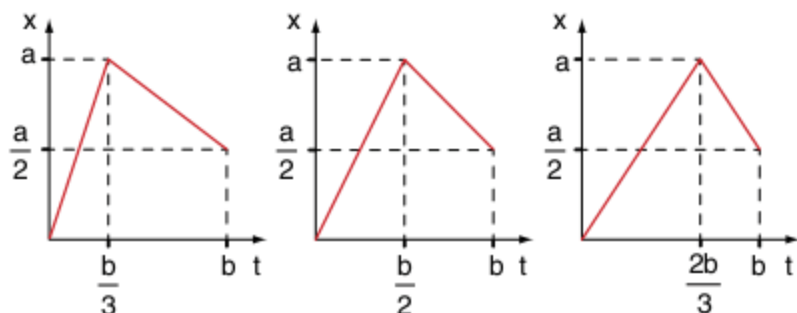


Quais são as afirmações corretas?

- 0 O móvel partiu da origem.
- 1 O móvel nunca se afastou mais do que 100 km do seu ponto de partida.
- 2 O móvel excedeu o limite de velocidade entre a 2ª e a 3ª hora.
- 3 O móvel deslocou-se sempre, afastando-se da origem.
- 4 O móvel esteve sempre em movimento entre $t = 0$ e $t = 7$ h.
- 5 A distância entre o ponto de partida e a posição em $t = 7$ h é de 30 km.

- (a) 0 e 4
- (b) 1 e 2
- (c) 3 e 5
- (d) 2 e 3
- (e) 1 e 4

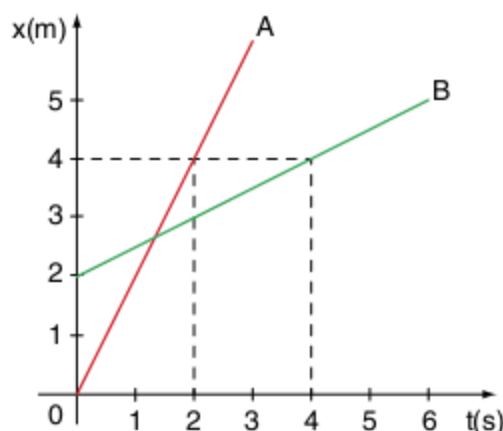
14 Fuvest Os gráficos a seguir referem-se a movimentos unidimensionais de um corpo em três situações diversas, representando a posição como função do tempo.



Nas três situações, são iguais:

- (a) as velocidades médias.
- (b) as velocidades máximas.
- (c) as velocidades iniciais.
- (d) as velocidades finais.
- (e) os valores absolutos das velocidades.

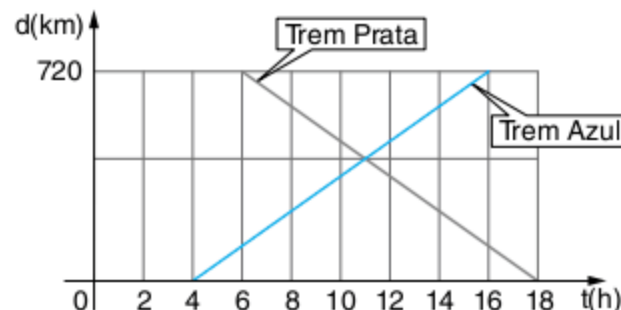
15 Dois móveis, A e B, percorrem a mesma trajetória retilínea. A figura a seguir representa as posições (x), dadas em metros, em função do tempo (t), dado em segundos, para esses dois móveis.



No instante $t = 5$ s, a distância entre A e B vale, em metros:

- (a) 2,5
- (b) 3
- (c) 4
- (d) 5,5
- (e) 6

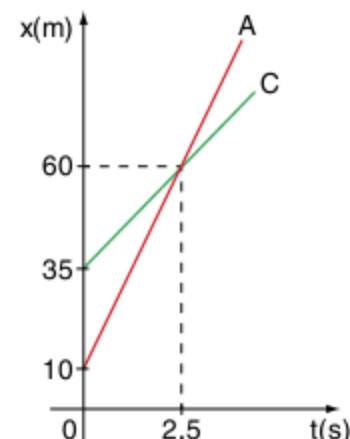
16 UFSC 2004 Dois trens partem, em horários diferentes, de duas cidades situadas nas extremidades de uma ferrovia, deslocando-se em sentidos contrários. O trem Azul parte da cidade A com destino à cidade B, e o trem Prata da cidade B com destino à cidade A. O gráfico a seguir representa as posições dos dois trens em função do horário, tendo como origem a cidade A ($d = 0$).



Considerando a situação descrita e as informações do gráfico, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A distância entre as duas cidades é de 720 km.
 - 02 Os dois trens gastam o mesmo tempo no percurso: 12 horas.
 - 04 A velocidade média dos trens é de 60 km/h.
 - 08 O trem Azul partiu às 4 horas da cidade A.
 - 16 O tempo de percurso do trem Prata é de 18 horas.
 - 32 Os dois trens se encontram às 11 horas.
- Soma =

17 Puccamp Um caminhão C de 25 m de comprimento e um automóvel A de 5,0 m de comprimento estão em movimento em uma estrada. As posições dos móveis, marcadas pelo para-choque dianteiro dos veículos, estão indicadas no gráfico para um trecho do movimento. Em determinado intervalo de tempo, o automóvel ultrapassa o caminhão.

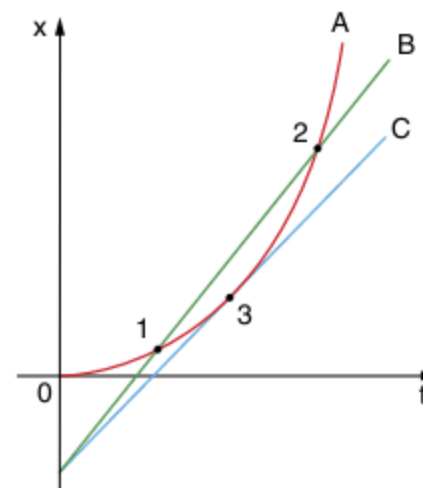


Durante a ultrapassagem completa do caminhão, o automóvel percorre uma distância, em metros, igual a:

- (a) 5
- (b) 15
- (c) 18
- (d) 20
- (e) 60

Gráficos de espaço no movimento uniformemente variado

18 UFC 2006 Três automóveis, A, B e C, deslocam-se sobre uma mesma estrada reta, de acordo com o gráfico a seguir.



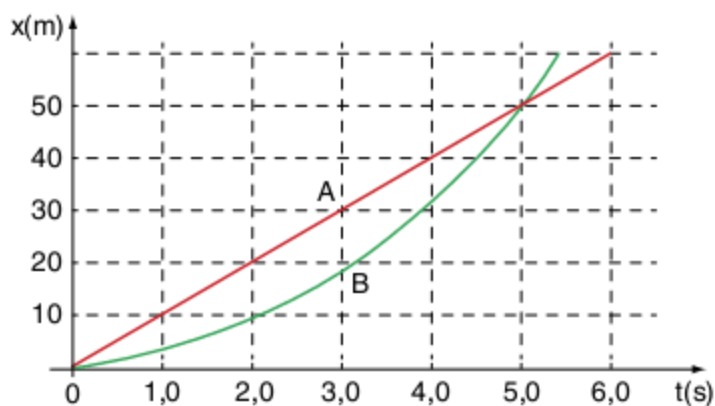
Acerca do gráfico, marque a alternativa correta.

- (a) Em $t = 0$, os três automóveis têm velocidade iguais.
- (b) B e C deslocam-se com o mesmo valor de velocidade constante.
- (c) A e C encontram-se no ponto 3, onde têm diferentes velocidades.
- (d) A e B encontram-se nos pontos 1 e 2, onde têm a mesma velocidade.
- (e) B ultrapassa A no ponto 1, voltando a ser ultrapassado por A no ponto 2.

19 UFPE No instante $t = 0$, um automóvel B parte do repouso com aceleração escalar constante, descrevendo uma trajetória retilínea.

No mesmo instante $t = 0$, um automóvel A passa ao lado de B com movimento uniforme, descrevendo uma trajetória retilínea paralela à de B.

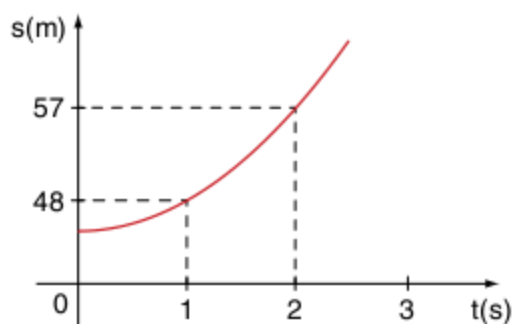
O diagrama a seguir representa as coordenadas de posição de cada um desses automóveis em função do tempo.



No instante $t = 5,0$ s, a razão $\frac{v_A}{v_B}$ entre as velocidades escalares de A e B vale:

- (a) $\frac{1}{3}$
- (b) $\frac{1}{2}$
- (c) 1
- (d) 2
- (e) 3

20 ITA A curva da figura é a representação gráfica da equação horária de um movimento retilíneo. Ela é constituída por um trecho de um ramo de parábola cujo vértice está localizado no eixo s.

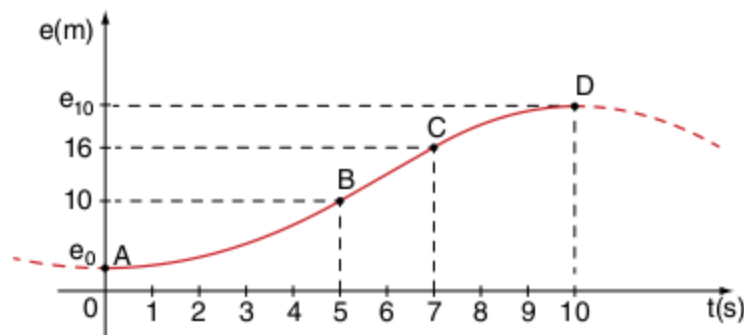


Nesse movimento:

- (a) a velocidade escalar inicial é nula e a aceleração é de $-6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- (b) a velocidade escalar inicial é $48 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ e a aceleração escalar é de $6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- (c) a aceleração escalar é de $-39 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.
- (d) a velocidade escalar média no intervalo de zero a 2 s é de $9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- (e) o espaço inicial é 45 m, a velocidade escalar inicial é nula e a aceleração escalar é de $+6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

21 O espaço (e) de uma partícula variou com o tempo (t), conforme indica o diagrama a seguir.

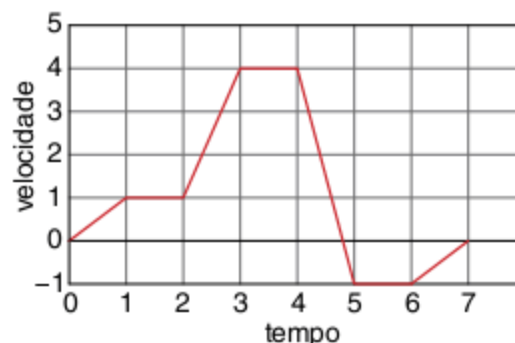


No gráfico, os trechos AB e CD são arcos de parábola, ao passo que o trecho BC é um segmento de reta. Determine:

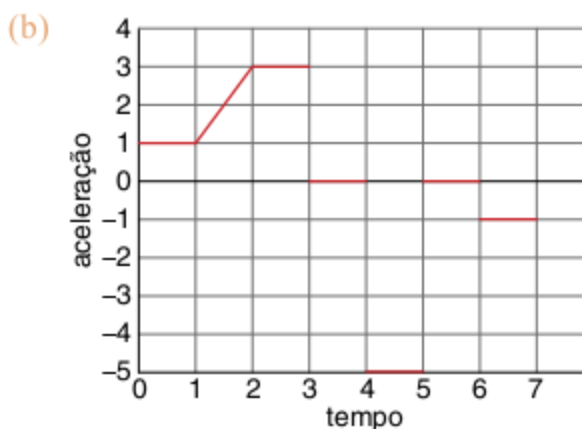
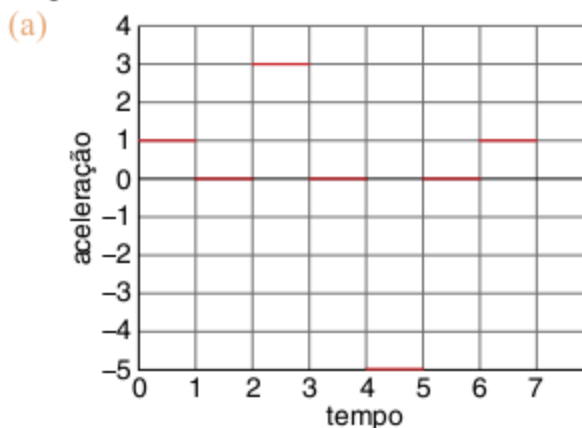
- a) o espaço inicial (e_0) da partícula.
- b) a aceleração escalar no trecho CD.
- c) o espaço (e_{10}) da partícula em $t = 10$ s.

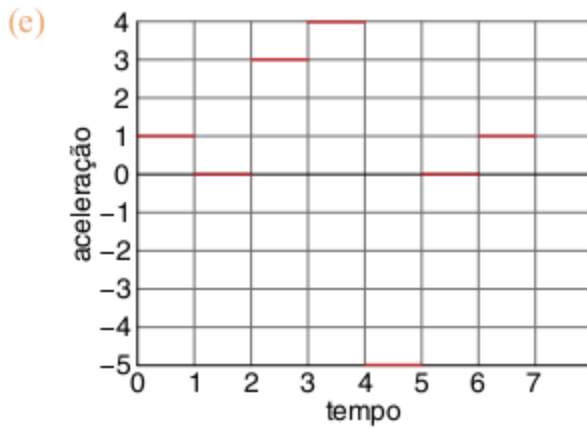
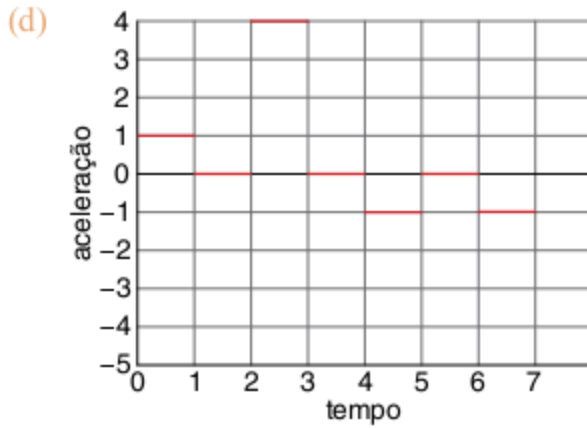
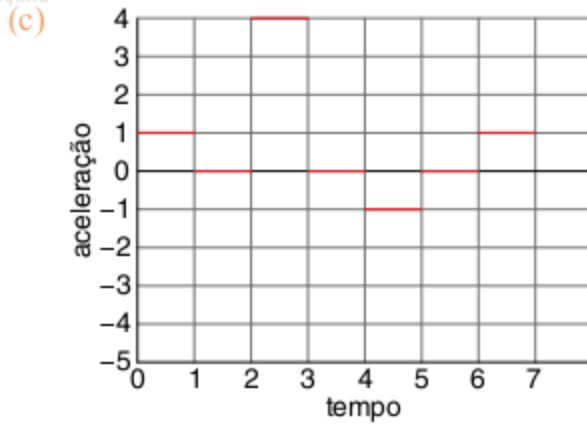
Gráficos de velocidade

22 UFC 2010 O gráfico da velocidade em função do tempo (em unidades arbitrárias), associado ao movimento de um ponto material ao longo do eixo x, é mostrado na figura abaixo.

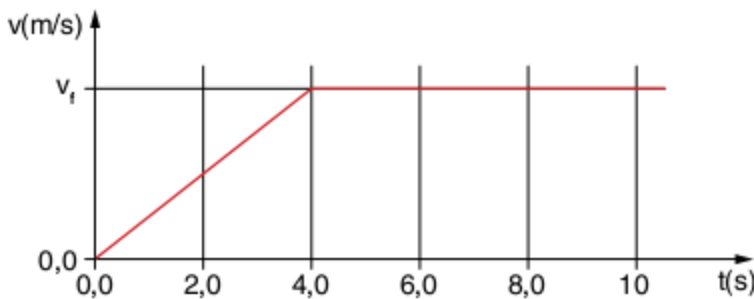


Assinale a alternativa que contém o gráfico que representa a aceleração em função do tempo correspondente ao movimento do ponto material.



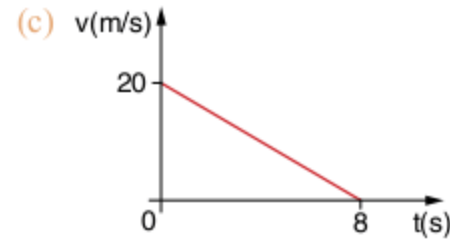
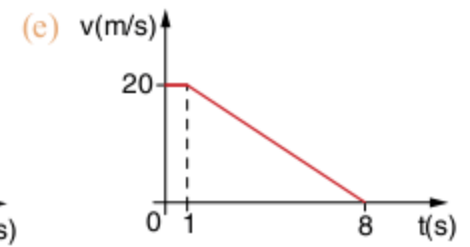
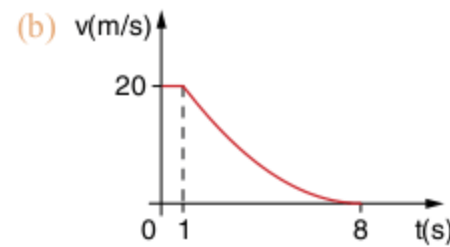
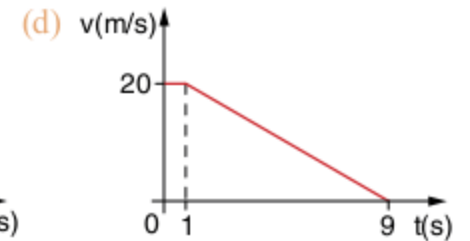
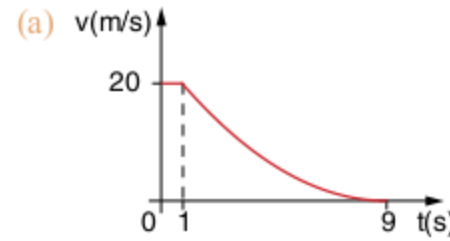


23 UFPE 2003 O gráfico mostra a velocidade, em função do tempo, de um atleta que fez a corrida de 100 m rasos em 10 s.

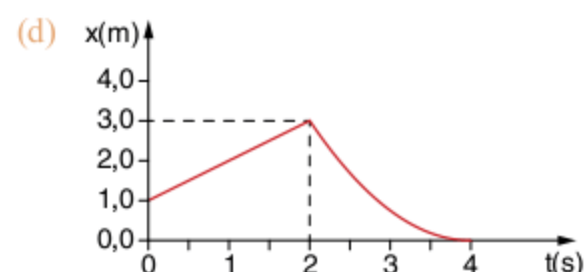
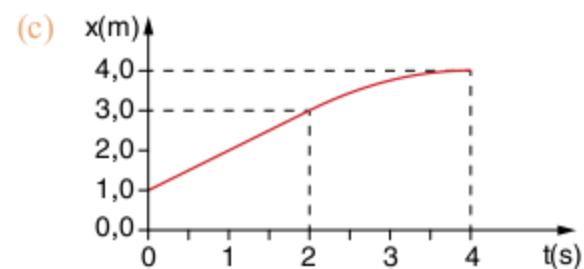
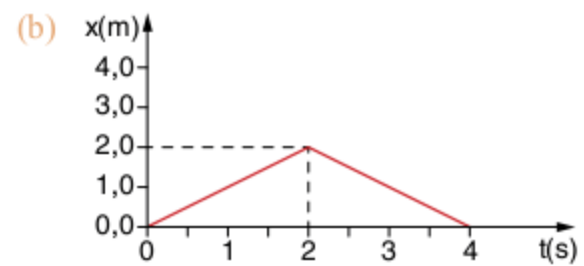
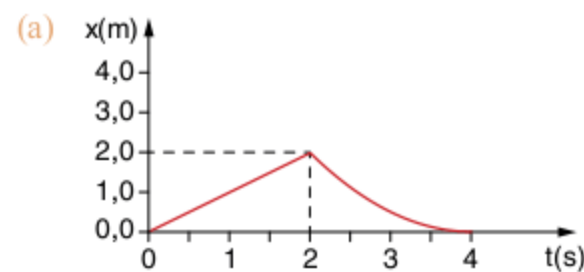
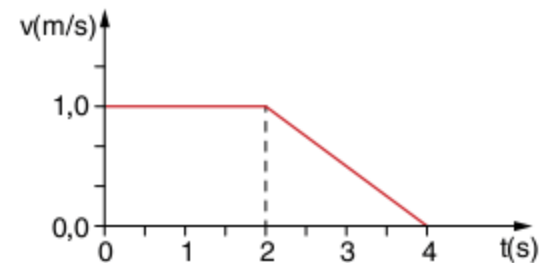


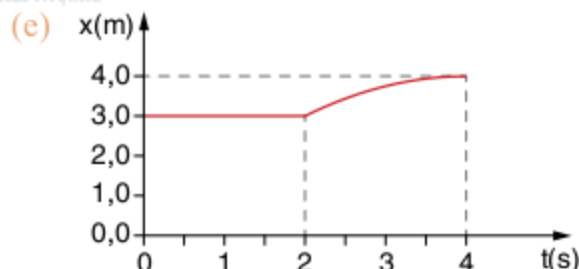
Qual a distância percorrida, em m, nos primeiros 4,0 segundos?

24 UFC 2007 No instante $t = 0$, o motorista de um carro que percorre uma estrada retilínea, com velocidade constante de 20 m/s, avista um obstáculo 100 m a sua frente. O motorista tem um tempo de reação $t = 1$ s, após o qual aciona os freios do veículo, parando junto ao obstáculo. Supondo-se que o automóvel tenha uma desaceleração constante, determine qual dos gráficos a seguir melhor representa a velocidade do automóvel desde o instante em que o motorista avista o obstáculo até o instante em que o automóvel para.



25 UFPE 2008 A figura abaixo representa a velocidade de uma partícula em movimento retilíneo, em função do tempo. Determine qual gráfico a seguir pode representar corretamente a correspondente posição da partícula em função do tempo.

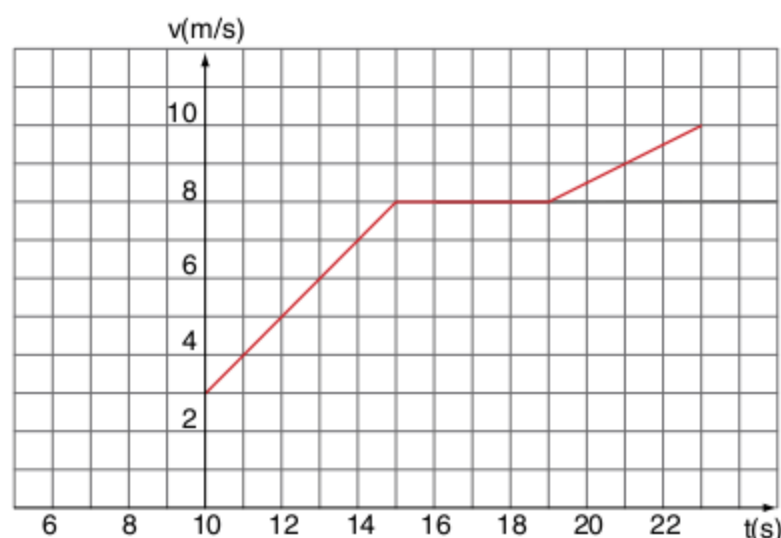




26 UEL Certo trem começa a ser observado quando sua velocidade é de 30 m/s e ele mantém essa velocidade durante 15 s; logo após, ele freia com aceleração constante de módulo $0,50 \text{ m/s}^2$ até parar numa estação. O trem começou a ser observado quando estava distando da estação:

- (a) 450 m (c) 1.350 m (e) 2.250 m
 (b) 900 m (d) 1.850 m

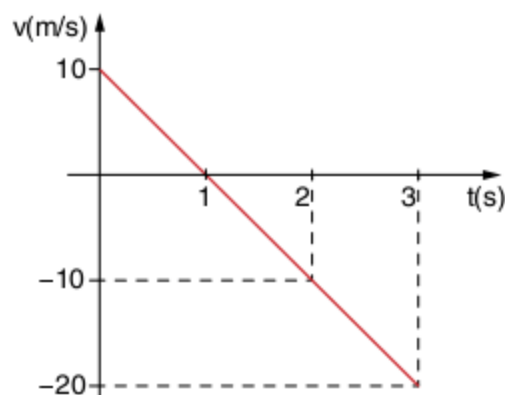
27 Fuvest Um carro se desloca numa trajetória retilínea e sua velocidade em função do tempo, a partir do instante $t = 10 \text{ s}$, está representada no gráfico a seguir.



Se o carro partiu do repouso e manteve uma aceleração constante até $t = 15 \text{ s}$, a distância percorrida, desde sua partida até atingir a velocidade de 6 m/s, vale:

- (a) 12,5 m (c) 24,5 m (e) 84,5 m
 (b) 18,0 m (d) 38,0 m

28 UFRJ 2004 De um ponto localizado a uma altura h do solo, lança-se uma pedra verticalmente para cima. A figura abaixo representa, em gráfico cartesiano, como a velocidade escalar da pedra varia, em função do tempo, entre o instante do lançamento ($t = 0$) e o instante em que chega ao solo ($t = 3 \text{ s}$).



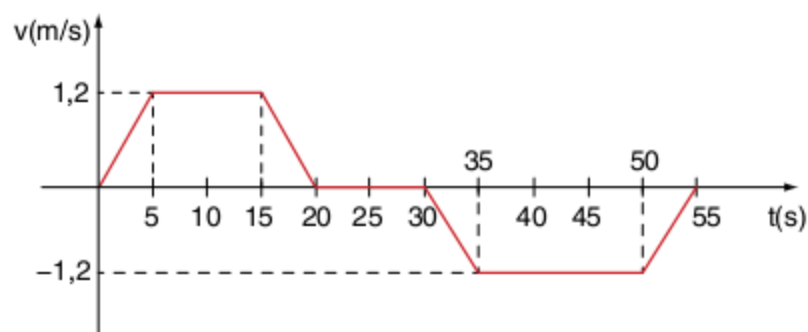
- a) Em que instante a pedra retorna ao ponto de partida?
 b) Calcule de que altura h a pedra foi lançada.

29 EEM-SP Por questões de segurança, uma composição do metrô não deve ultrapassar os seguintes máximos:

- velocidade = 20 m/s,
 aceleração = $4,0 \text{ m/s}^2$,
 frenagem = $2,0 \text{ m/s}^2$.

- a) Determine o menor tempo que a composição leva para partir de uma estação e parar em outra, distantes entre si 4,00 km.
 b) Desenhe o diagrama cartesiano da velocidade em função do tempo, correspondente ao movimento.

30 UFPE O movimento de um elevador está representado pelo gráfico da sua velocidade em função do tempo, mostrado a seguir, onde a velocidade é positiva quando o elevador sobe.



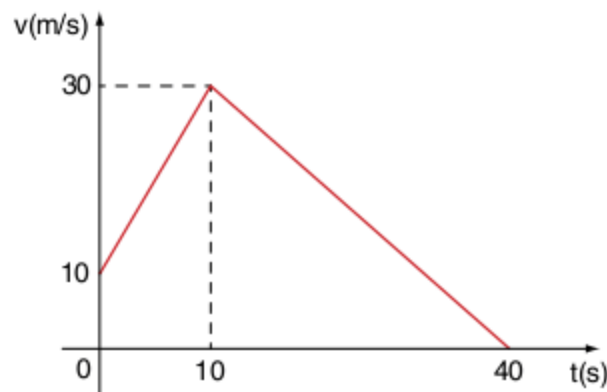
Supondo que o elevador esteja inicialmente parado no 4º andar e que cada andar tem 3 metros de altura, podemos afirmar que:

- (a) O prédio tem pelo menos 10 andares.
 (b) O elevador passa pelo primeiro andar após 50 segundos.
 (c) O elevador não esteve abaixo do 4º andar.
 (d) O elevador volta à posição inicial decorridos 55 segundos.
 (e) No trecho em que a velocidade é positiva, a aceleração é sempre positiva.

31 Uerj A distância entre duas estações de metrô é igual a 2,52 km. Partindo do repouso na primeira estação, um trem deve chegar à segunda estação em um intervalo de tempo de três minutos. O trem acelera com uma taxa constante até atingir sua velocidade máxima no trajeto, igual a 16 m/s. Permanece com essa velocidade por um certo tempo. Em seguida, desacelera com a mesma taxa anterior até parar na segunda estação.

- a) Calcule a velocidade média do trem, em m/s.
 b) Esboce o gráfico velocidade \times tempo e calcule o tempo gasto para alcançar a velocidade máxima, em segundos.

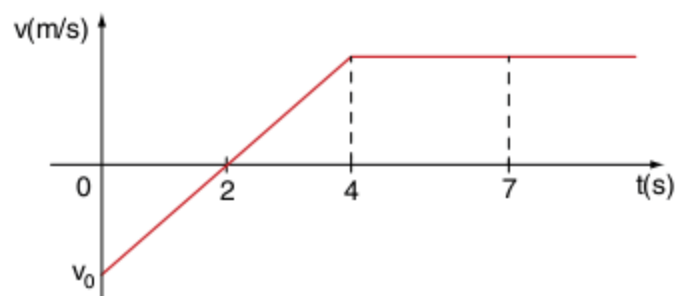
32 Uece Um corpo, em movimento retilíneo, tem velocidade escalar v , variando com o tempo t de acordo com o gráfico a seguir.



É correto afirmar que a(o):

- (a) aceleração média entre 0 e 10 s é 2 m/s^2 .
- (b) movimento entre 0 e 40 s é uniforme.
- (c) velocidade média entre 0 e 40 s é 15 m/s .
- (d) variação do espaço entre 10 s e 40 s é 900 m .

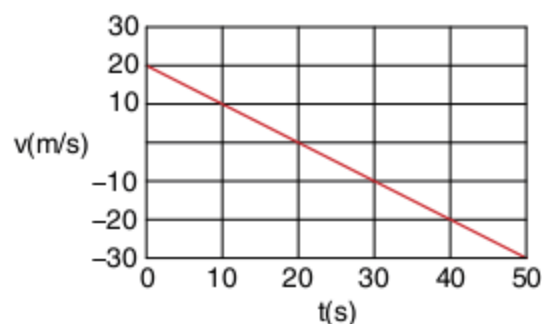
33 Mackenzie Estudando o movimento de um corpo, a partir do instante zero, obtivemos o gráfico a seguir.



Entre os instantes 4 s e 7 s, o deslocamento do corpo foi de 24 m. O valor da velocidade no instante zero (v_0) era:

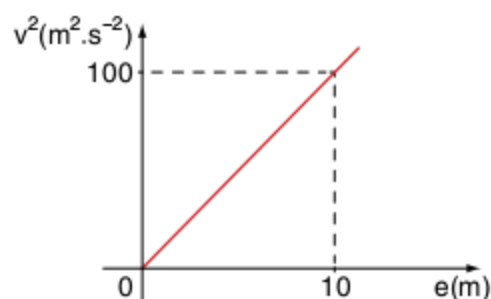
- (a) -2 m/s
- (b) -4 m/s
- (c) -6 m/s
- (d) -8 m/s
- (e) -10 m/s

34 UFPE 2005 O gráfico abaixo mostra a velocidade de um objeto em função do tempo, em movimento ao longo do eixo x. Sabendo-se que, no instante $t = 0$, a posição do objeto é $x = -10 \text{ m}$, determine a equação $x(t)$ para a posição do objeto em função do tempo.



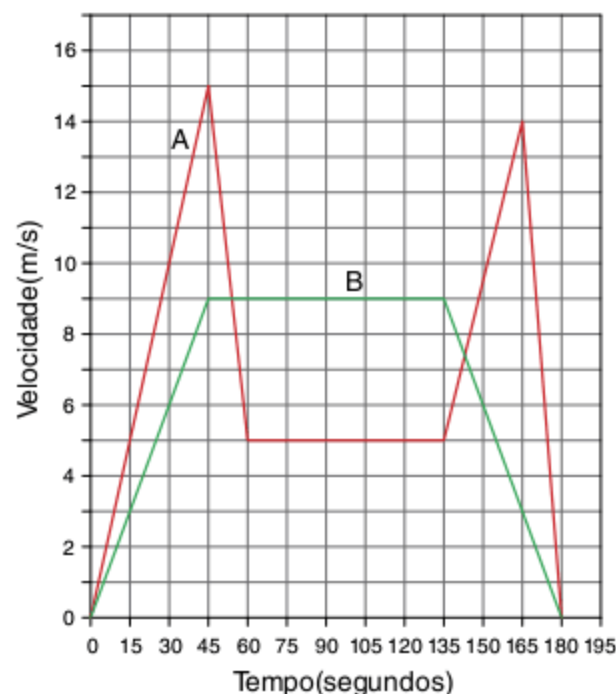
- (a) $x(t) = -10 + 20t - 0,5t^2$
- (b) $x(t) = -10 + 20t + 0,5t^2$
- (c) $x(t) = -10 + 20t - 5t^2$
- (d) $x(t) = -10 - 20t + 5t^2$
- (e) $x(t) = -10 - 20t - 0,5t^2$

35 O gráfico mostra como varia o quadrado da velocidade escalar de uma partícula em função de sua abscissa e.



Determine a aceleração escalar da partícula.

36 UFSC 2002 Dois ciclistas, A e B, disputam uma corrida cuja distância total é de 1.200 metros, do ponto de partida até a faixa de chegada. O gráfico a seguir mostra a velocidade dos ciclistas A e B em função do tempo.

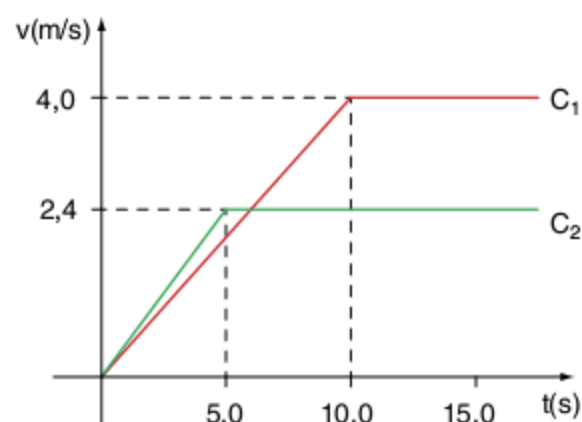


Observando o gráfico apresentado, assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 No sexagésimo segundo, o ciclista A está 150 metros à frente do ciclista B.
- 02 A aceleração do ciclista A, nos primeiros quarenta e cinco segundos, é de 1 m/s^2 .
- 04 No centésimo trigésimo quinto segundo, o ciclista B está 150 metros à frente do ciclista A.
- 08 O ciclista B nunca alcança o ciclista A.
- 16 O ciclista A venceu a disputa porque percorreu os 1.200 metros em 150 segundos, e o ciclista B gastou 165 segundos.
- 32 No centésimo sexagésimo quinto segundo, o ciclista B está a apenas 7,5 metros da faixa de chegada, e o ciclista A encontra-se a 52,5 metros da faixa de chegada. Portanto, o ciclista B vence a corrida.
- 64 A corrida termina empatada, pois ambos os ciclistas percorrem os 1.200 metros em 165 segundos.

Soma =

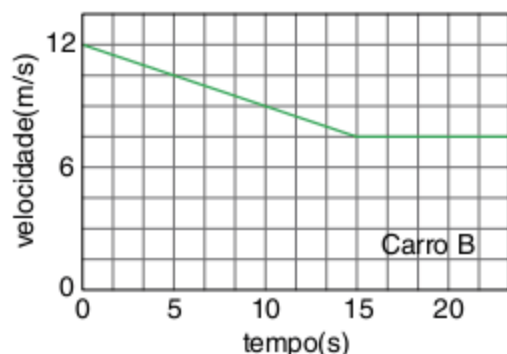
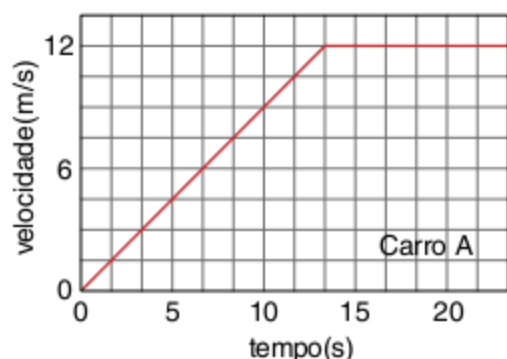
37 Unicamp Na figura são mostrados os gráficos da velocidade em função do tempo de dois ciclistas, C_1 e C_2 . Ambos partem da origem dos espaços em $t = 0$ e descrevem trajetórias retilíneas com movimentos no mesmo sentido.



Com base nos dados da figura, determine:

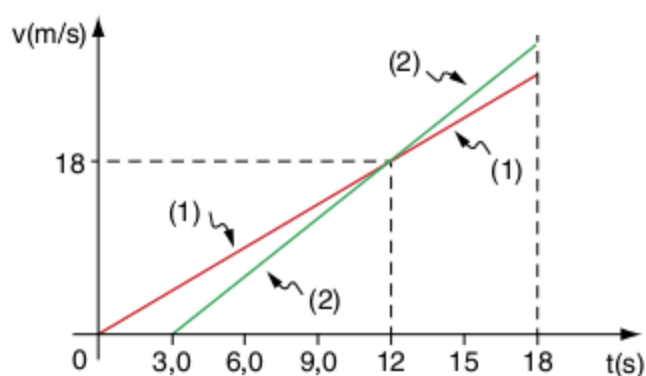
- a) o valor da aceleração do ciclista C_1 no instante $t = 5,0 \text{ s}$.
- b) a distância entre os dois ciclistas no instante em que eles têm a mesma velocidade.

38 Vunesp Um carro, A, está parado diante de um semáforo. Quando a luz verde se acende, A se põe em movimento e, nesse instante, outro carro, B, movimentado-se no mesmo sentido, o ultrapassa. Os gráficos seguintes representam a velocidade em função do tempo, para cada um dos carros, a partir do instante em que a luz verde se acende.



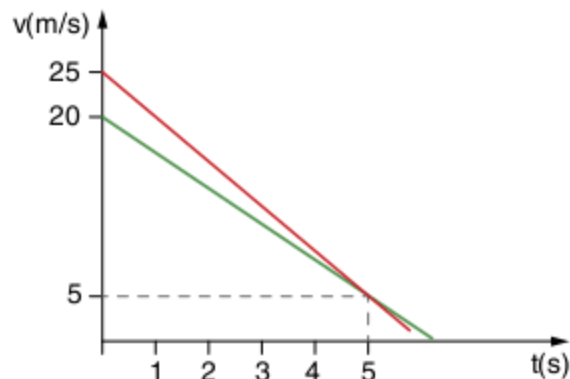
- Examinando os gráficos, determine o instante em que as velocidades de ambos os carros se igualam.
- Nesse instante, qual a distância entre os dois carros?

39 UFRJ 2000 Dois móveis, (1) e (2), partem do repouso de um mesmo ponto e passam a se mover na mesma estrada. O móvel (2), no entanto, parte 3,0 s depois do móvel (1). A figura abaixo representa, em gráfico cartesiano, como suas velocidades escalares variam em função do tempo durante 18 s a contar da partida do móvel (1).



- Calcule as acelerações escalares dos móveis (1) e (2) depois de iniciados os seus movimentos.
- Verifique se, até o instante $t = 18$ s, o móvel (2) conseguiu alcançar o móvel (1).

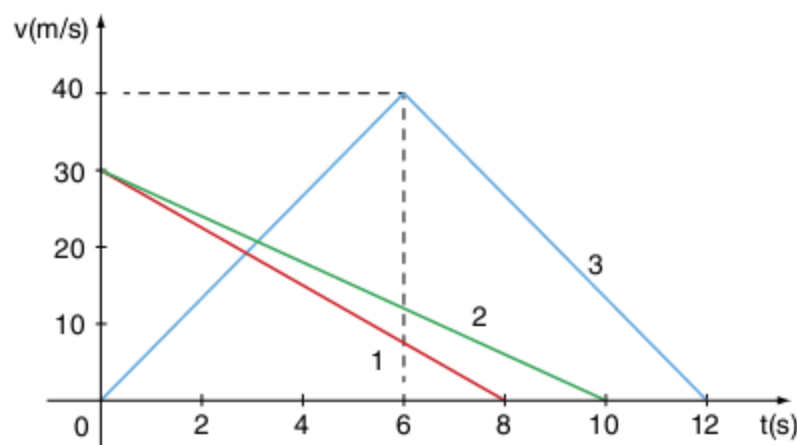
40 UFC 2008 O gráfico da figura a seguir representa a variação da velocidade com o tempo para dois carros, A e B, que viajam em uma estrada retilínea e no mesmo sentido. No instante $t = 0$, o carro B ultrapassa o carro A. Nesse mesmo instante, os dois motoristas percebem um perigo à frente e acionam os freios simultaneamente.



Tomando como base o gráfico, determine:

- a aceleração dos dois carros.
- a equação horária da posição para os dois carros.
- a equação horária da velocidade para os dois carros.
- a distância entre os dois carros no instante em que suas velocidades são iguais.

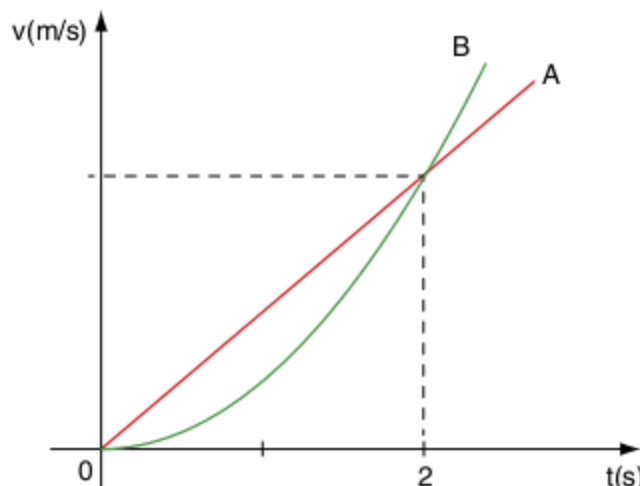
41 ITA Três carros percorrem uma estrada plana e reta, com as velocidades, em função do tempo, representadas pelo gráfico. No instante $t = 0$, os três carros passam por um semáforo. A 140 m desse semáforo, há outro sinal luminoso permanentemente vermelho.



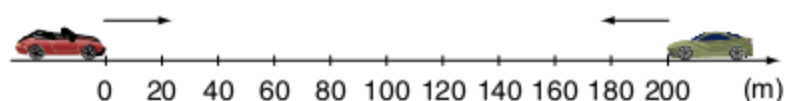
Quais os carros que ultrapassarão o segundo farol?

- Nenhum dos três.
- 2 e 3.
- 1 e 3.
- 1 e 2.
- 1, 2 e 3.

42 ITA Duas partículas, A e B, deslocam-se ao longo do eixo x com velocidades dadas pelo gráfico a seguir, sendo que no instante $t_0 = 0$ ambas estão na origem do sistema de coordenadas. No instante $t = 2$ s, A e B estão, respectivamente, nos pontos de abscissas x_1 e x_2 , com acelerações a_1 e a_2 . Compare x_1 com x_2 e a_1 com a_2 .



43 Fuvest Numa via com neblina, dois automóveis avistam-se frente a frente quando estão a 200 m um do outro, caminhando com velocidades opostas de 72 km/h e 108 km/h. Nesse momento, começam a frear com desacelerações constantes de $4,0 \text{ m/s}^2$ e $5,0 \text{ m/s}^2$, respectivamente.

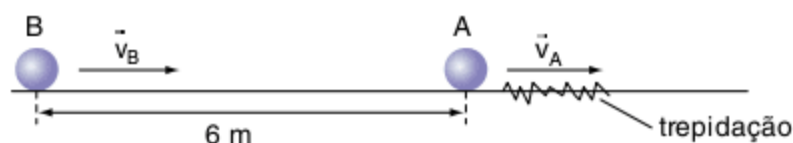


- Os carros conseguirão parar antes de haver colisão?
- Construa as curvas que mostram a variação da velocidade dos automóveis com o tempo.

44 Fuvest Duas bolinhas são lançadas verticalmente para cima, a partir de uma mesma altura, com mesma velocidade inicial de 15 m/s , mas com intervalo de tempo de $0,5 \text{ s}$ entre os lançamentos.

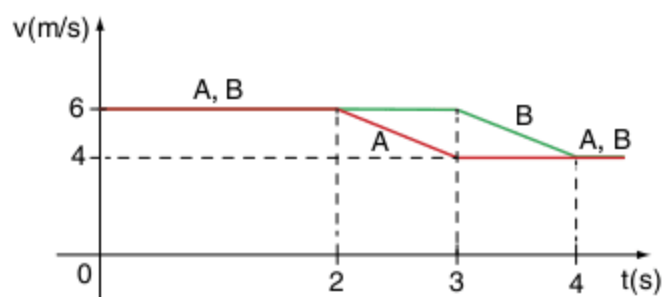
- Desprezando a resistência do ar, faça, num mesmo sistema de eixos, os gráficos de velocidade em função do tempo para as duas bolinhas. Indique nos eixos as unidades de medida ($g = 10 \text{ m/s}^2$).
- Qual o instante em que as alturas das duas bolinhas coincidem?

45 Dois pontos materiais, A e B, caminham numa mesma trajetória retilínea, e os módulos de suas velocidades são dados pelo gráfico a seguir. No instante $t = 2 \text{ s}$, a distância entre eles era 6 m , conforme a figura.



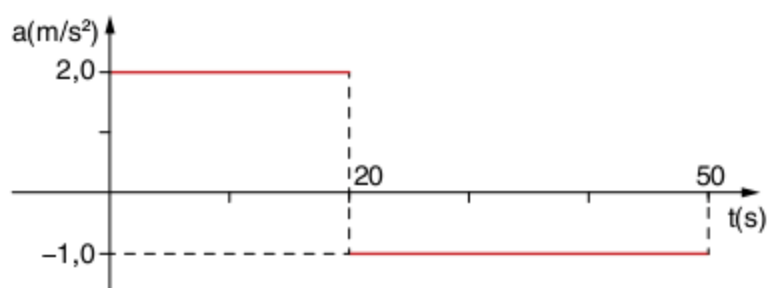
Devido a uma trepidação no solo, a velocidade escalar de A diminuiu. Logo em seguida, o móvel B também passou pela trepidação e sua velocidade também diminuiu. A partir do instante $t = 4 \text{ s}$, os dois já possuíam uma mesma velocidade escalar constante.

Determine a nova distância entre eles a partir do instante $t = 4 \text{ s}$.



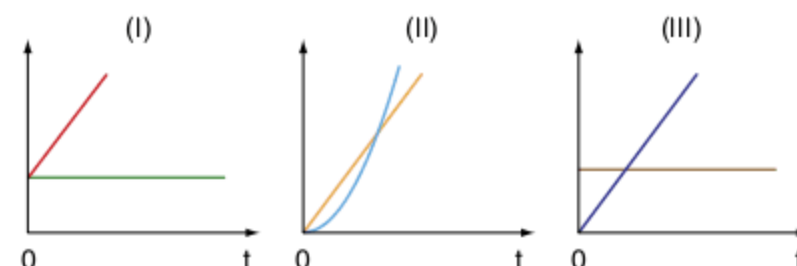
Gráficos de aceleração

46 UFRJ 2009 Um móvel parte do repouso e descreve uma trajetória retilínea durante um intervalo de tempo de 50 s , com a aceleração indicada no gráfico a seguir.



- Faça um gráfico da velocidade do móvel no intervalo de 0 até 50 s .
- Calcule a distância percorrida pelo móvel nesse intervalo.

47 UFPR Um carro está parado diante de um sinal fechado. Quando o sinal abre, o carro começa a mover-se com aceleração constante de $2,0 \text{ m/s}^2$ e, neste instante, passa por ele uma motocicleta com velocidade constante de módulo 14 m/s , movendo-se na mesma direção e sentido. Nos gráficos abaixo, considere a posição inicial do carro como origem dos deslocamentos e o instante em que o sinal abre como origem dos tempos. Em cada gráfico, uma curva refere-se ao movimento do carro e a outra ao movimento da motocicleta.

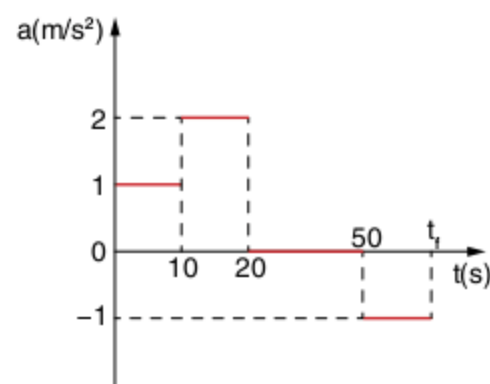


É correto afirmar:

- o carro alcançará a motocicleta quando suas velocidades forem iguais.
- o carro alcançará a motocicleta no instante $t = 14 \text{ s}$.
- o carro alcançará a motocicleta na posição $x = 64 \text{ m}$.
- as acelerações do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representadas pelo gráfico II.
- os deslocamentos do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representados pelo gráfico I.
- as velocidades do carro e da motocicleta, em função do tempo, podem ser representadas pelo gráfico III.

Soma =

48 UFC 2008 Um trem, após parar em uma estação, sofre uma aceleração, de acordo com o gráfico da figura a seguir, até parar novamente na próxima estação.



Assinale a alternativa que apresenta os valores corretos de t_f , o tempo de viagem entre as duas estações, e da distância entre as estações.

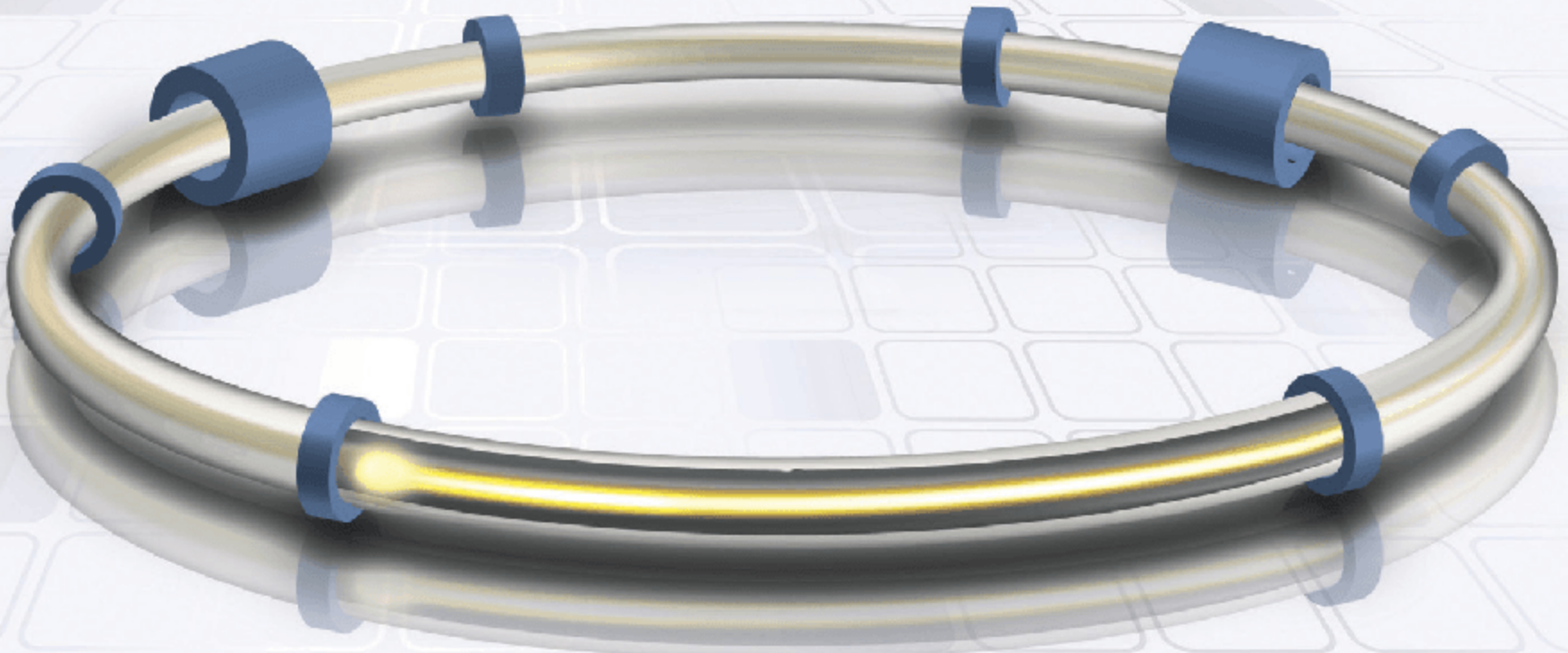
- 80 s , 1.600 m
- 65 s , 1.600 m
- 80 s , 1.500 m
- 65 s , 1.500 m
- 90 s , 1.500 m

5

FRENTE 1

Movimento circular

JULIAN HERZOG/WIKIMEDIA COMMONS



Aceleradores de partículas são equipamentos em que diversas hipóteses da física teórica são testadas, com o estudo de partículas resultantes de colisões a altas energias. Para que essas colisões ocorram, feixes de partículas devem ser acelerados até que atinjam determinada energia. Partículas em movimento circular podem ser aceleradas continuamente e transitar indefinidamente pelo equipamento até que seja determinado o instante da colisão. Devido à natureza do movimento, para oferecer a mesma energia, a instalação de um acelerador cíclico ocupa uma área muito menor do que a necessária para a construção de um acelerador linear.

Grandezas angulares

Estudamos até aqui a descrição dos movimentos através das grandezas escalares lineares (espaço linear, velocidade escalar linear e aceleração escalar linear), que são grandezas cujas definições já vistas estão relacionadas a medidas de comprimento.

Ao iniciarmos o estudo de movimentos em trajetórias circulares, podemos, além das grandezas lineares, utilizar as grandezas angulares (espaço angular, velocidade escalar angular e aceleração escalar angular), que são grandezas cujas definições estão relacionadas a medidas de ângulos.

Ângulos

Em uma circunferência de centro C e raio R :

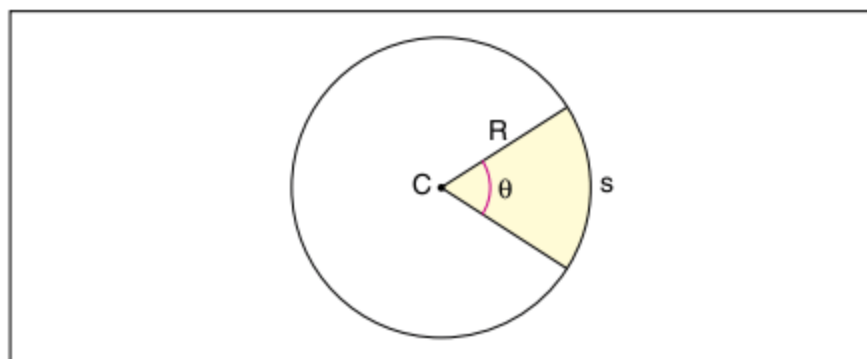


Fig. 1 Ângulo central em uma circunferência.

temos:

C – centro da circunferência

θ – ângulo central

s – comprimento do arco de circunferência

O ângulo pode ser expresso em:

- **grau ($^\circ$)** – ângulo central correspondente a $\frac{1}{360}$ do ângulo de uma volta completa.

Assim, uma volta completa tem 360° .

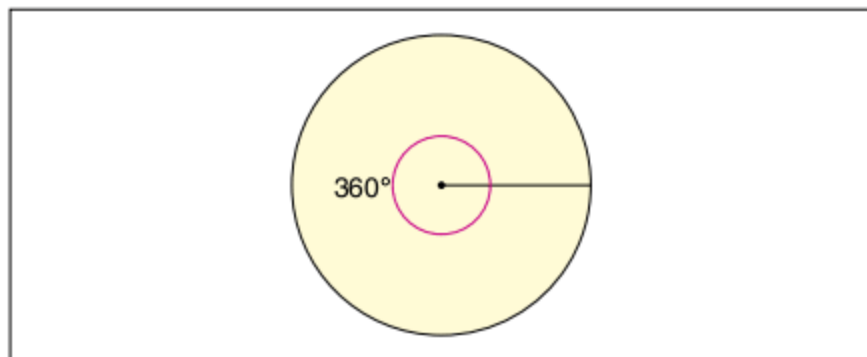


Fig. 2 Ângulo de 360° .

- **radiano (rad)** – ângulo central para o qual o comprimento do arco de circunferência s vale R .

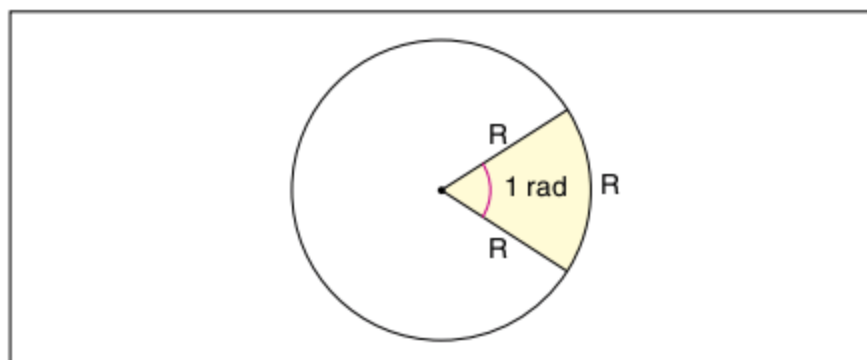


Fig. 3 Ângulo de 1 rad.

Dessa forma, podemos estabelecer a seguinte regra de três:

Ângulo		Arco
1 rad	–	R
θ rad	–	s

Então:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{R}{s}$$

Logo:

$$s = \theta \cdot R \text{ ou } \theta = \frac{s}{R}$$

Essa equação é muito importante, pois relaciona a medida de um ângulo qualquer θ , em uma circunferência de raio R , com a medida do arco s que esse ângulo determina na circunferência.

ATENÇÃO!

- Na fórmula citada, θ deve estar sempre em radianos.
- O ângulo é uma grandeza adimensional, pois é o quociente entre comprimento e comprimento.

Sabemos que o comprimento de uma circunferência de raio R é $2\pi R$, em que $\pi \approx 3,14$.

$$\begin{cases} s = 2\pi R \\ s = \theta \cdot R \end{cases} \Rightarrow 2\pi R = \theta \cdot R \Rightarrow \theta = 2\pi \text{ rad}$$

Ou seja, uma volta completa tem ângulo 2π rad:

$$360^\circ = 2\pi \text{ rad}$$

Espaço angular

Consideremos um móvel em uma trajetória circular de raio R . Como já fizemos anteriormente, vamos escolher uma origem O e orientar a trajetória:

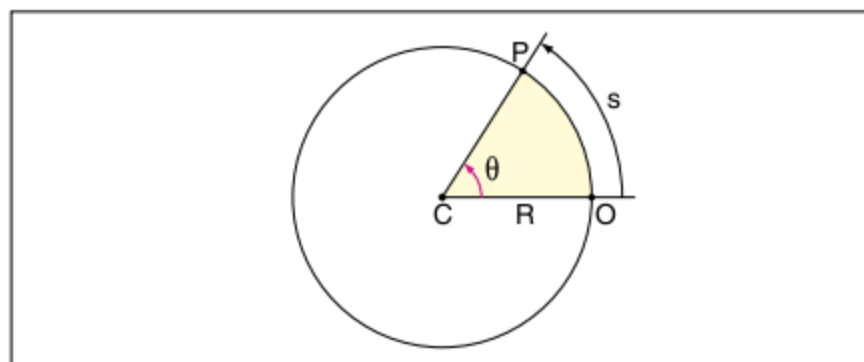


Fig. 4 Espaço angular em uma circunferência de raio R .

A posição de um móvel, ao passar pelo ponto P em um instante t , pode ser determinada tanto pelo espaço linear s quanto pelo espaço angular θ , também chamado de fase.

A relação entre os espaços já foi vista:

$$\theta = \frac{s}{R}, \text{ com } \theta \text{ em radianos}$$

Velocidade escalar angular

Velocidade escalar angular média

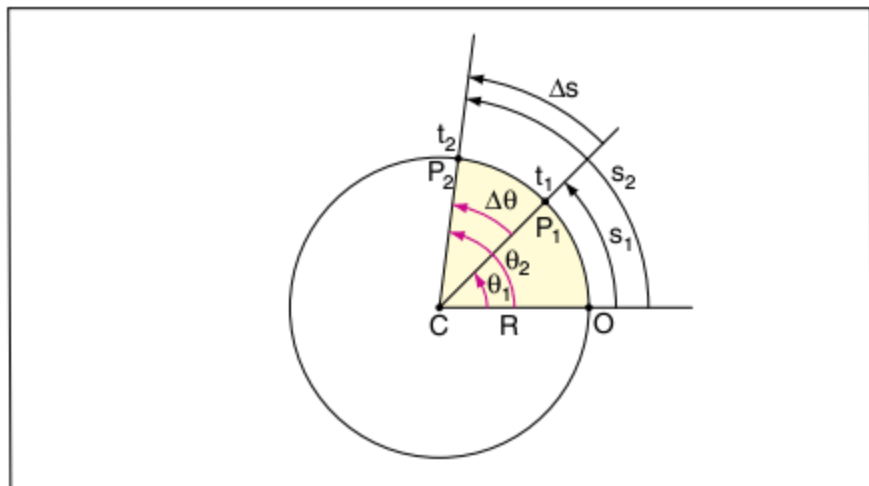


Fig. 5 Variação de espaço angular.

Se uma partícula em movimento circular ocupa, no instante t_1 , o espaço angular θ_1 e, no instante t_2 , o espaço angular θ_2 , então a variação de espaço angular ($\Delta\theta$) entre t_1 e t_2 vale:

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

Da figura 5, vemos que $\Delta s = \Delta\theta \cdot R$.

Portanto, a velocidade escalar angular média (ω_m) é definida como a razão entre a variação de espaço angular ($\Delta\theta$) e a variação de tempo (Δt):

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

com $\Delta t = t_2 - t_1$

Sabemos que a velocidade escalar linear média é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Mas:

$$\Delta s = \Delta\theta \cdot R \Rightarrow v_m = \frac{\Delta\theta \cdot R}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \cdot R$$

$$v_m = \omega_m \cdot R \text{ ou } \omega_m = \frac{v_m}{R}$$

Velocidade escalar angular instantânea

A velocidade escalar angular instantânea é definida como o valor limite da velocidade escalar angular média quando o intervalo de tempo tende a zero ($\Delta t \rightarrow 0$), ou seja:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \omega_m$$

Logo:

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Para a velocidade escalar linear instantânea, temos:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta \cdot R}{\Delta t} = \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right) \cdot R$$

Logo:

$$v = \omega \cdot R \text{ ou } \omega = \frac{v}{R}$$

Se $v = \omega \cdot R$, também podemos concluir que: $\Delta v = \Delta\omega \cdot R$.

Se o espaço angular é expresso em rad e o tempo em s, então a velocidade escalar angular será expressa, no SI, em rad/s.

Aceleração escalar angular

Aceleração escalar angular média

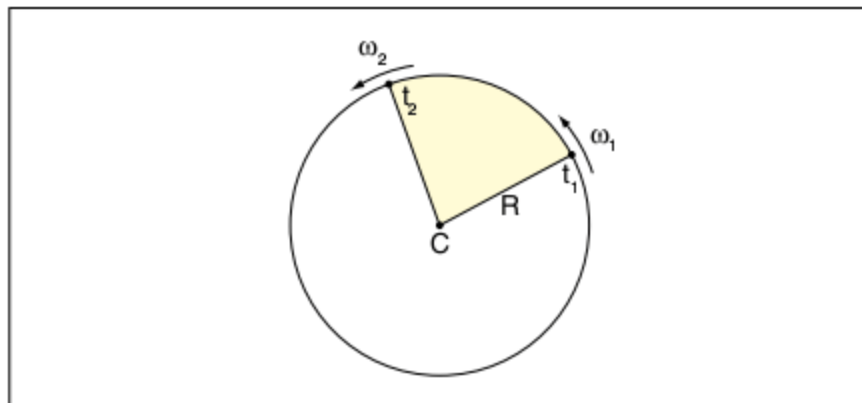


Fig. 6 Variação de velocidade angular.

Se uma partícula em movimento circular possui, no instante t_1 , velocidade escalar angular ω_1 e, no instante t_2 , velocidade escalar angular ω_2 , então a variação de velocidade escalar angular ($\Delta\omega$) entre t_1 e t_2 vale:

$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$$

Portanto, a aceleração escalar angular média (γ_m) é definida como a razão entre a variação de velocidade escalar angular ($\Delta\omega$) e a variação de tempo (Δt):

$$\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Sabemos que a aceleração escalar linear média é dada por:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Mas:

$$\Delta v = \Delta\omega \cdot R \Rightarrow a_m = \frac{\Delta\omega \cdot R}{\Delta t} \Rightarrow a_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \cdot R$$

$$a_m = \gamma_m \cdot R \text{ ou } \gamma_m = \frac{a_m}{R}$$

Aceleração escalar angular instantânea

A aceleração escalar angular instantânea é definida como o valor limite da aceleração escalar angular média quando o intervalo de tempo tende a zero ($\Delta t \rightarrow 0$), ou seja:

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \gamma_m$$

Logo:

$$\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Para a aceleração escalar linear instantânea, temos:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega \cdot R}{\Delta t} = \left(\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \right) \cdot R$$

Logo:

$$a = \gamma \cdot R \text{ ou } \gamma = \frac{a}{R}$$

Se a velocidade escalar angular é expressa em rad/s e o tempo em s, então a aceleração escalar angular será expressa, no SI, em rad/s².

De forma geral, a grandeza linear é obtida multiplicando a grandeza angular pelo raio:

Grandeza linear	=	Grandeza angular	×	Raio
s (m)	=	θ (rad)	×	R (m)
v (m/s)	=	ω (rad/s)	×	R (m)
a (m/s ²)	=	γ (rad/s ²)	×	R (m)

Tab. 1 Relação entre grandezas lineares e grandezas angulares.

Período e frequência

Um movimento é chamado de periódico quando todas as suas características repetem-se para intervalos de tempo iguais.

O menor intervalo de tempo para que ocorra uma repetição é chamado de período (T).

A unidade de período no SI é o segundo.

O movimento da Terra em torno do Sol é periódico e o período é de, aproximadamente, 365 dias.

A frequência (f) é o número de repetições que ocorrem por unidade de tempo. Assim:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

em que:

n – número de repetições

Δt – intervalo de tempo considerado

As repetições, ou ciclos, no movimento circular serão voltas, ou rotações.

Se n é dado em ciclos e Δt em segundos, a unidade de frequência no SI será ciclos/s, também chamada de hertz (Hz).

No movimento circular, ciclos por segundo são rotações por segundo (rps).

Em $f = \frac{n}{\Delta t}$, se n = 1 ciclo, então, pela definição de período, t = T e:

$$f = \frac{1}{T} \text{ ou } T = \frac{1}{f}$$

Movimento circular uniforme (MCU)

O movimento circular uniforme é um movimento uniforme em trajetória circular. Logo, a velocidade escalar linear instantânea é constante e diferente de zero e, portanto, igual à velocidade escalar média.

Como $\omega = \frac{v}{R}$ e v e R são constantes, então a velocidade escalar angular instantânea também é constante e igual à velocidade escalar angular média.

$$\omega_m = \omega \Rightarrow \omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

Dessa forma, para intervalos de tempo iguais, o móvel em MCU percorre espaços angulares iguais.

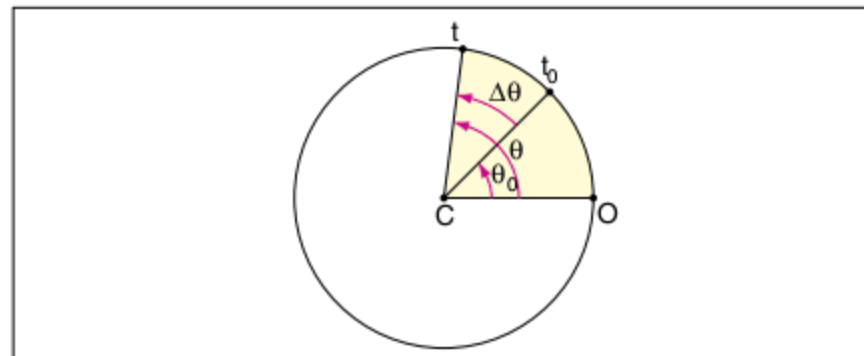


Fig. 7 Variação angular no MCU.

Se um móvel, no instante t₀ (início do movimento), está em um ponto de espaço angular θ₀ (espaço angular inicial) e, em um instante qualquer t, está em um ponto de espaço angular θ, então:

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0 \text{ e } \Delta t = t - t_0$$

Para simplificar, vamos tomar o início do movimento na origem dos tempos: t₀ = 0.

Assim:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} = \frac{\theta - \theta_0}{t} \Rightarrow \omega \cdot t = \theta - \theta_0$$

Logo:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

Essa é a função horária do espaço angular no movimento circular uniforme, expressão do 1º grau, em que:

- θ é o espaço angular para um instante qualquer t.
- θ₀ é o espaço angular para o instante t = 0.
- ω é a velocidade escalar angular instantânea e diferente de zero.
- θ₀ e ω são constantes.

ATENÇÃO!

Se tomarmos o início do movimento em t₀ ≠ 0, a função horária do espaço angular no movimento circular uniforme é expressa por:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot (t - t_0)$$

onde θ₀ é o espaço angular para o instante t₀ ≠ 0.

Como, no movimento uniforme, a = 0, então, no MCU, γ = 0.

A função horária do espaço angular também poderia ser obtida tomando a função horária do espaço do MU e dividindo-a por R (raio da circunferência):

$$s = s_0 + v \cdot t \Rightarrow \frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v}{R} \cdot t \Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

Se tomarmos um período do movimento circular uniforme, então Δt = T, tempo em que o móvel executa uma volta completa, ou seja, Δθ = 2π rad.

Como $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$, então:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \text{ ou } \omega = 2\pi f$$

Temos ainda:

$$v = 2\pi f \cdot R$$

Movimento circular uniformemente variado (MCUV)

O movimento circular uniformemente variado, como todo MUV, é aquele em que a aceleração escalar instantânea é constante e diferente de zero.

Como $\gamma = \frac{a}{R}$ e a e R são constantes, então a aceleração

escalar angular instantânea também é constante e igual à aceleração escalar angular média.

Em vez de deduzirmos todas as equações do MCVU, tomemos as equações do MUV:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{a}{2} \cdot t^2$$

$$v = v_0 + a \cdot t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta s$$

e dividamos as duas primeiras equações por R e a terceira por R^2 :

$$\frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v_0}{R} \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{R} \cdot t^2 \Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\gamma}{2} \cdot t^2$$

$$\frac{v}{R} = \frac{v_0}{R} + \frac{a}{R} \cdot t \Rightarrow \omega = \omega_0 + \gamma \cdot t$$

$$\frac{v^2}{R^2} = \frac{v_0^2}{R^2} + 2 \cdot \frac{a}{R} \cdot \frac{\Delta s}{R} \Rightarrow \omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma \cdot \Delta\theta$$

que são as equações do movimento circular uniformemente variado.

ATENÇÃO!

Se tomarmos o início do movimento em $t_0 \neq 0$, as equações do movimento circular uniformemente variado são expressas por:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot (t - t_0) + \frac{\gamma}{2} \cdot (t - t_0)^2$$

$$\omega = \omega_0 + \gamma \cdot (t - t_0)$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma \cdot \Delta\theta$$

onde θ_0 e ω_0 são, respectivamente, o espaço angular e a velocidade angular para o instante $t_0 \neq 0$.

Vale observar que o MCVU não é periódico, pois a velocidade escalar angular não é constante, o que implica no fato de cada volta ser realizada em intervalos de tempo diferentes.

Tanto para o MCU quanto para o MCVU, todas as considerações sobre a análise gráfica já realizadas sobre o MU e o MUV são igualmente válidas, bastando, para isso, substituímos espaço linear por espaço angular, velocidade escalar linear por velocidade escalar angular e aceleração escalar linear por aceleração escalar angular, ou:

s por θ , v por ω e a por γ

Transmissão de movimento circular Correia comum a duas rodas

Podemos transmitir o movimento circular de uma roda, ou polia, para outra, utilizando uma correia, ou corrente, entre as duas rodas.

Esse procedimento é muito utilizado, por exemplo, na bicicleta, em que A representa a coroa do pedal e B a catraca da roda traseira.

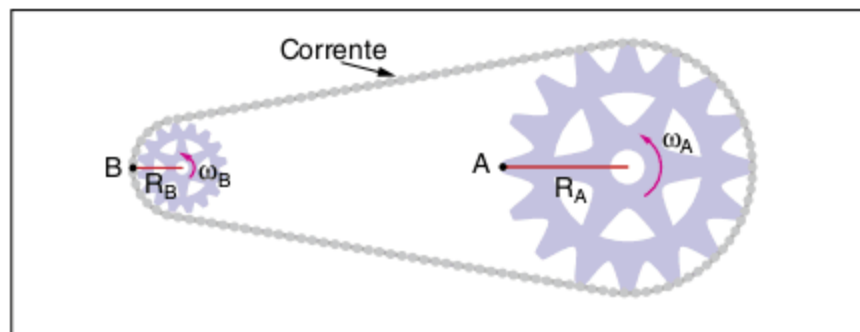


Fig. 8 Catraca e coroa unidas por uma corrente comum.

Nesse caso, A e B movem-se no mesmo sentido e todos os pontos da corrente têm a mesma velocidade escalar linear para qualquer instante de tempo. Não havendo escorregamento entre a corrente e a coroa e/ou catraca, qualquer ponto de A e de B em contato com a corrente também deve ter a mesma velocidade.

Assim:

$$v_A = v_B$$

Mas:

$$v_A = \omega_A \cdot R_A \text{ e } v_B = \omega_B \cdot R_B$$

Logo:

$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

se $R_A > R_B$, então $\omega_A < \omega_B$.

Essa análise também é válida quando, em vez de usarmos uma correia ligando as rodas, colocamo-nas em contato diretamente.

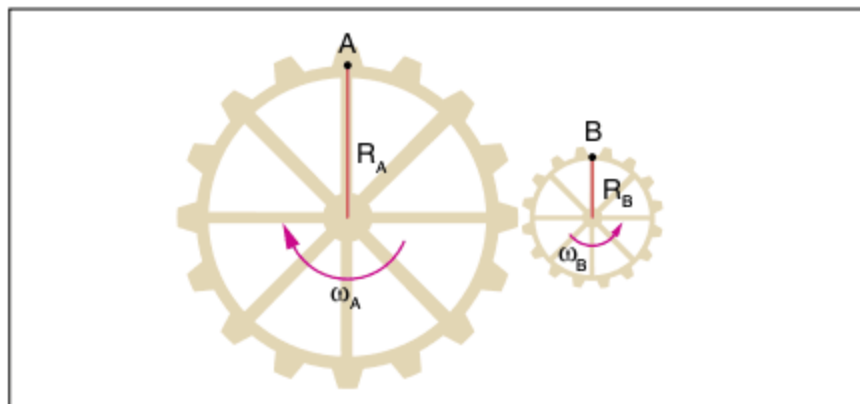


Fig. 9 Duas rodas em contato.

Se não houver escorregamento, também teremos:

$$v_A = v_B \text{ e } \omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

A única diferença para o caso anterior é que A e B, quando as rodas estão em contato, se movem em sentidos opostos.



Fig. 10 Transmissão de movimento circular por contato dos cilindros e engrenagens de uma moenda.

Eixo de rotação comum a duas rodas

Também podemos transmitir o movimento circular aco-
plando duas rodas ao mesmo eixo de rotação.

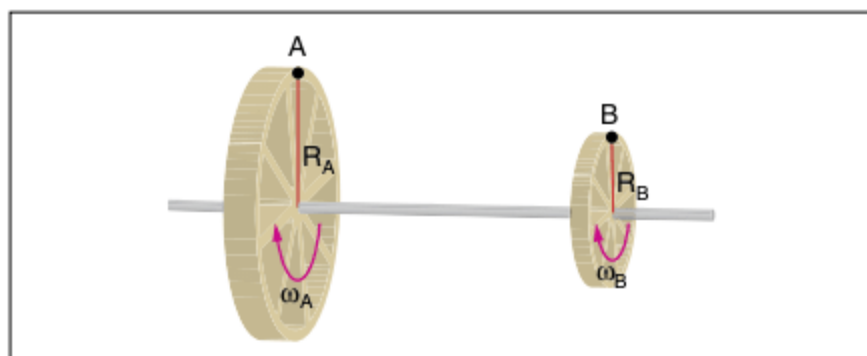


Fig. 11 Duas rodas unidas por eixo comum.

Esse procedimento outra vez tem como exemplo a bicicleta, em que A representa a roda traseira e B a engrenagem dessa roda.

Nesse caso, as rodas giram com a mesma velocidade escalar angular do eixo de rotação.

Assim:

$$\omega_A = \omega_B$$

Mas:

$$\omega_A = \frac{v_A}{R_A} \text{ e } \omega_B = \frac{v_B}{R_B}$$

Logo:

$$\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$$

se $R_A > R_B$, então $v_A > v_B$.

Toda a análise feita, seja para a correia comum a duas rodas, seja para o eixo de rotação comum a duas rodas, é válida para qualquer tipo de movimento circular, uniforme ou não. Apesar de termos estudado somente a grandeza velocidade escalar (linear e angular), podemos repetir as mesmas análises e deduções para espaço (linear e angular) e aceleração escalar (linear e angular).

Portanto, para rodas com correia comum, as grandezas lineares são iguais.

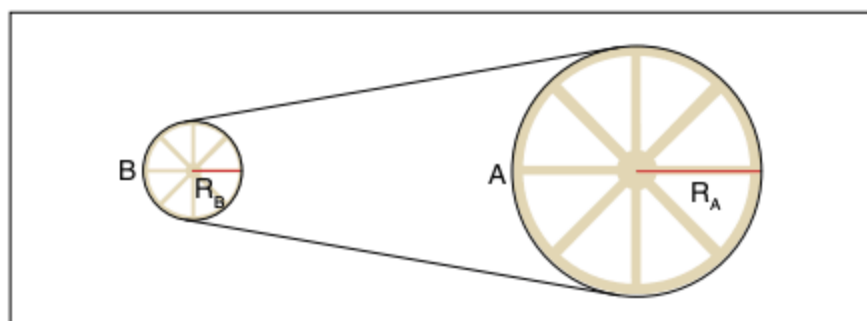


Fig. 12 Duas rodas com correia comum.

	Grandezas lineares iguais	Grandezas angulares dadas pelas relações
Espaço	$\Delta s_A = \Delta s_B$	$\Delta \theta_A \cdot R_A = \Delta \theta_B \cdot R_B$
Velocidade	$v_A = v_B$	$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$
Aceleração	$a_A = a_B$	$\gamma_A \cdot R_A = \gamma_B \cdot R_B$

Tab. 2 Relações entre grandezas lineares e relações entre grandezas angulares para duas rodas com correia comum.

Para rodas com eixo comum, as grandezas angulares são iguais.

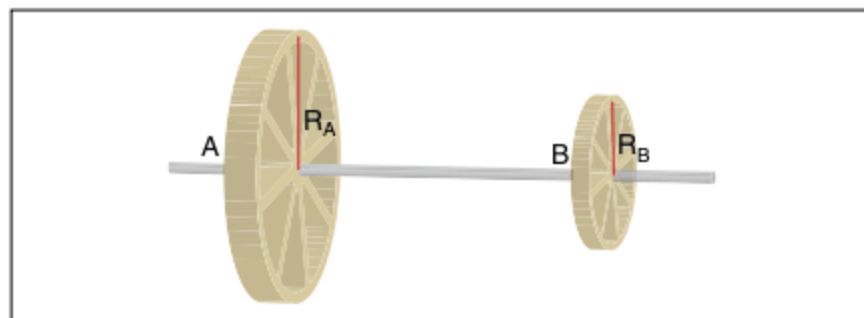


Fig. 13 Duas rodas com eixo comum.

	Grandezas lineares dadas pelas relações	Grandezas angulares iguais
Espaço	$\frac{\Delta s_A}{R_A} = \frac{\Delta s_B}{R_B}$	$\Delta \theta_A = \Delta \theta_B$
Velocidade	$\frac{v_A}{R_A} = \frac{v_B}{R_B}$	$\omega_A = \omega_B$
Aceleração	$\frac{a_A}{R_A} = \frac{a_B}{R_B}$	$\gamma_A = \gamma_B$

Tab. 3 Relações entre grandezas lineares e relações entre grandezas angulares para duas rodas com eixo comum.

Exercícios resolvidos

1 Um corpo em movimento circular tem frequência de 300 rpm. Se a trajetória tem 10 cm de raio, determine:

- a frequência em Hz.
- o período do movimento.
- a velocidade angular.
- a velocidade linear.

Resolução:

a) A frequência é de 300 rpm, ou seja:

$$f = 300 \frac{\text{rotações}}{\text{min}} = \frac{300 \text{ rotações}}{60 \text{ s}}$$

$$f = 5 \text{ rps} \Rightarrow f = 5 \text{ Hz}$$

b) Sabemos que:

$$T = \frac{1}{f} \Rightarrow T = \frac{1}{5} \text{ s} \Rightarrow T = 0,2 \text{ s}$$

c) E ainda:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{0,2} \Rightarrow \omega = 10\pi \text{ rad/s}$$

d) $v = \omega \cdot r$

$$r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m} \Rightarrow v = 10\pi \cdot 0,1 \text{ m/s} \Rightarrow v = \pi \text{ m/s}$$

2 Um móvel, em trajetória circular de raio 20 m, possui velocidade escalar linear média igual a 30 m/s. Determine:

- a velocidade escalar angular média.
- o ângulo descrito em 3 s.

Resolução:

a) Temos:

$$r = 20 \text{ m e } v_m = 30 \text{ m/s}$$

Como:

$$v_m = \omega_m \cdot r$$

Então:

$$30 = \omega_m \cdot 20 \Rightarrow \omega_m = 1,5 \text{ rad/s}$$

b) Temos que:

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\theta = \omega_m \cdot \Delta t$$

$$\Delta\theta = 1,5 \cdot 3 \text{ rad} \Rightarrow \Delta\theta = 4,5 \text{ rad}$$

3 Se um móvel, em MCU de raio 4 m, tem velocidade linear de 20 m/s e seu espaço angular inicial vale 1 rad, determine:

- a função horária do espaço angular.
- o período e a frequência do movimento.

Resolução:

a) A função horária do espaço angular no MCU é:

$$\theta = \theta_0 + \omega t$$

$$\theta_0 = 1 \text{ rad}$$

$$v = 20 \text{ m/s} \text{ e } r = 4 \text{ m}$$

$$\omega = \frac{v}{r} = \frac{20}{4} \text{ rad/s} \Rightarrow \omega = 5 \text{ rad/s}$$

Logo:

$$\theta = 1 + 5t$$

b) $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \text{ s}$

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow f = \frac{5}{2\pi} \text{ Hz}$$

4 Um móvel em MCUV de raio 2 m tem sua velocidade angular modificada de $30\pi \text{ rad/s}$ para $10\pi \text{ rad/s}$ em 4 s. Determine:

- a aceleração angular.
- a aceleração linear.
- a função horária da velocidade angular.
- o instante em que o móvel para.
- o número de voltas realizadas em 4 s.

Resolução:

a) Sabemos que:

$$\gamma = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Mas:

$$\Delta\omega = \omega_f - \omega_i = 10\pi - 30\pi \Rightarrow \Delta\omega = -20\pi \text{ rad/s}$$

$$\Delta t = 4 \text{ s}$$

Logo:

$$\gamma = \frac{-20\pi}{4} \text{ rad/s}^2 \Rightarrow \gamma = -5\pi \text{ rad/s}^2$$

b) $a = \gamma \cdot R \Rightarrow a = -5\pi \cdot 2 \text{ m/s}^2 \Rightarrow a = -10\pi \text{ m/s}^2$

c) A função horária da velocidade angular é:

$$\omega = \omega_0 + \gamma t$$

$$\omega_0 = 30\pi \text{ rad/s} \text{ e } \gamma = -5\pi \text{ rad/s}^2$$

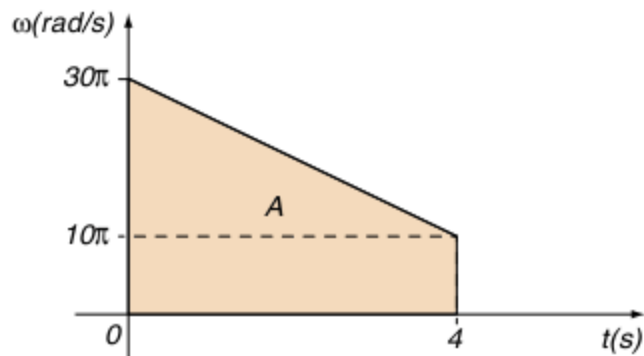
Então:

$$\omega = 30\pi - 5\pi \cdot t$$

d) O móvel para quando $\omega = 0$:

$$0 = 30\pi - 5\pi \cdot t \Rightarrow 5\pi \cdot t = 30\pi \Rightarrow t = 6 \text{ s}$$

e) Podemos aqui utilizar a equação de Torricelli ou resolver por meio do gráfico $\omega \times t$:



$$A \stackrel{N}{=} \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{1}{2} \cdot (30\pi + 10\pi) \cdot 4 = 80\pi \text{ rad}$$

Por regra de três:

$$\begin{array}{ccc} 2\pi \text{ rad} & \text{---} & 1 \text{ volta} \\ 80\pi \text{ rad} & \text{---} & n \end{array}$$

Logo: $n = 40$ voltas.

5 Dois móveis, A e B, percorrem a mesma circunferência com velocidades angulares constantes e iguais a $2\pi \text{ rad/s}$ e $3\pi \text{ rad/s}$. Se eles partem juntos do mesmo ponto, determine o tempo que levam para se encontrar:

- quando se deslocam no mesmo sentido.
- quando se deslocam em sentidos contrários.

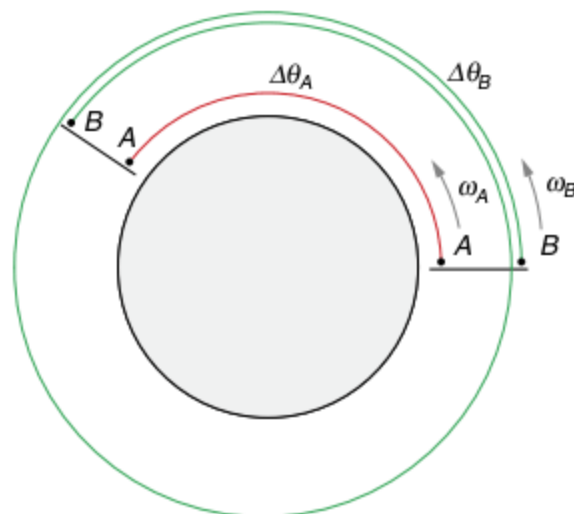
Resolução:

$$\omega_A = 2\pi \text{ rad/s} \text{ e } \omega_B = 3\pi \text{ rad/s}$$

Após um tempo t , os espaços angulares percorridos por A e B são:

$$\Delta\theta_A = 2\pi \cdot t \text{ e } \Delta\theta_B = 3\pi \cdot t$$

a)

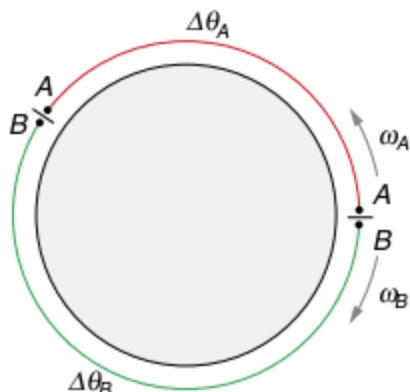


Se os móveis deslocam-se no mesmo sentido e B é mais rápido que A, eles se encontram quando B dá uma volta a mais que A, ou seja:

$$\Delta\theta_B = \Delta\theta_A + 2\pi \Rightarrow 3\pi \cdot t = 2\pi \cdot t + 2\pi$$

$$\pi \cdot t = 2\pi \Rightarrow t = 2 \text{ s}$$

b)



Se os móveis deslocam-se em sentidos contrários, eles se encontram quando a soma dos ângulos descritos por A e B vale 2π rad:

$$\Delta\theta_A + \Delta\theta_B = 2\pi \Rightarrow 2\pi \cdot t + 3\pi \cdot t = 2\pi$$

$$5\pi \cdot t = 2\pi \Rightarrow t = 0,4 \text{ s}$$

6 Três engrenagens de raios $R_A = 20$ cm, $R_B = 40$ cm e $R_C = 10$ cm estão dispostas como na figura.



Se a frequência de A vale 120 rpm em sentido horário, determine:

- a velocidade linear de um ponto na periferia de A.
- a velocidade linear de um ponto na periferia de B.
- a velocidade angular e o sentido do movimento de B.
- a velocidade angular e o sentido do movimento de C.
- a velocidade linear de um ponto na periferia de C.

Resolução:

a) Da relação entre as velocidades:

$$v_A = \omega_A \cdot R_A$$

$$\omega_A = 120 \frac{\text{rotações}}{\text{min}} = 120 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}}$$

$$\omega_A = 4\pi \text{ rad/s}$$

Então:

$$v_A = 4\pi \cdot 0,2 \text{ m/s} \Rightarrow v_A = 0,8\pi \text{ m/s}$$

b) Como A e B estão em contato, então possuem a mesma velocidade linear:

$$v_B = 0,8\pi \text{ m/s}$$

c) A e B giram em sentidos contrários.

Logo, B tem sentido de movimento anti-horário.

$$v_B = \omega_B \cdot R_B \Rightarrow 0,8\pi = \omega_B \cdot 0,4 \Rightarrow \omega_B = 2\pi \text{ rad/s}$$

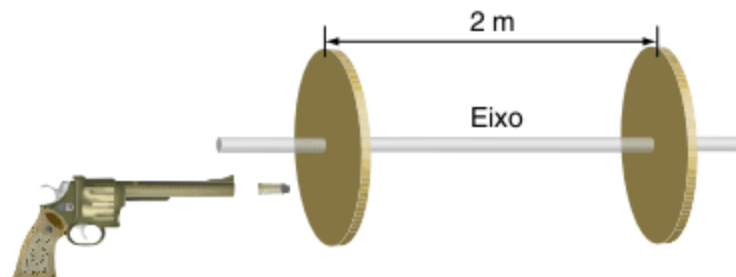
d) B e C giram no mesmo sentido e com a mesma velocidade angular.

Logo, C tem sentido de movimento anti-horário e

$$\omega_C = 2\pi \text{ rad/s}$$

e) $v_C = \omega_C \cdot R_C \Rightarrow v_C = 2\pi \cdot 0,1 \text{ m/s} \Rightarrow v_C = 0,2\pi \text{ m/s}$

7 A figura a seguir mostra dois discos de papelão fixados a um mesmo eixo, que gira com frequência igual a 50 Hz. Os discos foram fixados a locais distantes 2 m um do outro.



Um projétil é disparado paralelamente ao eixo, movendo-se em movimento suposto retilíneo e uniforme, perfurando os dois discos. O ângulo entre o plano que contém o eixo e o furo no primeiro disco e o plano que contém o eixo e o furo do segundo disco é igual a 45° . Determine a velocidade do projétil.

Resolução:

O tempo gasto pelo projétil, para percorrer a distância entre os dois discos, é igual ao tempo gasto pelos discos para girar 45° .

Para o projétil:

$$\Delta t_p = \frac{\Delta s_p}{v_p} = \frac{2 \text{ m}}{v_p}$$

Para o disco:

$$\Delta\theta_d = 45^\circ = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

$$\omega_d = 50 \frac{\text{ciclos}}{\text{s}} = 50 \cdot \frac{2\pi \text{ rad}}{\text{s}} = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\Delta t_d = \frac{\Delta\theta_d}{\omega_d} = \frac{\frac{\pi}{4} \text{ rad}}{100\pi \text{ rad/s}} = \frac{1}{400} \text{ s}$$

Como $\Delta t_p = \Delta t_d$, então:

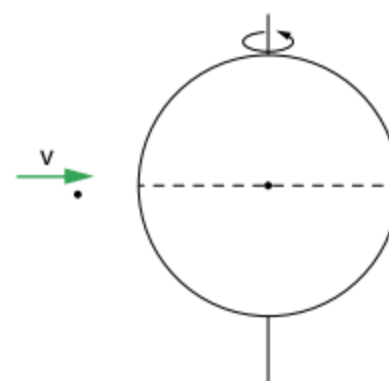
$$\frac{2 \text{ m}}{v_p} = \frac{1}{400} \text{ s} \Rightarrow v_p = 800 \text{ m/s}$$

Revisando

- 1** Um corpo descreve uma trajetória circular de raio 60 cm com período igual a 4 s. Determine:
- a frequência em Hz.
 - a frequência angular em rpm.
 - a velocidade angular em rad/s.
 - a velocidade linear em m/s.
- 2** Um móvel, em MCU de raio 3 m, tem velocidade linear de 12 m/s e seu espaço angular inicial vale 2 rad. Sabendo que o movimento é progressivo, determine:
- a velocidade angular.
 - o período.
 - a frequência.
 - a função horária do espaço angular.
 - o espaço angular em $t = 5$ s.
- 3** Um relógio de parede possui ponteiros de horas, minutos e segundos com comprimentos, respectivamente, iguais a 15 cm, 20 cm e 18 cm. Determine a velocidade angular, em rad/min, e a velocidade linear, em cm/min, da extremidade do ponteiro:
- das horas.
 - dos minutos.
 - dos segundos.
- 4** Um móvel parte do repouso e percorre uma circunferência de raio 20 cm em MCUV. Após 2 s, percorreu 5 voltas. Determine:
- a aceleração angular.
 - a aceleração linear.
 - a velocidade linear ao final das 5 voltas.
 - o tempo necessário para percorrer 20 voltas.

- 5** Duas partículas, A e B, partem de um mesmo ponto e descrevem órbitas circulares concêntricas com períodos iguais a 2 s e 6 s, respectivamente. Determine:
- a velocidade angular de A.
 - a velocidade angular de B.
 - o tempo necessário para se encontrarem pela primeira vez quando se movem no mesmo sentido.
 - o tempo necessário para se encontrarem pela primeira vez quando se movem em sentidos contrários.

- 6 Fesp-SP (Adapt.)** Uma esfera oca feita de papel tem diâmetro igual a 0,50 m e gira com determinada frequência f_0 , conforme a figura ao lado. Um projétil é disparado numa direção que passa pelo equador da esfera, com velocidade $v = 500$ m/s. Observa-se que, devido à frequência de rotação da esfera, a bala sai pelo mesmo orifício feito pelo projétil quando penetra na esfera. Determine a frequência mínima da esfera.



- 7** Três engrenagens, A, B e C, de raios, respectivamente, iguais a 20 cm, 40 cm e 10 cm estão dispostas como na figura ao lado. Sabendo que a velocidade angular de A vale 10 rad/s em sentido horário, determine:
- a velocidade linear de um ponto na periferia de A.
 - a velocidade angular e o sentido do movimento de B.
 - a velocidade linear de um ponto na periferia de B.
 - a velocidade linear de um ponto na periferia de C.
 - a velocidade angular e o sentido do movimento de C.



Exercícios propostos

Período, frequência e velocidade angular

1 Transforme:

- a) 240 voltas por minuto para Hz.
- b) 40 Hz para rpm.
- c) 720 voltas por hora para rad/s.
- d) 6π rad/s para rpm.
- e) $0,01\pi$ rad/min para rph.

2 O período de uma partícula, em uma trajetória circular, é de 20 s. Nessas condições, quantas voltas a partícula dará na trajetória em 1 hora?

3 Vunesp Segundo uma estatística de tráfego, nas vésperas de feriado, passam por certo posto de pedágio 30 veículos por minuto, em média.

- a) Determine a frequência média de passagem de veículos. (Dê a resposta em hertz.)
- b) Determine o período médio de passagem de veículos. (Dê a resposta em segundos.)

4 UEL Um ciclista percorre uma pista circular de raio igual a 20 m, fazendo um quarto de volta a cada 5,0 s. Para esse movimento, a frequência em Hz e a velocidade angular em rad/s são, respectivamente:

- (a) $0,05$ e $\frac{\pi}{5}$
- (b) $0,05$ e $\frac{\pi}{10}$
- (c) $0,25$ e $\frac{\pi}{5}$
- (d) $4,0$ e $\frac{\pi}{5}$
- (e) $4,0$ e $\frac{\pi}{10}$

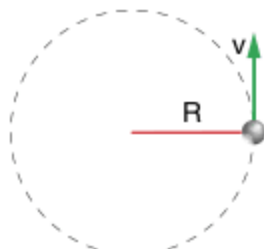
5 Vunesp Um velocista consegue fazer os 100 metros finais de uma corrida em 10 segundos. Se, durante esse tempo, ele deu passadas constantes de 2,0 metros, qual foi a frequência de suas passadas em hertz?

Movimento circular uniforme

6 Cesgranrio O deslocamento angular de um ponto do equador terrestre em 1 dia é, para uma circunferência de raio R, de:

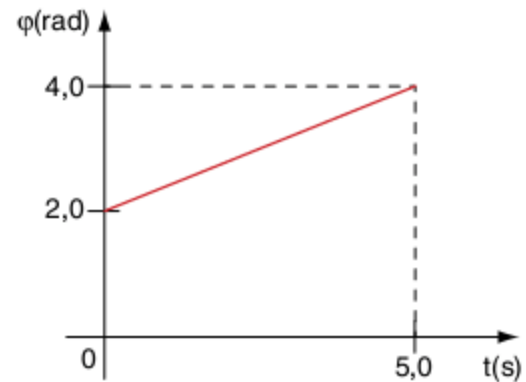
- (a) $2\pi R$
- (b) 180°
- (c) $\frac{3\pi}{2}$ rad
- (d) 2π rad
- (e) 24 h

7 PUC-PR A esfera a seguir está em movimento circular uniforme. A expressão que representa o tempo gasto para que a esfera dê uma volta completa é:



- (a) $2\pi^2 R$
- (b) $2\pi^2 R^2$
- (c) $\frac{2\pi R}{v}$
- (d) $2\pi R$
- (e) πR^2

8 UFBA O gráfico representa a variação de posição angular de um móvel, em movimento circular, em função do tempo.



a) O coeficiente angular do gráfico representa:

- (a) a posição inicial do móvel.
- (b) a aceleração tangencial.
- (c) a aceleração angular.
- (d) a velocidade tangencial.
- (e) a velocidade angular.

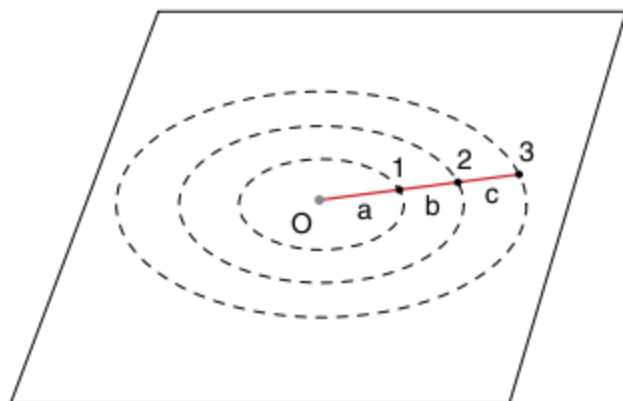
b) A posição angular do móvel no instante $t = 6,0$ s é:

- (a) 4,4 rad
- (b) 4,8 rad
- (c) 5,2 rad
- (d) 6,4 rad
- (e) 8,4 rad

9 UFF No parque de diversões, a mãe leva o filho para andar num carrossel que gira com certa velocidade angular. Por precaução, senta-se com a criança no colo, próximo do eixo de rotação do carrossel. Essa decisão foi tomada porque:

- (a) a velocidade angular e a linear são menores perto do eixo do carrossel.
- (b) a velocidade angular é menor perto do eixo do carrossel, enquanto a linear é a mesma em qualquer ponto do carrossel.
- (c) a velocidade angular é menor perto do eixo do carrossel, enquanto a linear é maior.
- (d) a velocidade angular é a mesma em qualquer ponto do carrossel, enquanto a linear é menor perto do eixo do carrossel.
- (e) a velocidade angular e a linear são iguais em qualquer ponto do carrossel.

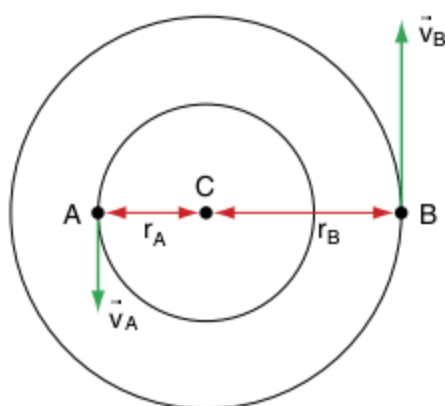
10 PUC-MG Na figura, 1, 2 e 3 são partículas de massa m. A partícula 1 está presa ao ponto O pelo fio a. As partículas 2 e 3 estão presas, respectivamente, à partícula 1 e à partícula 2, pelos fios b e c. Todos os fios são inextensíveis e de massa desprezível. Cada partícula realiza um movimento circular uniforme com centro em O.



Sobre as frequências angulares ω e as velocidades lineares v para cada partícula, é correto dizer que:

- (a) $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ e $v_1 = v_2 = v_3$
- (b) $\omega_1 > \omega_2 > \omega_3$ e $v_1 = v_2 = v_3$
- (c) $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ e $v_1 < v_2 < v_3$
- (d) $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ e $v_1 > v_2 > v_3$
- (e) $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ e $v_1 < v_2 < v_3$

11 Fuvest Um sistema binário isolado é formado por duas estrelas, A e B, que giram ao redor de um centro comum C, em órbitas circulares de raios r_A e r_B , respectivamente, animadas de velocidades de translação v_A e v_B , conforme mostra a figura a seguir. A relação $\frac{v_A}{v_B}$ vale:



- (a) $\frac{r_B}{r_A}$
- (b) $\frac{r_A}{r_B}$
- (c) $\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$
- (d) $\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2$
- (e) $\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^3$

12 Fuvest O tronco vertical de um eucalipto é cortado rente ao solo e cai, em 5 s, num terreno plano e horizontal, sem se desligar por completo de sua base.

- a) Qual a velocidade angular média do tronco durante a queda?
- b) Qual a velocidade escalar média de um ponto do tronco do eucalipto, a 10 m da base?

13 UFC Um automóvel se desloca em uma estrada horizontal com velocidade constante de modo tal que os seus pneus rolem sem qualquer deslizamento na pista. Cada pneu tem diâmetro $D = 0,50$ m e um medidor colocado em um deles registra uma frequência de 840 rpm. A velocidade do automóvel é de:

- (a) 3π m/s
- (b) 4π m/s
- (c) 5π m/s
- (d) 6π m/s
- (e) 7π m/s

14 Unicamp 2009 A evolução da sociedade tem aumentado a demanda por energia limpa e renovável.

Um sitiante pretende instalar em sua propriedade uma roda-d'água e a ela acoplar um gerador elétrico. A partir do fluxo de água disponível e do tipo de roda-d'água, ele avalia que a velocidade linear de um ponto da borda externa da roda deve ser $v = 2,4$ m/s. Além disso, para que o gerador funcione adequadamente, a frequência de rotação da roda-d'água deve ser igual a 0,20 Hz. Qual é o raio da roda-d'água a ser instalada? Use $\pi = 3$.

15 Vunesp Um farol marítimo projeta um fecho de luz contínuo, enquanto gira em torno do seu eixo à razão de 10 rotações por minuto. Um navio, com o costado perpendicular ao fecho, está parado a 6 km do farol. Com que velocidade um raio luminoso varre o costado do navio?

- (a) 60 m/s
- (b) 60 km/s
- (c) 6,3 km/s
- (d) 630 m/s
- (e) 1,0 km/s

16 UEL 1999 Um antigo relógio de bolso tem a forma mostrada na figura a seguir, com o ponteiro dos segundos separado dos outros dois.



A velocidade angular do ponteiro dos segundos, cujo comprimento é 0,50 cm, em rad/s, e a velocidade linear de um ponto na extremidade de tal ponteiro, em cm/s, são, respectivamente, iguais a:

- (a) 2π e π
- (b) 2π e 4π
- (c) $\frac{\pi}{30}$ e $\frac{\pi}{15}$
- (d) $\frac{\pi}{30}$ e $\frac{\pi}{60}$
- (e) $\frac{\pi}{60}$ e 2π

17 Mackenzie Os ponteiros dos relógios convencionais descrevem, em condições normais, movimentos circulares uniformes (MCU). A relação entre a velocidade angular do ponteiro das horas e a do ponteiro dos minutos $\left(\frac{\omega_h}{\omega_{min}}\right)$ é:

- (a) $\frac{1}{12}$
- (b) $\frac{1}{24}$
- (c) $\frac{1}{48}$
- (d) $\frac{1}{60}$
- (e) $\frac{1}{1.440}$

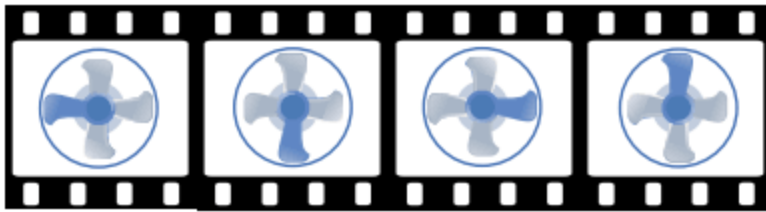
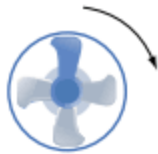
18 FEI Em uma bicicleta com roda de 1 m de diâmetro, um ciclista necessita dar uma pedalada para que a roda gire duas voltas. Quantas pedaladas por minuto deve dar o ciclista para manter a bicicleta com uma velocidade constante de 6π km/h?

- (a) 300
- (b) 200
- (c) 150
- (d) 100
- (e) 50

19 UFRJ O olho humano retém durante $\frac{1}{24}$ de segundo as imagens que se formam na retina. Essa memória visual permitiu a invenção do cinema. A filmadora bate 24 fotografias (fotogramas) por segundo. Uma vez revelado, o filme é projetado à razão de 24 fotografias por segundo. Assim, o fotograma seguinte é projetado no exato instante em que o fotograma anterior está desaparecendo de nossa memória visual, o que nos dá a sensação de continuidade.

Filma-se um ventilador cujas pás estão girando no sentido horário. O ventilador possui quatro pás simetricamente dispostas, uma das quais pintada de cor diferente, como ilustra a figura a seguir.

Ao projetarmos o filme, os fotogramas aparecem na tela na seguinte sequência:

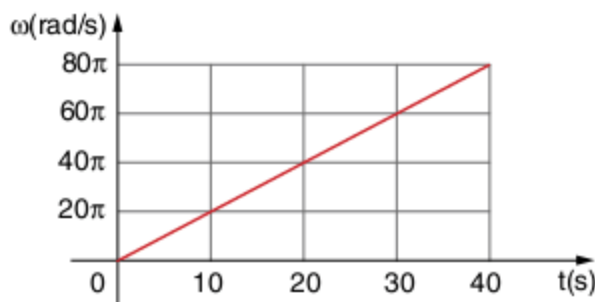


o que nos dá a sensação de que as pás estão girando no sentido anti-horário.

Calcule quantas rotações por segundo, no mínimo, as pás devem estar efetuando para que isso ocorra.

Movimento circular uniformemente variado

20 UFBA O gráfico a seguir representa a velocidade angular, em função do tempo, de uma polia que gira ao redor de um eixo.



- a) A aceleração angular da polia é igual a:
- (a) $2\pi \text{ rad/s}^2$ (c) $20\pi \text{ rad/s}^2$ (e) $200\pi \text{ rad/s}^2$
 (b) $15\pi \text{ rad/s}^2$ (d) $100\pi \text{ rad/s}^2$
- b) O número de voltas completas realizadas pela polia, de 0 a 40 s, é igual a:
- (a) $3,0 \cdot 10^2$ (c) $8,0 \cdot 10^2$ (e) $1,6 \cdot 10^3$
 (b) $4,0 \cdot 10^2$ (d) $1,2 \cdot 10^3$

21 FEI Um móvel em trajetória circular de raio $r = 5 \text{ m}$ parte do repouso com aceleração angular constante de 10 rad/s^2 . Quantas voltas ele percorre nos 10 primeiros segundos?

- (a) 500 (c) 100π (e) 500π
 (b) $\frac{250}{\pi}$ (d) $\frac{500}{\pi}$

22 Unesp-SP Um “motorzinho” de dentista gira com frequência de 2.000 Hz até a broca de raio 2,0 mm encostar no dente do paciente, quando, após 1,5 segundo, este passa a ter frequência de 500 Hz. O módulo da aceleração escalar média, nesse intervalo de tempo, é, em m/s^2 :

- (a) 2π (c) 4π (e) 6π
 (b) 3π (d) 5π

Encontros no movimento circular uniforme

23 Fuvest Dois carros percorrem uma pista circular, de raio R , no mesmo sentido, com velocidades de módulos constantes e iguais a v e $3v$. O tempo decorrido entre dois encontros sucessivos vale:

- (a) $\frac{\pi R}{3v}$ (c) $\frac{\pi R}{v}$ (e) $\frac{3\pi R}{v}$
 (b) $\frac{2\pi R}{3v}$ (d) $\frac{2\pi R}{v}$

24 UFPE 2002 Dois atletas percorrem uma pista circular, com períodos iguais a 1,0 min e 1,1 min. Supondo que eles mantenham suas velocidades constantes, após quanto tempo, em minutos, o atleta mais rápido terá dado uma volta a mais que o outro?

25 FEI-SP Dois móveis, A e B, percorrem a mesma pista circular com movimentos uniformes, partindo do mesmo ponto e caminhando no mesmo sentido. Determinar as velocidades angulares desses móveis, sabendo que, 0,5 s após a partida, eles se alinham pela primeira vez com o centro da pista e que a velocidade angular de B é o triplo da velocidade angular de A.

26 Unioeste Dois carros percorrem uma mesma pista circular com sentidos contrários. Um deles percorre toda a pista em três minutos e o outro o faz em dois minutos. Qual é, em segundos, o intervalo de tempo decorrido entre dois encontros consecutivos?

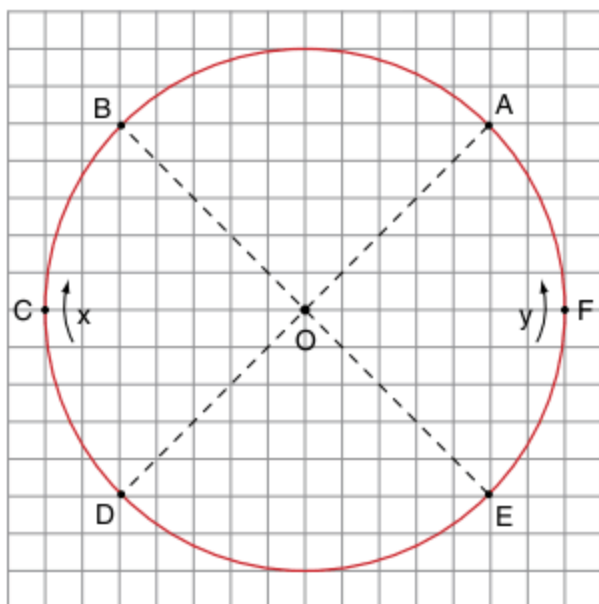
27 UFRN Duas partículas percorrem uma mesma trajetória em movimentos circulares uniformes, uma em sentido horário e a outra em sentido anti-horário.

A primeira efetua $\frac{1}{3}$ rpm e a segunda $\frac{1}{4}$ rpm. Sabendo que partiram do mesmo ponto, em uma hora encontrar-se-ão:

- (a) 45 vezes. (d) 15 vezes.
 (b) 35 vezes. (e) 7 vezes.
 (c) 25 vezes.

28 FCMSC-SP A figura a seguir é a representação da trajetória circular de duas partículas (x e y), que se movem nos sentidos indicados pelas setas e que partem simultaneamente dos

pontos C e F com velocidades angulares constantes. Depois da partida, x e y encontram-se pela primeira vez no ponto A. Em qual dos seguintes pontos as partículas x e y encontram-se pela segunda vez?



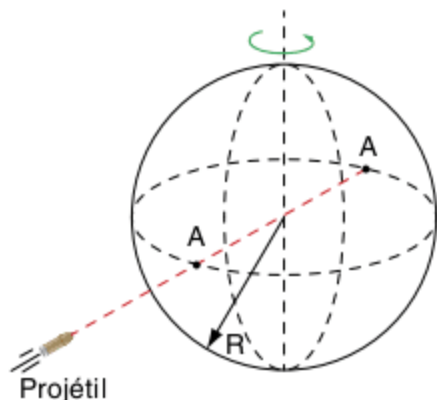
- (a) A
- (b) B
- (c) C
- (d) D
- (e) E

Movimentos simultâneos

29 Fuvest Um disco contendo um orifício situado próximo a sua borda gira defronte a uma fonte de luz *laser*, à razão de 10 voltas por segundo. Um pulso de luz passa pelo orifício, reflete-se num espelho situado a uma distância d do sistema do disco e passa pelo mesmo orifício após o disco ter completado uma volta. Sabendo-se que a luz se propaga nesse meio a 300.000 km/s, podemos afirmar que a distância d vale:

- (a) 15.000 km (c) 150.000 km (e) 3.000.000 km
- (b) 30.000 km (d) 300.000 km

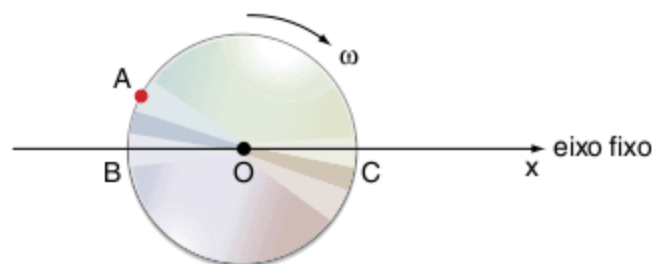
30 Fesp-SP Uma esfera oca, de raio $R = 5$ m, gira em torno de seu eixo vertical, conforme a figura. Seu movimento é uniforme, efetuando 120 rpm. Um projétil lançado contra essa esfera a perfura em A, passando, então, pelo seu centro. Supondo que o movimento do projétil no interior da esfera seja uniforme e retilíneo, calcule sua velocidade máxima para que o projétil saia pelo ponto A.



- (a) 10 m/s (c) 30 m/s (e) 80 m/s
- (b) 20 m/s (d) 40 m/s

31 UFRGS Determine a velocidade de um projétil disparado contra um alvo rotativo disposto a 15 m de distância, sabendo-se que o alvo executa 300 revoluções por minuto e que o arco medido entre o ponto visado no momento do disparo e o ponto de impacto do projétil no alvo é de 18° .

32 Fuvest Um disco tem seu centro fixo no ponto O do eixo fixo x da figura e possui uma marca no ponto A de sua periferia. O disco gira com velocidade angular constante ω em relação ao eixo. Uma pequena esfera é lançada do ponto B do eixo em direção ao centro do disco, no momento em que o ponto A passa por B. A esfera desloca-se sem atrito, passa pelo centro do disco e, após 6 s, atinge sua periferia exatamente na marca A, no instante em que esta passa pelo ponto C do eixo x.

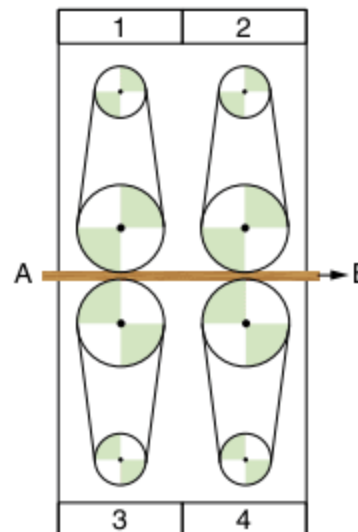


Se o tempo gasto pela esfera para percorrer o segmento BC é superior ao necessário para que o disco dê uma volta, mas é inferior ao tempo necessário para que o disco dê duas voltas, o período de rotação do disco é de:

- (a) 2 s (d) 5 s
- (b) 3 s (e) 6 s
- (c) 4 s

Transmissão de movimento circular

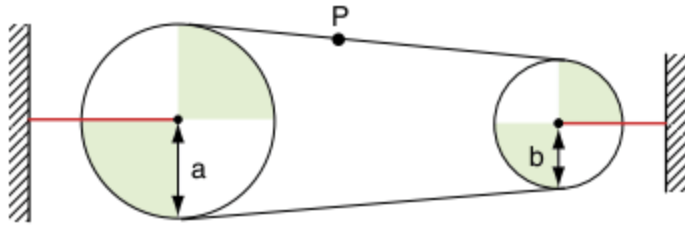
33 Enem 2006 Na preparação da madeira em uma indústria de móveis, utiliza-se uma lixadeira constituída de quatro grupos de polias, como ilustra o esquema a seguir. Em cada grupo, duas polias de tamanhos diferentes são interligadas por uma correia provida de lixa. Uma prancha de madeira é empurrada pelas polias, no sentido $A \rightarrow B$ (como indicado no esquema), ao mesmo tempo em que um sistema é acionado para frear seu movimento, de modo que a velocidade da prancha seja inferior à da lixa.



O equipamento anteriormente descrito funciona com os grupos de polias girando da seguinte forma:

- (a) 1 e 2 no sentido horário; 3 e 4 no sentido anti-horário.
- (b) 1 e 3 no sentido horário; 2 e 4 no sentido anti-horário.
- (c) 1 e 2 no sentido anti-horário; 3 e 4 no sentido horário.
- (d) 1 e 4 no sentido horário; 2 e 3 no sentido anti-horário.
- (e) 1, 2, 3 e 4 no sentido anti-horário.

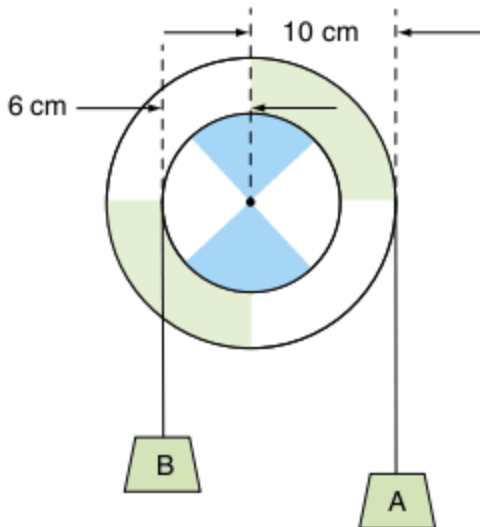
34 Fuvest Duas polias de raios a e b estão acopladas entre si por meio de uma correia, como mostra a figura a seguir. A polia maior, de raio a , gira em torno de seu eixo, levando um tempo T para completar uma volta.



Supondo que não haja deslizamento entre as polias e a correia, calcule:

- a) o módulo V da velocidade do ponto P da correia.
- b) o tempo t que a polia menor leva para dar uma volta completa.

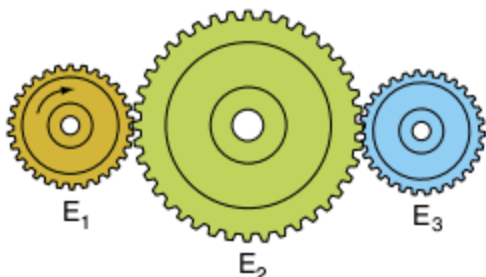
35 PUC-SP Numa polia diferencial, ligados por cordas inextensíveis, que distam, respectivamente, 10 cm e 6 cm do eixo da polia, estão suspensos dois corpos, A e B. Num certo instante, o corpo A tem aceleração constante de 10 cm/s^2 e velocidade de 15 cm/s , ambas dirigidas de baixo para cima.



Nesse instante, a velocidade e a aceleração de B têm valores, respectivamente, iguais a:

- (a) 25 cm/s e 6 cm/s^2
- (b) 25 cm/s e 10 cm/s^2
- (c) 9 cm/s e 6 cm/s^2
- (d) 9 cm/s e 10 cm/s^2
- (e) 15 cm/s e 5 cm/s^2

36 UFMG A figura mostra três engrenagens, E_1 , E_2 e E_3 , fixas pelos seus centros, e de raios R_1 , R_2 e R_3 , respectivamente. A relação entre os raios é $R_1 = R_3 < R_2$. A engrenagem da esquerda (E_1) gira no sentido horário com período T_1 .

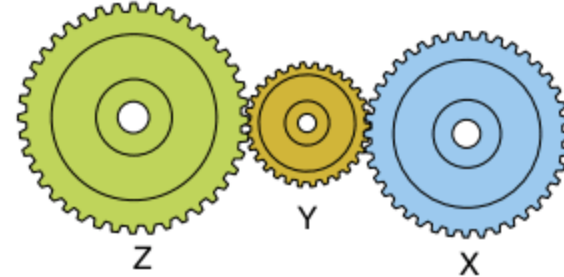


Sendo T_2 e T_3 os períodos de E_2 e E_3 , respectivamente, pode-se afirmar que as engrenagens vão girar de tal maneira que:

- (a) $T_1 = T_2 = T_3$, com E_3 girando em sentido contrário a E_1 .
- (b) $T_1 = T_3 \neq T_2$, com E_3 girando em sentido contrário a E_1 .
- (c) $T_1 = T_2 = T_3$, com E_3 girando no mesmo sentido que E_1 .
- (d) $T_1 = T_3 \neq T_2$, com E_3 girando no mesmo sentido que E_1 .

37 FMPA-MG A figura a seguir mostra um sistema de engrenagem com três discos acoplados, cada um girando em torno de um eixo fixo. Os dentes dos discos são de mesmo tamanho e o número deles ao longo de sua circunferência é o seguinte:

$X = 30$ dentes, $Y = 10$ dentes, $Z = 40$ dentes



Se o disco X dá 12 voltas, o disco Z dará:

- (a) 1
- (b) 4
- (c) 9
- (d) 16
- (e) 144

Texto para as questões de 38 a 40.

As bicicletas possuem uma corrente que liga uma coroa dentada dianteira, movimentada pelos pedais, a uma coroa localizada no eixo da roda traseira, como mostra a figura.

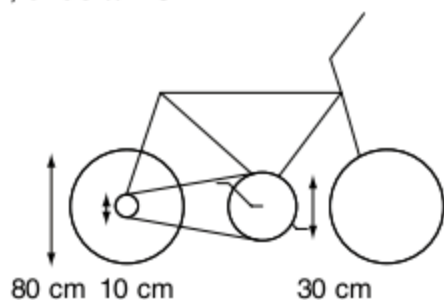
O número de voltas dadas pela roda traseira a cada pedalada depende do tamanho relativo destas coroas.



38 Enem 1998 Em que opção a seguir a roda traseira dá o maior número de voltas por pedalada?

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

39 Enem 1998 Quando se dá uma pedalada na bicicleta a seguir (isto é, quando a coroa acionada pelos pedais dá uma volta completa), qual é a distância aproximada percorrida pela bicicleta, sabendo-se que o comprimento de um círculo de raio R é igual a $2\pi R$, onde $\pi \approx 3$?



- (a) 1,2 m
- (b) 2,4 m
- (c) 7,2 m
- (d) 14,4 m
- (e) 48,0 m

40 Enem 1998 Com relação ao funcionamento de uma bicicleta de marchas, onde cada marcha é uma combinação de uma das coroas dianteiras com uma das coroas traseiras, são formuladas as seguintes afirmativas.

- I. Numa bicicleta que tenha duas coroas dianteiras e cinco traseiras, temos um total de dez marchas possíveis, onde cada marcha representa a associação de uma das coroas dianteiras com uma das traseiras.
- II. Em alta velocidade, convém acionar a coroa dianteira de maior raio com a coroa traseira de maior raio também.
- III. Em uma subida íngreme, convém acionar a coroa dianteira de menor raio e a coroa traseira de maior raio.

Entre as afirmações anteriores, está(ão) correta(s):

- (a) I e III apenas.
- (b) I, II e III.
- (c) I e II apenas.
- (d) II apenas.
- (e) III apenas.

TEXTO COMPLEMENTAR

Órbita geoestacionária

Existem alguns tipos de órbitas que satélites podem manter ao redor de um corpo celeste. No caso dos satélites lançados para orbitar a Terra, a órbita que mais desperta atenção é a geoestacionária.

Um satélite em órbita geoestacionária é aquele que parece estar parado em relação à superfície da Terra. Ele precisa ter inclinação zero, ou seja, deve ficar sobre o Equador; do contrário, começa a “andar” em uma faixa de latitudes. Além disso, precisa se deslocar para leste com a mesma velocidade de rotação da Terra. Nesse caso, o satélite comporta-se como se a ponta de um eixo o ligasse diretamente ao centro da Terra. Assim, a altura da órbita é de 35.786 km ou, aproximadamente, 36.000 km e o período do satélite é de 23h56min04s. Esses satélites estabilizam-se através do spin, girando em torno de seu próprio eixo com rotações de 50 a 100 rpm. Existe apenas uma órbita geoestacionária, que é ocupada por centenas de satélites. A grande vantagem de operar nessa órbita é que as estações terrestres podem manter as antenas fixas.

Esse curioso fenômeno foi descoberto em 1945 (doze anos antes de o primeiro satélite, o *Sputnik I*, ser lançado), pelo oficial

inglês Arthur C. Clarke, aos 38 anos. Mais tarde, ele se tornou um famoso cientista e escritor de ficção científica, autor do livro 2001 – Odisseia no Espaço, celebrizado pelo cinema. Clarke previu que, colocando três satélites de telecomunicações em posições equidistantes na órbita geoestacionária, cobrir-se-ia a Terra inteira.

A órbita geoestacionária é extremamente valiosa, estratégica e economicamente. Por ela, passam as redes de telecomunicações por satélites, que prestam serviços de telefonia, transmissão de rádio e televisão, transmissão de dados, internet e outros. É de longe o maior negócio espacial do nosso tempo. Mobiliza dezenas de bilhões de dólares.

Graças a esses motivos, essa órbita é um dos elementos essenciais que permitiram a grande revolução das comunicações na segunda metade do século XX. Vários satélites situam-se nessa órbita, e até congestionam alguns de seus melhores trechos, provocando disputas e controvérsias. Há uma grande disputa legal sobre os direitos dos países de utilizarem essa órbita, visto que ela é um “recurso” limitado.

RESUMINDO

O movimento sobre uma trajetória circular, o chamado **movimento circular**, pode ser estudado de forma linear ou angular. **Grandezas angulares**, como espaço angular, velocidade angular e aceleração angular, guardam relações com as respectivas grandezas lineares, da seguinte forma:

$$s = \theta \cdot R; v = \omega \cdot R; a = \gamma \cdot R$$

Por meio das quais se definem as seguintes grandezas:

- **velocidade angular média:** $\omega_m = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
- **velocidade angular instantânea:** $\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$
- **aceleração angular média:** $\gamma_m = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$
- **aceleração angular instantânea:** $\gamma = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$

Os conceitos de **período** e **frequência**, cuja relação é $f = \frac{1}{T}$, além da relação $\omega = \frac{2\pi}{T}$, são fundamentais no estudo do movimento circular.

O **movimento circular uniforme** (MCU) nada mais é do que o MU em uma trajetória circular, ou seja, possui velocidade angular constante e, portanto, igual à velocidade angular média. A partir daí, deduz-se a função horária do espaço angular:

$$\theta = \theta_0 + \omega \cdot t$$

O **movimento circular uniformemente variado** (MCUV) é o MUV em uma trajetória circular. As funções horárias de espaço angular e velocidade angular, além da equação de Torricelli, são dadas no MCVU por:

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot t^2 \quad \omega = \omega_0 + \gamma \cdot t \quad \omega^2 = \omega_0^2 + 2\gamma \cdot \Delta\theta$$

O movimento circular pode ser transmitido de uma roda, ou polia, para outra de duas maneiras: por uma **correia comum** a elas (ou contato entre as suas periferias), em que as **grandezas lineares são iguais**; ou por um **eixo comum** a elas, em que as **grandezas angulares são iguais**.

■ QUER SABER MAIS?



SITES

- Grande Colisor de Hádrons
<cdsweb.cern.ch/record/1165534/files/CERN-Brochure-2009-003-Eng.pdf>.
<www.observatorio.ufmg.br/Pas96.htm>.

Exercícios complementares

Período, frequência e velocidade angular

1 UFPR 2009 Em 10 de setembro de 2008, a Organização Europeia para Pesquisa Nuclear (sigla internacional CERN) ligou pela primeira vez o acelerador de partículas Grande Colisor de Hádrons (LHC, em inglês), máquina com a qual se espera descobrir partículas elementares que comprovarão ou não o modelo atual das partículas nucleares. O colisor foi construído em um gigantesco túnel circular de 27 km de comprimento, situado sob a fronteira entre a Suíça e a França e a uma profundidade de 50 a 120 m. Prótons são injetados no tubo circular do LHC e, após algum tempo em movimento, atingem velocidades próximas à da luz no vácuo (c). Supondo que após algumas voltas os prótons atinjam a velocidade constante de $0,18c$, com base nas informações acima e desprezando os efeitos relativísticos, determine:

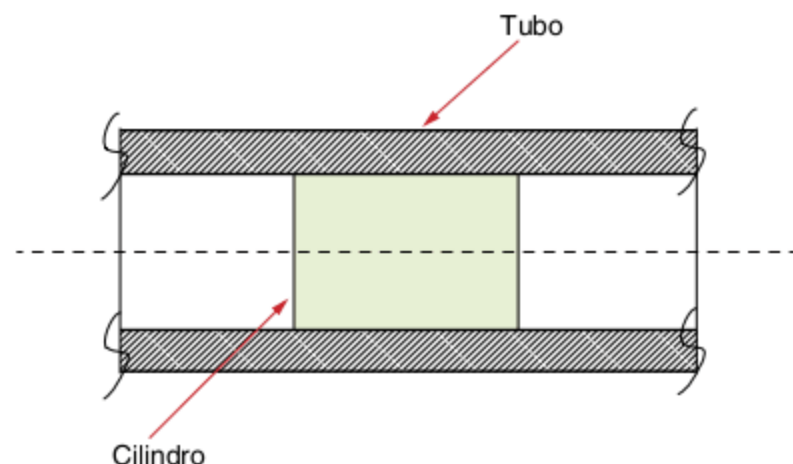
Dado: $c = 300.000 \text{ km/s}$.

- quantas voltas os prótons dariam ao longo do túnel no intervalo de um minuto.
- a velocidade angular desses prótons.

2 Unicamp Um rapaz e uma menina caminham, abraçados, à velocidade de $1,2 \text{ m/s}$. Os comprimentos do passo do rapaz e do passo da menina são, respectivamente, 60 cm e 40 cm .

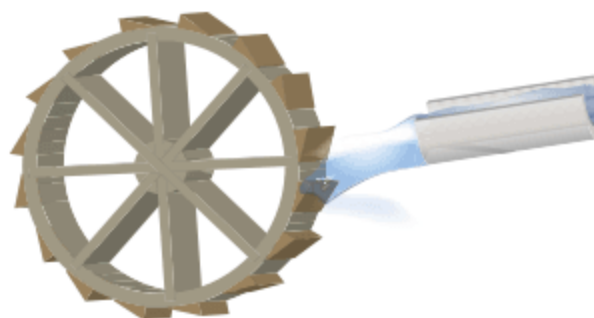
- Qual é a razão entre a frequência dos passos da menina e a frequência dos passos do rapaz?
- Se ambos começam a caminhada levantando o pé direito, após quanto tempo estarão colocando simultaneamente o pé esquerdo no chão?

3 IME 2011 A figura a seguir apresenta um cilindro que executa um movimento simultâneo de translação e rotação com velocidades constantes no interior de um tubo longo. O cilindro está sempre coaxial ao tubo. A folga e o atrito entre o tubo e o cilindro são desprezíveis. Ao se deslocar no interior do tubo, o cilindro executa uma rotação completa em torno do seu eixo a cada 600 mm de comprimento do tubo. Sabendo que a velocidade de translação do cilindro é 6 m/s , a velocidade de rotação do cilindro em rpm é:



- | | | |
|--------|---------|-----------|
| (a) 6 | (c) 360 | (e) 3.600 |
| (b) 10 | (d) 600 | |

4 Fuvest A figura ilustra uma roda-d'água constituída de 16 cubas. Cada cuba recebe 5 litros de água de uma bica cuja vazão é de 160 litros/min . A roda gira em movimento uniforme.



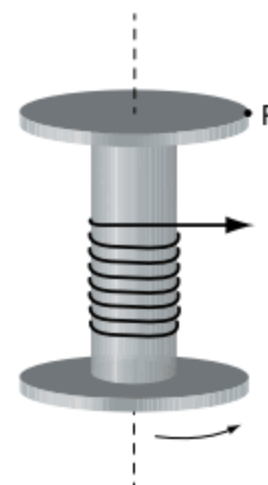
- Qual o período de rotação da roda?
- Qual a quantidade de água utilizada em uma hora de funcionamento do sistema?

Movimento circular uniforme

5 Unicamp No verão brasileiro, andorinhas migram do hemisfério Norte para o hemisfério Sul. Admitamos que elas voem, ao longo de um meridiano, uma distância total de 9.000 km em 30 dias.

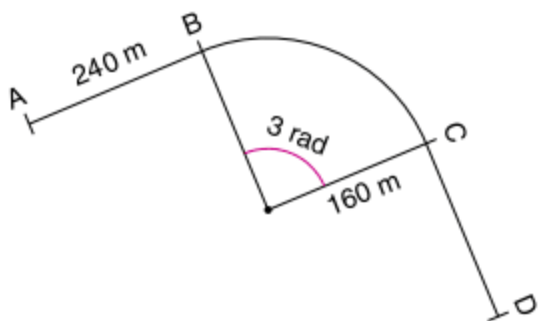
- Se as andorinhas voam 12 horas por dia, qual é a sua velocidade média enquanto estão voando?
- Considerando-se a Terra como uma esfera de raio igual a 6.400 km , qual é o ângulo descrito pelas andorinhas na migração?

6 Fuvest O raio do cilindro de um carretel mede 2 cm . Uma pessoa, em 10 s , desenrola uniformemente 50 cm de linha que está em contato com o cilindro.



- Qual o valor da velocidade linear de um ponto da superfície do cilindro?
- Qual a velocidade angular de um ponto P distante 4 cm do eixo de rotação?

7 PUC-SP Um automóvel, partindo do repouso em A, percorre AB com movimento uniformemente acelerado e o arco de circunferência BC com movimento uniforme. O tempo gasto em AB é de 20 segundos.



- a) Qual a aceleração escalar no trecho AB?
 b) Qual o tempo gasto pelo automóvel no trecho BC?

8 Unicamp Um toca-discos está tocando em $33\frac{1}{3}$ rotações por minuto (rpm) um concerto de rock gravado numa única faixa de um LP. A largura da faixa ocupa toda a face útil do LP, tendo raio interno igual a 7,0 cm e raio externo igual a 15,0 cm. A faixa é tocada em 24 minutos.

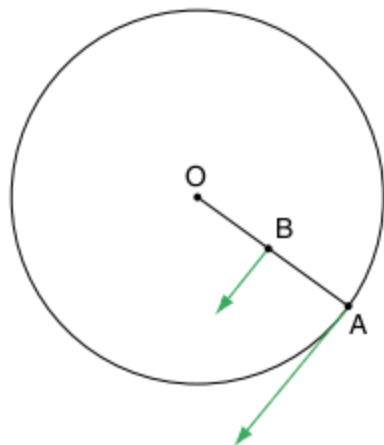
- a) Qual é a distância média entre dois sulcos consecutivos do disco?
 b) Qual é a velocidade tangencial do ponto do disco que está embaixo da agulha no final da execução da faixa?

9 UFPE 2004 O relógio da Estação Ferroviária Central do Brasil, no Rio de Janeiro, tem ponteiros de minutos e de horas que medem, respectivamente, 7,5 m, e 5,0 m de comprimento. Qual a razão $\frac{v_A}{v_B}$ entre as velocidades lineares dos pontos extremos dos ponteiros de minutos e de horas?



- (a) 10 (c) 18 (e) 30
 (b) 12 (d) 24

10 PUC-SP O esquema representa uma polia que gira em torno de seu eixo. A velocidade do ponto A é 50 cm/s e a do ponto B é 10 cm/s. A distância AB vale 20 cm.



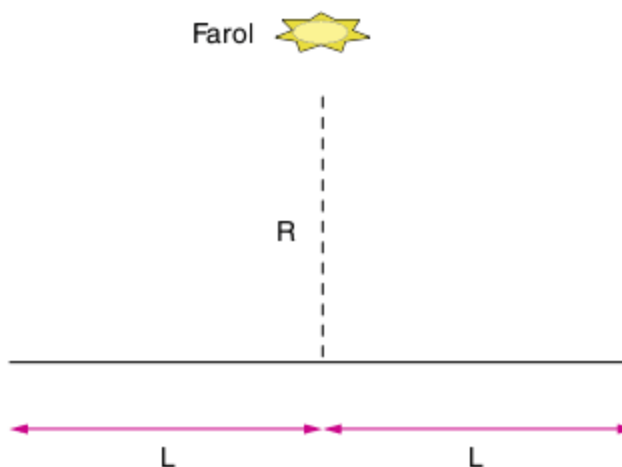
- a) A velocidade angular da polia vale:
 (a) 2 rad/s (c) 10 rad/s (e) 50 rad/s
 (b) 5 rad/s (d) 20 rad/s

- b) O diâmetro da polia vale:
 (a) 20 cm (c) 75 cm (e) 150 cm
 (b) 50 cm (d) 100 cm

11 ITA 2001 Uma partícula move-se ao longo de uma circunferência circunscrita em um quadrado de lado L com velocidade angular constante. Na circunferência inscrita nesse mesmo quadrado, outra partícula move-se com a mesma velocidade angular. A razão entre os módulos das respectivas velocidades tangenciais dessas partículas é:

- (a) $\sqrt{2}$ (c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (e) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 (b) $2\sqrt{2}$ (d) $\sqrt{\frac{3}{2}}$

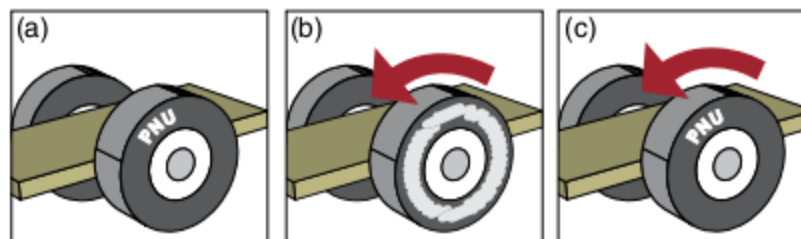
12 ITA 2001 Em um farol de sinalização, o feixe de luz está acoplado a um mecanismo rotativo que realiza uma volta completa a cada T segundos. O farol se encontra a uma distância R do centro de uma praia de comprimento 2L, conforme a figura.



O tempo necessário para o feixe de luz “varrer” a praia, em cada volta, é:

- (a) $\arctg\left(\frac{L}{R}\right) \cdot \frac{T}{2\pi}$ (d) $\arctg\left(\frac{L}{2R}\right) \cdot \frac{T}{2\pi}$
 (b) $\arctg\left(\frac{2L}{R}\right) \cdot \frac{T}{2\pi}$ (e) $\arctg\left(\frac{2L}{R}\right) \cdot \frac{T}{\pi}$
 (c) $\arctg\left(\frac{L}{R}\right) \cdot \frac{T}{\pi}$

13 Unicamp 2004

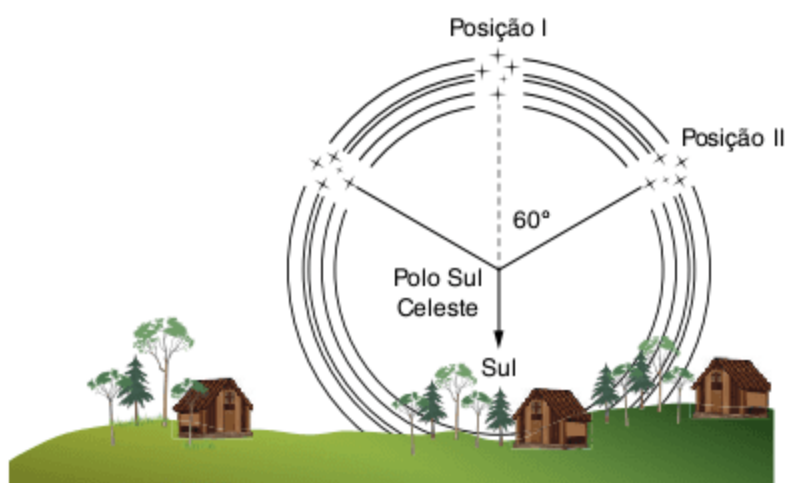


O quadro (a) refere-se à imagem de televisão de um carro parado, em que podemos distinguir claramente a marca do pneu (“PNU”). Quando o carro está em movimento, a imagem da marca aparece como um borrão em volta de toda a roda, como ilustrado em (b). A marca do pneu volta a ser nítida, mesmo

com o carro em movimento, quando este atinge uma determinada velocidade. Essa ilusão de movimento na imagem gravada ocorre devido à frequência de gravação de 30 quadros por segundo (30 Hz). Considerando que o diâmetro do pneu seja igual a 0,6 m e $\pi = 3,0$, responda:

- Quantas voltas o pneu completa em um segundo, quando a marca filmada pela câmara aparece parada na imagem, mesmo estando o carro em movimento?
- Qual a menor frequência angular ω do pneu em movimento, quando a marca aparece parada?
- Qual a menor velocidade linear (em m/s) que o carro pode ter na figura (c)?

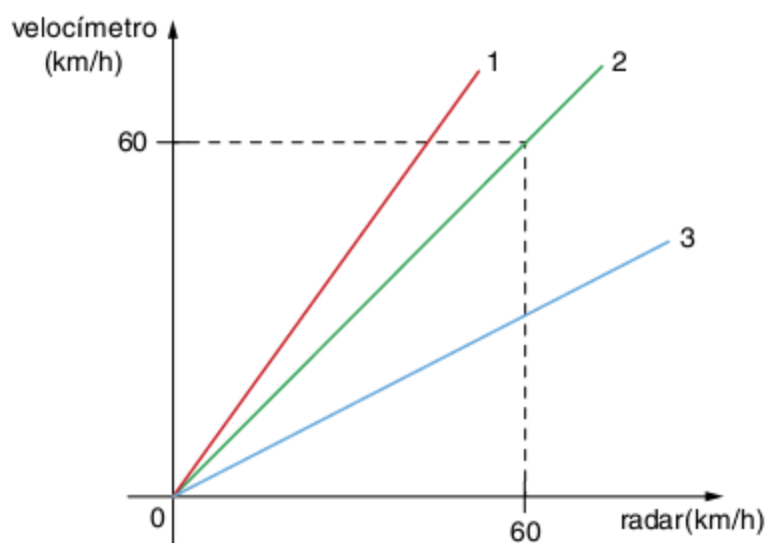
14 Fuvest 2008



Uma regra prática para orientação no hemisfério Sul, em uma noite estrelada, consiste em identificar a constelação do Cruzeiro do Sul e prolongar três vezes e meia o braço maior da cruz, obtendo-se assim o chamado polo Sul Celeste, que indica a direção sul. Suponha que, em determinada hora da noite, a constelação seja observada na posição I. Nessa mesma noite, a constelação foi/será observada na posição II, cerca de:

- duas horas antes.
- duas horas depois.
- quatro horas antes.
- quatro horas depois.
- seis horas depois.

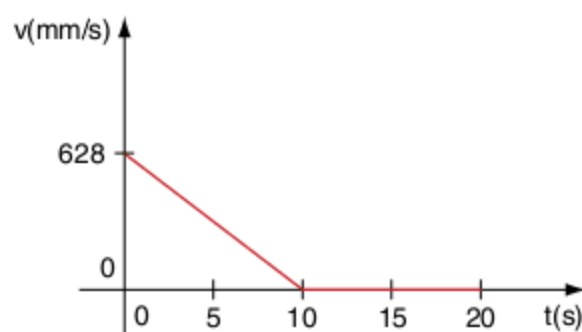
15 UFBA 2005 Um indivíduo, preocupado com as constantes multas que tem recebido por dirigir o seu automóvel em excesso de velocidade, relata o fato a dois companheiros. Os três amigos não conseguem compreender a razão das multas, já que todos eles observam os limites de velocidade nas vias públicas, através do velocímetro de seus carros. Os seus veículos, de mesmo modelo, têm nos pneus a única característica distinta. O carro A usa os pneus indicados pelo fabricante do veículo; o carro B usa pneus com diâmetro maior do que o indicado, pois o seu proprietário visita, periodicamente, seus familiares no interior, viajando por estradas e caminhos irregulares; o carro C usa pneus com diâmetro menor do que o indicado, uma vez que o seu proprietário gosta de veículos rebaixados, com aspecto esportivo. Os três amigos decidem fazer um experimento, alugam um aparelho de radar e vão para uma estrada deserta. Após realizarem várias medições, construíram o gráfico a seguir.



Com base na análise do gráfico, identifique a correspondência existente entre os carros A, B e C e as linhas 1, 2 e 3, que representam as velocidades desses carros, verificando qual dos três amigos deve ser mais precavido ao circular em estradas e avenidas vigiadas pelo radar.

Movimento circular uniformemente variado

16 Unicamp Um disco de 100 mm de raio rola sem escorregar sobre um plano. O gráfico mostra como varia a velocidade v do centro do disco, em função do tempo t .



Obtenha o número de voltas dadas pelo disco:

- do instante inicial até $t = 10$ s.
- de $t = 10$ s até $t = 20$ s.

Considere $\pi = 3,14$.

17 Mackenzie Determine o número de rotações que uma roda faz em 20 s, se sua velocidade angular varia, nesse intervalo de tempo, de 3 rad/s para 10 rad/s, com aceleração angular constante.

18 UFPR Um ventilador gira à razão de 900 rpm. Ao ser desligado, seu movimento passa a ser uniformemente retardado, até parar após 75 voltas. Qual o tempo transcorrido desde o momento em que o ventilador é desligado até sua parada completa?

Encontros no movimento circular uniforme

19 Duas partículas movem-se em uma mesma trajetória circular, com movimentos uniformes de mesmo sentido. Sendo as frequências dos movimentos dessas partículas iguais a 4 rpm e 6 rpm e sabendo que em $t = 0$ elas estão na mesma posição, determine quantas vezes elas se encontram no intervalo de $t = 0$ a $t = 1$ h.

20 UFC 2009 Um relógio analógico possui um ponteiro A, que marca as horas, e um ponteiro B, que marca os minutos. Assinale a alternativa que contém o tempo em que os ponteiros A e B se encontram pela primeira vez após as três horas.

- (a) $15 \text{ min } 16 \frac{81}{90} \text{ s}$ (d) $16 \text{ min } 21 \frac{81}{99} \text{ s}$
 (b) $15 \text{ min } 21 \frac{81}{99} \text{ s}$ (e) $16 \text{ min } 21 \frac{81}{90} \text{ s}$
 (c) $16 \text{ min } 16 \frac{81}{99} \text{ s}$

21 Uerj 2009 Dois móveis, A e B, percorrem uma pista circular em movimento uniforme. Os dois móveis partiram do mesmo ponto e no mesmo sentido com as velocidades de $1,5 \text{ rad/s}$ e $3,0 \text{ rad/s}$, respectivamente; o móvel B, porém, partiu 4 segundos após o A.

Calcule o intervalo de tempo decorrido, após a partida de A, no qual o móvel B alcançou o móvel A pela primeira vez.

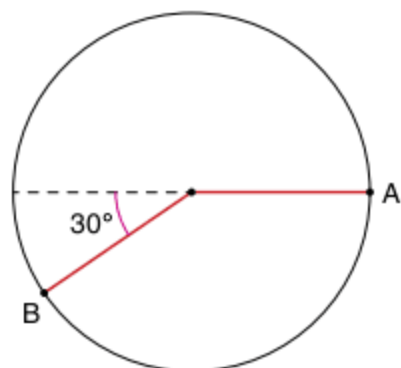
22 UFRN Duas partículas partem no mesmo instante, de um mesmo ponto de uma circunferência, com movimentos uniformes de períodos 3 s e 7 s , respectivamente, no mesmo sentido. As partículas estarão novamente juntas na mesma posição de partida após um intervalo de tempo de:

- (a) 3 s (c) 10 s (e) 21 s
 (b) 7 s (d) 14 s

23 Fuvest Dois corredores, A e B, partem do mesmo ponto de uma pista circular de 120 m de comprimento com velocidades $v_A = 8 \text{ m/s}$ e $v_B = 6 \text{ m/s}$.

- a) Se partirem em sentidos opostos, qual será a menor distância entre eles, medida ao longo da pista, após 20 s ?
 b) Se partirem no mesmo sentido, após quanto tempo o corredor A estará com uma volta de vantagem sobre o B?

24 Em um certo instante, um ponto material parte de A com MCU de período igual a 30 s , em sentido anti-horário. Um segundo depois, parte de B outro ponto material com MCU de período igual a 120 s , em sentido horário.



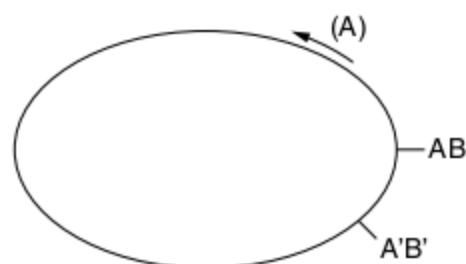
Determine quanto tempo depois da partida de A os pontos se encontrarão pela primeira vez.

25 Puccamp Dois corredores percorrem uma pista circular de comprimento 600 m , partindo do mesmo ponto e no mesmo instante. Se a percorrerem no mesmo sentido, o primeiro encontro entre eles acontecerá depois de $5,0 \text{ minutos}$. Se a

percorrerem em sentidos opostos, o primeiro encontro ocorrerá $1,0 \text{ minuto}$ após a partida. Admitindo constantes as velocidades dos corredores, em módulo e em m/s , seus valores serão, respectivamente:

- (a) $5,0$ e $5,0$ (c) $8,0$ e $6,0$ (e) 12 e $6,0$
 (b) $6,0$ e $4,0$ (d) 10 e $5,0$

26 Fuvest 2010 Uma pessoa (A) pratica corrida numa pista de 300 m , no sentido anti-horário, e percebe a presença de outro corredor (B) que percorre a mesma pista no sentido oposto. Um desenho esquemático da pista é mostrado a seguir, indicando a posição AB do primeiro encontro entre os atletas. Após 1 min e 20 s , acontece o terceiro encontro entre os corredores, em outra posição, localizada a 20 m de AB, e indicada na figura por A'B' (o segundo encontro ocorreu no lado oposto da pista).



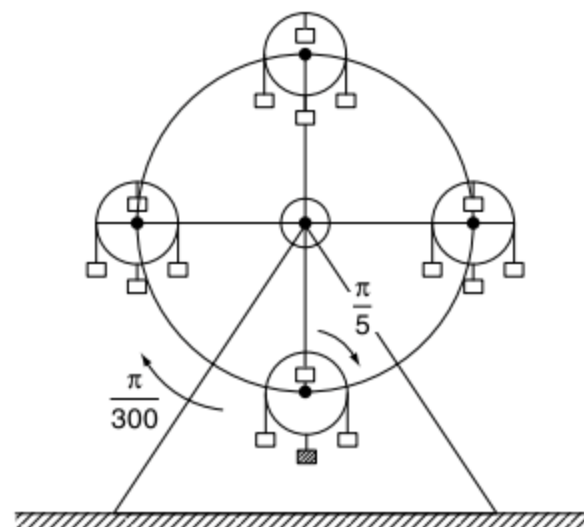
Seja V_A e V_B os módulos das velocidades dos atletas A e B, respectivamente, e sabendo que ambas são constantes, determine:

- a) V_A e V_B .
 b) a distância percorrida por A entre o primeiro e o segundo encontro, medida ao longo da pista.
 c) quantas voltas o atleta A dá no intervalo de tempo em que B completa 8 voltas na pista.

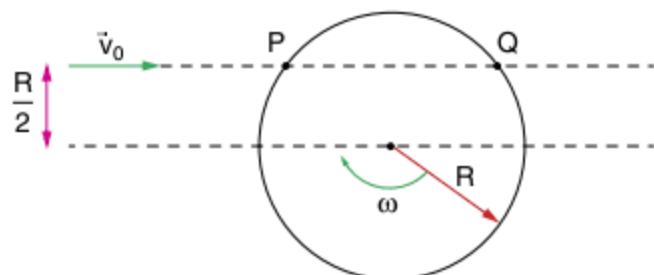
Movimentos simultâneos

27 UFPE A figura a seguir mostra um tipo de brinquedo de um parque de diversões. As rodas menores giram com uma velocidade angular de $\frac{\pi}{5} \text{ rad/s}$, independentemente da roda maior

que gira a $\frac{\pi}{300} \text{ rad/s}$. Qual o número de voltas completas da roda pequena que terá dado o ocupante da cadeira hachurada, inicialmente no ponto mais baixo, quando o centro da roda pequena, na qual ele se encontra, atinge o ponto mais alto da roda maior? (Esse tipo de roda-gigante permite trocar os ocupantes de uma roda menor, enquanto os demais se divertem!)



28 Vunesp Um disco horizontal de raio $R = 0,50$ m gira em torno de seu eixo com velocidade angular $\omega = 2\pi$ rad/s. Um projétil é lançado de fora no mesmo plano do disco e rasante a ele, sem tocá-lo, com velocidade v_0 (veja a figura), passando sobre o ponto P. O projétil sai do disco pelo ponto Q, no instante em que o ponto P está passando por aí pela primeira vez. Qual é a velocidade de v_0 ?

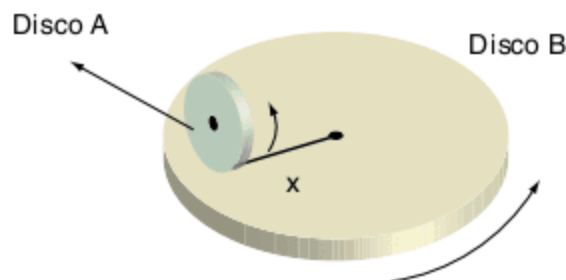


- (a) 1,5 m/s
- (b) 2,6 m/s
- (c) 3,0 m/s
- (d) 5,2 m/s
- (e) 6,28 m/s

29 ITA Um avião voa numa altitude e velocidade de módulos constantes, numa trajetória circular de raio R , cujo centro coincide com o pico de uma montanha onde está instalado um canhão. A velocidade tangencial do avião é de 200 m/s e a componente horizontal da velocidade da bala do canhão é de 800 m/s. Desprezando-se efeitos de atrito e movimento da Terra e admitindo que o canhão está direcionado de forma que compense o efeito da atração gravitacional, para atingir o avião, no instante do disparo, o canhão deverá estar apontado para um ponto à frente do avião situado a:

- (a) 4,0 rad
- (b) $4,0\pi$ rad
- (c) $0,25R$ rad
- (d) $0,25\pi$ rad
- (e) 0,25 rad

30 Dois discos de raios $R_A = 4$ cm e $R_B = 40$ cm, perpendiculares entre si, giram sem deslizar um sobre o outro, como mostra a figura. A distância entre o ponto de contato do disco A e o centro do disco B é x e a velocidade angular do disco B é de 20 rad/s.



Qual é a expressão da velocidade angular ω do disco A em função de x (medido em cm)?

Transmissão de movimento circular

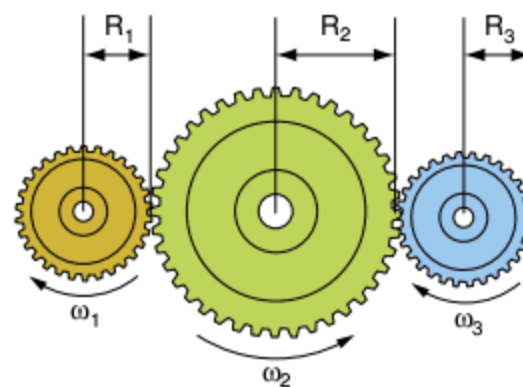
31 Fuvest Uma criança montada em um velocípede se desloca em trajetória retilínea, com velocidade constante em relação ao chão. A roda dianteira descreve uma volta completa em um segundo. O raio da roda dianteira vale 24 cm e o das traseiras 16 cm.



Podemos afirmar que as rodas traseiras do velocípede completam uma volta em, aproximadamente:

- (a) $\frac{1}{2}$ s
- (b) $\frac{2}{3}$ s
- (c) 1 s
- (d) $\frac{3}{2}$ s
- (e) 2 s

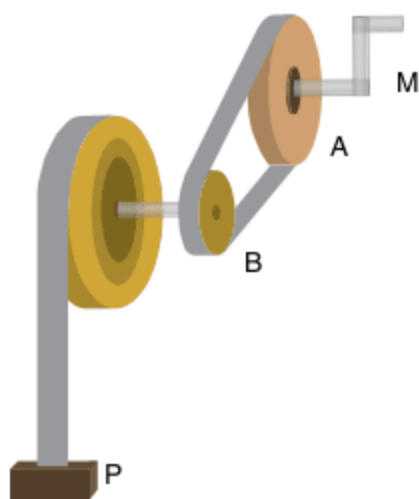
32 UFF-RJ Três engrenagens de raios R_1 , $R_2 = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot R_1$ e $R_3 = \left(\frac{2}{3}\right) \cdot R_1$ estão conectadas tal como indicado na figura a seguir.



A razão $\frac{\omega_1}{\omega_3}$ entre as velocidades angulares da primeira e da terceira engrenagem é:

- (a) $\frac{1}{3}$
- (b) $\frac{1}{2}$
- (c) $\frac{2}{3}$
- (d) 1
- (e) $\frac{3}{2}$

33 Unirio O mecanismo apresentado na figura a seguir é utilizado para enrolar mangueiras após terem sido usadas no combate a incêndios. A mangueira é enrolada sobre si mesma, camada sobre camada, formando um carretel cada vez mais espesso. Considerando ser o diâmetro da polia A maior que o diâmetro da polia B, quando giramos a manivela M com velocidade constante, verificamos que a polia B gira _____ que a polia A, enquanto a extremidade P da mangueira sobe com o movimento _____.

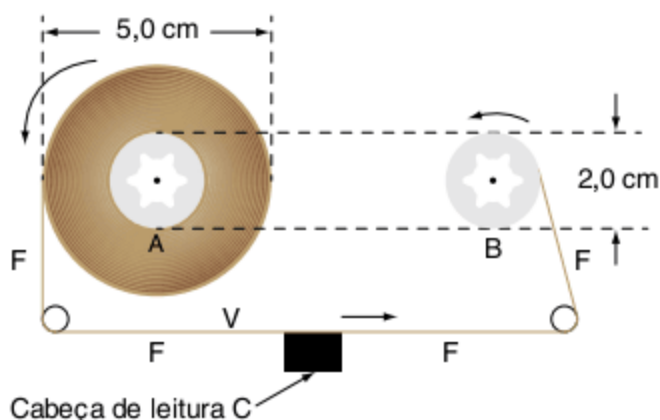


Preenche corretamente as lacunas anteriores a opção:

- (a) mais rapidamente – acelerado.
- (b) mais rapidamente – uniforme.
- (c) com a mesma velocidade – uniforme.
- (d) mais lentamente – uniforme.
- (e) mais lentamente – acelerado.

34 Fuvest Num toca-fitas, a fita F do cassete passa em frente da cabeça de leitura C com uma velocidade constante $v = 4,80 \text{ cm/s}$. O diâmetro do núcleo dos carretéis vale $2,0 \text{ cm}$. Com a fita completamente enrolada num dos carretéis, o diâmetro externo do rolo de fita vale $5,0 \text{ cm}$. A figura adiante representa a situação em que a fita começa a se desenrolar do carretel A e a se enrolar no núcleo do carretel B.

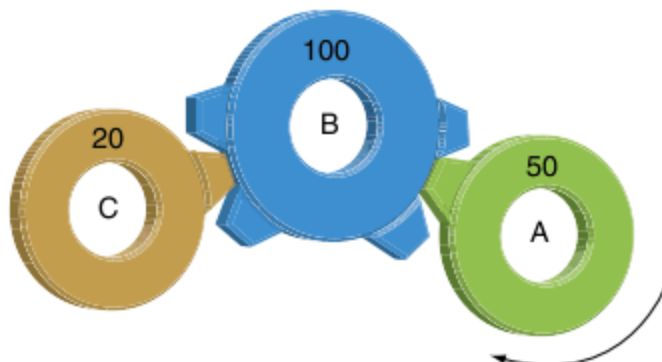
Considere $\pi \cong 3$.



Enquanto a fita é totalmente transferida de A para B, o número de rotações completas por segundos (rps) do carretel A:

- (a) varia de 0,32 a 0,80 rps.
- (b) varia de 0,96 a 2,40 rps.
- (c) varia de 1,92 a 4,80 rps.
- (d) permanece igual a 1,92 rps.
- (e) varia de 11,5 a 28,8 rps.

35 Unicamp Considere as três engrenagens acopladas simbolizadas na figura a seguir. A engrenagem A tem 50 dentes e gira no sentido horário, indicado na figura, com velocidade angular de 100 rpm (rotação por minuto). A engrenagem B tem 100 dentes e a C tem 20 dentes.



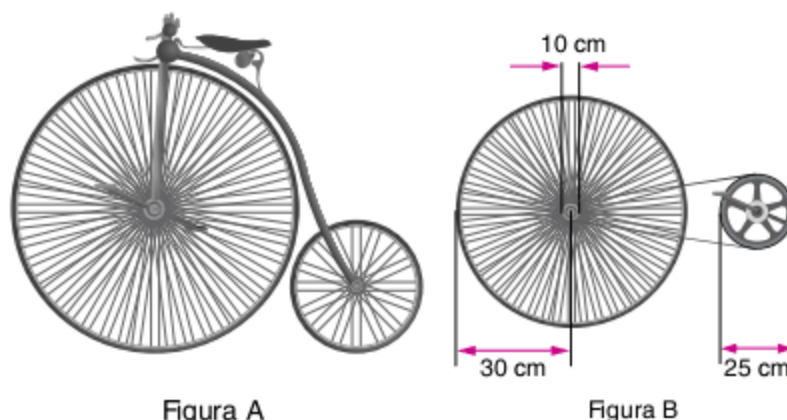
- a) Qual é o sentido de rotação da engrenagem C?
- b) Quanto vale a velocidade tangencial da engrenagem A em dentes/minuto?
- c) Qual é a velocidade angular de rotação (em rpm) da engrenagem B?

36 UFPE 2001 A polia A' de raio $r_{A'} = 12 \text{ cm}$ é concêntrica à polia A, de raio $r_A = 30 \text{ cm}$, e está rigidamente presa a ela. A polia A é acoplada a uma terceira polia B de raio $r_B = 20 \text{ cm}$ pela correia C, conforme indicado na figura. Qual deve ser o raio da polia B', concêntrica a B e rigidamente presa a ela, de modo que A' e B' possam ser conectadas por uma outra correia C', sem que ocorra deslizamento das correias?



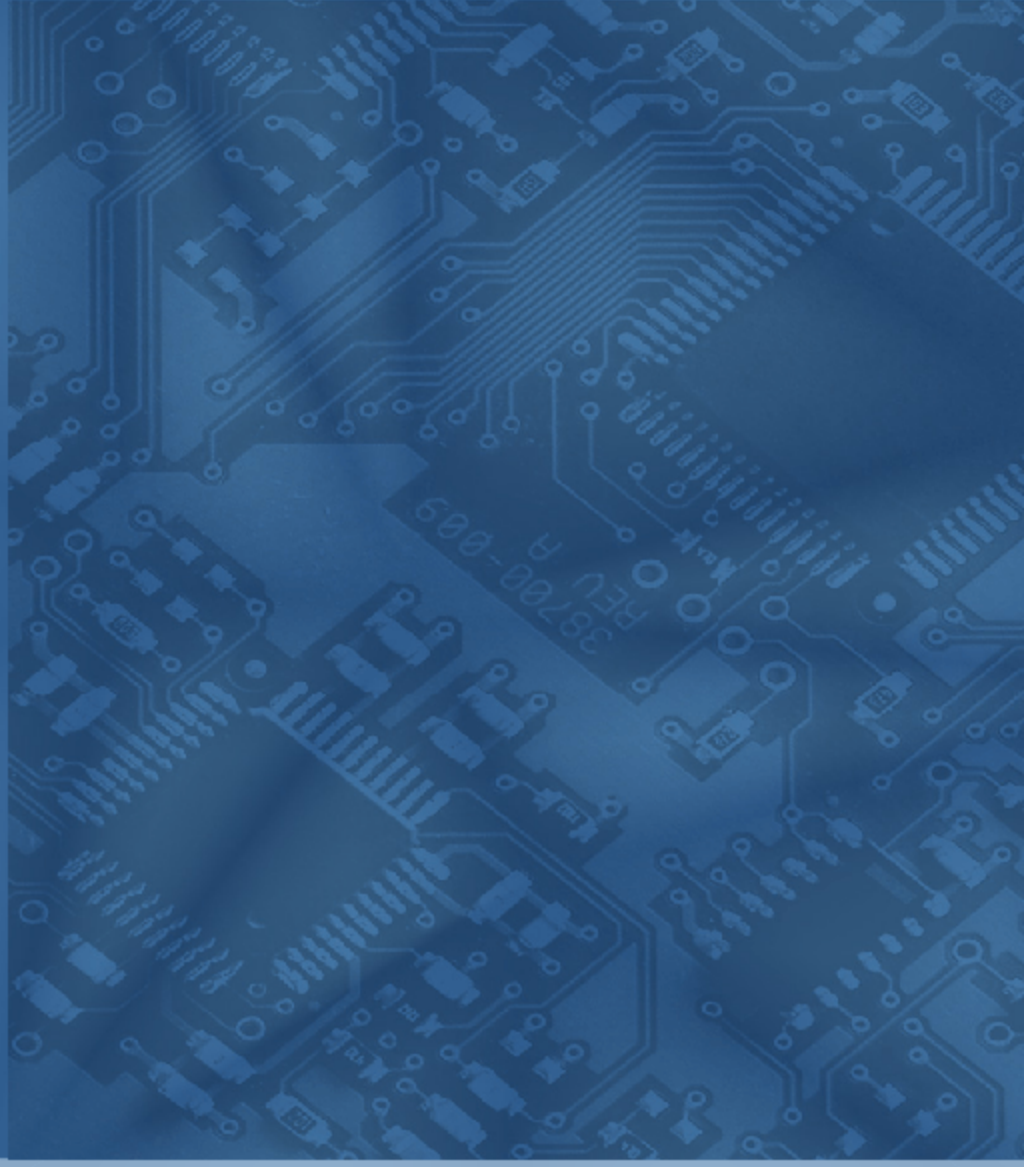
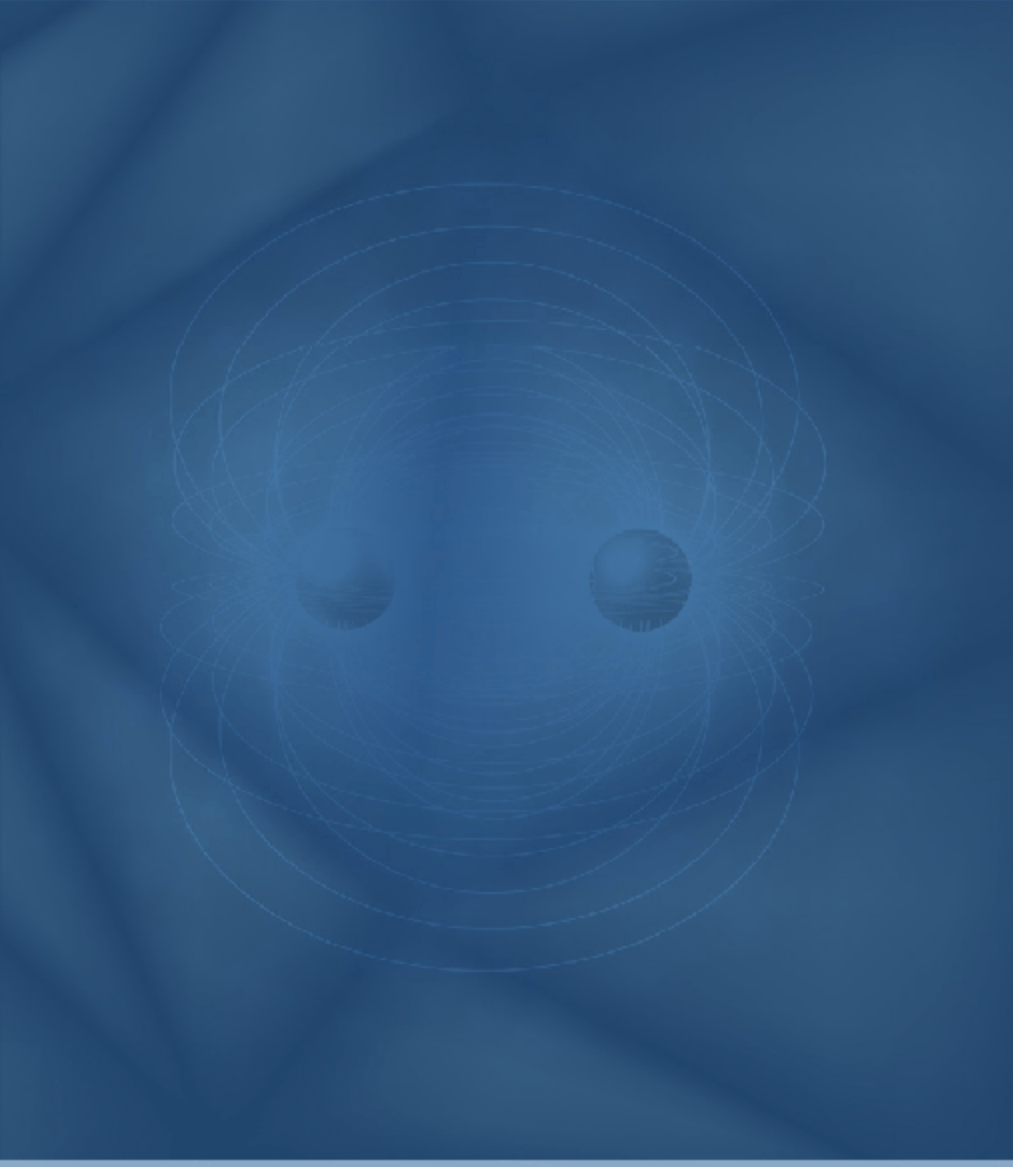
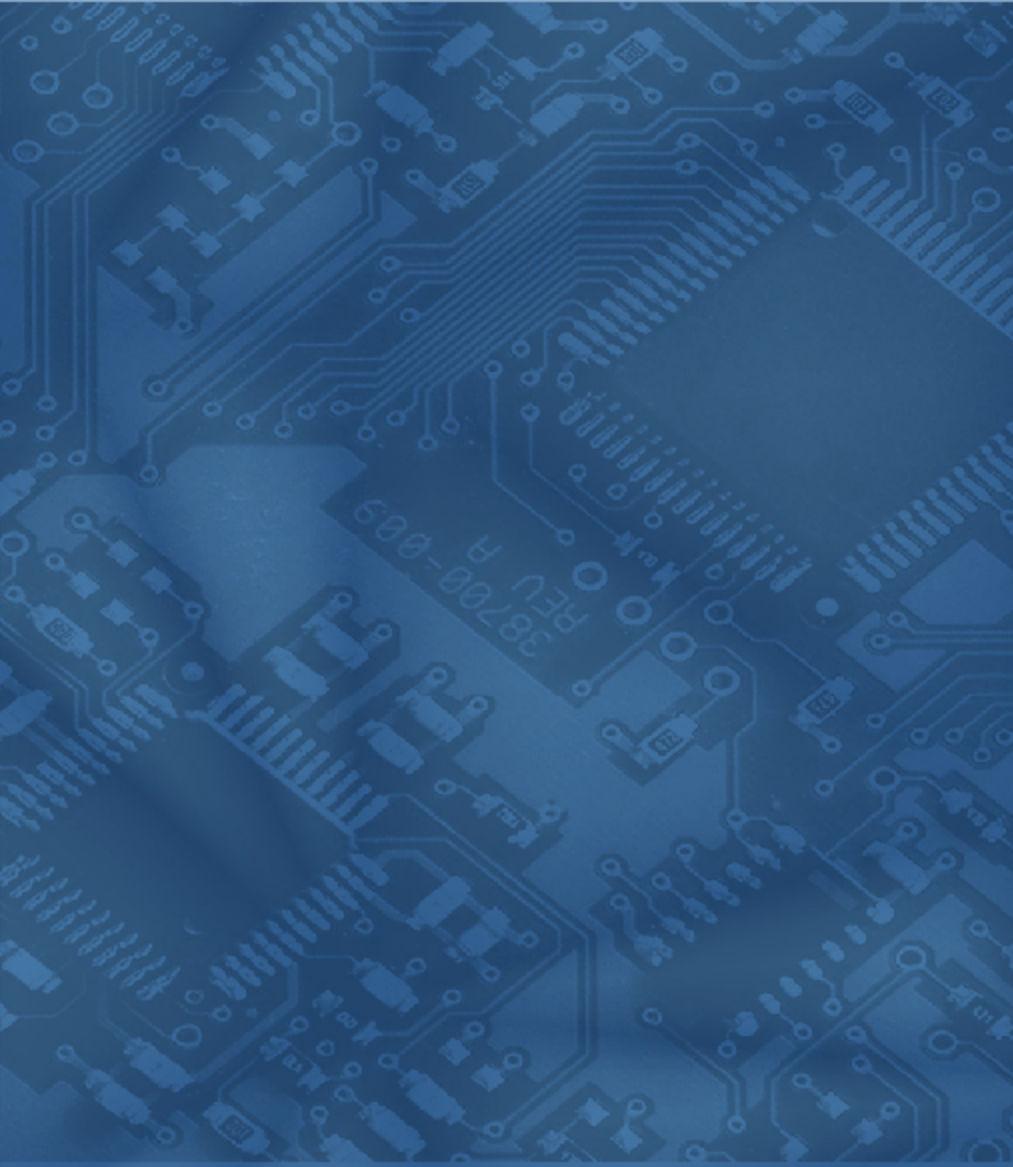
- (a) 12 cm
- (b) 10 cm
- (c) 8,0 cm
- (d) 6,0 cm
- (e) 4,0 cm

37 Unicamp 2005 Em 1885, Michaux lançou o bicicleta com uma roda dianteira diretamente acionada por pedais (Fig. A). Através do emprego da roda dentada, que já tinha sido concebida por Leonardo da Vinci, obteve-se melhor aproveitamento da força nos pedais (Fig. B). Considere que um ciclista consiga pedalar 40 voltas por minuto em ambas as bicicletas.



- a) Qual a velocidade de translação do bicicleta de Michaux para um diâmetro da roda de 1,20 m?
- b) Qual a velocidade de translação para a bicicleta padrão aro 60 (Fig. B)?

Frente 2



1

A natureza elétrica da matéria e a Lei de Coulomb

FRENTE 2



A figura mostra cartuchos de impressão de uma impressora a jato de tinta. Esse equipamento tão presente no dia a dia utiliza a eletricidade para formar as letras no papel. Em uma das técnicas, as gotas são eletrizadas e, por ação de força elétrica, são direcionadas para o exato ponto do papel formando as letras e palavras.

Contexto histórico

A eletricidade é uma realidade do dia a dia, seja nas casas das pessoas fornecendo a energia para o funcionamento de praticamente todos os equipamentos modernos, seja nos fenômenos naturais como raios, ou ainda em processos biológicos como a condução nervosa. Pode-se dizer que o entendimento da eletricidade é parte fundamental do entendimento do mundo que nos cerca.

Certamente os fenômenos elétricos são conhecidos desde a mais remota antiguidade. Apesar de não saberem a origem desses fenômenos, foram os gregos que primeiramente o descreveram. Foi o filósofo Tales de Mileto (640-548 a.C.) que afirmou que quando se atritava âmbar com lã os dois se atraíam. O nome original em grego da palavra âmbar, resina fossilizada de coníferas, é *elêtron*, daí o nome eletricidade. Tales de Mileto explicou o fenômeno afirmando que o âmbar tinha alma própria. O fato positivo dessa explicação é que ela não dependia dos deuses, já que essa era a explicação dada, naquela época, para qualquer fenômeno natural que não pudesse ser entendido.

SAIBA MAIS

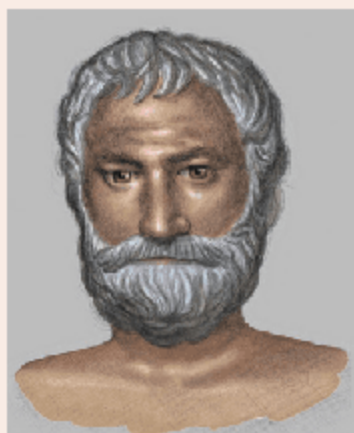


Fig. 1 Tales de Mileto.

Tales de Mileto

(620-548 a.C.) é considerado o pai da filosofia grega, aparece na lista dos Sete Sábios da Grécia. Os pensadores de Mileto iniciaram uma física e uma cosmologia, para eles o universo era considerado um campo com pares opostos das qualidades sensíveis. Aristóteles afirmou que Tales foi o primeiro a atribuir uma causa material

para a origem do universo. Tales também era matemático, geômetra e físico. Acredita-se que tenha previsto um eclipse solar e calculado a altura de uma pirâmide. Diz-se que Tales acreditava que tudo está cheio de deuses, ou seja, a matéria é viva.

Disponível em: <www.saladefisica.cbj.net.br. In: <www.histedbr.fae.unicamp.br/navegando/glossario/verb_b_tales_de_mileto.htm>. (Adapt.).

Durante os séculos seguintes, foram feitas tentativas de explicar a origem dos fenômenos elétricos e magnéticos. Lucretius (98-55 a.C.), um atomista romano, tentou explicar a força magnética entre a magnetita, um mineral com imantação permanente, e o ferro, afirmando que partículas eram emanadas da magnetita e originavam um vácuo em volta da mesma, sugando o ferro.

A virtude dessa explicação é também o fato de ela não depender de deuses ou de algo sobrenatural e a tentativa de estabelecer um modelo para a compreensão do fenômeno físico. Com o final do Império Romano do ocidente no século V, o mundo entra na Idade Média e o fato mais importante relacionado ao eletromagnetismo foi a descoberta da bússola e o seu uso.

Foi no século XVI que um médico da família real britânica e chefe do *Royal College of Physicians* (Colégio Real de Médicos), chamado William Gilbert, deu ao mundo um

início de explicação científica sobre esse assunto em seu livro *De Magnete*. Gilbert entendeu que a Terra era um magneto gigante, tendo construído uma miniatura do planeta feita de magnetita, a qual ele chamou **Terrela**. Através de medidas experimentais e de acurado senso científico, ele chegou a importantes conclusões, como o fato de força elétrica ou magnética variar com a distância entre os corpos.

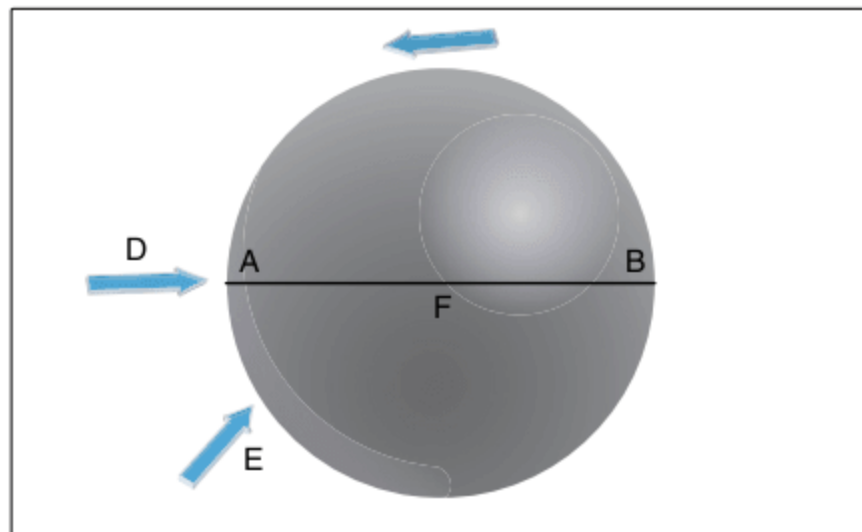


Fig. 2 Terrela, miniatura da Terra feita de magnetita.

SAIBA MAIS



Fig. 3 William Gilbert.

William Gilbert

(1540-1603) foi físico e médico inglês de Elizabeth I e James I. Estendeu as observações de Peregrinus sobre o magnetismo em sua obra *De magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure* (Sobre o magnetismo, corpos magnéticos e o grande ímã Terra, 1600). Nela, demonstra que a Terra era um grande ímã e que o "polo Norte" (porque apontava para o norte) era capaz de atrair o polo sul de outro ímã. Gilbert também estudou os efeitos elétricos e notou as principais diferenças entre eletricidade e magnetismo a partir de observações experimentais simples.

Disponível em: <<http://plato.if.usp.br/1-2003/fmt0405d/apostila/renasc7/node8.html>>. (Adapt.).

Nos idos de 1660, quando não se conhecia a força elétrica de repulsão, o alemão Otto von Guericke (1602-1686), que era advogado, matemático, engenheiro e político e que tinha uma extraordinária capacidade experimental, inventou uma máquina capaz de eletrizar corpos. Tratava-se de uma esfera de enxofre do tamanho aproximado de uma bola de futebol que girava. Ao ser atritada com borracha, por exemplo, a esfera passava inicialmente a atrair objetos tais como tiras metálicas e penas. Porém, quando os objetos encostavam na esfera, passavam a ser repelidos.

Até essa época não se conhecia a força elétrica de repulsão então, aproveitando esse fenômeno, Guericke fazia manifestações públicas guiando as penas até o lugar onde desejava.

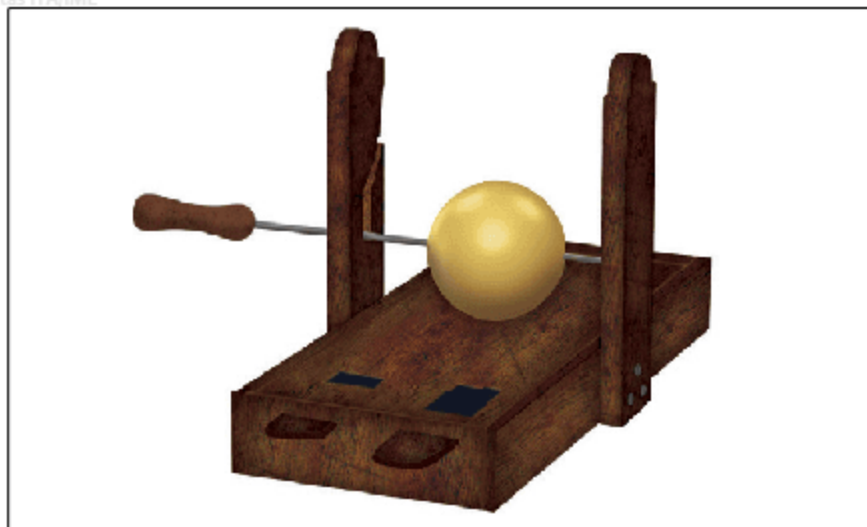


Fig. 4 Globo de enxofre de Otto von Guericke.

Em 1746, na Universidade de Leyden na Holanda, foi criado um dispositivo capaz de armazenar cargas elétricas, denominado garrafa de Leyden. Esse dispositivo, atualmente conhecido como capacitor, era feito de garrafas revestidas por fora e por dentro com folhas de metal que tinham a capacidade de armazenar grandes quantidades de carga.

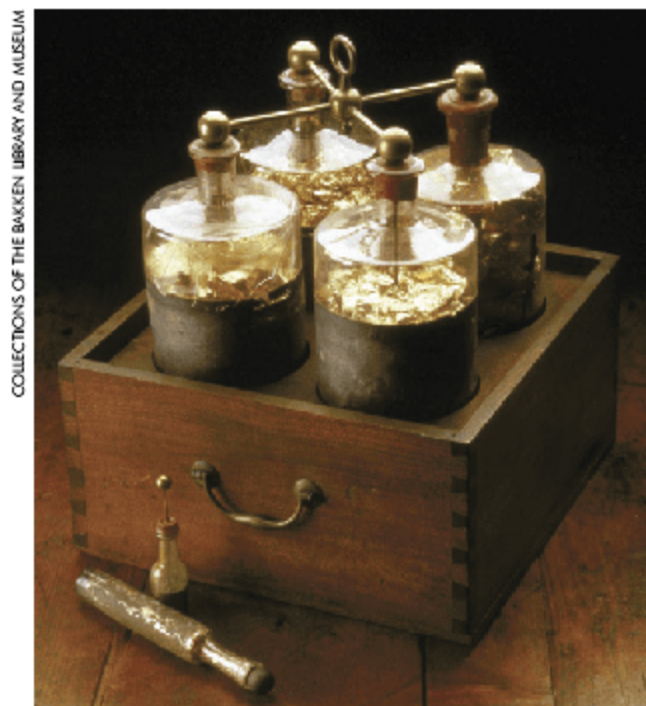


Fig. 5 Um arranjo de garrafas de Leyden.

SAIBA MAIS

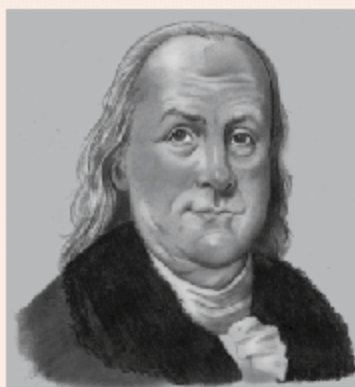


Fig. 6 Benjamin Franklin.

Benjamin Franklin, nascido em 30 de junho de 1706, em Boston, ainda colônia inglesa e falecido em 16 de março de 1790, na Filadélfia, EUA. Falar de Benjamin Franklin é falar de um dos mais notáveis homens de nossa história. Sua educação formal consta de apenas dois anos, assim ele foi um notável autodidata.

Foi gráfico, embaixador, revolucionário americano, para mencionar apenas algumas de suas atividades. Além disso, foi inventor e apresentou trabalhos pioneiros na teoria da eletricidade. Participou de várias associações

científicas de vários países, destacando-se a Real Sociedade Inglesa de Ciências, pela qual foi agraciado com a prestigiosa medalha Copley pelos seus trabalhos na área da eletricidade, e da Sociedade Americana de Filosofia, da qual foi o fundador. Recebeu muitos títulos honorários, destacando-se o título de doutor pela Universidade de St. Andrews.

Em 1750, o norte-americano Benjamin Franklin realizou a célebre experiência da pipa, onde pôde verificar a natureza elétrica do raio. Nessa experiência, feita quando se aproximava uma tempestade, Franklin empinou uma pipa de seda com uma ponta de metal presa a um fio de algodão úmido e a outra ponta presa em uma garrafa de Leyden. Franklin verificou que, após o surgimento dos raios perto da pipa, a garrafa de Leyden estava carregada, provando assim a natureza elétrica do raio.

Durante todos esses estudos, sabia-se que havia “tipos” diferentes de eletricidade, porém não se sabia quantos. Foi Charles Du Fay (1698-1739), um cientista francês, que identificou dois tipos de eletricidade, os quais Benjamin Franklin denominou de positivo (+) e negativo (-). Para que houvesse um padrão, Franklin atritou um bastão de vidro em seda, à eletricidade adquirida pelo bastão chamou de positiva e àquela adquirida pela seda chamou de negativa.

Até aquela época, os fenômenos elétricos tinham sido produzidos através de processos puramente físicos. Porém, no final do século XVIII, o cientista italiano Alessandro Volta (1745-1827) demonstrou que era possível produzir eletricidade também através de processos químicos. O dispositivo criado por Volta ficou conhecido como a primeira pilha elétrica. Essa pilha era constituída por metais diferentes postos em contato com uma solução ácida. Desta forma, era possível se manter uma corrente elétrica constante e não apenas descargas elétricas. Como a natureza normalmente é uma via de duas mãos, o inglês Humphry Davy (1778-1829) mostrou que não somente reações químicas poderiam produzir eletricidade, mas também a eletricidade poderia produzir reações químicas, processo esse conhecido por eletrólise e que é amplamente utilizado na indústria moderna.

Com a descoberta de Volta, foi possível se realizar em laboratórios experiências mais elaboradas. O século XIX marca o surgimento de motores elétricos e de geradores elétricos, em que teve importância capital o cientista inglês Michael Faraday, considerado até hoje o maior cientista experimental de todos os tempos, tendo escrito vários artigos científicos sem a utilização de nenhuma fórmula matemática.

O trabalho de vários cientistas que contribuíram para a compreensão do eletromagnetismo foi compilado pelo físico escocês James Clerk Maxwell. O trabalho de Maxwell permitiu a compreensão da luz como sendo uma onda eletromagnética e permitiu, já no final do século XIX e início do século XX, que o homem entrasse na era das comunicações sem fio, com o brasileiro Landell de Moura (1861-1928) e o italiano Guglielmo Marconi (1874-1937).

SAIBA MAIS

THOMAS PHILLIPS/WIKIMEDIA COMMONS



Michael Faraday (1791-1867), funcionário de uma livraria inglesa, com educação formal precária, Faraday era um ávido leitor, interessado em ciências, especialmente em eletricidade. Antigo assistente do químico Humphry Davy, Faraday começou a conduzir seus próprios experimentos e escreveu

Fig. 7 Michael Faraday.

artigos relacionados aos fenômenos da eletricidade e magnetismo. Foi um dos maiores cientistas experimentais de todos os tempos, inventou o dínamo – aparelho capaz de converter eletricidade em movimento – e desenvolveu o conceito de campo para descrever as forças elétrica e magnética.

Disponível em: <<http://scienceworld.wolfram.com/biography/Faraday.html>>. (Adapt.).

SAIBA MAIS

FERGUS OF GREENOCK/WIKIPEDIA



James Clerk Maxwell (1831-1879) foi um físico e matemático britânico. Ele é mais conhecido por ter dado forma final à teoria moderna do eletromagnetismo, escrevendo um conjunto de equações fundamentais que governam o comportamento do campo elétrico e magnético. Suas formulações de

Fig. 8 James Clerk Maxwell.

eletricidade e magnetismo foram publicadas em *Um tratado sobre eletricidade e magnetismo* (1873). Maxwell escreveu ainda diversos artigos em eletricidade, onde tinha a intenção de apresentá-la na sua forma mais simples, além de inúmeras contribuições para a termodinâmica.

Uma das coisas mais interessantes a respeito dessa breve revisão histórica é que a humanidade adquiriu uma grande compreensão dos fenômenos elétricos e magnéticos sem possuir um entendimento da relação entre a estrutura íntima da matéria e esses fenômenos. Em outras palavras, não se sabia qual era a característica da matéria que conferia a ela a propriedade de apresentar eletricidade e magnetismo, já que o modelo atômico reinante até a segunda metade do século XIX era o átomo de Dalton, que nada dizia a respeito da eletricidade.

Foi no final do século XIX, quando a Física passou por uma verdadeira revolução, que descobertas importantes foram feitas revelando a natureza elétrica da matéria. Foi nessa época que o físico inglês J. J. Thomson descobriu o elétron. Com essa descoberta, foi necessário propor um novo modelo atômico que levasse em conta o elétron. Sendo a matéria neutra, Thomson propôs o modelo do **“Pudim de Passas”**. O “pudim” teria carga positiva e os elétrons, com carga negativa, seriam as passas.

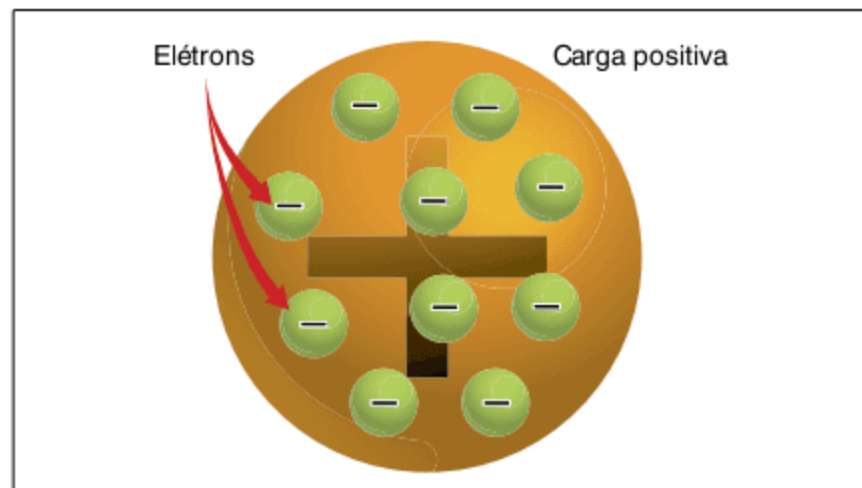


Fig. 9 O modelo atômico de Thomson – Pudim de Passas.

O modelo de Thomson foi o primeiro modelo a levar em conta a natureza elétrica da matéria. Porém, a descoberta da radioatividade de Becquerel (1852-1908) e os experimentos de Ernest Rutherford (1871-1937) levaram a um novo modelo do átomo, constituído por partículas positivas em um núcleo denso e de dimensões desprezíveis, em comparação ao tamanho do átomo, e por elétrons, partículas negativas que se movimentam em torno do núcleo.

SAIBA MAIS



Sir Joseph John Thomson (1856-1940), também conhecido por J. J. Thomson, foi um físico britânico que descobriu o elétron e propôs o modelo atômico do Pudim de Passas. Aos 14 anos, ingressou na Owens College e mais tarde obteve o grau de bacharel em Matemática pela Trinity College, em Cambridge. Em 1884, o jovem

Fig. 10 Joseph John Thomson.

Thomson tornou-se professor de Física nos Laboratórios Cavendish, onde teve como aluno o físico Ernest Rutherford, que mais tarde trabalhou no mesmo cargo. Em 1906, Thomson recebeu o prêmio Nobel de Física por suas investigações teóricas e experimentais da condução de eletricidade por gases.

Disponível em: <<http://scienceworld.wolfram.com/biography/Thomson.html>>. (Adapt.).

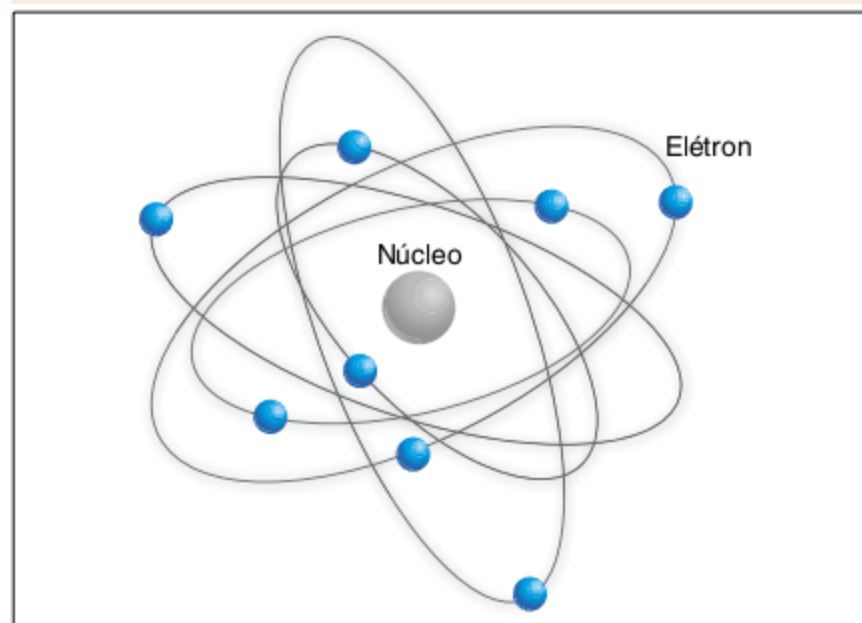


Fig. 11 Modelo atômico de Rutherford estilizado.

Atualmente, depois dos trabalhos de Max Planck (1858-1947), Werner Heisenberg (1901-1976), Erwin Schrödinger (1887-1961), entre outros, o tratamento do átomo se dá através da mecânica quântica. Porém, mesmo nessa moderna teoria, eletricamente falando, o átomo ainda é composto de prótons e elétrons, que possuem a mesma carga, em módulo, e sinais opostos.

A teoria atômica e a natureza elétrica da matéria

A contextualização histórica permite compreender que os fenômenos elétricos ocorrem devido ao fato de que o átomo, na sua estrutura mais íntima, é constituído por cargas elétricas. Demorou muito para que o homem pudesse ter esse entendimento. Isso não impediu, porém, que muitos fenômenos pudessem ser compreendidos e até aplicados no dia a dia.

Assim, para o estudo da eletricidade, basta que pensemos no átomo como constituído por um núcleo onde existem prótons – partículas positivamente carregadas –, nêutrons – partículas sem carga elétrica – e uma eletrosfera, externa ao núcleo, onde existem partículas negativamente carregadas, os elétrons.

A rigor, a Física já foi capaz de detectar mais de 200 partículas subatômicas, entre elas os quarks e os mésons. Porém, como afirmado anteriormente, para o estudo da eletricidade, basta a compreensão dos prótons, elétrons e nêutrons.

O conhecimento atual sobre as características de carga e massa das principais subpartículas do átomo é visto na tabela a seguir.

Partícula	Massa relativa	Carga relativa	Local
Prótons	1.836	+1	Núcleo
Nêutrons	≈ 1.836	0	Núcleo
Elétrons	1	-1	Eletrosfera

Tab. 1 Tabela comparativa entre cargas e massas de prótons, nêutrons e elétrons.

A observação dessa tabela leva a algumas conclusões interessantes. Enquanto não se tem uma simetria de massa, ou seja, cada uma das partículas tem massas distintas, observa-se uma perfeita simetria de carga. Da análise da tabela 1, verifica-se que para que um corpo tenha carga nula, basta que o seu átomo tenha o mesmo número de prótons e de elétrons.

A menor unidade de carga elétrica mensurável é aquela carregada pelo elétron, em módulo, denominada **carga elétrica elementar (e)**.

A medida da carga elementar é uma das mais importantes da história da Física. O autor desse experimento foi o norte-americano Robert A. Millikan que, utilizando uma câmara na qual injetava gotas de óleo, mediu com notável precisão a carga do elétron.

No sistema internacional de unidades (SI), a unidade de carga elétrica é o coulomb (C) e a carga elétrica elementar é igual a:

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Outra informação muito importante é que todos os processos de trocas de carga entre corpos ocorrem devido à movimentação dos elétrons, já que os prótons e nêutrons encontram-se firmemente presos ao núcleo por ação de forças muito fortes. Assim sendo, eles são incapazes de se movimentar pela estrutura do átomo.

Dessa forma, pode-se definir o que vem a ser um **corpo neutro**, um **corpo positivamente carregado** e um **corpo negativamente carregado**.

SAIBA MAIS

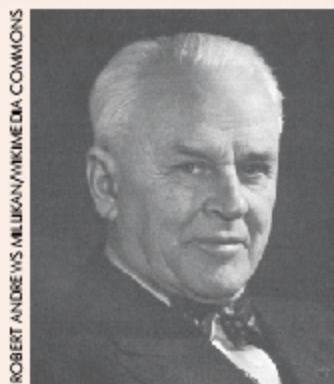


Fig. 12 Robert Andrews Millikan.

Robert Andrews Millikan

(1868-1953) foi um físico norte-americano, nascido em Morrison, Illinois, ganhador do Prêmio Nobel de Física (1923) pela determinação da carga do elétron e verificações experimentais relacionadas ao efeito fotoelétrico. Recebeu seu Ph.D. em 1895, pela Universidade de Columbia, por suas conclusões sobre a polarização da luz emitida por superfícies incandescentes.

Como professor na Universidade de Chicago, Millikan trabalhou para simplificar o ensino da Física. Robert Millikan foi responsável por inúmeras descobertas, nas áreas de eletricidade, óptica e física molecular, entre elas estão contribuições significantes para o estudo da radiação cósmica.

Disponível em: <www.dec.ufcg.edu.br/biografias/RoberAnd.html>. (Adapt.).

Corpo neutro

De acordo com o exposto anteriormente, pode-se dizer que um corpo está neutro quando possui o mesmo número de prótons e elétrons. Afirmar que um corpo neutro não possui cargas elétricas é um erro, já que, sendo o corpo constituído por átomos, sabe-se que o mesmo possui prótons e elétrons. De forma geral, a maioria dos corpos encontra-se eletricamente neutro.

Corpo positivamente carregado

Um corpo é dito estar positivamente carregado quando o número de prótons nesse corpo é maior do que o número de elétrons.

De acordo com o que foi estudado anteriormente, esse número de prótons a mais deve-se a elétrons que foram perdidos, e não devido a um ganho de prótons.

Corpo negativamente carregado

Um corpo é dito estar negativamente carregado quando o seu número de elétrons é maior que o número de prótons. Da mesma forma que no caso do corpo positivamente carregado, não se deve pensar que o excesso de elétrons se deva a prótons perdidos, um corpo fica negativamente carregado por receber elétrons excedentes em relação ao número de prótons.

A quantização da carga elétrica

Uma grandeza é dita quantizada quando ela não pode assumir qualquer valor, e sim múltiplos inteiros de um mínimo. A palavra latina para esse tipo de mínimo é *quantum*, daí o nome quantizado.

Como se observou anteriormente, um corpo muda de estado de eletrização por perder ou ganhar elétrons. Assim, a carga

elétrica do corpo é sempre um múltiplo inteiro da carga do elétron, já que não é possível ceder ou retirar um número não natural de elétrons do corpo.

Pode-se dizer que a carga Q adquirida por um corpo é igual ao número n de elétrons excedentes ou faltantes multiplicado pela carga elétrica elementar e . Tal que:

$$Q = \pm n \cdot e$$

ATENÇÃO!

Na verdade, existem os quarks, com cargas elétricas $\left(\frac{1}{3}\right)e$ e $\left(\frac{2}{3}\right)e$, o que parece contrariar a definição de carga elementar para a carga de um próton; no entanto, vale lembrar que essa fração de carga não pode ser diretamente observada.

Exercício resolvido

1 Sabe-se que a carga do elétron vale $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Considere um bastão de vidro que foi atirado e perdeu elétrons, ficando positivamente carregado com a carga de $5,0 \cdot 10^{-6}$ C. Determine, aproximadamente, o número de elétrons retirados do bastão.

Resolução:

Utilizando-se da expressão apresentada:

$$Q = \pm n \cdot e$$

Tem-se $Q = 5 \cdot 10^{-6}$ C e $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, assim:

$$n = \frac{Q}{e} = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 3,1 \cdot 10^{13} \text{ elétrons.}$$

Princípios da eletrostática

A eletrostática estuda a interação entre cargas elétricas em corpos em equilíbrio eletrostático, isto é, em corpos nos quais as cargas estão distribuídas em equilíbrio e qualquer movimentação se deve à agitação térmica. O conceito de equilíbrio eletrostático será explorado mais à frente neste capítulo.

A eletrostática baseia-se em dois princípios:

- **Princípio da atração e da repulsão:** Partículas eletrizadas com cargas de sinais opostos se atraem, enquanto partículas com cargas de sinais iguais se repelem.

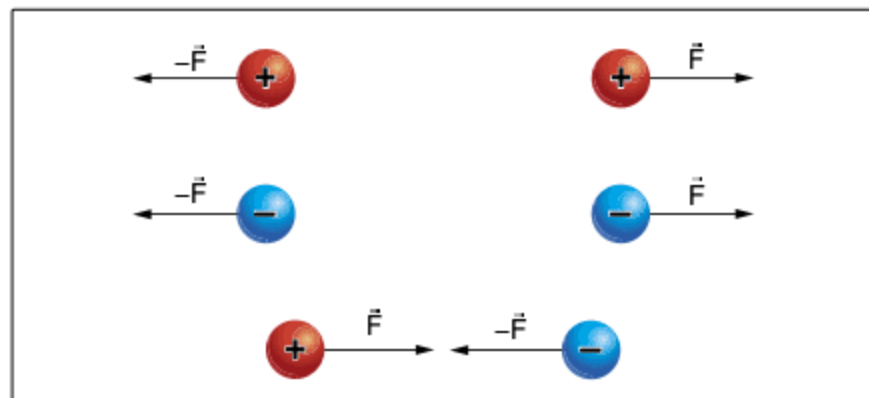


Fig. 13 Representação esquemática das forças entre cargas elétricas.

ATENÇÃO!

Corpos neutros também podem sofrer atração eletrostática.

- **Princípio da conservação de cargas elétricas:** Em um sistema eletricamente isolado, o somatório algébrico das cargas, aquele que leva em conta os sinais das cargas a serem somadas, mantém-se constante. Esse princípio pode ser explicitado da seguinte forma: cargas elétricas não podem ser criadas nem destruídas, elas são transferidas de um corpo para outro.

ATENÇÃO!

Por sistema eletricamente isolado, pode-se entender um sistema que não tem a possibilidade de trocar cargas com o meio externo.

Para entender melhor, observe a figura 14.

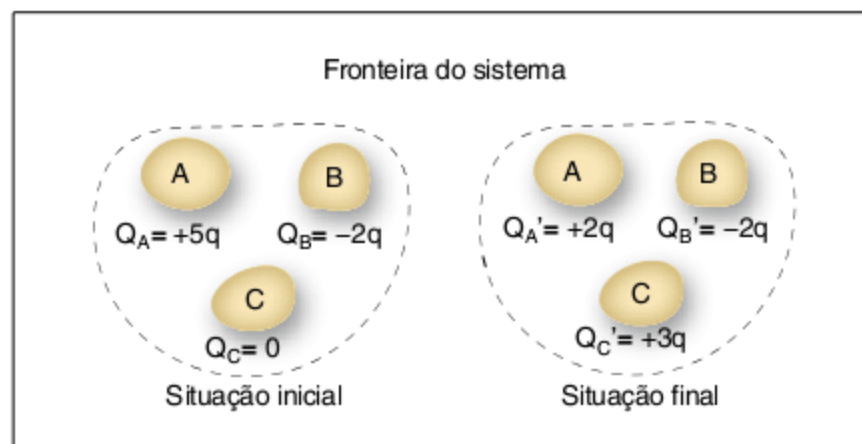


Fig. 14 Princípio da conservação da carga.

Vemos na figura 14 um sistema eletricamente isolado. Após sucessivos contatos entre seus componentes, notamos apenas uma redistribuição da carga elétrica do sistema, já que:

$$\text{Carga inicial} = +5q + (-2q) + 0 = +3q$$

$$\text{Carga final} = +2q + (-2q) + (+3q) = +3q$$

Notamos, então, que a quantidade de carga elétrica do sistema permanece constante, já que a fronteira do sistema não permite passagem de carga em nenhum sentido.

Condutores e isolantes

Para entender os processos de eletrização, é muito importante a diferenciação do comportamento elétrico dos materiais chamados **condutores** daqueles chamados **isolantes**. O conceito intuitivo de materiais que conduzem bem a eletricidade daqueles que não o fazem é obtido desde a infância. O fato de um material conduzir bem a eletricidade tem a ver com a mobilidade das cargas no interior de sua estrutura.

SAIBA MAIS

Existem ainda os materiais supercondutores. A supercondutividade foi descoberta pelo físico holandês Kamerlingh-Onnes (1853-1926) e trata de materiais que apresentam resistência elétrica nula abaixo de determinada temperatura, denominada temperatura crítica. A interpretação teórica do fenômeno ainda não é completa, mas a aplicação de materiais supercondutores no cotidiano é cada vez mais comum, e varia desde a construção de aceleradores de partículas, computadores até a movimentação de trens-bala.

Condutores

Um corpo é dito condutor quando possui portadores de carga que podem se movimentar facilmente pela sua estrutura. Assim, quando nos referimos a um corpo como condutor, subentende-se que ele é um bom condutor. Podemos subdividir os condutores em três espécies:

- Condutores de 1ª espécie – São aqueles condutores onde os portadores livres de carga são os elétrons. Esses elétrons são aqueles que se encontram mais distanciados do núcleo, nas camadas mais externas, e são capazes de se desprender da força eletrostática do núcleo e adquirir liberdade de movimento. São condutores de primeira espécie os metais e a grafite.
- Condutores de 2ª espécie – São aqueles condutores onde os portadores livres de carga são os íons positivos (cátions) ou negativos (ânions). Os íons são átomos que adquirem ou perdem elétrons, ficando assim carregados eletricamente. São exemplos de condutores de segunda espécie as soluções salinas com sais de elevada solubilidade, soluções aquosas ácidas e básicas.
- Condutores de 3ª espécie – São aqueles condutores onde os portadores livres de carga podem ser os íons positivos e negativos, como também os elétrons livres. Podemos encontrar esses condutores nas lâmpadas fluorescentes em nossas casas. Ao aplicarmos uma diferença de potencial nessas lâmpadas, o gás ioniza-se e a movimentação das cargas no seu interior faz com que ele emita luz. São condutores de terceira espécie os gases ionizados.

Isolantes

Um corpo é denominado isolante quando satisfaz uma das condições a seguir.

- O corpo não possui portadores livres de carga elétrica, tais como íons ou elétrons de condução. É o caso da borracha, giz, entre outros.
- O corpo possui portadores de carga elétrica, mas esses portadores não conseguem se movimentar pela estrutura e permitir a condução elétrica. Neste caso, os portadores de carga estão presos à estrutura do material e, desta forma, não têm mobilidade. É o caso dos sais no estado sólido.

SAIBA MAIS

Um bom exemplo do caráter isolante e condutor de um material é o NaCl . Apesar de apresentar uma ligação iônica na qual se tem íons Na^+ e Cl^- , o NaCl , o NaCl sólido é um isolante, pois os seus íons estão presos à estrutura cristalina do material. Porém, quando o NaCl é jogado em água, há uma dissociação iônica e seus íons adquirem mobilidade. Assim, uma solução aquosa de NaCl torna-se boa condutora.

Processos de eletrização

Eletrizar um corpo significa ceder ou retirar elétrons de sua estrutura de forma que provoque o aparecimento de cargas positivas, correspondendo a uma falta de elétrons, ou negativas, no caso de excesso de elétrons.

Tanto um condutor quanto um isolante podem ser eletrizados. A diferença é que nos isolantes a carga fica concentrada na região onde se deu o processo de eletrização, não se espalhando devido à falta de mobilidade dos portadores de carga na sua estrutura. No caso dos condutores, é muito importante o conceito de equilíbrio eletrostático e as suas consequências, para que se compreenda os processos de eletrização.

Conforme definido anteriormente, um corpo é dito estar em equilíbrio eletrostático quando o movimento das cargas ocorre somente devido à agitação térmica. No caso de condutores, devido à mobilidade das cargas, estas procuram sempre minimizar a repulsão existente entre elas. Assim, em um condutor em equilíbrio eletrostático, as cargas estarão sempre na sua superfície, concentrando-se nas pontas, efeito este conhecido como **poder das pontas** ou **efeito das pontas**.

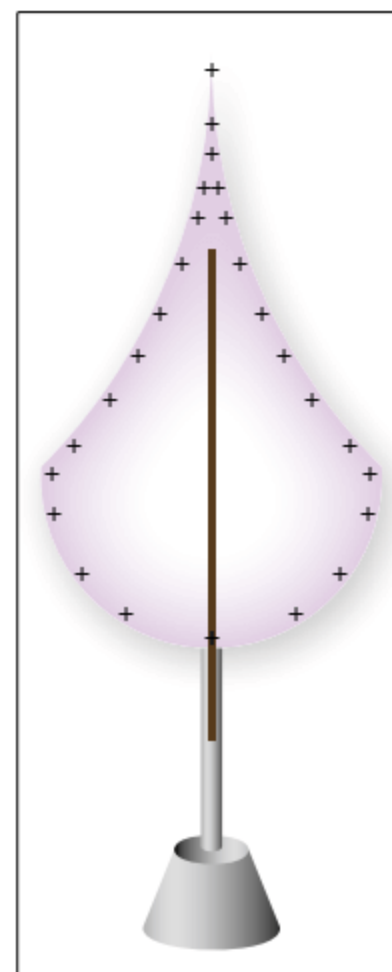


Fig. 15 Efeito das pontas.

Eletrização por atrito

Esse é o primeiro processo de eletrização conhecido pelo homem. Atritando-se, por exemplo, seda e um bastão de vidro, constata-se que o bastão adquire cargas positivas, enquanto a seda adquire cargas negativas. É importante notar que, como os materiais são isolantes, a carga fica confinada no local onde se deu o atrito. Devido a isto, o processo de eletrização por atrito presta-se para isolantes, não sendo útil para condutores.

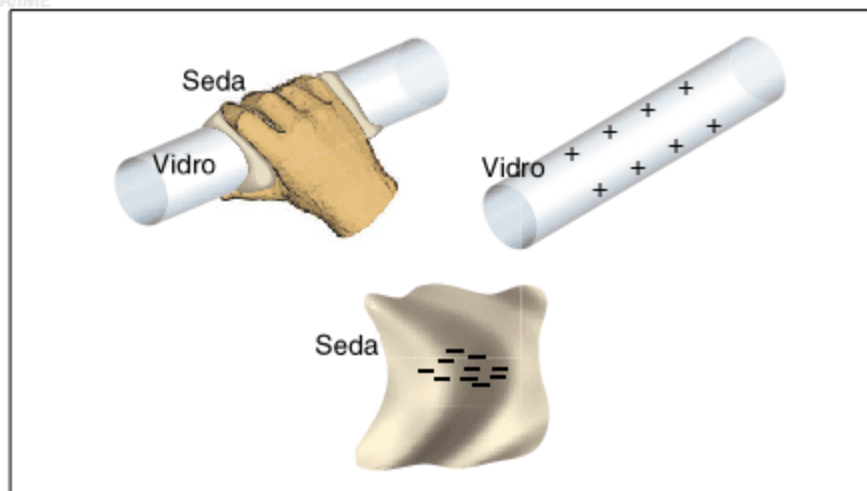


Fig. 16 Eletrização por atrito.

Para determinar quem fica positivo e quem fica negativo na eletrização por atrito, deve-se recorrer a uma série triboelétrica. Essas séries possuem uma extensa relação de materiais e polarização por eles adquirida no atrito.

Substância	
Vidro	
Mica	
Lã	
Pele de gato	
Seda	
Algodão	
Ebonite	
Cobre	
Enxofre	
Celuloide	

Tab. 2 Série triboelétrica.

Eletrização por contato

O processo de eletrização por contato é um processo que se presta muito bem à eletrização de condutores.

Neste estudo, iremos nos concentrar na eletrização de condutores esféricos que, por não apresentarem pontas, possuem uma distribuição homogênea de carga quando não estão na presença de outros corpos carregados.

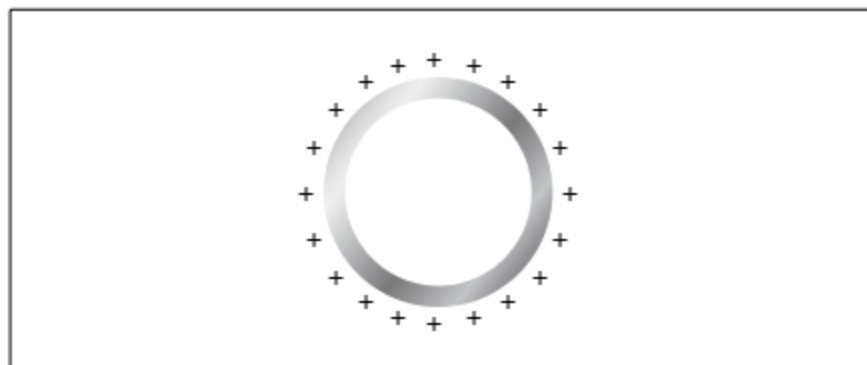


Fig. 17 Distribuição de cargas em um condutor esférico em equilíbrio eletrostático.

Para o entendimento da eletrização por contato, considere duas esferas condutoras, uma negativamente carregada e outra neutra, com raios diferentes, como na figura 18.

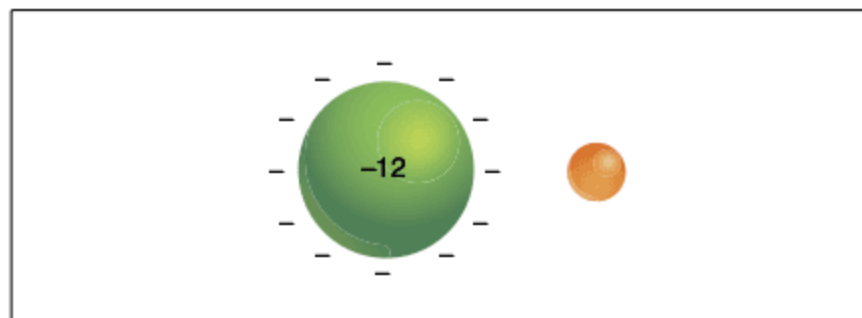


Fig. 18 Condutores de raios diferentes com cargas diferentes.

Ao colocarmos as duas esferas em contato, forma-se um novo condutor, no qual o excesso de elétrons flui da esfera maior para a menor. É muito importante observar que nesse momento não existe equilíbrio eletrostático, pois existe um movimento ordenado de cargas de uma esfera para a outra, o que contraria a definição dada para o equilíbrio eletrostático.

Esse movimento de elétrons prossegue até que o novo condutor, formado pelo contato dos outros dois, atinja o equilíbrio eletrostático. Nesse caso, conforme estudaremos no capítulo 3, as cargas distribuem-se na mesma proporção dos raios das esferas.

ATENÇÃO!

Quando dois ou mais condutores são colocados em contato, eles podem ser analisados como se formassem um único condutor e, no equilíbrio eletrostático, as cargas encontram-se na superfície externa desse condutor.

Se a relação entre os raios for de 2 para 1, tem-se no equilíbrio a situação esquematizada na figura 19.

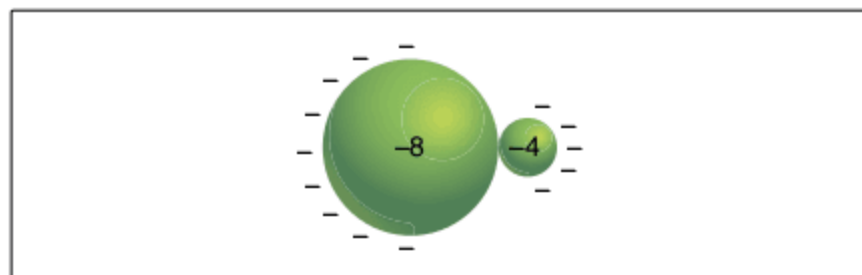


Fig. 19 Divisão das cargas proporcionalmente aos raios.

Observe que o novo condutor formado pelo contato das duas esferas não tem formato esférico, e, no equilíbrio eletrostático, as cargas tendam a se concentrar nas regiões mais extremas. Devido ao fato de que, no condutor, as cargas possuem mobilidade, elas tendem a se afastar o máximo possível, concentrando-se nas extremidades.

Finalmente, separando-se os condutores, cada um manterá sua carga adquirida após o contato:

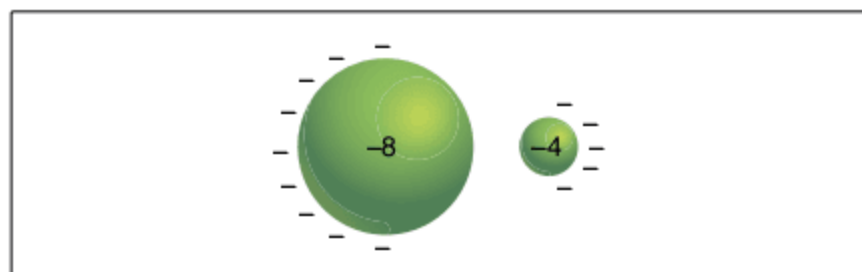


Fig. 20 Condutores são afastados após o contato.

ATENÇÃO!

Quando atingido o equilíbrio eletrostático na eletrização de condutores por contato, todos os condutores em contato terão carga de mesmo sinal.

Sobre o processo anterior deve-se enfatizar que, como era de se esperar, houve conservação da carga total do sistema.

$$\text{Carga inicial} = -12 = (-8) + (-4) = \text{Carga final}$$

Uma pergunta interessante para se responder é: o que aconteceria se colocássemos dois isolantes carregados em contato?

A resposta é simples, como as cargas não têm mobilidade em isolantes, haveria uma troca de cargas única e exclusivamente no ponto onde o contato ocorreu, como se vê na figura 21, em que se tem o corpo A positivamente carregado e o corpo B neutro, ambos isolantes.

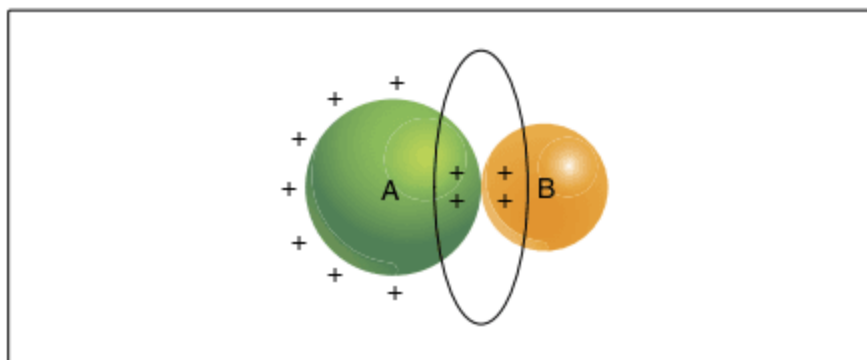


Fig. 21 Eletrização por contato entre materiais não condutores.

Eletrização por contato entre condutores esféricos idênticos

Um caso de particular interesse é o do contato entre condutores esféricos carregados de mesmo raio. Para dois condutores A e B, com cargas Q_A e Q_B , respectivamente, tem-se que a carga final de cada condutor será exatamente igual à metade da carga total do sistema. Isto se deve ao fato de que, sendo os raios iguais, as cargas no equilíbrio também serão iguais.

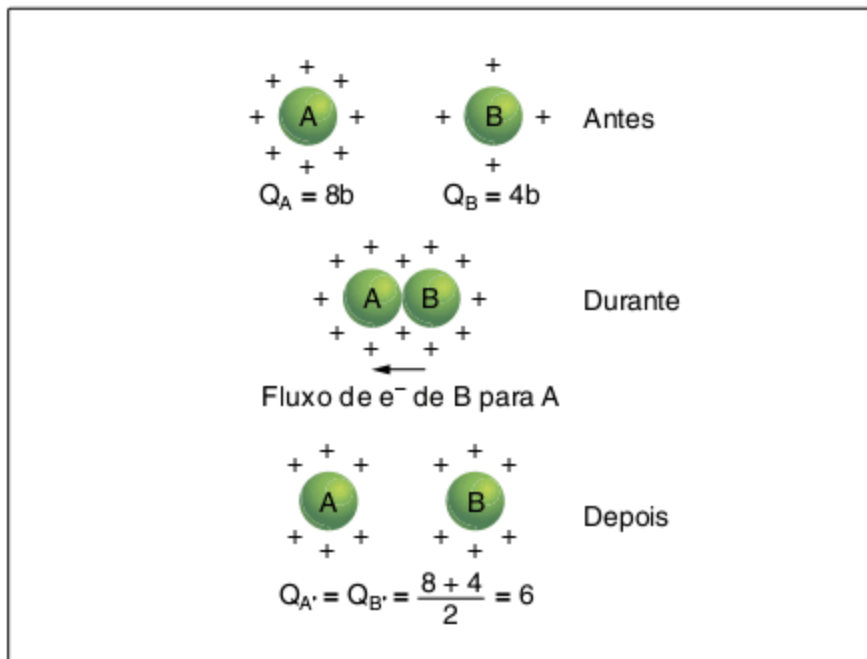


Fig. 22 Processo de eletrização por contato entre condutores idênticos, ambos com carga.

Se houver n condutores esféricos idênticos e carregados, colocados em contato, a carga no equilíbrio é dada por:

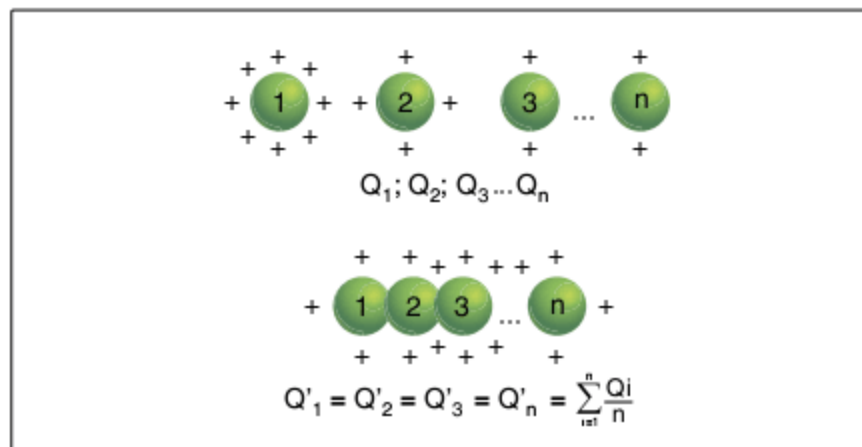


Fig. 23 Processo de eletrização por contato entre n condutores esféricos carregados idênticos.

A Terra

Um dos conceitos da eletrostática mais próximos do nosso dia a dia é o conceito de Terra. Ele está presente nos aterramentos elétricos feitos em instalações elétricas, em circuitos elétricos etc. Para o nosso estudo, definimos a Terra como:

- uma esfera condutora;
- de potencial neutro;
- de raio infinito.

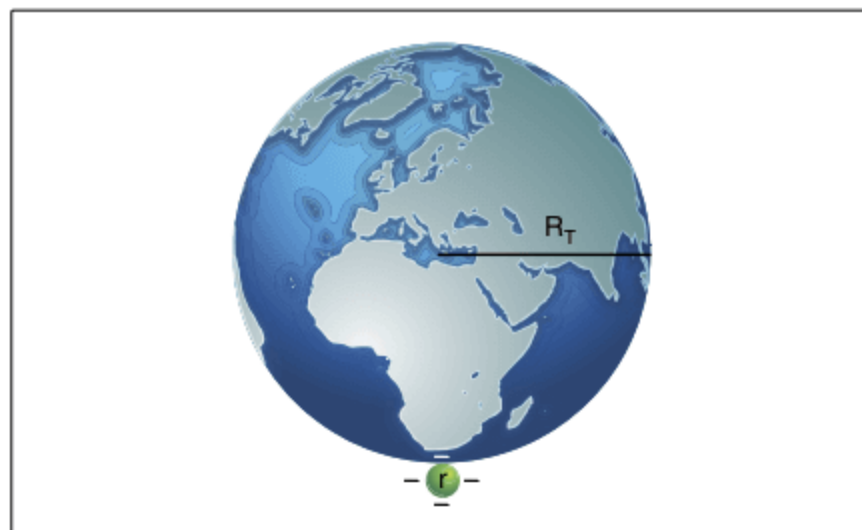


Fig. 24 Contato entre uma esfera condutora e a Terra.

Essa definição exige cuidados, pois a Terra não é perfeitamente esférica, já que é achatada nos polos. A carga elétrica da Terra não é realmente zero, na verdade é por volta de -680 kC ; porém, a terra é adotada como tendo potencial elétrico nulo. Finalmente, ela não tem raio infinito, mas, considerando as dimensões dos objetos em sua superfície, a afirmação pode ser aceita sem grandes erros.

Diante dessa definição, pode-se perguntar o que acontece quando se coloca um condutor isolado, ou seja, aquele que não está na presença de nenhum corpo carregado, em contato com a Terra. A resposta é simples, como as cargas distribuem-se proporcionalmente aos raios, conclui-se que toda a carga elétrica vai para a Terra.

Caso o corpo condutor esteja positivamente carregado, quando colocado em contato com a Terra, elétrons fluem da Terra para o corpo neutralizando-o. Se o corpo estiver negativamente carregado, quando colocado em contato com a Terra, os elétrons excedentes fluem do corpo para a Terra.

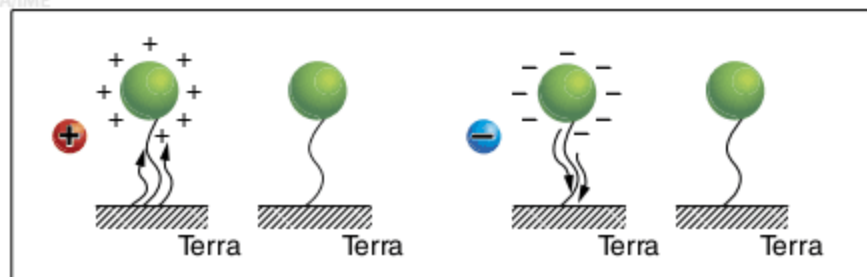


Fig. 25 Representação esquemática de condutores carregados isolados colocados em contato com a Terra.

ATENÇÃO!

Todo condutor isolado carregado, ao ser colocado em contato com a Terra, fica neutro.

Eletização por indução

O terceiro e último processo estudado neste capítulo é o de eletrização por indução. Apesar de ser possível induzir eletrostaticamente corpos isolantes, a eletrização obtida não é eficiente. Assim, pode-se dizer que o processo de eletrização por indução é utilizado basicamente com condutores. A indução eletrostática pode ser entendida como a separação de cargas que ocorre quando aproximamos de um corpo qualquer outro eletricamente carregado.

Na figura 26, observa-se o efeito de aproximarmos um bastão positivamente carregado de uma esfera condutora. Os elétrons livres da esfera aproximam-se do bastão de vidro e dessa forma tem-se, à direita, uma concentração de cargas negativas. Como a esfera está neutra, no lado esquerdo, tem-se uma concentração de cargas positivas.

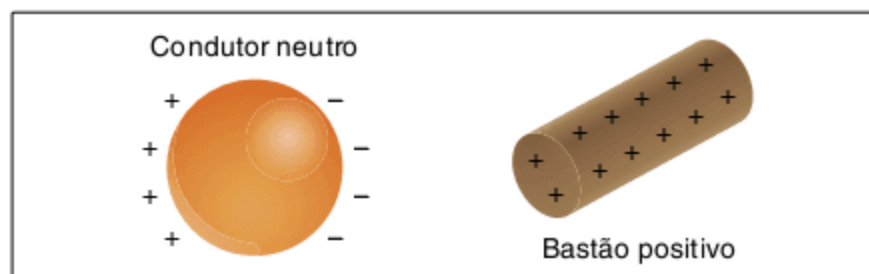


Fig. 26 Representação esquemática da eletrização por indução.

Devido a essa separação de cargas, é possível eletrizar o corpo conforme os passos que serão descritos a seguir.

- I. Conforme se observa na figura 27, o primeiro passo para a eletrização de um corpo por indução é aproximarmos dele um corpo carregado, denominado indutor. Isso irá provocar no induzido (corpo que sofreu a indução) uma separação de cargas.

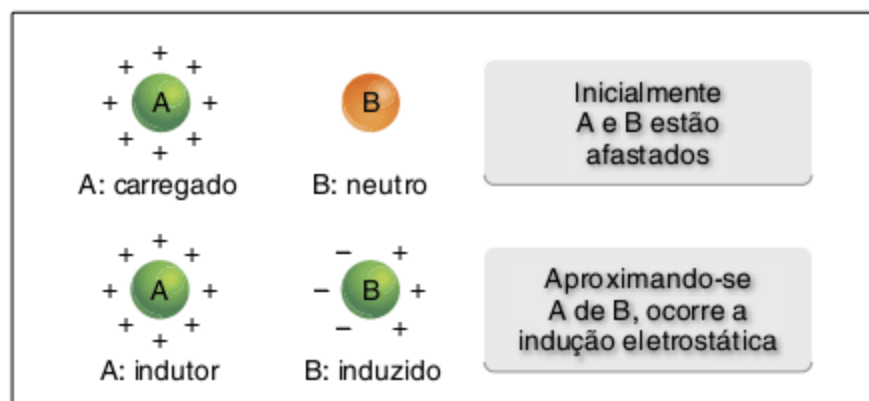


Fig. 27 Processo de indução eletrostática.

Neste ponto, é importante notar que surgem forças atrativas e repulsivas no induzido, devido à presença do indutor. Como as cargas que causam a força atrativa estão mais próximas do indutor do que as cargas que causam as forças repulsivas, a resultante no induzido é atrativa; matematicamente podemos dizer que:

$$F_1 > F_2$$

Assim, o efeito global do indutor sobre o induzido é atrativo.

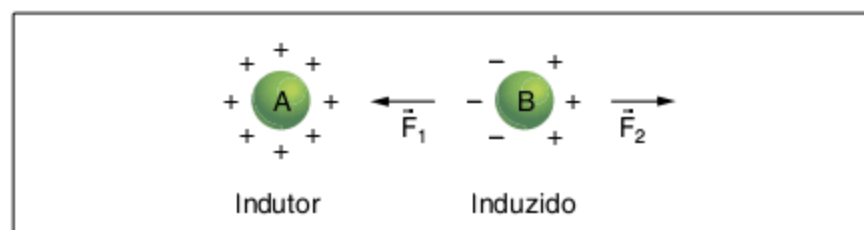


Fig. 28 Forças que agem sobre o condutor induzido.

Do exposto anteriormente, podemos concluir que, se a atração entre dois corpos é mútua, existem três possibilidades para os seus estados de eletrização. No caso de um corpo neutro, a atração é muito mais intensa se ele for condutor.

Atração	
Positivo	Negativo
Positivo	Neutro
Negativo	Neutro

Tab. 3 Situações possíveis de ocorrer atração.

Assim, ao contrário do que muitas pessoas pensam, se dois corpos se atraem, eles não precisam necessariamente ter cargas de sinais opostos, um deles pode até estar neutro.

Para que haja repulsão, os corpos devem estar necessariamente carregados com cargas de mesmo sinal.

Repulsão	
Positivo	Positivo
Negativo	Negativo

Tab. 4 Situações possíveis de ocorrer repulsão.

- II. O segundo passo é realizar, na presença do indutor, o aterramento do induzido. Isto faz com que as cargas que estão sendo repelidas, no caso da figura as cargas positivas do induzido, sejam neutralizadas, pois, quando o contato com a Terra for feito, elétrons fluirão da Terra para o induzido.

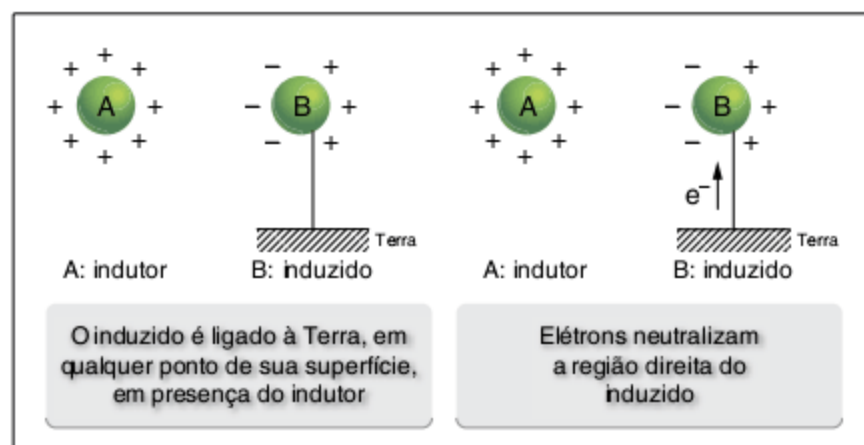


Fig. 29 Aterramento de um corpo condutor induzido.

Observa-se que mesmo o induzido estando aterrado ele não está neutro, pois não está isolado.

Outro detalhe importante é o fato de que o aterramento pode ser feito em qualquer lugar, ou seja, o contato com a Terra poderia ser feito tanto no lado esquerdo quanto no lado direito da esfera, pois as cargas negativas serão mantidas no induzido devido à presença do indutor.

III. O terceiro passo é desfazer o contato entre o induzido e a Terra na presença do indutor. Dessa forma, garante-se que o induzido esteja eletrizado, pois caso desfizéssemos o contato com a Terra após afastarmos o indutor, o excesso de cargas negativas do induzido fluiria para a Terra.

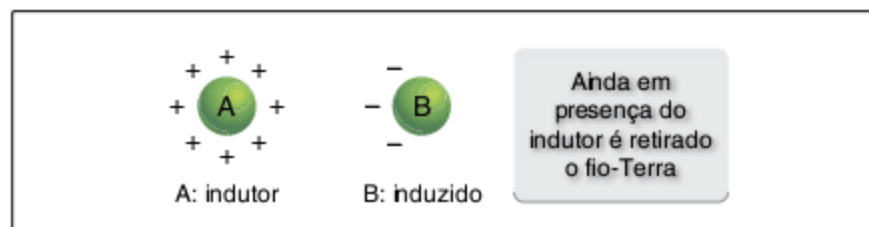


Fig. 30 Rompimento do contato entre o induzido e a Terra.

Uma observação importante é que ao contrário da eletrização por contato, onde todos os corpos adquirem cargas de mesmo sinal, na eletrização por indução, o indutor e o induzido têm, ao final do processo, cargas de sinais opostos.

IV. O último passo é afastarmos o indutor. Se o induzido tiver formato esférico, estando ele isolado, as cargas distribuem-se uniformemente na sua superfície.

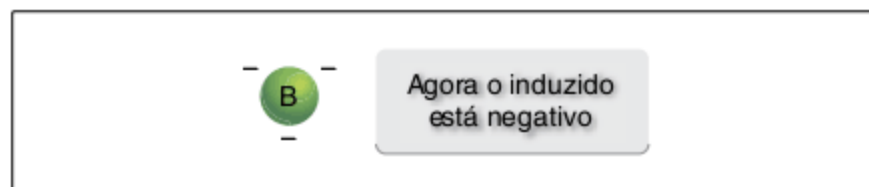


Fig. 31 Distribuição de cargas no corpo induzido isolado.

ATENÇÃO!

Note que, se a carga do indutor fosse negativa, o processo ocorreria de forma similar. Nesse caso, a carga final do induzido seria positiva.

Indução parcial e indução total

Dependendo da posição e geometria do indutor ou induzido, a indução pode ser parcial ou total. A indução é dita parcial quando a quantidade de carga induzida é menor que a quantidade de carga do indutor, e ela é dita total quando a quantidade de carga induzida é igual à quantidade de carga do indutor. É importante ressaltar que a carga induzida nunca será maior, em módulo, que o módulo da carga do indutor.

Indução parcial

A figura 32 mostra um condutor neutro que sofreu indução. Percebe-se que as cargas induzidas no condutor neutro (+4) e (-4) são, em módulo, menores que a carga do corpo que provoca a indução (+12).

Os fatores que podem alterar a carga induzida são a distância entre o indutor e o induzido e a quantidade de carga do indutor. É fácil intuir que quanto menor a distância entre o indutor e o induzido, maior será a quantidade de carga induzida. Da mesma forma, quanto mais carga tiver o indutor, mais cargas ele será capaz de induzir.

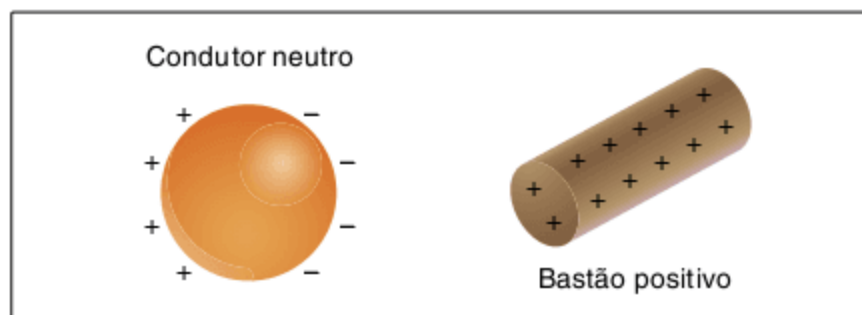


Fig. 32 Indução parcial.

Indução total

Considere um condutor oco com carga total +Q distribuída ao longo de sua superfície mais externa.



Fig. 33 Condutor esférico carregado positivamente com uma carga negativa introduzida no seu interior.

Percebemos que a carga na sua superfície mais interna é nula. A seguir, introduziremos em seu interior uma pequena esfera com carga elétrica -q. Essa esfera fará o papel de indutor.

A carga negativa induzirá na superfície interna do condutor oco uma carga de igual módulo, mas de sinal oposto. Nesse caso, a carga será +q.

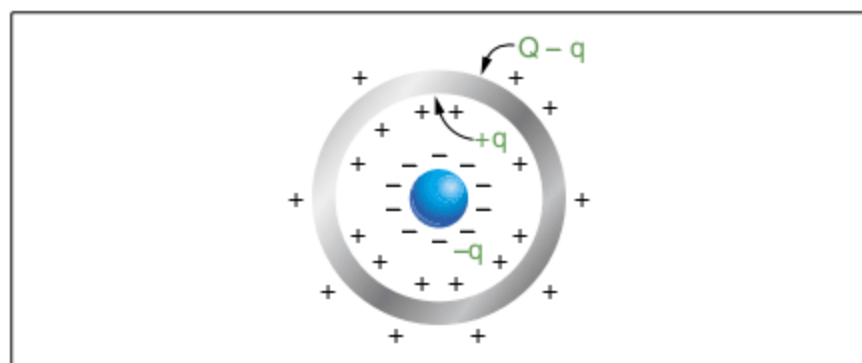


Fig. 34 Indução total.

A carga da superfície mais externa do condutor oco se altera, a fim de que a soma total de suas cargas continue inalterada.

$$+q + (Q - q) = +Q$$

Esse tipo de indução é denominada **indução total**, pelo fato de que a carga induzida tem mesmo valor da carga do indutor.

A indução total ocorre quando todas as linhas de força do campo elétrico que nascem no indutor terminam no induzido, e vice-versa. Induções desse tipo só acontecem quando o indutor

carregado encontra-se no interior do condutor oco, que é o induzido. Outro exemplo é o capacitor plano, no qual a indução também é total. O estudo dos capacitores será feito mais adiante.

Um exemplo interessante da eletrização por atrito é o gerador Van de Graaff, cujo nome se deve ao seu criador, Robert J. Van de Graaff (1901-1967). Esse gerador é capaz de acumular uma grande quantidade de carga, gerando diferenças de potencial na casa de milhões de volts.

Seu princípio de funcionamento baseia-se em eletrização por atrito e por indução. É constituído basicamente por uma esfera metálica condutora apoiada em um suporte isolante. Do interior do condutor esférico pende um pente metálico encostado na correia de borracha presa entre duas roldanas. A polia é acionada pelo motor e a correia de borracha é atritada em uma substância específica.

Ao iniciar o movimento do motor, a roldana inferior eletriza-se negativamente, e, devido à sua alta densidade de cargas elétricas, forma-se o plasma, um gás ionizado, próximo ao pente inferior, atraindo os núcleos positivos que se aderem à correia. A correia move-se para cima e ao chegar à roldana superior encontra-a positivamente carregada. Novamente há a formação de um plasma e os elétrons da esfera são atraídos e escoam para a correia, neutralizando-a. Esse fluxo de elétrons ocorre através do pente utilizando-se do efeito das pontas. Dessa forma, a esfera fica positivamente carregada, podendo atingir elevados valores de tensão. É importante notar que, para que as roldanas adquiram cargas de sinais opostos, elas devem ser feitas de materiais diferentes.

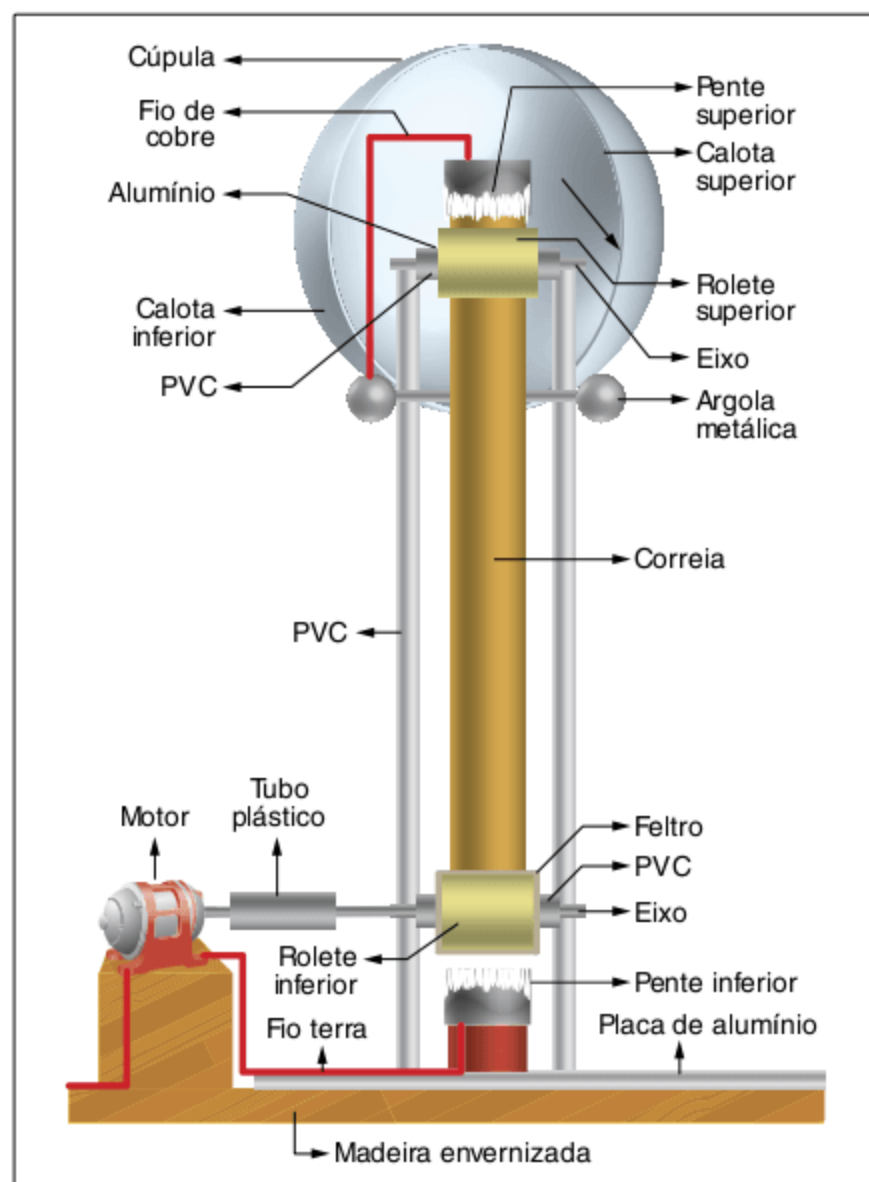


Fig. 35 Esquema de montagem de um gerador de Van de Graaff.

Exercícios resolvidos

2 Fatec Considere três pequenas esferas metálicas X, Y e Z, de diâmetros iguais. A situação inicial das esferas é a seguinte: X neutra, Y carregada com carga +Q e Z carregada com carga -Q. As esferas não trocam cargas elétricas com o ambiente. Fazendo-se a esfera X tocar primeiro na esfera Y e depois na esfera Z. Determine a carga final de X.

Resolução:

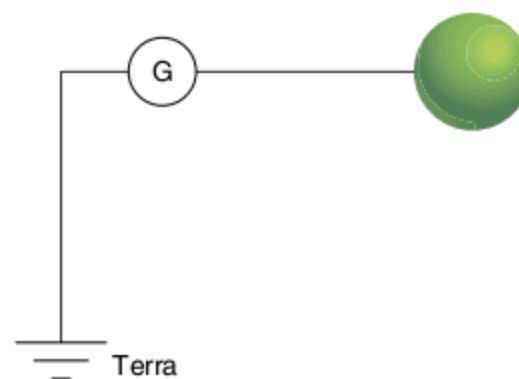
$$\begin{aligned} X \text{ está neutra} &\rightarrow Q = 0 \\ Y \text{ está com carga} &+Q \\ Z \text{ está com carga} &-Q \end{aligned}$$

As três esferas são condutoras e idênticas:

$$\text{Primeiro contato: } Q_x = Q_y = \frac{0 + Q}{2} = \frac{+Q}{2}$$

$$\text{Segundo contato: } Q_x = Q_y = \frac{\frac{+Q}{2} - Q}{2} = \frac{-Q}{4}$$

3 Vunesp A figura a seguir mostra uma esfera condutora ligada à Terra por meio de um galvanômetro G.



Com essa montagem, observou-se que o galvanômetro indica:

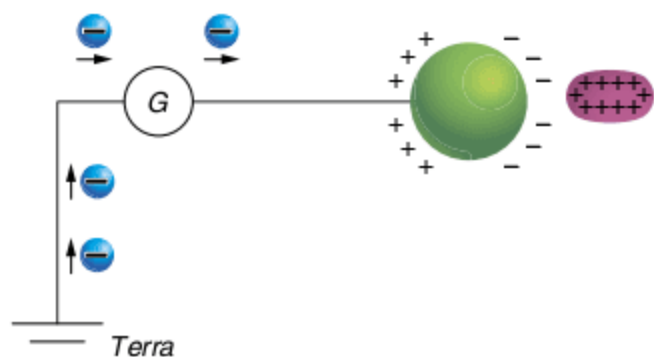
- um pulso de corrente, enquanto se aproxima da esfera condutora um bastão carregado com cargas positivas, e
- outro pulso de corrente, mas de sentido contrário ao primeiro, quando se leva para longe da esfera o mesmo bastão.

Usando a seguinte representação:

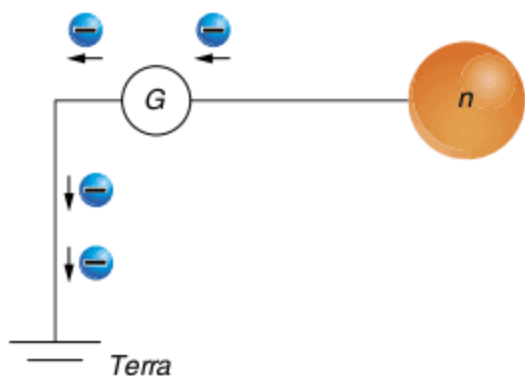
carga positiva: +
carga negativa: -
carga nula: n

- Copie e complete a figura, mostrando tanto a distribuição de cargas na esfera condutora como o sentido da corrente de elétrons que flui pelo galvanômetro G, enquanto se aproxima da esfera o bastão carregado.
- Copie novamente e complete a figura, mostrando tanto a distribuição de cargas na esfera condutora como o sentido da corrente de elétrons que flui pelo galvanômetro G, quando se leva para longe da esfera o bastão carregado.

Resolução:



Observar que, na aproximação do bastão positivamente carregado, tem-se um movimento de elétrons da Terra para o corpo, o que faz com que ele fique negativo.



No afastamento do bastão carregado, tem-se um movimento dos elétrons para a Terra, ficando a esfera neutra.

Eletroscópios

Eletroscópios são dispositivos utilizados para se determinar o estado de eletrização de um corpo. Para tal, é necessário saber se um determinado corpo está ou não eletrizado e, caso esteja, determinar o sinal de sua carga.

Os eletroscópios mais utilizados são o pêndulo eletrostático e o eletroscópio de folhas. A seguir serão descritos os procedimentos necessários para o uso de cada um deles.

Pêndulo eletrostático

O pêndulo eletrostático consiste de um suporte com um fio isolante, do qual pende uma esfera leve e condutora. O procedimento para verificar se um corpo está ou não eletrizado e qual o sinal de sua carga é simples. O seu princípio de funcionamento baseia-se no fenômeno de indução, conforme se vê adiante.

Ao aproximarmos do pêndulo eletrostático um corpo neutro, nada acontece.

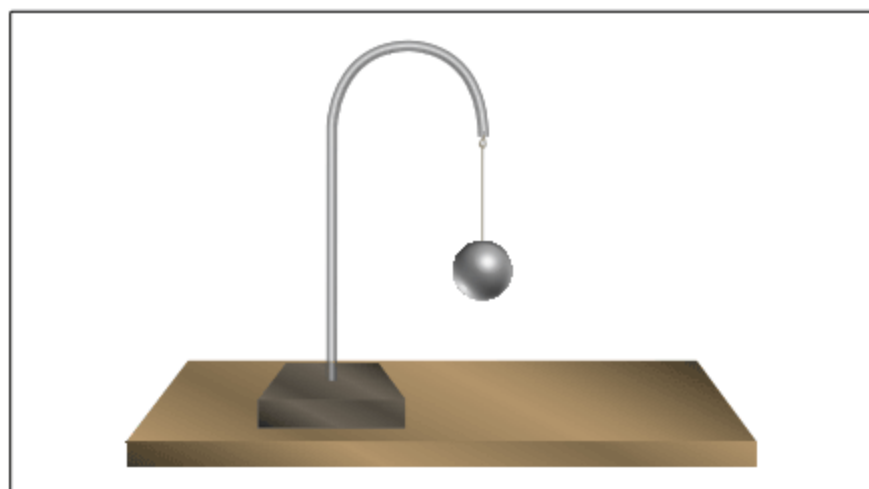


Fig. 36 Pêndulo eletrostático.

No entanto, se aproximarmos corpos eletrizados do eletroscópio, a sua esfera condutora será atraída por indução, acusando a eletrização do corpo que foi aproximado.

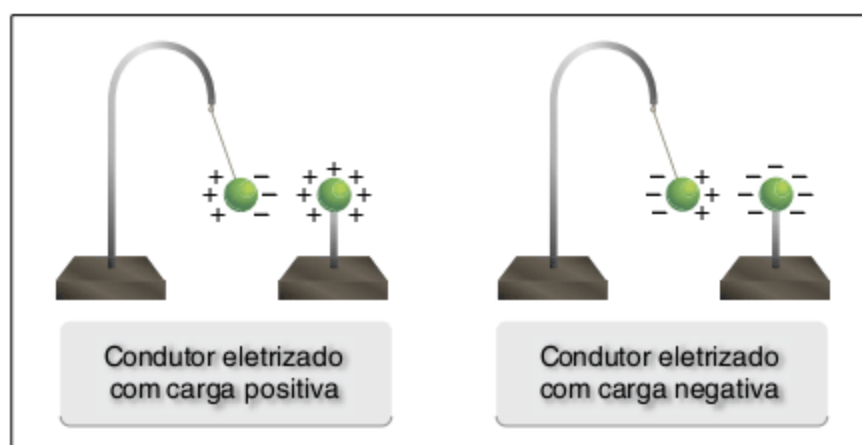


Fig. 37 Pêndulo é atraído caso o corpo esteja carregado.

Após notar a presença de cargas no corpo, como saber o sinal destas cargas?

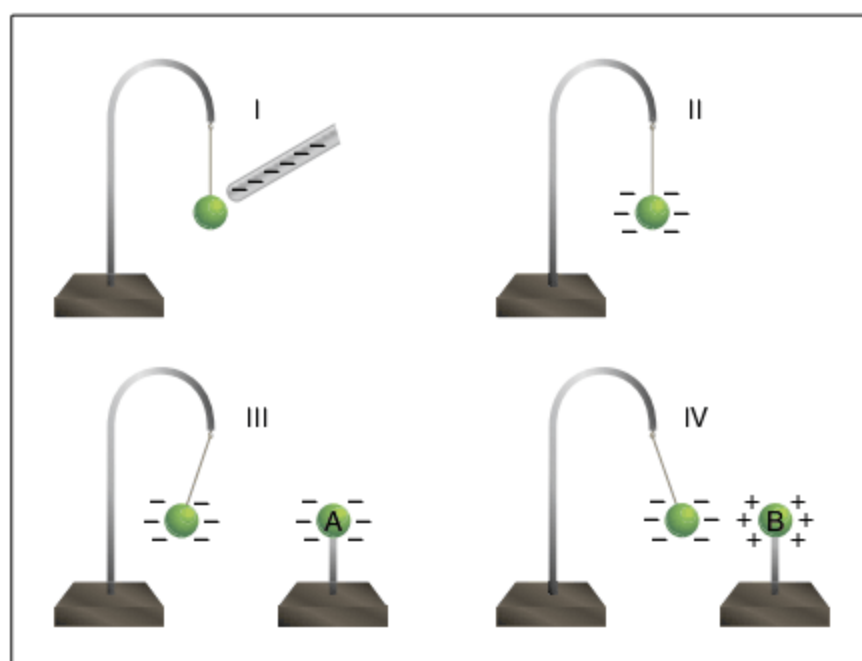


Fig. 38 Verificação da carga do corpo eletrizado.

A sequência mostra o procedimento do uso do pêndulo eletrostático, para descobrir o sinal da carga elétrica de um corpo eletrizado:

- I. Eletriza-se a esfera do pêndulo com carga de sinal conhecido. No exemplo, foi usada carga negativa.
- II. A esfera do pêndulo já está eletrizada.
- III. Se a esfera é **repelida** quando aproximamos dela um corpo eletrizado, podemos concluir que esse corpo está eletrizado com carga de **sinal igual** ao da esfera. Na figura, o corpo A possui carga elétrica negativa.
- IV. Se a esfera é **atraída** quando aproximamos dela um corpo, podemos concluir que esse corpo está eletrizado com carga de **sinal oposto** ao da esfera. Na figura, o corpo B possui carga elétrica positiva.

Eletroscópio de folhas

O eletroscópio de folhas é um outro tipo de dispositivo utilizado para se determinar a eletrização de um corpo que dele se aproxima. Ele consiste de uma esfera metálica ligada a duas folhas metálicas móveis através de uma haste condutora.



Fig. 39 Eletroscópio de folhas.

Assim também, por meio do fenômeno da indução, é possível determinar o estado de eletrização de um corpo, conforme se vê na figura 40. Se o corpo estiver neutro, as folhas permanecem fechadas. Caso o corpo esteja carregado, as folhas se abrem, pois possuem cargas de mesmo sinal.

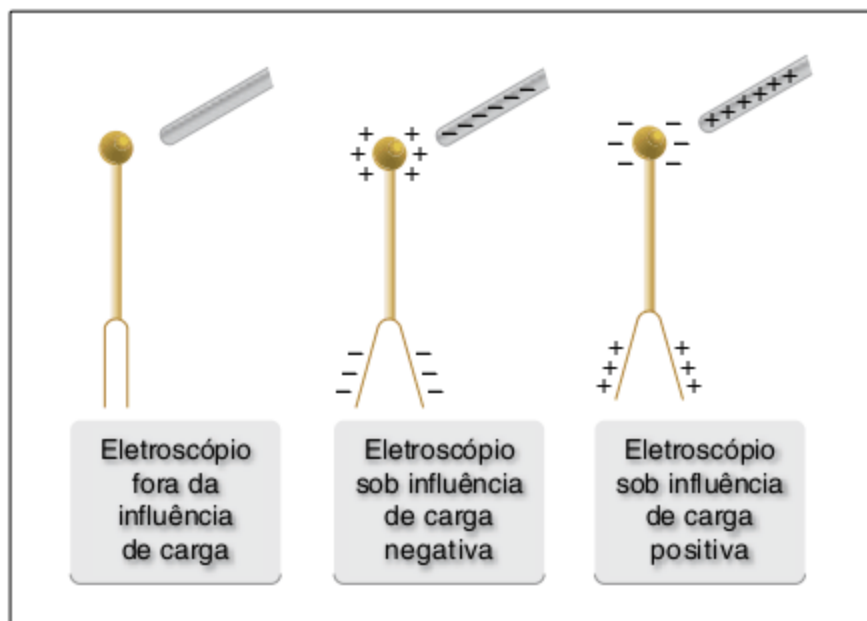


Fig. 40 Eletroscópio de folhas na presença de um corpo neutro e de corpos carregados.

Então, como detectar o sinal da carga eventualmente presente?

A resposta é simples e o princípio é similar ao do pêndulo eletrostático: carregando-se o eletroscópio com carga de sinal conhecido previamente, o resultado pode ser observado na figura 41.

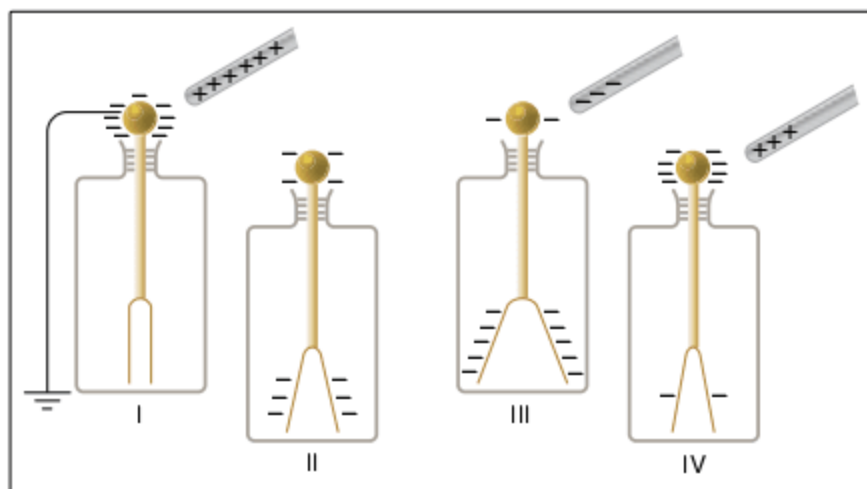


Fig. 41 Processo de utilização do eletroscópio de folhas.

- I. Eletriza-se o eletroscópio com carga de sinal conhecido. No exemplo, foi usada carga negativa, através da eletrização por indução.
- II. As folhas se afastam um pouco devido à repulsão, já que o eletroscópio encontra-se eletrizado.
- III. Se um bastão eletrizado negativamente for aproximado da esfera do eletroscópio, alguns elétrons serão repelidos a ponto de descer para as folhas, aumentando a repulsão entre estas. Tais folhas se afastam ainda mais, devido ao aumento da repulsão entre elas.
- IV. Se, ao contrário, aproximarmos da esfera do eletroscópio um bastão eletrizado positivamente, alguns elétrons serão atraídos pelo bastão a ponto de subir até a esfera do eletroscópio, abandonando as folhas. Tais folhas, então, se aproximam devido à diminuição da repulsão entre elas.

Lei de Coulomb

Foi o francês Charles Augustin de Coulomb quem comprovou experimentalmente em 1785 as ideias do cientista inglês Priestley, que afirmara 10 anos antes que as forças de repulsão e atração entre as cargas deveriam ser regidas por uma lei semelhante a da gravitação universal. Essa comprovação experimental é conhecida como Lei de Coulomb, que é válida para partículas eletrizadas.

O enunciado da **Lei de Coulomb** pode ser apresentado da seguinte forma:

As forças de interação entre duas partículas eletrizadas possuem intensidades iguais e são sempre dirigidas segundo o segmento de reta que as une. Suas intensidades são diretamente proporcionais ao módulo do produto das cargas e inversamente proporcionais ao quadrado da distância entre as partículas.

Recordemos que se deve entender por **partículas** os corpos de **dimensões desprezíveis** em comparação com as demais dimensões consideradas. A interação entre partículas eletrizadas manifesta-se através de forças de **atração** ou de **repulsão**, dependendo dos sinais das cargas.

Sejam duas partículas eletrizadas com cargas Q e q , a uma distância d uma da outra. De acordo com a Lei de Coulomb, a intensidade da força de interação (atração ou repulsão) entre as cargas é calculada por:

$$F = K \frac{|Qq|}{d^2}$$

Na equação apresentada, K é uma constante de proporcionalidade, denominada constante eletrostática, cujo valor depende do meio em que as cargas elétricas se encontram. Essa constante é definida, no SI, por:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon} \text{ sendo } \epsilon \text{ a permissividade absoluta do meio.}$$

Como, em nosso estudo – de forma geral –, o meio considerado é o vácuo, nesse dielétrico, temos, no SI:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ N}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{C}^2$$

$$\text{donde: } K_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$$

$$\text{Portanto: } K_0 \cong 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

É comum encontrar os termos **permissividade relativa** ou **constante dielétrica**, denominações referentes a uma mesma grandeza, definida pela relação:

$$\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

Assim, a permissividade relativa (ϵ_r) de um meio é o quociente da permissividade absoluta desse meio (ϵ) pela permissividade absoluta do vácuo (ϵ_0).

A seguir, apresentamos uma tabela com os valores das permissividades relativas de alguns dielétricos.

Meio	Constante dielétrica (ϵ_r)
Vácuo	1.00000
Ar	1.00054
Água	78
Papel	3,5
Mica	5,4
Âmbar	2,7
Porcelana	6,0
Vidro pirex	4,5
Baquelita	4,8
Polietileno	2,3
Teflon	2,1

Tab. 5 Constantes dielétricas de vários materiais do cotidiano.

Unidade de carga elétrica

Conforme mencionado anteriormente, a unidade de carga elétrica no sistema internacional é o coulomb (C). Como 1 coulomb é uma carga muito grande, na prática, são muito utilizados os submúltiplos:

$$\begin{aligned} \text{milicoulomb} &= \text{mC} = 10^{-3} \text{ C} \\ \text{microcoulomb} &= \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C} \\ \text{nanocoulomb} &= \text{nC} = 10^{-9} \text{ C} \\ \text{picocoulomb} &= \text{pC} = 10^{-12} \text{ C} \end{aligned}$$

A carga elementar, expressa em coulomb, vale $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

ATENÇÃO!

A grandeza fundamental da eletricidade não é a carga elétrica, e sim a corrente elétrica que é medida em ampères (A). Um ampère é equivalente a uma corrente elétrica correspondente a uma carga de 1 C que atravessa uma área de seção no intervalo de 1 s, ou seja, $1\text{A} = \frac{1\text{C}}{1\text{s}}$. Esse assunto será visto com mais profundidade adiante.

Exercício resolvido

4 Duas cargas elétricas puntiformes $Q_1 = 8 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ e $Q_2 = -2 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ estão fixas no vácuo, separadas por uma distância $d = 6 \text{ cm}$. Determine:

- a intensidade da força elétrica de atração.
- a intensidade da força elétrica resultante, que age sobre uma carga $Q_3 = 10^{-8} \text{ C}$, colocada no ponto médio do segmento que une Q_1 a Q_2 .

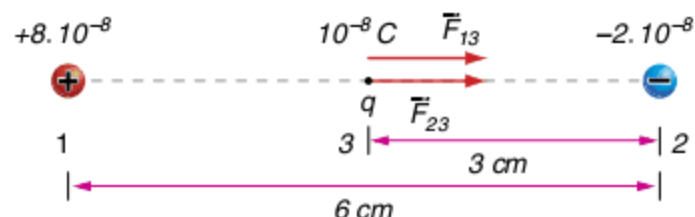
Resolução:

a) Utilizando-se da Lei de Coulomb, para o vácuo, tem-se:

$$F = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-8}}{(6 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow$$

$$F = 4 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

b) A figura abaixo ilustra a situação:



Observa-se que o módulo da força resultante é igual à soma dos módulos das forças \vec{F}_{13} e \vec{F}_{23} .

Assim, pela Lei de Coulomb:

$$F_R = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 8 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-8}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-8}}{(3 \cdot 10^{-2})^2} \Rightarrow$$

$$F_R = 10^{-2} \text{ N}$$

A Lei de Coulomb, que ora acabamos de enunciar, é uma lei experimental e, para determiná-la, Coulomb usou uma balança de torção, veja a figura 42. Ela fornece a intensidade da força em função do ângulo de torção medido em uma escala previamente calibrada.

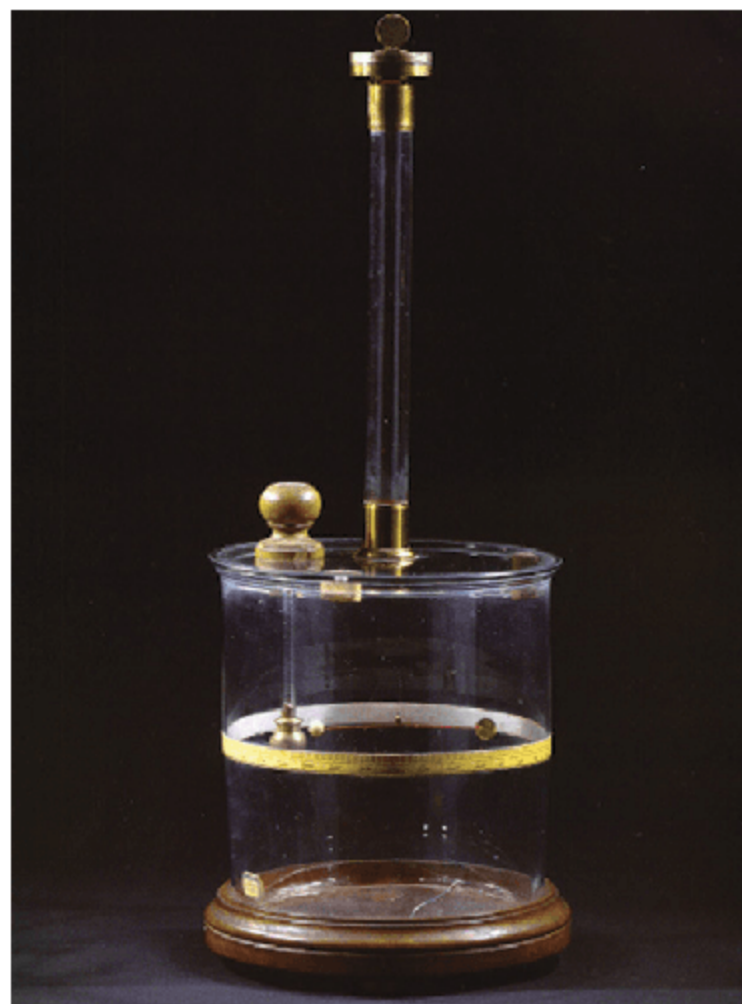


Fig. 42 Balança de torção. Coleção de Física do Museu da Ciência da Universidade de Coimbra, nº de inventário FIS.0210.

A Lei de Coulomb para sistemas com mais de duas cargas

No tópico anterior, estudou-se a Lei de Coulomb aplicada para um sistema formado por duas cargas. Neste tópico, será abordado o caso de um sistema formado por três ou mais cargas. Nesse caso, o procedimento será aplicar o princípio da superposição, que pode ser enunciado como:

O efeito final da ação de várias cargas sobre uma outra carga é igual à soma dos efeitos individuais de cada uma dessas cargas sobre a carga em questão.

Dessa forma, para se determinar a força elétrica resultante sobre uma carga qualquer em um sistema formado por n cargas, determina-se a força devido a cada uma das outras $n-1$ cargas e calcula-se o somatório vetorial dessas forças (Fig. 43).

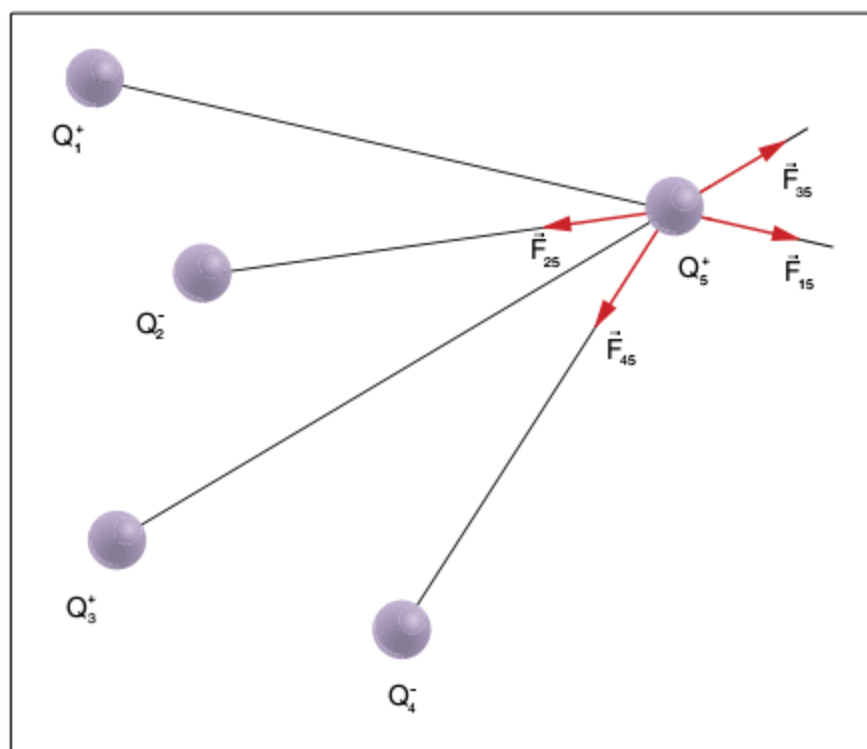


Fig. 43 Princípio da superposição para cargas puntiformes em repouso.

$$\vec{F}_5 = \vec{F}_{15} + \vec{F}_{25} + \vec{F}_{35} + \vec{F}_{45}$$

Em muitos exercícios, deseja-se obter a força resultante em uma carga devido à ação de dois vetores de direções diferentes. Nesse caso, é muito útil a lei dos cossenos aplicada à soma de vetores. Para a obtenção do vetor soma, basta colocar os dois vetores que se deseja somar em origem comum, verificar o ângulo α formado entre eles e aplicar a regra do paralelogramo.

A regra do paralelogramo consiste em, partindo da extremidade dos vetores, traçar paralelas aos mesmos. O ponto de interseção dessas paralelas é ligado à origem comum dos vetores a serem somados tal que:

$$F_R^2 = F_{21}^2 + F_{31}^2 + 2F_{21}F_{31} \cos \alpha$$

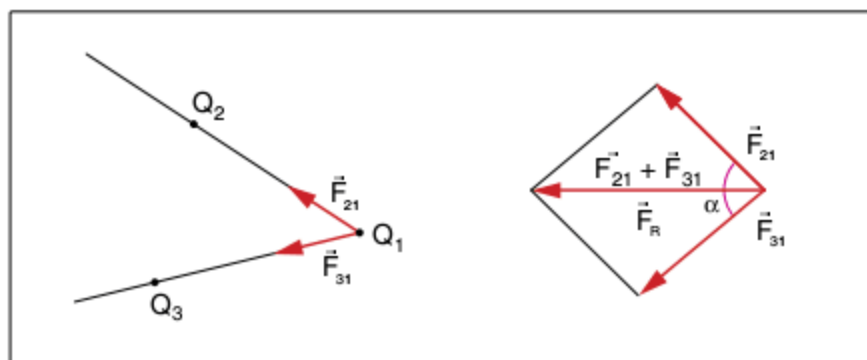
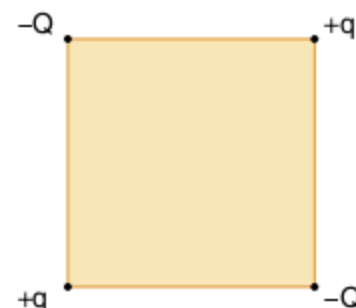


Fig. 44 Regra do paralelogramo.

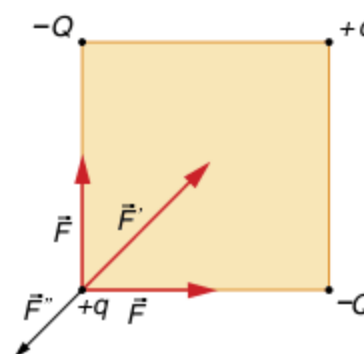
Exercícios resolvidos

5 UEL Quatro cargas elétricas estão fixadas nos vértices de um quadrado de lado L , como na figura a seguir, estando indicados os módulos e os sinais das cargas. Determine, em função de q , o valor do módulo da carga $-Q$ para que a força elétrica resultante em uma das cargas $+q$ seja nula.



Resolução:

Isolando-se uma das cargas $+q$, tem-se o seguinte diagrama de forças.



As forças de módulo F fazem ângulo de 90° , logo a sua resultante tem a mesma direção da diagonal do quadrado que liga as cargas $+q$, tal que, pelo Teorema de Pitágoras:

$$F'^2 = F^2 + F^2 = 2F^2$$

$$F' = \sqrt{2F^2} = \sqrt{2}F$$

Da Lei de Coulomb:

$$F = \frac{K|Q||q|}{d^2}$$

Já a força entre as cargas $+q$ é dada por:

$$F'' = \frac{Kq^2}{\left(\frac{2L}{\sqrt{2}}\right)^2} = \frac{Kq^2}{2L^2}$$

Para que a carga $+q$ esteja em equilíbrio, tem-se que:

$$F' = F''$$

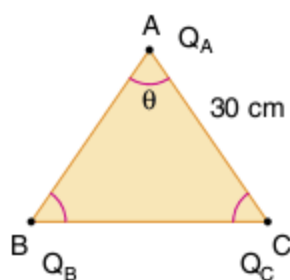
$$\sqrt{2} \frac{KQq}{L^2} = \frac{Kq^2}{2L^2} \Rightarrow Q = \frac{q}{2\sqrt{2}}$$

$$Q = \frac{q\sqrt{2}}{4}, \text{ em módulo}$$

6 Na figura a seguir, tem-se um triângulo equilátero de lado 30 cm nos quais tem-se nos vértices A, B e C cargas puntiformes iguais a $1 \mu\text{C}$, $6 \mu\text{C}$ e $-4 \mu\text{C}$. Nessas condições, supondo que as cargas estão no vácuo, determine a força elétrica

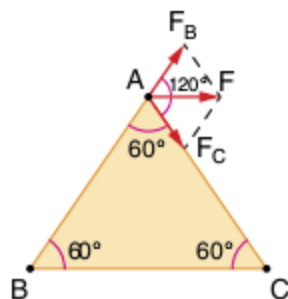
resultante sobre a carga colocada no vértice A, devido às cargas colocadas nos vértices B e C.

Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.



Resolução:

Na figura a seguir, tem-se os vetores representativos das forças que as cargas colocadas em B e C exercem sobre a carga colocada em A. Na mesma figura, foi utilizada a regra do paralelogramo para se obter a força resultante.



Utilizando a lei dos cossenos, tem-se que a força resultante é dada por:

$$F^2 = F_B^2 + F_C^2 + 2F_B F_C \cos(120^\circ)$$

$$F^2 = F_B^2 + F_C^2 - F_B F_C$$

Resta agora a aplicação da Lei de Coulomb para a determinação de F_B e F_C tal que:

$$F_B = \frac{K_0 |Q_A| |Q_B|}{d_{AB}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 6 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

Da mesma forma, tem-se para F_C que:

$$F_C = \frac{K_0 |Q_A| |Q_C|}{d_{AC}^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-1})^2} = 4 \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

Substituindo-se esses valores na expressão inicial, tem-se que:

$$F^2 = (6 \cdot 10^{-1})^2 + (4 \cdot 10^{-1})^2 - (6 \cdot 10^{-1}) \cdot (4 \cdot 10^{-1})$$

$$F = 2\sqrt{7} \cdot 10^{-1} \text{ N}$$

Revisando

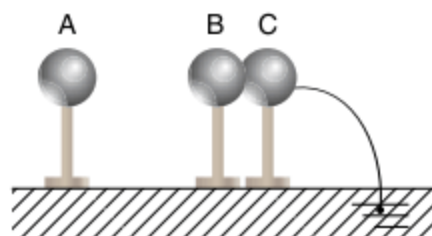
1 Determine a carga elétrica de um condutor que, estando inicialmente neutro, perdeu $5,0 \cdot 10^{13}$ elétrons.

Dado: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

2 Qual é a carga elétrica de um corpo que possui 2.980 prótons e 3.010 elétrons?

Dado: Carga do próton = $+1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

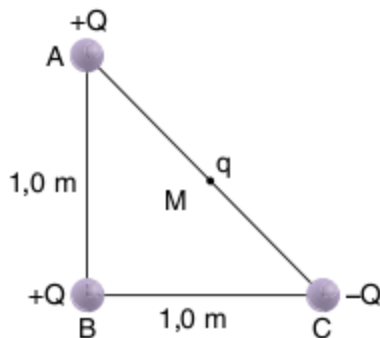
3 Fuvest (Adapt.) Três esferas metálicas iguais, A, B e C, estão apoiadas em suportes isolantes, tendo a esfera A carga elétrica negativa. Próximas a ela, as esferas B e C estão em contato entre si, sendo que C está ligada à Terra por um fio condutor, como na figura.



A partir dessa configuração, o fio é retirado e, em seguida, a esfera A é levada para muito longe. Finalmente, as esferas B e C são afastadas uma da outra. Após esses procedimentos, determinar o sinal das cargas das esferas A, B e C.

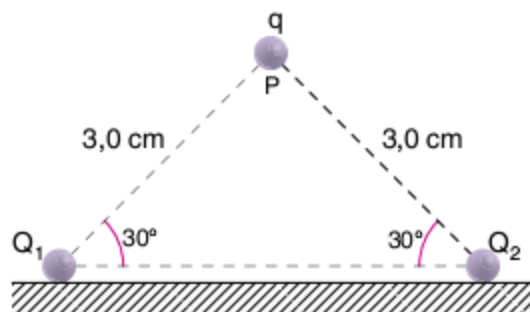
4 Cinco esferas metálicas idênticas, de dimensões bastante reduzidas, são eletrizadas individualmente. A esfera A adquiriu uma carga elétrica igual a $+5q$, a B ganhou $-3q$, a C ficou com $+7q$, a D com $+6q$ e a última, E, adquiriu carga ignorada. No entanto, após um contato simultâneo entre as cinco esferas, observou-se que cada uma ficou com carga elétrica igual a $+3q$. Pede-se determinar a carga inicial da esfera E.

5 Mackenzie (Adapt.) Nos vértices A, B e C de um triângulo retângulo isósceles são fixadas, respectivamente, as cargas $+Q$, $+Q$ e $-Q$, conforme a ilustração a seguir.



No ponto médio M da hipotenusa do triângulo, é fixada uma carga puntiforme q , a qual ficará sujeita à ação de uma força resultante \vec{F} . Determine a intensidade de \vec{F} .

6 Mackenzie (Adapt.) Duas cargas elétricas puntiformes idênticas, Q_1 e Q_2 , cada uma com $1,0 \cdot 10^{-7} \text{C}$, encontram-se fixas sobre um plano horizontal, conforme a figura adiante. Uma terceira carga q , de massa 10 g, encontra-se em equilíbrio no ponto P, formando assim um triângulo isósceles vertical. Sabendo que as únicas forças que agem em q são as de interação eletrostática com Q_1 e Q_2 e seu próprio peso, determine o valor da terceira carga.



Exercícios propostos

A natureza elétrica da matéria, princípios fundamentais da eletrostática, condutores e isolantes

1 Cesgranrio Um pedaço de cobre eletricamente isolado contém $2 \cdot 10^{22}$ elétrons livres, sendo a carga de cada um igual a $1,6 \cdot 10^{-19}$ C. Para que o metal adquira uma carga de $3,2 \cdot 10^{-9}$ C, será preciso remover, desses elétrons livres, um em cada:

- (a) 10^4 (d) 10^{16}
 (b) 10^8 (e) 10^{20}
 (c) 10^{12}

2 De acordo com os últimos estudos sobre o núcleo dos átomos, os prótons e os nêutrons são formados por três quarks. O próton é formado por um quark "d" e dois quarks "u", enquanto que o nêutron é constituído de dois "d" e um "u". Determine qual deve ser a carga elétrica de cada tipo de quark de maneira que o próton fique com a carga +1 e que a carga de nêutron seja 0.

3 Um átomo de hélio possui número de massa 4 e número atômico 2. Chamando de x a carga de cada próton, qual a carga total de prótons e qual a carga total de elétrons?

4 FMIT O coulomb é uma unidade muito grande, sendo por isso que na prática a carga de um corpo é bem menor que 1 C, justificando os submúltiplos microcoulombs, nanocoulombs. Quantos elétrons deveriam ser retirados de um corpo qualquer para que ele fique com a carga de 1 C?

Dado: carga elétrica elementar: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

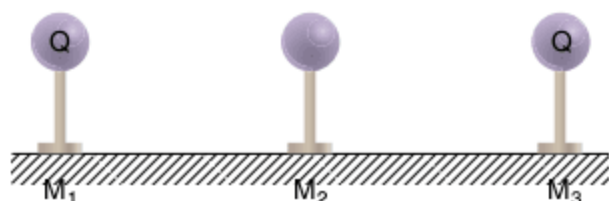
- (a) $4,23 \cdot 10^{17}$ elétrons. (d) $3,13 \cdot 10^{18}$ elétrons.
 (b) $6,25 \cdot 10^{18}$ elétrons. (e) n.r.a.
 (c) $1,60 \cdot 10^{17}$ elétrons.

Processos de eletrização e eletroscópios

5 FMIT Sejam três esferas condutoras A, B e C idênticas. A esfera "A" tem carga de 1 C, a esfera "B" tem carga de 2,4 C e a esfera "C" está inicialmente neutra. Com a esfera "C" toco a esfera "B". Em seguida, com a esfera "B", toco a esfera "A". As cargas elétricas nas esferas A, B e C após estes contatos serão, em C (coulombs), respectivamente:

- (a) 1,2; 1,2; 1,2 (d) 2,4; 1,1; 0
 (b) 2,1; 3,4; 1,1 (e) n.r.a.
 (c) 1,1; 1,1; 1,2

6 Fuvest Três esferas metálicas, M_1 , M_2 e M_3 , de mesmo diâmetro e montadas em suportes isolantes, estão bem afastadas entre si e longe de outros objetos.



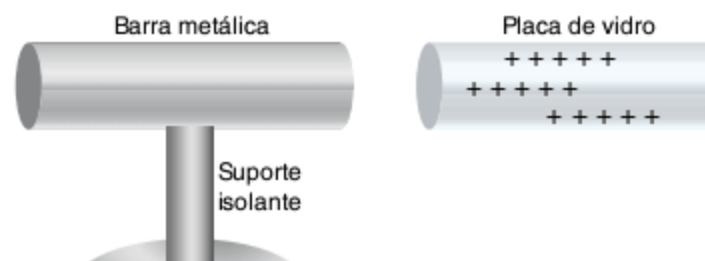
Inicialmente, M_1 e M_3 têm cargas iguais, com valor Q, e M_2 está descarregada. São realizadas duas operações na sequência indicada.

- I. A esfera M_1 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_1 é afastada até retornar à sua posição inicial.
- II. A esfera M_3 é aproximada de M_2 até que ambas fiquem em contato elétrico. A seguir, M_3 é afastada até retornar à sua posição inicial.

Após essas duas operações, as cargas nas esferas serão cerca de:

	M_1	M_2	M_3
(a)	$\frac{Q}{2}$	$\frac{Q}{4}$	$\frac{Q}{4}$
(b)	$\frac{Q}{2}$	$\frac{3Q}{4}$	$\frac{3Q}{4}$
(c)	$\frac{2Q}{3}$	$\frac{2Q}{3}$	$\frac{2Q}{3}$
(d)	$\frac{3Q}{4}$	$\frac{Q}{2}$	$\frac{3Q}{4}$
(e)	Q	zero	Q

7 UFSC Uma placa de vidro eletrizada com carga positiva é mantida próxima a uma barra metálica isolada e carregada com carga +q, conforme mostra a figura a seguir.

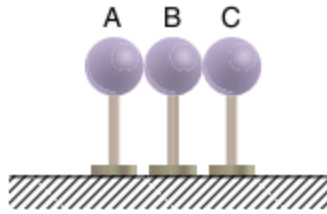


É correto afirmar que:

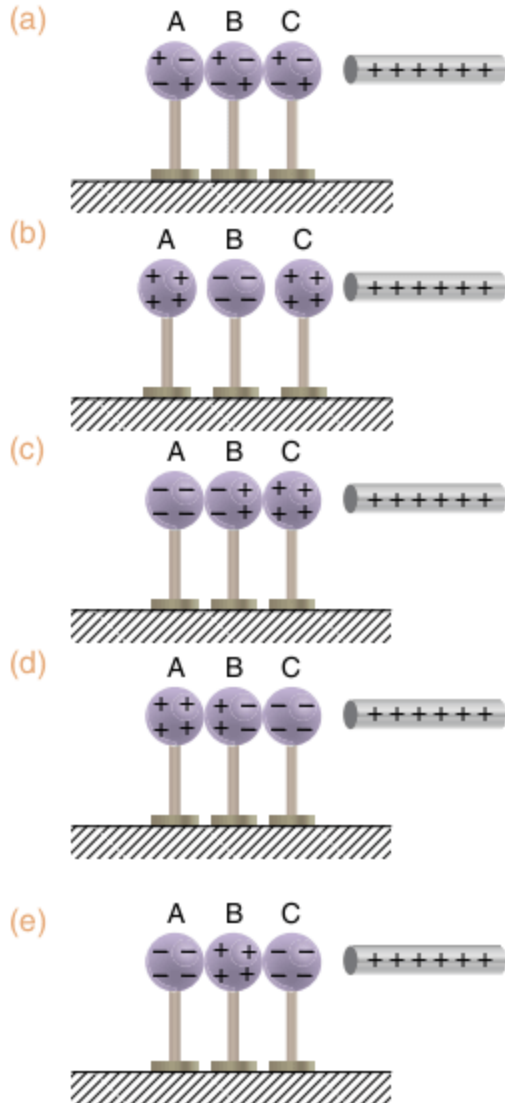
- 01 se a barra for conectada ao solo por um fio condutor, a placa de vidro for afastada e, a seguir, a ligação com o solo for desfeita, a barra ficará carregada negativamente.
- 02 se a barra for conectada ao solo por um fio condutor e, a seguir, for desconectada novamente, com a placa de vidro mantida próxima, a placa de vidro ficará neutra.
- 04 se a placa de vidro atrair um pequeno pedaço de cortiça suspenso por um fio isolante, pode-se concluir que a carga da cortiça é necessariamente negativa.
- 08 se a placa de vidro repelir um pequeno pedaço de cortiça suspenso por um fio isolante, pode-se concluir que a carga da cortiça é necessariamente positiva.
- 16 nas condições expressas na figura, a carga +q da barra metálica distribui-se uniformemente sobre toda a superfície externa da barra.

Soma =

8 UFABC Três esferas condutoras idênticas, A, B e C, inicialmente neutras, são encostadas uma na outra, isoladas da terra por meio de hastes não condutoras, conforme a figura.



O diagrama que melhor representa a distribuição das cargas nas esferas A, B e C quando um bastão eletricamente positivo e colocado próximo à esfera C é:



Lei de Coulomb para sistemas com cargas puntiformes ao longo da mesma reta

9 Duas partículas, colocadas à distância d uma da outra estão eletrizadas com Q e q . Se alterarmos suas cargas para $Q' = 2Q$ e $q' = 8q$, o que deveremos fazer com a distância existente entre elas, para que a força de interação permaneça inalterada? Ambos os experimentos foram realizados no mesmo meio.

10 Uma partícula eletrizada com carga $+8 \mu\text{C}$ foi colocada no vácuo, a 12 cm de outra partícula com carga desconhecida q . Pede-se determinar a carga desconhecida q , sabendo-se que a interação entre as partículas é de repulsão e de módulo igual a 10 N.
Dados: $K_0 = 9,10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

11 FEI Duas cargas puntiformes $q_1 = +2\mu\text{C}$ e $q_2 = -6\mu\text{C}$ estão fixas e separadas por uma distância de 600 mm no vácuo. Uma terceira carga $q_3 = 3\mu\text{C}$ é colocada no ponto médio do segmento que une as cargas. Qual é o módulo da força elétrica que atua sobre a carga q_3 ?

Dado: $K_0 = 9,10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

- (a) 1,2 N (c) 3,6 N (e) $3,6 \cdot 10^{-3}$ N
(b) 2,4 N (d) $1,2 \cdot 10^{-3}$ N

12 UEL A força de repulsão entre duas cargas elétricas puntiformes, que estão a 20 cm uma da outra, é 0,030 N. Esta força aumentará para 0,060 N se a distância entre as cargas for alterada para:

- (a) 5,0 cm (c) 14 cm (e) 40 cm
(b) 10 cm (d) 28 cm

13 Unirio Duas esferas metálicas idênticas, de dimensões desprezíveis, eletrizadas com cargas elétricas de módulos Q e $3Q$ atraem-se com força de intensidade $3,0 \cdot 10^{-1}$ N quando colocadas a uma distância d , em certa região do espaço. Se forem colocadas em contato e, após equilíbrio eletrostático, levadas à mesma região do espaço e separadas pela mesma distância d , a nova força de interação elétrica entre elas será:

- (a) repulsiva de intensidade $1,0 \cdot 10^{-1}$ N.
(b) repulsiva de intensidade $1,5 \cdot 10^{-1}$ N.
(c) repulsiva de intensidade $2,0 \cdot 10^{-1}$ N.
(d) atrativa de intensidade $1,0 \cdot 10^{-1}$ N.
(e) atrativa de intensidade $2,0 \cdot 10^{-1}$ N.

14 Vunesp Dois corpos pontuais em repouso, separados por certa distância e carregados eletricamente com cargas de sinais iguais, repelem-se de acordo com a Lei de Coulomb.

- a) Se a quantidade de carga de um dos corpos for triplicada, a força de repulsão elétrica permanecerá constante, aumentará (quantas vezes?) ou diminuirá (quantas vezes?)?
b) Se forem mantidas as cargas iniciais, mas a distância entre os corpos for duplicada, a força de repulsão elétrica permanecerá constante, aumentará (quantas vezes?) ou diminuirá (quantas vezes?)?

15 Unicamp O fato de os núcleos atômicos serem formados por prótons e nêutrons suscita a questão da coesão nuclear, uma vez que os prótons, que têm carga positiva $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, repelem-se através da força eletrostática. Em 1935, H. Yukawa propôs uma teoria para a força nuclear forte, que age a curtas distâncias e mantém os núcleos coesos.

- a) Considere que o módulo da força nuclear forte entre dois prótons F_N é igual a vinte vezes o módulo da força eletrostática entre eles F_E , ou seja, $F_N = 20F_E$. O módulo da força eletrostática entre dois prótons separados por uma distância d é dado por $F_E = K \frac{q^2}{d^2}$, onde $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$. Obtenha o módulo da força nuclear forte F_N entre os dois prótons, quando separados por uma distância $d = 1,6 \cdot 10^{-15}$ m, que é uma distância típica entre prótons no núcleo.

b) As forças nucleares são muito maiores que as forças que aceleram as partículas em grandes aceleradores como o LHC. Num primeiro estágio de acelerador, partículas carregadas deslocam-se sob a ação de um campo elétrico aplicado na direção de acelerador, partículas carregadas deslocam-se sob a ação de um campo elétrico aplicado na direção do movimento. Sabendo que um campo elétrico de módulo $E = 2,0 \cdot 10^6 \text{ N/C}$ age sobre um próton num acelerador, calcule a força eletrostática que atua no próton.

16 Unifesp Duas partículas de cargas elétricas $q_1 = 4,0 \cdot 10^{-16} \text{ C}$ e $q_2 = 6,0 \cdot 10^{-16} \text{ C}$ estão separadas no vácuo por uma distância de $3,0 \cdot 10^{-9} \text{ m}$. Sendo $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, a intensidade da força de interação entre elas, em newtons, é de:

- (a) $1,2 \cdot 10^{-5}$ (d) $2,4 \cdot 10^{-4}$
 (b) $1,8 \cdot 10^{-4}$ (e) $3,0 \cdot 10^{-3}$
 (c) $2,0 \cdot 10^{-4}$

17 Mackenzie Um pequeno corpo, eletrizado com carga $-q$, descreve um movimento circular uniforme, de velocidade escalar v , em torno de um outro, eletrizado com carga $+q$, supostamente fixo. O raio da trajetória descrita pelo primeiro corpo é r . Se esse mesmo corpo descrever seu movimento numa trajetória de raio $2r$, sua velocidade escalar será igual a:

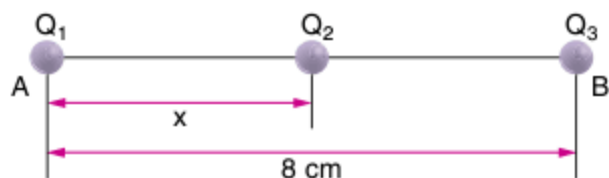
- (a) $\frac{v\sqrt{2}}{2}$ (d) $2v$
 (b) v (e) $4v$
 (c) $v\sqrt{2}$

18 Mackenzie Dois corpúsculos eletrizados com cargas elétricas idênticas estão situados no vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$) e distantes $1,0 \text{ cm}$ um do outro. A intensidade da força de interação eletrostática entre eles é $3,6 \cdot 10^2 \text{ N}$. A carga elétrica de cada um desses corpúsculos pode ser:

- (a) $9 \mu\text{C}$ (d) $4 \mu\text{C}$
 (b) $8 \mu\text{C}$ (e) $2 \mu\text{C}$
 (c) $6 \mu\text{C}$

Lei de Coulomb para sistemas de três ou mais cargas

19 As cargas $Q_1 = 9 \mu\text{C}$ e $Q_3 = 25 \mu\text{C}$ estão fixas nos pontos A e B. Sabe-se que a carga $Q_2 = 2 \mu\text{C}$ está em equilíbrio sob a ação de forças elétricas somente na posição indicada.



Nessas condições:

- (a) $x = 1 \text{ cm}$ (d) $x = 4 \text{ cm}$
 (b) $x = 2 \text{ cm}$ (e) $x = 5 \text{ cm}$
 (c) $x = 3 \text{ cm}$

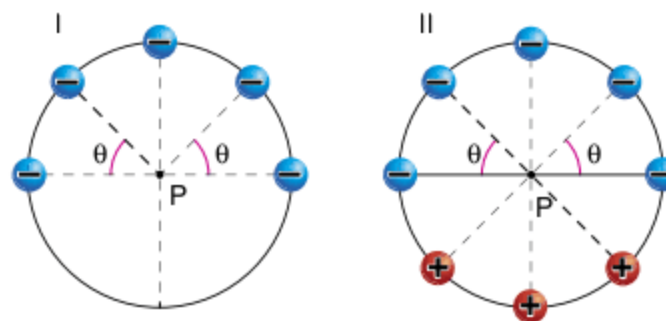
20 Puccamp As cargas elétricas puntiformes Q_1 e Q_2 posicionadas em pontos fixos conforme o esquema a seguir, mantêm, em equilíbrio, a carga elétrica puntiforme q alinhada com as duas primeiras.



De acordo com as indicações do esquema, o módulo da razão $\frac{Q_1}{Q_2}$ é igual a:

- (a) 36 (c) 2 (e) $\frac{2}{3}$
 (b) 9 (d) $\frac{3}{2}$

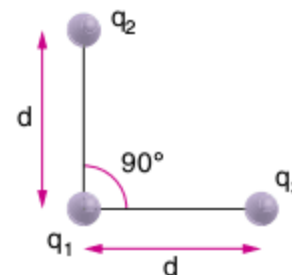
21 Fuvest Pequenas esferas, carregadas com cargas elétricas negativas de mesmo módulo Q , estão dispostas sobre um anel isolante e circular, como indicado na figura I. Nessa configuração, a intensidade da força elétrica que age sobre uma carga de prova negativa, colocada no centro do anel (ponto P), é F_1 .



Se forem acrescentadas sobre o anel três outras cargas de mesmo módulo Q , mas positivas, como na figura II, a intensidade da força elétrica no ponto P passará a ser:

- (a) zero (c) $\left(\frac{3}{4}\right)F_1$ (e) $2F_1$
 (b) $\left(\frac{1}{2}\right)F_1$ (d) F_1

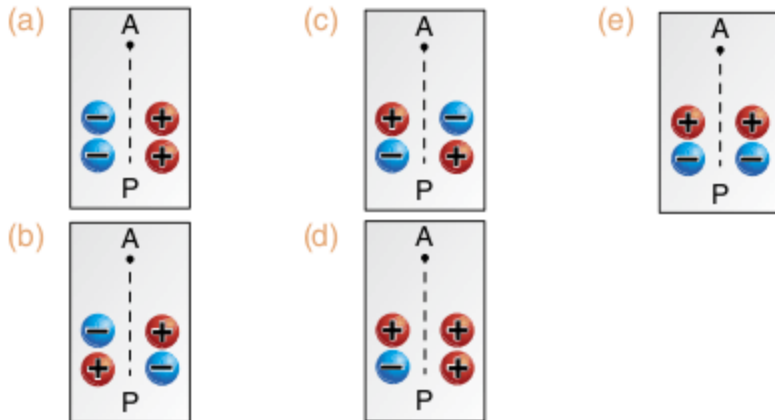
22 Unifesp Considere a seguinte "unidade" de medida: a intensidade da força elétrica entre duas cargas q , quando separadas por uma distância d , é F . Suponha em seguida que uma carga $q_1 = q$ seja colocada frente a duas outras cargas, $q_2 = 3q$ e $q_3 = 4q$, segundo a disposição mostrada na figura:



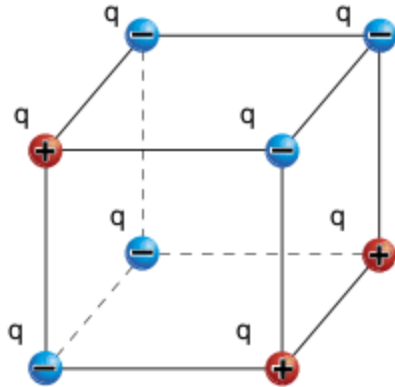
A intensidade da força elétrica resultante sobre a carga q_1 , devido às cargas q_2 e q_3 , será:

- (a) $2F$ (c) $4F$ (e) $9F$
 (b) $3F$ (d) $5F$

23 Fuvest Um pequeno objeto, com carga elétrica positiva, é largado da parte superior de um plano inclinado, no ponto A, e desliza, sem ser desviado, até atingir o ponto P. Sobre o plano, estão fixados quatro pequenos discos com cargas elétricas de mesmo módulo. As figuras representam os discos e sinais das cargas, vendo-se o plano de cima. Das configurações a seguir, a única compatível com a trajetória retilínea do objeto é:



24 PUC Em cada um dos vértices de uma caixa cúbica de aresta ℓ foram fixadas cargas elétricas de módulo q cujos sinais estão indicados na figura.

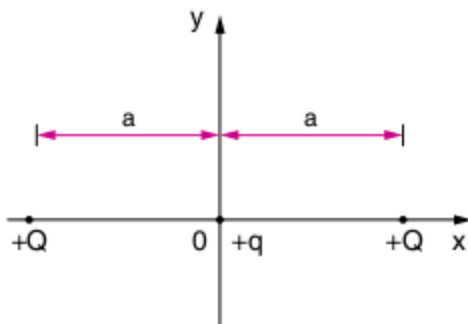


Se K a constante eletrostática do meio, o módulo da força elétrica que atua sobre uma carga, pontual de módulo $2q$, colocada no ponto de encontro das diagonais da caixa cúbica é:

- (a) $\frac{4kq^2}{3\ell^2}$ (c) $\frac{16kq^2}{3\ell^2}$ (e) $\frac{4kq^2}{\ell^2}$
 (b) $\frac{8kq^2}{3\ell^2}$ (d) $\frac{8kq^2}{\ell^2}$

Questões gerais

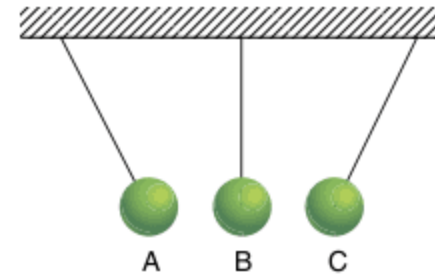
25 No esquema a seguir, as cargas $+Q$ de mesmo módulo estão fixas, enquanto a carga $+q$, inicialmente em repouso na origem do sistema de eixos, pode deslizar sem atrito sobre os eixos x e y .



O tipo de equilíbrio que a carga $+q$ experimenta nos eixos x e y , respectivamente, é:

- (a) estável, estável. (d) instável, estável.
 (b) instável, instável. (e) estável, indiferente.
 (c) estável, instável.

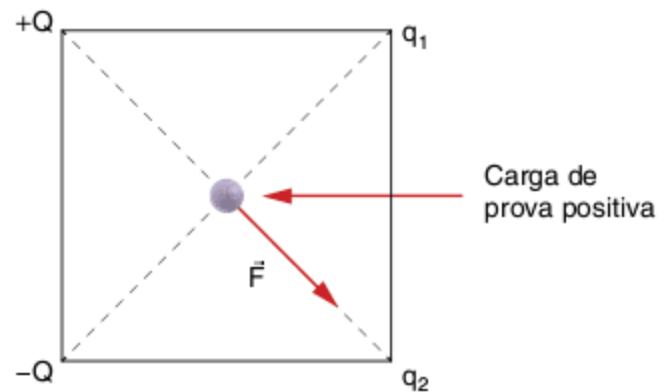
26 Faap A figura a seguir representa três esferas metálicas idênticas A, B e C, todas elas possuindo a mesma quantidade de carga elétrica.



Pode-se afirmar que as esferas:

- (a) A, B e C possuem o mesmo tipo de carga elétrica.
 (b) B e C possuem o mesmo tipo de carga elétrica e A possui carga elétrica diferente.
 (c) A e B possuem o mesmo tipo de carga elétrica e C possui carga elétrica diferente.
 (d) A, B e C possuem cargas elétricas diferentes.
 (e) A e C possuem o mesmo tipo de carga elétrica e B possui carga elétrica diferente.

27 Fuvest Quatro cargas pontuais estão colocadas nos vértices de um quadrado. As duas cargas $+Q$ e $-Q$ têm mesmo valor absoluto e as outras duas, q_1 e q_2 , são desconhecidas. Afim de determinar a natureza destas cargas, coloca-se uma carga de prova positiva no centro do quadrado e verifica-se que a força sobre ela é \vec{F} mostrada na figura a seguir.



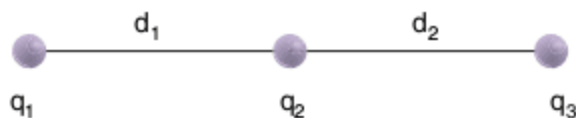
Podemos afirmar que:

- (a) $q_1 > q_2 > 0$ (d) $q_1 + q_2 < 0$
 (b) $q_2 > q_1 > 0$ (e) $q_1 = q_2 > 0$
 (c) $q_1 + q_2 > 0$

28 UFBA Um cilindro de vidro transparente possui internamente, na sua base inferior, uma esfera eletrizada, fixa, com carga $Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$. Uma segunda esfera, de carga $q = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e peso $P = 9 \cdot 10^{-1} \text{ N}$, é introduzida na abertura superior do cilindro e se mantém em equilíbrio nessa posição.

Considerando $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ e $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine a distância que separa os centros das esferas.

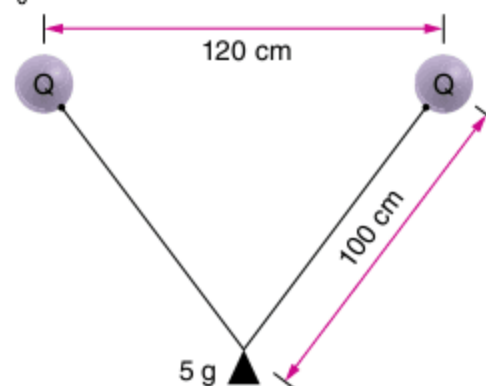
- 29 ITA** Tem-se três pequenas esferas carregadas com cargas q_1 , q_2 e q_3 . Sabendo que:
- estas três esferas estão colocadas no vácuo, sobre um plano horizontal sem atrito.
 - os centros dessas esferas estão em uma mesma reta horizontal.
 - as esferas estão em equilíbrio nas posições indicadas na figura acima.
 - a carga da esfera q_2 vale $+2,7 \cdot 10^{-4}$ C.
 - $d_1 = d_2 = 0,12$ m.



- Quais os sinais das cargas q_1 e q_3 ?
- Quais os módulos de q_1 e q_3 ?
- Fixadas em suas posições q_1 e q_3 e admitindo que q_2 só pode deslocar ao longo da reta determinada pelas posições de q_1 e q_3 , qual o tipo de equilíbrio de q_2 ?

- 30 Unifei** Dois balões iguais, após serem preenchidos com gás hélio, são atritados com um tecido até que cada um adquira uma carga Q . A massa M de cada balão é igual a 20,0 g. Após ligados a um corpo de massa 5,0 g, uma criança percebe que eles flutuam em equilíbrio, como se vê na figura.

Dado: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9,00 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$.



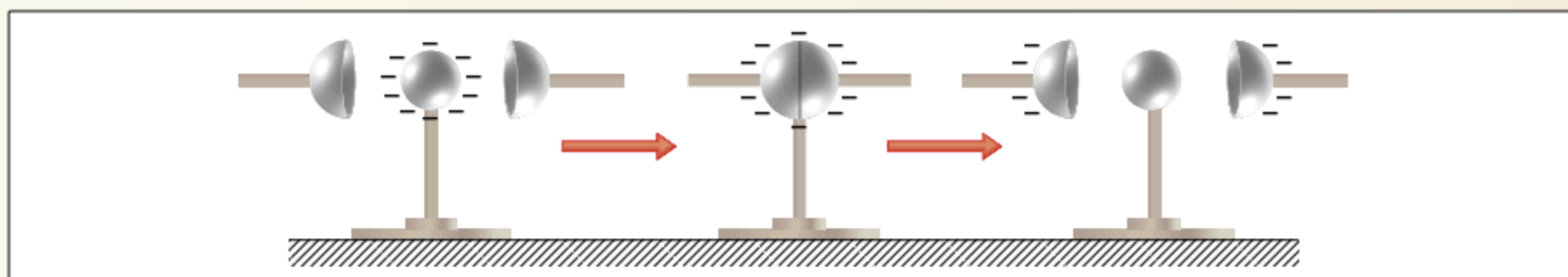
- Determine o valor de Q em coulomb.
- Determine em newtons o módulo da força de empuxo que atua sobre os balões.

TEXTO COMPLEMENTAR

Hemisférios de Cavendish

Foi Henry Cavendish (1731-1810) que criou um dispositivo capaz de mostrar, experimentalmente, que as cargas elétricas distribuem-se apenas pela superfície externa de um condutor eletrizado. Para tanto, tomou uma esfera condutora e dois hemisférios metálicos que nela se encaixavam perfeitamente (acompanhe observando as figuras). Em seguida, eletrizou

a esfera e cobriu-a com os hemisférios. Feito isso, Cavendish separou os hemisférios e observou que a esfera estava neutra, enquanto as faces externas dos hemisférios apresentavam uma carga de eletrização igual à existente originalmente na esfera. Isto ocorreu porque os elétrons deixaram a esfera e passaram para a parte exterior dos hemisférios.



Representação da experiência de Cavendish.

RESUMINDO

Os fenômenos relacionados à eletricidade já há muito tempo intrigam o homem. Na Grécia Antiga, já eram observadas forças de atração entre dois corpos, ao atritar o âmbar com outros materiais. Como a palavra âmbar em grego é *elektron*, esta parte da Física ficou conhecida por eletricidade.

Como vimos, a eletricidade é muito participante de nossas vidas, pois a utilizamos como principal fonte de energia. Para a compreensão correta de como a eletricidade pode ser uma fonte de energia, precisamos inicialmente entender o comportamento das cargas elétricas em repouso, a eletrostática.

Neste capítulo, estudamos algumas propriedades da matéria, bem como os princípios fundamentais da eletrostática e vimos também alguns processos de eletrização de corpos e finalmente algumas aplicações da importante Lei de Coulomb, escrita como:

$$F = \frac{K \cdot |Q| \cdot |q|}{d^2}$$

Nesta equação, F representa a intensidade da força de interação entre as cargas, Q e q representam os módulos das cargas que estão interagindo, d é a distância entre elas e K é uma constante que depende do meio.

■ QUER SABER MAIS?

■ SITES

- Eletricidade – No ar, na água, por toda parte
<<http://revistapesquisa.fapesp.br/?art=3837&bd=1&pg=1&lg=>>.
- Carga elétrica e suas propriedades – Bexigas carregadas
<www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/ele05.htm>.

Exercícios complementares

A natureza elétrica da matéria, princípios fundamentais da eletrostática, condutores e isolantes

1 UFMG Dadas as afirmações:

- o elétron é uma partícula que apresenta a menor carga elétrica conhecida e repele prótons.
- o próton é uma partícula que também apresenta a menor carga elétrica conhecida e atrai elétrons.
- os prótons repelem os elétrons por possuírem cargas de sinais diferentes.

Assinale:

- se apenas a afirmativa III for correta.
- se apenas a afirmativa II for correta.
- se apenas a afirmativa I for correta.
- se apenas as afirmativas I e II forem corretas.
- se apenas as afirmativas II e III forem corretas.

2 Se um corpo encontra-se eletrizado positivamente, pode-se afirmar que ele possui:

- falta de prótons.
- excesso de elétrons.
- falta de elétrons.
- excesso de nêutrons.
- falta de nêutrons.

3 Unicamp Duas cargas elétricas Q_1 e Q_2 atraem-se quando colocadas próximas uma da outra.

- O que se pode afirmar sobre os sinais de Q_1 e de Q_2 ?
- A carga Q_1 é repelida por uma terceira carga, Q_3 , positiva. Qual é o sinal de Q_2 ?

4 Puccamp Duas pequenas esferas suspensas por fios isolantes estão eletrizadas negativamente e repelem-se mutuamente. Observa-se que, com o tempo, a distância entre elas diminui gradativamente.



Pode-se afirmar que isso ocorre porque as esferas, através do ar:

- recebem prótons.
- perdem prótons.
- recebem elétrons.
- trocam prótons e elétrons.
- perdem elétrons.

5 Dizer que a carga é quantizada significa que ela:

- pode ser isolada em qualquer quantidade.
- só pode existir como múltipla de quantidade mínima definida.
- só pode ser positiva ou negativa.
- pode ser subdividida em frações tão pequenas quanto se queira.
- só pode ser isolada quando positiva.

6 Cefet Em um corpo de prova mediu-se a carga de $7,209 \cdot 10^{-19}$ C. Baseados no princípio de quantização de carga elétrica, podemos afirmar que:

- o corpo está positivamente carregado.
- o corpo está negativamente carregado.
- o corpo está quase sem carga.
- a medida está indicando a carga de vários prótons.
- a medida está errada e não merece confiança.

7 Fesp O Princípio da Conservação das Cargas pode ser assim enunciado:

- O número total de cargas elétricas de um sistema isolado permanece constante.
- Cargas elétricas da mesma espécie se repelem e de espécies diferentes se atraem.
- O próton e o elétron são as menores cargas elétricas que podem existir em liberdade.
- Num sistema eletricamente isolado, a soma algébrica das cargas positivas e negativas, em qualquer instante, nunca varia.
- A carga elétrica é quantizada.

8 Determinar o número de elétrons que deverá ser fornecido a um condutor metálico, inicialmente neutro, para que fique eletrizado com carga elétrica igual a $-1,0$ C.
Dado: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

9 Vunesp Em 1990 transcorreu o cinquentário da descoberta dos “chuveiros penetrantes” nos raios cósmicos, uma contribuição da Física brasileira que alcançou repercussão internacional.

O Estado de S. Paulo, 21 out. 1990, p. 30.

No estudo dos raios cósmicos, são observadas partículas chamadas píons. Considere um píon com carga elétrica $+e$ se desintegrando (isto é, se dividindo) em duas outras partículas: um múon com carga elétrica $+e$ e um neutrino. De acordo com o Princípio de Conservação da Carga, o neutrino deverá ter carga elétrica:

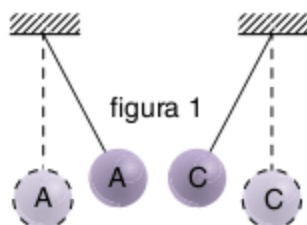
- (a) $+e$ (c) $+2e$ (e) nula.
 (b) $-e$ (d) $-2e$

Processos de eletrização e eletroscópios

10 UFRJ Três pequenas esferas metálicas idênticas, A, B e C, estão suspensas, por fios isolantes, a três suportes. Para testar se elas estão carregadas, realizam-se três experimentos durante os quais se verifica como elas interagem eletricamente, duas a duas:

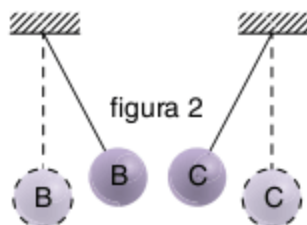
Experimento 1:

As esferas A e C, ao serem aproximadas, atraem-se eletricamente, como ilustra a figura 1.



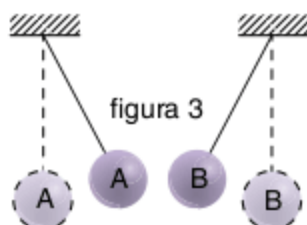
Experimento 2:

As esferas B e C, ao serem aproximadas, também se atraem eletricamente, como ilustra a figura 2.



Experimento 3:

As esferas A e B, ao serem aproximadas, também se atraem eletricamente, como ilustra a figura 3.



Formulam-se três hipóteses:

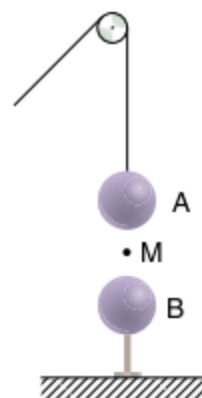
- I. as três esferas estão carregadas.
- II. apenas duas esferas estão carregadas com cargas de mesmo sinal.
- III. apenas duas esferas estão carregadas, mas com cargas de sinais contrários.

Analisando o resultados dos três experimentos, indique a hipótese correta. Justifique sua resposta.

11 Cesgranrio Uma pequena esfera de isopor, aluminizada, suspensa por um fio *nylon*, é atraída por um pente plástico negativamente carregado. Pode-se afirmar que a carga elétrica da esfera é:

- (a) apenas negativa.
 (b) apenas nula.
 (c) apenas positiva.
 (d) negativa, ou então nula.
 (e) positiva, ou então nula.

12 Uma esfera condutora A, de peso P , eletrizada positivamente, é presa por um fio isolante que passa por uma roldana. A esfera A se aproxima, com velocidade constante, de uma esfera B, idêntica à anterior, mas neutra e isolada. A esfera A toca em B e, em seguida, é puxada para cima, com velocidade também constante. Quando A passa pelo ponto M, a tração no fio é T_1 na descida e T_2 na subida.

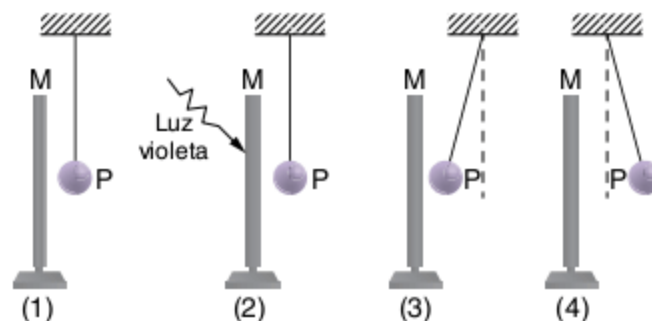


Podemos afirmar que:

- (a) $T_1 < T_2 < P$ (d) $T_2 < P < T_1$
 (b) $T_1 < P < T_2$ (e) $P < T_1 < T_2$
 (c) $T_2 < T_1 < P$

13 Fuvest Dispõe-se de uma placa metálica M e de uma esferinha metálica P, suspensa por um fio isolante, inicialmente neutras e isoladas. Um feixe de luz violeta é lançado sobre a placa retirando partículas elementares da mesma.

As figuras (1) a (4) adiante, ilustram o desenrolar dos fenômenos ocorridos.



Podemos afirmar que na situação (4):

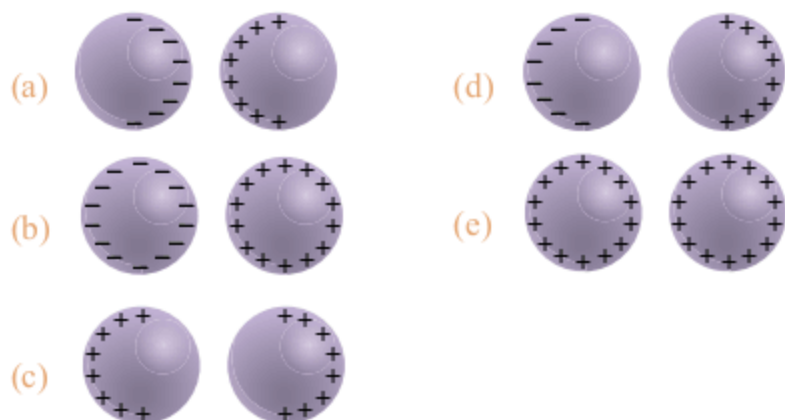
- (a) M e P estão eletrizadas positivamente.
 (b) M está negativa e P neutra.
 (c) M está neutra e P positivamente eletrizada.
 (d) M e P estão eletrizadas negativamente.
 (e) M e P foram eletrizadas por indução.

14 Fuvest Aproximando-se uma barra eletrizada de duas esferas condutoras, inicialmente descarregadas e encostadas uma na outra, observa-se a distribuição de cargas no esquema a seguir.

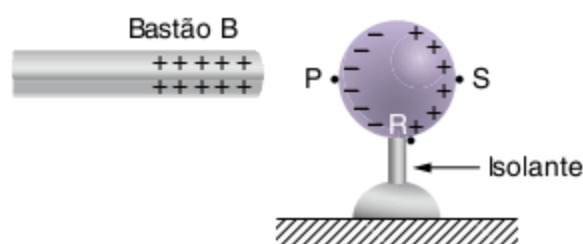


Em seguida, sem tirar do lugar a barra eletrizada, afasta-se um pouco uma esfera da outra. Finalmente, sem mexer mais nas esferas, move-se a barra, levando-a para muito longe das esferas.

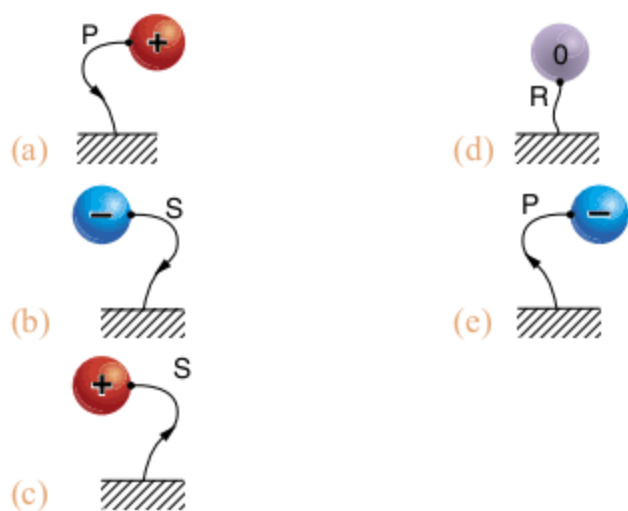
Nessa situação final, a alternativa que melhor representa a distribuição de cargas nas duas esferas é:



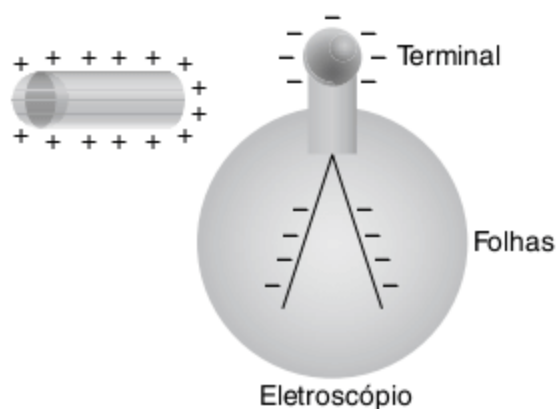
15 Fuvest Quando se aproxima um bastão B, eletrizado positivamente, de uma esfera metálica, isolada e inicialmente descarregada, observa-se a distribuição de cargas representada na figura a seguir.



Mantendo o bastão na mesma posição, a esfera é conectada a terra por um fio condutor que pode ser ligado a um dos pontos P, R ou S da superfície da esfera. Indicando por (\rightarrow) o sentido do fluxo transitório (Φ) de elétrons (se houver) e por (+), (-) ou (0) o sinal da carga final (Φ) da esfera, o esquema que representa Φ e Q é:



16 ITA Um objeto metálico carregado positivamente, com carga $+Q$, é aproximado de um eletroscópio de folhas, que foi previamente carregado negativamente com carga igual a $-Q$.

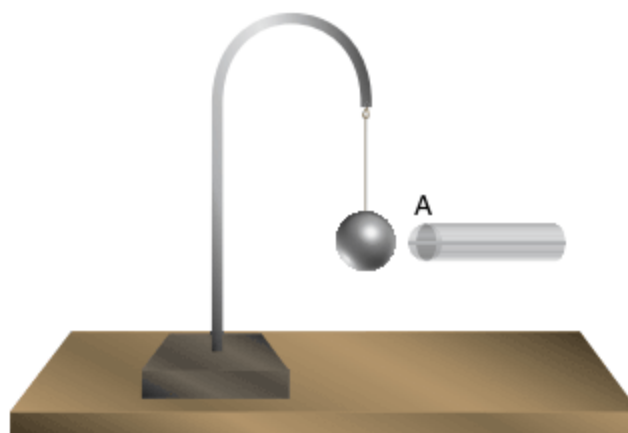


- I. À medida que o objeto for se aproximando do eletroscópio, as folhas vão se abrindo além do que já estavam.
- II. À medida que o objeto for se aproximando, as folhas permanecem como estavam.
- III. Se o objeto tocar o terminal externo do eletroscópio, as folhas devem necessariamente fechar-se.

Neste caso, pode-se afirmar que:

- (a) somente a afirmativa I é correta.
- (b) as afirmativas II e III são corretas.
- (c) afirmativas I e III são corretas.
- (d) somente a afirmativa III é correta.
- (e) nenhuma das alternativas é correta.

17 Puccamp Uma pequena esfera, leve e recoberta por papel alumínio, presa a um suporte por um fio isolante, funciona como eletroscópio. Aproxima-se da esfera um corpo carregado A, que a atrai até que haja contato com a esfera. A seguir, aproxima-se da esfera outro corpo B, que também provoca a atração da esfera.



Considere as afirmações a seguir.

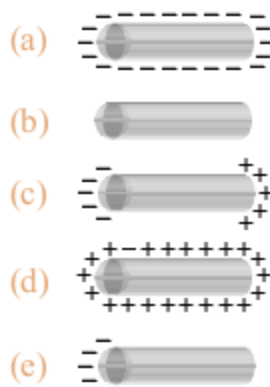
- I. A e B podem ter cargas de sinais opostos.
- II. A e B estão carregados positivamente.
- III. A esfera estava, inicialmente, carregada.

Pode-se afirmar que apenas:

- (a) I é correta.
- (b) II é correta.
- (c) III é correta.
- (d) I e III são corretas.
- (e) II e III são corretas.

18 Unaerp Um bastão não condutor e descarregado foi atritado em uma das suas extremidades até ficar negativamente eletrizada.

Dos seguintes esquemas que representam secções longitudinais do bastão, o que melhor indica a distribuição de cargas é:



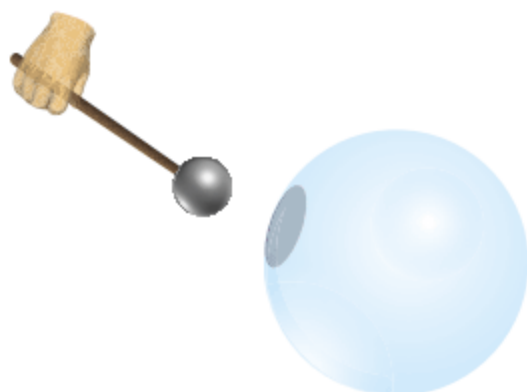
19 Fuvest Três esferas de isopor, M, N e P, estão suspensas por fios isolantes. Quando se aproxima N de P, nota-se uma repulsão entre essas esferas; quando se aproxima N de M, nota-se uma atração.

Possibilidades	Cargas		
	M	N	P
1ª	+	+	-
2ª	-	-	+
3ª	zero	-	zero
4ª	-	+	+
5ª	+	-	-

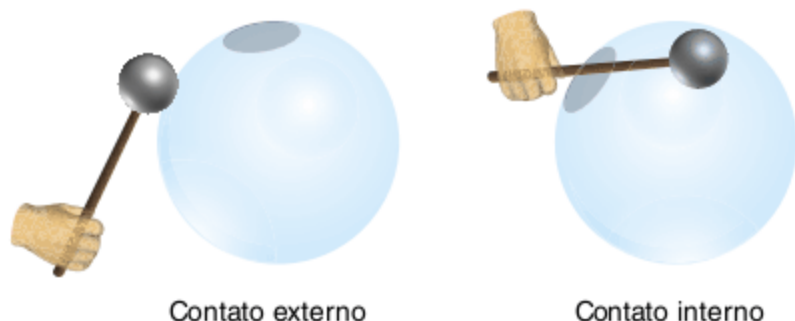
Das possibilidades apontadas na tabela, quais são compatíveis com as observações?

- (a) A 1ª e a 3ª (c) A 3ª e a 5ª (e) A 1ª e a 2ª
 (b) A 2ª e a 4ª (d) A 4ª e a 5ª

20 Na extremidade de um bastão isolante, existe uma pequena esfera metálica eletrizada com carga positiva Q . Quer-se transferir essa carga para uma outra esfera metálica, oca, neutra e bem maior.



Para tanto, o bastão pode ser colocado em contato externo ou contato interno com a esfera neutra.



Contato externo

Contato interno

Pode-se afirmar que, após o contato, a carga adquirida pela esfera oca será:

- (a) a mesma, quer o contato tenha sido externo ou interno.
 (b) menor, se o contato for interno.
 (c) nula, se o contato for externo.
 (d) menor, se o contato for externo.
 (e) nula, se o contato for interno.

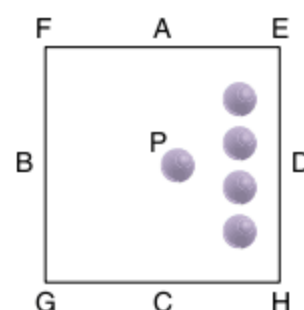
21 Tem-se n esferas condutoras neutras e uma eletrizada com carga elétrica q , todas de mesmo raio. Pede-se determinar a carga final da esfera eletrizada, após contatá-la sucessivamente com as n esferas neutras.

22 Um professor de Física tomou uma pequena esfera metálica e eletrizou-a com uma carga elétrica q . Em seguida, tomou outras n (n é par) esferas neutras, idênticas à primeira e provocou um contato simultâneo da primeira com metade das esferas neutras. Depois, colocou a primeira esfera em contatos sucessivos com as demais, que ainda estavam neutras. Qual a carga final da primeira esfera?

23 Cesp Dois cilindros condutores estão dispostos de tal modo que um se situa dentro do outro, isolados entre si e de qualquer outro corpo. O cilindro externo é eletrizado, o interno está neutro. Por meio de um fio condutor, liga-se um ao outro. Pode-se afirmar que:

- (a) toda a carga passa para o cilindro interno.
 (b) se o cilindro interno estivesse eletrizado e o externo fosse neutro, o resultado da experiência seria o mesmo.
 (c) metade da carga passa para o cilindro interno.
 (d) não há passagem de carga do cilindro externo para o interno.
 (e) nenhuma das respostas anteriores.

24 Fuvest A figura ilustra uma cuba, vista de cima, contendo quatro esferas condutoras, inicialmente neutras. Uma quinta esfera condutora e eletrizada é fixada no centro P da cuba. Desprezam-se os atritos e a eletrização da cuba. Após algum tempo, as quatro esferas estão em repouso.



A configuração final das esferas será:

- (a) uma em cada ponto A, B, C e D.
 (b) duas no canto E e duas no canto H.
 (c) uma em cada canto da cuba.
 (d) todas no centro da cuba.
 (e) uma em cada ponto A, E, H e C.

Lei de Coulomb para sistemas com cargas puntiformes ao longo da mesma reta

25 Pede-se determinar o módulo da força de interação entre duas partículas eletrizadas com $+4,0 \mu\text{C}$ e $-3,0 \mu\text{C}$, estando elas no vácuo à distância de $6,0 \text{ cm}$ uma da outra. Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

26 A distância entre duas cargas elétricas fixas é x . Se a força de atração entre elas é igual a F , a que distância elas devem ser colocadas, para que a força de atração entre elas passe a ser $2F$?

- (a) $\frac{x}{\sqrt{2}}$ (c) $4x$ (e) $\frac{x}{2}$
 (b) $x\sqrt{2}$ (d) $\frac{x}{4}$

27 FEI Duas cargas elétricas puntiformes positivas e iguais a Q estão situadas no vácuo a 3 m de distância. Sabe-se que a força de repulsão entre as cargas tem intensidade $0,1 \text{ N}$. Qual é o valor de Q ?

- Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.
 (a) $1 \cdot 10^{-3} \text{ C}$ (c) $3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ (e) $1 \cdot 10^{-5} \text{ C}$
 (b) $1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ (d) $3 \cdot 10^8 \text{ C}$

28 Mackenzie No vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$), são colocadas duas cargas elétricas puntiformes de $2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e $5 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, distante 50 cm uma da outra. A força de repulsão entre essas duas cargas tem intensidade:

- (a) $63 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
- (b) $126 \cdot 10^{-3} \text{ N}$
- (c) $45 \cdot 10^{-2} \text{ N}$
- (d) $36 \cdot 10^{-2} \text{ N}$
- (e) $18 \cdot 10^{-2} \text{ N}$

29 Mackenzie Nos pontos A e B do vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$) são colocadas as cargas elétricas puntiformes $q_A = 8 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ e $q_B = 6 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, respectivamente. A força de repulsão entre essas cargas tem intensidade de 1,2 N. A distância entre os pontos A e B é:

- (a) 20 cm
- (b) 36 cm
- (c) 48 cm
- (d) 60 cm
- (e) 72 cm

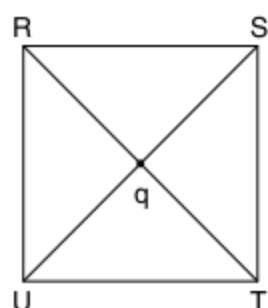
30 Vunesp Considere duas pequenas esferas condutoras iguais, separadas pela distância $d = 0,3 \text{ m}$. Uma delas possui carga $Q_1 = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ e a outra $Q_2 = -5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$. Utilizando $1/(4 \pi \epsilon_0) = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$:

- a) calcule a força elétrica F de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.
- b) a seguir, as esferas são colocadas em contato uma com a outra e recolocadas em suas posições originais. Para esta nova situação, calcule a força elétrica F de uma esfera sobre a outra, declarando se a força é atrativa ou repulsiva.

31 Puccamp Duas pequenas esferas idênticas estão eletrizadas com cargas q e $-5q$ e se atraem com uma força elétrica de intensidade F , quando estão separadas de uma distância d . Colocando-as em contato e posicionando-as, em seguida, a uma distância $2d$ uma da outra, a intensidade de nova força de interação elétrica entre as esferas será:

- (a) $\frac{F}{2}$
- (b) $\frac{F}{3}$
- (c) $\frac{F}{4}$
- (d) $\frac{F}{5}$
- (e) $\frac{F}{10}$

32 FEI Cargas elétricas puntiformes devem ser colocadas nos vértices, R, S, T e U do quadrado a seguir. Uma carga elétrica puntiforme q está no centro do quadrado.



Esta carga ficará em equilíbrio quando nos vértices forem colocadas as cargas:

	R	S	T	U
(a)	+Q	+Q	-Q	-Q
(b)	-Q	-Q	+Q	+Q
(c)	+Q	-Q	+Q	-Q
(d)	+Q	-Q	-Q	+Q
(e)	-Q	+Q	+Q	-Q

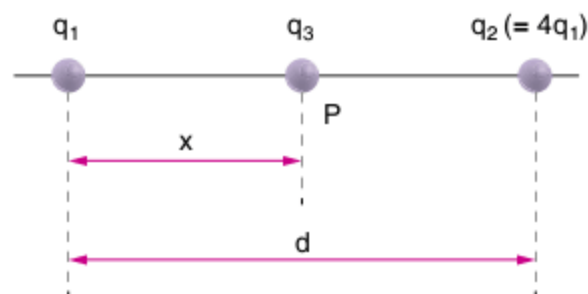
33 Puccamp Três pequenas partículas M, N e P, eletrizadas com cargas iguais, estão fixas nas posições indicadas na figura a seguir.



A força de interação elétrica entre as partículas M e P tem intensidade $4,0 \cdot 10^{-4} \text{ N}$. Nessas condições, a força elétrica resultante sobre a partícula N, em newtons, tem intensidade:

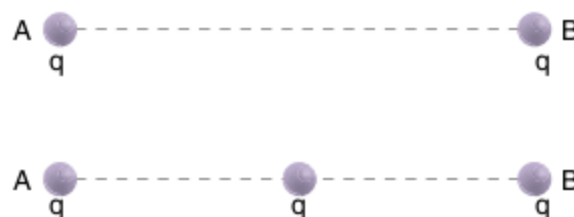
- (a) $3,6 \cdot 10^{-3}$
- (b) $2,7 \cdot 10^{-3}$
- (c) $1,8 \cdot 10^{-3}$
- (d) $9,0 \cdot 10^{-4}$
- (e) $4,0 \cdot 10^{-4}$

34 Fuvest Duas cargas pontuais positivas, q_1 e $q_2 = 4 q_1$, são fixadas a uma distância d uma da outra. Uma terceira carga negativa q_3 é colocada no ponto P entre q_1 e q_2 , a uma distância x da carga q_1 , conforme mostra a figura.



- a) Calcule o valor de x para que a força sobre a carga q_3 seja nula.
- b) Verifique se existe um valor de q_3 para o qual tanto a carga q_1 como a q_2 permanecem em equilíbrio, nas posições do item a), sem necessidade de nenhuma outra força além das eletrostáticas entre as cargas. Caso exista, calcule este valor de q_3 ; caso não exista, escreva "não existe" e justifique.

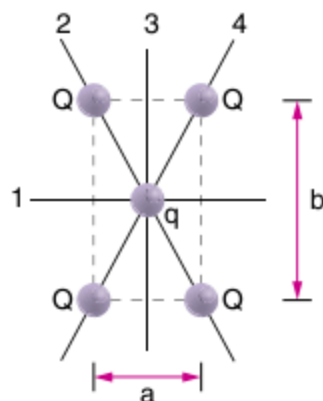
35 Cesgranrio Duas pequenas esferas, A e B, possuem a mesma carga elétrica q e se repelem com uma força de intensidade F . No ponto médio da distância que as separa, introduz-se uma terceira carga elétrica q , conforme indica o desenho.



Assim, a resultante das forças elétricas que agem sobre a esfera A passará a valer:

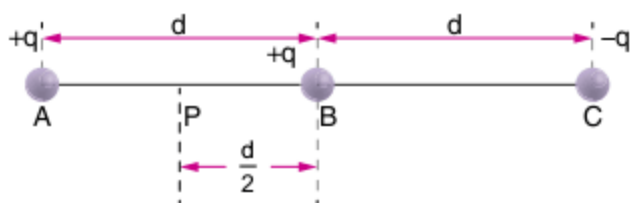
- (a) $5 F$
- (b) $4 F$
- (c) $3 F$
- (d) $2 F$
- (e) F

36 Ufes Considerando-se a distribuição de cargas da figura a seguir, podemos afirmar que: (considere todas as cargas positivas)



- (a) a carga q se move sobre a reta 1.
- (b) a carga q se move sobre a reta 2.
- (c) a carga q se move sobre a reta 3.
- (d) a carga q se move sobre a reta 4.
- (e) a carga q não se move.

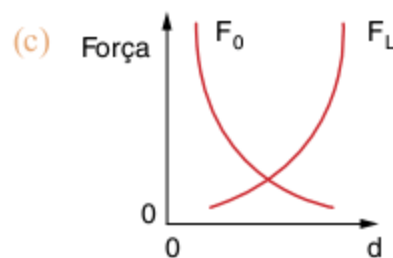
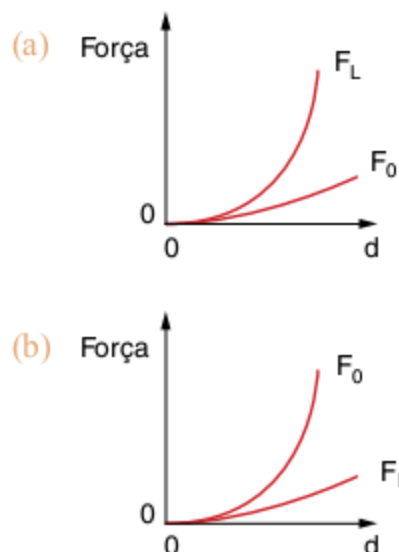
37 UFRGS Duas partículas, cada uma com carga elétrica positiva q, estão colocadas nas posições A e B, conforme indica a figura a seguir. Outra partícula, com carga elétrica negativa -q, ocupa a posição C. A força elétrica exercida sobre a carga em B, devido às cargas em A e C, tem módulo 2F.



Se a carga que está em A for colocada na posição P, a força elétrica exercida sobre a carga em B terá módulo:

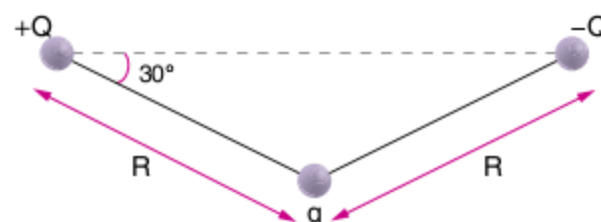
- (a) 1F
- (b) 2F
- (c) 3F
- (d) 4F
- (e) 5F

38 Vunesp A força elétrica entre duas pequenas partículas carregadas foi medida, em função da distância d entre elas, em dois meios diferentes, no vácuo e no interior de um líquido isolante. Assinale a alternativa que melhor representa o módulo da força medida no vácuo (F_0), comparada com o módulo da força medida no líquido (F_L), em função da distância d.



39 Fuvest O módulo F da força eletrostática entre duas cargas elétricas pontuais q_1 e q_2 , separadas por uma distância d, é $F = \frac{kq_1q_2}{d^2}$, onde k é uma constante.

Considere as três cargas pontuais representadas na figura adiante por +Q, -Q e q.



O módulo da força eletrostática total que age sobre a carga q será:

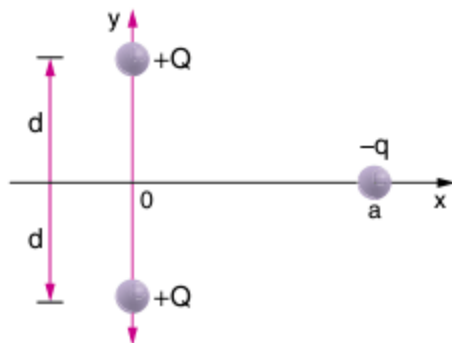
- (a) $\frac{2kQq}{R^2}$
- (b) $\frac{\sqrt{3}kQq}{R^2}$
- (c) $\frac{KQ^2q}{R^2}$
- (d) $\left[\frac{(\sqrt{3})}{2}\right] \frac{kQq}{R^2}$
- (e) $\left[\frac{(\sqrt{3})}{2}\right] \frac{kQ^2q}{R^2}$

40 ITA Três cargas elétricas puntiformes estão nos vértices A, B e C de um triângulo retângulo isósceles. Sabe-se que a força que atua sobre a carga localizada no vértice C do ângulo reto tem a mesma direção que a da reta AB. Aplicando-se a Lei de Coulomb a essa situação, conclui-se que:

- (a) as cargas localizadas em A e B são de sinais contrários e de valores absolutos iguais.
- (b) as cargas localizadas nos pontos A e B têm valores absolutos diferentes e sinais contrários.
- (c) as três cargas são de valores absolutos iguais.
- (d) as cargas localizadas nos pontos A e B têm o mesmo valor absoluto e o mesmo sinal.
- (e) nenhuma das afirmações acima é verdadeira.

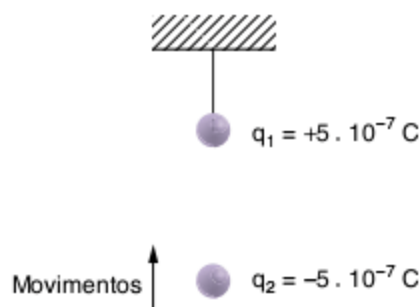
Questões gerais

41 Unicamp Considere o sistema de cargas na figura. As cargas $+Q$ estão fixas e a carga $-q$ pode mover-se somente sobre o eixo x .



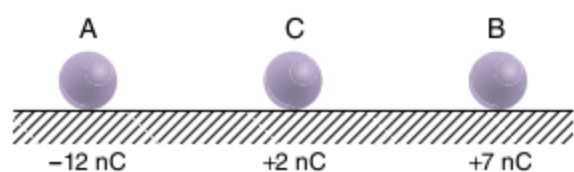
- Solta-se a carga $-q$, inicialmente em repouso, em $x = a$.
- Em que ponto do eixo x a velocidade de $-q$ é máxima?
 - Em que ponto(s) do eixo x a velocidade de $-q$ é nula?

42 Unicamp Uma pequena esfera isolante de massa igual a $5 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ e carregada com uma carga positiva de $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ está presa ao teto através de um fio de seda. Uma segunda esfera com carga negativa de $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$, movendo-se na direção vertical, é aproximada da primeira. Considere $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.



- Calcule a força eletrostática entre as duas esferas quando a distância entre os seus centros é de $0,5 \text{ m}$.
- Para uma distância de $5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ entre os centros, o fio de seda se rompe. Determine a tração máxima suportada pelo fio.

43 Cesgranrio A figura a seguir mostra três esferas iguais: A e B, fixas sobre um plano horizontal e carregadas eletricamente com $q_A = -12 \text{ nC}$ e $q_B = +7 \text{ nC}$ e C, que pode deslizar sem atrito sobre o plano, carregada com $q_C = +2 \text{ nC}$ ($1 \text{ nC} = 10^{-9} \text{ C}$).



Não há troca de carga elétrica entre as esferas e o plano. Estando solta, a esfera C dirige-se de encontro à esfera A, com a qual interage eletricamente, retornando de encontro à B, e assim por diante, até que o sistema atinge o equilíbrio, com as esferas não mais se tocando.

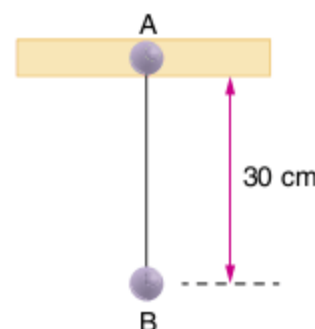
Nesse momento, as cargas A, B e C, em nC , serão, respectivamente:

- $-1, -1$ e -1
- $-2, -\frac{1}{2}$ e $-\frac{1}{2}$
- $+2, -1$ e $+2$
- $-3, \text{zero}$ e $+3$
- $-\frac{3}{2}, \text{zero}$ e $-\frac{3}{2}$

44 Fuvest A uma distância d uma da outra, encontram-se duas esferinhas metálicas idênticas, de dimensões desprezíveis, com cargas $-Q$ e $+9Q$. Elas são postas em contato e, em seguida, colocadas à distância $2d$. A razão entre os módulos das forças que atuam após o contato e antes do contato é:

- $\frac{2}{3}$
- $\frac{4}{9}$
- 1
- $\frac{9}{2}$
- 4

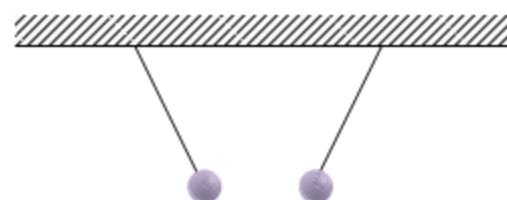
45 Mackenzie Um corpúsculo fixo em A, eletrizado com carga elétrica $q_A = 5 \mu\text{C}$, equilibra no vácuo o corpúsculo B eletrizado com carga $q_B = -4 \mu\text{C}$, como mostra a figura.



Se $g = 10 \text{ m/s}^2$ e $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$, então a massa do corpúsculo B é:

- 540 g
- 200 g
- 180 g
- 120 g
- 360 g

46 UFMG Um professor mostra uma situação em que duas esferas metálicas idênticas estão suspensas por fios isolantes. As esferas se aproximam uma da outra, como indicado na figura.



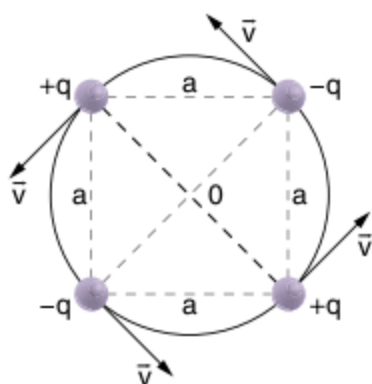
Três estudantes fizeram os seguintes comentários sobre essa situação.

- Cecília – uma esfera tem carga positiva, e a outra está neutra;
- Heloísa – uma esfera tem carga negativa, e a outra tem carga positiva;
- Rodrigo – uma esfera tem carga negativa, e a outra está neutra.

Assinale a alternativa correta.

- Apenas Heloísa fez um comentário pertinente.
- Apenas Cecília e Rodrigo fizeram comentários pertinentes.
- Todos os estudantes fizeram comentários pertinentes.
- Apenas Heloísa e Rodrigo fizeram comentários pertinentes.

47 Fuvest Quatro pequenas esferas de massa m estão carregadas com carga de mesmo valor absoluto q , sendo duas negativas e duas positivas, como mostra a figura. As esferas estão dispostas formando um quadrado de lado a e giram numa trajetória circular de centro O , no plano do quadrado, com velocidade de módulo constante v . Suponha que as únicas forças atuantes sobre as esferas são devidas à interação eletrostática. A constante de permissividade elétrica é ϵ_0 . Todas as grandezas (dadas e solicitadas) estão em unidades SI.



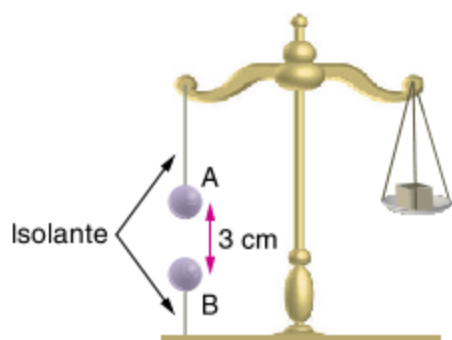
- Determine a expressão do módulo da força eletrostática resultante \vec{F} que atua em cada esfera e indique sua direção.
- Determine a expressão do módulo da velocidade tangencial \vec{v} das esferas.

48 Duas esferas condutoras idênticas muito pequenas, de mesma massa $m = 0,30$ g, encontram-se no vácuo, suspensas por meio de dois fios leves, isolantes, de comprimentos iguais $L = 1,0$ m e presos a um mesmo ponto de suspensão O . Estando as esferas separadas, eletriza-se uma delas com carga Q , mantendo-se a outra neutra. Em seguida, elas são colocadas em contato e depois abandonadas, verificando-se que na posição de equilíbrio a distância que as separa é $d = 1,2$ m. Pede-se determinar a carga Q .

Dados: $Q > 0$; $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

49 Fuvest Um dos pratos de uma balança em equilíbrio é uma esfera eletrizada A . Aproxima-se de A uma esfera B com carga igual, mas de sinal contrário. O equilíbrio é restabelecido, colocando-se uma massa de $2,5$ g no prato da balança. A figura ilustra a situação.

Dados: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

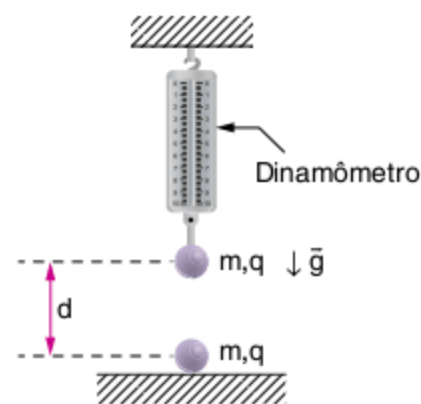


- Qual a intensidade da força elétrica?
- Qual o valor da carga de A ?

50 Inatel Dois corpos de massa m e carga q desconhecidas encontram-se na situação mostrada na figura.

Quando a distância de separação é $d_1 = 20,0$ cm, o dinamômetro acusa $F_1 = 6,45$ N, quando $d_2 = 10,0$ cm, o dinamômetro indica $F_2 = 3,75$ N.

Calcule m e q .



Dados: $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ e $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

51 Uma esfera de plástico, maciça, é eletrizada, ficando com uma densidade de carga superficial $\sigma = +0,05$ coulombs/ m^2 . Em consequência, se uma carga puntiforme $q = +1 \mu$ coulomb fosse colocada exteriormente a 3 metros do centro da esfera, sofreria uma repulsão de $0,02 \pi$ Newtons.

A esfera é descarregada e cai livremente de uma altura de 750 metros, adquirindo ao fim da queda uma energia de $0,009 \pi$ Joules.

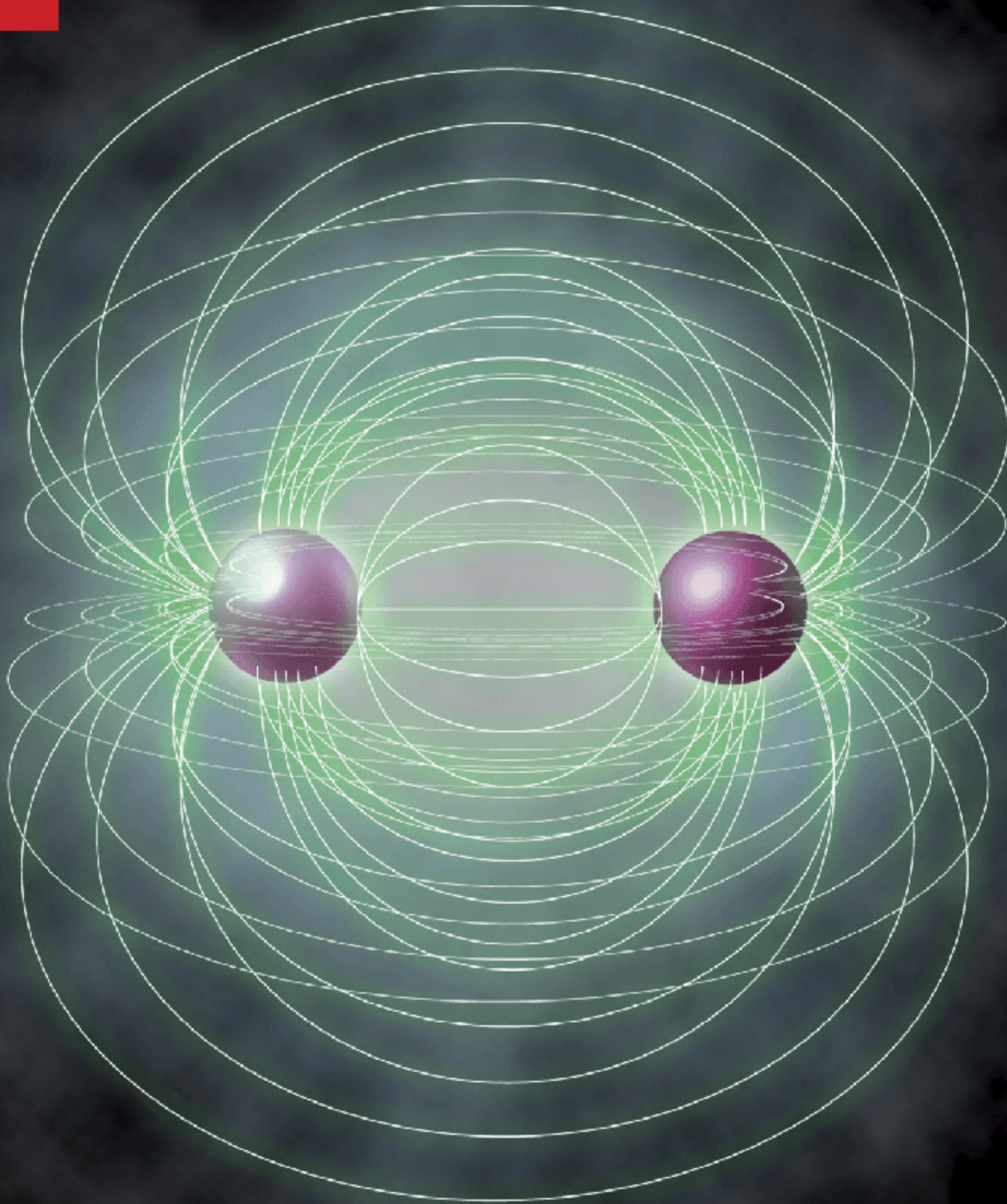
Determine a massa específica do plástico da esfera.

Dado: $g = 10 \text{ m/s}^2$.

2

FRENTE 2

Campo elétrico



REPRODUÇÃO

O modelo de campos é utilizado para a explicação das forças de interação entre dois ou mais corpos e de como essas forças podem ser transmitidas a distância. Os campos são grandezas físicas vetoriais que transmitem a força de um corpo a outro sem a necessidade de um meio físico que os ligue, eles permitem explicar, por exemplo, como a força gravitacional mantém a Lua presa na órbita da Terra. Os campos podem ser classificados em elétricos, magnéticos ou gravitacionais.

Conceito de campo elétrico

Introdução

Na natureza, um dos tipos mais comuns de força são as **forças de campo**. O efeito dessas forças pode ser sentido mesmo a distância, ainda que não haja contato entre os corpos. Um modelo que se mostrou extremamente eficiente para explicar a ação de tais forças é o modelo de campos. Nesse modelo, assume-se que um corpo gera ao seu redor um campo, o qual é expresso matematicamente por um vetor que em cada ponto do espaço possui um módulo, uma direção e um sentido.

Os campos podem ter origens diversas, tais como gravitacional, quando gerados por massas, magnética ou elétrica, quando gerados por cargas elétricas. Neste capítulo será estudado o campo elétrico, uma importante grandeza física cuja correta compreensão permitiu todos os avanços na área de comunicação sem-fio, visto que o campo elétrico é parte fundamental do modelo de ondas eletromagnéticas, uma das bases mais importantes dos avanços tecnológicos da sociedade moderna.

Para facilitar a compreensão do campo elétrico, será utilizada uma analogia com o campo gravitacional.

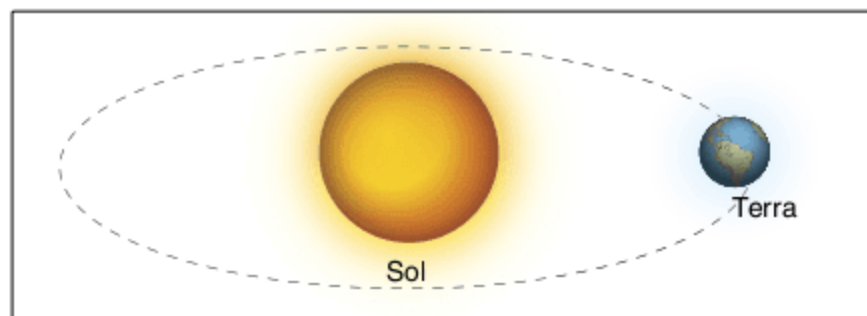


Fig. 1 A Terra é atraída pelo Sol para manter a órbita.

A Terra orbita o Sol devido à força de atração gravitacional que existe entre eles. A força que um exerce sobre o outro é “sentida” mesmo não havendo contato entre esses corpos. No modelo de campos, isso é possível devido à ação do **campo gravitacional** que transmite a força de atração gravitacional de um corpo ao outro.

Todos os corpos, por terem massa, criam em torno de si um campo gravitacional, cuja função é transmitir uns aos outros a força gravitacional. Daí a explicação da força existente entre, por exemplo, a Terra e o Sol.

Analogamente, as cargas elétricas também são capazes de exercer forças a distância. Dessa forma, pode-se modelar a ação dessas forças, assumindo a existência de um campo em torno das cargas, nesse caso o elétrico, que é capaz de transmitir tais forças.

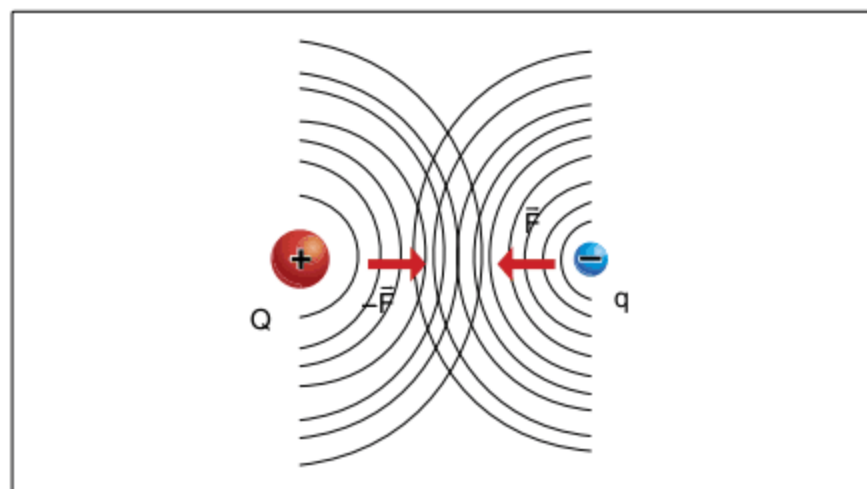


Fig. 2 Interação entre 2 cargas colocadas no vácuo.

Prótons e elétrons se atraem, mesmo a distância, devido à existência de um campo elétrico gerado por estas cargas. Generalizando, se há ação de uma força a distância, a transmissão dessa força é modelada pela existência de um campo relacionado.

ATENÇÃO!

Na natureza, de forma geral, distinguimos apenas três tipos de força:

- forças de campo
- forças de contato
- forças nucleares

Além das forças gravitacional e elétrica, a força magnética também é uma força de campo, que se propaga pelo espaço através do campo magnético e será estudada no módulo de magnetismo.

É muito importante ressaltar que a teoria de campos, conforme apresentada, é apenas um conjunto de princípios, não sendo de forma alguma a verdade definitiva a respeito da ação de forças a distância.

Atualmente, novas teorias vêm sendo formuladas, indicando a presença de partículas capazes de transmitir essas forças a distância, como veremos nos tópicos de Física Moderna.

Um detalhe importante é que, ao contrário do que Newton pensava, a transmissão de forças a distância não é instantânea, ou seja, leva um tempo para que um corpo sinta a presença do outro. A teoria da relatividade de Einstein mostra que a velocidade máxima para que isso ocorra é a velocidade da luz.

Definição de campo elétrico

Considere que a Terra causa, em um ponto A de suas imediações, um campo gravitacional de intensidade \vec{g} . Se uma massa m for colocada nesse ponto, ficará sujeita a uma força gravitacional de intensidade \vec{P} (peso).

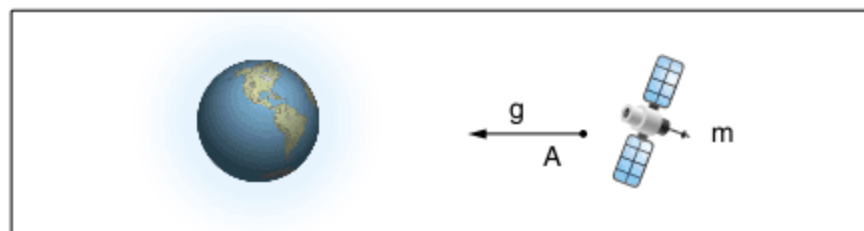


Fig. 3 Massa sob a ação do campo gravitacional da Terra.

Sabemos que o campo gravitacional \vec{g} pode ser dado por:

$$\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$$

Na equação anterior, é importante ressaltar que sendo a massa sempre um número positivo, a força peso tem sempre a mesma direção e sentido da aceleração da gravidade.

De forma análoga, pode-se afirmar que uma carga elétrica fonte, Q , cria em torno de si um campo elétrico, de tal forma que se uma carga de prova q for colocada nas proximidades da carga fonte, ela experimenta uma força \vec{F} . Supondo que as cargas tenham sinais opostos, a ação do campo criado pela carga fonte sob a carga de prova pode ser observada na figura 4.

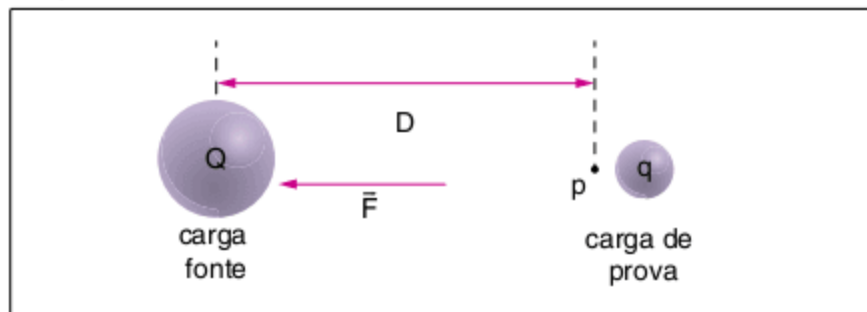


Fig. 4 Campo criado pela carga Q.

Assim, seja um ponto p desse campo elétrico colocado a uma distância D da carga fonte Q, se uma carga de prova é colocada no ponto p, conforme observado na figura anterior, ela fica sujeita a uma força de intensidade \vec{F}_e . Dessa forma, assim como na definição do campo gravitacional, pode-se definir o campo elétrico como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q}$$

Observa-se que a equação acima tem um formato muito similar àquele do campo gravitacional, porém com uma diferença muito importante. Enquanto a massa é sempre positiva, a carga pode ser positiva ou negativa. Assim, podemos afirmar que quando a carga de prova é positiva, campo elétrico e força elétrica têm mesma direção e mesmo sentido. No caso em que a carga de prova é negativa, os sentidos da força elétrica e do campo elétrico são opostos.

Dessa forma, percebe-se que:

- uma massa m, quando imersa em um campo gravitacional de intensidade g, fica sujeita a uma força peso, cujo módulo é dado por $P = mg$.
- uma carga de módulo q, quando imersa em um campo elétrico de intensidade E, fica sujeita a uma força elétrica \vec{F}_e , cujo módulo é dado por $F_e = qE$.

Logo, verificamos que, exceto os sinais das cargas e da massa, há uma grande analogia nas definições dos campos gravitacional e elétrico e as respectivas forças; mostrada no quadro a seguir.

Força de campo		Agente que sofre a ação do campo		Campo de força
P	=	m	.	g
F_e	=	q	.	E

Tab. 1 Comparação entre o campo elétrico e o campo gravitacional.

Orientação do vetor campo elétrico devido a cargas puntiformes

A orientação do vetor campo elétrico depende única e exclusivamente da carga fonte que o gera. Nesse ponto do estudo, será determinado a direção e o sentido do campo elétrico gerado por cargas puntiformes positivas e negativas. O sentido obtido para cargas puntiformes pode ser aplicado a quaisquer outras distribuições de carga, observando-se os seus sinais e como essas cargas se distribuem.

Campo elétrico gerado por cargas fontes positivas

Na figura, tem-se uma carga fonte positiva Q.

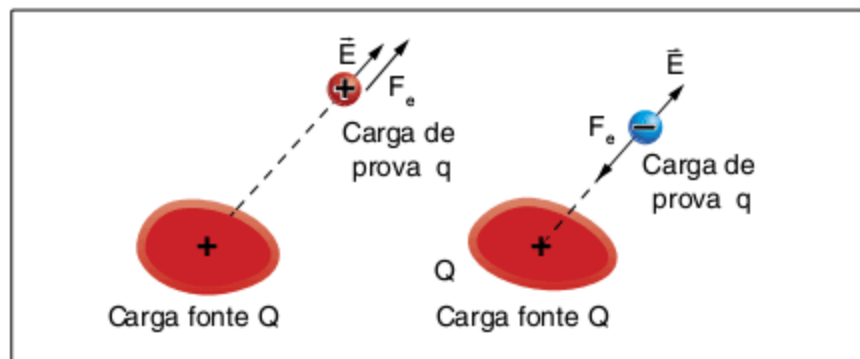


Fig. 5 Carga fonte positiva.

Ao se aproximar dessa carga fonte uma carga de prova também positiva +q, observa-se uma força repulsiva. Ora, como a carga de prova é positiva, o campo elétrico tem a mesma direção e sentido da força elétrica, ou seja, apontando para fora da carga. No caso de se aproximar uma carga de prova negativa -q, a força passa a ser atrativa e o sentido do campo elétrico contrário ao da força elétrica, ou seja, ele aponta para fora da carga.

Assim, conclui-se que o campo elétrico causado por cargas fontes positivas +Q diverge delas, isto é, o campo \vec{E} aponta para fora dessas cargas .

Campo elétrico gerado por cargas fontes negativas

Na figura abaixo tem-se uma carga fonte negativa -Q.

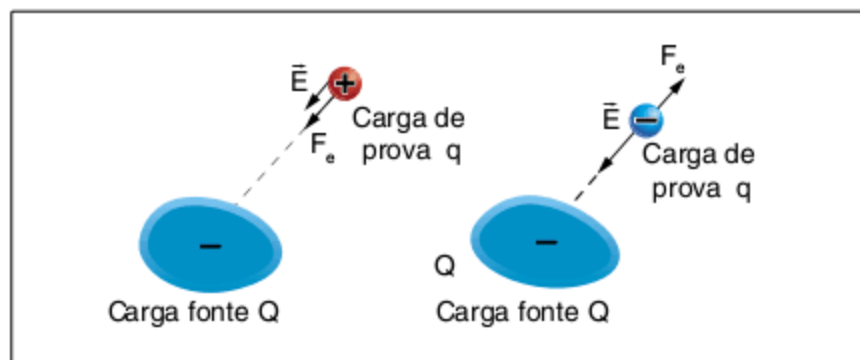


Fig. 6 Carga fonte negativa.

Ao se aproximar dessa carga fonte uma carga de prova positiva +q, observa-se uma força atrativa. Ora, como a carga de prova é positiva, o campo elétrico tem a mesma direção e sentido da força elétrica, ou seja, apontando para a carga fonte. No caso de se aproximar uma carga de prova negativa -q, a força passa a ser repulsiva e o sentido do campo elétrico contrário ao da força elétrica, ou seja, ele aponta para a carga fonte.

Assim, conclui-se que o campo elétrico causado por cargas fontes negativas converge para elas, ou seja, aponta para elas.

O vetor campo elétrico

O que foi exposto anteriormente permite concluir que o vetor campo elétrico é tal que:

- o seu módulo é dado por $E = \frac{F}{|q|}$, onde F é a intensidade da força que age sobre uma carga de prova de módulo |q| colocada em um ponto do campo elétrico. A unidade do campo elétrico no SI é N/C (newtons/coulomb) ou V/m (volts/ metro).

- sua direção é a mesma da força \vec{F} que age sobre a carga de prova q .
- seu sentido é o mesmo da força \vec{F} no caso em que a carga de prova é positiva, e oposto à força no caso em que a carga de prova é negativa.

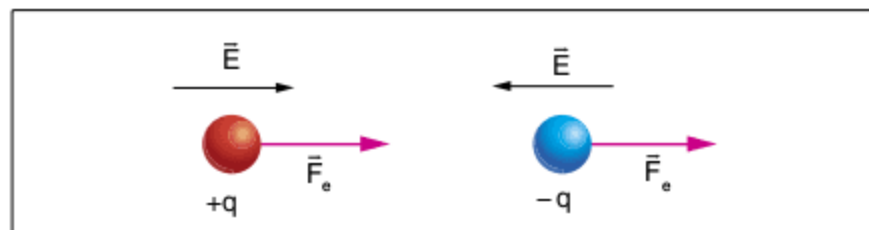
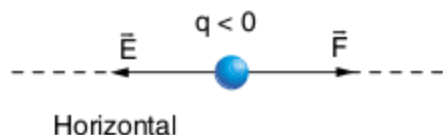


Fig. 7 Ação do campo elétrico sobre carga prova positiva e negativa.

Exercício resolvido

1 Em um ponto de um campo elétrico, o vetor campo elétrico tem direção horizontal, sentido da direita para a esquerda, e intensidade 10^5 N/C. Coloca-se, nesse ponto, uma carga puntiforme de $-3 \mu\text{C}$. Determine a intensidade, a direção e o sentido da força que atua na carga.



Resolução:

A força \vec{F} que atua na carga tem:

$$\begin{aligned} \text{Intensidade: } F &= |q| \cdot E \\ F &= 3 \cdot 10^{-6} \cdot 10^5 \\ F &= 0,3 \text{ N} \end{aligned}$$

Direção: horizontal (mesma de \vec{E})

Sentido: da esquerda para a direita (oposto ao de \vec{E} , pois $q < 0$)
Portanto, a força elétrica que atua em q tem intensidade 0,3 N, direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

Campo elétrico gerado por cargas elétricas puntiformes

As cargas puntiformes são as estruturas mais simples capazes de gerar campos elétricos. Dessa forma, é muito simples determinar-se o módulo, a direção e o sentido do campo elétrico gerado por elas. A figura a seguir ilustra o vetor campo elétrico gerado por tais cargas.

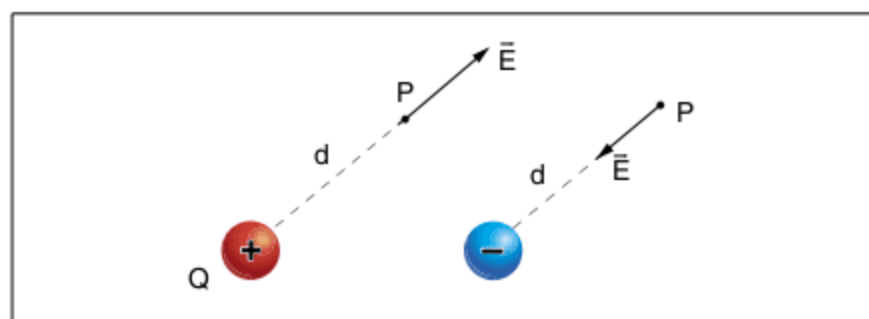


Fig. 8 Campo gerado por cargas puntiformes positiva e negativa.

A figura ilustra o que já é sabido a respeito da direção e sentido do campo elétrico gerado em um ponto P distante

da carga por uma distância d . Uma observação importante é que a força elétrica surge quando existem, em uma certa região do espaço, pelo menos duas cargas elétricas. Já o campo elétrico existe quando uma única carga elétrica é colocada nessa região.

Para a determinação do módulo do campo elétrico, será utilizada a Lei de Coulomb. Imagine uma carga de prova q colocada no ponto P da figura anterior.

A Lei de Coulomb afirma que:

$$(I) \quad F = \frac{K|Q||q|}{d^2}$$

Da definição do campo elétrico, tem-se que:

$$(II) \quad E = \frac{F}{|q|}$$

Substituindo-se a equação (I) em (II), tem-se que:

$$E = \frac{K|Q|}{d^2}$$

A equação anterior mostra matematicamente que o campo elétrico gerado por uma carga puntiforme positiva de módulo $|Q|$ depende única e exclusivamente do meio, com propriedades definidas pela constante eletrostática K , da distância d da carga ao ponto e do módulo da carga elétrica $|Q|$, responsável pela geração do campo. Novamente, é importante ressaltar que este campo não depende das cargas de prova que são colocadas em sua presença.

A representação gráfica do módulo do campo elétrico gerado por uma carga puntiforme em função da distância é mostrada na figura 9.

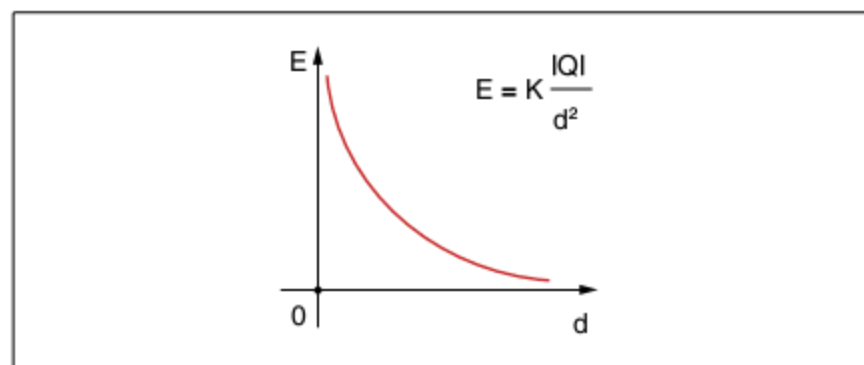


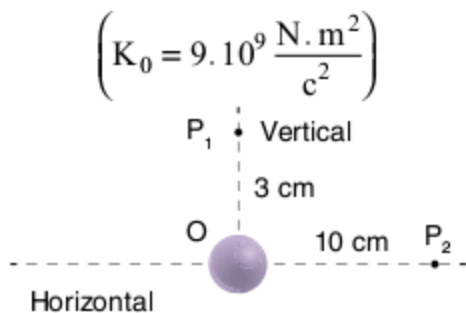
Fig. 9 Gráfico do campo elétrico gerado por carga puntiforme em função da distância.

Observa-se o decaimento do campo com o inverso do quadrado da distância, assim como na Lei de Coulomb, e que o campo elétrico no ponto onde a carga se encontra ($d = 0$) é nulo. Pode-se dizer que a carga não sofre a ação do campo elétrico que ela mesma cria, caso contrário ela poderia acelerar-se sob a ação de uma força elétrica gerada por ela própria, o que viola a Lei da Inércia, que afirma que um corpo não pode, por si só, alterar a sua velocidade.

Essa afirmativa leva à conclusão de que uma carga de prova, ao ser colocada em um ponto qualquer de um campo elétrico, não altera o campo existente nesse ponto. Assim, o vetor campo elétrico em um ponto independe da carga de prova que possa existir ali.

Exercício resolvido

2 Determine a intensidade, a direção e o sentido do vetor campo elétrico nos pontos P_1 e P_2 indicados na figura. O campo elétrico é gerado pela carga puntiforme $Q = 2 \mu\text{C}$ e o meio é o vácuo.



Determine, a seguir, a intensidade da força elétrica que atua em $q = 10^{-7} \text{ C}$ colocada em P_1 .

Resolução:

O vetor campo \vec{E}_1 em P_1 tem as seguintes características:

Intensidade: A intensidade do campo no ponto P_1 originado pela carga puntiforme Q fixa é dada por:

$$E_1 = K_0 \frac{|Q|}{d^2}$$

Sendo:

$$d_1 = 3 \text{ cm} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}, Q = 2 \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ C e } K_0 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2},$$

$$\text{vem: } E_1 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(3 \cdot 10^{-2})^2}$$

$$E_1 = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Direção: vertical, isto é, da reta OP_1 .

Sentido: para cima, pois $Q > 0$ origina campo de afastamento.

O vetor campo \vec{E}_2 em P_2 tem as características:

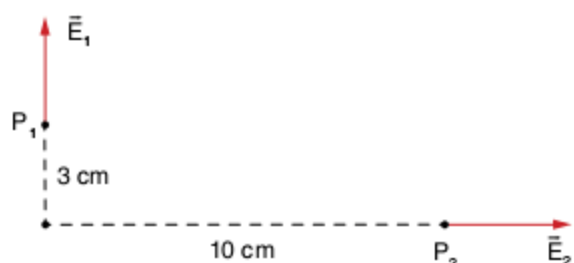
$$\text{Intensidade: } E_2 = k_0 \cdot \frac{|Q|}{d^2}. \text{ Sendo, agora, } d_2 = 10 \text{ cm} = 10^{-1} \text{ m},$$

$$\text{vem: } E_2 = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6}}{(10^{-1})^2}$$

$$E_2 = 18 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

Direção: horizontal

Sentido: da esquerda para a direita



A intensidade da força elétrica que atua em $q = 10^{-7}$ colocada em P_1 é dada por:

$$F_1 = qE_1 \therefore F_1 = 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^7$$

$$F_1 = 2 \text{ N}$$

Logo:

$$E_1 = 2 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{C}}, \text{ vertical, para cima; } E_2 = 18 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}},$$

horizontal, para a direita e $F_1 = 2 \text{ N}$.

Campo elétrico gerado por duas ou mais cargas puntiformes

Para o caso em que existe mais de uma carga, será aplicado o princípio da superposição, estudado no capítulo 1. Desta forma, o campo elétrico resultante em um ponto P, devido a várias cargas puntiformes que o circundam, é igual ao somatório vetorial dos campos elétricos individuais gerados por cada uma das cargas.

Para ilustrar o princípio, considera-se um ponto P de uma determinada região do espaço, livre da ação de cargas elétricas. Em seguida, coloca-se em dois pontos A e B dessa região duas partículas com cargas Q_A e Q_B , respectivamente. A figura 10 mostra três configurações distintas, (I), (II) e (III), para os pontos A e B.

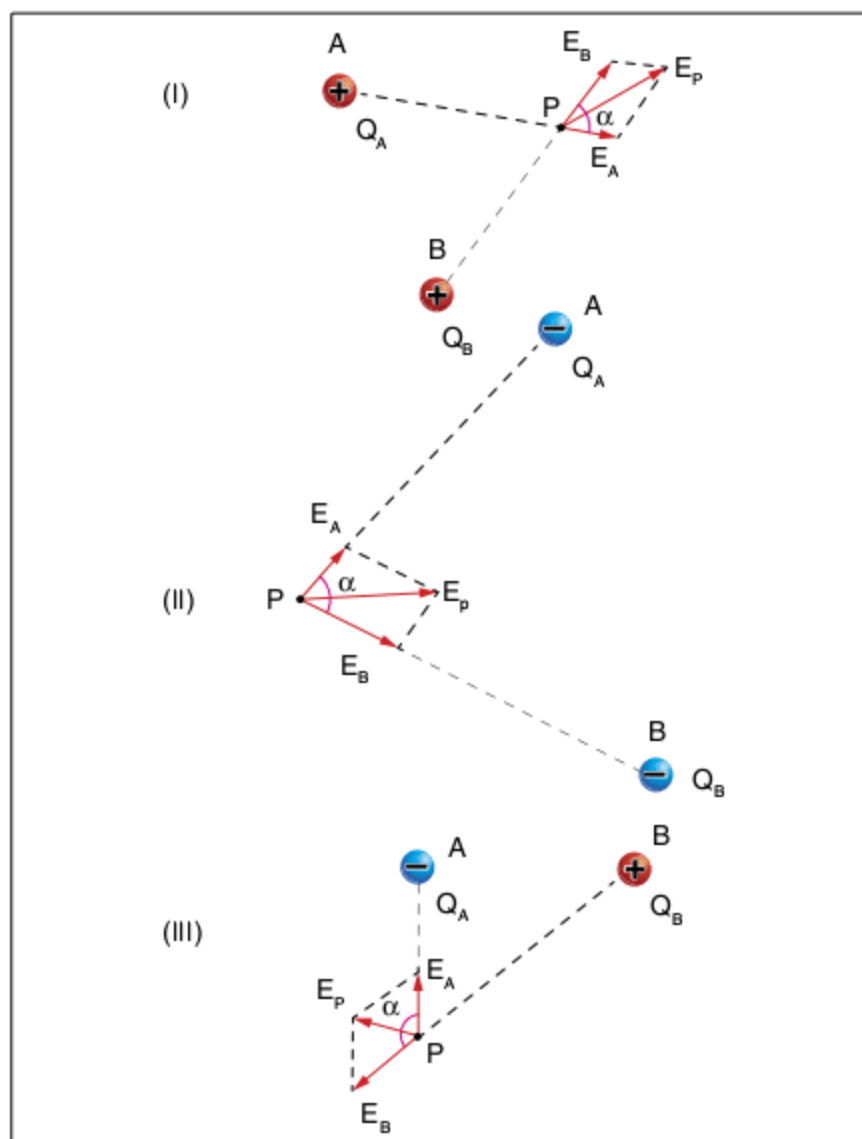


Fig. 10 Determinação do campo elétrico gerado por duas cargas puntiformes em um ponto não colinear a elas.

Nas três situações observa-se que o ponto P fica sob a ação dos campos gerados pelas cargas Q_A e Q_B , e que o campo elétrico resultante, em P, é dado pela **soma vetorial** dos campos gerados por Q_A e Q_B . Assim:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

Dessa forma, o procedimento utilizado para a obtenção do campo elétrico no ponto P pode ser resumido em três etapas.

1. Identificação dos campos criados no ponto de interesse pelas diversas cargas que o circundam.
2. Cálculo desses campos, utilizando-se a expressão obtida anteriormente: $E = \frac{K|Q|}{d^2}$.

3. Soma dos vetores através dos métodos de decomposição vetorial (recomendável quando há três ou mais vetores envolvidos) ou da lei dos cossenos aplicada à soma de vetores.

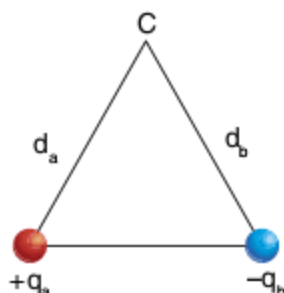
Generalizando o que foi dito no parágrafo inicial desta seção, se houver n cargas puntiformes, o campo elétrico resultante em um ponto P pode ser matematicamente escrito como:

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Na equação acima, $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$ são, respectivamente, os campos elétricos gerados pelas cargas 1, 2, ..., n no ponto de interesse P .

Exercício resolvido

- 3 Determine o campo elétrico resultante da ação das cargas $q_a = +6 \mu\text{C}$ e $q_b = -6 \mu\text{C}$ sobre o ponto vértice C do triângulo equilátero abaixo, de lado 30 cm:

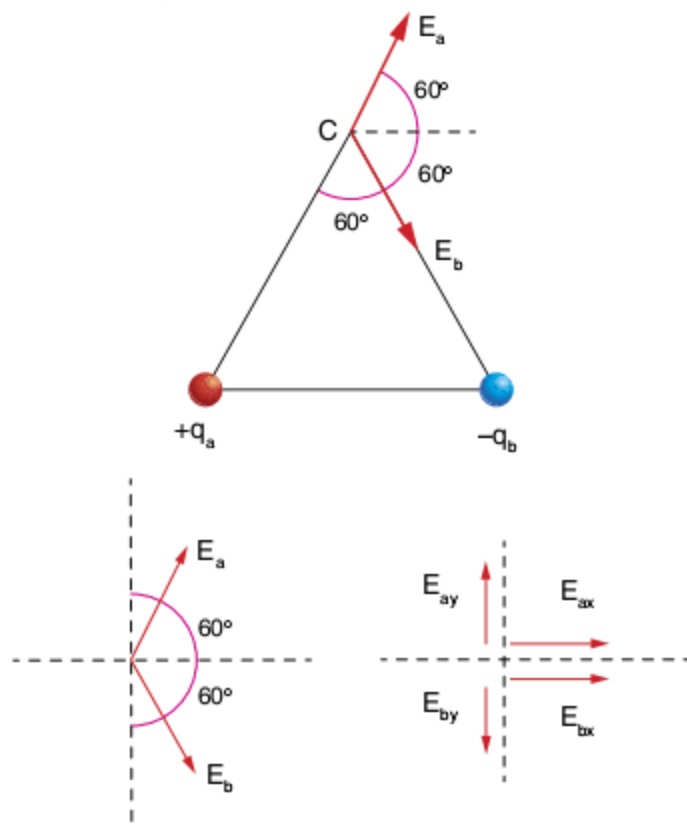


Resolução:

Para calcular o campo elétrico resultante sobre o vértice C , precisamos determinar o campo que cada carga gera individualmente naquele vértice:

$$E_a = \frac{K \cdot |q_a|}{(d_a)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(30 \cdot 10^{-2})^2} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_b = \frac{K \cdot |q_b|}{(d_b)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 6 \cdot 10^{-6}}{(30 \cdot 10^{-2})^2} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

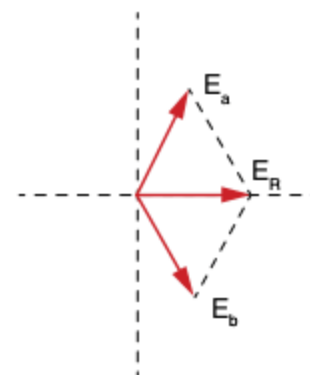


Acima, vemos o esquema da decomposição dos vetores. As componentes verticais E_{ay} e E_{by} se cancelam, por serem iguais mas de sentidos contrários. Para determinar E_R , é suficiente somar as componentes horizontais E_{ax} e E_{bx} :

$$E_{ax} = E_a \cdot \cos(60^\circ) = 6 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 3 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_{bx} = E_b \cdot \cos(60^\circ) = 6 \cdot 10^5 \cdot 0,5 = 3 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_R = E_{ax} + E_{bx} = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$



Assim, a intensidade do campo elétrico resultante vale:

$$E_R = 6 \cdot 10^5 \text{ N/C}$$

Representação do campo elétrico por linhas de força

No tópico anterior, pôde-se observar que a determinação da direção e sentido do vetor campo elétrico ponto a ponto envolve uma soma vetorial. Dessa forma, se o que se desejasse fosse obter a direção e o sentido do vetor campo elétrico em vários pontos do espaço, o trabalho seria muito grande, dado o número de somas vetoriais a serem feitas. Para sobrepujar essa dificuldade, utiliza-se a representação do campo elétrico através de linhas de força.

Linhas de força de um campo elétrico são linhas que tangenciam, em cada ponto, o vetor campo elétrico resultante associado ao ponto considerado.

As linhas de força do campo elétrico orientam-se no mesmo sentido do vetor campo, ou seja, das cargas positivas para as cargas negativas. Para partículas puntiformes, as representações das linhas de força podem ser vistas nas figuras 11 e 12.

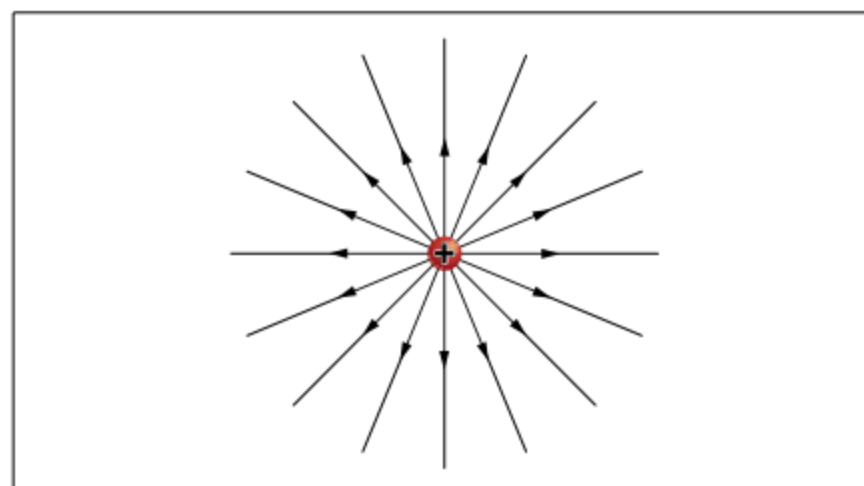


Fig. 11 Linhas de força para cargas positivas.

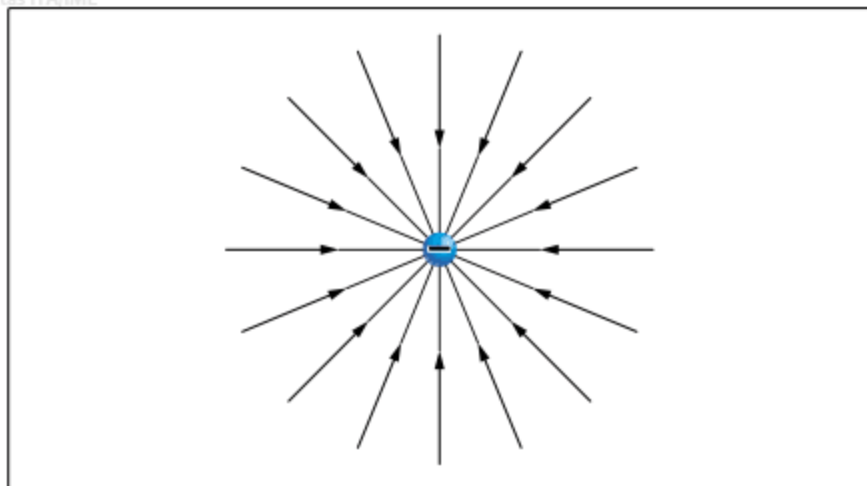


Fig. 12 Linhas de força para cargas negativas.

Para duas partículas eletrizadas com cargas de módulos iguais e sinais opostos, tem-se a representação a seguir.

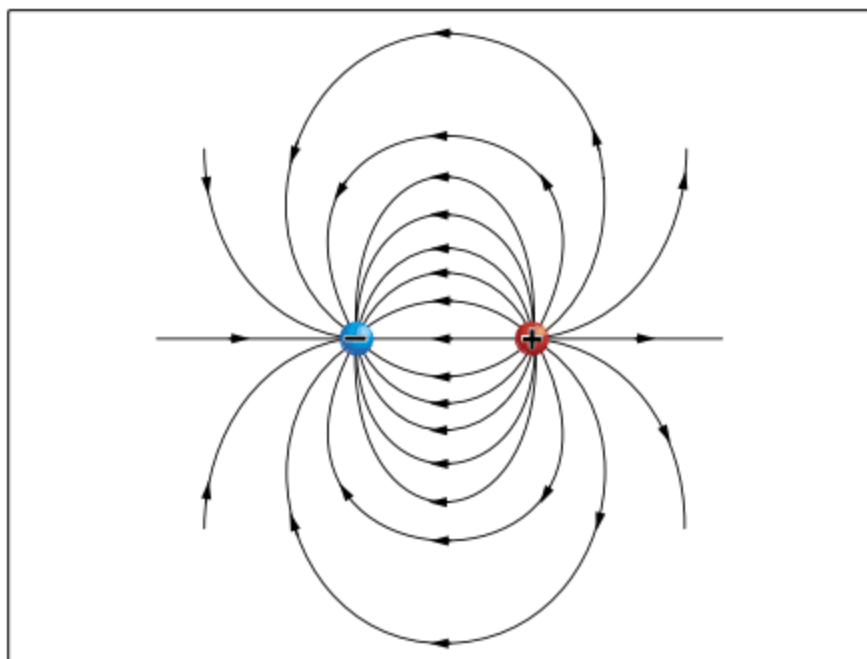


Fig. 13 Linhas de força para um par de cargas positiva e negativa.

No caso de duas partículas de módulos e cargas iguais, as linhas são representadas como na figura 14.

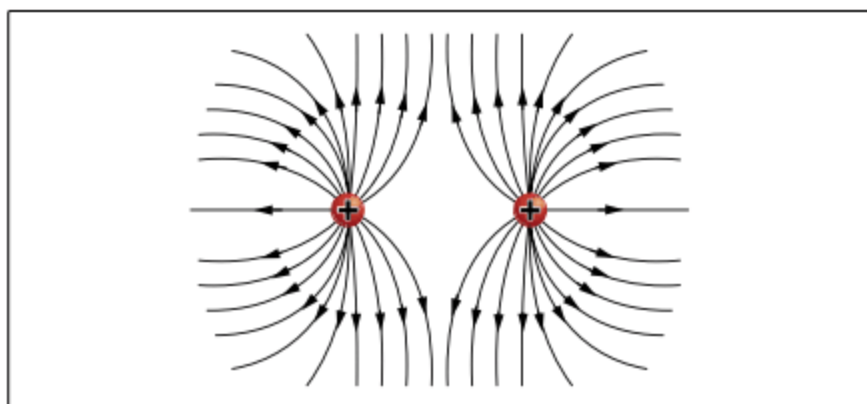


Fig. 14 Linhas de força para sistema formado por 2 cargas positivas.

ATENÇÃO!

As linhas de força do campo elétrico nunca se cruzam. Isso é fácil de entender pensando que o campo elétrico em cada ponto tem sempre uma única direção e um único sentido. Caso as linhas de campo se cruzassem, teríamos duas indicações distintas da direção do campo, dois vetores campo elétrico definidos em um mesmo ponto, conforme se observa na figura 15.

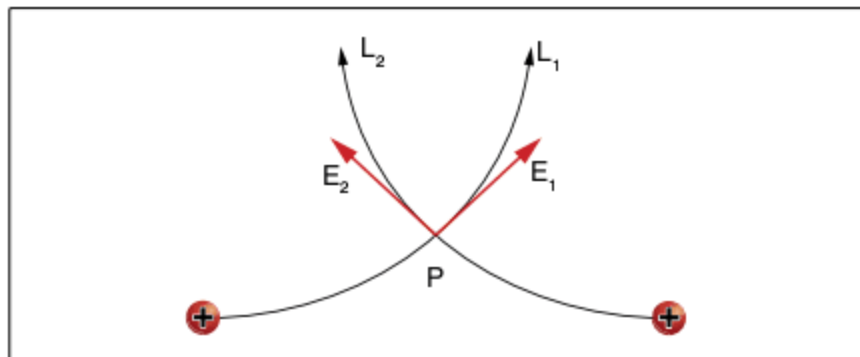


Fig. 15 Configuração impossível de linhas de força.

Na figura, tem-se apenas duas linhas de força do campo elétrico resultante naquela região.

Observa-se que a linha de força L_1 informa que o campo elétrico resultante em P é \vec{E}_1 , enquanto a linha L_2 informa que \vec{E}_2 é que é o campo elétrico resultante. Isso é absurdo, pois o campo elétrico resultante em P é único. Como $\vec{E}_2 \neq \vec{E}_1$, conclui-se que L_1 e L_2 não podem se cruzar em nenhum ponto.

Informações que podem ser obtidas a partir de uma configuração de linhas de força

Uma representação do campo elétrico é muito rica em informações. Da mesma forma que um mapa, uma configuração de linhas de força deve ser feita com atenção para que todos os dados envolvidos sejam corretamente representados. Nesse caso, podem-se deduzir várias características do campo através delas. Essas informações são: direção e sentido do vetor campo elétrico, intensidade relativa do vetor em diversos pontos do campo, sinais das cargas dos corpos que geram o campo elétrico e relação entre os módulos dessas cargas.

Direção e sentido do vetor campo elétrico

Da definição de linhas de força tem-se que a direção e o sentido do vetor campo elétrico são sempre tangentes a elas, conforme se observa na figura abaixo.

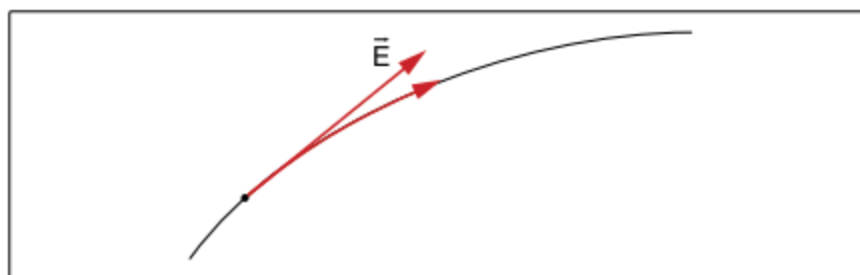


Fig. 16 Campo elétrico tangente à linha de força.

Intensidade relativa do vetor campo elétrico

A intensidade do campo elétrico em uma dada região é maior quanto maior for a densidade de linhas de força naquela região. Considere a figura a seguir, que representa, através de linhas de força, uma região onde existe um campo elétrico.

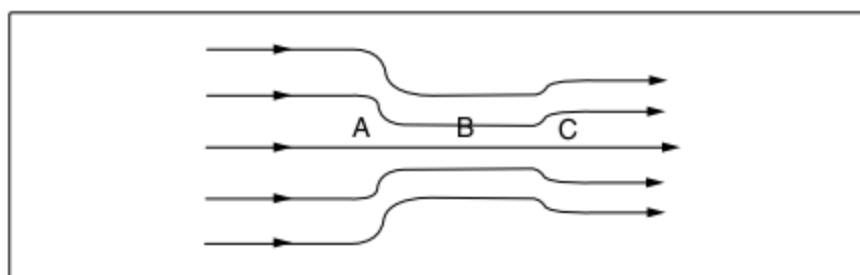


Fig. 17 Configuração de linhas de força de diferentes densidades.

Partindo desse exemplo, pode-se dizer que a intensidade do vetor campo elétrico é maior no ponto B e menor no ponto A, tal que:

$$E_B > E_C > E_A$$

Deve-se entender por densidade de linhas de força a quantidade dessas linhas que “perfuram” cada unidade de área em um plano perpendicular a elas, na região considerada.

Na figura 18 observa-se duas representações de um campo elétrico. Na figura da esquerda tem-se um campo elétrico que sai do plano do papel em direção ao observador, e na figura da direita tem-se um campo elétrico que entra no plano do papel.

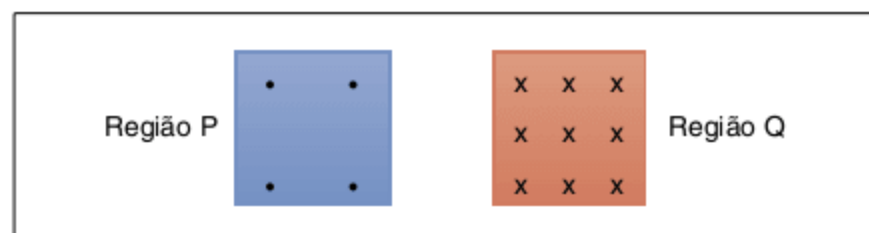


Fig. 18 Regiões P e Q de diferentes densidades de linhas de força e sentido do campo elétrico.

Sinal da carga do corpo que gera o campo elétrico

O sinal da carga do corpo que gera o campo elétrico é determinado observando-se o fluxo líquido de linhas de campo que entram e saem do corpo. Se houver mais linhas entrando do que saindo, a carga do corpo é negativa. Por outro lado, se houver mais linhas saindo do que entrando a carga do corpo é positiva. A figura abaixo ilustra o caso de dois corpos condutores A e B. O corpo A está positivamente carregado, pois dele saem linhas de força. O corpo B está neutro, pois a quantidade líquida de linhas de campo que saem dele é igual a zero.

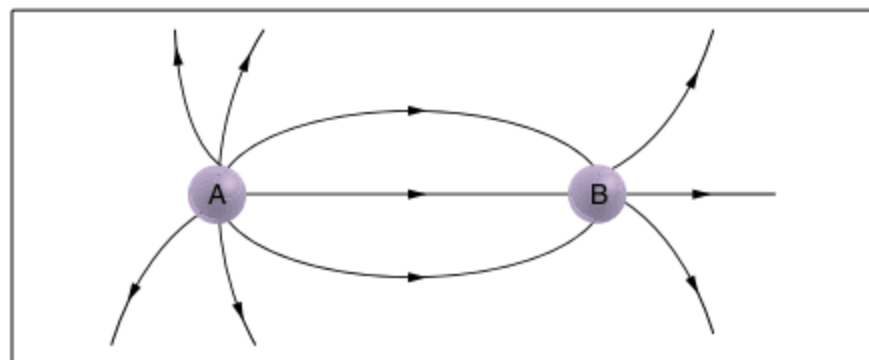


Fig. 19 Fluxo de linhas de campo nos corpos A e B.

O estudante pode ficar em dúvida ao observar o corpo B, com linhas entrando pelo lado esquerdo e saindo do lado direito. Nesse caso, é importante se lembrar da indução eletrostática.

Sendo o corpo B um condutor e estando o corpo A positivamente carregado, o corpo B é induzido, e nele é forçada uma separação de cargas. Assim, o lado esquerdo do corpo B fica negativamente carregado – linhas entrando – e o lado direito fica positivamente carregado – linhas saindo (Fig.20).

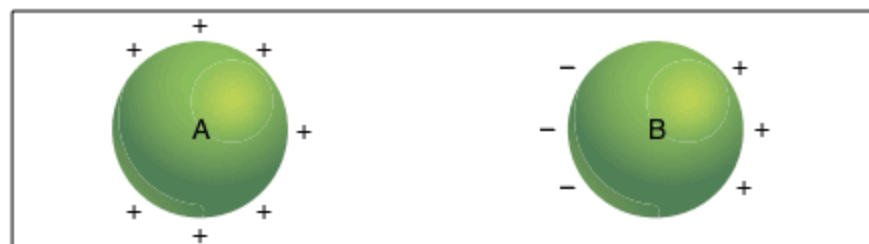


Fig. 20 Indução do corpo condutor B por um corpo A positivamente carregado.

Relação entre os módulos das cargas dos corpos que geram o campo

Na representação do campo elétrico através de linhas de força é importante levar-se em conta a relação entre os módulos das cargas que geram o campo.

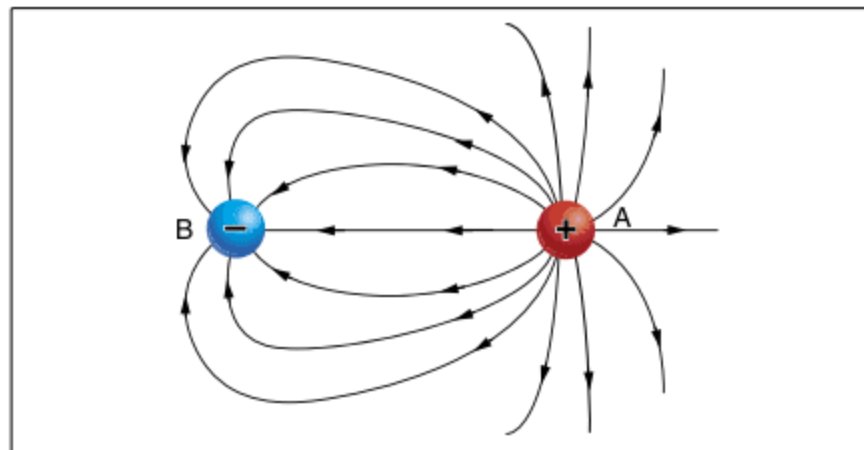


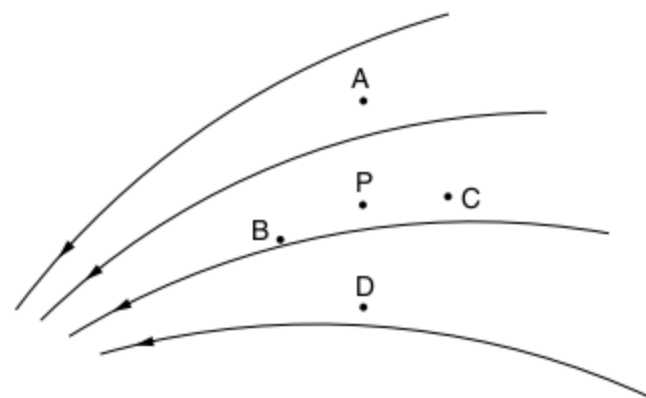
Fig. 21 Linha de força para sistema formado por cargas positivas e negativas de módulos diferentes.

Na figura anterior observa-se que da partícula eletrizada A saem 14 linhas e na partícula eletrizada B entram 7 linhas de campo. Isso permite concluir que:

$$\frac{|Q_A|}{n_A} = \frac{|Q_B|}{n_B} \Rightarrow \frac{|Q_A|}{14} = \frac{|Q_B|}{7} \Rightarrow |Q_A| = 2 \cdot |Q_B|$$

Exercício resolvido

4 A figura representa as linhas de força do campo elétrico que existe em certa região do espaço. Sobre uma carga de prova positiva colocada em P agirá uma força em que direção e sentido?



Resolução:

Aparecerá uma força na direção tangente às linhas de força (direção BC) e orientada no mesmo sentido que as linhas (dirigida para B), já que a carga de prova é positiva.

Campo elétrico do condutor em equilíbrio eletrostático

A condição de equilíbrio eletrostático exige que não haja movimento das cargas, a não ser devido à agitação térmica. Sendo assim, não pode haver campo no interior do condutor que gere movimentos de cargas em uma dada direção. Esse fato leva à importante conclusão de que o campo elétrico no interior do condutor em equilíbrio eletrostático é nulo.

Do capítulo anterior, sabe-se que as cargas em um condutor em equilíbrio distribuem-se em sua superfície se acumulando nas pontas. Assim, o campo elétrico é perpendicular à superfície em todos os seus pontos e mais intenso próximo das pontas, conforme se observa na figura 22.

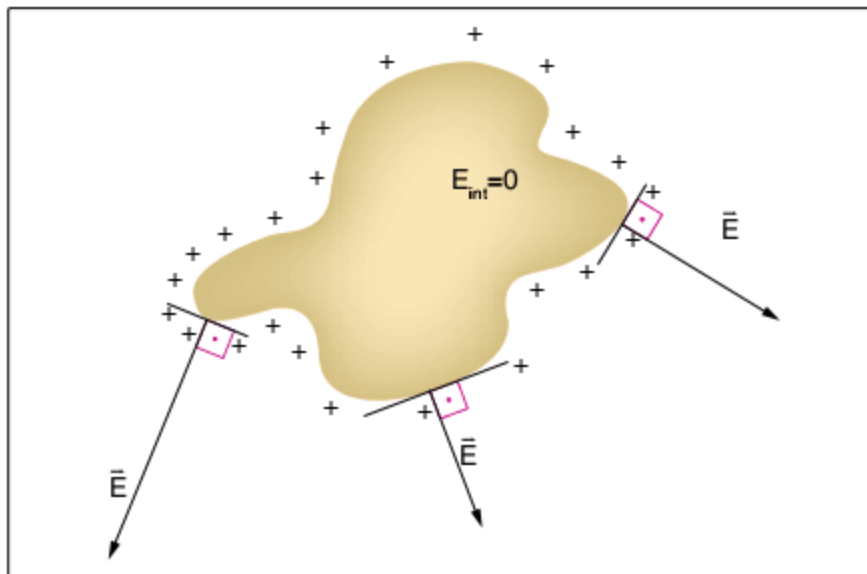


Fig. 22 Campo elétrico de um condutor em equilíbrio eletrostático.

A indução eletrostática do ponto de vista do campo elétrico

O processo de eletrização por indução foi estudado no capítulo anterior e neste momento o leitor é capaz de entender a indução eletrostática sob o ponto de vista do campo elétrico.

Na figura abaixo, tem-se um indutor A que é aproximado de um corpo condutor neutro B, que sofre o processo de indução.

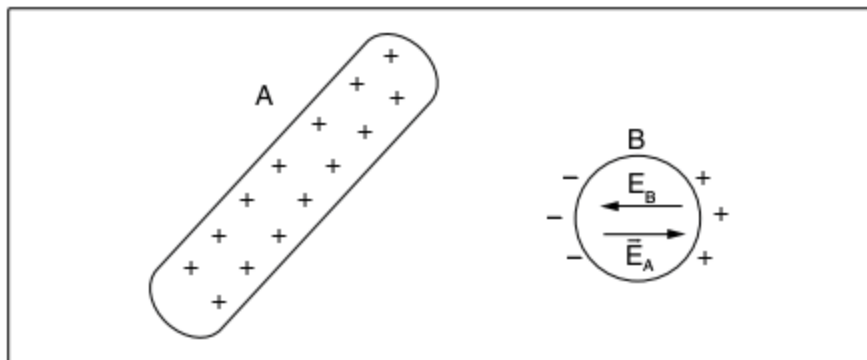


Fig. 23 Campo elétrico em um processo de indução eletrostática.

A figura mostra que no interior do induzido B tem-se um campo elétrico devido ao indutor A (\vec{E}_A), orientado da esquerda para a direita, e um campo devido às cargas induzidas (\vec{E}_B) no sentido oposto, que anula o campo elétrico gerado pelo indutor.

Dessa forma, pode-se afirmar que as cargas induzidas garantem a condição de equilíbrio eletrostático no interior do condutor. Pode-se dizer que o interior do condutor está blindado eletrostaticamente, ou seja, o campo no interior do condutor em equilíbrio não é afetado por quaisquer distribuições externas de carga, pois as cargas elétricas irão se distribuir na superfície desse condutor de maneira a garantir a condição de equilíbrio eletrostático. No interior do condutor, o campo elétrico é nulo.

O efeito da blindagem eletrostática é observado na figura 24. Ao aproximar-se de um pêndulo eletrostático um corpo carregado A, observa-se uma atração, em (I). O pêndulo é então

colocado no interior de uma gaiola condutora, também chamada de gaiola de Faraday, e repete-se o procedimento, em (II). Observa-se que a esfera do pêndulo não é atraída, pois as cargas distribuem-se na superfície da gaiola garantindo que o campo elétrico no interior dela seja nulo. Assim, não há força sobre a esfera do pêndulo quando ele se encontra no interior da gaiola.

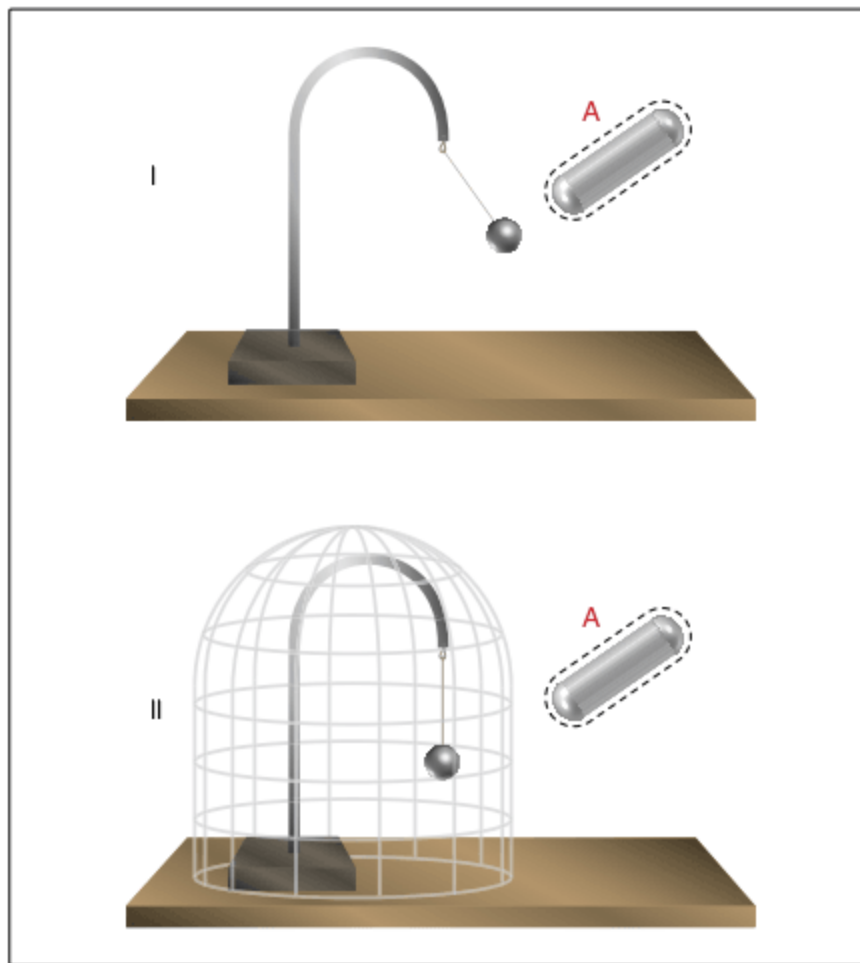


Fig. 24 Experimento de blindagem eletrostática.

Campo elétrico do condutor esférico

Um condutor esférico não possui saliências nem reentrâncias. Assim, ao ser eletrizado, as cargas distribuem-se uniformemente pela sua superfície externa, de tal modo que a sua densidade superficial de cargas é a mesma em todas as regiões. Daí dizer-se que a superfície de uma esfera condutora, ao receber cargas, fica uniformemente eletrizada.

Assim, pode-se afirmar, para um condutor esférico eletrizado em equilíbrio eletrostático, que:

- nos pontos internos o vetor campo elétrico é *nulo*:

$$\vec{E}_{\text{int}} = \vec{0}$$

- o vetor campo elétrico é *perpendicular* à superfície externa do condutor esférico em cada ponto dela.

Em pontos infinitamente próximos da superfície externa do condutor esférico, o campo elétrico é dado por:

$$E_{\text{próx}} = K \frac{|Q|}{r^2}$$

Devido à simetria da esfera e à distribuição de cargas em sua superfície, para se calcular o módulo do vetor campo elétrico em pontos mais afastados, tudo se passa como se a carga estivesse totalmente concentrada no centro da esfera.

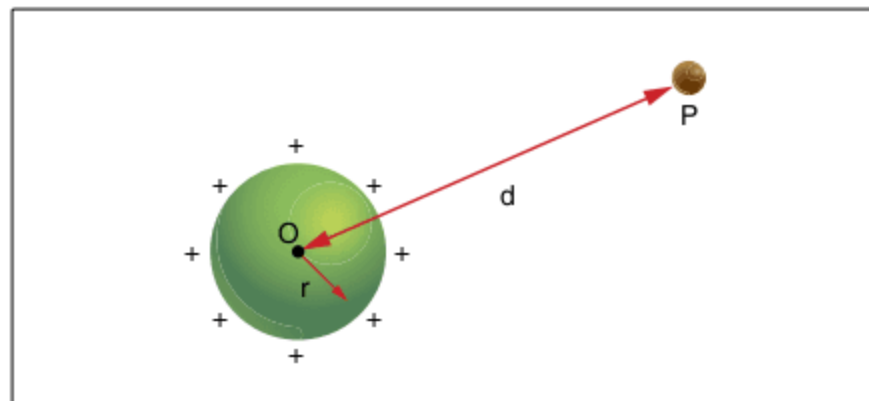


Fig. 25 Condutor esférico de raio r carregado positivamente.

É importante observar que **d** é a distância do ponto externo considerado (**P**) ao centro **O** da esfera.

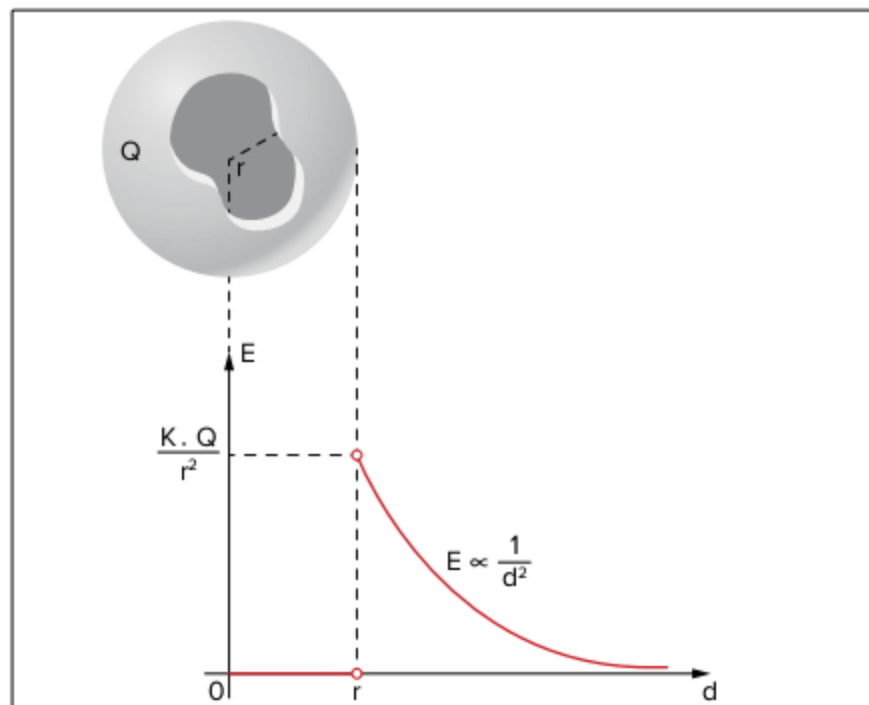


Fig. 26 Condutor esférico de raio r e carga elétrica Q, que gera um campo elétrico de módulo E em pontos externos à esfera, junto ao gráfico de E em função da distância d ao centro da esfera.

Observação: Na figura 26, o gráfico mostra a variação do módulo do vetor campo elétrico criado por uma esfera condutora eletrizada. Convém observar que o sinal da carga não muda o aspecto do gráfico, pois é usado o módulo da carga no cálculo da intensidade do vetor campo elétrico.

Exercício resolvido

5 É dada uma esfera condutora de raio $R = 1$ m, eletrizada e situada no vácuo. Em um ponto P à distância de $d = 3$ m do centro da esfera, o campo elétrico tem intensidade $9 \cdot 10^{-3}$ N/C. Determine:

- a) a carga elétrica Q, distribuída pela superfície da esfera. Admita $Q > 0$;

- b) a intensidade do campo elétrico em um ponto externo e bem próximo da superfície.

Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ unidades do S.I.

Resolução:

- a) A intensidade do campo em um ponto externo é calculada como se a carga Q fosse puntiforme e estivesse no centro da esfera. Assim:

$$E_{ext} = K_0 \cdot \frac{|Q|}{d^2}$$

Sendo $E_{ext} = 9 \cdot 10^{-3} \frac{N}{C}$, $d = 3$ m, podemos calcular

$$9 \cdot 10^{-3} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{|Q|}{3^2} \Rightarrow |Q| = 9 \cdot 10^{-12} \text{ C.}$$

Sendo $Q > 0$ resulta $Q = 9 \cdot 10^{-12}$ C.

- b) Em um ponto externo e bem próximo da superfície o campo tem intensidade:

$$\begin{aligned} E_{próx} &= K \frac{|Q|}{r^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{próx} &= 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{9 \cdot 10^{-12}}{1^2} \Rightarrow \\ \Rightarrow E_{próx} &= 8,1 \cdot 10^{-2} \text{ N/C} \end{aligned}$$

Campo elétrico uniforme

Uma importante configuração de campo elétrico é aquela na qual o vetor campo elétrico tem mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos (Fig. 27).

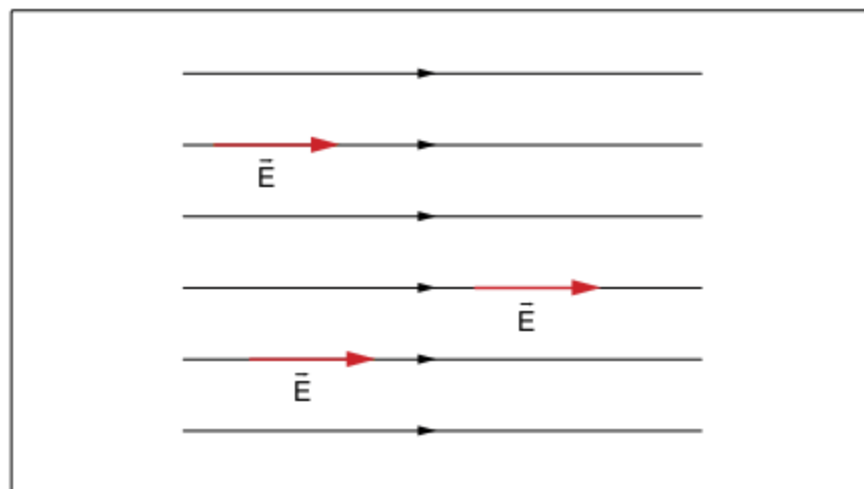


Fig. 27 Campo elétrico uniforme.

Observe que a representação do campo elétrico uniforme, a partir de linhas de força do campo elétrico, é feita através de linhas paralelas e uniformemente espaçadas. O paralelismo garante que a direção e sentido do vetor campo elétrico é o mesmo em todos os pontos, e o fato delas serem uniformemente espaçadas garante que a densidade de linhas é constante, indicando que o campo é uniforme.

Então, qual a distribuição de cargas capaz de gerar um campo elétrico uniforme? É o que será visto a seguir.

Densidade superficial de cargas

Uma quantidade física extremamente importante no estudo do campo elétrico em condutores é a densidade superficial de cargas, indicada pela letra grega sigma (σ). A necessidade da utilização de uma densidade superficial advém do fato de que em condutores a carga nunca se encontra distribuída volumetricamente, ou seja, no equilíbrio a carga sempre está distribuída na superfície. Supondo-se um condutor de área A e carga total Q , distribuída em sua superfície, define-se densidade superficial média de carga a razão:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \left(\frac{C}{m^2} \right)$$

O termo densidade média decorre do fato de que, em condutores não esféricos, há um acúmulo de cargas nas pontas, o conhecido efeito das pontas. Para o caso em que a carga é homogeneamente distribuída, pode-se dizer que a densidade superficial de cargas é a mesma em todos os pontos da superfície do condutor.

Distribuição de cargas em superfície plana e infinita uniformemente carregada

A principal distribuição de cargas capaz de gerar um campo elétrico uniforme é uma superfície plana e infinita, uniformemente carregada com uma densidade superficial de carga σ . Supondo que essa superfície encontra-se imersa em um meio cuja permissividade elétrica é igual a ϵ , demonstra-se que o campo elétrico em qualquer ponto, seja ele próximo ou afastado da superfície, é dado por:

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \epsilon}$$

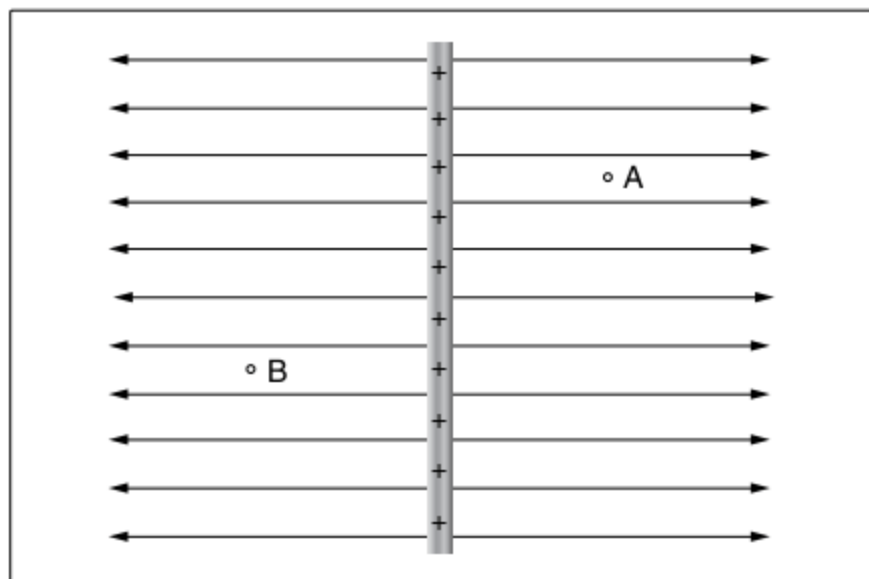


Fig. 28 Campo gerado por uma superfície infinita carregada positivamente.

Na figura anterior, nota-se que, se a carga da placa fosse negativa, a orientação do campo elétrico seria oposta àquela mostrada.

Neste momento, o aluno deve estar se questionando se, como não existem superfícies planas e infinitas, o estudo do campo elétrico uniforme não é por demais teórico, sem aplicação prática. De fato, um campo elétrico muito próximo do uniforme é obtido quando se colocam duas placas planas paralelas e com densidades superficiais de carga de mesmo módulo e de sinais contrários, tal como o observado na figura 29.

Neste caso, é importante ressaltar que a distância entre as placas carregadas deve ser bem menor do que os seus comprimentos.

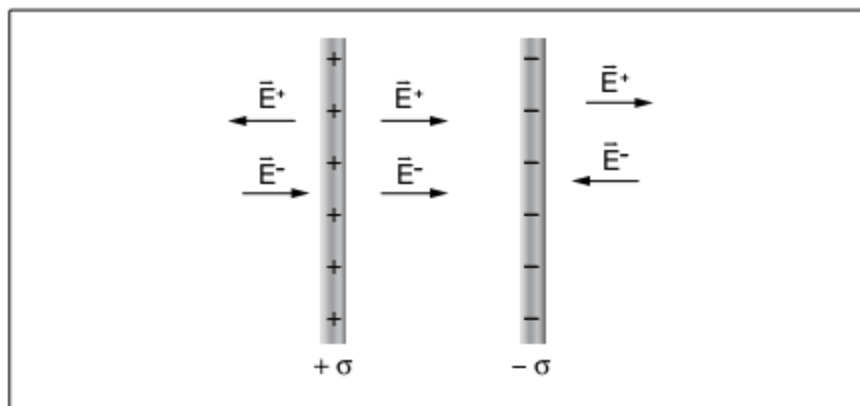


Fig. 29 Campo elétrico gerado por duas placas paralelas de sinais contrários.

Observa-se que o campo elétrico na região fora das placas se anula, enquanto o campo elétrico na região entre as placas é dado por:

$$E_r = \frac{2 \cdot \sigma}{2 \cdot \epsilon} \quad \therefore \quad E_r = \frac{\sigma}{\epsilon}$$

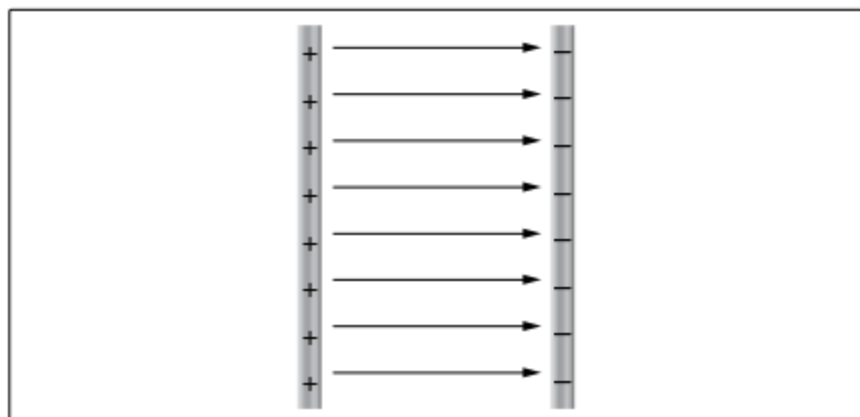


Fig. 30 Campo gerado por duas superfícies infinitas de sinais contrários.

Os campos elétricos uniformes são utilizados em capacitores, aceleradores de partículas, entre outras aplicações. Assim, o seu valor prático é inestimável.

Cargas sujeitas a campos elétricos uniformes

Do exposto anteriormente, pode-se concluir que cargas submetidas a campos elétricos uniformes ficam sujeitas a forças que têm mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos do campo. Da aplicação da 2ª Lei de Newton, tem-se que a aceleração a_E devido ao campo também é constante, tal que:

$$F_e = |q|E = ma_E$$

$$a_E = \frac{|q|E}{m} = \text{constante}$$

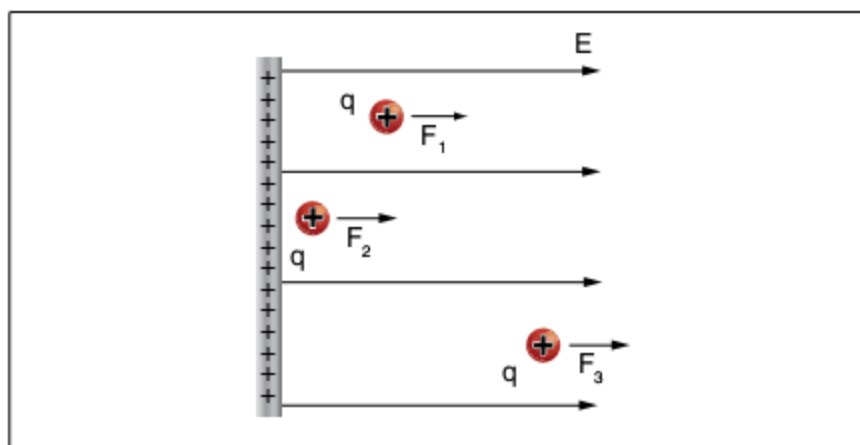


Fig. 31 Carga Q sujeita a força elétrica em um campo elétrico uniforme.

Na figura anterior tem-se a carga q colocada em três pontos diferentes de um campo elétrico uniforme. Como o campo tem o mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos, tem-se que as forças \vec{F}_1 , \vec{F}_2 e \vec{F}_3 são iguais, ou seja:

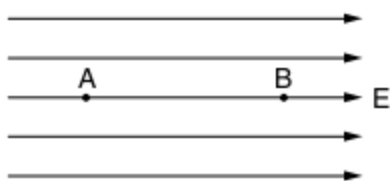
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_2 = \vec{F}_3$$

Do curso de cinemática, tem-se que se um corpo está submetido a uma aceleração constante, o seu movimento, na direção da aceleração, é um MUV (Movimento Uniformemente Variado). Esse tipo de raciocínio é o mesmo aplicado na análise de movimento de corpos próximos à superfície da Terra, no qual se considera que o campo gravitacional terrestre é uniforme.

Outra colocação importante está relacionada com a dependência da aceleração a_E com a relação carga-massa do corpo submetido à essa aceleração. Esse problema tem raízes históricas, com a primeira medida importante realizada por J.J. Thomson, que mediu a relação carga-massa do elétron. Foi somente com Millikan que a carga elementar foi medida, determinando-se assim a massa do elétron.

Exercício resolvido

6 Uma carga elétrica puntiforme $q = 1 \mu\text{C}$ e de massa $m = 10^{-6} \text{ kg}$ é abandonada, em repouso, em um ponto A de um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 10^6 \text{ N/C}$, conforme a figura.



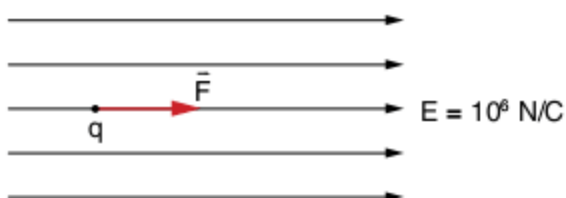
Determine:

- a) a intensidade da força elétrica que atua em q ;
- b) a aceleração do movimento de q ;
- c) a velocidade que q possui ao passar por B, situado a 2 m de A.

Despreze as ações gravitacionais.

Resolução:

a) Sendo $q > 0$, resulta que \vec{F} tem mesmo sentido que \vec{E} . A intensidade da força elétrica em q é dada por:



$$F = |q| \cdot E, \text{ sendo } q = 1 \mu\text{C} = 10^{-6} \text{ C e}$$

$$E = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}} \text{ vem: } F = 10^{-6} \cdot 10^6$$

$$\text{Logo: } F = 1 \text{ N}$$

- b) Pela equação fundamental da Dinâmica, $F = ma$. Sendo $F = 10^{-1} \text{ N}$ e $m = 10^{-6} \text{ kg}$, vem: $1 = 10^{-6} \cdot a$. Logo: $a = 10^6 \text{ m/s}^2$.
Observe que, sendo o campo uniforme, resulta que E é constante. Portanto, a partícula abandonada em repouso executa movimento retilíneo uniformemente variado e, no caso, acelerado. Se a partícula fosse lançada na direção do campo, mas em sentido contrário, o movimento inicial seria retilíneo, uniformemente variado e retardado.
- c) Sendo o movimento uniformemente variado, podemos aplicar a Equação de Torricelli:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2a\Delta s$$

$$v_B^2 = 0 + 2 \cdot 10^6 \cdot 2$$

$$\text{Logo: } v_B = 2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Lançamento oblíquo de cargas puntiformes em campo elétrico uniforme

Este tópico trata do problema do lançamento oblíquo de uma carga puntiforme em um campo elétrico uniforme e a determinação da sua trajetória, conforme se observa na figura a seguir.

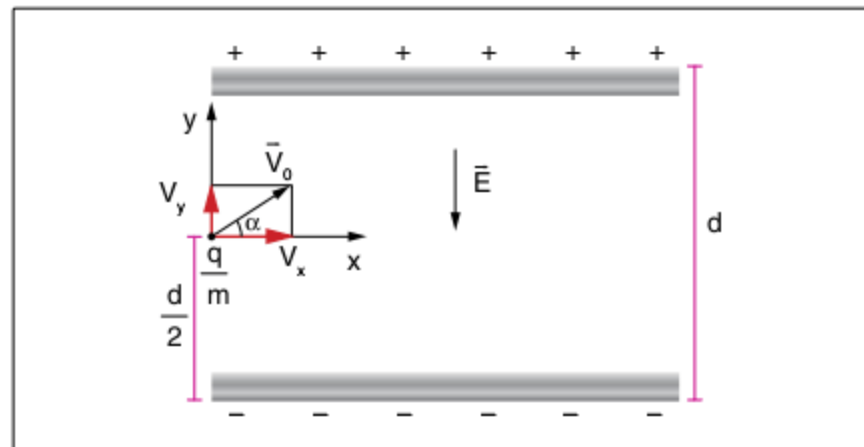


Fig. 32 Lançamento oblíquo de carga puntiforme em campo elétrico uniforme.

O problema apresentado trata de um movimento que ocorre ao longo de um plano. Assim, para referenciar esse movimento precisamos de um plano coordenado com os eixos x e y perpendiculares entre si e orientados. A colocação da origem e a orientação dos eixos é arbitrária.

A solução apresentada é feita adotando-se a origem no ponto de lançamento da carga e os eixos são orientados conforme mostra a figura.

O problema é resolvido analisando-se os movimentos nos eixos x e y . Inicialmente, tem-se que no eixo x o movimento é uniforme, pois não há nenhuma força agindo nesse eixo. Assim, a função horária de posição no eixo x é dada por:

$$x = v_x t = v_0 \cos \alpha t$$

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

No eixo y, tem-se uma força constante para baixo, e o movimento nessa direção é uniformemente variado. Considera-se que a carga q é positiva e que a sua massa é igual a m. Assim, as funções de posição e velocidade nesse eixo são dadas por:

$$y = v_{oy}t - \frac{1}{2}a_y t^2 = v_o \sin\alpha t - \frac{1}{2} \frac{qE}{m} t^2$$

$$y = v_{oy} - a_y t = v_o \sin\alpha - \frac{qE}{m} t$$

$$a_y = -\frac{qE}{m}$$

O sinal negativo da aceleração deve-se à orientação dada para o eixo y e ao sinal da carga q, o que leva a força elétrica a ser para baixo, enquanto o eixo y está orientado para cima. Isolando-se o tempo na equação de posição no eixo horizontal, tem-se que:

$$t = \frac{x}{v_o \cos\alpha}$$

Substituindo-se o valor obtido anteriormente na equação de posição do eixo y, tem-se que:

$$y = v_o \sin\alpha \cdot \left(\frac{x}{v_o \cos\alpha} \right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{qE}{m} \cdot \left(\frac{x}{v_o \cos\alpha} \right)^2$$

$$y = \underbrace{\tan\alpha}_{C_1} \cdot x - \underbrace{\frac{qE}{2mv_o^2 \cos^2\alpha}}_{C_2} \cdot x^2$$

ATENÇÃO!

Observa-se que os termos que multiplicam os termos em x e em x² são constantes, o que permite que se escreva a equação da trajetória, ou seja, a equação que relaciona os valores de y e x ao longo do deslocamento, como:

$$y = C_1 x - C_2 x^2$$

A equação anterior é claramente a equação de uma parábola. Assim, o movimento da carga puntiforme no interior do campo elétrico uniforme é um movimento parabólico. A análise foi feita compondo-se um movimento uniforme, no eixo x, e um movimento uniformemente variado, no eixo y. Uma possível trajetória é mostrada na figura 33.

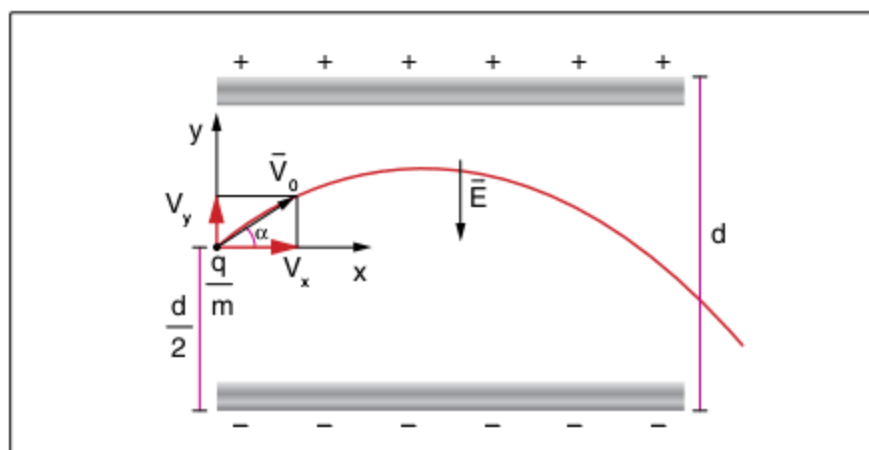
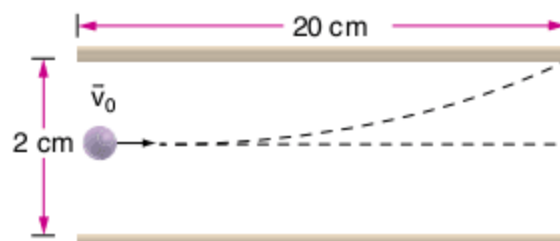


Fig. 33 Trajetória de uma carga puntiforme, em lançamento oblíquo, em um campo elétrico uniforme.

No caso de a orientação do campo ou o sinal da carga mudar, basta mudar o sinal e/ou a orientação dos eixos para que as equações de posição e velocidade possam ser escritas adequadamente.

Exercício resolvido

7 Uma partícula de carga $5,0 \cdot 10^{-4} \text{ C}$ e massa $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ é lançada com velocidade de 10^2 m/s , perpendicularmente ao campo elétrico uniforme produzido por placas paralelas de comprimento igual a 20 cm, distanciadas 2 cm entre si. A partícula penetra no campo, em um ponto equidistante das placas, e sai tangenciando a borda da placa superior, conforme representado na figura a seguir. Desprezando a ação gravitacional, determine, em 10^3 V/m , a intensidade do campo elétrico.



Resolução:

I. Tempo entre as placas:

$$\text{Em } x: v_o = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 10^2 = \frac{0,20}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

II. Aceleração em y em função de E:

Em y:

$$F_R = ma \Rightarrow F_e = ma \Rightarrow qE = ma \Rightarrow a = \frac{qE}{m}$$

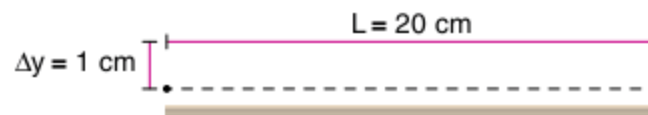
$$a = \frac{5,0 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 10^{-3}} \cdot E \Rightarrow a = 3,125 \cdot 10^{-1} \cdot E$$

III. Cálculo de E:

$$\Delta y = v_0^2 \sin^2\alpha + \frac{1}{2} a \Delta t^2$$

$$\text{Em } y: 0,01 = \frac{1}{2} \cdot 3,125 \cdot 10^{-1} \cdot E \cdot (2,0 \cdot 10^{-3})^2$$

$$E = 16 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$



Revisando

1 Determinou-se, experimentalmente, que o vetor campo elétrico no ponto P de um campo elétrico tinha módulo $E = 4,0 \text{ N/C}$, direção e sentido dados pela figura a seguir.



a) Determinar a força eletrostática \vec{F}_1 que se origina em uma carga pontual $q_1 = +2,0 \mu\text{C}$ colocada em P.

b) Determinar a força eletrostática \vec{F}_2 que se origina em uma carga pontual $q_2 = -2,0 \mu\text{C}$ colocada em P.

2 Mackenzie (Adapt.) Millikan realizou um célebre experimento para medição da carga elétrica elementar. Um ensaio poderia consistir em equilibrar uma gotícula de óleo sujeita exclusivamente à gravidade \vec{g} e a um campo elétrico vertical \vec{E} . Admita que o peso da gotícula seja $mg = 1,6 \cdot 10^{-17} \text{ N}$, que o campo elétrico tenha intensidade $|\vec{E}| = 100 \text{ N/C}$ e que a gotícula possua um elétron excedente. Calcule a carga do elétron e indique o sentido do campo \vec{E} (ascendente \uparrow ou descendente \downarrow):

3 Os pontos de uma determinada região do espaço estão sob a ação única de uma carga positiva pontual Q . Sabe-se que em um ponto A , distante 2 m da carga Q , a intensidade do campo elétrico é igual a $1,8 \cdot 10^4$ N/C. Determine:

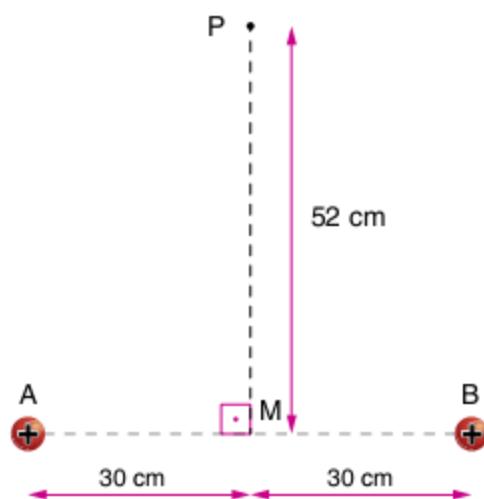
Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ N. m²/C².

a) o valor da carga elétrica Q .

b) a intensidade do campo elétrico em um ponto B , situado a 30 cm da carga fonte Q .

4 Em um meio onde a constante eletrostática vale $9,0 \cdot 10^9$ N. m². C⁻², são fixadas duas cargas puntiformes $Q_A = 3,2$ μC e $Q_B = 2,4$ μC. Observando a figura, determinar a intensidade do campo elétrico resultante no ponto P , localizado na mediatriz do segmento que une as cargas Q_A e Q_B .

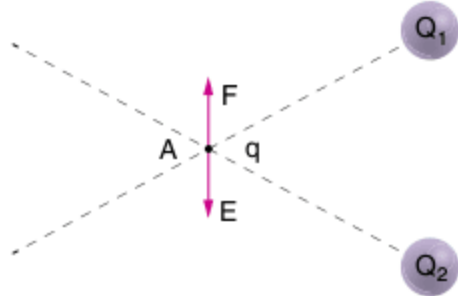
Sugestão: considere o triângulo como sendo equilátero!



Exercícios propostos

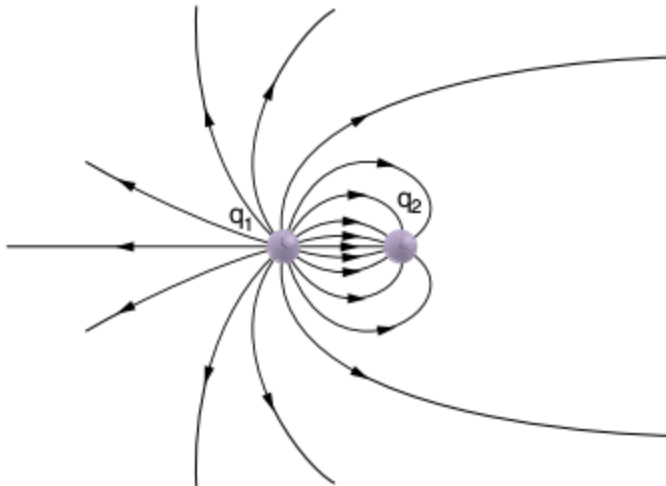
Campo elétrico: conceitos e representação por linha de força

1 Fesp Considere a figura abaixo, onde \vec{E} é o vetor campo elétrico resultante em A, gerado pelas cargas fixas Q_1 e Q_2 . \vec{F} é a força elétrica na carga de prova q , colocada em A. Dadas as alternativas abaixo, assinale a correta:



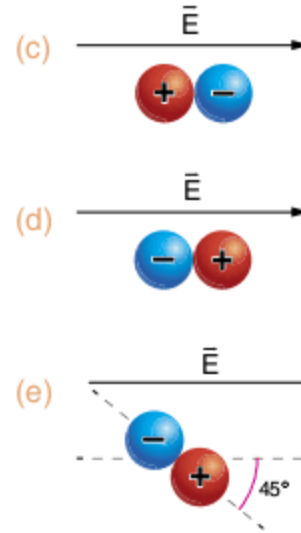
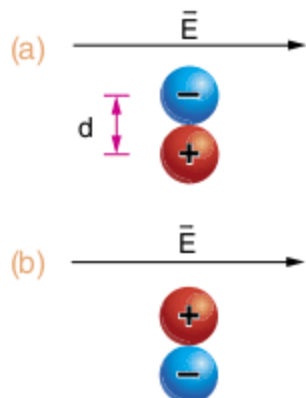
- (a) $Q_1 < 0, Q_2 > 0$ e $q < 0$
- (b) $Q_1 > 0, Q_2 < 0$ e $q > 0$
- (c) $Q_1 > 0, Q_2 > 0$ e $q < 0$
- (d) $Q_1 > 0, Q_2 < 0$ e $q < 0$
- (e) $Q_1 < 0, Q_2 < 0$ e $q > 0$

2 Unicamp A figura a seguir mostra as linhas de força do campo eletrostático criado por um sistema de 2 cargas pontiformes q_1 e q_2 .



- a) Nas proximidades de que carga o campo eletrostático é mais intenso? Por quê?
- b) Qual é o sinal do produto $q_1 \cdot q_2$?
- c) Qual a relação $|Q_1|/|Q_2|$?

3 Uma molécula diatômica tem átomos com carga $+q$ e $-q$. A distância entre os átomos é d . A molécula está numa região onde existe um campo elétrico uniforme \vec{E} . Indique em qual das seguintes posições a molécula estará em equilíbrio estável. Justifique.

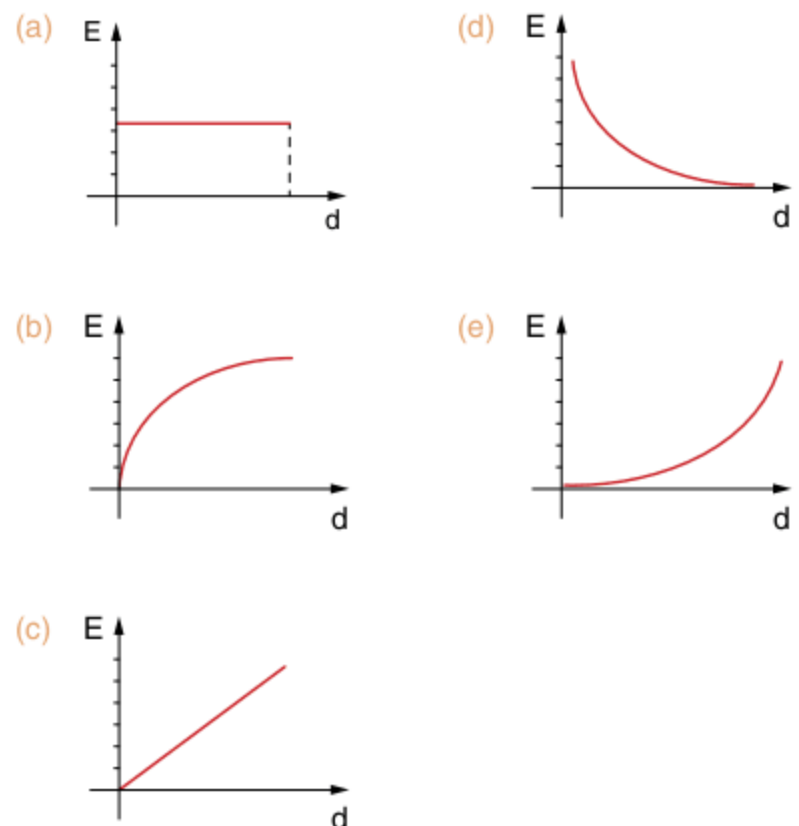


4 UFABC 2007 Para explicar como dois corpos podem interagir sem estar em contato, alguns físicos propuseram a teoria de campo. O campo elétrico, por exemplo, é uma alteração produzida no espaço pela presença de uma carga elétrica, de modo que outra carga, no entorno da primeira, detecte a existência desta por meio dessa alteração. Para “visualizar” a forma do campo elétrico, criou-se o conceito de linhas de força. Em cada ponto dessas linhas de força o vetor campo elétrico é:

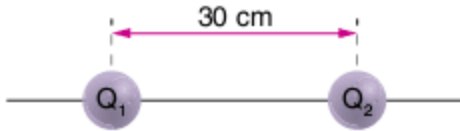
- (a) tangente à linha e com o sentido oposto ao dela.
- (b) tangente à linha e com o mesmo sentido dela.
- (c) perpendicular à linha e com o sentido oposto ao dela.
- (d) perpendicular à linha e com o mesmo sentido dela.
- (e) paralelo à linha e com o sentido oposto ao dela.

Campo elétrico gerado por cargas pontiformes

5 Qual dos seguintes gráficos melhor representa a intensidade (E) do campo elétrico de uma carga pontual em função da distância (d) entre a carga e um ponto do campo?



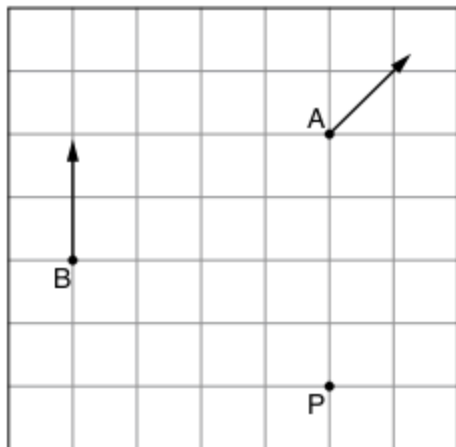
6 Ucsal Duas cargas elétricas puntiformes, $q_1 = 1,0 \mu\text{C}$ e $q_2 = -16 \mu\text{C}$, estão fixas a uma distância de 30 cm uma da outra, conforme a figura abaixo:



Sobre a reta que passa por q_1 e q_2 , o vetor campo elétrico resultante é nulo em um ponto:

- (a) à esquerda de q_1 .
- (b) entre q_1 e q_2 , mais próximo de q_1 .
- (c) entre q_1 e q_2 , mais próximo de q_2 .
- (d) entre q_1 e q_2 , a 15 cm de q_2 .
- (e) à direita de q_2 .

7 Fuvest (Adapt.) O campo elétrico de uma carga puntiforme em repouso tem, nos pontos A e B, as direções e sentidos indicados pelas flechas na figura a seguir.



O módulo do campo elétrico no ponto B vale 24 V/m. O módulo do campo elétrico no ponto P da figura vale, em volt por metro, O valor da carga Q, que cria o campo, é:

- (a) 3
- (b) 4
- (c) $3\sqrt{2}$
- (d) 6
- (e) 12

Note e adote: A figura é composta por quadrados de lado igual a 1 m.

Constante eletrostática do meio: $K = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$.

Campo elétrico de condutores em equilíbrio eletrostático

8 É dada uma esfera condutora de raio $R = 1,0 \text{ m}$. Ela está imersa no vácuo e está uniformemente eletrizada com cargas positivas. Num ponto P, à distância de 3,0 m do seu centro, o campo elétrico, devido às suas cargas, tem intensidade $E_p = 9,0 \cdot 10^{-2} \text{ N/C}$. Determinar o excesso de carga elétrica distribuída em sua superfície.

9 Mackenzie Quando um condutor está em equilíbrio eletrostático, podemos afirmar, sempre, que:

- (a) a soma das cargas do condutor é igual a zero.
- (b) as cargas se distribuem uniformemente em seu volume.
- (c) as cargas se distribuem uniformemente em sua superfície.
- (d) o campo elétrico no interior do condutor é nulo.
- (e) o potencial elétrico no interior do condutor é nulo.

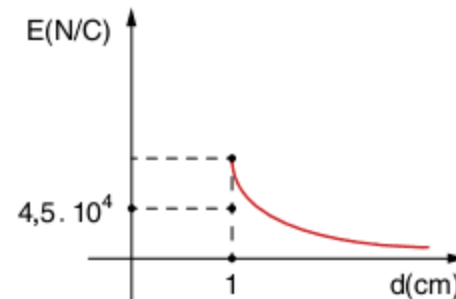
10 FEI Considere as afirmações seguintes.

- I. O campo elétrico no interior de um condutor esférico, seja maciço ou oco, é nulo.
 - II. Na superfície de um condutor eletrizado em equilíbrio, o campo elétrico é normal à superfície.
 - III. O campo elétrico originado por um condutor esférico de raio R, eletrizado com carga Q, em pontos externos à esfera, é calculado considerando-se que Q seja puntiforme e concentrada no centro da esfera.
- (a) Todas as afirmações estão erradas.
 - (b) Todas as afirmações estão corretas.
 - (c) Só a afirmação I está correta.
 - (d) Só a afirmação II está correta.
 - (e) Só a afirmação III está correta.

11 Um condutor esférico, de raio igual a 20 cm, recebe $2,5 \cdot 10^{13}$ elétrons. Determinar o módulo do vetor campo elétrico criado nos pontos A, B e C, distantes, respectivamente, 10 cm, 20 cm e 60 cm do centro do condutor.

Dados: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

12 Um condutor esférico de raio r e carga elétrica de módulo Q gera um campo elétrico de módulo E. O comportamento de E em função da distância d ao seu centro pode ser representado pelo seguinte gráfico:



Com base no gráfico, pode-se concluir que o valor de Q é:

Dados: Constante eletrostática do meio $K = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

- (a) $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$.
- (b) $5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$.
- (c) $5 \cdot 10^{-9} \text{ C}$.
- (d) $5 \cdot 10^{-10} \text{ C}$.
- (e) nenhuma das anteriores.

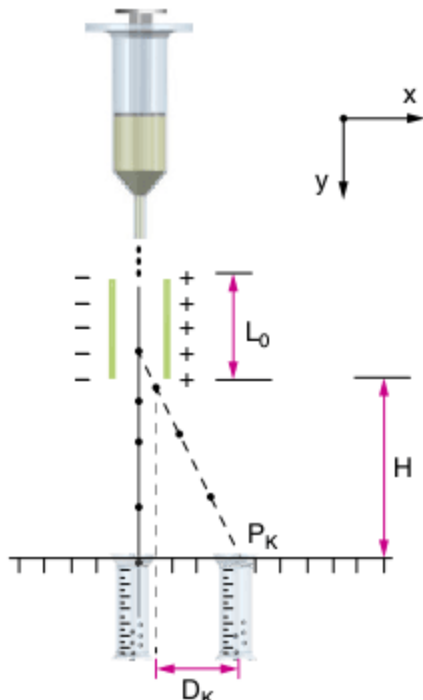
13 Que raio deve ter uma esfera condutora, para produzir nas vizinhanças de sua superfície externa um campo elétrico de intensidade $1,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$, quando recebe $4,0 \cdot 10^{11}$ elétrons? Sabe-se que a constante eletrostática do meio vale $1,0 \cdot 10^{10}$ unidades do SI.

Campo elétrico uniforme

14 Unicamp Um elétron é acelerado, a partir do repouso, ao longo de 8,8 mm, por um campo elétrico constante e uniforme de módulo $E = 1,0 \cdot 10^5 \text{ V/m}$. Sabendo-se que a razão carga/massa do elétron vale $e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$, calcule:

- a) a aceleração do elétron.
 - b) a velocidade final do elétron.
- Ao abandonar o campo elétrico, o elétron penetra perpendicularmente a um campo magnético constante e uniforme de módulo $B = 1,0 \cdot 10^{-2} \text{ T}$.
- c) Qual o raio da órbita descrita pelo elétron?

15 PUC Um selecionador eletrostático de células biológicas produz, a partir da extremidade de um funil, um jato de gotas com velocidade V_{0y} constante. As gotas, contendo as células que se quer separar, são eletrizadas. As células selecionadas, do tipo K, em gotas de massa M e eletrizadas com carga $-Q$, são desviadas por um campo elétrico uniforme E , criado por duas placas paralelas carregadas, de comprimento L_0 . Essas células são recolhidas no recipiente colocado em P_K , como na figura.

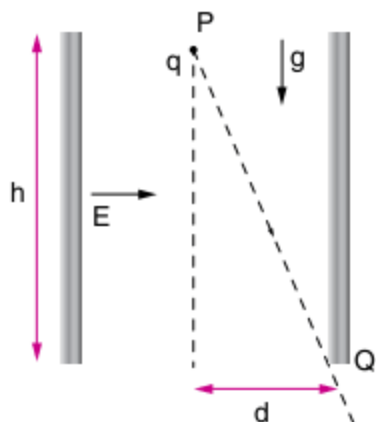


Para as gotas contendo células do tipo K, utilizando em suas respostas apenas Q , M , E , L_0 , H e V_{0y} , determine:

- a aceleração horizontal A_x dessas gotas, quando elas estão entre as placas.
- a componente horizontal V_x da velocidade com que essas gotas saem, no ponto A, da região entre as placas.
- a distância D_K , indicada no esquema, que caracteriza a posição em que essas gotas devem ser recolhidas.

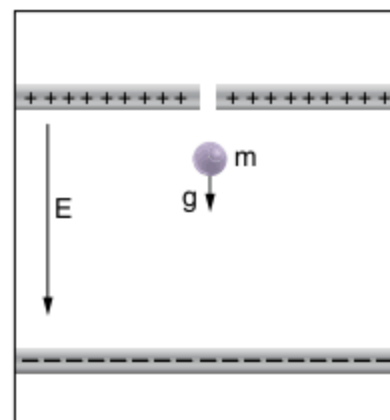
(Nas condições dadas, os efeitos gravitacionais podem ser desprezados).

16 Unesp 2008 Em um seletor de cargas, uma partícula de massa m e eletrizada com carga q é abandonada em repouso em um ponto P, entre as placas paralelas de um capacitor polarizado com um campo elétrico E . A partícula sofre deflexão em sua trajetória devido à ação simultânea do campo gravitacional e do campo elétrico e deixa o capacitor em um ponto Q, como registrado na figura.



Deduza a razão q/m , em termos do campo E e das distâncias d e h .

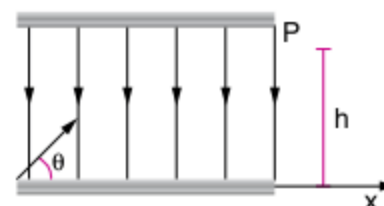
17 Unesp 2007 Um dispositivo para medir a carga elétrica de uma gota de óleo é constituído de um capacitor polarizado no interior de um recipiente convenientemente vedado, como ilustrado na figura.



A gota de óleo, com massa m , é abandonada a partir do repouso no interior do capacitor, onde existe um campo elétrico uniforme E . Sob ação da gravidade e do campo elétrico, a gota inicia um movimento de queda com aceleração $0,2g$, onde g é a aceleração da gravidade. O valor absoluto (módulo) da carga pode ser calculado através da expressão:

- $Q = 0,8 \frac{mg}{E}$
- $Q = 1,2 \frac{E}{mg}$
- $Q = 1,2 \frac{m}{gE}$
- $Q = 1,2 \frac{mg}{E}$
- $Q = 0,8 \frac{E}{mg}$

18 Unesp 2006 Um feixe de partículas eletricamente carregadas precisa ser desviado utilizando-se um capacitor como o mostrado na figura. Cada partícula deve entrar na região do capacitor com energia cinética K , em uma direção cuja inclinação θ , em relação à direção x , é desconhecida inicialmente, e passar pelo ponto de saída P com velocidade paralela à direção x . Um campo elétrico uniforme e perpendicular às placas do capacitor deve controlar a trajetória das partículas.



Se a energia cinética de cada partícula no ponto P for $K/4$, a sua carga for Q e desprezando o efeito da gravidade, calcule:

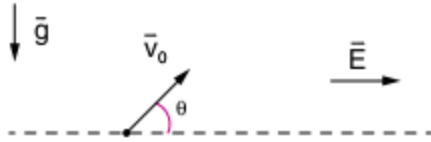
- o ângulo θ .
- o campo elétrico que deve ser aplicado para desviar o feixe conforme requerido, em termos de Q , h e K .

Dado:

θ	$\text{sen } \theta$	$\text{cos } \theta$	$\text{tg } \theta$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Questões gerais

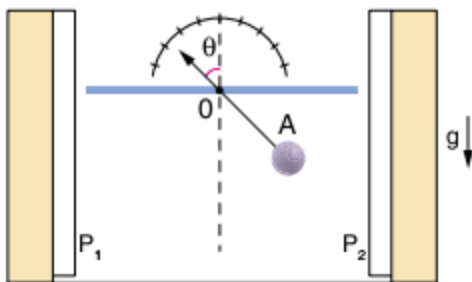
19 AFA 2009 Na figura abaixo, uma partícula com carga elétrica positiva q e massa m é lançada obliquamente de uma superfície plana, com velocidade inicial de módulo V_0 , no vácuo, inclinada de um ângulo θ em relação à horizontal.



Considere que, além do campo gravitacional de intensidade g , atua também um campo elétrico uniforme de módulo E . Pode-se afirmar que a partícula voltará à altura inicial de lançamento após percorrer, horizontalmente, uma distância igual a:

- (a) $\frac{V_0}{2g} \left(1 + \frac{qE}{m} \sin 2\theta \right)$
- (b) $\frac{V_0^2}{2g} \sin \theta \left(\cos \theta + \frac{qE}{m} \sin \theta \right)$
- (c) $\frac{V_0}{g} \left(\sin 2\theta + \frac{qE}{mg} \right)$
- (d) $\frac{V_0^2}{g} \sin 2\theta \left(1 + \frac{qE}{mg} \tan \theta \right)$

20 Fuvest 2009 Um campo elétrico uniforme, de módulo E , criado entre duas grandes placas paralelas carregadas, P_1 e P_2 , é utilizado para estimar a carga presente em pequenas esferas. As esferas são fixadas na extremidade de uma haste isolante rígida e muito leve, que pode girar em torno do ponto O . Quando uma pequena esfera A , de massa $M = 0,015$ kg e carga Q , é fixada na haste, e sendo E igual a 500 kV/m, a esfera assume uma posição de equilíbrio, tal que a haste forma com a vertical um ângulo $\theta = 45^\circ$. Para essa situação:



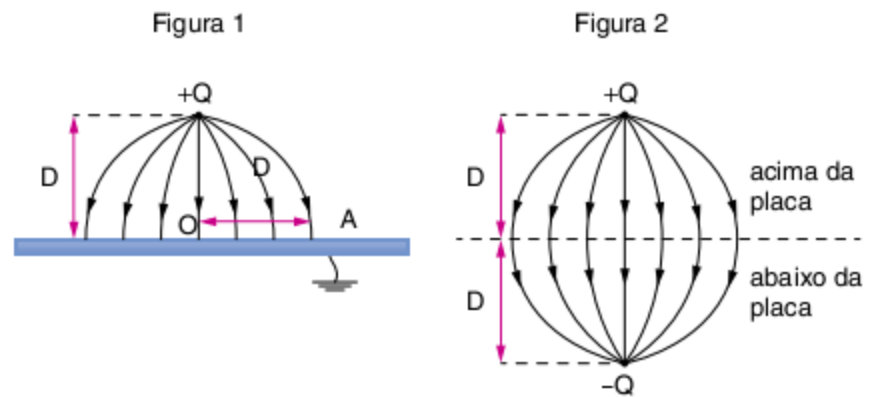
- a) Represente a força gravitacional P e a força elétrica F_E que atuam na esfera A , quando ela está em equilíbrio sob ação do campo elétrico. Determine os módulos dessas forças, em newtons.
- b) Estime a carga Q , em coulombs, presente na esfera.
- c) Se a esfera se desprender da haste, represente a trajetória que ela iria percorrer, indicando-a pela letra T .

Note e adote: Desconsidere efeitos de indução eletrostática.

21 Unifei 2006 Considere duas placas planas, paralelas, separadas por uma distância d e com cargas $+Q$ e $-Q$, respectivamente. Suponha que num determinado instante sejam simultaneamente libertados, na região entre as placas, um

elétron da placa negativa e um próton da placa positiva. Calcule a razão entre as velocidades das duas partículas no instante em que atingem as placas opostas. Considere a massa do próton igual a 1.600 vezes maior que a do elétron e que possam ser desprezadas as forças gravitacionais. Considere ainda que as cargas do elétron ou do próton, em módulo, sejam desprezíveis quando comparadas com Q .

22 Fuvest 2006 Uma pequena esfera, com carga elétrica positiva $Q = 1,5 \cdot 10^{-9}$ C, está a uma altura $D = 0,05$ m acima da superfície de uma grande placa condutora, ligada à Terra, induzindo sobre essa superfície cargas negativas, como na figura 1. O conjunto dessas cargas estabelece um campo elétrico que é idêntico, apenas na parte do espaço acima da placa, ao campo gerado por uma carga $+Q$ e uma carga $-Q$, como se fosse uma "imagem" de Q que estivesse colocada na posição representada na figura 2.

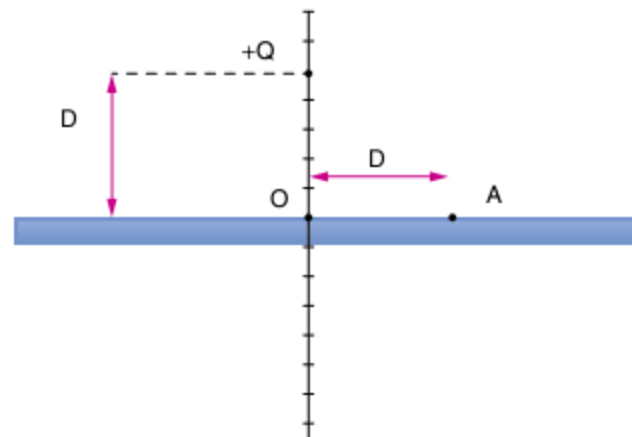


- a) Determine a intensidade da força F , em N, que age sobre a carga $+Q$, devida às cargas induzidas na placa.
- b) Determine a intensidade do campo elétrico E_0 , em V/m, que as cargas negativas induzidas na placa criam no ponto onde se encontra a carga $+Q$.
- c) Represente, no diagrama a seguir, no ponto A , os vetores campo elétrico \vec{E}_+ e \vec{E}_- , causados, respectivamente, pela carga $+Q$ e pelas cargas induzidas na placa, bem como o campo resultante, \vec{E}_A . O ponto A está a uma distância D do ponto O da figura e muito próximo à placa, mas acima dela.
- d) Determine a intensidade do campo elétrico resultante E_A , em V/m, no ponto A .

Note e adote:

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}; E = k \frac{Q}{r^2}; \text{ onde } k = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$$

$$1 \text{ V/m} = 1 \text{ N/C}$$



TEXTO COMPLEMENTAR

A atmosfera e a eletricidade: raios, relâmpagos e trovões

As nuvens pesadas, do tipo *cúmulus-nimbus*, apresentam-se, geralmente, eletrizadas. Entre partes da própria nuvem, e entre a nuvem e o solo, formam-se campos elétricos muito intensos. Quando a intensidade desses campos ultrapassa certos valores, há uma descarga elétrica que denominamos raio. Essa descarga se dá através da ionização do ar pelo campo elétrico.

O raio é, portanto, um movimento ordenado de cargas elétricas e que se dá de forma invisível. A luz observada nos raios é emitida pela ionização do ar e é denominada relâmpago.

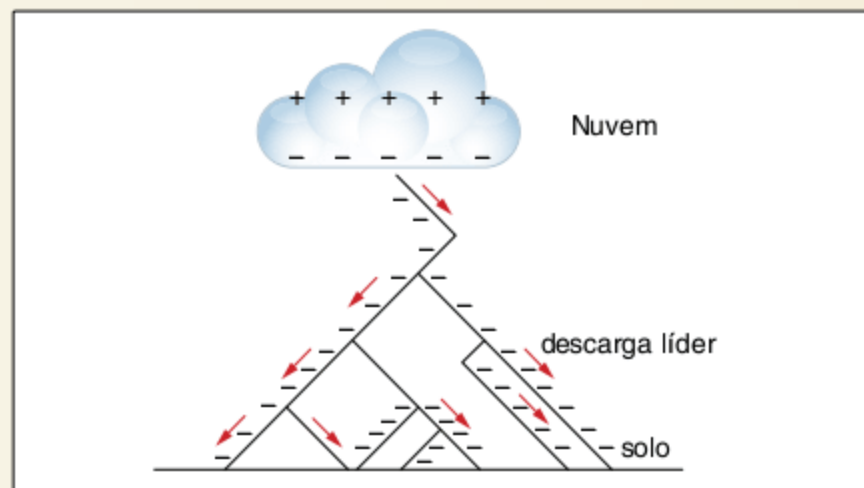
A passagem da corrente elétrica pelo ar libera calor que aquece o meio, ocasionando brusca expansão, que por sua vez gera uma onda sonora de elevada amplitude, o trovão.

Observações experimentais indicam que as nuvens que geram os raios são, em geral, positivas na sua parte superior e negativas na sua parte inferior. As diferenças de potencial são da ordem de 1.000.000 volts a 10.000.000 volts e as correntes variam de 10.000 ampères a 200.000 ampères.

A formação do raio

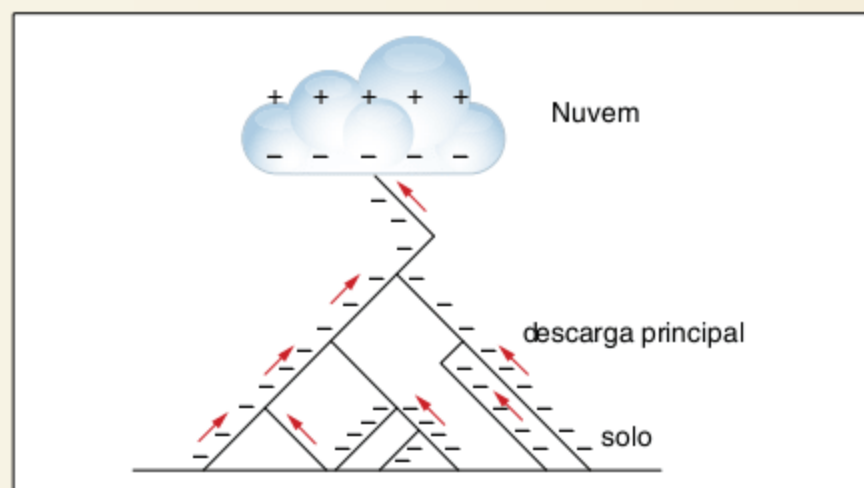
Considerando-se o caso mais comum, ou seja, a nuvem eletrizada positivamente na sua parte superior e negativamente na parte inferior, o raio é formado por uma sucessão de eventos, descritos a seguir.

A parte inferior da nuvem induz cargas positivas no solo, formando um campo elétrico; ao se atingir determinados valores de intensidade desse campo, há uma descarga, da nuvem para o solo, denominada descarga líder. Essa descarga é pouco visível e passa através de regiões de maior condutividade, na forma de uma árvore invertida, ionizando o ar e tornando-o condutor.



Descarga líder (da nuvem para o solo).

Estando o ar ionizado e portanto um condutor, a descarga principal dá-se da terra para a nuvem. Essa descarga apresenta grande luminosidade e corrente muito elevada. Esse processo pode acontecer várias vezes em um curto espaço de tempo, enquanto puder haver recombinação de cargas.



Descarga principal (do solo para a nuvem).

RESUMINDO

- Uma teoria que explica a transmissão da força elétrica de uma carga a outra sem a necessidade do meio natural é a teoria do campo elétrico.
- Essas forças existem na natureza e são muito comuns no nosso dia a dia, como exemplo, podemos citar a força gravitacional, bem como o objeto do nosso estudo: a força elétrica.
- A transmissão da força elétrica a distância pode ser explicada supondo-se que em torno de corpos eletrizados haja um campo elétrico que é o responsável pela transmissão destas forças elétricas.
- O campo elétrico \vec{E} , da mesma forma que a força coulombiana \vec{F} , tem natureza vetorial, isto é, necessita de módulo, direção e sentido para ser caracterizado e é definido como:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$$

- Na expressão acima, \vec{F} é a força que age sobre uma carga de prova q . Neste capítulo, estudamos o campo criado por cargas puntiformes, condutores esféricos e o campo elétrico uniforme.

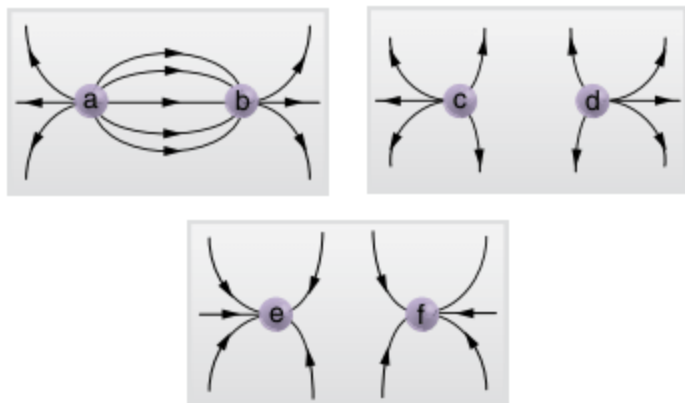
SITES

- Eletricidade atmosférica
<www.inpe.br/webelat/homepage>.
- Campo elétrico para três cargas pontuais
<http://demonstrations.wolfram.com/ElectricFieldsFor-ThreePointCharges>.
"Electric Fields for Three Point Charges" (The Wolfram Demonstrations Project). Por S. M. Blinder.
- Eletrorrecepção
<www2.uol.com.br/sciam/reportagens/o_sentido_eletrico_dos_tubaroes_imprimir.html>.

Exercícios complementares

Campo elétrico: conceitos e representação por linhas de força

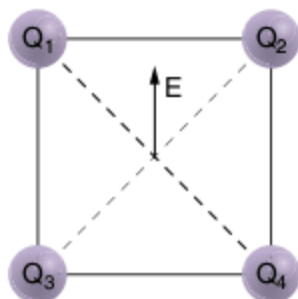
1 Ufes As figuras abaixo mostram 3 (três) pares de cargas, a e b, c e d, f e g, e a configuração das linhas de força para o campo elétrico correspondente a cada par:



Com relação aos sinais das cargas, podemos afirmar que:

- (a) a, f e g são negativas. (d) a, c e d são positivas.
 (b) b, f e g são positivas. (e) c, d, f e g são negativas.
 (c) b, c e d são positivas.

2 UEM Quatro cargas elétricas pontuais, de módulos iguais, estão fixadas nos vértices de um quadrado, como ilustra a figura a seguir. A alternativa que representa os sinais das cargas Q_1 , Q_2 , Q_3 e Q_4 , respectivamente, para que o vetor campo elétrico (\vec{E}) resultante no centro do quadrado seja o indicado na figura, é:



- (a) +; +; -; - (c) -; -; -; - (e) -; -; +; +
 (b) +; -; +; - (d) +; +; +; +

3 CEFET Um cubo é feito de alumínio e está eletrizado e em equilíbrio eletrostático. Quanto ao campo elétrico, podemos dizer que este é:

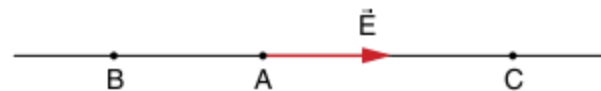
- (a) mais intenso nas proximidades dos centros das faces do cubo.
 (b) mais intenso nas proximidades dos centros das arestas do cubo.
 (c) mais intenso nas proximidades dos vértices do cubo.
 (d) de qual intensidade nas proximidades de qualquer parte do cubo.
 (e) tão intenso nas proximidades quanto no seu interior.

4 A figura mostra, em corte longitudinal, um objeto metálico oco, eletricamente carregado:



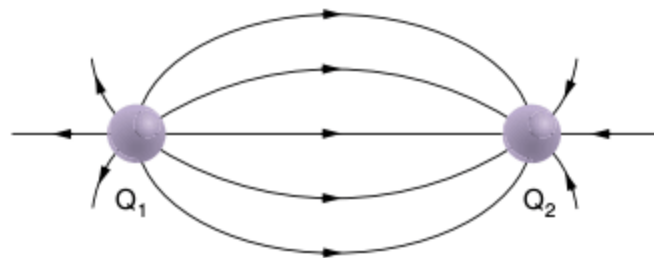
Em qual das regiões assinaladas há maior concentração de cargas?

5 Fatec No ponto A da figura existe um campo elétrico orientado para o ponto C. Se for colocada neste ponto uma carga elétrica negativa $-q$, ela ficará sujeita a uma força orientada para:



- (a) B
 (b) C
 (c) cima, perpendicular ao segmento BC.
 (d) baixo, perpendicular ao segmento BC.

6 Acafe A figura representa, na convenção usual, a configuração de linhas de força associadas a duas cargas puntiformes Q_1 e Q_2 . Podemos afirmar que:



- (a) Q_1 e Q_2 são cargas negativas.
- (b) Q_1 é positiva e Q_2 é negativa.
- (c) Q_1 e Q_2 são cargas positivas.
- (d) Q_1 é negativa e Q_2 é positiva.
- (e) Q_1 e Q_2 são neutras.

7 Uma partícula de massa M e carga q negativa está em equilíbrio, sob ação de um campo elétrico vertical e do campo de gravidade. Sendo g o módulo da aceleração da gravidade, determine:

- a) o sentido do vetor campo elétrico.
- b) a intensidade do vetor campo elétrico no ponto onde a partícula está em equilíbrio.

8 Sabe-se que uma partícula de massa m está eletrizada com carga positiva q e sujeita à ação de um campo elétrico \vec{E} . A única força atuante na partícula é a força elétrica. Qual é o módulo da aceleração da partícula em função do módulo do vetor campo elétrico?

- (a) $a = \frac{3q}{m} - E$
- (b) $a = \frac{qE^2}{2m}$
- (c) $a = \frac{qE}{m}$
- (d) $a = \frac{mE^2}{q^2}$
- (e) $a = \frac{q^2}{mE^2}$

9 Fuvest Sobre uma partícula carregada atuam exclusivamente as forças devidas aos campos elétrico e gravitacional terrestres. Admitindo que os campos sejam uniformes e que a partícula caia verticalmente, com velocidade constante, podemos afirmar que:

- (a) a intensidade do campo elétrico é igual à intensidade do campo gravitacional.
- (b) a força devida ao campo elétrico é menor, em módulo, do que o peso da partícula.
- (c) a força devida ao campo elétrico é maior, em módulo, do que o peso da partícula.
- (d) a força devida ao campo elétrico é igual, em módulo, ao peso da partícula.
- (e) a direção do campo elétrico é perpendicular à direção do campo gravitacional.

10 UFU A figura abaixo representa uma carga Q e um ponto P do seu campo elétrico onde é colocada uma carga de prova q .



Analise as afirmativas abaixo, observando se elas representam corretamente o sentido do vetor campo elétrico em P e da força que atua sobre q .

- I. \vec{F} ← P → \vec{E} se $Q > 0$ e $q < 0$.
- II. P → \vec{E} → \vec{F} se $Q > 0$ e $q > 0$.

III. \vec{E} ← P → \vec{F} se $Q < 0$ e $q < 0$.

IV. \vec{F} ← \vec{E} → P se $Q < 0$ e $q > 0$.

São corretas:

- (a) todas as afirmativas.
- (b) apenas I, II e III.
- (c) apenas II, III e IV.
- (d) apenas III e IV.
- (e) apenas II e III.

11 PUC Uma carga de prova negativa q é colocada num ponto A , onde há um campo elétrico \vec{E} gerado por uma carga Q positiva. Fica, então, sujeita a uma força de intensidade 10 N . Sendo $q = -50 \mu\text{C}$, indique a opção que fornece o valor correto da intensidade do vetor campo elétrico em A , bem como as orientações corretas dos vetores \vec{E} e \vec{F} .

- (a) $2,0 \cdot 10^{-1} \text{ N/C}$
- (b) $2,0 \cdot 10^2 \text{ N/C}$
- (c) $2,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- (d) $2,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$
- (e) $2,0 \cdot 10 \text{ N/C}$

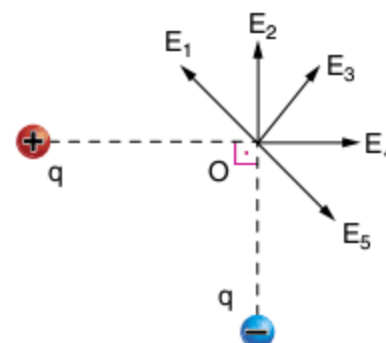
12 Considere as afirmativas a seguir:

- I. A direção do vetor campo elétrico, em um determinado ponto do espaço, coincide sempre com a direção da força que atua sobre uma carga de prova colocada no mesmo ponto.
- II. Cargas negativas, colocadas em um campo elétrico, tendem a se mover em sentido contrário ao do campo.
- III. A intensidade do campo elétrico criado por uma carga pontual é, em cada ponto, diretamente proporcional ao quadrado da carga que o criou e inversamente proporcional à distância do ponto à carga.
- IV. A intensidade do campo elétrico pode ser expressa em newton/coulomb.

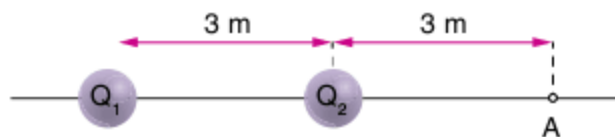
Dentre elas, quais são as verdadeiras e quais são as falsas?

Campo elétrico gerado por cargas puntiformes

13 Duas cargas elétricas iguais q , porém de sinais contrários, geram no ponto O um campo elétrico resultante \vec{E} . Qual o vetor que melhor representa esse campo elétrico?

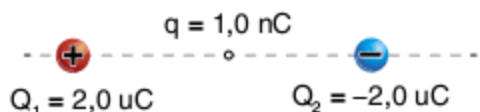


14 AFA Sejam duas cargas puntiformes, Q_1 e Q_2 , dispostas segundo a figura abaixo. A intensidade do vetor campo elétrico, em V/m, no ponto A da figura, vale:
 Dados: $Q_1 = 10^{-8}$ C; $Q_2 = -10^{-9}$ C.



- (a) 1,0 (c) 2,5 (e) 4,0
- (b) 1,5 (d) 3,5

15 Duas partículas com cargas Q_1 e Q_2 estão fixas nas posições indicadas na figura, distante 2,0 m uma da outra. Uma terceira partícula, com carga igual a 1,0 nC e massa igual a $1,8 \cdot 10^{-6}$ kg, é abandonada a meia distância entre Q_1 e Q_2 .



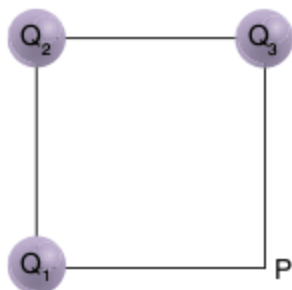
Sendo $9 \cdot 10^9$ N·m²/C² a constante eletrostática do meio, calcule a aceleração inicial da terceira partícula.

16 Unicamp Duas pequenas esferas metálicas idênticas, inicialmente carregadas com cargas $Q_1 = 1,0 \cdot 10^{-6}$ C e $Q_2 = -3,0 \cdot 10^{-6}$ C, são colocadas em contato e depois afastadas uma da outra até uma distância de 60 cm.

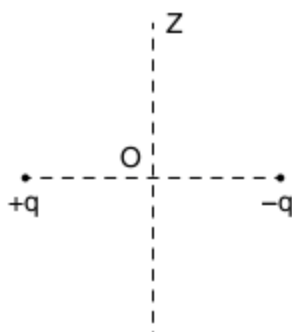
- a) Qual é a força eletrostática (em intensidade, direção e sentido) que atua sobre cada uma das cargas?
- b) Calcule o campo elétrico (em intensidade, direção e sentido) no ponto P situado sobre a mediatriz do segmento de reta que une as duas cargas, a 50 cm de distância de uma delas.

Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9$ N·m²/C².

17 Fcap A figura mostra três cargas, Q_1 , Q_2 e Q_3 , localizadas nos vértices de um quadrado. Sendo $Q_1 = Q_3 = 4,0$ μC, calcule Q_2 para que o campo eletrostático no ponto P seja nulo.

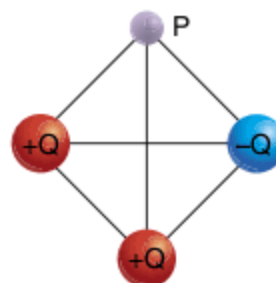


18 Duas partículas fixas no laboratório têm cargas elétricas +q e -q, respectivamente. Qual dos gráficos a seguir melhor representa a variação do campo elétrico produzido por estas cargas, em função da coordenada z, medida ao longo da reta mediatriz do segmento que une as cargas?



- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e)

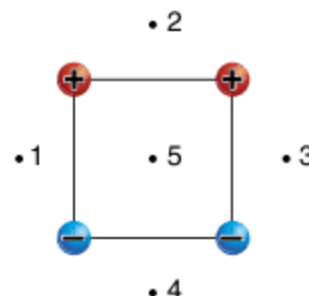
19 Fatec O esquema a seguir representa um quadrado com três vértices ocupados por cargas elétricas puntiformes. Essas cargas produzem o vértice P campo eletrostático \vec{E} .



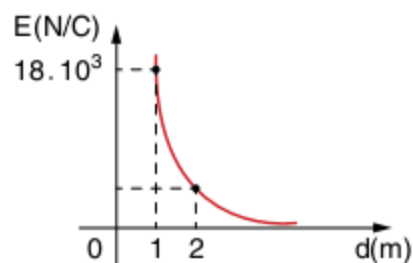
Esse campo em P é mais bem representado no esquema:

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)

20 Quatro cargas pontuais fixas estão dispostas nos vértices de um quadrado, como mostra a figura adiante. Em módulo, todas têm a mesma carga, e seus sinais também estão indicados na figura. Os pontos 1, 2, 3 e 4 são vértices do quadrado circunscrito ao quadrado das cargas. O ponto 5 é o centro comum aos dois quadrados. Em que ponto é maior a intensidade do campo elétrico, devido aos campos das 4 cargas?

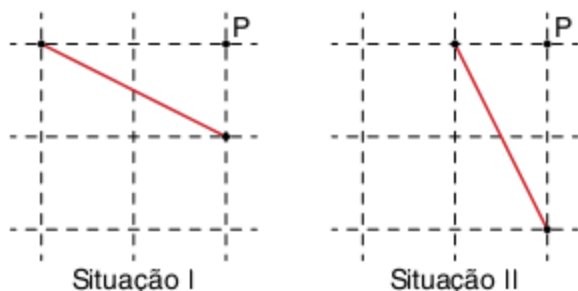


21 O gráfico abaixo representa a variação da intensidade do campo gerado por uma carga Q puntiforme, positiva, em função da distância à carga. Admitindo-se que o meio seja o vácuo $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ determine:



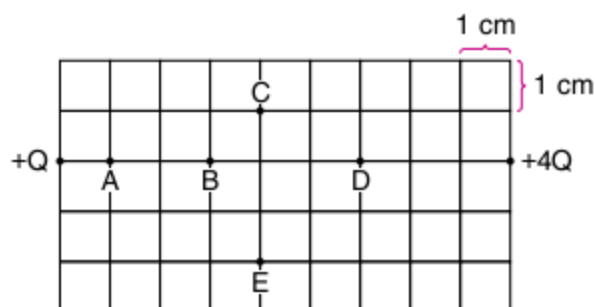
- a) o valor da carga Q .
- b) a intensidade da força elétrica que atua em $q = -10^{-5} \text{ C}$, colocada a 2 m de Q .
- c) a intensidade da força elétrica que atua em $q = 10^{-5} \text{ C}$, colocada a 1 m de Q .

22 Fuvest Duas pequenas esferas, com cargas elétricas iguais, ligadas por uma barra isolante, são inicialmente colocadas como descrito na situação I. Em seguida, aproxima-se uma das esferas de P, reduzindo-se à metade sua distância até esse ponto, ao mesmo tempo em que se duplica a distância entre a outra esfera e P, como na situação II. O campo elétrico em P, no plano que contém o centro das duas esferas, possui, nas duas situações indicadas:



- (a) a mesma direção e intensidade.
- (b) direções diferentes e mesma intensidade.
- (c) mesma direção e maior intensidade em I.
- (d) direções diferentes e maior intensidade em I.
- (e) direções diferentes e maior intensidade em II.

23 Unirio A figura a seguir mostra como estão distanciadas, entre si, duas cargas elétricas puntiformes, Q e $4Q$, no vácuo. Pode-se afirmar que o módulo do campo elétrico (E) é nulo no ponto:



- (a) A
- (b) B
- (c) C
- (d) D
- (e) E

Campo elétrico de condutores em equilíbrio eletrostático

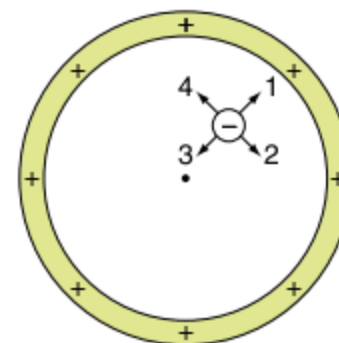
24 O raio de uma esfera condutora é igual a 10 cm. Ela está uniformemente eletrizada. Sua carga é positiva igual a $100 \mu\text{C}$.

Ela está imersa no vácuo. Determinar a intensidade do campo elétrico:

Adote $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

- a) no seu interior;
- b) infinitamente próximo à superfície;
- c) na superfície.

25 UFRGS Uma partícula carregada negativamente é abandonada no interior de uma casca esférica isolante, carregada uniformemente com carga positiva, no ponto indicado na figura. Nestas condições, a força elétrica que atua na partícula:



- (a) aponta em direção a 1.
- (b) aponta em direção a 2.
- (c) aponta em direção a 3.
- (d) aponta em direção a 4.
- (e) é nula.

26 Uma esfera metálica de raio R foi eletrizada com uma carga elétrica positiva Q . Para que uma outra esfera metálica de raio $2R$ tenha a mesma densidade superficial de cargas da primeira esfera, é necessário eletrizá-la com que carga?

27 Uma esfera possui raio $R = 1,0 \text{ m}$ e carga elétrica igual a $2,0 \text{ nC}$. O meio é o vácuo. Esboce qualitativa e quantitativa-mente o gráfico da intensidade do campo elétrico em função da distância ao seu centro.

28 FCM Uma esfera condutora tem raio de 10 cm e carga elétrica de $1,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, uniformemente distribuída em sua superfície. Num ponto, no ar, a 1 m do centro da esfera, essa carga gera um campo elétrico que, em V/m , é expresso mais aproximadamente pelo valor:

- (a) zero.
- (b) 9
- (c) 10^{-7}
- (d) 10^{-8}
- (e) 10^{-9}

29 PUC Uma esfera encontra-se no vácuo. Seu raio é 10 cm. Sua carga é positiva e igual a $3,0 \mu\text{C}$. Ela está imersa no vácuo. Determinar a intensidade do campo elétrico:

- a) a 5 cm de seu centro.
- b) infinitamente próximo à superfície.

Campo elétrico uniforme

30 Um campo elétrico é dito uniforme quando uma carga de prova, nele colocada, fica sujeita a uma força cuja intensidade é:

- (a) nula.
- (b) constante, não nula.
- (c) variável.
- (d) inversamente proporcional ao quadrado da distância da carga de prova às cargas que criam o campo.

31 Cesgranrio A aceleração de uma partícula de massa “m” e carga elétrica “q” quando, a partir do repouso, percorre uma distância “d”, numa região onde existe campo elétrico uniforme de módulo “E”, constante é:

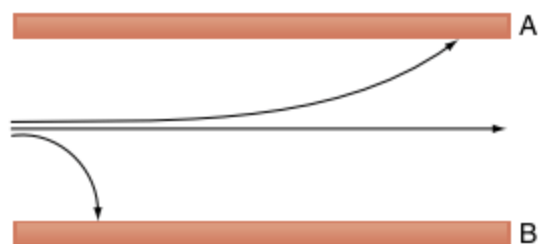
- (a) $\frac{(qEd)}{m}$ (c) $\frac{(mEd)}{q}$ (e) $E\sqrt{\frac{q}{m}}$
 (b) $\frac{(qE)}{m}$ (d) $E \cdot d$

32 Fatec Uma partícula de massa $1,0 \cdot 10^{-5}$ kg e carga elétrica $2,0 \mu\text{C}$ fica em equilíbrio quando colocada em certa região de um campo elétrico.

Adotando-se $g = 10 \text{ m/s}^2$, o campo elétrico naquela região tem intensidade, em V/m, de:

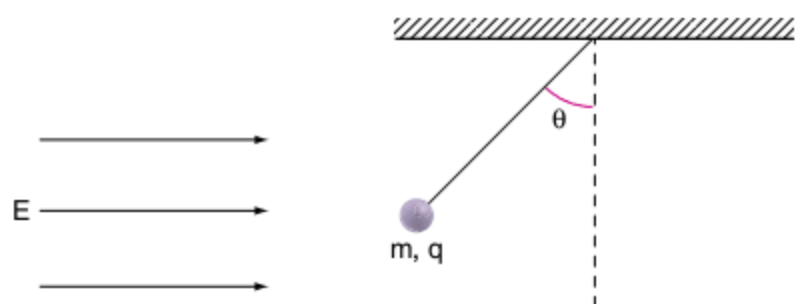
- (a) 500 (c) 20 (e) 200
 (b) 0,050 (d) 50

33 Unicamp Partículas α (núcleo de um átomo de Hélio), partículas β (elétrons) e radiação γ (onda eletromagnética) penetram, com velocidades comparáveis, perpendicularmente a um campo elétrico uniforme existente numa região do espaço, descrevendo as trajetórias esquematizadas na figura a seguir.



- a) Reproduza a figura anterior e associe α , β e γ a cada uma das três trajetórias.
 b) Qual é o sentido do campo elétrico?

34 Unicamp Considere uma esfera de massa m e carga q pendurada no teto e sob a ação da gravidade e do campo elétrico E como indicado na figura a seguir.

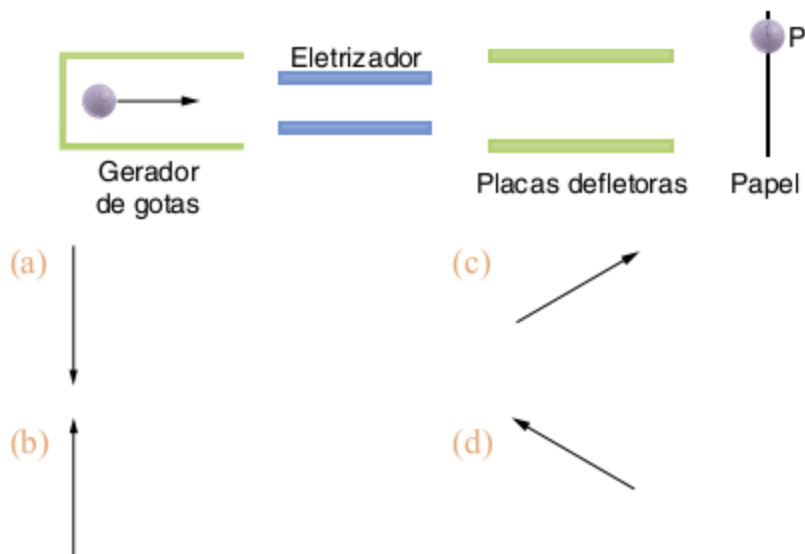


- a) Qual é o sinal da carga q? Justifique sua resposta.
 b) Qual é o valor do ângulo θ no equilíbrio?

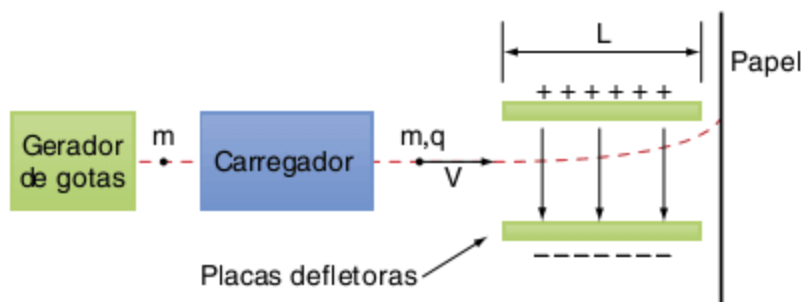
35 UFMG A figura mostra, esquematicamente, as partes principais de uma impressora a jato de tinta.

Durante o processo de impressão, um campo elétrico é aplicado nas placas defletoras de modo a desviar as gotas eletrizadas. Dessa maneira as gotas incidem exatamente no lugar programado da folha de papel onde se formará, por exemplo, parte de uma letra.

Considere que as gotas são eletrizadas negativamente. Para que elas atinjam o ponto P da figura, o vetor campo elétrico entre as placas defletoras é melhor representado por:



36 Unicamp Nas impressoras a jato de tinta, os caracteres são feitos a partir de minúsculas gotas de tinta que são arremessadas contra a folha de papel. O ponto no qual as gotas atingem o papel é determinado eletrostaticamente. As gotas são inicialmente formadas, e depois carregadas eletricamente. Em seguida, elas são lançadas com velocidade constante v em uma região onde existe um campo elétrico uniforme entre duas pequenas placas metálicas. O campo deflete as gotas conforme a figura a seguir. O controle da trajetória é feito escolhendo-se convenientemente a carga de cada gota. Considere uma gota típica com massa $m = 1,0 \cdot 10^{-10}$ kg, carga elétrica $q = -2,0 \cdot 10^{-13}$ C, velocidade horizontal $v = 6,0 \text{ m/s}$ atravessando uma região de comprimento $L = 8,0 \cdot 10^{-3}$ m onde há um campo elétrico $E = 1,5 \cdot 10^6 \text{ N/C}$.

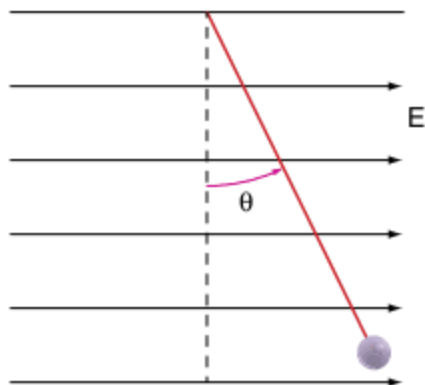


- a) Determine a razão F_E/F_P entre os módulos da força elétrica e da força peso que atuam sobre a gota de tinta.
 b) Calcule a componente vertical da velocidade da gota após atravessar a região com campo elétrico.

37 Ufes Um elétron de massa $9,0 \cdot 10^{-31}$ kg e carga elétrica $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C, inicialmente em repouso, é submetido a um campo elétrico horizontal constante de módulo 20 V/m ao longo de uma distância de 100 m . O módulo da aceleração da gravidade vale 10 m/s^2 e age na vertical.

- a) Qual será o valor da componente horizontal da velocidade do elétron ao final dos 100 m ?
 b) Qual será o valor da deflexão vertical ao final do mesmo trajeto?
 c) Calcule a razão entre os módulos das forças gravitacional e elétrica durante o trajeto.

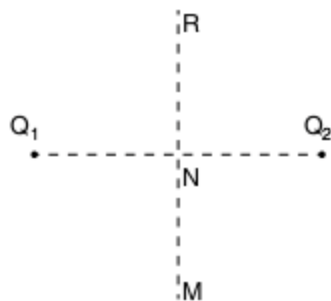
38 UFV Um pêndulo simples, cuja extremidade inferior é composta por um corpo de massa “m” e carga elétrica positiva “q”, está imerso em um campo elétrico uniforme de intensidade “E”, conforme a ilustração a seguir. Considere como “g” o módulo da aceleração da gravidade local.



- a) Represente, em uma figura abaixo, todas as forças que atuam sobre o corpo de massa “m”.
- b) Expresse, em termos das grandezas “m”, “q”, “E” e “g”, o ângulo θ correspondente à situação de equilíbrio acima.

Questões gerais

39 Puccamp Considere o campo elétrico gerado pelas cargas elétricas Q_1 e Q_2 , positivas e de mesmo módulo, posicionadas como indica o esquema adiante. Nesse campo elétrico, uma partícula P eletrizada positivamente, submetida somente às forças de repulsão de Q_1 e Q_2 , passa, em movimento retilíneo, pelos pontos M, N e R. Nessas condições, o movimento da partícula P é:



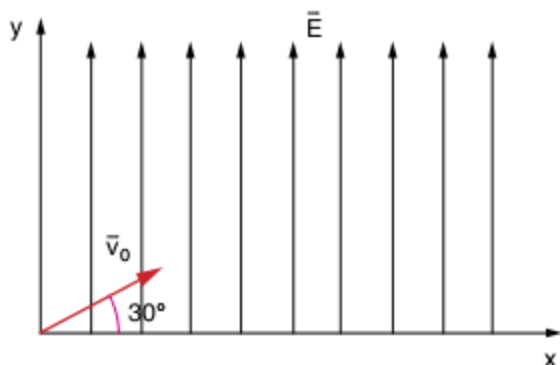
- (a) uniforme no trecho de M a R.
- (b) retardado, no trecho de M a N.
- (c) acelerado, no trecho de M a N.
- (d) retardado no trecho de N a R.
- (e) uniformemente acelerado no trecho de M a R.

Para o exercício 40, caso necessário, utilize os seguintes valores para constantes:

Carga do elétron: $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C

Massa de repouso do elétron: $9,11 \cdot 10^{-31}$ kg

40 ITA No instante $t = 0$ s, um elétron é projetado em um ângulo de 30° em relação ao eixo x, com velocidade v_0 de $4 \cdot 10^5$ m/s, conforme o esquema a seguir. Considerando que o elétron se move num campo elétrico constante $E = 100$ N/C, o tempo que o elétron levará para cruzar novamente o eixo x é de:



- (a) 10 ns (c) 23 ns (e) 18 ns
- (b) 15 ns (d) 12 ns

41 UFF Três partículas elementares são aceleradas, a partir do repouso, por um campo elétrico uniforme E. A partícula A é um próton, de massa m_1 ; a partícula B é um deuteron, composta por um próton e um nêutron, cuja massa é $m_2 = 2 m_1$; a partícula C é uma alfa, composta por dois prótons e dois nêutrons. Desprezando-se a ação da gravidade, as partículas A, B e C percorrem, respectivamente, num mesmo intervalo de tempo, as distâncias d_1 , d_2 e d_3 .

É correto afirmar que:

- (a) $d_1 > d_2 > d_3$ (c) $d_1 = d_2 > d_3$ (e) $d_1 = d_2 = d_3$
- (b) $d_1 > d_2 = d_3$ (d) $d_1 < d_2 < d_3$

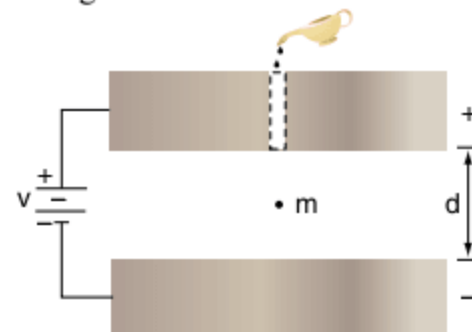
42 PUC Uma esfera condutora neutra está colocada em um campo elétrico constante de 5,0 N/C produzido por uma placa extensa, carregada com carga positiva distribuída uniformemente.



Nessas condições, é correto afirmar que haverá dentro da esfera um campo cuja intensidade é:

- (a) maior que 5,0 N/C.
- (b) menor que 5,0 N/C, mas não nula.
- (c) igual a 5,0 N/C.
- (d) nula, mas a carga total na esfera é também nula.
- (e) nula, mas a carga total na esfera não é nula.

43 UnB O cientista americano Milikan conseguiu medir a carga elétrica elementar, usando um campo elétrico para contrabalancear a força gravitacional que age sobre uma gotícula de óleo com carga elétrica resultante não nula. O aparato que ele construiu consistia de uma câmara contendo duas placas metálicas paralelas, separadas por uma distância d, conforme ilustra a figura a seguir.

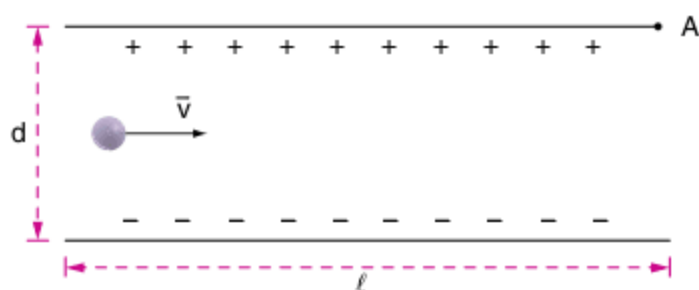


As gotículas com cargas elétricas não nulas são introduzidas na câmara através de um orifício no centro da placa metálica superior e sofrem as ações opostas do campo elétrico e da força gravitacional, ficando em suspensão entre as duas placas. Sabendo que, ao se aplicar uma tensão elétrica V entre as placas, cria-se um campo elétrico cujo módulo é igual à razão entre a tensão aplicada e a distância d que as separa e considerando $g = 10$ m/s² e $d = 1,0$ cm, julgue os itens seguintes.

No experimento de Milikan descrita pela figura, a gotícula tem de estar carregada negativamente para ficar em suspensão entre as placas.

- A força elétrica que contrabalança a força gravitacional é, em módulo, igual ao produto da carga elétrica resultante da gotícula pelo campo elétrico entre as placas.
- Se uma gotícula fica em suspensão entre as duas placas para $V = 200$ volts, então a razão entre a carga e a massa da gotícula é igual a $4,0 \cdot 10^{-5}$ C/kg.
- Milikan só obteve sucesso em seu experimento porque conseguiu isolar uma molécula de óleo que, do ponto de vista elétrico, comportou-se como um íon com carga elétrica elementar por ter sofrido um processo de oxidação.

44 Mackenzie Na figura, um elétron de carga $-e$ e massa m , é lançado com velocidade inicial \vec{v} , no campo elétrico uniforme entre as placas planas e paralelas, de comprimento ℓ e separadas pela distância d . O elétron entra no campo, perpendicularmente às linhas de força, num ponto equidistante das placas. Desprezando as ações gravitacionais e sabendo que o elétron tangencia a placa superior (ponto A) ao emergir do campo, então a intensidade deste campo elétrico é:

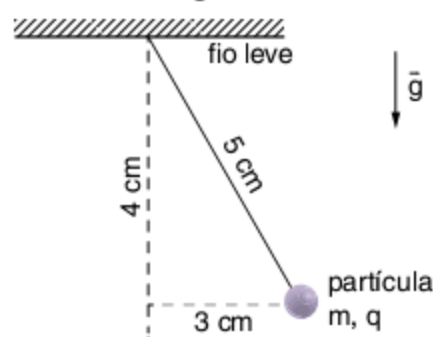


- (a) $E = \frac{e\ell^2}{mdv^2}$ (c) $E = \frac{mdv}{e\ell}$ (e) $E = \frac{mdv^2}{2e\ell^2}$
 (b) $E = \frac{e\ell}{mdv}$ (d) $E = \frac{mdv^2}{e\ell^2}$

45 Mackenzie Existe um campo elétrico uniforme no espaço compreendido entre duas placas metálicas eletrizadas com cargas opostas. Um elétron (massa m , carga $-e$) parte do repouso, da placa negativa, e incide, após um tempo t , sobre a superfície da placa oposta que está a uma distância d . Desprezando-se as ações gravitacionais, o módulo do campo elétrico \vec{E} entre as placas é:

- (a) $\frac{4md}{et^2}$ (c) $\frac{md}{2et^2}$ (e) $\frac{md}{et^2}$
 (b) $\frac{d}{2met^2}$ (d) $\frac{2md}{et^2}$

46 Unicamp Uma partícula de massa m , carregada com carga elétrica q e presa a um fio leve e isolante de 5 cm de comprimento, encontra-se em equilíbrio, como mostra a figura, numa região onde existe um campo elétrico uniforme de intensidade E , cuja direção, no plano da figura, é perpendicular à do campo gravitacional de intensidade g .



Sabendo que a partícula está afastada 3 cm da vertical, podemos dizer que a razão $\frac{q}{m}$ é igual a:

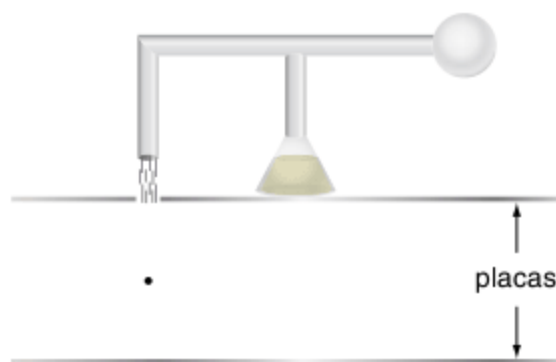
- (a) $\frac{(\frac{5}{3})g}{E}$ (c) $\frac{(\frac{5}{4})g}{E}$ (e) $\frac{(\frac{3}{5})g}{E}$
 (b) $\frac{(\frac{4}{3})g}{E}$ (d) $\frac{(\frac{3}{4})g}{E}$

47 Unip Uma partícula de massa m e carga positiva Q parte do repouso, sob a ação exclusiva de uma força eletrostática constante. A partícula atinge uma velocidade de intensidade v após percorrer uma distância d . O vetor campo elétrico associado à força eletrostática tem intensidade dada por:

- (a) $\frac{mv^2}{Qd}$ (c) $\frac{mv^2}{2Qd}$ (e) $\frac{Qv^2}{2md}$
 (b) $\frac{2mv^2}{Qd}$ (d) $\frac{mv^2}{4Qd}$

48 Faap Considere $g = 10$ m/s² e um campo elétrico vertical ascendente de intensidade $5 \cdot 10^5$ V/m. Nessa região, uma partícula de carga igual a 2 nC e massa de $0,5$ grama é lançada verticalmente para cima com velocidade de 16 m/s. Calcule a altura máxima atingida pela partícula.

49 Robert Millikan verificou experimentalmente que a carga elétrica que um corpo adquire é sempre um múltiplo inteiro da carga do elétron. Seu experimento consistiu em pulverizar óleo entre duas placas planas, paralelas e horizontais, entre as quais havia um campo elétrico uniforme. A maioria das gotas de óleo pulverizadas se carrega por atrito. Considere que uma dessas gotas negativamente carregada tenha ficado em repouso entre as placas, como mostra a figura.




Suponha que o módulo do campo elétrico entre as placas seja igual a $2,0 \cdot 10^4$ V/m e que a massa da gota seja $6,4 \cdot 10^{-15}$ kg. Considere desprezível o empuxo exercido pelo ar sobre a gota e $g = 10$ m/s².

- a) Determine a direção e o sentido do campo elétrico existente entre as placas.
- b) Sabendo que o módulo da carga q do elétron vale $1,6 \cdot 10^{-19}$ C, calcule quantos elétrons em excesso essa gota possui.

Potencial elétrico

3

FRENTE 2



O objetivo de um para-raios é proteger uma certa região, um edifício por exemplo, da ação danosa de um raio, estabelecendo um percurso seguro da descarga principal, entre a Terra e a nuvem. Quando uma nuvem eletrizada passa nas proximidades do para-raios, ela induz neste cargas de sinal contrário. O campo elétrico nas cercanias das pontas torna-se tão intenso que ioniza o ar e força a descarga elétrica através do para-raios.

Introdução

Os conceitos discutidos até agora, embora muito importantes, são um pouco distantes da realidade da maioria das pessoas. Neste capítulo, o estudo da eletrostática começa a se aproximar do dia a dia. Atualmente, muitos aparelhos domésticos, por exemplo, ainda necessitam que se observe a tensão correta na tomada para que se escolha entre 110 V ou 220 V, e há ainda o caso dos aparelhos que só funcionam em uma tensão.

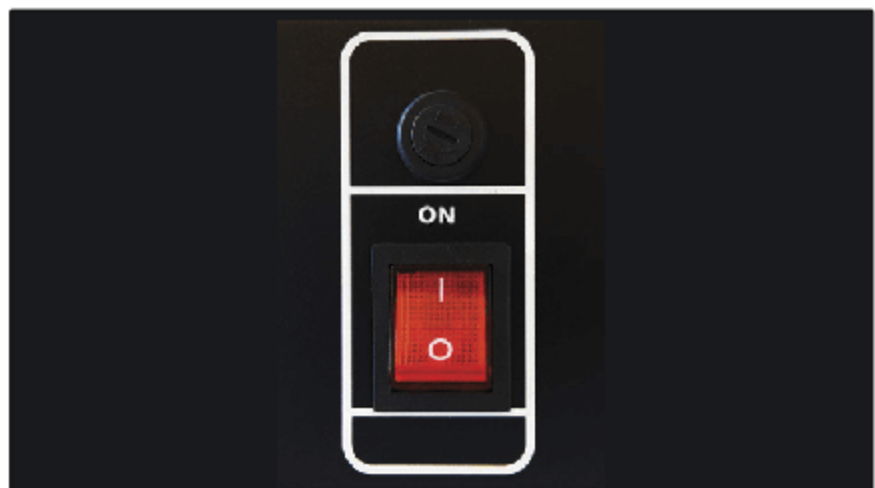


Fig. 1 Seletor de tensão 110-220V.

Outro detalhe importante que estudaremos neste capítulo está relacionado ao fato de que as grandezas consideradas até agora, como a força elétrica e o campo elétrico, são vetoriais. Isso implica em um esforço matemático maior, no caso de termos que operar com elas. Uma grandeza escalar como o potencial elétrico, por outro lado, permite a resolução de problemas complexos de maneira mais simples, pois o conceito de potencial pode ser relacionado ao conceito de energia, facilitando o estudo e a abordagem dos problemas.

Trabalho e energia

A fim de iniciar-se o estudo de potencial elétrico, faz-se necessário o estudo de alguns conceitos importantes como trabalho e energia.

As grandezas escalares, trabalho e energia, são extremamente úteis para a solução de problemas em Física. Para exemplificar, tome dois problemas cuja solução vetorial é complexa.

Na figura 2, tem-se o clássico problema do tobogã, que consiste em calcular a velocidade do garoto ao final da descida – supondo o tobogã liso e sem resistência do ar. Nesse caso, se aplicássemos as leis de Newton, a solução seria extremamente complicada, mas tudo fica mais simples considerando-se o conceito de conservação da energia.

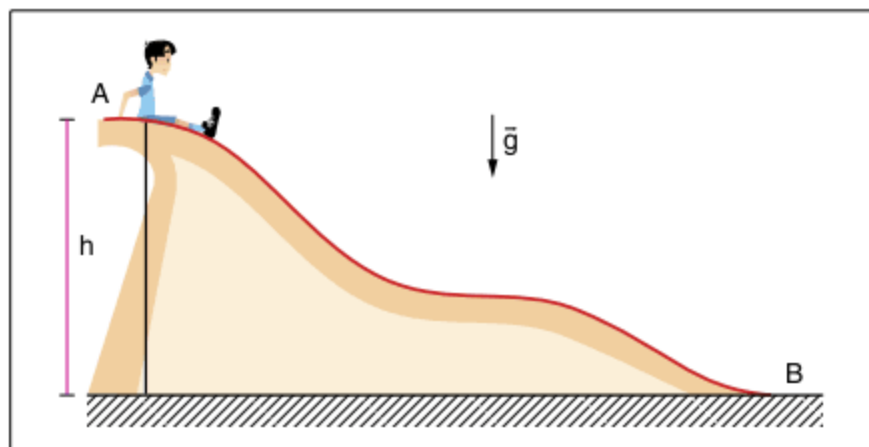


Fig. 2 Conservação da energia na queda de um tobogã liso.

Na figura 3, o problema consiste em determinar a velocidade de uma carga q , ao passar por um ponto B, após ter sido abandonada em repouso de um ponto A. Consideremos que a carga q é sujeita a um campo elétrico criado por uma carga $+Q$ em repouso no ponto P.

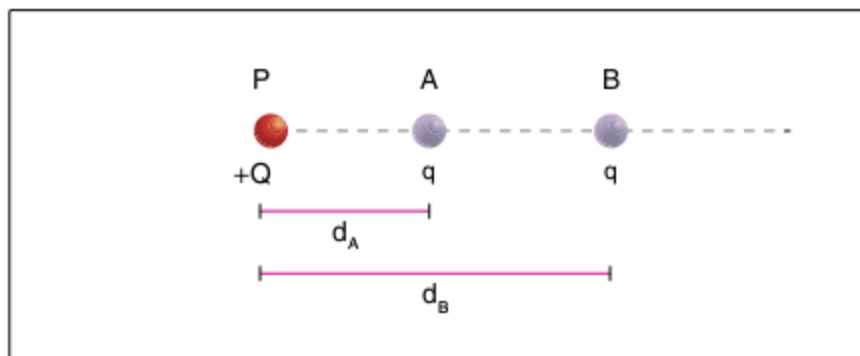


Fig. 3 Carga positiva sob a ação da força elétrica.

Nesse caso, o problema está no fato de que, se as cargas têm sinais iguais, a força elétrica de repulsão diminui durante o trajeto AB, já que a distância entre elas aumenta. A aplicação dos conceitos de energia e potencial tornam a solução mais simples.

A partir daí, fazendo-se uma analogia com o que é conhecido da mecânica, é possível chegar ao conceito de potencial elétrico de forma natural.

Trabalho de uma força ao longo de um deslocamento

O trabalho de uma força \vec{F} ao longo de um deslocamento \vec{d} é definido como:

$$\tau = F d \cos\theta$$

No SI, a unidade de trabalho é o **joule (J)**.

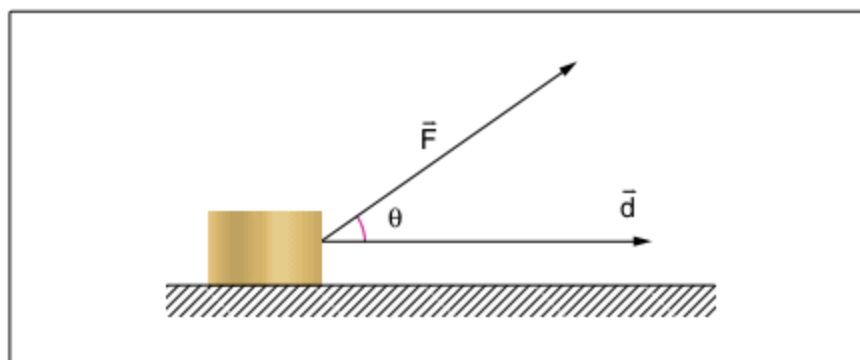


Fig. 4 Trabalho de uma força ao longo de um deslocamento.

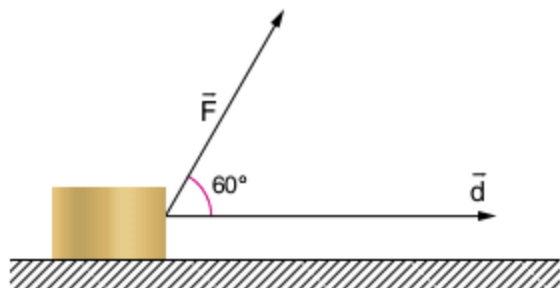
Observa-se, na figura 4, que o ângulo θ é o ângulo entre a força aplicada ao corpo e o deslocamento por ela executado.

Apesar de a força \vec{F} e o deslocamento \vec{d} serem grandezas vetoriais, o trabalho é uma grandeza escalar, sendo definido através de um valor numérico e uma unidade física.

Exercício resolvido

1 Um corpo de 10 kg de massa executa um deslocamento de 10 m sob a ação de uma força de 10 N. Determine o trabalho da força ao longo do deslocamento.

Dado: $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$



Resolução:

$$\tau = F d \cos\theta = 10 \cdot 10 \cdot \cos 60^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50J$$

Forças conservativas

As forças conservativas podem ser entendidas como aquelas forças cujo trabalho entre dois pontos não depende da trajetória escolhida.

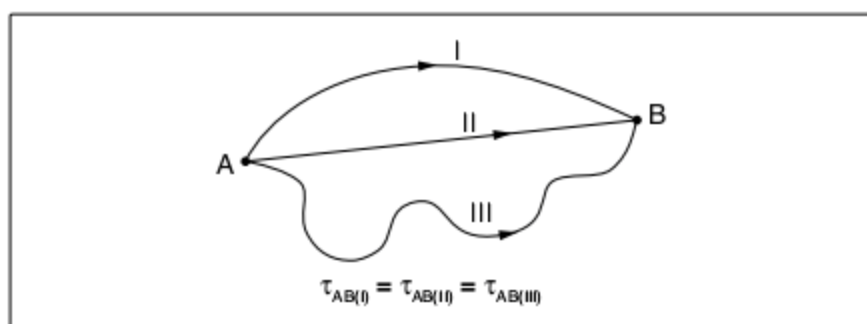


Fig. 5 Trabalho de forças conservativas entre os pontos A e B para as trajetórias I, II e III.

A figura 5 mostra três trajetórias possíveis, mas a definição se aplica a qualquer trajetória. Uma conclusão óbvia para o caso de forças conservativas é que o trabalho realizado por elas ao longo de uma trajetória fechada é nulo.

Trabalho da força peso

A força peso, por sua importância, merece atenção especial, e é fundamental saber calcular bem o seu trabalho; supondo uma região na qual se tem um campo gravitacional uniforme.

O trabalho da força peso é mostrado na figura 6, onde as alturas h_2 e h_1 são medidas em relação a uma altura arbitrária, considerada como altura zero.

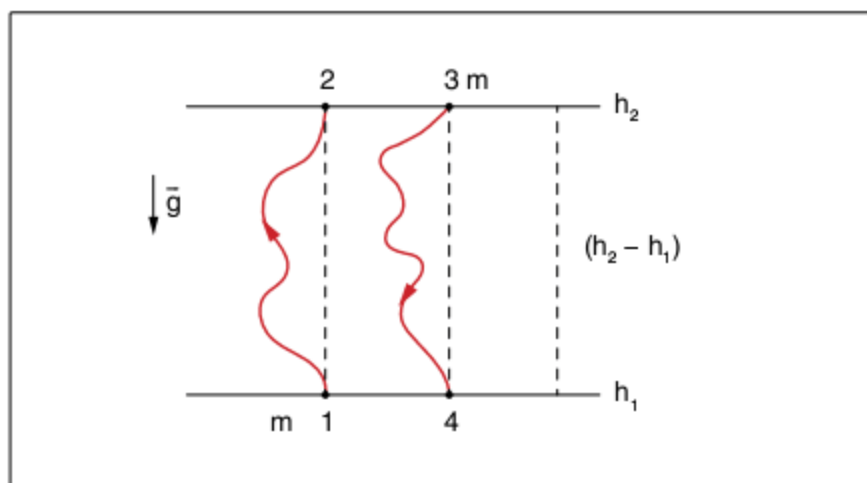


Fig. 6 Trabalho da força peso independente da trajetória – força conservativa.

Da definição de trabalho e de forças conservativas, observa-se que o trabalho da força peso para ir de 1 a 2, quer seja pelo caminho direto ou pela outra trajetória, é sempre igual a:

$$\tau_{12} = \underbrace{mg}_{P} h \cos(180^\circ) = -mg(h_2 - h_1)$$

Para ir do ponto 3 ao ponto 4, quer seja pelo caminho direto ou pela outra trajetória, o trabalho é dado por:

$$\tau_{34} = \underbrace{mg}_{P} h \cos(0^\circ) = mg(h_2 - h_1)$$

Observa-se que o sinal do trabalho da força peso para ir de 3 a 4 foi positivo, enquanto o trabalho para ir de 1 até 2 foi negativo. Isso porque, no caso da trajetória entre os pontos 3 e 4, os vetores deslocamento e força peso têm o mesmo sentido, e na trajetória entre os pontos 1 e 2 o sentido do deslocamento é oposto ao da força peso.

O sinal é muito importante na análise do trabalho. Trabalho com sinal positivo é chamado de **trabalho motor**, aquele que ocorre espontaneamente. Trabalho com sinal negativo é chamado de **trabalho resistente**, aquele que não ocorre espontaneamente. No exemplo anterior, é lógico que o corpo não iria de 1 para 2 espontaneamente, devido à ação da força peso.

Assim sendo, conclui-se que o trabalho da força peso independe da trajetória, depende somente da posição inicial e da posição final, podendo ser ele motor ou resistente.

Energia

Uma das definições mais comuns de energia, que se aplica a este estudo, é aquela que afirma que **energia é a capacidade de realizar trabalho ou realizar uma ação**.

Assim, surge naturalmente o conceito de energia potencial e energia cinética. É importante ressaltar que, assim como o trabalho, a energia também é uma grandeza escalar.

Energia potencial gravitacional

Imagine um bloco de massa m , sobre o chão, em uma região onde age um campo gravitacional uniforme \vec{g} . Se uma pessoa pega esse bloco e o eleva até uma altura h em relação ao solo, com velocidade constante, o trabalho realizado é dado por:

$$\tau_{op} = F d \cos\theta = F_{op} h \cos(0^\circ) = +mgh$$

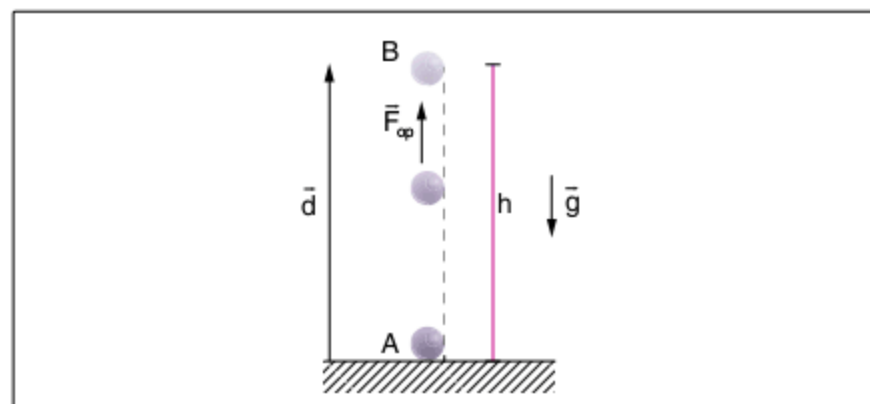


Fig. 7 Trabalho motor.

Na figura 7, a força realizada pelo operador \vec{F}_{op} e o deslocamento \vec{d} têm a mesma direção e sentido, logo o trabalho realizado pelo operador (pessoa que ergue o bloco) é motor.

Ao mesmo tempo em que o operador realiza trabalho, há também o trabalho realizado pela força peso, conforme se observa na figura 8.

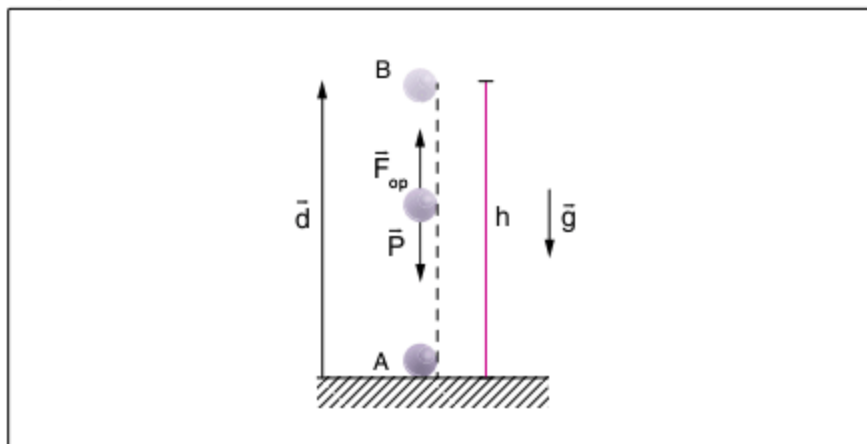


Fig. 8 Trabalho resistente.

$$\tau_{\text{peso}} = Ph \cos(180^\circ) = -mgh$$

Observe que o ângulo entre a força peso \vec{P} e o deslocamento \vec{d} é igual a 180° , pois a força peso aponta para baixo enquanto o deslocamento é para cima. Assim, o trabalho da força peso é resistente.

Um detalhe importante que deve ser ressaltado é que, como a velocidade do corpo é constante no deslocamento de A para B, a força resultante é nula (1ª Lei de Newton). Assim sendo, o trabalho da resultante também deve ser nulo. De fato:

$$\tau_{AB} = \tau_{\text{op}} + \tau_{\text{peso}} = mgh - mgh = 0$$

Então, o corpo possui energia se estiver no ponto B? Em outras palavras, o corpo, no ponto B, possui capacidade de realizar trabalho? A resposta é obtida pensando-se no que acontece se ele for solto. Nesse caso, o corpo cai acelerando-se de encontro ao solo até o choque, em queda livre. A força responsável pela aceleração é a força peso, que realiza um trabalho motor dado por:

$$\tau_{BA} = \tau_{\text{peso}} = Fd \cos \theta = Ph \cos(0^\circ) = mgh$$

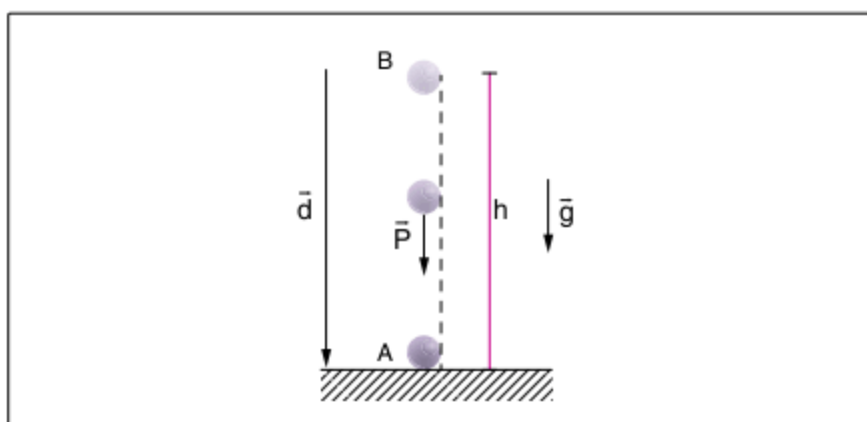


Fig. 9 Trabalho motor realizado pela força peso.

A análise anterior permite afirmar que o corpo no ponto B possui a capacidade em potencial de realizar trabalho. A esta capacidade damos o nome de energia potencial gravitacional E_p , que pode ser definida como:

$$E_p = \pm mgh$$

Na equação anterior, tem-se a expressão da energia potencial gravitacional, armazenada no campo gravitacional quando uma massa m está a uma altura h de uma referência arbitrada como nula e colocada em uma região onde age um campo gravitacional uniforme \vec{g} .

O sinal \pm deve-se ao fato de que o corpo pode estar acima da altura de referência e, nesse caso, a energia potencial gravitacional é positiva, ou abaixo da altura de referência e, nesse outro caso, a energia potencial gravitacional é negativa.

O potencial gravitacional

A definição de forças conservativas e de energia potencial gravitacional permite que o conceito de potencial gravitacional seja apresentado. Sendo a força peso conservativa, pode-se concluir que o trabalho independe da trajetória, ou seja, depende somente da altura inicial e da altura final. Logo, a cada altura do campo gravitacional pode ser associada uma grandeza escalar, chamada **potencial gravitacional** V_g , de forma que o trabalho da força peso para ir de um ponto a outro do campo dependa somente do potencial inicial e do potencial final. No caso de um campo gravitacional uniforme, o potencial gravitacional de uma massa m colocada em uma altura h , em relação à altura de potencial nulo, será definido como:

$$V_g = \pm gh \text{ (J/kg)}$$

Assim, a definição de energia potencial pode ser reescrita como:

$$E_p = \pm mgh = mV_g$$

Fisicamente, essa definição pode ser entendida da seguinte forma:

Uma massa m ao ser colocada em um potencial gravitacional V_g faz com que o campo adquira uma energia potencial gravitacional, que é na verdade uma capacidade de realizar trabalho. Pensando-se na definição de potencial gravitacional e aplicando-a à situação da figura 6, tem-se que:

$$\tau_{12} = -mg \cdot (h_2 - h_1) = mgh_1 - mgh_2 = mV_{g1} - mV_{g2} = m \cdot (V_{g1} - V_{g2})$$

A equação anterior mostra que o trabalho para ir de um ponto a outro, nesse caso do ponto 1 ao ponto 2, independe da maneira como se vai desse ponto ao outro, depende somente do potencial gravitacional inicial V_{g1} e do potencial gravitacional final V_{g2} .

Essa conclusão é a síntese do nosso capítulo. Assumindo-se que o campo elétrico gerado por cargas elétricas é conservativo, todas as conclusões feitas para o campo gravitacional são válidas para o campo elétrico.

Energia potencial elástica

Outra forma de energia potencial é aquela relacionada com a força de mola. A Lei de Hooke permite escrever que uma mola ao ser deformada de uma distância x , dentro de sua região elástica, apresenta uma força elástica $\vec{F}_{\text{elástica}}$ cuja intensidade é dada por:

$$F_{\text{elástica}} = -kx \text{ (N)}$$

Na equação anterior, k é a constante elástica da mola (N/m). O sinal negativo deve-se ao fato de que a força tem direção contrária ao deslocamento.

Agora, imagine uma situação na qual se tem um corpo preso a uma mola em equilíbrio. Nesta situação um operador puxa o corpo de uma distância x a partir da situação inicial, conforme se vê na figura 10.

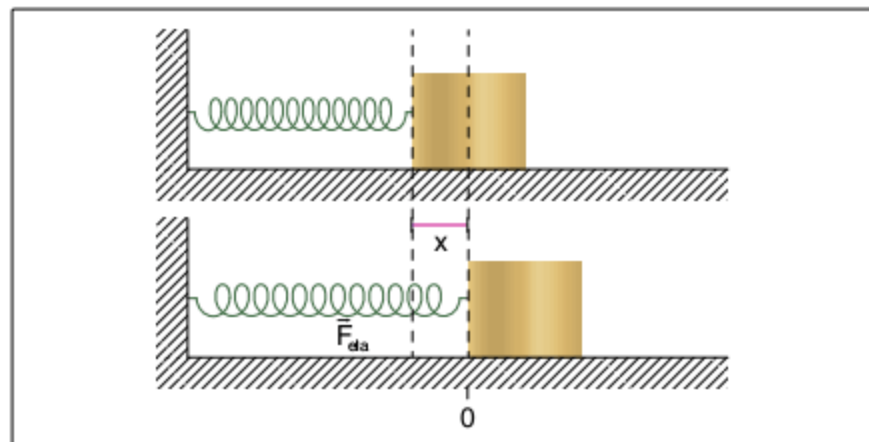


Fig. 10 Trabalho da força elástica.

Na situação descrita, tem-se que o trabalho da força elástica é negativo, pois a força e o deslocamento têm sentidos contrários ($\theta = 180^\circ$).

Nesse caso, o trabalho não pode ser calculado diretamente, uma vez que a força elástica não é constante ao longo do deslocamento. Nessa situação, o trabalho é dado pela área do gráfico $F \times d$, conforme se vê na figura 11.

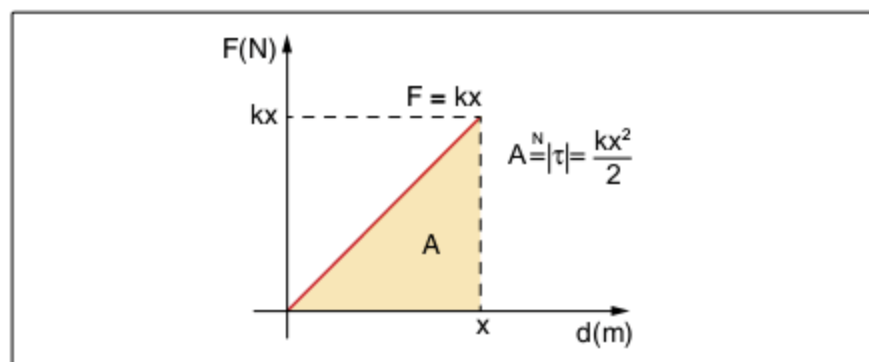


Fig. 11 Trabalho da força elástica em função da distância d .

No caso da mola ser comprimida ou distendida, o trabalho da força elástica é resistente. A energia gasta para comprimir ou distender a mola não é perdida, ela fica armazenada na forma de energia potencial elástica, dada por:

$$E_{p(\text{elástica})} = \frac{1}{2} kx^2$$

A força elástica também é um exemplo de força conservativa.

Energia cinética

A energia cinética é a energia relacionada ao movimento. É fácil de entender que quando uma massa m tem uma velocidade de módulo v ela tem energia. Basta pensar em uma colisão entre dois carros.

A definição de energia cinética pode ser obtida utilizando-se a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2a\Delta s$$

Multiplicando a equação acima pela massa, em ambos os lados, tem-se que:

$$mv^2 = mv_0^2 + 2ma\Delta s$$

Manipulando algebricamente a equação anterior, chega-se ao trabalho da força resultante que age em um corpo de massa m .

$$\underbrace{ma}_{F} \Delta s = F \Delta s = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2}$$

$$\tau_{\text{resultante}} = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = E_{c(\text{final})} - E_{c(\text{inicial})}$$

$$\tau_{\text{resultante}} = \Delta E_c$$

O teorema acima é conhecido como **teorema da energia cinética**. Ele afirma que o trabalho realizado por todas as forças que agem em um corpo, ou seja, pela força resultante, é igual à variação da energia que essas forças produzem no corpo. Esse teorema é extremamente poderoso e de grande auxílio na resolução de vários problemas. Assim, a energia cinética E_c de um corpo de massa m e com velocidade v é dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

Energia mecânica

A energia mecânica de um sistema é a soma de sua energia cinética e potencial, quer a energia potencial seja elástica, gravitacional ou elétrica. Assim, a energia mecânica de um sistema é definida como:

$$E_{\text{mecânica}} = E_{\text{potencial (elétrica, gravitacional, elástica)}} + E_{\text{cinética}}$$

Uma aplicação importante do conceito de energia mecânica é em exercícios onde as grandezas vetoriais tornam a resolução pouco prática, ou até impraticável.

Sistemas conservativos

Um sistema é conservativo quando nele agem somente forças conservativas. A importância destes sistemas é que neles a quantidade de energia mecânica se mantém constante.

Pode-se pensar em um exemplo onde uma bola é atirada para cima em uma região onde possa se desprezar a resistência do ar. Admite-se altura igual a zero no ponto onde a bola foi lançada, momento em que ela possui somente energia cinética, ou energia de movimento. A partir desse momento ela começa a trocar velocidade por altura, ou seja, a energia cinética converte-se aos poucos em energia potencial gravitacional. Ao chegar na altura máxima, a sua velocidade e, portanto, a sua energia cinética são nulas. Nesse ponto houve uma total troca da energia cinética inicial por energia potencial gravitacional.

A partir daí, a bola passa a trocar energia potencial gravitacional por energia cinética até retornar à mão do lançador com a mesma velocidade da partida. Pode-se observar que a soma das energias cinética e potencial é constante todo o tempo. Do exposto anteriormente, pode-se concluir que em um sistema conservativo:

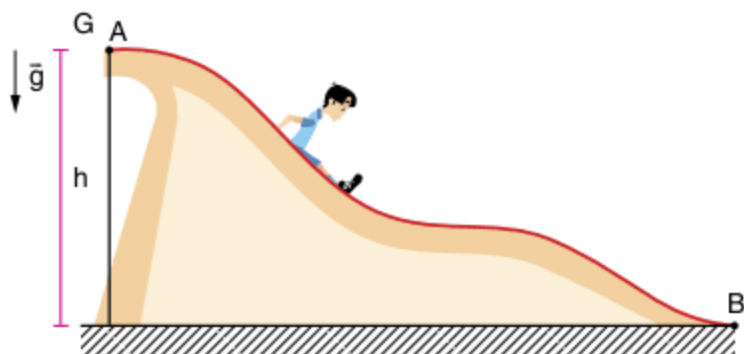
$$\Delta E_{\text{mecânica}} = 0$$

Se no sistema houver forças dissipativas, tem-se que o trabalho é a variação da energia mecânica, ou seja:

$$\Delta E_{\text{mecânica}} = \tau_{\text{forças dissipativas}}$$

Exercício resolvido

2 Considere um garoto G, sob a ação de um campo gravitacional uniforme \vec{g} , no topo de um tobogã liso de altura h , como na figura a seguir. Determine a velocidade do garoto ao atingir a parte mais baixa do tobogã, admitindo-se que a resistência do ar é desprezível.



Resolução:

Adotando-se a referência de altura nula na parte mais baixa do tobogã (ponto B), tem-se que o sistema é conservativo. Logo, a energia mecânica E_M é constante, ou seja:

$$E_{M(A)} = E_{M(B)}$$

Em A, o garoto possui somente energia potencial gravitacional, já no ponto B ele possui somente energia cinética.

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

Observe que essa velocidade é a mesma que o garoto teria caso estivesse em queda livre, indicando novamente que o trabalho da força peso independe da trajetória, e sim da altura inicial e da altura final.

Potencial elétrico

O estudo feito até agora permite que o conceito de potencial elétrico seja corretamente definido. Considerando-se que o campo elétrico gerado por cargas elétricas é conservativo, tem-se que o trabalho da força elétrica entre dois pontos independe da trajetória, ou seja, depende somente dos pontos inicial e final.

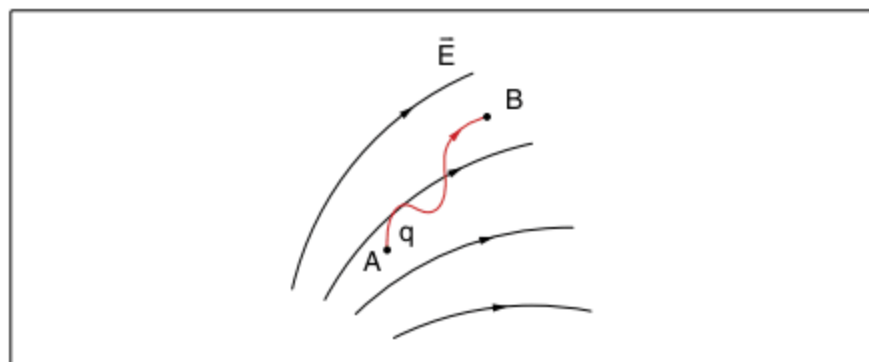


Fig. 12 Trabalho da força elétrica independente da trajetória.

Dessa forma, pode-se associar a cada ponto do campo elétrico uma grandeza escalar, que será chamada de **potencial elétrico** V , tal que o trabalho da força elétrica para se levar uma carga q de um ponto A ao ponto B do campo elétrico depende exclusivamente da diferença de potencial U_{AB} , onde:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B) = qU_{AB}$$

De forma análoga, surge o conceito de energia potencial elétrica. Ao colocarmos uma carga elétrica q em uma região onde age um campo elétrico \vec{E} , o campo elétrico armazena uma energia potencial elétrica E_p dada por:

$$E_p = qV \text{ (J)}$$

Com o uso da expressão anterior, pode-se definir a unidade de potencial elétrico no sistema internacional de unidades, tal que:

$$V = \frac{E_p}{q} \text{ (J/C)}$$

$$\text{volt (V)} = \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

Essa unidade, de uso cotidiano, expressa a quantidade de energia potencial armazenada no campo elétrico por unidade de carga elétrica.

ATENÇÃO!

A energia potencial elétrica estudada neste capítulo é aquela gerada por distribuições de cargas elétricas, já que o campo elétrico gerado por variação do vetor indução magnética não é conservativo, como veremos no decorrer do curso.

Exercício resolvido

3 Uma carga de $-2\mu\text{C}$ foi abandonada num ponto de um campo elétrico onde o potencial elétrico vale $+30\text{V}$. Determine a energia potencial elétrica armazenada por essa carga?

Resolução:

A energia potencial elétrica é dada pela expressão:

$$E_p = qV = (-2 \cdot 10^{-6} \text{ C}) \cdot (+30\text{V}) = -6 \cdot 10^{-5} \text{ J}$$

Perceba que as grandezas devem ser substituídas com os seus respectivos sinais algébricos.

Espontaneidade e trabalho

A definição do trabalho da força elétrica e do potencial permite a compreensão do conceito de espontaneidade. Conforme discutido anteriormente, o trabalho ocorre espontaneamente quando positivo e não ocorre espontaneamente quando negativo.

O conceito de espontaneidade também pode ser percebido quando se pensa em energia potencial elétrica. Sistemas físicos tendem espontaneamente a minimizar sua energia potencial elétrica. Assim, analisam-se os casos em que tem-se o deslocamento de cargas positivas e negativas:

- Cargas positivas – quando uma carga positiva q é levada de um ponto A para um ponto B, o trabalho da força elétrica é dado por:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Sendo a carga q positiva, para que o trabalho τ_{AB} seja positivo tem-se que $(V_A - V_B) > 0$, ou ainda $V_A > V_B$. Conclui-se, portanto, que cargas positivas procuram espontaneamente menores potenciais, da mesma forma que massas procuram espontaneamente alturas menores (potenciais menores).

Se o raciocínio fosse feito em termos de energia potencial elétrica, sendo a carga q positiva, para que a energia potencial elétrica dada por $E_p = qV$ seja cada vez menor, requer-se que o potencial seja cada vez menor, o que concorda plenamente com a análise feita com o trabalho.

- Cargas negativas – quando uma carga negativa q é levada de um ponto A para um ponto B, o trabalho da força elétrica é dado por:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Sendo a carga q negativa, para que o trabalho τ_{AB} seja positivo, tem-se que $(V_A - V_B) < 0$, ou ainda $V_A < V_B$. Conclui-se, portanto, que cargas negativas procuram espontaneamente maiores potenciais.

Se o raciocínio fosse feito em termos de energia potencial elétrica, sendo a carga q negativa, para que a energia potencial elétrica dada por $E_p = qV$ seja cada vez menor, requer-se que o potencial seja cada vez maior, o que concorda plenamente com a análise feita com o trabalho.

Cálculo do potencial elétrico devido a distribuições de carga elétrica

No capítulo referente ao campo elétrico, foram calculados os campos devido a cargas puntiformes, a várias cargas puntiformes, condutores em equilíbrio eletrostático e o campo elétrico uniforme. A partir de agora o esforço será realizar o mesmo para o potencial elétrico. A analogia utilizada entre campo gravitacional e o campo elétrico será muito útil neste momento.

No início do capítulo, o potencial gravitacional foi definido como:

$$V_g = \pm gh$$

A definição acima é obviamente válida para campos gravitacionais uniformes, mas pode ser facilmente generalizada se for observado o fato de que o potencial é na verdade numericamente igual à área (A) sob a curva do gráfico do campo gravitacional em função da distância. Todavia, é importante definir-se uma posição na qual se considera o potencial gravitacional nulo, ou seja, uma referência na qual $V_g = 0$. Para o caso de campos que diminuem com o quadrado da distância, normalmente admite-se potencial nulo no infinito $V_g(\infty) = 0$.

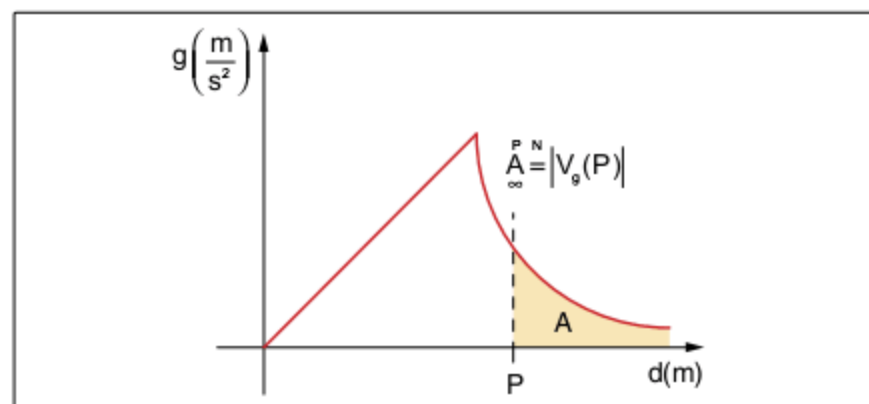


Fig. 13 Cálculo do potencial gravitacional.

De maneira similar, tem-se para o campo elétrico uniforme que o potencial elétrico em um dado ponto é dado por:

$$V = \pm Ed$$

Na equação anterior, d é a distância do ponto à referência arbitrada como tendo o potencial elétrico nulo.

Para os casos em que o campo não é uniforme, recorre-se ao mesmo procedimento utilizado para o campo gravitacional, ou seja, para campos que diminuem com o quadrado da distância, arbitra-se o potencial nulo no infinito e calcula-se a área desde o infinito até o ponto onde se deseja o potencial elétrico. Dessa forma, todos os valores de potencial são obtidos em relação ao infinito.

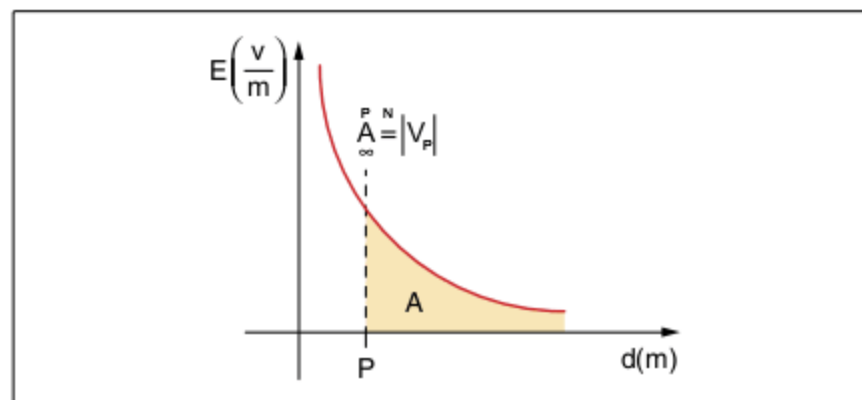


Fig. 14 Cálculo do potencial elétrico a partir do campo elétrico.

Da definição do potencial elétrico a partir do campo elétrico, tem-se a unidade mais utilizada de campo elétrico.

$$E = \frac{V}{d} (\text{V/m})$$

Potencial elétrico devido a cargas puntiformes

Uma carga puntiforme Q gera, a uma distância d , um campo elétrico de intensidade E , dado por:

$$E = \frac{K|Q|}{d^2}$$

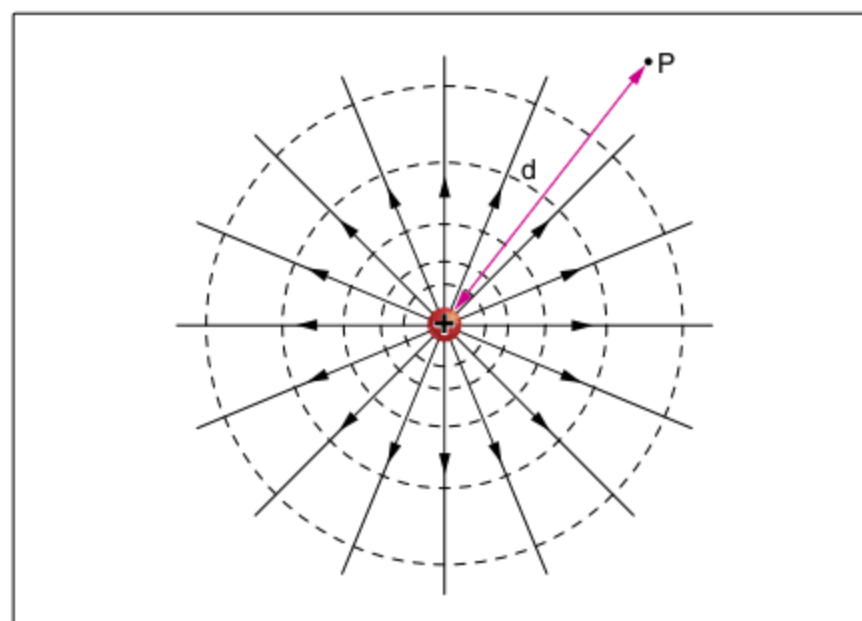


Fig. 15 Configuração de linhas de força de uma carga puntiforme positiva.

O campo elétrico descrito na expressão anterior é representado graficamente na figura 16.

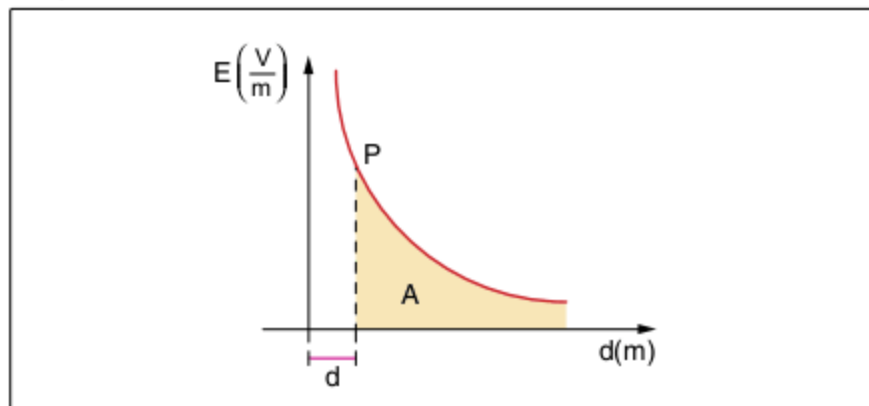


Fig. 16 Campo elétrico gerado por uma carga puntiforme a uma distância d .

De acordo com o que foi visto anteriormente, tem-se que o potencial elétrico no ponto P é numericamente igual a área do gráfico desde o infinito, admitido com potencial nulo até o ponto P. O resultado dessa área é igual a:

$$V_p = V(d = D) = \frac{KQ}{D}$$

Observa-se que cargas positivas geram potenciais positivos e cargas negativas geram potenciais negativos. Os gráficos que representam esses potenciais têm o formato de uma hipérbole equilátera, como ilustrado a seguir.

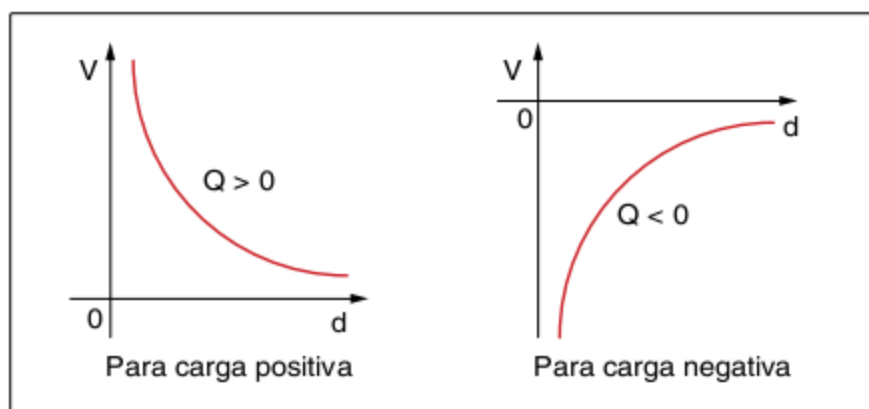
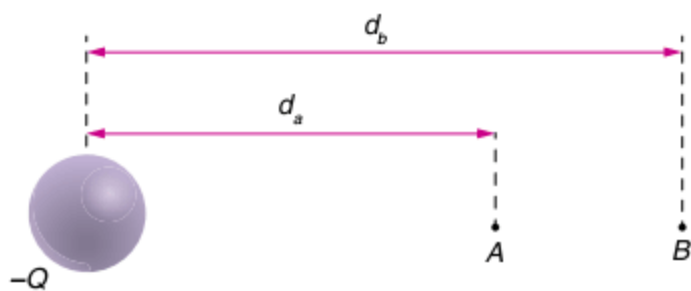


Fig. 17 Potencial elétrico gerado por carga puntiforme em função da distância.

Exercícios resolvidos

4 Determine o potencial elétrico causado por uma carga de $-4 \mu\text{C}$ nos pontos A e B, distantes respectivamente 20 cm e 30 cm da carga.

Resolução:



$$V_A = \frac{KQ}{d_a} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{20 \cdot 10^{-2}} = -180 \cdot 10^3 \text{ V} = -180 \text{ kV}$$

$$V_B = \frac{KQ}{d_b} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-4 \cdot 10^{-6})}{30 \cdot 10^{-2}} = -120 \cdot 10^3 \text{ V} = -120 \text{ kV}$$

5 Uma carga puntiforme de $+2 \mu\text{C}$ é abandonada em repouso no ponto B do exemplo anterior. Devido à atração, essa carga desloca-se aceleradamente em direção ao ponto A. Determine:

- a energia potencial elétrica da carga puntiforme, quando abandonada no ponto B;
- a energia potencial elétrica da carga puntiforme, quando passar pelo ponto A;
- o trabalho realizado pela força elétrica nesse deslocamento;
- a energia cinética da carga puntiforme, ao passar por A.

Resolução:

A partir da expressão da energia potencial elétrica, vem:

$$E_{pB} = qV_B = (+2 \cdot 10^{-6}) \cdot (-120 \cdot 10^3) = -2,4 \cdot 10^{-1} \text{ J}$$

que é a energia potencial elétrica armazenada pela carga puntiforme, quando localizada no ponto B;

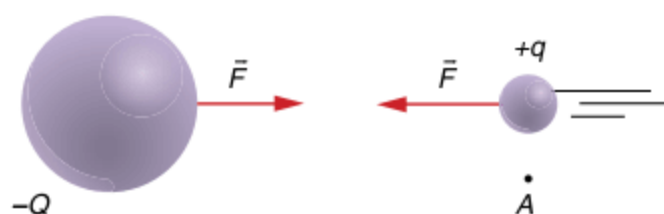
carga fonte fixa



a seguir, calcularemos a sua energia potencial elétrica, ao passar pelo ponto A:

$$E_{pA} = qV_A = (+2 \cdot 10^{-6}) \cdot (-180 \cdot 10^3) = -3,6 \cdot 10^{-1} \text{ J}$$

carga fonte fixa



Perceba que a força elétrica atrativa entre as cargas de sinais opostos varia; aumenta durante a aproximação da carga de prova, já que a distância entre elas diminui.

Assim, não podemos lançar mão da expressão $\tau = Fd$ para o cálculo do trabalho da força elétrica.

O trabalho realizado pela força elétrica no deslocamento da carga puntiforme de B até A é calculado pela variação da energia potencial elétrica:

$$\tau_{B \rightarrow A} = E_{pot-B} - E_{pot-A} = -2,4 \cdot 10^{-1} \text{ J} - (-3,6 \cdot 10^{-1} \text{ J}) = +0,12 \text{ J}$$

O trabalho realizado pela força elétrica foi positivo; isso é uma indicação de que o deslocamento da carga de prova foi espontâneo. De fato, a carga de prova desloca-se espontaneamente, devido à atração.

A determinação da energia cinética da carga ao passar pelo ponto A pode ser efetuada a partir do teorema do trabalho da força resultante:

$$\tau_{F-Res} = E_{c-final} - E_{c-inicial}$$

Como, nesse caso, a força resultante coincide com a força elétrica, vem:

$$\begin{aligned} \tau_{F-Res} = \tau_{B \rightarrow A} &\Rightarrow E_{c-final} - E_{c-inicial} = 0,12 \text{ J} \\ &\Rightarrow E_{c-final} - 0 = 0,12 \text{ J} \\ &\Rightarrow E_{c-final} = +0,12 \text{ J} \end{aligned}$$

Determinamos, assim, a energia cinética da carga puntiforme, ao se deslocar meros 10 cm do ponto B até o ponto A, atraída pela carga fonte. O aluno talvez não tenha percebido o significado fantástico desse valor de energia cinética aparentemente pequeno.

Para dar um significado mais real a esse número, suponhamos que essa carga puntiforme $+q$ tenha uma massa de $3 \cdot 10^{-15}$ kg, o que é razoável, lembrando que a massa de um elétron vale $9 \cdot 10^{-31}$ kg. Determinemos a velocidade da carga puntiforme, ao passar pelo ponto A:

$$E_c = \frac{m V_A^2}{2} \Rightarrow 0,12 = \frac{6 \cdot 10^{-16} \cdot V_A^2}{2}$$

$$V_A = 2 \cdot 10^7 \text{ m/s ou } V_A = 72 \cdot 10^6 \text{ km/h}$$

Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes

O princípio aplicado para o cálculo do potencial elétrico gerado por uma distribuição de cargas puntiformes em um determinado ponto, em relação ao infinito, é o mesmo que foi utilizado para o cálculo do campo elétrico, ou seja, o princípio da superposição. Assim, o potencial elétrico gerado em um determinado ponto devido a uma distribuição de cargas puntiformes é o somatório algébrico dos potenciais gerados por cada uma das cargas.

Uma diferença fundamental entre o cálculo do campo elétrico e o cálculo do potencial elétrico é que enquanto aquele é vetorial, este é escalar. Dessa forma, o cálculo do potencial elétrico não envolve soma de vetores, mas sim a soma de grandezas escalares, levando-se em conta os sinais dos potenciais gerados por cada uma das cargas.

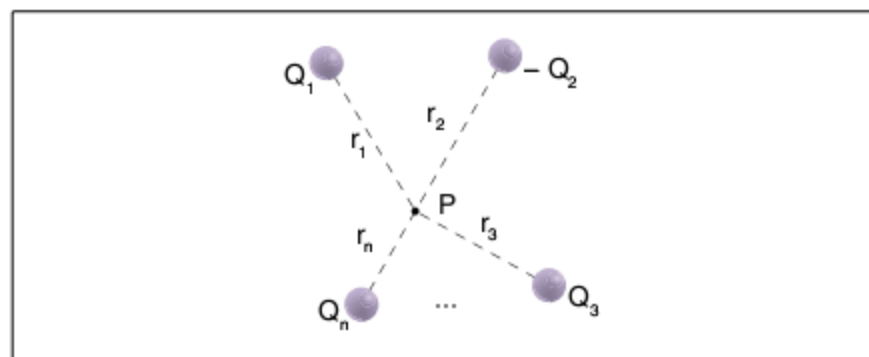
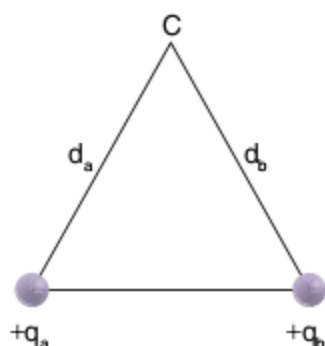


Fig. 18 Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes.

$$V_p = \frac{KQ_1}{r_1} + \frac{K(-Q_2)}{r_2} + \frac{KQ_3}{r_3} + \dots + \frac{KQ_n}{r_n}$$

Exercícios resolvidos

6 Duas cargas puntiformes $q_a = +12 \mu\text{C}$ e $q_b = -6 \mu\text{C}$ localizam-se nos vértices de um triângulo equilátero, de lado 30 cm. Determine o potencial elétrico resultante no vértice C.



Resolução:

O potencial resultante no ponto C é calculado pela soma algébrica dos potenciais que cada carga q_a e q_b , individualmente, causam no referido ponto.

Matematicamente:

$$V_c = V_{a-c} + V_{b-c} = \frac{K q_a}{d_a} + \frac{K q_b}{d_b}$$

$$\frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12 \cdot 10^{-6}}{30 \cdot 10^{-2}} + \frac{9 \cdot 10^9 \cdot (-6 \cdot 10^{-6})}{30 \cdot 10^{-2}}$$

$$360 \text{ kV} - 180 \text{ kV} = 180 \text{ kV}$$

7 A figura a seguir representa duas cargas elétricas puntiformes, mantidas fixas em suas posições, de valores $+2q$ e $-q$, sendo q o módulo de uma carga de referência.



Considerando-se zero o potencial elétrico infinito, é correto afirmar que o potencial elétrico criado pelas duas cargas será zero também em que pontos?

Resolução:

Seja $V_p = \frac{Kq}{d}$, o potencial será nulo nos pontos em que o potencial das cargas têm o mesmo módulo.

Em K:

$$V_{p_a} = \frac{K 2q}{2d} = \frac{Kq}{d}$$

$$V_{p_b} = -\frac{Kq}{d}$$

$$|V_{p_a}| = |V_{p_b}| = \frac{Kq}{d}$$

Em L:

$$V_{p_a} = \frac{K 2q}{6d} = \frac{Kq}{3d}$$

$$V_{p_b} = -\frac{Kq}{3d}$$

$$|V_{p_a}| = |V_{p_b}| = \frac{Kq}{3d}$$

Superfícies equipotenciais

As superfícies equipotenciais, como o próprio nome indica, são superfícies nas quais o potencial elétrico é o mesmo em todos os pontos. Caso tenhamos uma representação no plano, as superfícies equipotenciais tornam-se linhas equipotenciais.

Para o caso de cargas puntiformes, nas quais o potencial elétrico é função exclusiva da distância, as superfícies equipotenciais são esferas concêntricas, conforme se observa na figura 19.

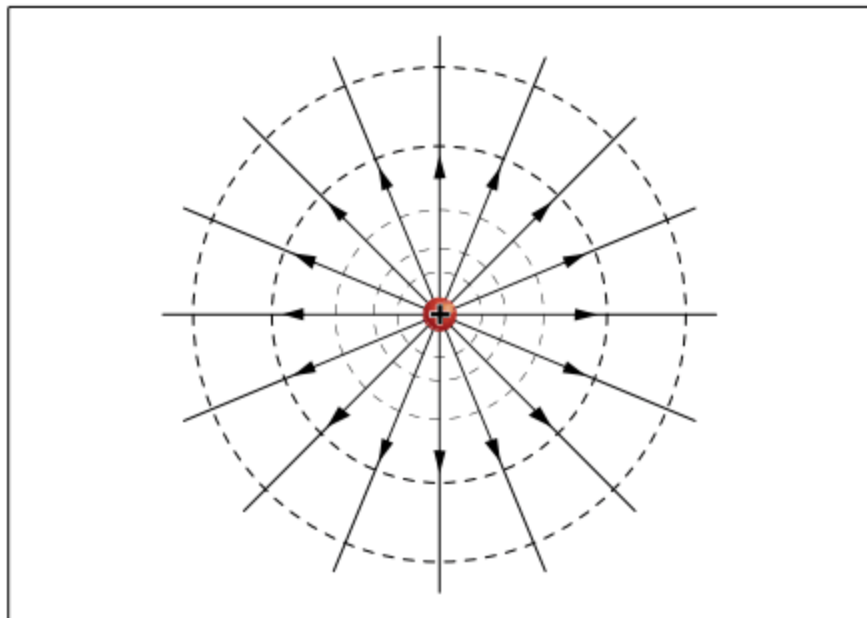


Fig. 19 Configuração das equipotenciais de uma carga elétrica pontiforme.

Caso houvesse um dipolo elétrico, as linhas de força do campo elétrico, bem como as linhas equipotenciais, seriam representadas conforme a figura 20.

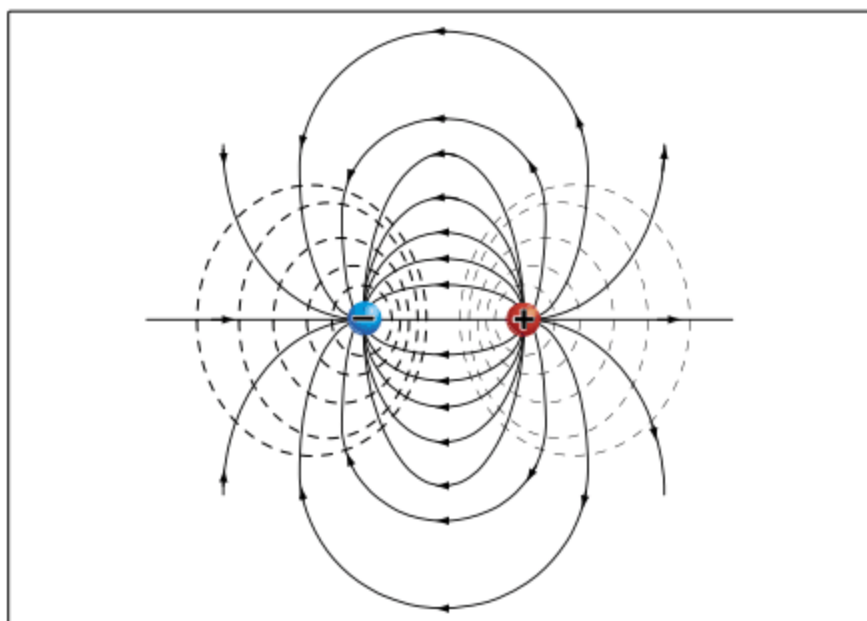


Fig. 20 Configuração do campo elétrico e das equipotenciais de um sistema de duas cargas de sinais contrários.

ATENÇÃO!

Para o caso do campo elétrico uniforme, as equipotenciais são sempre perpendiculares às linhas de força, ou seja, são retas ou planos normais à direção definida pelas linhas de força.

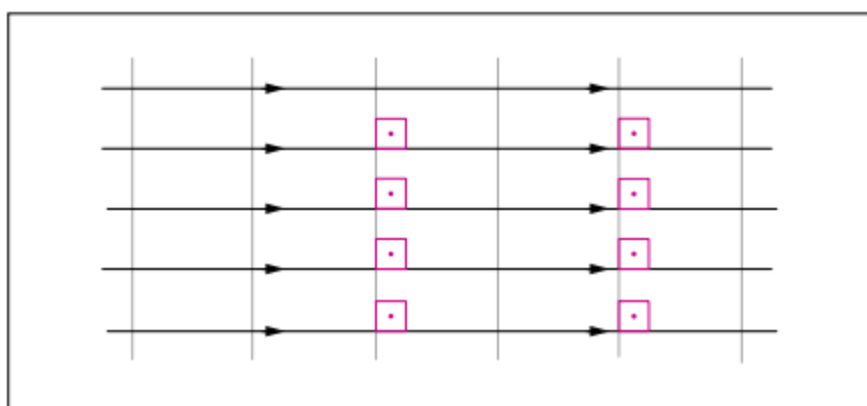


Fig. 21 Configuração das equipotenciais de um campo elétrico uniforme.

Trabalho ao longo de superfícies equipotenciais

De acordo com a definição de superfícies equipotenciais, a diferença de potencial entre dois pontos quaisquer de uma mesma equipotencial é nula. Desta forma, como o trabalho da força elétrica para se levar uma carga de um ponto a outro de um campo elétrico depende somente do potencial inicial e do potencial final, conclui-se que o trabalho da força elétrica para levar uma carga de um ponto a outro da mesma equipotencial é nulo, independente da trajetória seguida por essa carga.

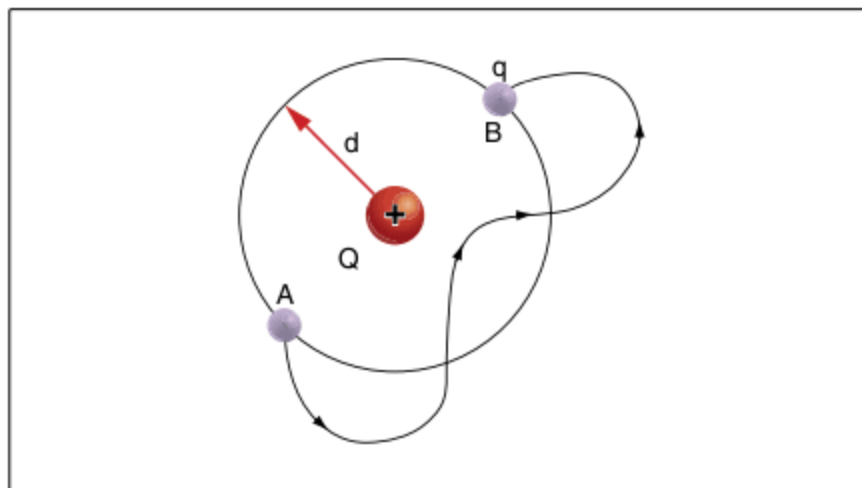


Fig. 22 Trabalho é nulo ao longo de uma mesma equipotencial.

Conforme se observa na figura 22, o trabalho da força elétrica para levar a carga q do ponto A até o ponto B é dado por:

$$\tau_{AB} = q(V_A - V_B)$$

Mas $V_A = V_B$, pois os pontos A e B pertencem à mesma equipotencial. Logo:

$$\tau_{AB} = 0$$

Demonstração da perpendicularidade das linhas de campo e superfícies equipotenciais

Neste ponto do desenvolvimento teórico já se tem condições de demonstrar a perpendicularidade entre as linhas de força do campo elétrico e as superfícies equipotenciais.

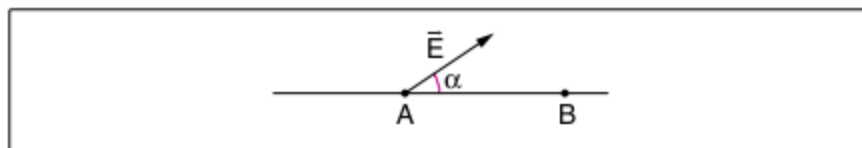


Fig. 23 Pontos A e B ao longo de uma equipotencial em um campo elétrico \vec{E}

Supondo a linha AB uma equipotencial, na qual A e B são dois pontos a ela pertencentes. Seja \vec{E} um campo elétrico que faz com a superfície um ângulo α qualquer, este campo pode ser decomposto em uma componente normal \vec{E}_n e uma componente tangente à equipotencial, \vec{E}_t , como se observa na figura 24.

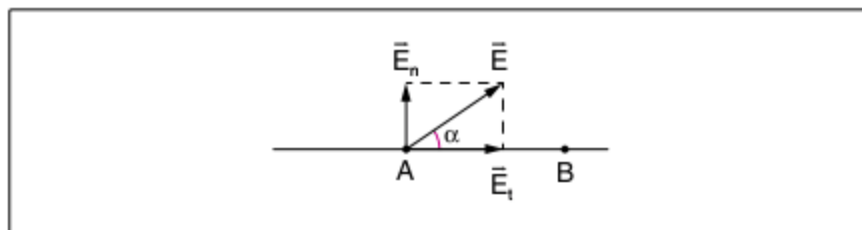


Fig. 24 Decomposição do campo elétrico \vec{E} nas componentes normal \vec{E}_n e tangencial \vec{E}_t .

Da figura 24, tem-se que:

$$E_t = E \cos\alpha$$

$$E_n = E \sin\alpha$$

Supondo que a carga pudesse se deslocar exclusivamente ao longo da equipotencial, tem-se que o trabalho da força elétrica para ir de A até B é dado por:

$$\tau_{AB} = F_{\text{elétrica}} d_{AB} = qE_t d_{AB} = qE \cos\alpha d_{AB}$$

Porém, sendo os pontos A e B pertencentes à mesma equipotencial, o trabalho τ_{AB} deve ser nulo. Dessa forma, o ângulo α deve ser forçosamente igual a 90° .

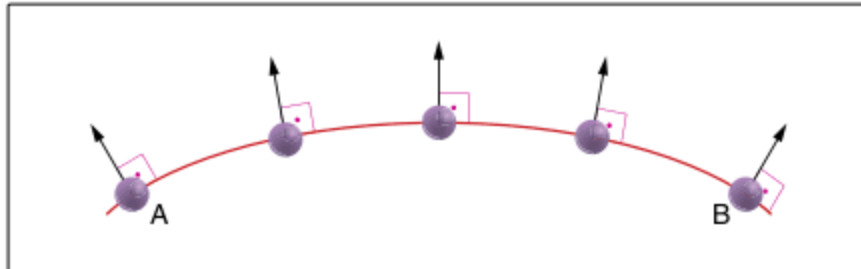


Fig. 25 Campo elétrico perpendicular à equipotencial.

Outra observação extremamente importante sobre a relação entre as linhas de força do campo elétrico e o potencial elétrico é que elas se direcionam sempre do maior potencial para o menor potencial, como se observa na figura 26.

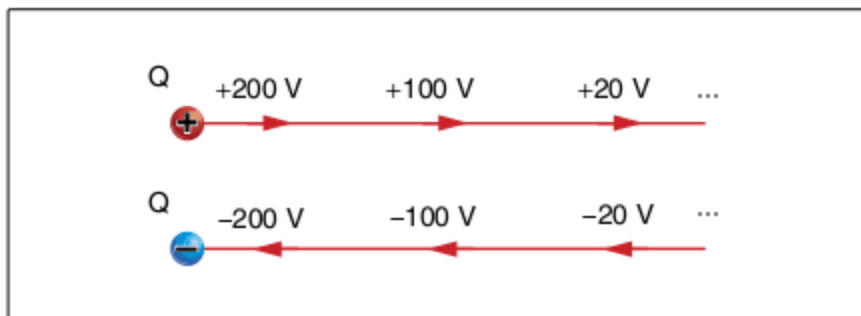


Fig. 26 Potenciais ao longo da linha de força.

Dessa forma, é fácil entender que cargas positivas se movimentam espontaneamente no sentido das linhas de campo, buscando menores potenciais elétricos, enquanto que cargas negativas se movimentam no sentido contrário das linhas de força, buscando maiores potenciais elétricos.

Energia potencial elétrica de sistema formado por duas cargas puntiformes

Dois cargas puntiformes Q_1 e Q_2 são colocadas em um mesmo meio de constante eletrostática K , a uma distância d uma da outra. Independente dos seus sinais, este sistema tem energia potencial elétrica, pois se uma ou ambas as cargas for abandonada haverá deslocamento ocasionado pela força elétrica, ou seja, há capacidade de realizar trabalho.

A tarefa a ser executada é calcular qual é essa energia potencial elétrica armazenada no campo elétrico. Tendo-se como referencial o infinito, no qual o potencial elétrico e, portanto, a energia potencial elétrica são nulos. A figura 27 mostra o sistema formado por duas cargas puntiformes.

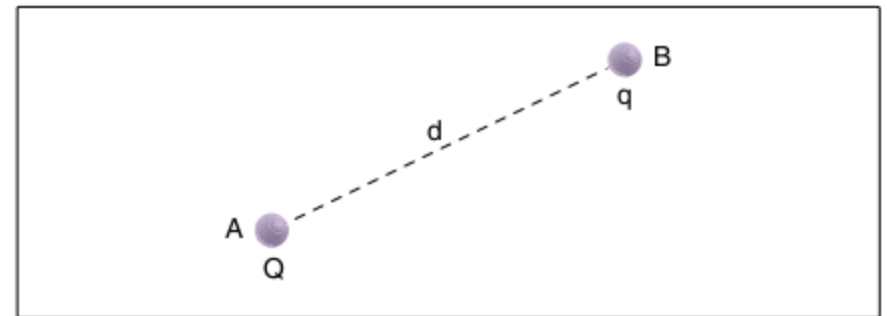


Fig. 27 Sistema formado por duas cargas elétricas puntiformes.

Caso 1: Q é a carga fonte e q a carga de prova.

O potencial elétrico que Q causa no ponto B vale: $V_B = \frac{KQ}{d}$
A energia potencial armazenada por q , quando colocada em B,

vale: $E_p = V_B q = \frac{KQ}{d} q$

$$E_p = \frac{KQq}{d}$$

Caso 2: q é a carga fonte e Q a carga de prova.

O potencial elétrico que a carga fonte q causa no ponto A vale:

$$V_A = \frac{Kq}{d}$$

E a energia potencial que Q armazenará, quando colocada em A, vale:

$$E_p = V_A Q = \frac{Kq}{d} Q \quad E_p = \frac{KQq}{d}$$

Mostrando ser indiferente quem será considerada a carga fonte no sistema, pois este é simétrico.

Desse modo, a energia potencial elétrica armazenada no sistema da figura 27 é:

$$E_p = \frac{KQq}{d}$$

ATENÇÃO!

A energia potencial e o potencial elétrico são grandezas escalares algébricas, podendo ser positivas, negativas ou nulas.

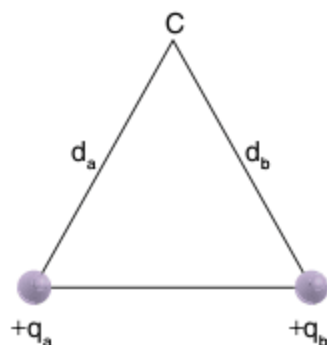
Quem armazena a energia potencial no sistema, a carga ou o campo?

Rigorosamente, a energia potencial elétrica do sistema está armazenada no campo elétrico. Essa energia está disponível para movimentar as cargas através do campo, sendo convertida em energia cinética durante o deslocamento.

Em geral, considera-se fixa a carga fonte, podendo se movimentar pelo campo apenas a carga de prova. Nesse caso, como a energia potencial elétrica só está disponível para a carga de prova, dizemos, por força de expressão, que toda a energia potencial está armazenada na carga de prova q . Durante o movimento da carga de prova, sua energia potencial vai sendo convertida em energia cinética.

Exercício resolvido

8 Duas cargas puntiformes $q_a = +12 \mu\text{C}$ e $q_b = -6 \mu\text{C}$ localizam-se nos vértices de um triângulo equilátero, de lado 30 cm.



Determine a energia potencial elétrica armazenada por uma carga de $4 \mu\text{C}$, quando colocada no vértice C.

Resolução:

Utilizando o potencial elétrico do ponto C, calculado no exercício resolvido 6, calculamos a energia potencial elétrica armazenada pela carga de prova quando colocada no vértice C:

$$E_p = qV_c = 4 \cdot 10^{-6} \cdot (180 \cdot 10^3) = 0,72\text{J}$$

Energia potencial elétrica em um sistema de partículas

Sistema contendo três partículas

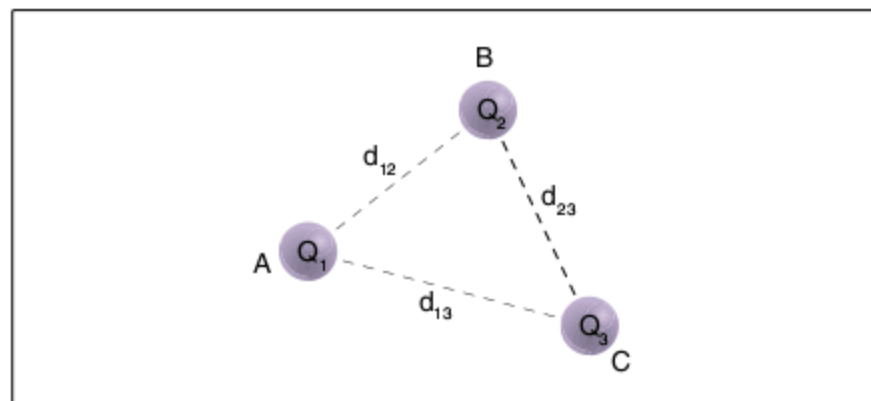


Fig. 28 Sistema formado por mais de duas cargas puntiformes.

A energia potencial total do sistema é a soma das energias potenciais de cada uma das ligações do sistema, como se fosse uma molécula contendo três ligações químicas.

$$E_p = E_{L_{12}} + E_{L_{13}} + E_{L_{23}}$$

$$E_p = \frac{KQ_1Q_2}{d_{12}} + \frac{KQ_1Q_3}{d_{13}} + \frac{KQ_2Q_3}{d_{23}}$$

A equação acima nos mostra como calcular a energia potencial elétrica total do sistema. Cada uma das 3 parcelas que constitui a expressão acima corresponde à energia de uma das ligações do sistema.

Um aspecto interessante é notar que essa energia potencial corresponde exatamente à energia necessária para afastar infinitamente as 3 cargas elétricas que compõem a “molécula” acima, rompendo as 3 ligações da molécula.

Para o caso de mais de três cargas, a energia potencial elétrica é calculada levando-se em conta todas as combinações

possíveis de cargas. Assim, para um sistema formado por n cargas puntiformes, tem-se um total de combinações C dado por:

$$C = \frac{n(n-1)}{2}$$

Potencial elétrico do condutor carregado e em equilíbrio eletrostático

Nesse ponto do tratamento do conceito de potencial elétrico, é possível a análise do potencial de um condutor carregado e em equilíbrio eletrostático. Essa análise é muito simples se for feita à luz das ideias de espontaneidade e trabalho.

Em um condutor, as cargas têm livre movimento. Como foi visto anteriormente, cargas positivas movimentam-se espontaneamente para potenciais menores e cargas negativas movimentam-se espontaneamente para potenciais maiores. Se não há movimento ordenado de cargas, como no caso do equilíbrio eletrostático, conclui-se que o potencial elétrico deve ser o mesmo em todos os pontos, quer seja na sua superfície ou no interior do condutor.

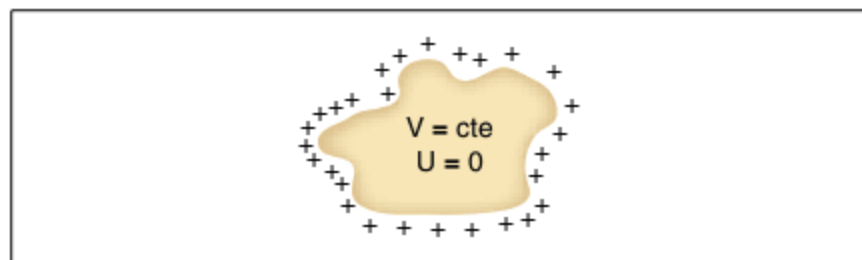


Fig. 29 Potencial elétrico do condutor carregado e em equilíbrio eletrostático.

A indução eletrostática do ponto de vista do potencial elétrico

O mesmo procedimento realizado com o campo elétrico, quando se estudou a indução eletrostática, será feito agora do ponto de vista do potencial.

Um condutor C, neutro, é colocado na presença de um indutor I. Como se sabe, há uma separação de cargas no condutor. Se a análise for feita pensando-se no potencial elétrico, por que isso ocorre?

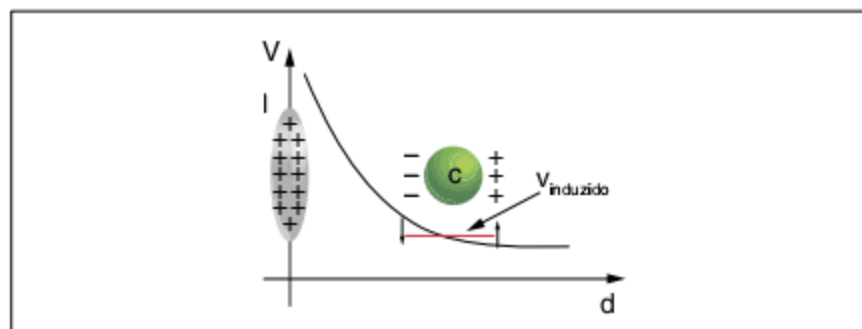


Fig. 30 Análise da indução eletrostática do ponto de vista do potencial.

A figura 30 mostra o condutor C induzido, ou seja, com uma separação de cargas devido à presença do indutor I. A figura também mostra o esboço do potencial elétrico criado pelo indutor e a deformação deste potencial devido às cargas induzidas no condutor. Observa-se que, do lado esquerdo, as cargas negativas fazem com que o potencial elétrico diminua. Já no lado direito, as cargas positivas fazem com que o potencial elétrico no induzido aumente.

O efeito final é que o potencial elétrico no induzido fica constante. Assim, pode-se afirmar que as cargas induzidas distribuem-se na superfície do condutor de modo a garantir que o potencial elétrico é o mesmo, quer seja na sua superfície, quer seja no seu interior.

Nota-se que, apesar de o induzido estar neutro, seu potencial não é nulo. Isso deve-se ao fato de ele estar induzido.

Linhas de campo em condutores em equilíbrio eletrostático

Neste capítulo, estudou-se que as linhas de campo sempre se orientam no sentido de menor potencial. Como o condutor em equilíbrio encontra-se todo em um mesmo potencial elétrico, é correto afirmar que linhas de campo não podem nascer e morrer em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático.

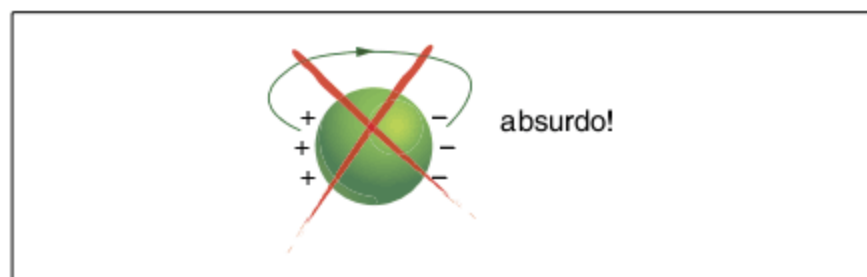


Fig. 31 Linhas de força não podem nascer e morrer em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático.

Potencial elétrico do condutor esférico uniformemente carregado e em equilíbrio eletrostático

O potencial elétrico em um condutor esférico é simples de ser determinado utilizando-se o que foi estudado anteriormente. A figura 32 ilustra a situação onde se tem dois condutores esféricos de raio R , uniformemente carregados com cargas $+Q$ e $-Q$. Os gráficos dos potenciais gerados por tais condutores, adotando-se o infinito com potencial elétrico nulo ($V_\infty = 0$), está superposto às respectivas figuras.

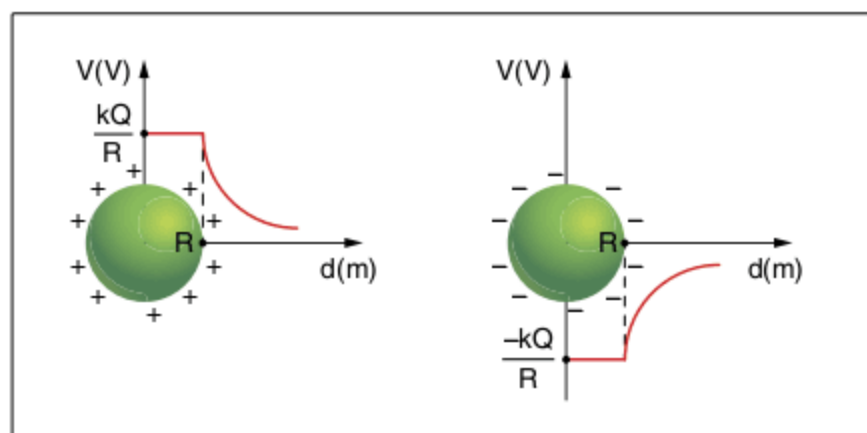


Fig. 32 Potencial elétrico em condutores esféricos carregados.

Os gráficos, na figura 32, mostram que o cálculo do potencial elétrico de condutores esféricos uniformemente carregados e em equilíbrio eletrostático pode ser assim resumido:

I. O potencial elétrico do condutor esférico, em pontos internos, ou na sua superfície, é igual a:

$$V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = \frac{KQ}{R}$$

II. Em pontos externos, o potencial elétrico é calculado de maneira idêntica ao de uma carga puntiforme, supondo a carga colocada no centro da esfera.

$$V_{\text{externo}} = \frac{KQ}{R}$$

Na expressão acima, R é a distância do ponto considerado até o centro da esfera.

Equilíbrio eletrostático de condutores esféricos postos em contato entre si

No início do capítulo 1, aprendemos que, quando duas esferas metálicas idênticas eram contactadas entre si, a carga total dessas esferas era dividida meio a meio entre as mesmas.

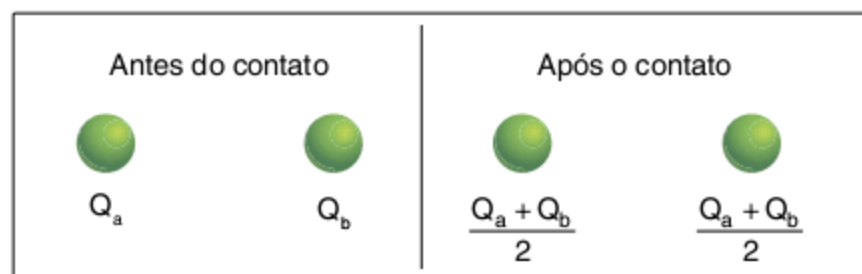


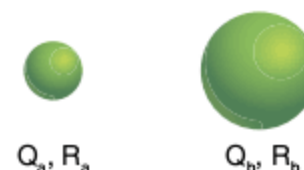
Fig. 33 Condutores carregados, antes e após o contato.

Mas o que acontece se ligarmos, entre si, esferas metálicas eletrizadas de raios diferentes?

Para entender melhor essa questão, vamos propor o seguinte exercício:

Exercício resolvido

9 Sejam duas esferas metálicas A e B, de raios R_a e R_b , eletrizadas com cargas, respectivamente, iguais a Q_a e Q_b .



Pede-se determinar:

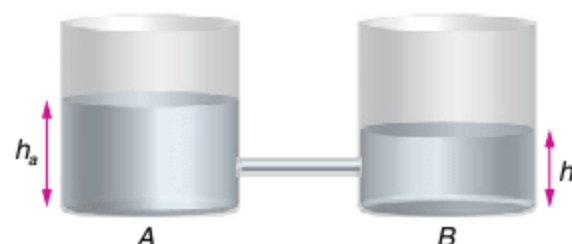
- os potenciais iniciais de cada esfera.
- o potencial final das esferas, após ligarmos uma à outra.
- as cargas finais Q_a' e Q_b' .

Resolução:

a) Seus potenciais iniciais podem ser facilmente calculados pela expressão vista na seção anterior:

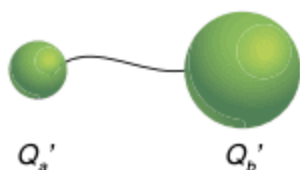
$$V_a = \frac{KQ_a}{R_a} \quad V_b = \frac{KQ_b}{R_b}$$

b) Mas o que acontece se ligarmos entre si esferas metálicas eletrizadas de raios diferentes?



Para uma perfeita compreensão, façamos uma breve analogia: Observe os dois cilindros acima. O potencial gravitacional ($V_g = gh$) do líquido A está, inicialmente, superior ao do líquido B. Assim, ao ligarmos os cilindros de um cano, o líquido A fluirá em direção ao cilindro B até que seus potenciais gravitacionais se tornem iguais ($V_{ga} = V_{gb}$), o que, obviamente, ocorrerá quando seus níveis estiverem iguais ($h_a = h_b$).

Analogamente, quando conectarmos as esferas através de um fio condutor, elétrons fluirão de uma esfera a outra até que seus potenciais elétricos se tornem iguais ($V_a = V_b$).



A partir daí, quando a diferença de potencial ($U = V_a - V_b$) entre as tais esferas se anular, cessará a corrente elétrica de uma a outra, e o sistema terá atingido o equilíbrio eletrostático.

Sendo Q_a' e Q_b' as cargas finais das esferas A e B após atingido o equilíbrio eletrostático, pelo princípio da conservação das cargas, podemos escrever:

$$Q_a + Q_b = Q_a' + Q_b' \quad (1)$$

Queremos calcular o potencial final V_f das esferas. Sobre V_f , podemos escrever:

$$V_f = \frac{KQ_a'}{R_a} = \frac{KQ_b'}{R_b} \quad (2)$$

Pela propriedade das proporções, podemos escrever:

$$V_f = \frac{KQ_a' + KQ_b'}{R_a + R_b} = \frac{K(Q_a' + Q_b')}{R_a + R_b} = \frac{K(Q_a + Q_b)}{R_a + R_b}$$

$V_f = \frac{KQ_a + KQ_b}{R_a + R_b}$, mas como temos:

$$V_a = \frac{KQ_a}{R_a}; \quad V_b = \frac{KQ_b}{R_b}$$

podemos escrever:

$$V_f = \frac{V_a R_a + V_b R_b}{R_a + R_b} \quad (3)$$

A equação (3) é extremamente útil pois expressa o potencial de equilíbrio V_f das esferas apenas em função de seus potenciais iniciais V_a e V_b e de seus raios.

c) E como calcularemos as cargas finais Q_a' e Q_b' das esferas? Ora, de posse da equação (3), determinamos V_f .

$$V_f = \frac{V_a R_a + V_b R_b}{R_a + R_b} \quad (3)$$

Substituindo-se V_f na equação (2), facilmente determinamos Q_a' e Q_b' . Confira:

$$V_f = \frac{KQ_a'}{R_a} = \frac{KQ_b'}{R_b}$$

Finalmente, algumas propriedades importantes dos condutores em equilíbrio eletrostático.

- **Cargas** se distribuem apenas na *superfície mais externa* e se movem *desordenadamente*.
- Qualquer **linha de força** de campo elétrico que toque o condutor, será *perpendicular* ao mesmo na superfície.
- O **campo elétrico interno** ao condutor é sempre *nulo*.
- Se houver uma **cavidade no condutor**, contendo uma carga Q produzindo indução total, haverá *campo elétrico apenas dentro da cavidade* (região oca). Na região metálica o campo elétrico ainda será nulo.
- Sua **superfície** é uma *equipotencial*, com potencial constante.
- O **potencial interno** coincide com o potencial elétrico na superfície do condutor.
- **Linhas de campo** não podem “nascer” e “morrer” na sua superfície.
- A **distribuição de cargas** em sua superfície externa não precisa ser *uniforme* (densidade superficial de cargas) e dependerá da presença de outras cargas nas proximidades do condutor, da geometria (formato do condutor) etc.
- O **condutor** pode estar *neutro* e, ainda assim, ter *potencial elétrico diferente de zero*.
- Quando **ligado à Terra**, *todo condutor assume potencial zero* em relação à mesma.

ATENÇÃO!

Definiu-se a Terra como uma esfera condutora, neutra e de raio infinito. Considerando nula sua carga elétrica, o potencial elétrico da Terra é, em relação ao infinito, considerado nulo. Como o raio da Terra é assumido infinito, qualquer condutor colocado em contato com a Terra adquire potencial elétrico nulo.

Potencial em um campo elétrico uniforme

O campo elétrico é um exemplo de campo onde se deve estipular a equipotencial de potencial nulo. Normalmente, para as cargas puntiformes e condutores esféricos arbitra-se o potencial nulo no infinito.

Observe a figura 34, em que se tem um campo elétrico uniforme e três equipotenciais 1, 2 e 3.

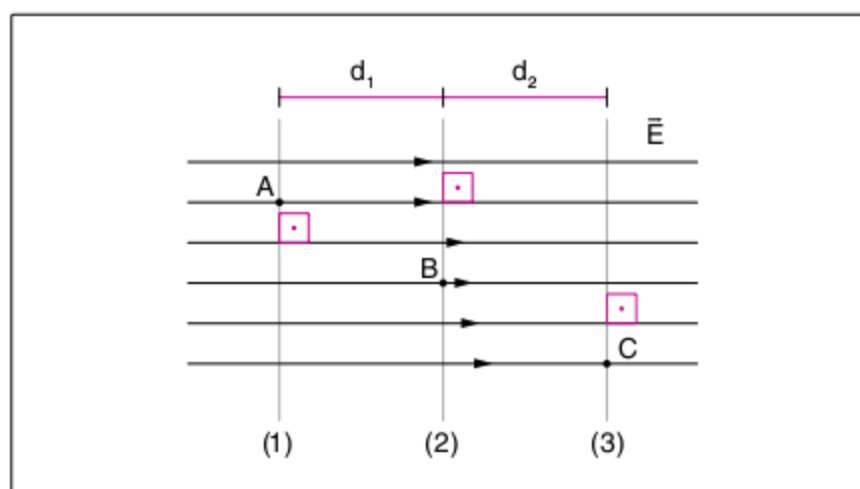


Fig. 34 Campo elétrico uniforme.

Considerando-se que as linhas de força apontam sempre do maior potencial para o menor potencial, pode-se escrever que:

$$V_1 > V_2 > V_3$$

Sendo o campo elétrico uniforme, é simples calcular o trabalho para se levar uma carga puntiforme do ponto 1 da equipotencial para o ponto 2, tal que:

$$\tau_{12} = q(V_1 - V_2)$$

$$Fd_1 = qU_{12}$$

$$qEd_1 = qU_{12}$$

Conclui-se, portanto, que a diferença de potencial entre as equipotenciais 1 e 2 é dada por:

$$U_{12} = Ed_1$$

Definindo-se a equipotencial 2 com potencial nulo, ou seja, $V_2 = 0$, tem-se que os potenciais dos pontos A e C são dados por:

$$V_A = +Ed_1$$

$$V_C = -Ed_2$$

Generalizando, se uma determinada equipotencial de um campo elétrico uniforme é arbitrada como tendo potencial nulo, qualquer outro ponto do campo terá um potencial dado por:

$$V = \pm Ed$$

Na equação acima, d é a distância entre a equipotencial que contém o ponto no qual se deseja calcular o potencial e a equipotencial arbitrada com potencial elétrico nulo. O potencial no ponto será positivo caso ele esteja situado em uma equipotencial em sentido contrário ao do campo elétrico, em relação à equipotencial arbitrada com potencial nulo, e será negativo caso a equipotencial que contém o ponto esteja situada no mesmo sentido do campo, também em relação à referência de potencial nulo.

Energia potencial elétrica em um campo elétrico uniforme

Para o estudo da energia potencial elétrica em um campo elétrico uniforme, propõe-se o seguinte exemplo.

Considere um campo elétrico uniforme \vec{E} , no qual é lançada uma carga puntiforme $+q$ com velocidade inicial \vec{v}_0 . Sabe-se que a carga sai tangenciando a placa superior, conforme mostra a figura 35.

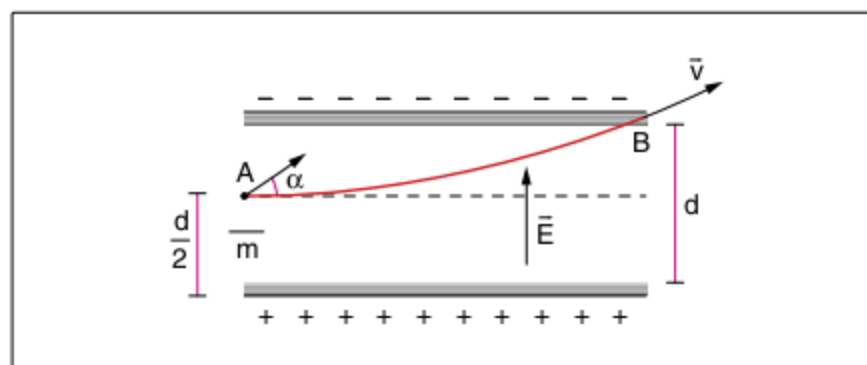


Fig. 35 Carga elétrica puntiforme lançada no interior de um campo elétrico uniforme.

Nessas condições, pede-se determinar o módulo da velocidade que a carga tem ao sair da região onde age o campo elétrico.

Definiu-se, anteriormente, a energia potencial elétrica que uma carga puntiforme q adquire ao ser colocada em um potencial V como:

$$E_p = qV$$

Considerando-se a equipotencial que contém o ponto A como aquela cujo potencial é nulo, tem-se que:

$$V_A = 0$$

$$V_B = -E \frac{d}{2}$$

Sendo a força elétrica conservativa, há conservação da energia mecânica, ou seja:

$$E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + qV_A = \frac{1}{2}mv^2 + qV_B$$

Na expressão acima, E_{C_A} e E_{C_B} são as energias cinéticas em A e B. Utilizando-se os valores dos potenciais em A e B, obtidos escolhendo-se a equipotencial que passa em A como aquela de potencial nulo, tem-se finalmente que:

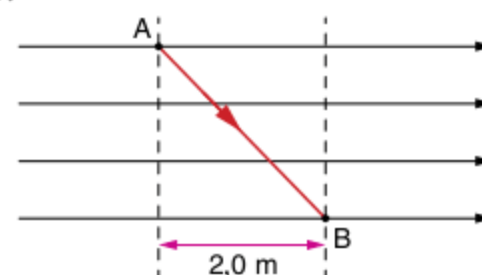
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 - qE \frac{d}{2}$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + \frac{qEd}{m}}$$

Observe que este resultado foi obtido com bem menos esforço matemático do que aquele obtido com o uso da cinemática.

Exercício resolvido

10 No esquema abaixo representa-se um campo elétrico uniforme, de intensidade $E = 8,0 \cdot 10^4$ V/m. Uma carga puntiforme $q = 2,0 \cdot 10^{-6}$ C é deslocada de A a B, conforme a trajetória indicada. Qual é o trabalho da força elétrica realizado sobre a carga nesse deslocamento?



Resolução:

Como a diferença de potencial entre dois pontos de um campo elétrico uniforme só depende da distância entre os pontos ao longo do campo, a diferença de potencial entre os pontos A e B é dada por:

$$U = Ed = 8 \cdot 10^4 \cdot 2 = 16 \cdot 10^4 \text{ V}$$

Pelo fato de que o trabalho da força elétrica só depende do potencial inicial e final temos que:

$$\tau_{ab} = q \cdot (V_a - V_b) = 2 \cdot 10^{-6} (16 \cdot 10^4) = 32 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

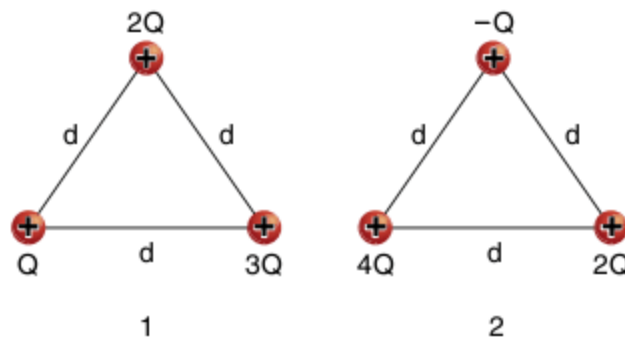
Revisando

1 Uma carga elétrica puntiforme $q = 3 \cdot 10^{-9} \text{ C}$ é levada de um ponto A de um campo elétrico, onde o potencial é $V_A = 900 \text{ V}$, até um ponto B, onde o potencial é $V_B = 2 \cdot 100 \text{ V}$.

- A carga ganhou ou perdeu energia potencial elétrica? Quanto?
- Determine o trabalho da força elétrica que atua em q , ao ser deslocada de A até B.
- Compare e interprete os resultados obtidos nos itens A e B.

2 Um próton é acelerado por uma diferença de potencial de 1 MV. Qual o aumento da sua energia cinética?
 Dado: carga do próton = $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

3 Se o sistema 1 armazena 110 J de energia potencial elétrica em relação ao infinito, qual a energia potencial elétrica do sistema 2 em relação ao infinito?



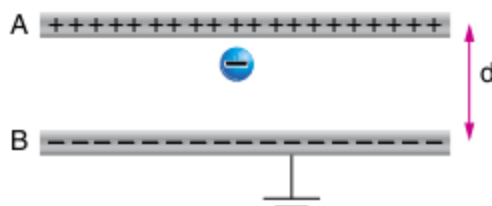
4 Eletriza-se uma esfera de alumínio até que ela atinja o potencial de $9,0 \times 10^4 \text{ V}$, no ar. Seu raio é de 50 cm. Determine:

- a) a intensidade do campo elétrico e o potencial a 10 cm do centro;

- b) a intensidade do campo elétrico em um ponto imediatamente próximo da esfera;

- c) o potencial de uma superfície esférica equipotencial, concêntrica com a esfera metálica e de raio 1,0 m.

5 Entre duas placas eletrizadas dispostas horizontalmente existe um campo elétrico uniforme. Uma partícula com carga de $-3,0 \mu\text{C}$ e massa m é colocada entre as placas, permanecendo em repouso.



Sabendo que o potencial da placa A é de 500 V, que a placa B está ligada à Terra, que a aceleração da gravidade no local vale 10 m/s^2 e que a distância d entre as placas vale 2,0 cm, determine a massa m da partícula.

Exercícios propostos

Trabalho em campos conservativos e superfícies equipotenciais

1 Num ponto A de um campo elétrico, coloca-se uma carga de $-3 \mu\text{C}$ e ela adquire energia potencial de $60 \mu\text{J}$; esta mesma carga, quando colocada em outro ponto B do referido campo, adquire energia potencial de $-90 \mu\text{J}$. Determine:

- os potenciais elétricos em A e B;
- o trabalho da força elétrica quando a carga de $-3 \mu\text{C}$ é levada de B até A.

2 EEM Entre dois pontos A e B existe uma diferença de potencial eletrostático $V_A - V_B = +40 \text{ V}$. Uma carga puntiforme $q = 1,5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ é deslocada do ponto A até o ponto B, sobre a reta AB, vagarosamente.

- Calcule o trabalho realizado pelo campo elétrico nesse deslocamento e explique o significado do seu sinal algébrico.
- Seria possível calcular o trabalho realizado se a partícula se deslocasse de A até B, porém não sobre a reta AB? Por quê?
- Calcule o trabalho do operador.

3 Um corpúsculo de $0,2 \text{ g}$, eletrizado, com carga de $80 \cdot 10^{-6} \text{ C}$, varia sua velocidade de 20 m/s para 80 m/s ao ir do ponto A para o ponto B de um campo elétrico. A ddp entre os pontos A e B desse campo elétrico é de:

- (a) 1.500 V (c) 7.500 V (e) 9.000 V
 (b) 3.000 V (d) 8.500 V

4 Fuvest 2009 Com o objetivo de criar novas partículas, a partir de colisões entre prótons, está sendo desenvolvido no CERN (Centro Europeu de Pesquisas Nucleares), um grande acelerador de partículas (LHC). Nele, através de um conjunto de ímãs, feixes de prótons são mantidos em órbita circular, com velocidades muito próximas à velocidade c da luz no vácuo. Os feixes percorrem longos tubos, que juntos formam uma circunferência de 27 km de comprimento, onde é feito vácuo. Um desses feixes contém $N = 3,0 \cdot 10^{14}$ prótons, distribuídos uniformemente ao longo dos tubos, e cada próton tem uma energia cinética E de $7,0 \cdot 10^{12} \text{ eV}$. Os prótons repassam inúmeras vezes por cada ponto de sua órbita, estabelecendo, dessa forma, uma corrente elétrica no interior dos tubos. Analisando a operação desse sistema, estime:

- a energia cinética total E_c , em joules, do conjunto de prótons contidos no feixe.
- a velocidade V , em km/h , de um trem de 400 toneladas que teria uma energia cinética equivalente à energia do conjunto de prótons contidos no feixe.
- a corrente elétrica I , em ampères, que os prótons em movimento estabelecem no interior do tubo onde há vácuo.

Note e adote:

$q =$ Carga elétrica de um próton $= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

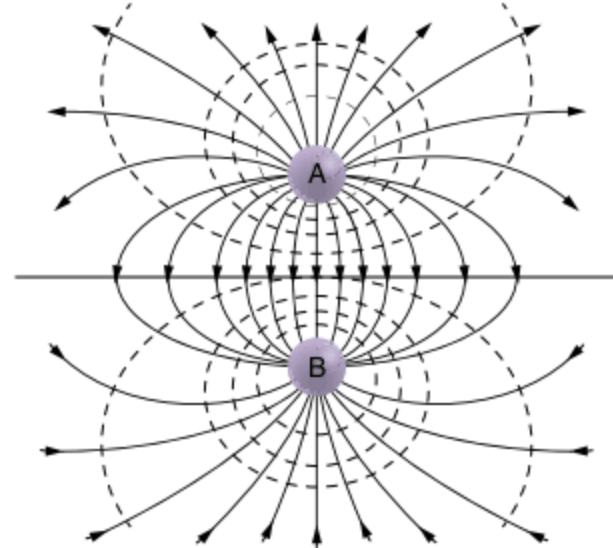
$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$1 \text{ elétron-volt} = 1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Atenção!

Não utilize expressões envolvendo a massa do próton, pois, como os prótons estão a velocidades próximas à da luz, os resultados seriam incorretos.

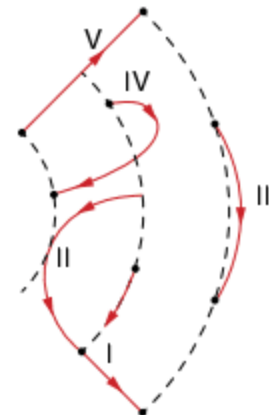
5 Unifesp 2008 A figura representa a configuração de um campo elétrico gerado por duas partículas carregadas, A e B.



Assinale a linha da tabela que apresenta as indicações corretas para convenções gráficas que ainda não estão apresentadas nessa figura (círculos A e B) e para explicar as que já estão apresentadas (linhas cheias e tracejadas).

	Carga da partícula A	Carga da partícula B	Linhas cheias com setas	Linhas tracejadas
(a)	(+)	(+)	linha de força	superfície equipotencial
(b)	(+)	(-)	superfície equipotencial	linha de força
(c)	(-)	(-)	linha de força	superfície equipotencial
(d)	(-)	(+)	superfície equipotencial	linha de força
(e)	(+)	(-)	linha de força	superfície equipotencial

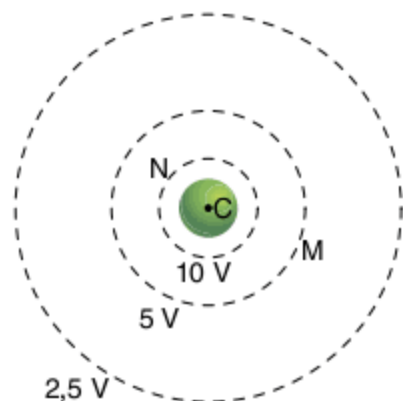
6 Unifesp 2006 Na figura, as linhas tracejadas representam superfícies equipotenciais de um campo elétrico; as linhas cheias I, II, III, IV e V representam cinco possíveis trajetórias de uma partícula de carga q , positiva, realizadas entre dois pontos dessas superfícies, por um agente externo que realiza trabalho mínimo.



A trajetória em que esse trabalho é maior, em módulo, é:

- (a) I. (c) III. (e) V.
 (b) II. (d) IV.

7 Unesp 2008 A figura é a interseção de um plano com o centro C de um condutor esférico e com três superfícies equipotenciais ao redor desse condutor.



Uma carga de $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ é levada do ponto M ao ponto N. O trabalho realizado para deslocar essa carga foi de:

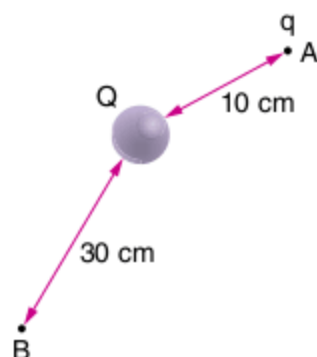
- (a) $3,2 \cdot 10^{-20} \text{ J}$ (c) $8,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (e) $3,2 \cdot 10^{-18} \text{ J}$
 (b) $16,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ (d) $4,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

8 UFMG (Adapt.) Em um tipo de tubo de raios X, elétrons acelerados por uma diferença de potencial de $2,5 \cdot 10^4 \text{ V}$ atingem um alvo de metal, onde são violentamente desacelerados. Ao atingir o alvo, toda a energia cinética dos elétrons é transformada em raios X. Sabendo-se que o valor da carga elementar é de $1,6 \cdot 10^{-19}$, a energia cinética transformada em raios X para um elétron é:

- (a) $3,2 \cdot 10^{-15} \text{ J}$ (c) $4 \cdot 10^{23} \text{ J}$ (e) $4 \cdot 10^{-15} \text{ J}$
 (b) $1,5 \cdot 10^{15} \text{ J}$ (d) $3,2 \cdot 10^{23} \text{ J}$

Potencial elétrico e energia potencial elétrica devido a cargas puntiformes

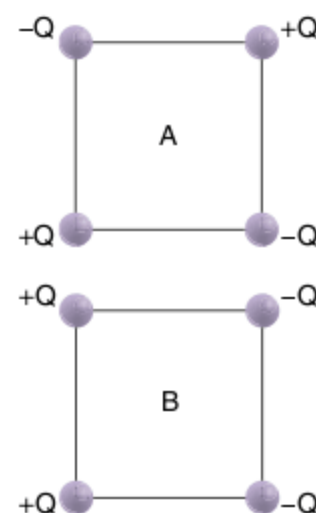
9 Mackenzie Na figura a seguir, $Q = 20 \mu\text{C}$ e $q = 1,5 \mu\text{C}$ são cargas puntiformes no vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$).



O trabalho realizado pela força elétrica em levar a carga q do ponto A para o B é:

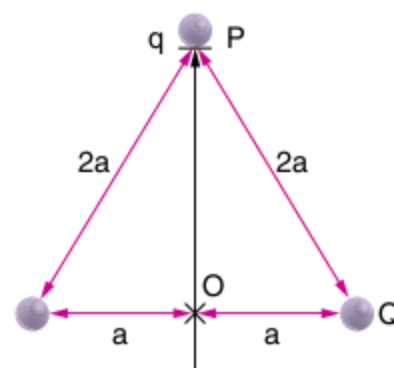
- (a) 1,8 J (c) 3,6 J (e) 5,4 J
 (b) 2,7 J (d) 4,5 J

10 Fatec Quatro cargas elétricas, de módulos iguais, são colocadas nos vértices de um quadrado. Considerando as figuras A e B a seguir, no centro dos dois quadrados:



- (a) o potencial e o campo elétrico são nulos.
 (b) o potencial elétrico é nulo.
 (c) o campo elétrico é nulo.
 (d) o potencial e o campo elétrico não podem ser nulos.
 (e) o campo elétrico pode ser nulo, mas o potencial não.

11 Fuvest Duas pequenas esferas, com cargas positivas e iguais a Q, encontram-se fixas sobre um plano, separadas por uma distância 2a. Sobre esse mesmo plano, no ponto P, a uma distância 2a de cada uma das esferas, é abandonada uma partícula com massa m e carga q negativa. Desconsidere o campo gravitacional e efeitos não eletrostáticos.

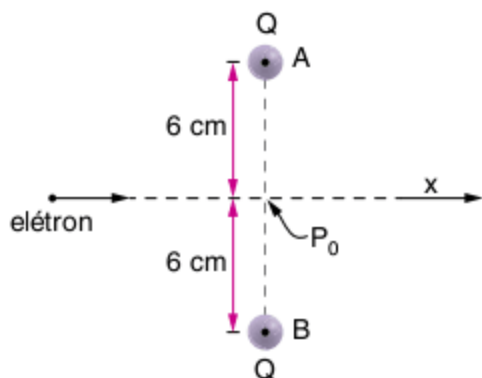


Determine, em função de Q, K, q, m e a:

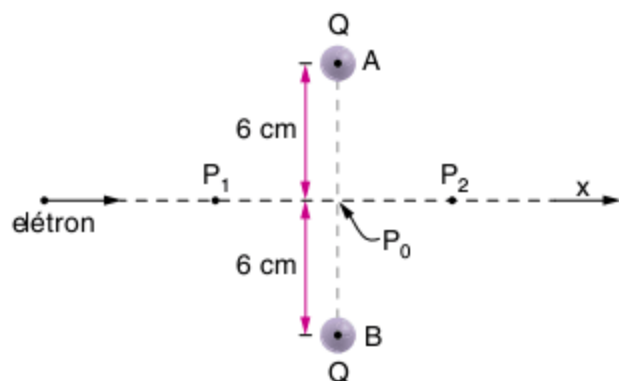
- a) a diferença de potencial eletrostático, $V = V_O - V_P$, entre os pontos O e P.
 b) a velocidade v com que a partícula passa por O.
 c) a distância máxima $D_{\text{máx}}$, que a partícula consegue afastar-se de P. Se essa distância for muito grande, escreva $D_{\text{máx}} = \text{infinito}$.

12 Fuvest 2008 Duas pequenas esferas iguais, A e B, carregadas, cada uma, com uma carga elétrica Q igual a $-4,8 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, estão fixas e com seus centros separados por uma distância de 12 cm. Deseja-se fornecer energia cinética a um elétron, inicialmente muito distante das esferas, de tal maneira que ele possa atravessar a região onde se situam essas esferas, ao longo da direção x, indicada na figura, mantendo-se equidistante das cargas.

Dados: Considere $V = 0$ no infinito.
 Num ponto P, $V = KQ/r$, onde r é a distância da carga Q ao ponto P.
 $K = 9 \cdot 10^9 \text{ (N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2)$.
 $q_e = \text{carga do elétron} = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.
 $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.



a) Esquematize, na figura a seguir, a direção e o sentido das forças resultantes F_1 e F_2 , que agem sobre o elétron quando ele está nas posições indicadas por P_1 e P_2 .



- b) Calcule o potencial elétrico V , em volts, criado pelas duas esferas no ponto P_0 .
- c) Estime a menor energia cinética E , em eV, que deve ser fornecida ao elétron, para que ele ultrapasse o ponto P_0 e atinja a região à direita de P_0 na figura.

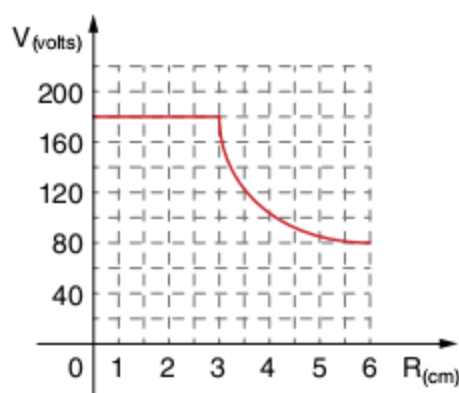
13 Mackenzie 2008 Na determinação do valor de uma carga elétrica puntiforme, observamos que, em um determinado ponto do campo elétrico por ela gerado, o potencial elétrico é de 18 kV e a intensidade do vetor campo elétrico é de 9,0 kN/C. Se o meio é o vácuo ($k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$), o valor dessa carga é:

- (a) $4,0 \mu\text{C}$ (c) $2,0 \mu\text{C}$ (e) $0,5 \mu\text{C}$
 (b) $3,0 \mu\text{C}$ (d) $1,0 \mu\text{C}$

Potencial elétrico do condutor carregado e equilíbrio eletrostático

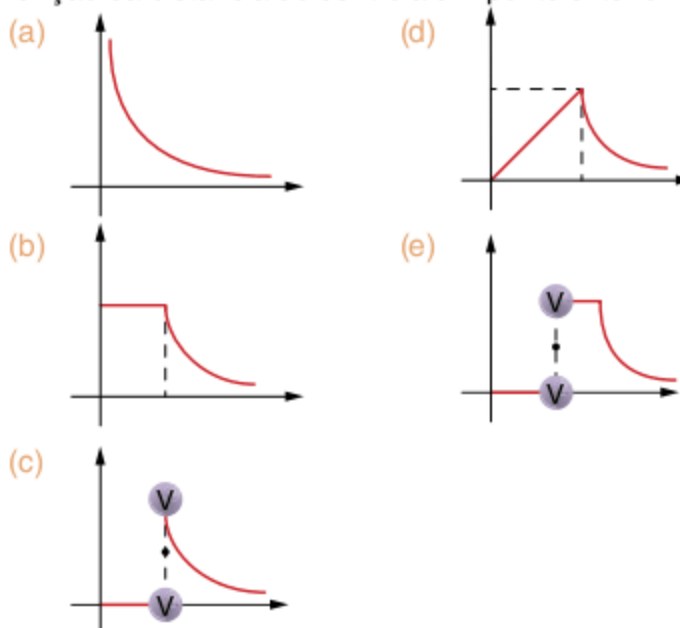
Este enunciado refere-se às questões 14 e 15.

O gráfico a seguir representa o potencial elétrico criado por uma esfera condutora uniformemente eletrizada com carga Q positiva. Considere $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.



- 14** O valor da carga da esfera é:
 (a) $1,8 \cdot 10^{-11} \text{ C}$ (c) $6,0 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ (e) $1,6 \cdot 10^9 \text{ C}$
 (b) $6,0 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ (d) $1,8 \cdot 10^{-7} \text{ C}$

15 O gráfico que representa o campo elétrico da esfera, em função da distância do centro a um ponto exterior à superfície, é:



16 Unifei 2008 O conhecimento da distribuição de cargas e do valor do campo elétrico nos materiais permite que se possam compreender os princípios físicos do funcionamento dos dispositivos eletroeletrônicos baseados nesses materiais. Suponha que um material condutor está sendo analisado. Qual das afirmativas abaixo está errada?

- (a) O módulo do campo elétrico no exterior de uma esfera uniformemente carregada depende apenas da carga total e da distância do ponto exterior ao centro da esfera.
 (b) O campo elétrico dentro de uma esfera uniformemente carregada ou no interior de uma casca cilíndrica infinitamente extensa é constante e não nulo.
 (c) O potencial elétrico em qualquer ponto dentro de um condutor é constante.
 (d) As cargas em excesso somente podem estar na superfície externa de um condutor.

17 UFSC 2009 Duas esferas condutoras isoladas têm raios R e $2R$ e estão afastadas por uma distância a . Inicialmente, a esfera maior tem um excesso de carga positiva $+q$ e a menor está neutra. Encosta-se uma esfera na outra e, em seguida, as duas são reconduzidas à posição inicial.

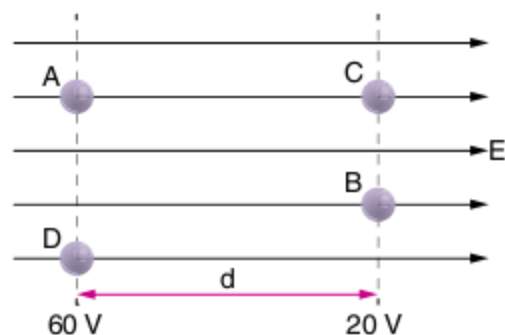
Nesta última situação, é correto afirmar que:

- 01 a força eletrostática entre as esferas é $k_0 \frac{q^2}{4a^2}$
 02 a esfera menor tem carga $+\frac{1}{3}q$ e a maior, $+\frac{2}{3}q$
 04 o potencial elétrico na esfera maior é a metade do valor do potencial na esfera menor.
 08 todo o excesso de carga da esfera menor está localizado na sua superfície.
 16 o campo elétrico no interior da esfera menor é nulo.
 32 a diferença de potencial entre quaisquer dois pontos da esfera maior é diferente de zero.

Soma =

O potencial elétrico e a energia potencial elétrica no campo elétrico uniforme

18 EN Na configuração a seguir estão representadas as linhas de força e as superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme de intensidade igual a 200 V/m.



Considere as afirmativas abaixo.

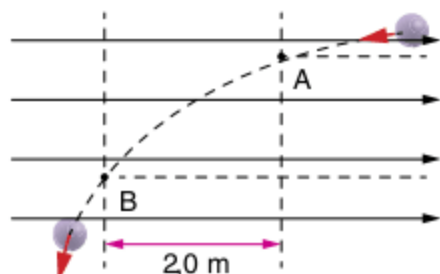
- I. A separação d entre as superfícies equipotenciais vale 0,2 m.
- II. O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar uma carga $q = 6 \mu\text{C}$ de A para C vale $24 \cdot 10^{-5} \text{ J}$.
- III. O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar uma carga $q = 6 \mu\text{C}$ de A para B é maior que o realizado de A para C.
- IV. O trabalho realizado pela força elétrica para deslocar qualquer carga elétrica de D para A é nulo.
- V. A energia potencial elétrica de uma carga localizada no ponto C é maior que a da mesma carga localizada no ponto B.

São corretas:

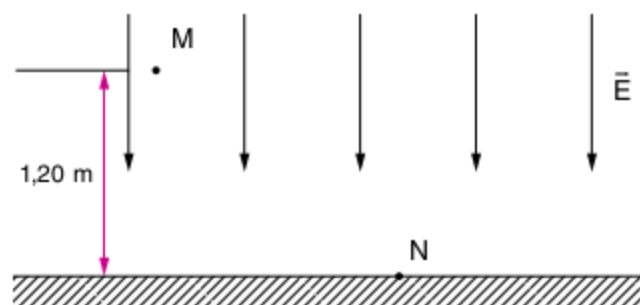
- (a) I, II, III e IV. (d) I, II, III e V.
 (b) I, II e IV. (e) III e V.
 (c) II, IV e V.

19 Uma partícula eletrizada positivamente com carga $q = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ C}$ é lançada em um campo elétrico uniforme de intensidade $4,0 \cdot 10^3 \text{ N/C}$, descrevendo o movimento representado na figura. Não há ação gravitacional.

- a) Qual a intensidade da força que atua sobre a partícula no interior do campo elétrico?
- b) Qual a variação da energia cinética da partícula entre os pontos A e B?



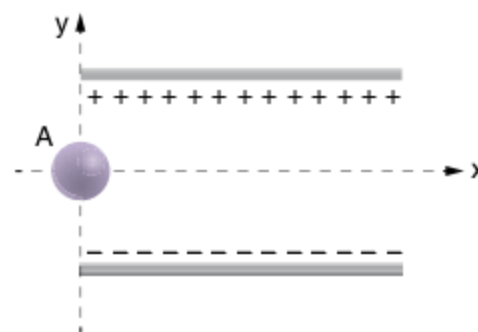
20 Unifesp 2009 A presença de íons na atmosfera é responsável pela existência de um campo elétrico dirigido e apontado para a Terra. Próximo ao solo, longe de concentrações urbanas, num dia claro e limpo, o campo elétrico é uniforme e perpendicular ao solo horizontal e sua intensidade é de 120V/m. A figura mostra as linhas de campo e dois pontos dessa região M e N.



O ponto M está a 1,20m do solo, e N está no solo. A diferença de potencial entre os pontos M e N é:

- (a) 100 V (c) 125 V (e) 144 V
 (b) 120 V (d) 134 V

21 Mackenzie 2008 As armaduras de um capacitor plano, distanciadas entre si de 1,00 mm, estão submetidas a uma ddp de 1,67 kV. Em um certo instante, um próton ($m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$; $q = + e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$) chega ao ponto A com energia de $3,34 \cdot 10^{-1} \text{ MeV}$, segundo a direção orientada do eixo x. O ponto A é a origem do sistema de referências.



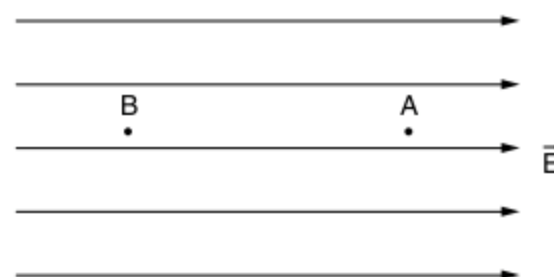
No ponto de abscissa $x = 4,00 \text{ mm}$, a ordenada de sua posição é, segundo o referencial indicado na figura, aproximadamente igual a:

- (a) $+0,20 \mu\text{m}$ (c) $+2,00 \mu\text{m}$ (e) $-20,0 \mu\text{m}$
 (b) $-0,20 \mu\text{m}$ (d) $-2,00 \mu\text{m}$

Desprezar os efeitos gravitacionais e os efeitos relativísticos.

Dado: $1 \text{ MeV} = 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J}$

22 Unifei 2007 As linhas de força de um campo elétrico uniforme estão representadas na figura abaixo.

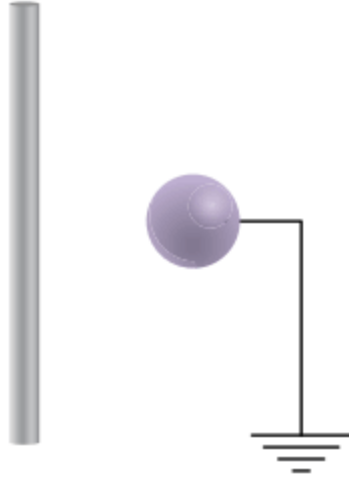


Uma carga $q = 20 \text{ mC}$ é transportada do ponto A ao ponto B. Para ser levada de A para B, a força elétrica realiza um trabalho igual a -40 J . Sabendo que o potencial em A é $V_A = 100 \text{ V}$ e o módulo do campo elétrico \vec{E} vale $1,0 \cdot 10^3 \text{ V/m}$, determine:

- a) o potencial elétrico no ponto B;
- b) a energia potencial de q no ponto B;
- c) a distância entre os pontos A e B.

Questões gerais

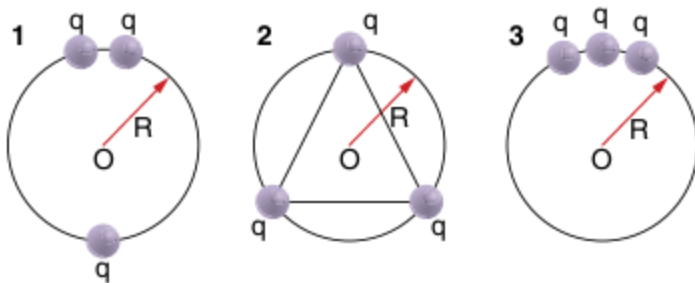
23 PUC Uma esfera condutora está colocada em um campo elétrico constante de $5,0 \text{ N/C}$ produzido por uma placa extensa, carregada com carga positiva distribuída uniformemente. Se a esfera for ligada à Terra, conforme a figura a seguir, e, depois de algum tempo, for desligada, pode-se dizer que a carga remanescente na esfera será:



- positiva, não uniformemente distribuída.
- positiva, uniformemente distribuída.
- negativa, não uniformemente distribuída.
- negativa, uniformemente distribuída.
- nula.

24 Cesgranrio Nas figuras, três cargas positivas e pontuais q são localizadas sobre a circunferência de um círculo de raio R de três maneiras diferentes. As afirmações seguintes referem-se ao potencial eletrostático em O , centro da circunferência (o zero dos potenciais está no infinito).

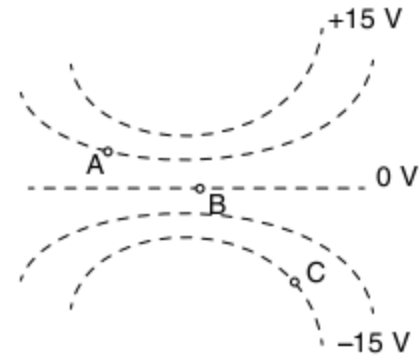
- O potencial em O nas figuras 1 e 3 é dirigido para baixo.
- O potencial em O tem o mesmo valor (não nulo) nos três casos.
- O potencial em O na figura 2 é nulo.



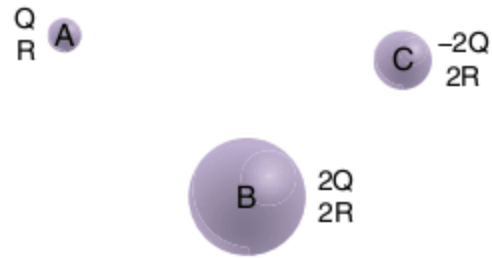
Está(ão) certa(s) a(s) afirmação(ões):

- I e II somente.
- II somente.
- III somente.
- I somente.
- I e III somente.

25 Considerando o campo elétrico de uma região, do qual se representa uma família de superfícies equipotenciais na figura a seguir, represente em A, B e C os respectivos vetores campo elétrico.



26 PUC Três esferas condutoras, uma de raio R com uma carga Q denominada esfera A, outra de raio $2R$ e carga $2Q$, denominada esfera B, e a terceira de raio $2R$ e carga $-2Q$ denominada esfera C, estão razoavelmente afastadas.

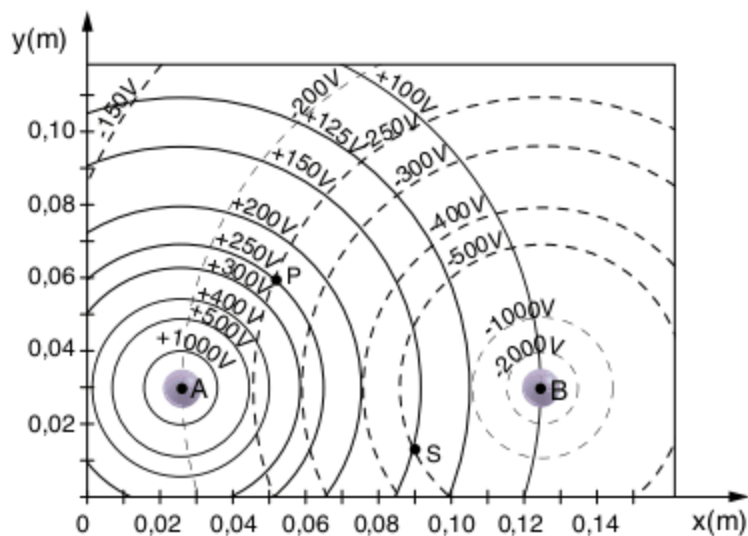


Quando elas são ligadas entre si por fios condutores longos, é correto prever que:

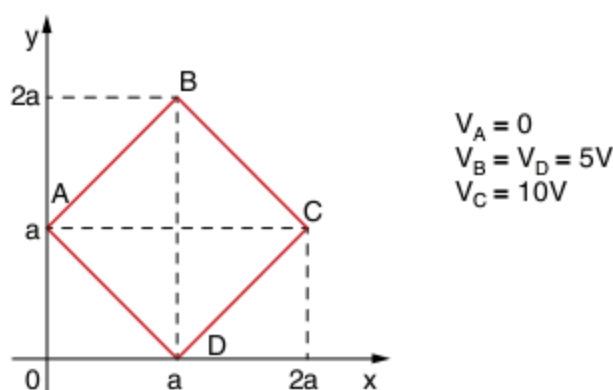
- cada uma delas terá uma carga de $Q/3$.
- A terá carga Q e B e C, cargas nulas.
- cada uma terá uma carga de $5(Q/3)$.
- A terá $Q/5$ e B e C terão $2(Q/5)$ cada uma.
- A terá Q , B terá $2Q$ e C terá $-2Q$.

27 Fuvest Duas pequenas esferas metálicas, A e B, são mantidas em potenciais eletrostáticos constantes, respectivamente, positivo e negativo. As linhas cheias do gráfico a seguir representam as interseções, com o plano do papel, das superfícies equipotenciais esféricas geradas por A, quando não há outros objetos nas proximidades. De forma análoga, as linhas tracejadas representam as interseções com o plano do papel, das superfícies equipotenciais geradas por B. Os valores dos potenciais elétricos dessas superfícies estão indicados no gráfico a seguir. As questões se referem à situação em que A e B estão na presença uma da outra, nas posições indicadas no gráfico, com seus centros no plano do papel.

- Trace em toda a extensão do gráfico a seguir, a linha de potencial $V = 0$, quando as duas esferas estão nas posições indicadas. Identifique claramente essa linha por $V = 0$.
- Determine, em volt/metro, utilizando dados do gráfico, os módulos dos campos elétricos E_{PA} e E_{PB} criados, no ponto P, respectivamente, pelas esferas A e B.
- Represente, em uma escala conveniente, no gráfico, com origem no ponto P, os vetores E_{PA} , E_{PB} e o vetor campo elétrico E_P resultante em P. Determine, a partir desta construção gráfica, o módulo de E_P em volt/metro.
- Estime o módulo do valor do trabalho τ , em joules, realizado quando uma pequena carga $q = 2,0 \text{ nC}$ é levada do ponto P ao ponto S, indicados no gráfico. ($2,0 \text{ nC} = 2,0 \text{ nanocoulombs} = 2,0 \cdot 10^{-9} \text{ C}$).



28 AFA 2009 Os valores do potencial elétrico V em cada vértice de um quadrado estão indicados na figura abaixo.

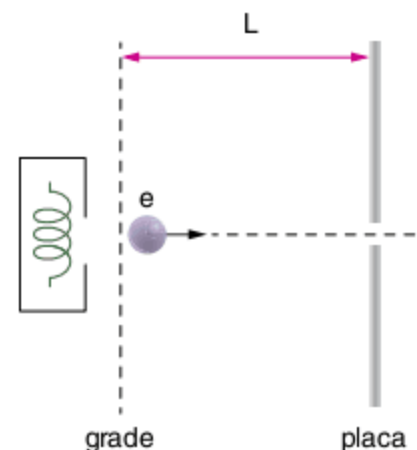


Os valores desses potenciais condizem com o fato de que o quadrado está situado num campo eletrostático:

- (a) uniforme, na direção bissetriz do 1º quadrante.
- (b) criado por duas cargas puntiformes situadas no eixo y .

- (c) criado por duas cargas puntiformes situadas nas bissetrizes dos quadrantes ímpares.
- (d) uniforme, na direção do eixo x .

29 Unesp 2006 Os elétrons de um feixe de um tubo de TV são emitidos por um filamento de tungstênio dentro de um compartimento com baixíssima pressão. Esses elétrons, com carga $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C, são acelerados por um campo elétrico existente entre uma grade plana e uma placa, separadas por uma distância $L = 12,0$ cm e polarizadas com uma diferença de potencial $V = 15$ kV. Passam então por um orifício da placa e atingem a tela do tubo. A figura ilustra esse dispositivo.



Considerando que a velocidade inicial dos elétrons é nula, calcule:

- a) o campo elétrico entre a grade e a placa, considerando que ele seja uniforme.
- b) a energia cinética de cada elétron, em joules, quando passa pelo orifício.

TEXTOS COMPLEMENTARES

Potencial elétrico da Terra

No estudo da eletrostática, o planeta Terra é considerado uma enorme esfera condutora eletrizada negativamente com carga elétrica estimada em -600.000 C.

Sendo o seu raio de aproximadamente 6.400 km, o potencial elétrico da Terra em relação ao infinito, suposta isolada no universo, vale: $V_T \approx -8 \cdot 10^8$ volts.

Embora, a rigor, o potencial resultante na Terra sofra influência das cargas elétricas dos corpos celestes vizinhos, as cargas elétricas separadas pela atividade humana praticamente não produzem efeitos sensíveis no seu potencial elétrico.

Blindagem eletrostática

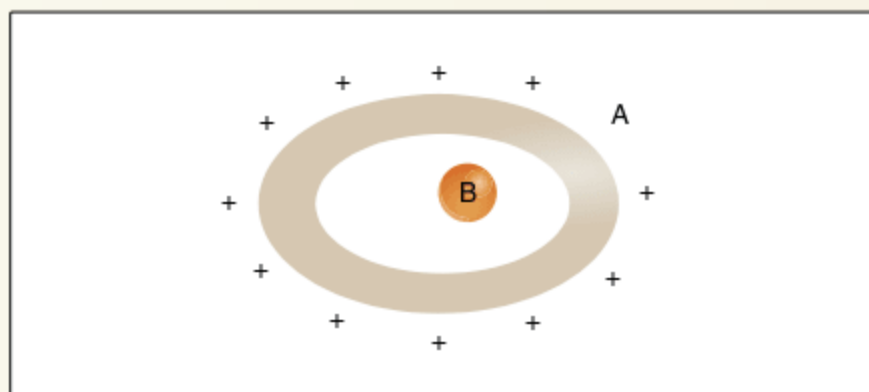
Consideremos um condutor oco (A), eletrizado ou não. Ele apresenta as mesmas propriedades que um condutor maciço: é nulo o campo elétrico em seu interior e as cargas elétricas em excesso,

Assim, para todos os efeitos, a Terra atua como um padrão invariável de potencial elétrico e, portanto, pode ser tomada como nível de referência para potenciais elétricos.

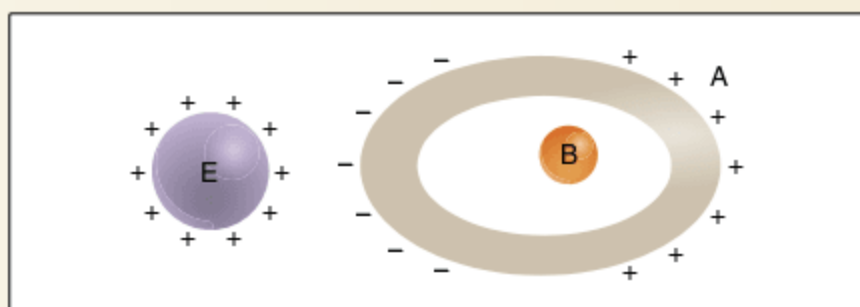
Para isso, consideramos nula sua carga elétrica e, a partir daí, convencionamos que o seu potencial elétrico é igual a zero em relação ao infinito, sendo constante e imutável em qualquer fenômeno.

Se ligarmos um condutor eletrizado negativamente à Terra, haverá escoamento dos seus elétrons em excesso para ela até que sua carga se anule (longe da presença de outros corpos que possam causar indução no condutor).

se existirem, distribuem-se pela sua superfície. Se considerarmos um corpo B, neutro, no interior de A, o campo elétrico no seu interior será nulo; mesmo que A esteja eletrizado, B não será induzido.



Se, agora, aproximarmos de A um corpo E, eletrizado, haverá indução eletrostática em A, mas não em B.



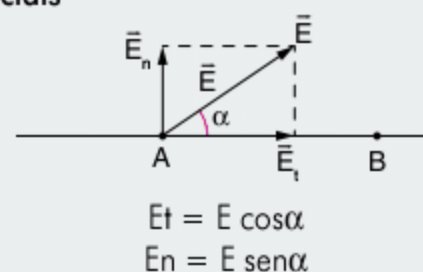
Observamos que o condutor oco A protege eletrostaticamente os corpos no seu interior. Dizemos que o condutor oco A constitui uma **blindagem eletrostática**.

A carcaça metálica de um amplificador eletrônico é uma blindagem eletrostática. A carcaça metálica de um carro ou de um ônibus é uma blindagem eletrostática.

RESUMINDO

- **Forças conservativas:** forças cujo trabalho entre dois pontos não depende da trajetória escolhida.
- **Trabalho motor:** aquele que ocorre espontaneamente, tem sinal positivo.
- **Trabalho resistente:** aquele que não ocorre espontaneamente, tem sinal negativo.
- **Energia:** capacidade de realizar trabalho ou realizar uma ação, pode ser potencial gravitacional, elástica, elétrica.
- **Energia potencial elétrica:** $E_p = \frac{KQq}{d}$
- **Sistema conservativo:** sistema em que agem somente forças conservativas, neles a quantidade de energia mecânica se mantém constante.
- **Potencial elétrico:** grandeza escalar associada a cada ponto de um campo elétrico conservativo tal que o trabalho da força elétrica entre dois pontos do campo independe da trajetória, somente dos pontos inicial e final (a diferença de potencial). $V = \pm Ed$
- **Espontaneidade e trabalho:** sistemas físicos tendem espontaneamente a minimizar sua energia potencial elétrica, portanto cargas negativas procuram espontaneamente maiores potenciais e cargas positivas procuram espontaneamente menores potenciais, da mesma forma que massas procuram espontaneamente alturas menores (potenciais menores).
- **Equipotenciais:** regiões nas quais o potencial elétrico é o mesmo em todos os pontos, portanto, o trabalho da força elétrica para levar uma carga de um ponto a outro da mesma equipotencial é nulo. Podem ser superfícies esféricas no espaço ou linhas no plano. Para o campo elétrico uniforme as equipotenciais são sempre perpendiculares à direção definida pelas linhas de força.

- **Linhas de campo:** sempre se orientam no sentido de menor potencial. Linhas de campo não podem nascer e morrer em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático, já que esse condutor encontra-se todo em um mesmo potencial elétrico.
- **Perpendicularidade das linhas de campo e superfícies equipotenciais**



- **Potencial elétrico devido a cargas puntiformes**

$$V_p = V(d = D) \frac{KQ}{D}$$
- **Potencial elétrico gerado por várias cargas puntiformes**

$$V_p = \frac{KQ_1}{r_1} + \frac{K(-Q_2)}{r_2} + \frac{KQ_3}{r_3} + \dots + \frac{KQ_n}{r_n}$$
- **Potencial elétrico do condutor carregado:** deve ser o mesmo em todos os pontos do condutor, na sua superfície ou no seu interior.
- **Potencial elétrico do condutor esférico uniformemente carregado**

Interior e superfície: $V_{\text{int}} = V_{\text{sup}} = \frac{KQ}{R}$

Exterior: $V_{\text{externo}} = \frac{KQ}{r}$

■ QUER SABER MAIS?



SITES

- Trabalho independente da trajetória em um campo conservativo
<http://demonstrations.wolfram.com/WorksIndependentOfPathInAConservativeField>.

- Bactérias eletrizantes
<http://revistaspesquisa.fapesp.br/?art=4029&bd=1&pg=1&lg=>>.

Exercícios complementares

Trabalho em campos conservativos e superfícies equipotenciais

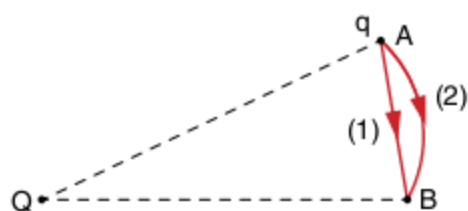
1 Num campo elétrico, leva-se uma carga puntiforme $q = 5 \cdot 10^{-6}$ C de um ponto A até um ponto B. O trabalho da força elétrica é de -10^{-4} J. Qual a ddp entre os pontos A e B?

2 Dois pontos A e B de um campo elétrico têm potenciais iguais a 150 V e 100 V, respectivamente, em relação a um certo ponto de referência. Qual o novo potencial de A, adotando-se B como referencial?

3 FEI A diferença de potencial elétrico entre dois pontos A e B é $V_A - V_B = 10$ V. O trabalho realizado pela força elétrica no transporte de uma carga $q = 2,0 \mu\text{C}$ de A para B é, em Joule:

(a) $5,0 \cdot 10^{-6}$ (c) $2,0 \cdot 10^{-5}$ (e) zero
 (b) $-5,0 \cdot 10^{-6}$ (d) $-2,0 \cdot 10^{-5}$

4 No campo de uma carga elétrica puntiforme Q, o trabalho da força elétrica que atua em q, no deslocamento de A até B, segundo a trajetória (1), é τ_1 e, segundo a trajetória (2), τ_2 .



Desse modo, deve-se ter:

- (a) $\tau_1 > \tau_2$ (d) $\tau_1 = 0$ e $\tau_2 \neq 0$
 (b) $\tau_1 < \tau_2$ (e) $\tau_2 = 0$ e $\tau_1 \neq 0$
 (c) $\tau_1 = \tau_2$

5 O trabalho das forças elétricas que atuam numa carga elétrica puntiforme q, quando essa se desloca de A até B, é:

- (a) igual ao produto da carga elétrica q pela diferença entre as intensidades dos campos elétricos em A e B, nessa ordem.
 (b) dependente da trajetória seguida entre os pontos A e B.
 (c) sempre positivo.
 (d) sempre negativo.
 (e) nulo, se A e B tivessem o mesmo potencial elétrico.

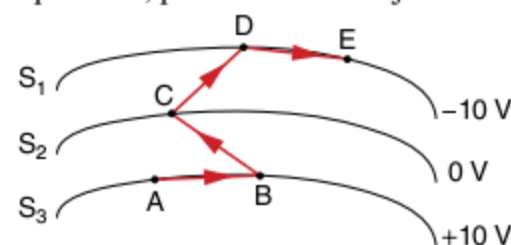
6 Examine as afirmativas a seguir.

- I. Se F é o módulo da força eletrostática que atua sobre uma carga q colocada num certo ponto, o produto $F \cdot q$ representa a intensidade do campo elétrico nesse ponto.
- II. O vetor campo elétrico, em um ponto, tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido da força que atua sobre uma carga positiva colocada nesse ponto.
- III. O potencial elétrico é uma grandeza vetorial, cuja intensidade obedece à Lei do inverso do quadrado das distâncias.
- IV. O potencial elétrico é uma grandeza escalar, e corresponde à energia potencial elétrica adquirida por unidade de carga colocada num ponto de um campo elétrico.

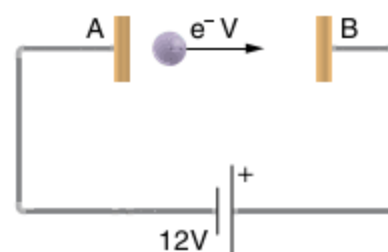
Para a resposta, use o código a seguir:

- (a) se somente I e II estiverem corretas.
 (b) se somente II e IV estiverem corretas.
 (c) se somente I e III estiverem corretas.
 (d) se todas estiverem corretas.
 (e) se todas estiverem erradas.

7 Considere as superfícies equipotenciais a seguir, S_1 , S_2 e S_3 , com seus respectivos potenciais elétricos indicados, e determine o trabalho para se transportar uma carga de 2 Coulombs, do ponto A ao ponto E, percorrendo a trajetória indicada:



8 Cesesp Na figura a seguir, a placa A é aquecida liberando elétrons com velocidades muito pequenas, praticamente nulas. Devido à bateria de 12 volts, esses elétrons são acelerados para a placa B.

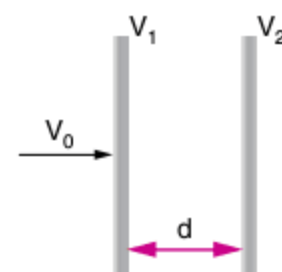


A velocidade dos elétrons, ao atingirem a placa, será aproximadamente (em m/s):

Dado para o elétron: $\frac{e}{m} = 1,7 \cdot 10^{11}$ C/Kg.

- (a) $2,0 \cdot 10^4$ (d) $3,0 \cdot 10^8$
 (b) $5,0 \cdot 10^7$ (e) $4,0 \cdot 10^5$
 (c) $2,0 \cdot 10^6$

9 Vunesp Uma partícula de carga q positiva e massa m, tal que $m/q = 1,0 \cdot 10^{-8}$ kg/C, penetra, perpendicularmente, com velocidade $v_0 = 4,0 \cdot 10^5$ m/s, por um orifício, entre duas placas planas e paralelas (ver figura). As placas estão submetidas aos potenciais V_1 e V_2 , com $V_2 > V_1$, separadas por uma distância d. Qual deve ser a diferença de potencial $\Delta V = V_2 - V_1$, para que a partícula chegue na placa 2 com velocidade nula?



10 Uma superfície equipotencial de um campo elétrico é um local do espaço onde todos os pontos estão a um mesmo potencial elétrico. Afirma-se, corretamente, que o trabalho desenvolvido para uma carga livre ir de um ponto a outro ao longo de uma destas superfícies é nulo porque:

- (a) o campo elétrico é sempre perpendicular às superfícies equipotenciais.
- (b) a força elétrica é, nestes casos, nula.
- (c) o deslocamento de uma superfície inexistente.
- (d) a diferença de potencial entre dois pontos de uma superfície equipotencial é sempre constante e diferente de zero.
- (e) uma linha de campo está sempre inteiramente contida em uma superfície equipotencial.

11 FCMSC As linhas de força de um campo elétrico são:

- (a) perpendiculares às superfícies equipotenciais e dirigidas dos pontos de menor potencial para os de maior potencial.
- (b) perpendiculares às superfícies equipotenciais e dirigidas dos pontos de maior para os de menor potencial.
- (c) inclinadas em relação às superfícies equipotenciais.
- (d) tangentes às superfícies equipotenciais.
- (e) necessariamente retilíneas e suas direções nada têm a ver com as superfícies equipotenciais.

12 Unip A respeito das linhas de força de um campo eletrostático, assinale a opção falsa.

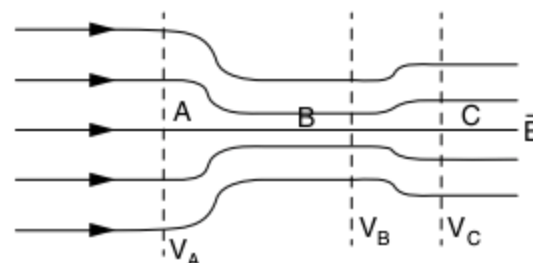
- (a) À medida que caminhamos ao longo da linha de força e no seu sentido, o potencial elétrico vai diminuindo.
- (b) As linhas de força não podem ser fechadas.
- (c) As linhas de força encontram perpendicularmente as superfícies equipotenciais.
- (d) No interior de um condutor em equilíbrio eletrostático não existem linhas de força.
- (e) A linha de força pode “nascer” e “morrer” em um mesmo condutor em equilíbrio eletrostático.

13 Cefet Sobre a superfície equipotencial, definida como lugar geométrico do espaço formado por pontos de um mesmo potencial elétrico, podemos afirmar que a alternativa errada é:

- (a) Todos seus pontos apresentam potenciais iguais, pela própria definição.
- (b) O trabalho para movimentar uma partícula eletrizada sobre ela é nulo, pois a força elétrica sobre ela é normal à trajetória.
- (c) As linhas de força são sempre perpendiculares à superfície equipotencial.
- (d) Duas superfícies equipotenciais de potenciais diferentes se interceptam em apenas um único ponto do espaço.
- (e) Uma carga puntiforme isolada tem superfícies equipotenciais, que são superfícies esféricas concêntricas à carga que as gera.

Este enunciado refere-se às questões 14 e 15.

Ao se mapear uma região do espaço onde existe um campo elétrico produzido por uma determinada distribuição de carga, encontrou-se o seguinte conjunto de linhas de força:



14 A respeito das intensidades do campo elétrico nos pontos A, B e C, podemos afirmar que:

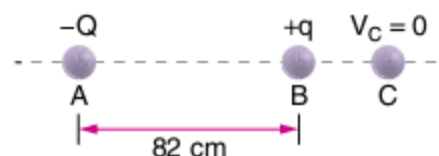
- (a) $E_A = E_B$
- (b) $E_A > E_B$
- (c) $E_A > E_C$
- (d) $E_B > E_C$
- (e) $E_A = E_C$

15 A respeito dos potenciais V_A , V_B e V_C das equipotenciais que passam pelos pontos A, B e C, podemos afirmar que:

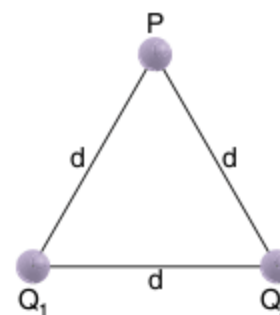
- (a) $V_A = V_B$
- (b) $V_A > V_C$
- (c) $V_C > V_B$
- (d) $V_B > V_A$
- (e) $V_C > V_A$

Potencial elétrico e energia potencial elétrica devido a cargas puntiformes

16 Duas cargas elétricas $-Q$ e $+q$ são mantidas nos pontos A e B, que distam 82 cm um do outro (ver figura). Ao se medir o potencial elétrico no ponto C, à direita de B e situado sobre a reta que une as cargas, encontra-se um valor nulo. Se $|Q| = 3|q|$, qual o valor em centímetros da distância BC?



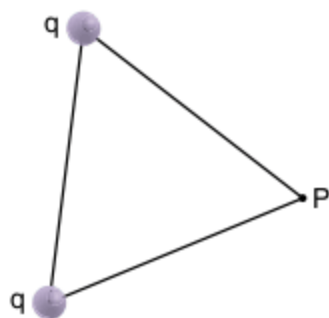
17 Unirio A figura a seguir mostra duas cargas elétricas puntiformes $Q_1 = +10^{-6} \text{ C}$ e $Q_2 = -10^{-6} \text{ C}$ localizadas nos vértices de um triângulo equilátero de lado $d = 0,3 \text{ m}$. O meio é o vácuo, cuja constante eletrostática é $k_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$. O potencial elétrico e a intensidade do campo elétrico resultantes no ponto P são, respectivamente:



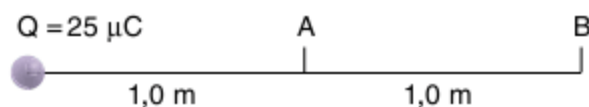
- (a) 0 V; 10^5 V/m
- (b) 0 V; $\sqrt{3} \cdot 10^5 \text{ V/m}$
- (c) $3 \cdot 10^4 \text{ V}$; $\sqrt{3} \cdot 10^5 \text{ V/m}$
- (d) $6 \cdot 10^4 \text{ V}$; 10^5 V/m
- (e) $6 \cdot 10^4 \text{ V}$; $2 \cdot 10^5 \text{ V/m}$

18 UFPE A figura a seguir mostra duas cargas iguais $q = 1,0 \cdot 10^{-11} \text{ C}$, colocadas em dois vértices de um triângulo equilátero de lado igual a 1 cm. Qual o valor, em Volts, do potencial elétrico no terceiro vértice do triângulo (ponto P)?

Dado: $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.



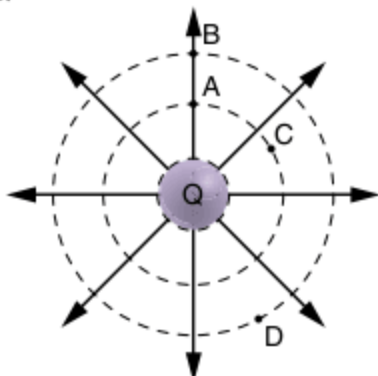
19 Mackenzie Um partícula eletrizada com carga $q = 1 \mu\text{C}$ e massa 1 g é abandonada em repouso, no vácuo ($K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$), num ponto A distante $1,0 \text{ m}$ de outra carga $Q = 25 \mu\text{C}$, fixa.



A velocidade da partícula, em m/s , quando passa pelo ponto B, distante $1,0 \text{ m}$ de A é:

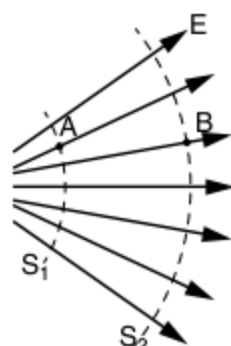
- (a) 1 (c) 8 (e) 15
 (b) 5 (d) 10

20 UFV Na figura a seguir estão representadas algumas linhas de força do campo criado pela carga Q . Os pontos A, B, C e D estão sobre circunferências centradas na carga. Assinale a alternativa falsa.



- (a) Os potenciais elétricos em A e C são iguais.
 (b) O potencial elétrico em A é maior do que em D.
 (c) Uma carga elétrica positiva colocada em A tende a se afastar da carga Q .
 (d) O trabalho realizado pelo campo elétrico para deslocar uma carga de A para C é nulo.
 (e) O campo elétrico em B é mais intenso do que em A.

21 Unioeste Numa certa região do espaço, sob vácuo, existe uma única carga puntiforme Q , que produz o campo elétrico E representado na figura a seguir, onde se pode observar ainda os pontos A e B, respectivamente, sobre as superfícies equipotenciais S_1 e S_2 .



Sabe-se ainda que no ponto A o potencial elétrico é 180 kV e a intensidade do campo elétrico é $9,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$ e que no ponto B o potencial é 60 kV . De acordo com estes dados, e tendo em vista os conceitos relativos à eletrostática e os prefixos das unidades do Sistema Internacional, assinale a(s) alternativa(s) correta(s).

- 01 A superfície equipotencial S_1 é uma superfície esférica com centro sobre a carga Q e com raio igual a $0,2 \text{ m}$.
 02 A distância entre as superfícies equipotenciais S_1 e S_2 é igual a $0,4 \text{ m}$.
 04 Conforme estes dados, a carga Q é positiva e possui módulo igual a $4 \mu\text{C}$.
 08 Ao se colocar uma carga puntiforme $q = +2 \text{ pC}$ no ponto A, ela fica sujeita a uma força de intensidade igual a $1,8 \mu\text{N}$ cujo sentido é oposto ao sentido do campo elétrico.
 16 A diferença de potencial entre os pontos A e B é $V_A - V_B = 120 \text{ kV}$.
 32 O trabalho realizado pelo campo elétrico para levar uma carga igual a $+3 \text{ pC}$ do ponto A até o ponto B é igual a 360 nJ .
 64 A energia potencial elétrica do sistema é igual a 480 mJ .
 Soma =

22 Unirio Quando duas partículas eletrizadas com cargas simétricas são fixadas em dois pontos de uma mesma região do espaço, verifica-se, nesta região, um campo elétrico resultante que pode ser representado por linhas de força. Sobre essas linhas de força é correto afirmar que se originam na carga:

- (a) positiva e podem cruzar-se entre si.
 (b) positiva e não se podem cruzar entre si.
 (c) positiva e são paralelas entre si.
 (d) negativa e podem cruzar-se entre si.
 (e) negativa e não se podem cruzar entre si.

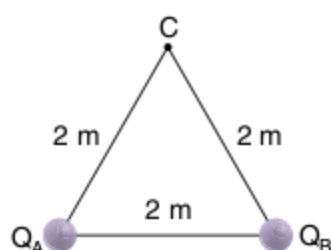
23 Quando duas partículas eletrizadas com cargas que se repelem são aproximadas, a energia potencial do sistema formado pelas partículas:

- (a) aumenta.
 (b) diminui.
 (c) fica constante.
 (d) diminui e logo depois aumenta.
 (e) aumenta e logo depois permanece constante.

24 Numa região onde o meio é o vácuo, são colocadas duas partículas eletrizadas, com cargas de $+5,0 \mu\text{C}$ e $-3,0 \mu\text{C}$, em dois pontos A e B, respectivamente. Sabe-se que a distância entre os dois pontos é de $2,0 \text{ m}$ e que o valor da constante eletrostática do vácuo é $9,0 \cdot 10^9$ unidades do SI. Determine:

- a) a intensidade do campo elétrico do ponto M, médio, do segmento AB;
 b) o valor do potencial no ponto M;
 c) a intensidade da força que apareceria numa carga de prova de $+2,0 \mu\text{C}$, se a mesma fosse colocada no ponto M;
 d) a energia potencial elétrica adquirida pela referida carga de prova, em M.

25 Nos vértices A e B do triângulo equilátero representado a seguir, foram fixadas duas partículas eletrizadas com cargas $Q_A = +6,0 \mu\text{C}$ e $Q_B = -4,0 \mu\text{C}$.



Considerando a constante eletrostática do meio igual a $1,0 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, determine:

- o potencial elétrico resultante no vértice C;
- a energia potencial elétrica armazenada no sistema;
- a energia potencial adquirida por uma carga de prova $q = +2,0 \mu\text{C}$, ao ser colocada no vértice C.

26 Num meio de constante eletrostática igual a $9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, são colocadas duas cargas puntiformes Q_A e Q_B distantes 40 cm uma da outra. Sabe-se que a carga Q_A é positiva, enquanto Q_B é negativa. Sabe-se, ainda, que, no ponto médio de AB, o campo elétrico resultante tem intensidade igual a $1,8 \cdot 10^3 \text{ N/C}$ e o potencial elétrico vale -90 V . Determine os valores de Q_A e Q_B .

27 Mackenzie Num ponto A do universo, constata-se a existência de um campo elétrico de intensidade $9,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$, devido exclusivamente a uma carga puntiforme Q situada a 10 cm dele. Num outro ponto B, distante 30 cm da mesma carga, o vetor campo elétrico tem intensidade $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/C}$. A ddp entre A e B é:

- $8,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
- $6,0 \cdot 10^5 \text{ V}$
- $6,0 \cdot 10^4 \text{ V}$
- $2,0 \cdot 10^4 \text{ V}$
- $1,8 \cdot 10^4 \text{ V}$

28 Numa região onde a constante eletrostática vale $1,0 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, são fixadas duas partículas eletrizadas positivamente com cargas Q_A e Q_B , distanciadas entre si de 1,0 m. Uma carga de prova de $2,0 \mu\text{C}$ é colocada no segmento AB, a 60 cm de Q_A , permanecendo em repouso apesar de adquirir uma energia potencial elétrica igual a 1,0 J. Quais os valores de Q_A e de Q_B ?

Potencial elétrico do condutor carregado e equilíbrio eletrostático

29 Que carga elétrica deve receber uma esfera condutora de 60 cm de raio para que, no vácuo, adquira um potencial igual a -120 kV ?

Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

30 Uma esfera condutora de raio R é eletrizada com uma carga de $4,0 \mu\text{C}$. Qual é o valor de R , sabendo-se que a 70 cm da superfície da esfera, no vácuo, o potencial vale 30 kV? Considere, nos cálculos, a constante eletrostática do vácuo igual a $9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ (ponto externo à esfera).

31 Uma esfera condutora de 30 cm de raio é eletrizada com uma carga de $8,0 \mu\text{C}$. Determinar:

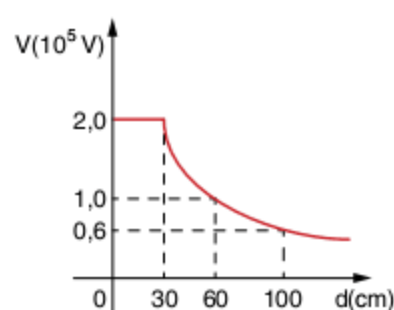
- o potencial da esfera;
- o potencial de um ponto externo localizado a 60 cm da superfície da esfera.

Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

32 Uma esfera condutora possui raio de 20 cm e uma carga elétrica $Q = +4,0 \mu\text{C}$. Qual a intensidade do campo elétrico e qual o valor do potencial elétrico em um ponto situado a 10 cm do centro da esfera?

Dado: $K_0 = 9,0 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

33 O gráfico a seguir representa o potencial criado por uma esfera condutora eletrizada em função da distância ao seu centro.



Sabendo-se que a constante eletrostática do meio vale $1,0 \cdot 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$, determinar:

- o raio da esfera;
- a carga elétrica existente na esfera.

34 UFPA Considere um condutor esférico de raio R , eletrizado e em equilíbrio eletrostático, num meio material homogêneo e isotrópico.

Nessas condições, indique a soma correspondente aos valores numéricos das afirmações corretas.

- O módulo da força elétrica entre o condutor e uma carga de prova independe da natureza do meio.
- O módulo do vetor campo elétrico, no interior do condutor, é nulo.
- O vetor campo elétrico tem direção radial, em cada ponto da superfície do condutor.
- A diferença de potencial, entre dois pontos internos do condutor, é constante e diferente de zero.

16 A capacitância do condutor depende de R .

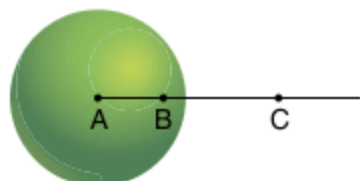
Soma =

35 Unirio Analise as afirmativas e assinale aquela que não condiz com a verdade.

- O campo elétrico no interior de uma esfera metálica eletrizada e em equilíbrio eletrostático é nulo, quer seja ela maciça ou oca.
- A superfície de um condutor em equilíbrio eletrostático é uma equipotencial.
- Mantendo-se um condutor em equilíbrio eletrostático, o trabalho realizado para mover uma partícula eletrizada ao longo de sua superfície independe da intensidade do campo elétrico.

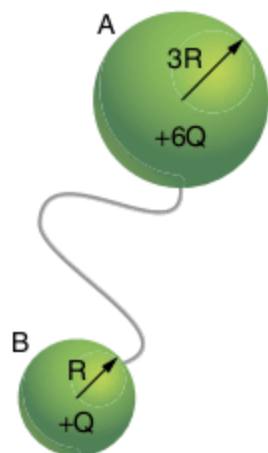
- (d) Para um condutor esférico eletrizado positivamente, o potencial gerado por sua carga varia, diminuindo com o inverso da distância ao seu centro.
- (e) O campo elétrico criado por uma esfera metálica eletrizada e em equilíbrio eletrostático pode ser calculado em pontos externos, supondo-se que toda a carga esteja concentrada no centro da esfera.

36 Consideremos um condutor esférico eletrizado positivamente e em equilíbrio eletrostático. Sejam V_A , V_B e V_C os potenciais elétricos nos pontos A, B e C indicados na figura, pode-se afirmar que:



- (a) $V_A > V_B > V_C$
- (b) $V_A < V_B > V_C$
- (c) $V_A = V_B = V_C$
- (d) $V_A = V_B > V_C$
- (e) $V_A > V_B = V_C$

37 FM Duas esferas A e B, de raios $3R$ e R , estão isoladas e em equilíbrio eletrostático. Ambas estão eletrizadas com cargas positivas $6Q$ e Q , respectivamente.



Interligando-as com fio metálico, podemos afirmar que:

- (a) os elétrons vão de B para A.
- (b) os elétrons vão de A para B.
- (c) cargas positivas movimentar-se-ão de A para B.
- (d) não há passagem de cargas elétricas.
- (e) cargas positivas movimentar-se-ão de B para A.

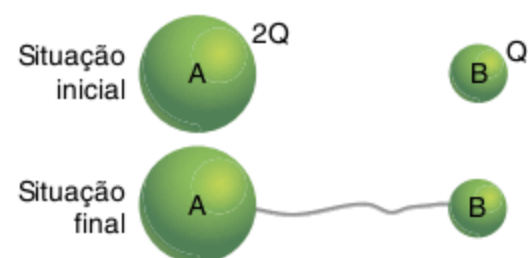
38 FM Considere um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático. Das afirmativas seguintes, qual não é verdadeira?

- (a) Apesar de o condutor estar eletrizado, o campo elétrico é nulo em seu interior.
- (b) Se o condutor estiver eletrizado positivamente, a carga estará distribuída em sua superfície.
- (c) Todos os pontos do condutor estão no mesmo potencial.
- (d) Em qualquer ponto externo ao condutor e bem próximo, o campo elétrico tem a mesma intensidade.
- (e) Se o condutor estiver negativamente eletrizado, a carga estará distribuída em sua superfície.

39 Unirio Assinale a afirmação correta.

- (a) Um condutor encontra-se em equilíbrio eletrostático quando nele ocorre um movimento ordenado de cargas elétricas.
- (b) A intensidade do campo elétrico no interior de um condutor eletrizado é proporcional ao seu volume.
- (c) O potencial elétrico em qualquer ponto de um condutor em equilíbrio eletrostático é o mesmo.
- (d) O potencial elétrico num ponto qualquer de um condutor esférico é inversamente proporcional à distância do centro do condutor ao ponto.
- (e) O campo elétrico no interior de um condutor esférico em equilíbrio eletrostático é proporcional à distância do centro do condutor ao ponto.

40 PUC Uma esfera condutora A de raio $2R$ tem uma carga positiva $2Q$, e está bem distante de outra esfera condutora B de raio R , que está carregada com uma carga Q .



Se elas forem ligadas por um fio condutor, a distribuição final das cargas será:

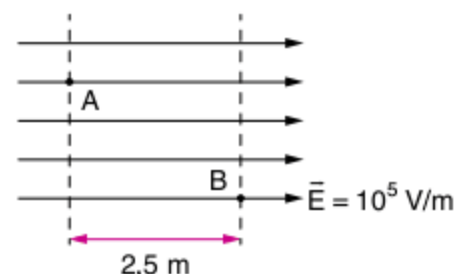
- (a) $2Q$ em cada uma delas.
- (b) Q em cada uma delas.
- (c) $3Q/2$ em cada uma delas.
- (d) $2Q$ em A e Q em B.
- (e) Q em A e $2Q$ em B.

41 PUC O funcionamento de um para-raios é baseado:

- (a) na indução eletrostática e no poder das pontas.
- (b) na blindagem eletrostática e no poder das pontas.
- (c) na indução e na blindagem eletromagnética.
- (d) no efeito Joule e no poder das pontas.
- (e) no efeito Joule e na indução eletrostática.

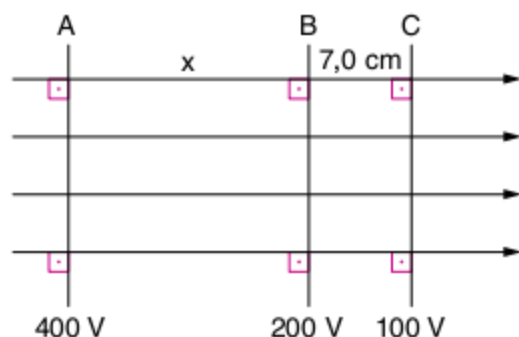
O potencial elétrico e a energia potencial elétrica no campo elétrico uniforme

42 A diferença de potencial entre os pontos A e B vale:



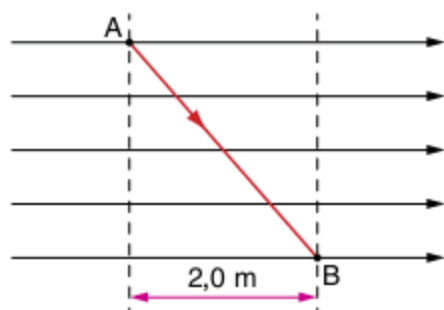
- (a) $2,5 \cdot 10^8 \text{ V}$
- (b) $2,5 \cdot 10^5 \text{ V}$
- (c) $2,5 \cdot 10^2 \text{ V}$
- (d) $2,5 \text{ V}$
- (e) n.d.a.

43 A figura mostra linhas de força e equipotenciais de um campo elétrico uniforme:

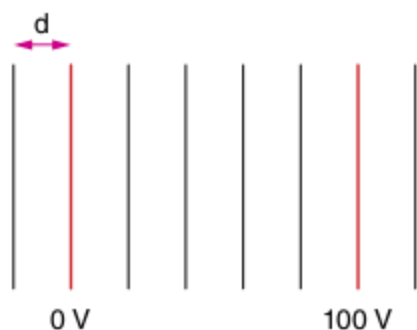


Com os dados fornecidos, determine a distância x entre as equipotenciais A e B.

44 No esquema a seguir, representa-se um campo elétrico uniforme de intensidade $E = 8,0 \cdot 10^4 \text{ V/m}$. Uma carga puntiforme $q = 2,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ é deslocada de A a B, conforme a trajetória indicada. Qual é o trabalho da força elétrica realizado sobre a carga nesse deslocamento?

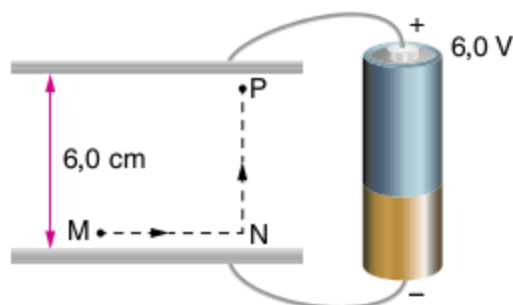


45 Na figura a seguir, estão representadas as superfícies equipotenciais, planas, paralelas e separadas pela distância $d = 2 \text{ cm}$, referentes a um campo elétrico uniforme:

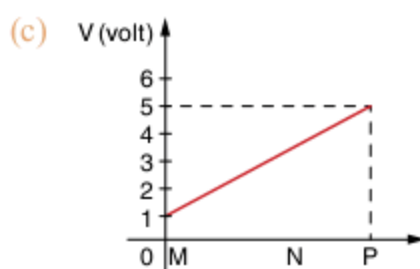
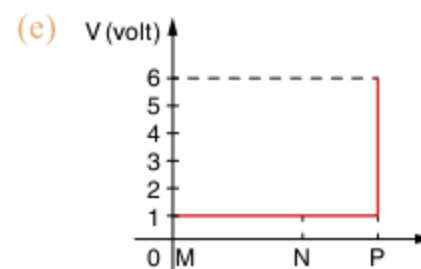
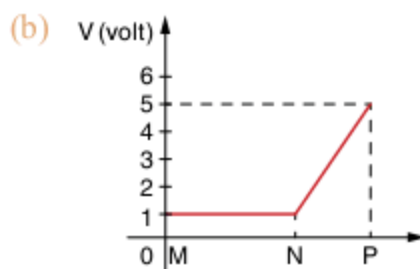
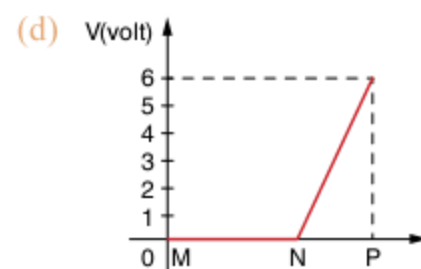
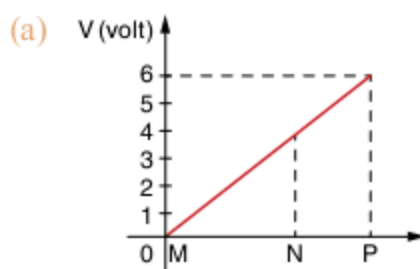


Determine a direção, o sentido e o módulo do campo elétrico.

46 Duas placas condutoras paralelas, distando $6,0 \text{ cm}$ uma da outra, estão ligadas a uma pilha de $6,0 \text{ V}$. O potencial da placa inferior é zero. Os pontos M e P distam $1,0 \text{ cm}$, respectivamente, da placa inferior (-) e da placa superior (+). O segmento MN é paralelo às placas.



Ao se percorrer o caminho $M \rightarrow N \rightarrow P$, o potencial elétrico varia em função da distância como no gráfico:

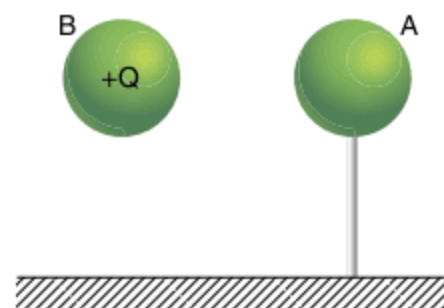


47 A figura a seguir representa uma família de superfícies equipotenciais de um campo elétrico uniforme. Desenhe um feixe de linhas de força convenientemente orientadas a fim de representar qualitativamente este campo.



Questões gerais

48 Fuvest Duas esferas metálicas A e B estão próximas uma da outra. A esfera A está ligada à Terra, cujo potencial é nulo, por um fio condutor.



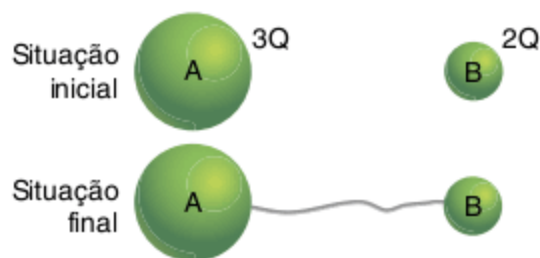
A esfera B está isolada e carregada com carga $+Q$. Considere as seguintes afirmações.

- I. O potencial da esfera A é nulo.
- II. A carga total da esfera A é nula.
- III. A força elétrica total sobre a esfera A é nula.

Está correto apenas o que se afirma em:

- (a) I.
- (b) I e II.
- (c) I e III.
- (d) II e III.
- (e) I, II e III.

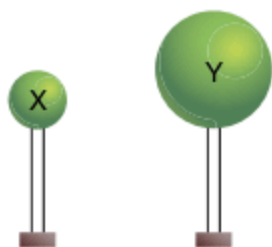
49 Uma esfera condutora A de raio $2R$ tem uma carga positiva $3Q$, e está bem distante de outra esfera condutora B de raio R , que está carregada com uma carga $2Q$.



Se elas forem ligadas por um fio condutor, a distribuição final das cargas será:

- (a) $5/2 Q$ em cada uma delas. (d) $3Q$ em A e $2Q$ em B.
 (b) $5Q$ em cada uma delas. (e) $10Q/3$ em A e $5Q/3$ em B.
 (c) $3Q/2$ em cada uma delas.

50 Considere duas esferas metálicas X e Y, sobre suportes isolantes, carregadas positivamente.



A carga de X é $2Q$ e a de Y é Q . O raio da esfera Y é o dobro do raio da esfera X. As esferas são postas em contato através de um fio condutor, de capacidade elétrica irrelevante, até ser estabelecido o equilíbrio eletrostático. Nesta situação, as esferas X e Y terão cargas elétricas respectivamente iguais a:

- (a) Q e $2Q$ (c) $3Q/2$ e $3Q/2$
 (b) $2Q$ e Q (d) $Q/2$ e Q

51 FEI Duas esferas condutoras de raios $R_1 = 10 \text{ cm}$ e $R_2 = 15 \text{ cm}$ estão eletrizadas, no vácuo, e os seus potenciais são, respectivamente, $V_1 = 1.000 \text{ V}$ e $V_2 = 2.000 \text{ V}$. As esferas são colocadas em contato e depois afastadas uma da outra. Qual o novo potencial de cada esfera?

52 Em relação à superfície de um condutor eletrizado e em equilíbrio eletrostático, pode-se afirmar que:

- I. a direção do vetor de campo elétrico é normal à superfície, em cada ponto.
 II. o trabalho para que se mova uma carga elétrica ao longo da superfície é independente da intensidade do campo, suposto mantido o equilíbrio eletrostático.
 III. ela não é equipotencial.
- (a) Somente a afirmativa I é correta.
 (b) Somente a afirmativa II é correta.
 (c) Somente a afirmativa III é correta.
 (d) São corretas I e II.
 (e) São corretas II e III.

53 UFF Dadas as afirmativas:

- I. Na superfície de um condutor, eletrizado e em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico é normal à superfície.

- II. Na superfície de um condutor, eletrizado e em equilíbrio eletrostático, o potencial é constante.
 III. Na superfície de um condutor, eletrizado e em equilíbrio eletrostático, a densidade superficial de carga é maior em pontos de menor raio de curvatura.

Podemos afirmar que:

- (a) somente a I está correta.
 (b) somente a II está correta.
 (c) somente a III está correta.
 (d) todas estão corretas.
 (e) nenhuma delas está correta.

54 Osec Uma esfera metálica oca, de $9,0 \text{ m}$ de raio, recebe a carga de $45,0 \text{ nC}$. O potencial a $3,0 \text{ m}$ do centro da esfera é:

- (a) zero (d) 90 volts
 (b) 135 volts (e) n.d.a.
 (c) 45 volts

55 Unicamp Duas esferas condutoras A e B, distantes, possuem o mesmo raio R e estão carregadas com cargas $Q_A = -q$ e $Q_B = +2q$, respectivamente. Uma terceira esfera condutora C, de mesmo raio R porém descarregada, é trazida desde longe e é levada a tocar primeiramente a esfera A, depois a esfera B e em seguida é levada novamente para longe.

- a) Qual é a diferença de potencial entre as esferas A e B antes de a esfera C tocá-las?
 b) Qual é a carga final da esfera C?

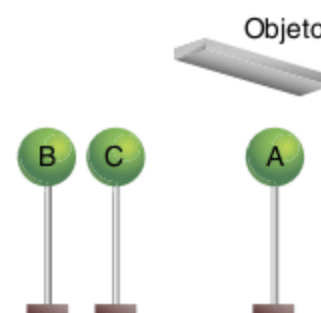
56 UFU Uma esfera condutora de raio $R = 10 \text{ cm}$ encontra-se isolada e carregada com uma carga $Q = -8,0 \cdot 10^{-2} \text{ C}$.

Pede-se:

- a) a quantidade de elétrons que a esfera deve perder para ficar neutra;
 b) o módulo do campo elétrico na superfície da esfera;
 c) o trabalho para deslocar uma carga de prova $q_0 = 1,0 \mu\text{C}$ do infinito à superfície da esfera.

Dados: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

57 Fuvest A figura a seguir ilustra três esferas condutoras, inicialmente neutras, isoladas da Terra por meio de hastes adequadas. As esferas B e C estão em contato entre si. Toca-se a esfera A com um objeto eletrizado e, após isso, separam-se as esferas B e C. Verifica-se que a esfera C recebeu cerca de 10^6 elétrons.

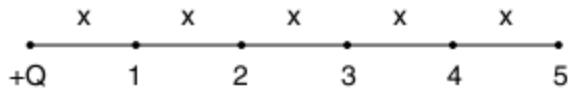


- a) Qual o sinal da carga do objeto que eletrizou a esfera A? Justifique.
 b) Sabendo-se que a carga de um elétron é igual a $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; qual a carga da esfera B após o experimento acima descrito?

58 PUC Um corpúsculo eletrizado é abandonado num ponto de um campo elétrico. A trajetória por ele seguida, sob a ação do campo:

- (a) é certamente uma linha de força.
- (b) nunca poderá ser uma linha de força.
- (c) está contida numa superfície equipotencial.
- (d) é certamente curvilínea.
- (e) pode coincidir com uma linha de força.

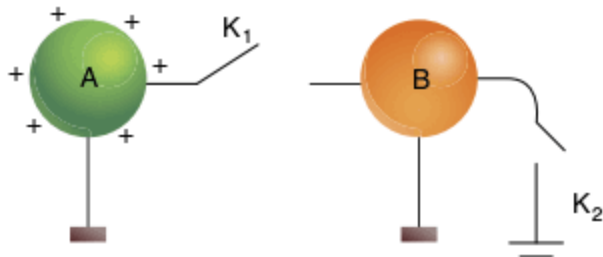
59 FCMSC Uma carga elétrica puntual positiva Q e cinco pontos 1, 2, 3, 4 e 5 estão alinhados, como mostra a figura abaixo, sendo x a distância de separação entre dois pontos consecutivos. Entre quais dos seguintes pontos é maior o módulo da diferença de potencial elétrico devido somente à presença dessa carga Q ?



- (a) 1 e 2
- (b) 2 e 3
- (c) 2 e 4
- (d) 2 e 5
- (e) 3 e 5

60 Considere que a esfera A possui inicialmente uma carga de 160 pC enquanto B está neutra. Considere as operações:

- 1ª) fechar K_1 , mantendo K_2 aberta;
- 2ª) abrir K_1 ;
- 3ª) fechar K_2 .



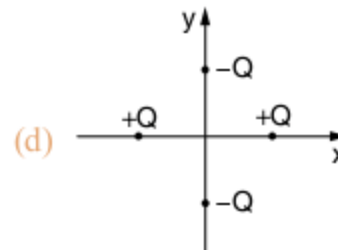
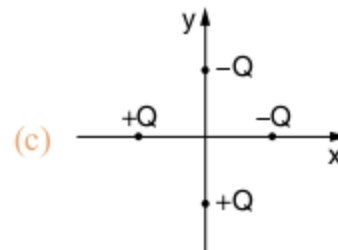
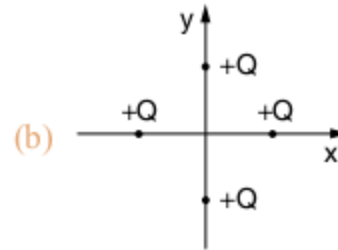
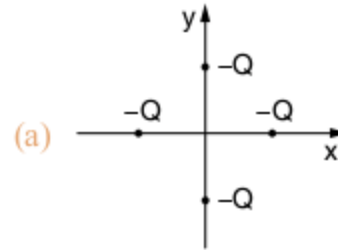
Sabendo que as esferas são idênticas:

- a) quantas vezes deve-se executar o grupo de operações acima até que a carga A se reduza a 10 pC ?
- b) nessas condições, qual será a carga final de B?

61 PUC Um campo elétrico é criado por uma carga puntiforme. As superfícies equipotenciais são superfícies concêntricas, com centro na carga. Considerando superfícies equipotenciais cujos correspondentes valores do potencial diferem por uma constante (por ex. 20, 18, 16, 14, ...), podemos afirmar que estas superfícies se apresentam:

- (a) igualmente espaçadas.
- (b) cada vez mais espaçadas à medida que a distância à carga aumenta.
- (c) cada vez mais juntas à medida que a distância à carga aumenta.
- (d) mais afastadas ou mais juntas dependendo do valor da carga que cria o campo.

62 A distribuição de cargas puntiformes em que o campo e o potencial elétrico são ambos nulos na origem pode ser:



Corrente elétrica

4

FRENTE 2

As lâmpadas e diversos outros equipamentos elétricos e eletrônicos, tão presentes em nossas vidas, funcionam porque neles os portadores de carga elétrica movimentam-se ordenadamente, entregando a esses equipamentos energia recebida da tomada ou das pilhas.



A figura maior mostra uma lâmpada, a Livermore's Centennial Light, na Califórnia, Estados Unidos, que se encontra em funcionamento desde 1901. Essa famosa lâmpada é motivo de documentários e até de reconhecimento do próprio ex-presidente dos Estados Unidos, George W. Bush, na ocasião em que completou 100 anos de funcionamento.

Eletrstática x Eletrodinâmica

Nos capítulos anteriores, estudou-se a condição de equilíbrio eletrostático, nessa condição as cargas elétricas não apresentam movimento ordenado e, desta forma, para um condutor em equilíbrio eletrostático, o campo elétrico no interior do condutor é nulo e o potencial elétrico é o mesmo em todos os seus pontos, sejam eles internos, ou na superfície.

Ainda no capítulo anterior, verificou-se que sempre que há uma diferença de potencial (ddp) cargas elétricas tendem a se mover no sentido de diminuir a energia potencial. Assim, pode-se afirmar que o que provoca a movimentação de cargas é a diferença de potencial, criada pela presença de um campo elétrico.

Neste capítulo, iniciaremos o estudo da eletrodinâmica, que é exatamente o estudo da carga elétrica em movimento ordenado, com direção e sentido preferenciais. A esse movimento ordenado de cargas elétricas dá-se o nome de **corrente elétrica**.

Assim, conclui-se que, para que haja a corrente elétrica, os portadores de carga elétrica devem ser capazes de se movimentar com certa facilidade no material, o que caracteriza os materiais condutores. Nessa condição, as cargas elétricas dotadas de energia são capazes de fazer funcionar equipamentos elétricos e eletrônicos.

Para que se possa entender melhor a questão do movimento das cargas e a diferença de potencial, pode-se considerar a diferença de potencial elétrico análoga à diferença de potencial gravitacional.

Diferença de potencial gravitacional

Considere a situação na qual se tem dois vasos cilíndricos com níveis diferentes de água. Os cilindros se comunicam através de um tubo na base, que contém uma torneira (Fig.1).

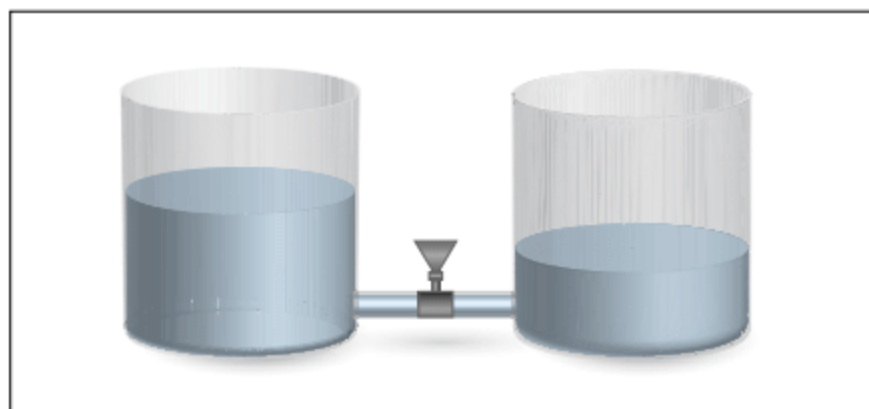


Fig. 1 Cilindros A e B com diferentes níveis de água ocasionando uma diferença de potencial gravitacional.

Estando a torneira fechada, vemos que o cilindro da esquerda apresenta um potencial gravitacional maior do que o potencial gravitacional do cilindro da direita, dado que a altura da coluna de água em A é maior do que em B.

Ao abrirmos a torneira, o sistema buscará o equilíbrio equalizando as alturas nos dois cilindros, ou seja, haverá um fluxo de água de A para B até que as alturas (potenciais gravitacionais) sejam iguais em ambos os cilindros. Neste caso, verifica-se que o sistema entrou em equilíbrio. Desta forma, pode-se afirmar que houve um fluxo ordenado de água do cilindro A para o cilindro B devido à diferença de potencial gravitacional entre A e B.

Se houvesse a necessidade da existência de um fluxo contínuo de água de A para B através do tubo que os liga, seria necessária uma bomba de água que retirasse o líquido de B e retornasse para A, conforme a figura 2.

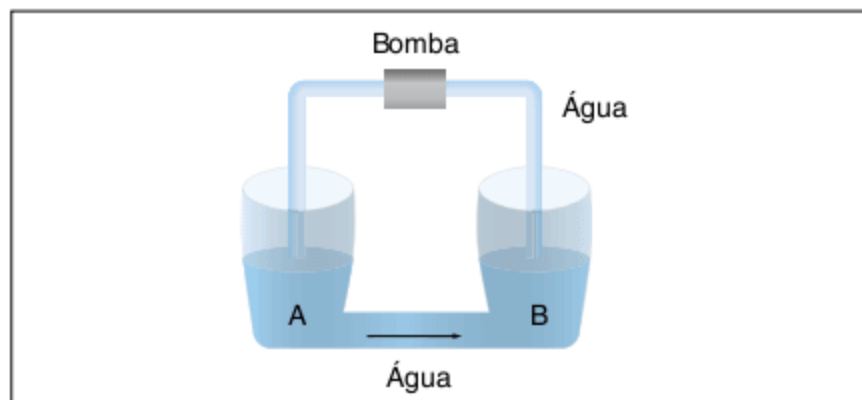


Fig. 2 Fluxo contínuo de água de A para B.

É claro que essa bomba necessitaria de uma fonte de energia para funcionar. Dessa forma, a bomba converteria a energia que recebe externamente em energia mecânica. Pode-se ter como exemplo a situação em que a bomba é alimentada por um motor a gasolina. Nesse caso, ela converteria a energia química da gasolina em energia mecânica, jogando água de um cilindro para outro.

Diferença de potencial elétrico

A mesma análise feita anteriormente pode ser aplicada ao caso em que há duas chapas condutoras, uma delas carregada positivamente e outra carregada negativamente, conforme a figura 3.

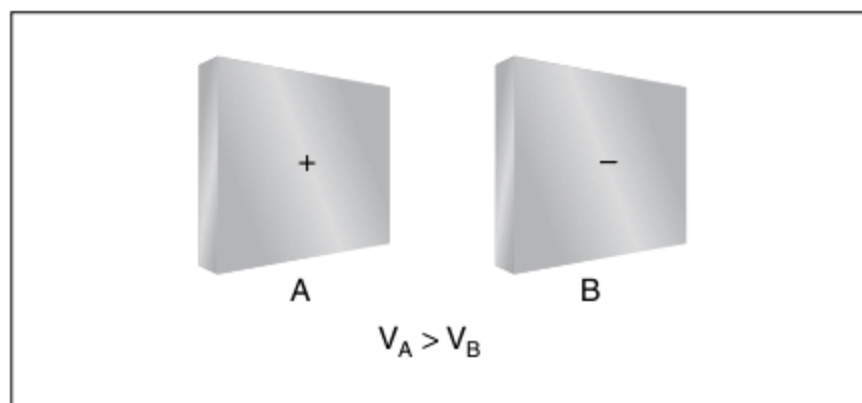


Fig. 3 Chapas metálicas A e B com diferentes potenciais elétricos.

Da mesma maneira que no caso dos cilindros, há entre essas chapas uma diferença de potencial, neste caso elétrico. As cargas não se movimentam de uma placa para outra, exatamente pelo fato de que elas estão separadas por um meio isolante. Porém, se ligarmos as duas por um condutor, conforme se observa na figura 4, teremos um movimento ordenado de elétrons, ou seja, uma corrente elétrica fluindo de uma chapa para outra.

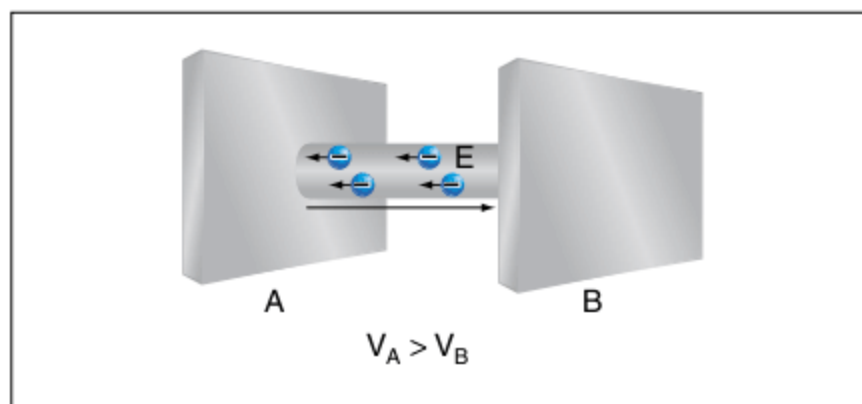


Fig. 4 Chapas metálicas A e B colocadas em contato entre si.

Observa-se neste caso que, com o movimento de elétrons da chapa negativa para a positiva, o potencial elétrico da chapa B aumenta, pois ela está perdendo elétrons, e o da chapa A diminui, pois ela está ganhando elétrons. Passado certo tempo, o potencial elétrico entre as duas chapas é igual e o movimento das cargas cessa. Essa situação é análoga ao caso em que o nível de água nos dois cilindros é o mesmo.

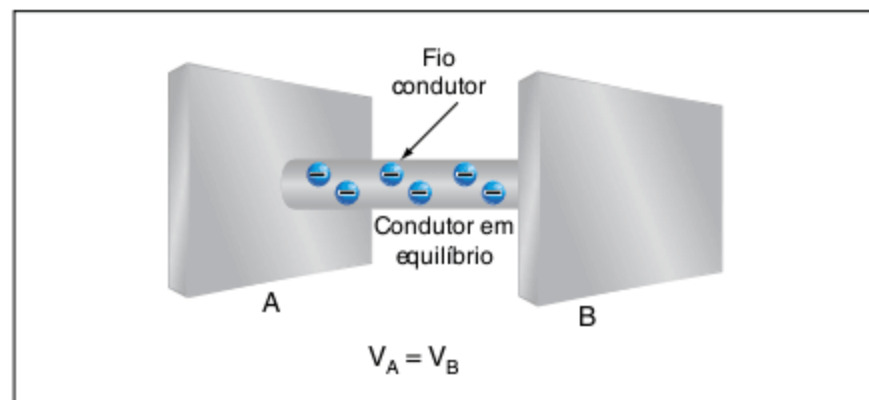


Fig. 5 Chapas metálicas A e B com mesmo potencial elétrico.

É importante notar o que ocorreu do ponto de vista da eletrostática. No momento em que as chapas foram colocadas em contato, as condições de equilíbrio eletrostático foram violadas, ou seja, havia um campo elétrico que apontava da chapa positiva para a negativa e, associada a este campo, uma ddp entre as chapas. Devido a esse campo, os elétrons ficaram sujeitos a uma força elétrica, movimentando-se da chapa B para a A até que não houvesse mais a ddp e o campo se anulasse.

Porém, de que adianta uma corrente elétrica que ocorre transitoriamente, ou seja, que só existe enquanto houver diferença de potencial entre as chapas? De fato, da mesma forma que no caso dos cilindros comunicantes inseriu-se uma bomba mecânica para manter o fluxo de água de um cilindro para outro, pode-se também pensar em uma “bomba elétrica”, que irá manter a diferença de potencial entre as placas a fim de que a corrente elétrica se mantenha constante entre A e B.

Gerador elétrico

Conforme explicado no parágrafo anterior, o gerador elétrico é um dispositivo fundamental para que haja a continuidade da corrente elétrica, já que ele é capaz de manter a diferença de potencial necessária para que haja a movimentação contínua dos portadores de carga no interior do condutor. A figura 6 mostra a ligação do gerador nas chapas metálicas A e B e o fluxo dos elétrons na ligação realizada.

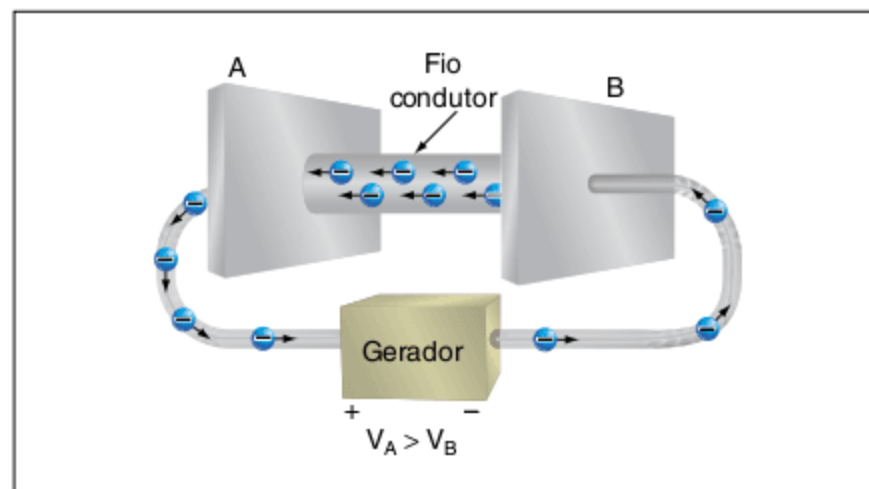


Fig. 6 Diferença de potencial mantida através do gerador.

Observa-se que da mesma maneira que a bomba mecânica necessitava de uma forma de energia para fazê-la movimentar a água de um cilindro para outro, o gerador irá gastar energia para fazer com que os portadores de carga continuem a se movimentar continuamente de um lado para outro nos condutores.

Assim, pode-se afirmar que o gerador elétrico é um dispositivo que converte uma forma qualquer de energia (mecânica, química, nuclear, solar etc.) em energia elétrica. A presença dos geradores é muito comum no dia a dia; utilizamos pilhas, baterias, dínamos, entre outros dispositivos rotineiramente.



Fig. 7 Geradores que convertem energia química em energia elétrica.

A representação dos geradores em circuitos elétricos é observada na figura 8, onde a maior barra representa o polo positivo do gerador e a menor barra, o polo negativo. Também é indicada a diferença de potencial que o gerador consegue manter nos seus terminais.

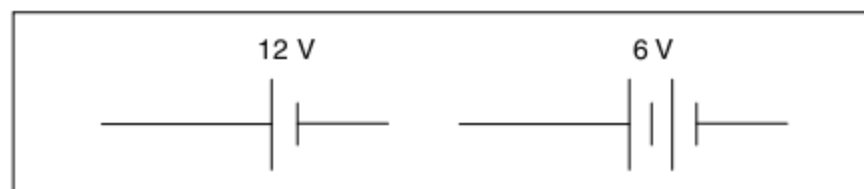


Fig. 8 Representação do gerador em circuitos elétricos.

Circuitos elétricos

O circuito elétrico pode ser definido como sendo o caminho fechado pelo qual a corrente elétrica pode fluir. Na figura 9, tem-se a representação de um circuito elétrico.

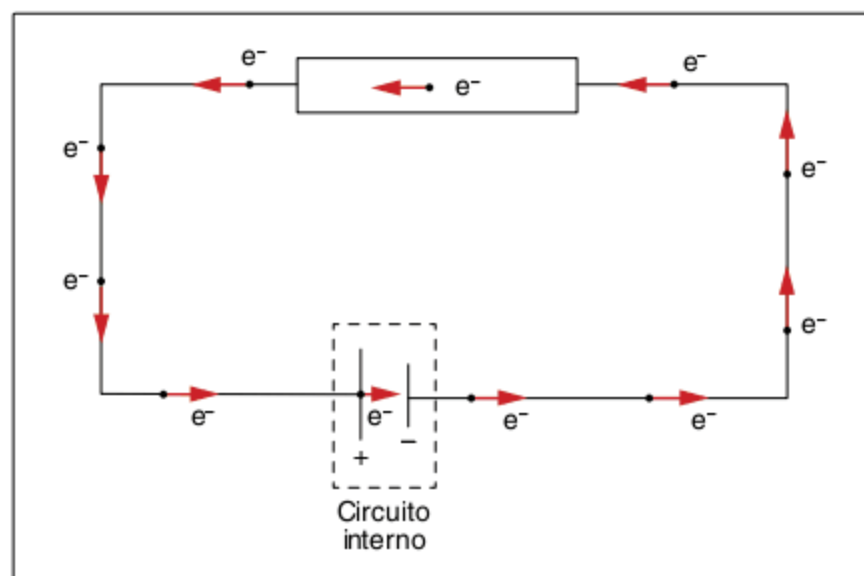


Fig. 9 Representação do circuito interno.

Verifica-se que há um trecho onde os elétrons fluem do polo negativo do gerador para o positivo. Nesse trecho, o movimento dos elétrons é espontâneo, e esta parte do circuito é denominada

circuito externo. Porém, observa-se que no gerador o elétron deve passar do polo positivo para o negativo; nesse trecho, o movimento não é espontâneo, havendo a necessidade de gasto de energia. Esse trecho do circuito é denominado circuito interno.

Sentido convencional da corrente elétrica

Convencionalmente, adota-se o sentido da corrente elétrica, daqui em diante indicada pela letra i , como sendo o sentido do campo elétrico no circuito externo. De outra forma, pode-se dizer que no circuito externo a corrente flui do polo positivo para o polo negativo do gerador, ou seja, de potenciais elétricos maiores para potenciais elétricos menores. O sentido convencional da corrente elétrica pode ser visto na figura 10.

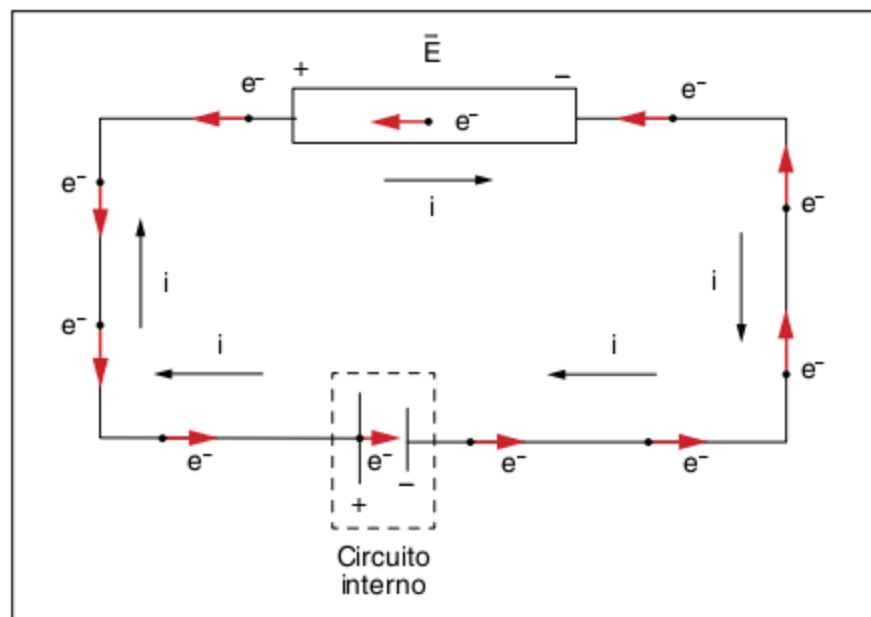


Fig. 10 Sentido da corrente e campo elétrico em um circuito elétrico.

Observa-se que o sentido convencional da corrente é oposto ao movimento dos elétrons. Isso não acrescenta nenhuma dificuldade, já que o sentido convencional é arbitrário e em nada modifica a análise da corrente elétrica e dos seus efeitos.

Definição matemática de corrente elétrica

A seguir é dada a definição matemática de corrente elétrica. Essa definição é válida tanto em condutores nos quais os portadores livres de carga são os elétrons (condutores de 1ª espécie), quanto nos materiais nos quais os portadores livres de carga são os íons, ou soluções eletrolíticas (condutores de 2ª espécie).

Corrente elétrica em condutores de 1ª espécie

Considera-se uma seção transversal qualquer de um condutor, como na figura 11.

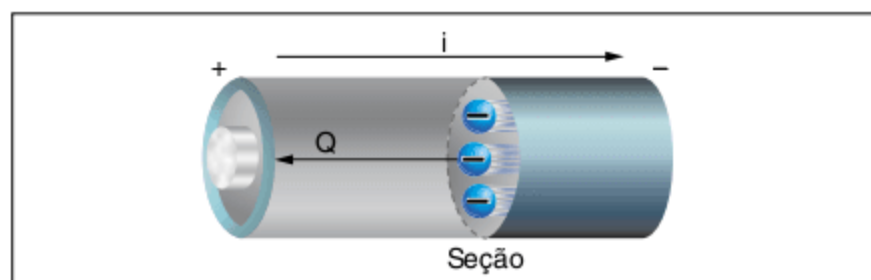


Fig. 11 Elétrons passando através de uma seção transversal de um condutor.

Durante um certo intervalo de tempo Δt , passa pela seção considerada um número n de elétrons, que totalizam uma carga Q negativa de módulo $|Q| = ne$, onde e é a carga elétrica elementar ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$).

Define-se então que:

A intensidade média de corrente elétrica através da seção considerada é o quociente do módulo da carga elétrica que atravessa a seção pelo intervalo de tempo em que isso ocorre. Assim:

$$i_n = \frac{|Q|}{\Delta t} \text{ com } |Q| = ne$$

Se, em intervalos de tempo arbitrariamente pequenos e iguais, a quantidade de carga que atravessa a seção for sempre a mesma, teremos uma corrente i_n , em um intervalo de tempo qualquer, coincidirá com a intensidade instantânea de corrente i em qualquer instante.

$$i = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

No SI, a unidade de medida da intensidade de corrente elétrica é o **ampère (A)**, cuja definição só poderá ser apresentada em Eletromagnetismo. Contudo, é correto afirmar que uma corrente elétrica constante tem intensidade 1 A se, em cada segundo, passar pela seção considerada uma carga elétrica de módulo igual a 1 C. Isto só não pode ser aceito como definição de ampère porque o ampère é uma unidade fundamental, sendo o coulomb uma unidade derivada do ampère. Então, temos:

$$i = \frac{|Q|}{\Delta t}$$

Fazendo $\Delta t = 1 \text{ s}$ e $|Q| = 1 \text{ C}$, obtemos:

$$i = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ A} = 1 \text{ C/s}$$

São usados também, com muita frequência, alguns submúltiplos do ampère:

- $\text{mA} = 10^{-3} \text{ A}$ (miliampère)
- $\mu\text{A} = 10^{-6} \text{ A}$ (microampère)
- $\text{nA} = 10^{-9} \text{ A}$ (nanoampère)
- $\text{pA} = 10^{-12} \text{ A}$ (picoampère)

Corrente elétrica em condutores de 2ª espécie

Para completar, consideram-se correntes elétricas em soluções eletrolíticas ou em gases ionizados. Nesses casos, os portadores livres podem ter carga positiva ou negativa. Um cano de vidro, por exemplo, contendo solução aquosa de NaCl (cloreto de sódio, ou “sal de cozinha”) e as extremidades fechadas por discos metálicos ligados aos terminais de uma pilha, como na figura 12.

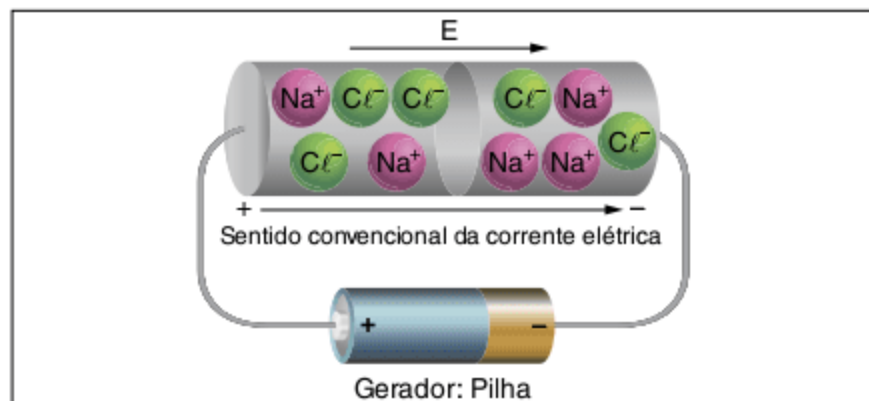


Fig. 12 Corrente iônica através de um condutor eletrolítico.

Quando o NaCl é dissolvido em água, aparecem muitos íons livres positivos (Na^+) e muitos íons livres negativos (Cl^-). A pilha estabelece um campo elétrico no interior da solução, fazendo os íons positivos se deslocarem no sentido do campo, e os negativos, em sentido contrário.

Durante um intervalo de tempo Δt , passa por uma seção transversal do cano um certo número de íons positivos (totalizando uma carga positiva Q_p) e um certo número de íons negativos (totalizando uma carga negativa Q_n). Assim, temos:

$$|Q| = |Q_p| + |Q_n|$$

A intensidade média de corrente elétrica através da seção continua definida por:

$$i_n = \frac{|Q|}{\Delta t} = \frac{|Q_p| + |Q_n|}{\Delta t}$$

Observa-se que o sentido convencionado para a corrente elétrica continua sendo o sentido do campo elétrico, ou dos potenciais decrescentes. Assim, o sentido convencionado para a corrente elétrica coincide com o sentido do movimento das cargas positivas, mas opõe-se ao sentido do movimento das cargas negativas.

Nessa solução, nota-se que apenas os íons são portadores de carga elétrica. No fio metálico, os elétrons é que são os portadores de carga.

Forma de onda da corrente elétrica

A forma de onda da corrente elétrica é a representação algébrica dos valores assumidos pela corrente em função do tempo. Na figura 13, tem-se a representação de uma forma de onda de corrente.

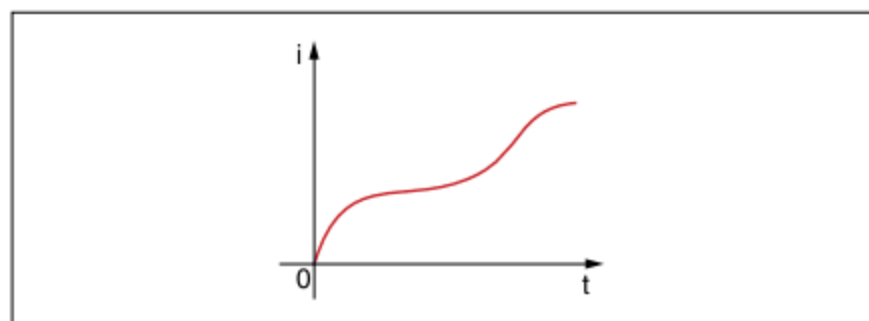


Fig. 13 Forma de onda de uma corrente elétrica qualquer.

As correntes classificam-se em contínua e alternada, cada uma dessas formas de onda com sua aplicação prática.

Uma característica importante da forma de onda, que deriva da definição da corrente elétrica, é que a área compreendida em um intervalo de tempo, no gráfico da corrente elétrica em função do tempo, é igual ao módulo da carga elétrica que atravessou uma seção reta do condutor naquele intervalo de tempo.

Essa afirmação é apresentada na figura 14.

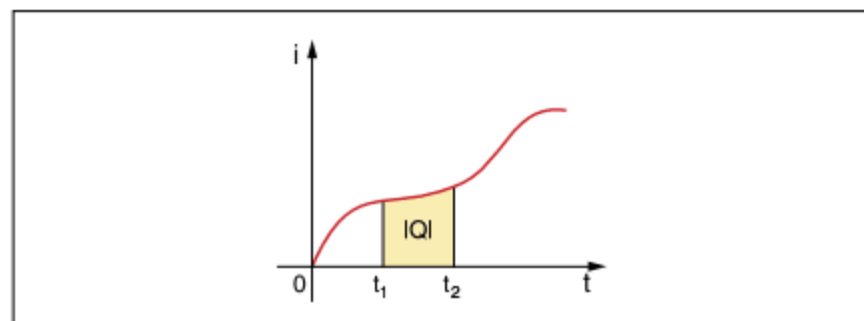
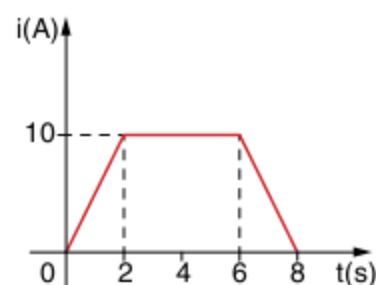


Fig. 14 Determinação da carga que atravessa uma seção através da área no gráfico $i \times t$.

Exercício resolvido

1 A intensidade da corrente elétrica que passa por um condutor metálico varia com o tempo, de acordo com o diagrama a seguir.



Determine:

- o módulo da carga elétrica total que passa por uma seção transversal desse condutor, nos 8 segundos.
- a intensidade média de corrente elétrica nesse intervalo de tempo.

Resolução:

a) Observe que a quantidade de carga que atravessa a área da seção transversal do condutor é igual, em módulo, à área sob a curva $i \times t$, tal que:

$$|Q|^N = \text{área} = \left(\frac{8+4}{2} \right) \cdot 10 = 60 \text{ C (área de um trapézio)}$$

b) A corrente média nesse intervalo de tempo é calculada utilizando-se a definição de corrente elétrica, ou seja:

$$i_m = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{60}{8} = 7,5 \text{ A}$$

Corrente contínua

Uma corrente é dita contínua quando os portadores de carga elétrica movimentam-se sempre no mesmo sentido. A corrente contínua é utilizada em dispositivos eletrônicos e em situações nas quais se deseja acumular cargas elétricas para posterior utilização, como em pilhas recarregáveis, por exemplo. As correntes contínuas podem ser classificadas em constantes ou alternantes. O tipo de movimentação dos portadores de carga na corrente contínua pode ser visto na figura 15.

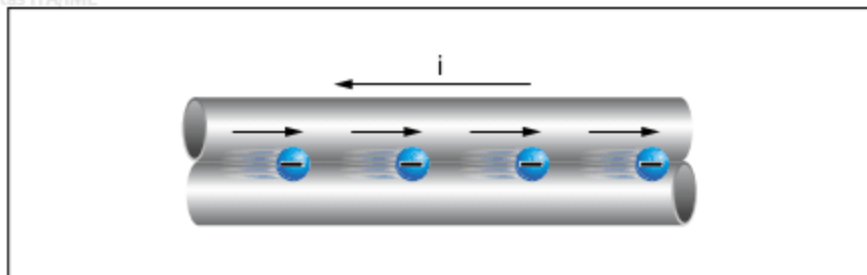


Fig. 15 Movimento dos elétrons em um fio percorrido por corrente contínua.

Corrente contínua constante

Uma corrente elétrica é dita contínua constante quando mantém intensidade e sentido constantes, no decorrer do tempo. Sua forma de onda é um segmento de reta paralelo ao eixo dos tempos:

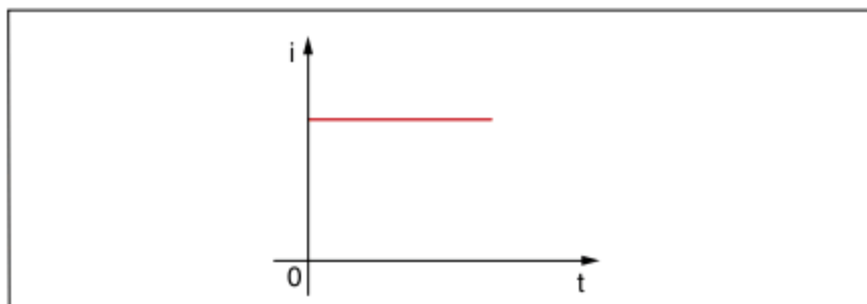


Fig. 16 Forma de onda da corrente contínua.

Neste caso, a intensidade média da corrente coincide com a intensidade instantânea.

Um exemplo de corrente contínua é a corrente gerada por pilhas, na lâmpada de uma lanterna ligada.

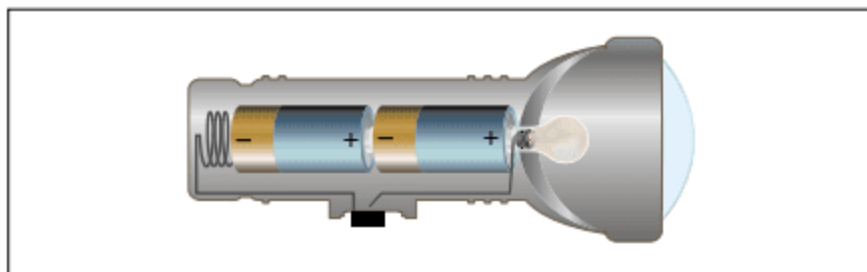


Fig. 17 A lanterna caseira utiliza-se de corrente contínua.

Uma lanterna a pilha, após ser ligada, tem em seu circuito corrente elétrica de intensidade constante com o tempo (evidentemente, não por muito tempo).

Corrente contínua pulsante

Chama-se corrente **contínua pulsante** aquela cuja intensidade passa, em geral, periodicamente, por máximos e mínimos, embora tenha sentido constante. Devido ao fato de essa corrente não mudar de sentido, sua forma de onda não inverte o sinal em nenhum instante.

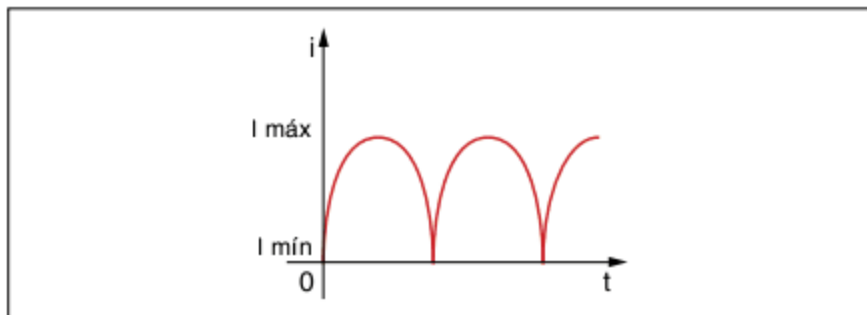


Fig. 18 Forma de onda de corrente alternada retificada.

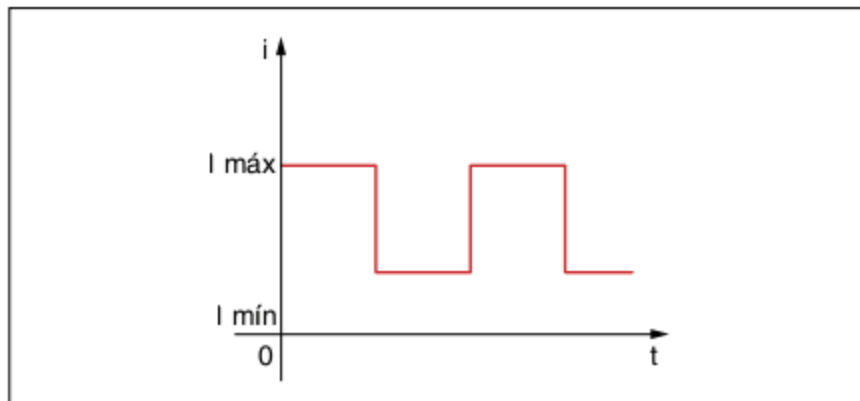


Fig. 19 Forma de onda de corrente pulsada retificada.

Corrente alternada

A corrente alternada é aquela na qual o sentido da corrente é invertido periodicamente. Pode-se dizer que na corrente alternada o sentido de movimento dos portadores de carga se altera periodicamente. A corrente alternada senoidal, com frequência de 60 Hz, é aquela encontrada nas residências brasileiras, nos sistemas de iluminação públicos e na alimentação de motores de grande porte; é o tipo de forma de onda gerada nas hidrelétricas e usualmente utilizada na distribuição de energia elétrica.

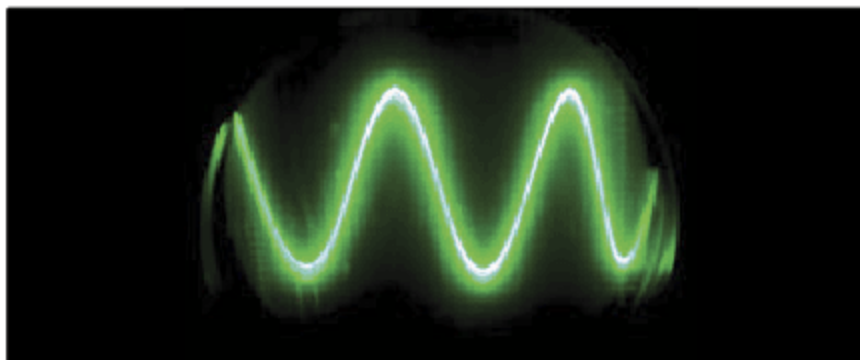


Fig. 20 Representação da forma de onda da corrente alternada senoidal.

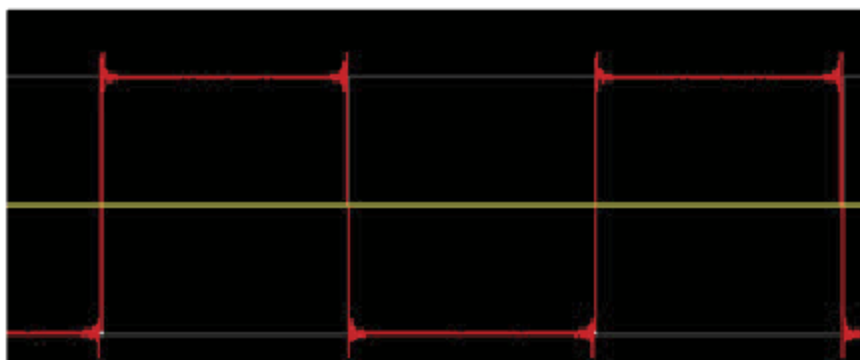


Fig. 21 Representação da forma de onda da corrente alternada quadrada.

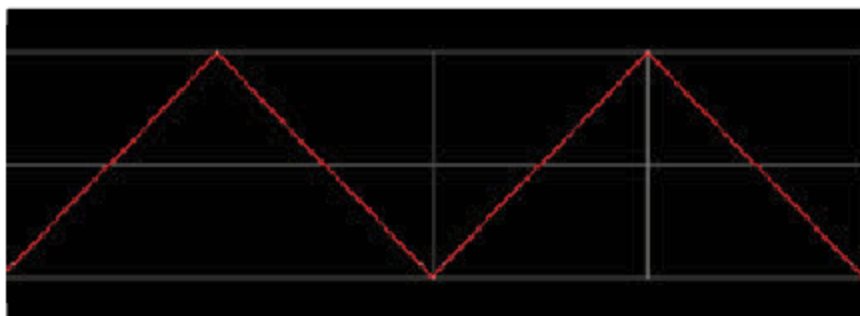


Fig. 22 Representação da forma de onda da corrente alternada triangular.

SAIBA MAIS

Em nossas casas, apesar de termos corrente alternada, muitos equipamentos eletrônicos utilizam-se de corrente contínua. Assim, é muito comum o uso de retificadores, que transformam a corrente alternada em contínua.

A movimentação dos portadores de carga no interior de um condutor, para a corrente alternada, pode ser observada na figura 23.

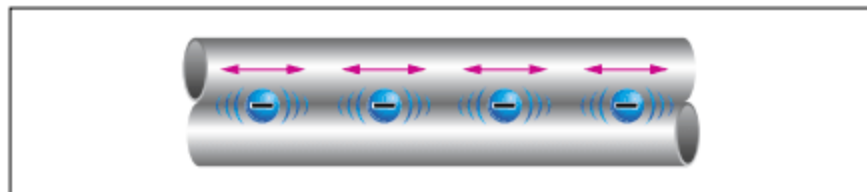


Fig. 23 Movimento dos elétrons em um fio percorrido por corrente alternada.

É importante ressaltar que neste capítulo será abordada a corrente contínua. O processo de geração da corrente alternada será visto mais adiante na parte de magnetismo, quando será estudada a Lei de Faraday-Neumann.

Princípio da continuidade da corrente elétrica

Em um condutor, a intensidade de corrente elétrica é a mesma em qualquer seção, ainda que ele tenha seção transversal variável.

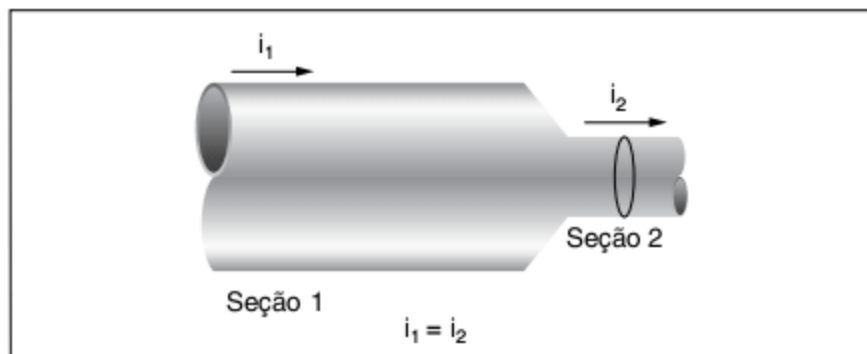


Fig. 24 Continuidade da corrente elétrica em um fio com diferentes áreas de seção.

Como consequência, se no “caminho” da corrente elétrica ocorrer uma bifurcação, a soma das correntes nas derivações será igual à corrente total, isto é, àquela anterior à bifurcação.

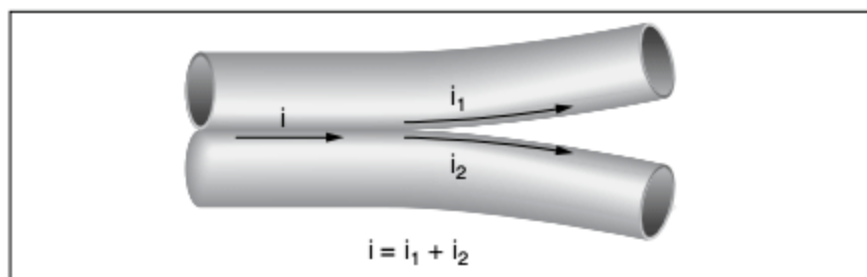


Fig. 25 Continuidade da corrente elétrica em um fio com bifurcação.

Bipolo elétrico

Denomina-se **bipolo elétrico** qualquer dispositivo que apresente dois terminais elétricos que podem ser ligados a um circuito elétrico.

Quando o bipolo está presente nos circuitos usuais, a corrente elétrica sempre “entra” por um dado terminal e “sai” pelo outro terminal.

Um bipolo elétrico, quando presente em um dado circuito, ou está consumindo energia ou está cedendo energia a este circuito.

Exemplos de bipolo são: resistores, lâmpadas, geradores em geral, ferro de engomar, entre outros.



Fig. 26 Bipolo elétrico.

Potência elétrica e energia elétrica desenvolvida por um bipolo elétrico ligado a um gerador

Consideremos um bipolo qualquer, de terminais A e B. Seja U o módulo da diferença de potencial entre seus terminais e i a intensidade de corrente elétrica através dele:

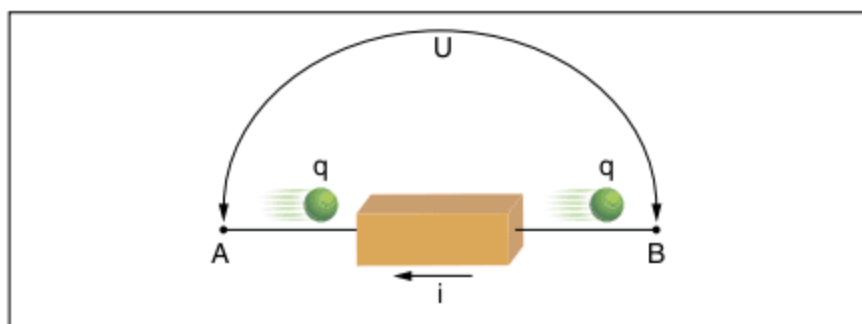


Fig. 27 Bipolo elétrico submetido a uma diferença de potencial.

Quando uma carga elétrica q atravessa o bipolo, deslocando-se de A para B, as forças elétricas realizam sobre ela um trabalho dado, como vimos na Eletrostática, por:

$$\tau = q(V_A - V_B)$$

Esse trabalho mede a quantidade de energia elétrica que o bipolo troca (cede ou recebe) com o resto do circuito, e seu módulo é:

$$|\tau| = |q| U, \text{ onde } U = |V_A - V_B|$$

Dividindo o módulo desse trabalho pelo intervalo de tempo Δt durante o qual ele foi realizado, obtemos a potência elétrica média trocada pelo bipolo. Assim:

$$P_m = \frac{|\tau|}{\Delta t} = \frac{|q|U}{\Delta t}, \text{ onde } \frac{|q|}{\Delta t} = i_m$$

Então, $P_m = U i_m$

Em um instante qualquer, temos:

$$P = U i$$

A potência elétrica que um bipolo desenvolve entre seus terminais, fisicamente, informa a rapidez com que o referido bipolo fornece ou consome energia elétrica do sistema. Veja:

A unidade de potência, no SI, é o watt (W)

$$\text{Potência} = \frac{\text{Energia}}{\text{Tempo}} \Rightarrow 1 \text{ W} = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ s}} = 1 \text{ J/s}$$

Do exposto anteriormente, tem-se que a potência elétrica P fornecida ou consumida por um dipolo elétrico é igual ao produto da ddp nos seus terminais U pela corrente i que o atravessa, ou seja:

$$P = U i$$

Para determinarmos a energia E consumida ou fornecida pelo bipolo, devemos multiplicar a potência pelo tempo de funcionamento t do dipolo, tal que:

$$E = P t$$

Apesar de a unidade de energia no SI ser o joule, nas contas de energia elétrica e em várias outras aplicações, utiliza-se como unidade de energia o kWh, tal que a correspondência entre o kWh e o joule é dada por:

$$1\text{kWh} = 1.000\text{ J/s} \cdot 3.600\text{s} = 3,6 \cdot 10^6\text{ J}$$

⚡ ENERGIAS DO BRASIL ⚡									
Nota Fiscal / Conta de Energia Elétrica									
Nome					Lancamento				
					07.05.2001				
Endereço					Apresentação				
					24.04.2001				
Cidade					Aceite de Leitura				
S J DOS CAMPOS					16 179 77595 01300				
Cep					Tipo de Conta				
PARA SUA MAIOR COMODIDADE E SEGURANÇA AUTORIZE O DÉBITO AUTOMÁTICO									
Nome									
Endereço da Unidade Consumidora									
Cidade									
S J DOS C									
CNPJ/CPF		Inscrição Estadual		Classificação da Unidade Consumidora		Tensão Nominal			
				Comercial Trifásico					
Número do Livro		Local		Instalação		Emissão		Apresentação	
16 179		77595		01300		20.04.2001		24.04.2001	
Data de Leitura		Atual		Próxima		Deposito			
20.03.2001		19.04.2001		18.05.2001		12600 kWh X		0,18717000	
Consumo no Período (kWh)		12600				Tarifação Convencional			
						TCMS			
						Multa Atraso Pagamento		03/200	
Medidor		Constante		Leitura					
8106165		40		8195					
Consumo nos Meses Anteriores (kWh)									
7080-Mar/2001		9720-Set/2000							
3880-Fev/2001		5400-Ago/2000							
2760-Jan/2001		5400-Jul/2000							
7800-Dez/2000		7920-Jun/2000							
11040-Nov/2000		7760-Mai/2000							
8720-Out/2000		11920-Abr/2000							
Concessionária de Distribuição de Energia Elétrica									
Comunidade: SÁD JOSÉ DOS CAMPOS									
Mês: Fevereiro /2001									
Meses:		DEC		FEC		DNC		FAC	
		2,70		2,00		20,00		12,00	
Valores apurados:		DEC		FEC					
		0,81		0,65					
ICMS - Lei Estadual 6974 de 01.03.89									
Base de Cálculo: 2.876,02 Alíq: 18% Valor (R\$) 517,6									
NÃO ACUSAMOS PGTO 01 CTA - MÊS 03 - NO TOTAL DE R\$ 1.816,									

Fig. 28 Exemplo de conta de energia elétrica.

Para se encontrar o consumo de energia de um bipolo elétrico:

- a) Deve-se observar a unidade de energia que se deseja obter (J ou kWh) e então transformar as potências desenvolvidas pelos bipolos em W ou kW, respectivamente. A tabela 1 mostra as relações de potência, energia e tempo.

Energia	Potência	Tempo
J	W	s
kWh	kW	h

Tab. 1 Unidades usuais de energia, potência e tempo.

- b) Em seguida, deve-se multiplicar a potência de consumo pelo tempo que o bipolo elétrico ficou funcionando. Novamente deve-se frisar que, para a determinação do consumo em kWh, a unidade de tempo utilizada é a hora e, para a determinação do consumo em joules, a unidade de tempo utilizada é o segundo.

Exercícios resolvidos

2 Uma casa tem os seguintes equipamentos, com as suas respectivas potências e tempos diários de utilização.

- I. Chuveiro elétrico de 4.400 W, utilizado 1 hora por dia.
- II. TV de 150 W, utilizada 4 horas por dia.
- III. Computador de 250 W, utilizado 4 horas por dia.
- IV. 8 lâmpadas incandescentes de 100 W, utilizadas 6 horas por dia.
- V. Geladeira de consumo de 120 kWh por mês.

Supondo que os únicos equipamentos existentes na casa são esses e que a concessionária de energia elétrica cobra R\$ 0,30 pelo kWh, como fazer para estimar o valor da conta de energia elétrica da casa?

Resolução:

Das definições de potência e energia, tem-se o consumo diário dos aparelhos citados acima, em kWh.

- I. $E_{\text{chuveiro}} = P_{\text{chuveiro}} t_{\text{uso}}$
 $E_{\text{chuveiro}} = (4,4\text{kW}) \cdot (1\text{h}) = 4,4\text{ kWh/dia}$
- II. $E_{\text{TV}} = P_{\text{TV}} t_{\text{uso}}$
 $E_{\text{TV}} = (0,15\text{kW}) \cdot (4\text{h}) = 0,6\text{ kWh/dia}$
- III. $E_{\text{computador}} = P_{\text{computador}} t_{\text{uso}}$
 $E_{\text{computador}} = (0,25\text{kW}) \cdot (4\text{h}) = 1\text{ kWh/dia}$
- IV. $E_{\text{lâmpadas}} = P_{\text{lâmpadas}} t_{\text{uso}}$
 $E_{\text{lâmpadas}} = (0,1\text{kW}) \cdot (6\text{h}) \cdot (8\text{ lâmpadas}) = 4,8\text{ kWh/dia}$

O consumo mensal desses aparelhos juntos é obtido multiplicando-se o consumo diário pelo número de dias do mês, considerado como 30.

$$E_{\text{chuveiro+TV+computador+lâmpadas}} = 30 \cdot (4,4 + 0,6 + 1 + 4,8)\text{kWh} = 324\text{ kWh/mês}$$

A esse valor ainda deve ser somada a energia consumida mensalmente pela geladeira (V). Assim, o consumo total da casa é dado por:

$$E_{\text{total}} = (324 + 120) = 444\text{ kWh/mês}$$

Finalmente, o custo mensal é obtido multiplicando-se o consumo total de energia pelo preço do kWh, ou seja:

$$\text{custo} = \text{consumo} \cdot \text{preço} = 444\text{ kWh/mês} \cdot \text{R\$} \frac{0,30}{\text{kWh}} = \frac{\text{R\$}133,20}{\text{mês}}$$

3 Quando ligado a uma tensão de 100 V, um aquecedor elétrico recebe uma potência elétrica de 1.800 W. Calcule:

- a) a intensidade da corrente elétrica que circula no aquecedor.
- b) a energia elétrica recebida pelo aquecedor, em 1 h de funcionamento, em joules.

Resolução:

- a) A intensidade de corrente elétrica que circula no aquecedor é determinada pela equação $P = Ui$, tal que:

$$P = Ui$$

$$i = \frac{P}{U} = \frac{1.800}{100} = 18\text{ A}$$

b) A energia elétrica recebida é dada por:

$$E = Pt \Rightarrow E = (1.800 \text{ J/s}) \cdot (3.600 \text{ s}) = 6,48 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Resistência elétrica

Seja um condutor, submetido a uma tensão elétrica U , quando percorrido por uma corrente elétrica I . Define-se como resistência elétrica (R) o quociente:

$$R = \frac{U}{i}$$

Unidade de resistência elétrica

No SI, a grandeza resistência elétrica é medida em ohm (Ω).

$$1 \Omega = \frac{1 \text{ V}}{1 \text{ A}}$$

Observe que um condutor não precisa, necessariamente, apresentar o quociente acima constante, ou seja, sua resistência pode variar com a corrente, temperatura etc. É o caso do condutor cuja curva característica $U \times i$ é dada a seguir.

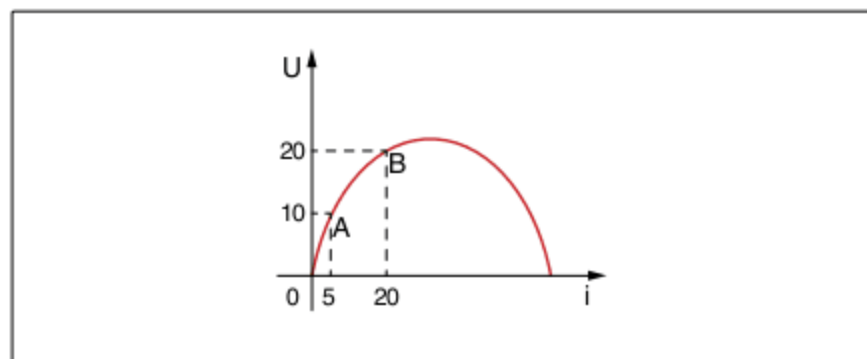


Fig. 29 Gráfico de tensão por corrente de um condutor não ôhmico.

É fácil ver que a resistência desse condutor diminui quando a corrente elétrica através dele aumenta.

Para determinar o valor da resistência elétrica em cada ponto da curva, basta aplicar a equação de definição de resistência elétrica, calculando o quociente U/i em cada ponto:

$$R_A = \frac{10 \text{ V}}{5 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 2 \cdot 10^3 \Omega$$

$$R_B = \frac{20 \text{ V}}{20 \cdot 10^{-3} \text{ A}} = 1 \cdot 10^3 \Omega$$

Pelos cálculos anteriores, percebemos que o condutor, de fato, não apresenta resistência constante.

A seguir, trataremos sobre condutores que apresentam resistência constante, quando a temperatura é mantida constante.

A Primeira Lei de Ohm

Consideremos a seguinte experiência. Um pedaço de fio condutor, de cobre, por exemplo, é submetido a uma diferença de potencial de valor crescente e conhecido. Mantendo-se o fio a uma temperatura constante e medindo-se a intensidade da corrente elétrica, verifica-se que esta é tanto maior quanto maior é a ddp aplicada entre seus terminais.

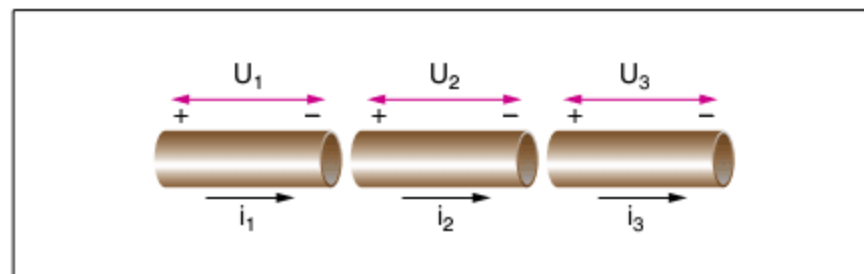


Fig. 30 Característica de tensão x corrente de um condutor ôhmico.

Esse resultado é previsível, uma vez que quanto maior é U , maior o valor do campo elétrico gerado. Consequentemente, os elétrons tendem a uma velocidade limite maior.

Verifica-se, assim, que:

$$\frac{U_1}{i_1} = \frac{U_2}{i_2} = \frac{U_3}{i_3} = \dots = \text{constante}$$

Como se pode notar, a corrente elétrica que atravessa esses condutores é diretamente proporcional à tensão aplicada entre seus terminais. Em outras palavras, sua resistência elétrica é constante (a uma temperatura constante).

Agora, estamos preparados para enunciar a Primeira Lei de Ohm:

Existe uma classe particular de condutores que, a uma temperatura constante, apresenta resistência elétrica constante.

Essa classe particular de condutores é denominada condutores ôhmicos, pois obedecem à Primeira Lei de Ohm.

A Primeira Lei de Ohm, que não deve ser confundida com a definição de resistência elétrica, é fruto do trabalho do físico alemão Georg Simon Ohm.

Condutores que não obedecem à Primeira Lei de Ohm são denominados condutores não ôhmicos, como é o caso do condutor cuja curva característica $U \times i$ foi apresentada anteriormente.

SAIBA MAIS



Fig. 31 Georg Simon Ohm.

Georg Simon Ohm (1789-1854) foi um físico alemão que enunciou a lei que afirma que a corrente elétrica através de um condutor é diretamente proporcional à diferença de potencial e inversamente proporcional à resistência. Ohm foi professor de Matemática no Colégio Jesuíta de Colônia e na Escola Politécnica Municipal de Nuremberg, na Alemanha. Em 1852, tornou-se professor de Física experimental na Universidade de Munique. Entre 1826 e 1827, Ohm desenvolveu a primeira teoria matemática da condução elétrica em circuitos, baseando-se no estudo da condução de calor de Fourier. Seu trabalho influenciou teoria e aplicações da eletricidade atual.

Disponível em: <<http://www.britannica.com/EBchecked/topic/426058/Georg-Simon-Ohm>>. (Adapt.).

Curva característica de um condutor ôhmico

Suponha que, em um laboratório, apliquemos tensões elétricas cada vez maiores a um condutor ôhmico e, para cada tensão, anotemos a corrente elétrica em um gráfico $V \times i$. O gráfico que será obtido terá as seguintes características:

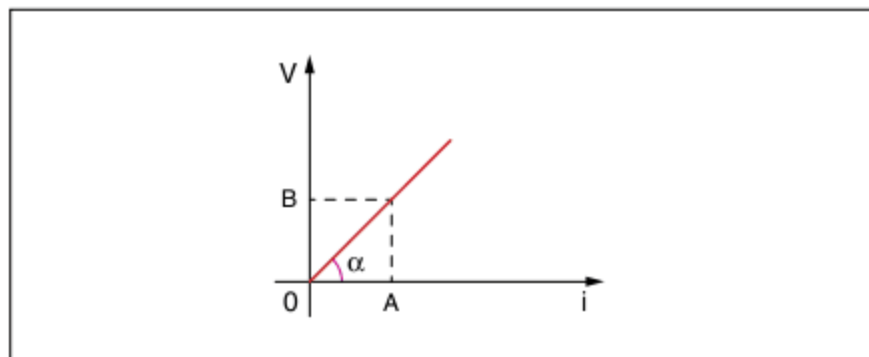


Fig. 32 Gráfico de tensão x corrente elétrica de um condutor ôhmico.

Esse gráfico nos diz que o referido condutor apresenta resistência elétrica constante, que independe da tensão aplicada, ou da corrente que o atravessa. Sua resistência só depende da temperatura, que supomos constante. As características mais importantes do gráfico são:

- É sempre uma reta.
- Necessariamente passa pela origem dos eixos
- $0 < \alpha < 90^\circ$.
- $R_{cte} = \frac{B}{A}$ = tangente geométrica de α .

ATENÇÃO!

Se para um dado condutor, qualquer uma das condições acima falhar, o condutor é não ôhmico.

Efeito Joule

O Efeito Joule consiste na conversão de energia elétrica em energia térmica. Esse efeito ocorre sempre que a corrente elétrica passar através de um condutor, dado que a resistência elétrica na prática nunca é nula.

Os elétrons de condução nos condutores, quando submetidos a uma ddp e, portanto, a um campo elétrico, são acelerados, adquirindo velocidade (energia cinética).

Ainda que submetidos ao campo elétrico, sua velocidade de deslocamento não cresce indefinidamente, devido aos constantes choques com a rede metálica do condutor, que passa a vibrar com amplitudes crescentes.

Parte da energia cinética dos elétrons é transformada em energia térmica (durante as colisões) responsável pela vibração da rede metálica e, conseqüentemente, pelo aumento de sua temperatura. É o Efeito Joule.

Assim, pouco tempo após o fechamento do circuito, a velocidade dos elétrons atinge um valor limite, que se mantém durante todo o processo. Em outras palavras, a corrente elétrica assume um valor definitivo quase que instantaneamente.

O Efeito Joule encontra aplicações em aquecedores de ambiente, lâmpadas de incandescência, ferros elétricos de engomar, chuveiros elétricos, soldadores elétricos, fusíveis de proteção etc. Em muitos casos, entretanto, esse efeito é totalmente dispensável, pois provoca perdas de energia. É o caso, por exemplo, do aquecimento ocorrido nos fios dos enrolamentos de um motor elétrico, nos fios usados para a transmissão de energia elétrica etc.

SAIBA MAIS

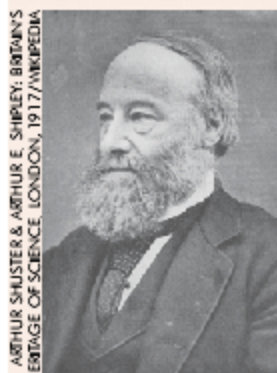


Fig. 33 James Prescott Joule.

James Prescott Joule (1818-1889) foi um físico britânico inicialmente interessado na eficiência de motores elétricos. Joule estudou a natureza do calor e descobriu uma relação para o calor dissipado por um resistor, a chamada lei de Joule. Determinou também o equivalente mecânico de calor, importante para a formulação da teoria da conservação de energia. A nomenclatura joule, para unidades de trabalho no SI, só veio após sua morte. Joule também contribuiu com lord Kelvin para desenvolver a escala absoluta de temperatura.

Revisando

1 PUC-SP (Adapt.) O filamento de uma lâmpada de incandescência é percorrido por uma corrente elétrica de 0,20 A. Sabendo que a lâmpada é mantida acesa durante 30 minutos, determine o valor da carga elétrica que passa pelo filamento durante esse intervalo de tempo.

2 A partida de um automóvel é acionada durante 5 s e, nesse intervalo de tempo, a corrente elétrica que circula pela bateria tem intensidade 200 A. Quanto tempo a bateria leva para se recuperar da descarga, se nesse processo a corrente elétrica tem intensidade 20 A?

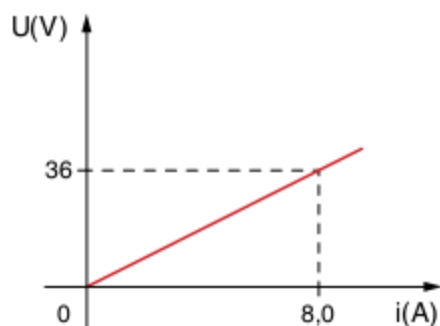
3 Um condutor metálico é atravessado por uma corrente elétrica, cuja intensidade (I) varia em função do tempo (t), conforme a expressão: $i = 10 - t$ (SI).

a) Construa o gráfico $i \times t$.

b) Determine o módulo da carga elétrica que passa por uma seção transversal desse condutor, nos 10 primeiros segundos.

c) Determine a intensidade média de corrente elétrica através do condutor, nos 10 primeiros segundos.

4 O gráfico a seguir representa a curva característica de um resistor ôhmico.



Determine:

a) a resistência elétrica do resistor.

b) a ddp nos terminais do resistor quando percorrido por corrente de intensidade 1,6 A.

Exercícios propostos

Corrente elétrica

1 **PUC-SP** Uma corrente elétrica de intensidade 11,2 mA percorre um condutor metálico. A carga elementar é $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C. O tipo e número de partículas carregadas que atravessam uma seção transversal desse condutor por segundo são:

- (a) prótons; $7,0 \cdot 10^{13}$ partículas.
- (b) íons de metal; $14,0 \cdot 10^{16}$ partículas.
- (c) prótons; $7,0 \cdot 10^{19}$ partículas.
- (d) elétrons; $14,0 \cdot 10^{16}$ partículas.
- (e) elétrons; $7,0 \cdot 10^{16}$ partículas.

2 **UFMT** A corrente elétrica por um fio de cobre é constituída pelo deslocamento de:

- (a) elétrons.
- (b) prótons.
- (c) íons negativos de cobre.
- (d) íons positivos de cobre.
- (e) átomos de cobre.

3 **UEL** Considere as seguintes afirmativas a respeito de um segmento AB de um fio metálico por onde passa uma corrente elétrica contínua e constante.

- I. A corrente elétrica em AB é um fluxo de elétrons.
- II. A carga elétrica total de AB é nula.
- III. Há uma diferença de potencial elétrico entre os extremos de AB.

Quais destas afirmativas são verdadeiras?

- (a) Somente I.
- (b) Somente II.
- (c) Somente III.
- (d) Somente I e II.
- (e) I, II e III.

4 Um fio de cobre é percorrido por uma corrente elétrica constante, de intensidade 10 A. Sendo de $1,6 \cdot 10^{-19}$ C a carga elétrica elementar, determine:

- a) o módulo da carga elétrica que atravessa uma seção transversal do condutor, durante um segundo.
- b) a quantidade de elétrons que atravessa a citada seção, durante um segundo.

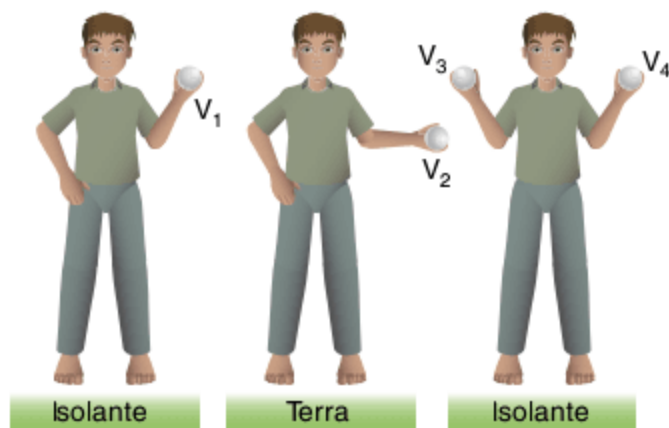
5 Em uma seção transversal de um fio condutor, passam 5 elétrons por segundo.

Dado: $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C.

Determine:

- a) o módulo da carga elétrica que atravessa essa seção, em 10 segundos.
- b) a intensidade média da corrente elétrica através desse fio.

6 UnB Nas figuras a seguir, V_1 , V_2 , V_3 e V_4 são potenciais elétricos, medidos em relação à Terra (considerada no potencial zero volt).



Em qual das situações seguintes a pessoa levará maior choque?

- (a) $V_1 = 220 \text{ V}$
- (b) $V_2 = -30 \text{ V}$
- (c) $V_3 = 50 \text{ V}$ e $V_4 = -60 \text{ V}$
- (d) $V_3 = -30 \text{ V}$ e $V_4 = -60 \text{ V}$

7 Em uma seção transversal de um fio condutor passa uma carga de 10 C a cada 2 s . Qual a intensidade de corrente neste fio?

- (a) 5 A
- (b) 20 A
- (c) 200 A
- (d) 20 mA
- (e) $0,2 \text{ A}$

8 Ao acionar um interruptor de uma lâmpada elétrica, esta se acende quase instantaneamente, embora possa estar a centenas de metros de distância. Isso ocorre porque:

- (a) a velocidade dos elétrons na corrente elétrica é igual à velocidade da luz.
- (b) os elétrons se põem em movimento quase imediatamente em todo o circuito, embora sua velocidade média seja relativamente baixa.
- (c) a velocidade dos elétrons na corrente elétrica é muito elevada.
- (d) não é necessário que os elétrons se movimentem para que a lâmpada se acenda.
- (e) nenhuma das respostas anteriores.

9 U.C.Sul Pela seção reta de um condutor de cobre passam 320 coulombs de carga elétrica em 20 segundos . A intensidade de corrente elétrica no condutor vale:

- (a) 5 A
- (b) 8 A
- (c) 10 A
- (d) 16 A
- (e) 20 A

10 Fatec Num circuito de corrente contínua circula, durante 5 minutos , a corrente de 2 ampères .

A carga que atravessa o circuito, neste intervalo de tempo, é de:

- (a) 2 A
- (b) 10 C
- (c) $4 \cdot 10^{-1} \text{ C}$
- (d) 600 C
- (e) n.d.a.

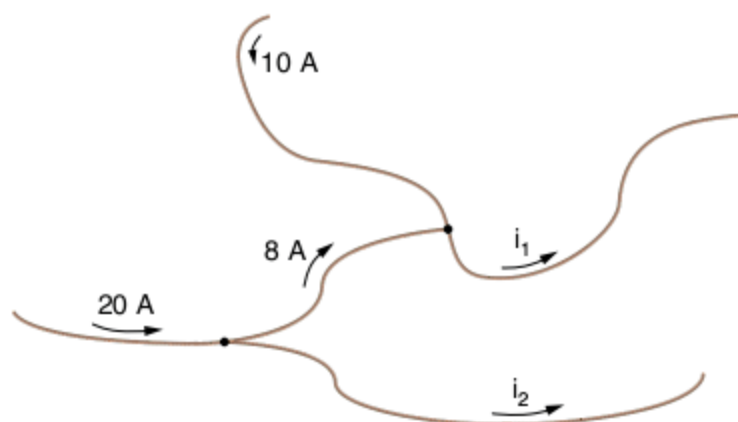
11 FMPA Pela seção transversal de um condutor passam 10^{11} elétrons de carga $-e$ ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$), durante $1,0 \cdot 10^{-6} \text{ s}$. A intensidade de corrente elétrica nesse condutor é:

- (a) $1,6 \cdot 10^{-6} \text{ A}$
- (b) $1,6 \cdot 10^{-2} \text{ A}$
- (c) $0,625 \cdot 10^{-2} \text{ A}$
- (d) $1,6 \cdot 10^{-8} \text{ A}$
- (e) $0,625 \cdot 10^{-8} \text{ A}$

12 Uma corrente elétrica de intensidade $5,0 \text{ A}$ percorre um condutor durante $4,0 \text{ minutos}$. Quantos elétrons atravessam uma seção reta do condutor durante esse tempo, se a carga de um elétron vale $-1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$?

- (a) $650 \cdot 10^{20}$
- (b) $8,9 \cdot 10^{21}$
- (c) $79 \cdot 10^{15}$
- (d) $7,5 \cdot 10^{21}$
- (e) $6,5 \cdot 10^{21}$

13 A figura ilustra fios de cobre interligados:

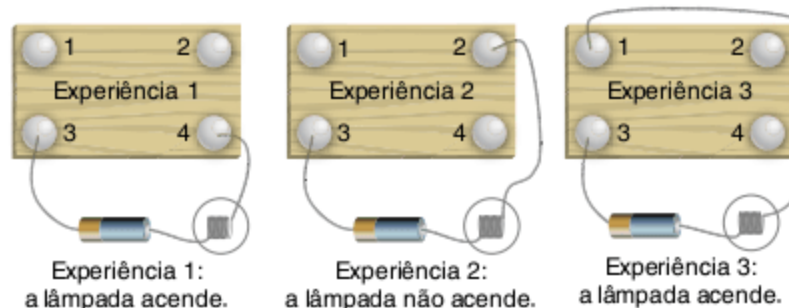


Considerando as intensidades e os sentidos das correntes elétricas indicadas, calcule i_1 e i_2 .

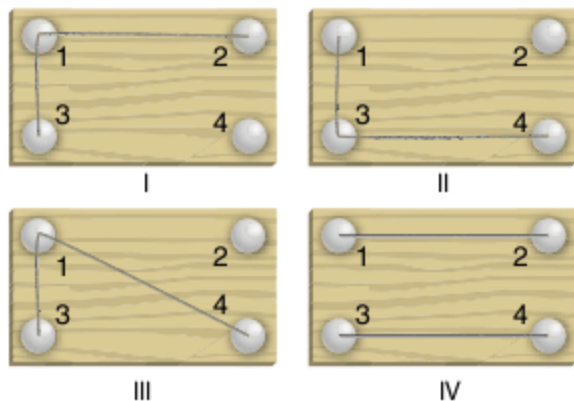
14 Cesgranrio



Como na figura, uma prancheta de madeira apresenta quatro terminais metálicos: 1, 2, 3 e 4. Existem dois fios condutores debaixo da prancheta, os quais não podem ser vistos por você. Cada fio liga dois terminais entre si. Para saber quais são as ligações, você faz três experiências (com uma pilha, uma lâmpada de lanterna e fios condutores), cujos resultados são apresentados nas figuras a seguir.



Você conclui que as ligações existentes entre os terminais são como as mostradas em:



- (a) II somente. (d) II ou III somente.
 (b) III somente. (e) I ou III somente.
 (c) I ou IV somente.

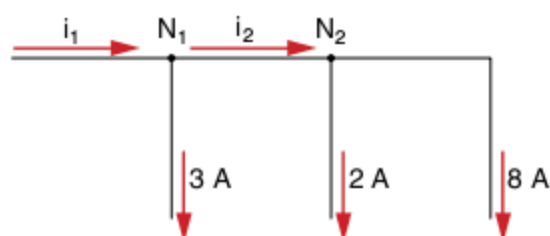
15 Fuvest A energia proveniente de uma queda-d'água, utilizada para acender uma lâmpada, sofreu basicamente a seguinte transformação:

- (a) mecânica → elétrica → calorífica
 (b) elétrica → calorífica → mecânica
 (c) calorífica → elétrica → mecânica
 (d) calorífica → mecânica → elétrica
 (e) elétrica → mecânica → calorífica

16 Vunesp Assinale a alternativa que indica um dispositivo ou componente que só pode funcionar com corrente elétrica alternada ou, em outras palavras, que é inútil quando percorrido por corrente contínua.

- (a) Lâmpada incandescente. (d) Resistor.
 (b) Fusível. (e) Transformador.
 (c) Eletroímã.

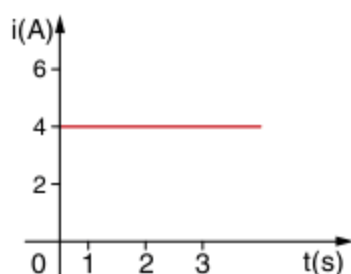
17 No trecho de circuito esquematizado na figura tem-se dois nós, N_1 e N_2 .



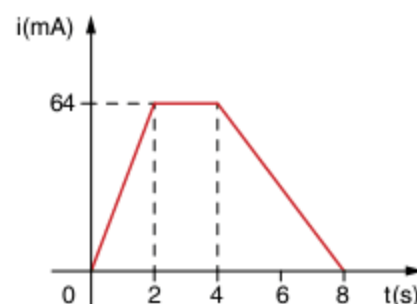
As intensidades das correntes i_1 e i_2 são respectivamente iguais a:

- (a) 5 A e 8 A. (c) 13 A e 10 A. (e) 11 A e 10 A.
 (b) 5 A e 10 A. (d) 3 A e 2 A.

18 UFRGS O gráfico a seguir representa a intensidade de corrente i em um fio condutor, em função do tempo transcorrido t . Calcule a carga elétrica que passa por uma seção do condutor nos dois primeiros segundos.



19 IME A intensidade de corrente elétrica em um condutor metálico varia, com o tempo, de acordo com o gráfico abaixo. Sendo a carga elementar $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$.



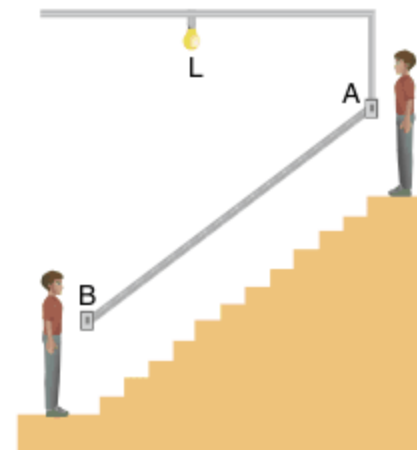
Determine:

- a) a carga elétrica que atravessa uma seção do condutor em 8 s.
 b) o número de elétrons que atravessa uma seção do condutor durante esse mesmo tempo.
 c) a intensidade média de corrente entre os instantes zero e 8 s.

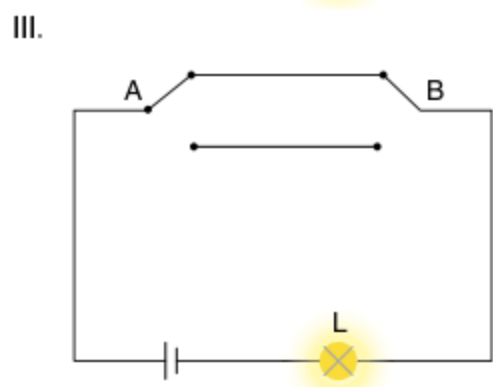
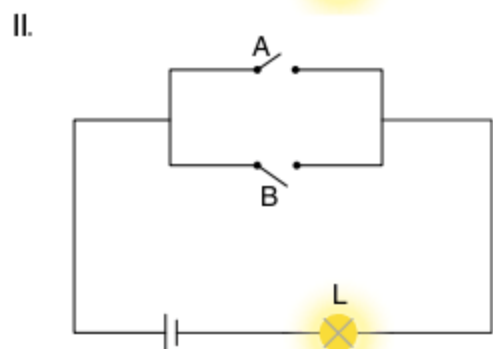
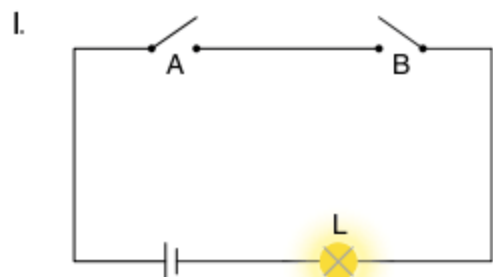
20 Unifesp 2007 Uma das especificações mais importantes de uma bateria de automóvel é o ampère-hora (Ah), uma unidade prática que permite ao consumidor fazer uma avaliação prévia da durabilidade da bateria. Em condições ideais, uma bateria de 50 Ah funciona durante 1 h quando percorrida por uma corrente elétrica de intensidade 50 A, ou durante 25 h, se a intensidade da corrente for 2 A. Na prática, o ampère-hora nominal de uma bateria só é válido para correntes de baixa intensidade – para correntes de alta intensidade, o valor efetivo do ampère-hora chega a ser um quarto do valor nominal. Tendo em vista essas considerações, pode-se afirmar que o ampère-hora mede a:

- (a) potência útil fornecida pela bateria.
 (b) potência total consumida pela bateria.
 (c) força eletromotriz da bateria.
 (d) energia potencial elétrica fornecida pela bateria.
 (e) quantidade de carga elétrica fornecida pela bateria.

21 PUC-SP 2008 Uma situação prática bastante comum nas residências é o chamado “interruptor paralelo”, no qual é possível ligar ou desligar uma determinada lâmpada, de forma independente, estando no ponto mais alto ou mais baixo de uma escada, como mostra a figura



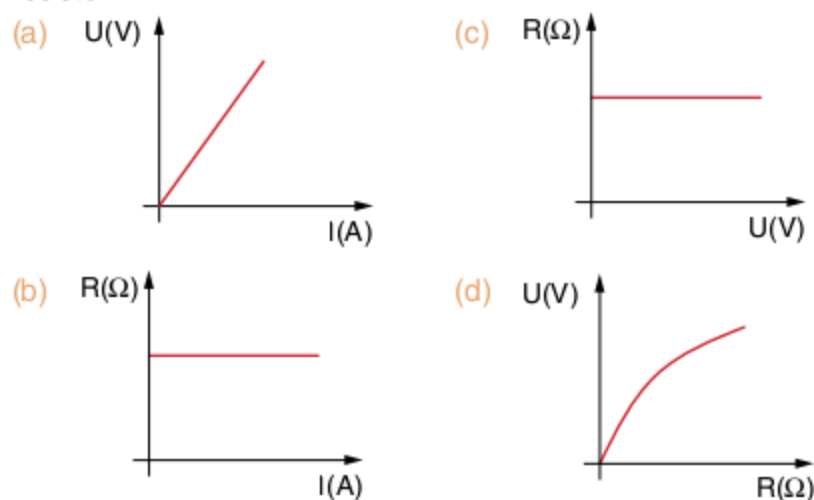
Em relação a isso, são mostrados três possíveis circuitos elétricos, onde A e B correspondem aos pontos situados no ponto mais alto e no mais baixo da escada e L é a lâmpada que queremos ligar ou desligar.



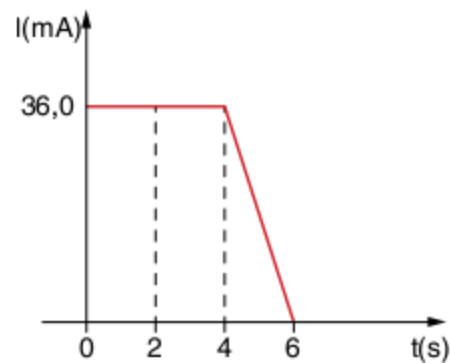
O(s) esquema(s) que permite(m) ligar ou desligar a lâmpada, de forma independente, está(ão) representado(s) corretamente somente em:

- (a) I. (c) III. (e) I e III.
 (b) II. (d) II e III.

22 Unifei 2007 Aplica-se uma diferença de potencial aos terminais de um resistor que obedece à Lei de Ohm. Sendo U a diferença de potencial, R a resistência do resistor e I a corrente elétrica, qual dos gráficos abaixo não representa o comportamento deste resistor?



23 Unifei 2007 O gráfico abaixo mostra como a corrente elétrica, no interior de um condutor metálico, varia com o tempo. Determine a carga elétrica que atravessa uma seção do condutor em 6 (seis) segundos.



Potência elétrica

24 Um chuveiro elétrico de dados nominais 220V-2.000W é ligado, diariamente, durante trinta minutos. Sabendo-se que cada kWh custa R\$ 0,80, calcule o total a ser pago durante 1 ano.

25 ITA A casa de um certo professor de Física do ITA, em São José dos Campos, tem dois chuveiros elétricos que consomem 4,5 kW cada um. Ele quer trocar o disjuntor geral da caixa de força por um que permita o funcionamento dos dois chuveiros simultaneamente com um aquecedor elétrico (1,2 kW), um ferro elétrico (1,1 kW) e 7 lâmpadas comuns (incandescentes) de 100 W. Disjuntores são classificados pela corrente máxima que permitem passar. Considerando que a tensão da cidade seja de 220V, o disjuntor de menor corrente máxima que permitirá o consumo desejado é então de:

- (a) 30 A (d) 60 A
 (b) 40 A (e) 80 A
 (c) 50 A

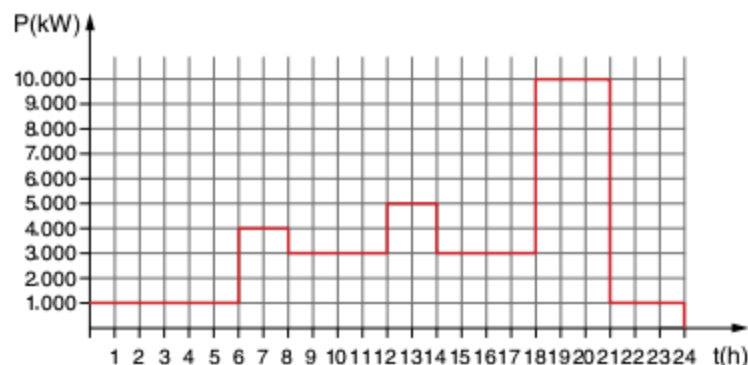
26 Cesgranrio Se uma lâmpada de 100 W permanecer ligada durante dez horas, quantos kWh consumirá de energia elétrica?

27 Se um chuveiro elétrico, operando com potência de 4.400 W, permanecer ligado durante 15 minutos, quantos kWh consumirá de energia elétrica?

28 Em uma residência onde a tensão da rede elétrica é de 110 V, está acesa uma lâmpada em cujo bulbo se lê 60 W-110 V. Isso significa que:

- (a) a lâmpada gera 60 J de energia elétrica em cada segundo.
 (b) a lâmpada dissipada 60 W de energia elétrica em cada segundo.
 (c) a lâmpada converte 60 J de energia elétrica em outra forma de energia, em cada segundo.
 (d) a lâmpada dissipada 60 kWh por hora.
 (e) a lâmpada produz 60 J de energia luminosa em cada segundo.

29 UFRJ O gráfico abaixo mostra como a potência gerada por uma usina elétrica, em quilowatts (kW), varia ao longo das horas do dia:



Calcule a energia fornecida por esta usina, em quilowatts-hora (kWh), entre 16 h e 21 h.

30 FMPA Numa conta da Cemig estava indicado um consumo de energia de 300 kWh durante um mês. Esse valor de energia, escrito em unidades do Sistema Internacional, é cerca de:

- (a) $11 \cdot 10^8$ J (c) $36 \cdot 10^5$ J (e) $15 \cdot 10^{12}$ J
 (b) $33 \cdot 10^3$ J (d) $26 \cdot 10^{10}$ J

31 Osec-SP Um chuveiro elétrico quando sob ddp de 220 V é atravessado por uma corrente elétrica de intensidade 10 A. Qual é energia elétrica consumida, em kWh, em 15 min de funcionamento?

- (a) 33 (c) 1,21 (e) 0,55
 (b) 3,3 (d) 5,5

32 UC-BA Em uma residência, durante 30 min, ficaram ligadas cinco lâmpadas de 100 watts, um ferro elétrico de 1.500 watts e um chuveiro elétrico de 3.000 watts. A energia elétrica dissipada, durante os 30 min, é, em kWh, igual a:

- (a) 0,50 (c) 2,0 (e) 5,0
 (b) 1,0 (d) 2,5

33 Unimep Em um chuveiro elétrico está escrito 2.400 W e 120 V. Quando ligado corretamente durante 10 min, ele dissipa:

- (a) 200 J (c) 0,4 kWh (e) n.d.a.
 (b) 2400 J (d) 400 J

34 Sabendo-se que 1 kWh custa R\$ 4,00, pode-se afirmar que o custo da energia elétrica consumida por uma lâmpada de potência igual a 60 W acesa durante 8 h por dia, num mês de 30 dias, é:

- (a) R\$ 14,40 (c) R\$ 57,60 (e) R\$ 32,00
 (b) R\$ 28,80 (d) R\$ 1.440,00

35 Um chuveiro elétrico, ligado em média uma hora por dia, gastaria R\$ 360,00 de energia elétrica por mês, se a tarifa cobrada fosse R\$ 4,00 por quilowatt-hora. Então, a potência desse aparelho elétrico é:

- (a) 90 W (c) 2.700 W (e) 10.800 W
 (b) 360 W (d) 3.000 W

36 Unifesp 2006 Atualmente, a maioria dos aparelhos eletrônicos, mesmo quando desligados, mantém-se em *standby*, palavra inglesa que nesse caso significa "pronto para usar". Manter o equipamento nesse modo de operação reduz o

tempo necessário para que volte a operar e evita desgaste provocado nos circuitos internos devido a picos de tensão que aparecem no instante em que é ligado. Em outras palavras, um aparelho nessa condição está sempre parcialmente ligado e, por isso, consome energia. Suponha que uma televisão mantida em *standby* dissipe uma potência de 12 watts e que o custo do quilowatt-hora é R\$ 0,50. Se ela for mantida em *standby* durante um ano (adote 1 ano = 8.800 horas), o seu consumo de energia será, aproximadamente, de:

- (a) R\$ 1,00 (c) R\$ 25,00 (e) R\$ 200,00
 (b) R\$ 10,00 (d) R\$ 50,00

Resistência elétrica

37 Vunesp Uma lâmpada incandescente (de filamento) apresenta em seu rótulo as seguintes especificações: 60 W e 120 V. Determine:

- a) a corrente elétrica I que deverá circular pela lâmpada, se ela for conectada a uma fonte de 120 V.
 b) a resistência elétrica R apresentada pela lâmpada, supondo que ela esteja funcionando de acordo com as especificações.

38 A resistência elétrica de um fio A é igual a 1Ω e a de um fio B é de 5Ω . Determine:

- a) a intensidade de corrente elétrica no fio A, quando for estabelecida entre seus terminais uma diferença de potencial igual a 1 V.
 b) a razão $\frac{i_A}{i_B}$ entre as intensidades de corrente nos fios A e B, quando submetidos a uma mesma diferença de potencial.

39 As tabelas a seguir fornecem intensidades de corrente elétrica (I) em função de tensões (U) em três condutores A, B e C:

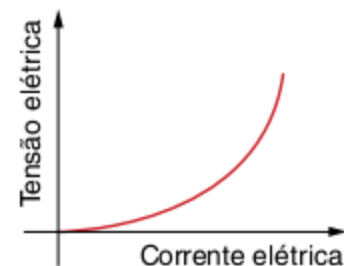
i (A)	U (V)	i (A)	U (V)	i (A)	U (V)
0	0	0	0	0	0
2	4	5	5	2,5	0,25
5	10	8	16	4	0,4
20	40	10	30	20	2
25	50	12	48	30	3
A		B		C	

Que condutor(es) é(são) ôhmico(s)?

40 Em um determinado fio, submetido a uma diferença de potencial (ddp) de 220 volts, é percorrido por 120 coulombs em um intervalo de tempo de 30 s. Determine:

- a) a corrente elétrica i que percorre o fio.
 b) a resistência elétrica do fio.

41 Um fio condutor é submetido a uma diferença de potencial (ddp) de 110 volts, é percorrido por 120 Coulombs em um intervalo de tempo de 20 s. Determine:

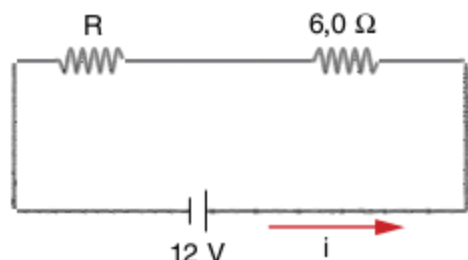


- a) a corrente elétrica i que percorre o fio.
- b) a resistência elétrica do fio.

42 Cesgranrio A relação entre a tensão (V) e a corrente elétrica (I) num condutor, que obedece a lei de Ohm, pode ser expressa por:

- (a) $V = k \cdot I$
- (b) $V = k \cdot I^2$
- (c) $V = k \cdot I^{\frac{1}{2}}$
- (d) $V = k/I$
- (e) $V = k/I^2$

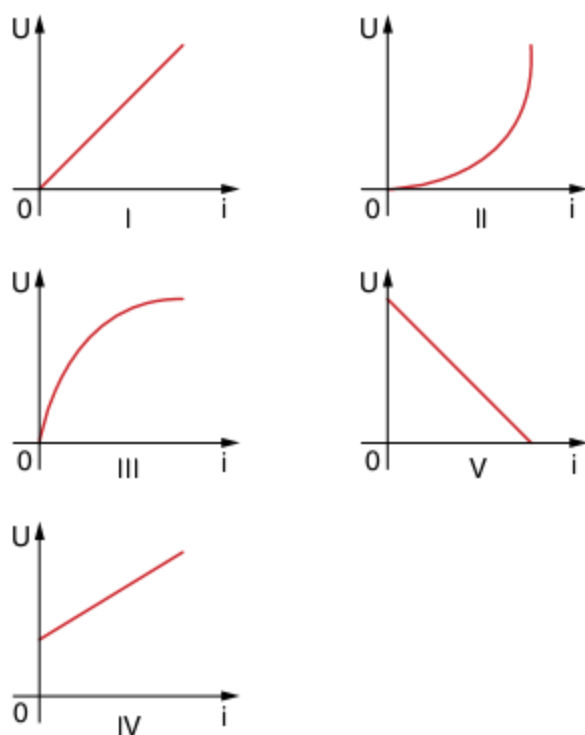
43 Vunesp Dois resistores, um de resistência $6,0 \Omega$ e outro de resistência R , estão ligados a uma bateria de 12 V e resistência interna desprezível, como mostra a figura.



Sabendo que a potência total dissipada no circuito é 6 W , determine:

- a) a corrente i que percorre o circuito.
- b) o valor da resistência R .

44 Puccamp Considere os gráficos a seguir, que representam a tensão (U) nos terminais de componentes elétricos em função da intensidade da corrente (i) que os percorre.



Dentre esses gráficos, pode-se utilizar para representar componentes ôhmicos somente:

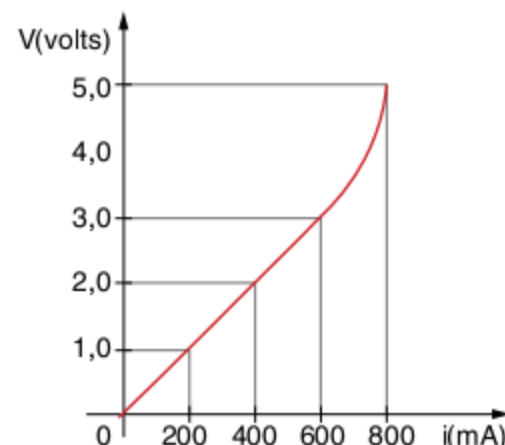
- (a) I.
- (b) I e IV.
- (c) I, II e III.
- (d) I, II e IV.
- (e) I, IV e V.

45 UFMG O gráfico a seguir mostra como varia a tensão elétrica em um resistor mantido a uma temperatura constante em função da corrente elétrica que passa por esse resistor.

Com base nas informações contidas no gráfico, é correto afirmar que:

- (a) a corrente elétrica no resistor é diretamente proporcional à tensão elétrica.
- (b) a resistência elétrica do resistor aumenta quando a corrente elétrica aumenta.
- (c) a resistência do resistor tem o mesmo valor qualquer que seja a tensão elétrica.
- (d) dobrando-se a corrente elétrica através do resistor, a potência elétrica consumida quadruplica.
- (e) o resistor é feito de um material que obedece a Lei de Ohm.

46 UFSC 2009 Um técnico eletricitista, para obter as características de um determinado resistor, submete o mesmo a vários valores de diferença de potencial, obtendo as intensidades de corrente elétrica correspondentes. Com os valores obtidos, o técnico constrói o gráfico $V \times i$ mostrado abaixo, concluindo que o gráfico caracteriza a maioria dos resistores reais.



Analise o gráfico e assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 A resistência desse resistor tende a aumentar com o seu aquecimento, devido ao aumento da corrente.
- 02 No trecho de 0 a 600 mA , o resistor é considerado ôhmico, pois o valor da resistência é constante.
- 04 No trecho de 600 mA até 800 mA , a relação $R = \frac{V}{i}$ não pode ser aplicada, pois o resistor não é mais ôhmico.
- 08 Quando passa pelo resistor uma corrente de 800 mA , a resistência elétrica do mesmo é 5Ω .
- 16 Se o técnico desejar construir um resistor de resistência igual a 5 , utilizando um fio de níquel cromo ($\rho = 1,5 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$) com área da secção reta de $1,5 \text{ mm}^2$, o comprimento deste fio deverá ter 5 m .
- 32 Quando a intensidade da corrente aumenta de 200 mA para 400 mA , a potência dissipada por efeito Joule no referido resistor duplica.

Soma =

TEXTO COMPLEMENTAR

Energia na ponta dos dedos

Hamsters ajudam a enfrentar a crise energética mundial? Apesar do exagero, esses pequenos roedores, ao carregar minúsculos geradores de eletricidade, estão participando no desenvolvimento de novas formas de energia renovável.

Com o uso da mesma aplicação nanotecnológica, um grupo de cientistas do Instituto de Tecnologia da Geórgia, nos Estados Unidos, conseguiu produzir eletricidade a partir do bater dos dedos. A ideia é fazer com que celulares e notebooks possam ser alimentados pelo próprio movimento de apertar as teclas.

“Por meio da nanotecnologia, demonstramos formas de converter até mesmo energia biomecânica irregular em eletricidade. Podemos converter qualquer perturbação mecânica em energia elétrica”, disse Zhong Lin Wang, coordenador do estudo e um dos principais especialistas no mundo em nanotecnologia.

A nova demonstração de conversão de energia biomecânica em eletricidade foi descrita no periódico *Nano Letters*. O estudo demonstra que nanogeradores – que vêm sendo desenvolvidos por Wang e equipe desde 2005 – podem ser alimentados por movimentos mecânicos irregulares, como a vibração de cordas vocais ou a oscilação de uma bandeira ao vento, além do bater dos dedos ou da corrida de um hamster.

Segundo os autores do estudo, obter energia de baixa frequência representa uma importante conquista, justamente por conta de a energia biomecânica ser variável, diferentemente dos movimentos regulares usados atualmente para a geração de eletricidade em larga escala.

A energia do nanogerador é produzida por meio do efeito piezoelétrico, um fenômeno de acordo com o qual certos materiais – como fios de óxido de zinco – produzem cargas elétricas quando são dobrados e depois relaxados. Os fios usados no estudo têm entre 100 e 800 nanômetros (bilionésimo de metro) em diâmetro e entre 100 e 500 micrômetros (milionésimo de metro) de largura.

Para construir os geradores, os cientistas encapsularam fios individuais de óxido de zinco em um polímero flexível. Os fios foram colocados com contatos elétricos em cada ponta e com uma barreira em um dos lados para controlar a corrente elétrica.

Em seguida, ligaram um dos geradores na junta de um dedo indicador e combinaram quatro em uma jaqueta que foi vestida por hamsters. A corrida do pequeno roedor e o movimento do dedo flexionaram o substrato no qual os nanofios foram encapsulados, produzindo minúsculas quantidades de uma corrente elétrica alternada.

Os quatro nanogeradores alimentados pelos movimentos do hamster produziram até 0,5 nanoampere e uma corrente menor resultou no único gerador no dedo.

Wang estima que, para alimentar um aparelho eletrônico portátil, como um telefone celular, serão precisos milhares desses nanogeradores de fio único, que poderiam ser montados em módulos tridimensionais.

Mas o mais importante foi a demonstração do potencial da tecnologia. Segundo o professor do Instituto de Tecnologia da Geórgia, tais módulos poderiam, por exemplo, ser implantados no corpo humano para acumular energia do movimento de fontes como músculos ou vasos sanguíneos.

A eletricidade resultante seria usada em dispositivos nanométricos para medir a pressão sanguínea ou outros sinais vitais. “Esse estudo mostra que podemos realmente usar movimentos animais ou humanos para gerar corrente para alimentar nanogeradores”, disse Wang.

O artigo “Converting biomechanical energy into electricity by a muscle-movement-driven nanogenerator”, de Zhong Lin Wang e outros, pode ser lido por assinantes da *Nano Letters* em <http://pubs.acs.org/journal/nalefd>.

Agência Fapesp. Disponível em: <<http://www.agencia.fapesp.br/materia/10203/divulgacao-cientifica/energia-na-ponta-dos-dedos.htm>>.

RESUMINDO

Até agora, detivemo-nos bastante nas características das cargas elétricas em equilíbrio e de corpos em equilíbrio eletrostático. Apesar da grande importância desses conceitos para o entendimento do resto do curso de eletricidade, o que está mais próximo do nosso dia a dia são as cargas em movimento: A corrente elétrica.

Quando se liga um aparelho na tomada, a diferença de potencial elétrico que é mantida pela central de distribuição de energia faz com que os portadores de cargas, os elétrons, movimentem-se ordenadamente, gerando uma corrente elétrica, a energia desse movimento é então convertida em outros tipos de energia, tais como luminosa, calorífica, sonora etc.

Os conceitos aprendidos até agora são muito importantes para que se entenda o que é a corrente elétrica, definida como:

$$i = \frac{|\Delta Q|}{\Delta t}$$

onde i é a corrente elétrica, medida em ampères, ΔQ é o módulo da quantidade de carga que passa através da seção do condutor e Δt é o intervalo de tempo em que a carga passou.

QUER SABER MAIS?



- Estimulação elétrica cerebral
<www.cerebromente.org.br/n18/history/stimulation_p.htm>.

Exercícios complementares

Corrente elétrica

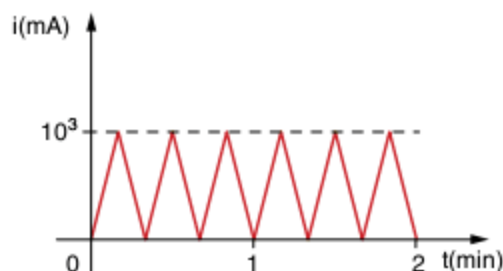
1 UCMG Uma carga $+q$ move-se numa circunferência de raio R com uma velocidade escalar v . A intensidade de corrente média em um ponto da circunferência é:

- (a) $\frac{qR}{v}$ (c) $\frac{qv}{2\pi R}$ (e) $2\pi qRv$
 (b) $\frac{qv}{R}$ (d) $\frac{2\pi qR}{v}$

2 FCC A que tipo de corrente elétrica, alternada ou contínua, estão associadas, respectivamente, as afirmações I, II e III abaixo?

- I. É adotada para transporte de energia elétrica a grandes distâncias, usando-se alta tensão para diminuir as perdas de energia elétrica.
 II. Permite armazenar energia elétrica em acumuladores, para posterior devolução à rede, em horas de alto consumo.
 III. É produzida em baterias de automóvel.
- (a) Alternada, contínua e contínua.
 (b) Alternada, contínua e alternada.
 (c) Alternada, alternada e contínua.
 (d) Contínua, contínua e alternada.
 (e) Contínua, alternada e contínua.

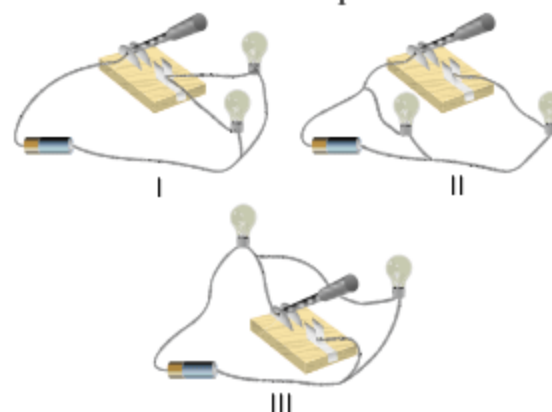
3 PUC-SP No interior de um condutor homogêneo, a intensidade da corrente elétrica varia com o tempo, como mostra o diagrama abaixo.



Pode-se afirmar que o valor médio da intensidade de corrente, entre os instantes 1 min e 2 min, é de:

- (a) $\frac{1}{6}$ A (c) 500 A (e) 0,05 A
 (b) $\frac{10^3}{6}$ A (d) 0,5 A

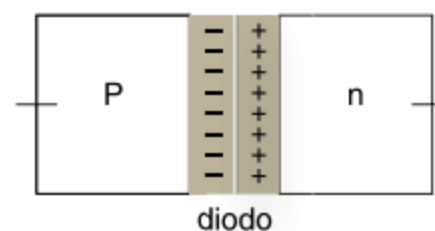
4 UFMG Estes circuitos representam uma pilha ligada a duas lâmpadas e uma chave interruptora.



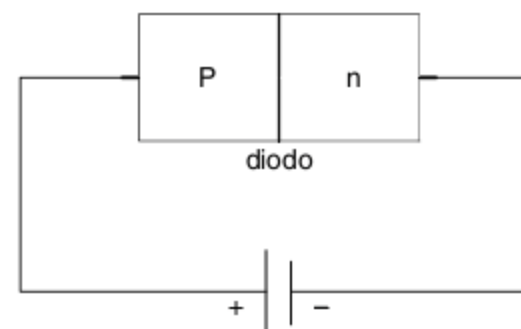
A alternativa que apresenta o(s) circuito(s) em que a ação da chave apaga ou acende as duas lâmpadas, simultaneamente, é:

- (a) I. (d) I e II.
 (b) II. (e) I e III.
 (c) III.

5 Vunesp A figura representa esquematicamente um diodo, dispositivo eletrônico formado pela junção de dois cristais semicondutores, um com excesso de portadores de carga positiva, denominado p, e outro com excesso de portadores de cargas negativas, denominado n.



Junto à região de contato desses cristais, representada pela faixa sombreada, nota-se que, por difusão, parte dos portadores de carga positiva do cristal p passa para o cristal n e parte dos portadores de carga negativa passa do cristal n para o cristal p. Liga-se esse diodo a uma pilha, formando o circuito da figura a seguir.

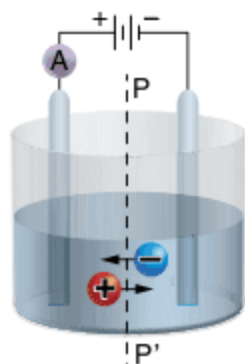


Pode-se afirmar que, nessas condições, o diodo:

- (a) vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de carga negativa, no sentido de p para n, e de portadores de carga positiva, no sentido de n para p.
- (b) vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de carga negativa, no sentido de n para p, e de portadores de carga positiva, no sentido de p para n.
- (c) vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de cargas positiva e negativa no sentido de n para p.
- (d) vai ser percorrido por uma corrente elétrica formada de portadores de cargas positiva e negativa no sentido de p para n.
- (e) não será percorrido por nenhuma corrente elétrica em qualquer sentido.

Potência elétrica

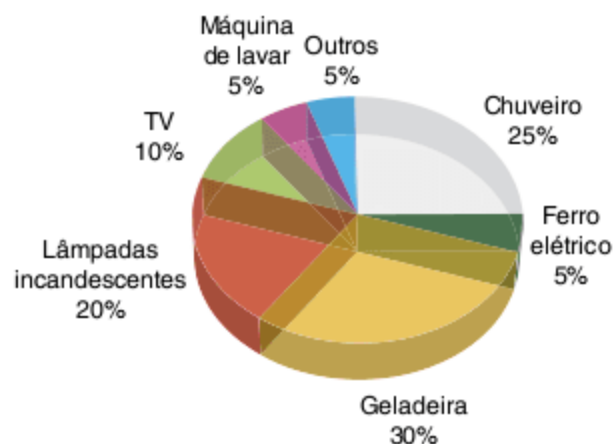
6 Vunesp Suponha que num experimento de eletrólise, representado pela figura a seguir, 3 coulombs de carga positiva e 3 coulombs de carga negativa atravessem o plano PP' durante 1 segundo.



A corrente em ampères indicada pelo amperímetro A será:

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 3
- (e) 6

7 Enem A distribuição média, por tipo de equipamento, do consumo de energia elétrica nas residências no Brasil é apresentada no gráfico a seguir.



Como medida de economia, em uma residência com 4 moradores, o consumo mensal médio de energia elétrica foi reduzido para 300 kWh. Se essa residência obedece à distribuição dada no gráfico, e se nela há um chuveiro de 5.000 W, pode-se concluir que o banho diário de cada morador passou a ter uma duração média, em minutos, de:

- (a) 2,5
- (b) 5,0
- (c) 7,5
- (d) 10,0
- (e) 12,0

8 Enem No quadro abaixo estão as contas de luz e água de uma mesma residência. Além do valor a pagar, cada conta mostra como calculá-lo, em função do consumo de água (em m³) e de eletricidade (em kWh). Observe que, na conta de luz, o valor a pagar é igual ao consumo multiplicado por um certo fator. Já na conta de água, existe uma tarifa mínima e diferentes faixas de tarifação.

Companhia de eletricidade	
Fornecimento	Valor – R\$
401 kWh.0,13276000	53,23

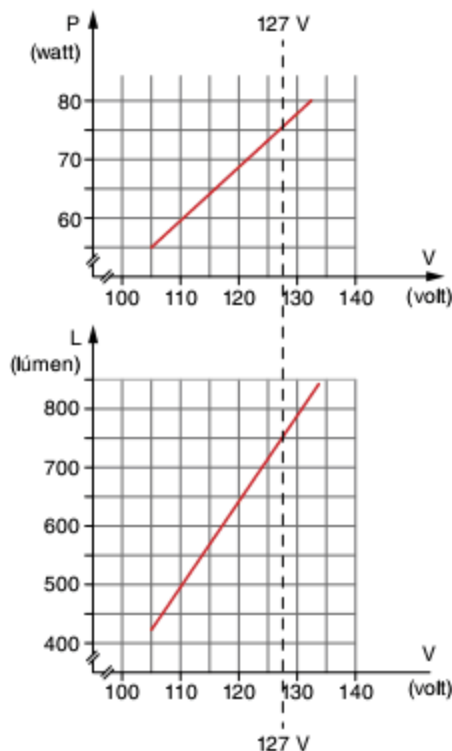
Companhia de Saneamento			
Tarifas de água/m ³		Consumo	Valor – R\$
Faixas de consumo	Tarifa		
até 10	5,50	tarifa mínima	5,50
11 a 20	0,85	7	5,95
21 a 30	2,13		
31 a 50	2,13		
acima de 50	2,36		
Total			11,45

Suponha que, no próximo mês, dobre o consumo de energia elétrica dessa residência. O novo valor da conta será de:

- (a) R\$ 55,23
- (b) R\$ 106,46
- (c) R\$ 802,00
- (d) R\$ 100,00
- (e) R\$ 22,90

9 Fuvest Os gráficos, apresentados ao lado, caracterizam a potência P, em watt, e a luminosidade L, em lúmen, em função da tensão, para uma lâmpada incandescente. Para iluminar um salão, um especialista programou utilizar 80 dessas lâmpadas, supondo que a tensão disponível no local seria de 127 V.

Entretanto, ao iniciar-se a instalação, verificou-se que a tensão no local era de 110 V. Foi necessário, portanto, um novo projeto, de forma a manter a mesma luminosidade no salão, com lâmpadas desse mesmo tipo.

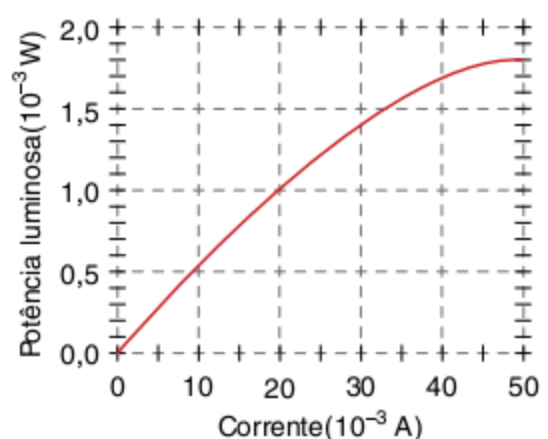
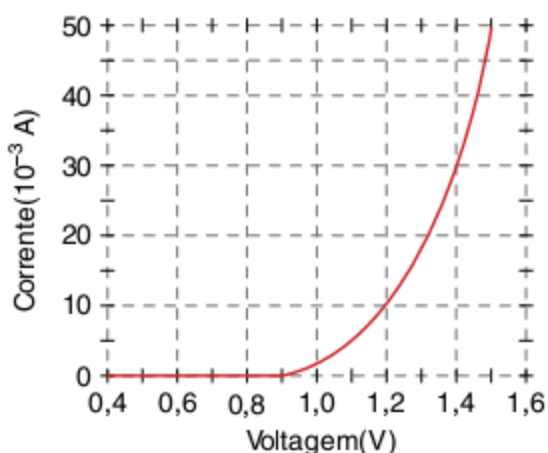


Para esse novo projeto, determine:

- o número N de lâmpadas a serem utilizadas.
- a potência adicional P_A , em watts, a ser consumida pelo novo conjunto de lâmpadas, em relação à que seria consumida no projeto inicial.

10 Unicamp Um LED (do inglês *Light Emitting Diode*) é um dispositivo semicondutor para emitir luz.

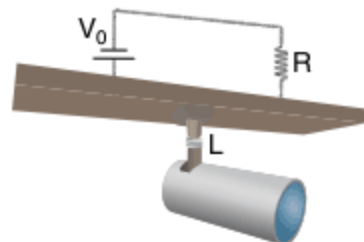
Sua potência depende da corrente elétrica que passa através desse dispositivo, controlada pela voltagem aplicada. Os gráficos abaixo representam as características operacionais de um LED com comprimento de onda na região do infravermelho, usado em controles remotos.



- Qual é a potência elétrica do diodo, quando uma tensão de 1,2 V é aplicada?
- Qual é a potência de saída (potência elétrica transformada em luz) para essa voltagem? Qual é a eficiência do dispositivo?
- Qual é a eficiência do dispositivo sob uma tensão de 1,5 V?

Resistência elétrica

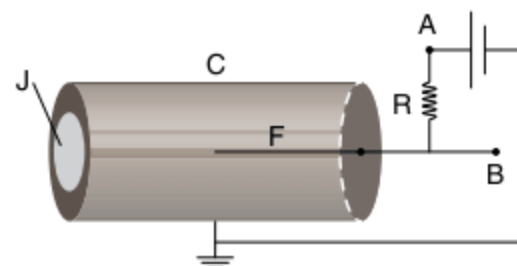
11 Fuvest Dispõe-se de uma lâmpada decorativa especial L , cuja curva característica, fornecida pelo manual do fabricante, é apresentada a seguir. Deseja-se ligar essa lâmpada, em série com uma resistência $R = 2,0 \Omega$, a uma fonte de tensão V_0 , como no circuito abaixo. Por precaução, a potência dissipada na lâmpada deve ser igual à potência dissipada no resistor.



Para as condições acima:

- represente a curva característica $I \times V$ do resistor na própria reprodução do gráfico fornecido pelo fabricante, identificando-a com a letra R .
- Determine, utilizando o gráfico, a corrente I , em ampères, para que a potência dissipada na lâmpada e no resistor sejam iguais.
- Determine a tensão V_0 , em volts, que a fonte deve fornecer.
- Determine a potência P , em watts, que a lâmpada dissipará nessas condições.

12 Fuvest A figura representa uma câmara fechada C , de parede cilíndrica de material condutor, ligada a terra. Em uma de suas extremidades, há uma película J , de pequena espessura, que pode ser atravessada por partículas. Coincidente com o eixo da câmara, há um fio condutor F mantido em potencial positivo em relação a terra. O cilindro está preenchido com um gás de tal forma que partículas alfa, que penetram em C , através de J , colidem com moléculas do gás podendo arrancar elétrons das mesmas. Neste processo, são formados íons positivos e igual número de elétrons livres que se dirigem, respectivamente, para C e para F . O número de pares elétron-ion formados é proporcional à energia depositada na câmara pelas partículas alfa, sendo que, para cada 30 eV de energia perdida por uma partícula alfa, um par é criado. Analise a situação em que um número $n = 2 \cdot 10^4$ partículas alfa, cada uma com energia cinética igual a 4,5 MeV, penetram em C , a cada segundo, e lá perdem toda a sua energia cinética. Considerando que apenas essas partículas criam os pares elétron-ion, determine:



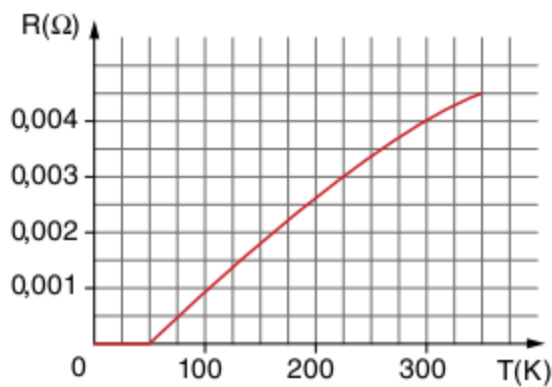
Note/Adote

- A carga de um elétron é $e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- elétron-volt (eV) é uma unidade de energia
- $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$

- o número N de elétrons livres produzidos na câmara C a cada segundo.
- a diferença de potencial V entre os pontos A e B da figura, sendo a resistência $R = 5 \cdot 10^7 \Omega$.

13 Vunesp Um certo resistor é percorrido por uma corrente elétrica. Cada elétron que compõe essa corrente transfere ao resistor, na forma de energia térmica, $8,0 \cdot 10^{-19}$ joules. A que diferença de potencial está submetido o resistor? (Carga do elétron = $-1,6 \cdot 10^{-19}$ coulombs).

14 Fuvest O gráfico adiante representa o comportamento da resistência de um fio condutor em função da temperatura em K. O fato de o valor da resistência ficar desprezível abaixo de uma certa temperatura caracteriza o fenômeno da supercondutividade. Pretende-se usar o fio na construção de uma linha de transmissão de energia elétrica em corrente contínua. À temperatura ambiente de 300 K a linha seria percorrida por uma corrente de 1.000 A, com uma certa perda de energia na linha. Qual seria o valor da corrente na linha, com a mesma perda de energia, se a temperatura do fio fosse baixada para 100 K?



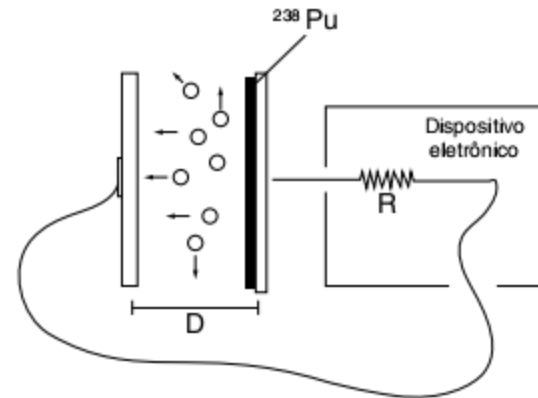
- (a) 500 A
- (b) 1.000 A
- (c) 2.000 A
- (d) 3.000 A
- (e) 4.000 A

Questões gerais

15 Um chuveiro elétrico opera a uma tensão de 220 V e consome 2.200 W.

- a) Qual é a resistência elétrica desse chuveiro?
- b) Imaginando que você utilize este chuveiro para tomar um banho com água à temperatura de 37 °C e que a temperatura ambiente da água seja de 27 °C, calcule a vazão da água, em litros por segundo, que você deve exigir deste chuveiro. Dado: calor específico da água $\approx 4,2 \text{ J/(g } ^\circ\text{C)}$.

16 Fuvest 2007 O plutônio (^{238}Pu) é usado para a produção direta de energia elétrica em veículos espaciais. Isso é realizado em um gerador que possui duas placas metálicas, paralelas, isoladas e separadas por uma pequena distância D. Sobre uma das placas deposita-se uma fina camada de ^{238}Pu , que produz $5 \cdot 10^{14}$ desintegrações por segundo. O ^{238}Pu se desintegra, liberando partículas alfa, $\frac{1}{4}$ das quais alcança a outra placa, onde são absorvidas. Nesse processo, as partículas alfa transportam uma carga positiva Q e deixam uma carga $-Q$ na placa de onde saíram, gerando uma corrente elétrica entre as placas, usada para alimentar um dispositivo eletrônico, que se comporta como uma resistência elétrica $R = 3,0 \cdot 10^9 \Omega$. Estime:



- a) a corrente I, em ampères, que se estabelece entre as placas.
- b) a diferença de potencial V, em volts, que se estabelece entre as placas.
- c) a potência elétrica P_E , em watts, fornecida ao dispositivo eletrônico nessas condições.

Note e adote:

O ^{238}Pu é um elemento radioativo, que decai naturalmente, emitindo uma partícula alfa (núcleo de ^4He).

Carga Q da partícula alfa = $2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.



Frente 3

1

FRENTE 3

Termometria

Corpos com temperatura acima do zero absoluto (0 K ou $-273,15\text{ }^\circ\text{C}$) emitem radiação no infravermelho. Técnicas de termografia permitem que a temperatura superficial de um corpo seja observada. Com uma câmera de infravermelho, pode-se obter uma imagem térmica que mostra os padrões de distribuição de temperatura em uma estrutura física, como as construções da cidade de Londres, na Inglaterra. As regiões mais frias aparecem em azul e as mais quentes em vermelho.



Introdução

A preocupação do homem em compreender os conceitos relacionados ao calor vem desde a era do fogo (há aproximadamente 12 mil anos), pois o homem, ao descobrir o fogo como forma de cozer a carne e abrigar-se do desconforto térmico nas noites frias, na verdade, estava tratando, mesmo sem saber, dos conceitos envolvidos com calor, temperatura e equilíbrio térmico.

As sensações de frio e quente são muito relativas; pessoas das regiões Sul e Norte do Brasil podem ter sensações diferentes do clima de uma cidade localizada no sudeste do nosso país. Uma ducha morna pode gerar sensações distintas para uma pessoa que saiu de uma sauna a vapor e para uma pessoa que saiu de uma piscina com água gelada.

Criar uma grandeza física que pudesse representar e concretizar um conceito de quente e de frio foi uma tarefa inicialmente desenvolvida pelos gregos, há mais de dois mil anos. Entretanto, foi a partir do século XVIII que o homem conseguiu realmente mensurar essa grandeza e parametrizá-la.

Grandezas Macro x Micro

Na Física, podemos efetuar a medida de dois tipos de grandeza: as macroscópicas e as microscópicas. Com uma boa aproximação, podemos afirmar que as grandezas macroscópicas podem ser percebidas pelos nossos sentidos, por exemplo: o comprimento de uma barra, o volume de um líquido, a massa de um dado corpo.

Já as grandezas microscópicas exigem um estudo mais aprofundado a respeito da constituição da matéria e de sua estrutura molecular e, conseqüentemente, devem ser medidas de forma indireta.

Temperatura

A temperatura não pode ser medida como uma grandeza macroscópica, pois, dessa forma, recairíamos na subjetividade do “quente e frio”. Para perceber o que estamos falando, basta lembrar como nossa mãe procedia quando suspeitava que tínhamos febre. Ela simplesmente colocava a mão espalmada em nossa testa e já determinava se estávamos ou não com febre. Nessa situação, a grandeza foi medida de forma subjetiva, por comparação, o que não pode ser admitido como ciência.

Afinal de contas, o que é temperatura?

Todos os corpos são constituídos de matéria, e essa matéria é, aproximadamente, constituída de pequenas partículas, átomos, moléculas ou íons, que podemos representar por esferinhas, conforme a figura 1.

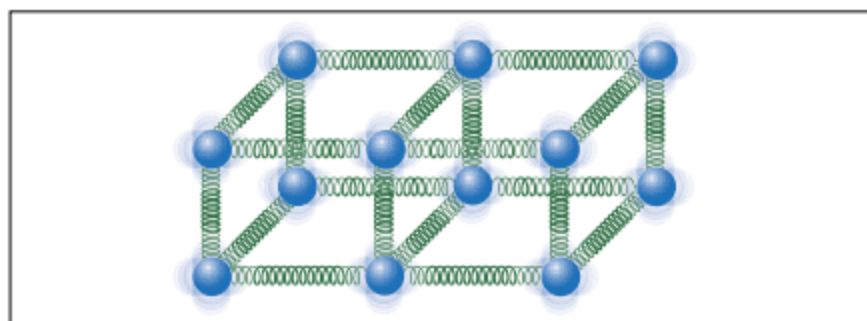


Fig. 1 Representação esquemática das partículas em vibração que constituem um corpo.

As partículas constituintes da matéria estão em constante vibração, que vamos entender como agitação térmica. Quanto maior a agitação térmica, maior será a temperatura do corpo, e quanto menor for a agitação térmica, menor será a temperatura do corpo. Isso quer dizer que a agitação térmica e a temperatura são grandezas diretamente proporcionais.

ATENÇÃO!

Temperatura é uma medida do nível de agitação térmica das partículas, ou medida do nível de energia térmica, por partícula, de um corpo ou de um sistema físico.

A medição da temperatura é feita de forma indireta. Experimentalmente, verifica-se que determinados corpos apresentam características físicas que podem se alterar à medida que a agitação térmica das partículas constituintes da matéria se altera, como:

- o comprimento de uma barra;
- o volume de um líquido;
- a resistência elétrica de um condutor;
- a pressão de um gás.

Através da medida de uma dessas grandezas, podemos mensurar a temperatura de um dado corpo. Nesse caso, teremos uma grandeza termométrica.

A **termometria** é a parte da Física, mais propriamente dito da **termologia**, que estuda a medição da temperatura através de processos indiretos, ou seja, tem por objetivo mensurar um número a cada estado térmico de um corpo e, conseqüentemente, permitir comparações entre estados térmicos distintos.

ATENÇÃO!

Se dois corpos estão com a mesma agitação térmica, estão com a mesma temperatura e, se estiverem com agitações térmicas distintas, estão com temperaturas distintas.

Equilíbrio térmico

Quando dois corpos, C_1 com temperatura T_1 e C_2 com temperatura T_2 igual a T_1 , estão em contato térmico, diz-se que estão em equilíbrio térmico.

Equilíbrio térmico entre dois corpos significa que eles possuem o mesmo estado de agitação das partículas.

Princípio zero da termodinâmica

Se dois corpos, C_1 e C_2 , estão em equilíbrio térmico com um terceiro corpo, C_3 , então C_1 e C_2 também estão em equilíbrio térmico entre si.

Calor

Ao contrário do que muitos pensam, **calor e temperatura** não são grandezas equivalentes. Temperatura, como vimos anteriormente, é uma medida de agitação das partículas; portanto, um corpo possui uma determinada temperatura. Entretanto, um corpo não possui calor, pois calor é uma forma de energia em trânsito que só existe quando dois corpos em diferentes temperaturas interagem de forma térmica.

Calor é energia térmica em trânsito que se desloca do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura. Podemos dizer que calor é um fluxo de energia com sentido único e obrigatório.

É importante lembrar que mesmo que um corpo extenso esteja com suas extremidades em temperaturas diferentes, ele não possuirá calor, mas existirá sim um fluxo de calor entre suas extremidades até que a diferença de temperatura desapareça e, conseqüentemente, nenhuma parte do corpo tenha maior ou menor temperatura em relação à outra. Calor só existe enquanto o equilíbrio térmico não é estabelecido. Observe a figura 2.

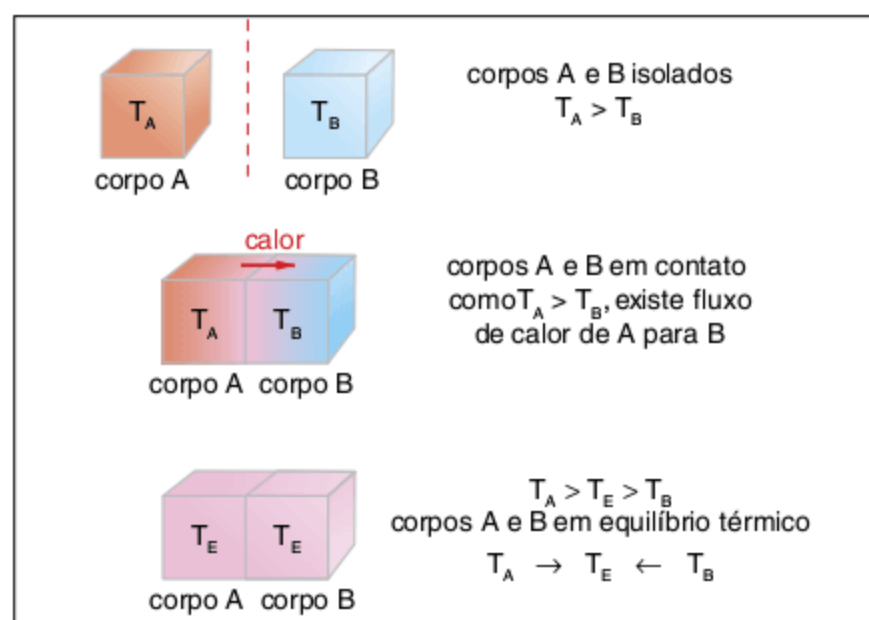


Fig. 2 Fluxo de calor levando ao equilíbrio térmico.

Com base nesses conceitos, faz sentido dizer que tem um friozinho entrando pelo vão da janela?

Equação termométrica

Uma equação termométrica é uma forma de atribuímos a cada estado térmico, relativo a uma grandeza termométrica, um valor de temperatura. Assim podemos graduar, através de uma propriedade variável com a temperatura, valores fixos para a temperatura de um determinado corpo.

Consideremos uma grandeza G cujo valor se altera com a mudança do estado térmico. A cada valor de grandeza G_1, G_2, \dots, G_n associa-se um valor de temperatura T_1, T_2, \dots, T_n .

A relação $G = f(T)$, que relaciona a cada valor de propriedade termométrica um único valor de temperatura, é chamada equação termométrica.

ATENÇÃO!

Uma equação termométrica dá origem a uma escala de temperatura.

Pontos fixos

Para estabelecermos uma equação termométrica e, conseqüentemente, uma escala de temperatura, devemos escolher dois ou mais estados térmicos **perfeitamente definidos** e de **exata reprodução**, denominados pontos fixos.

Considere o gráfico a seguir (Fig. 3), onde representamos uma relação entre uma grandeza termométrica e a temperatura. Observe que, desta forma, você tem, para cada valor de temperatura, um único valor da grandeza termométrica e vice-versa.

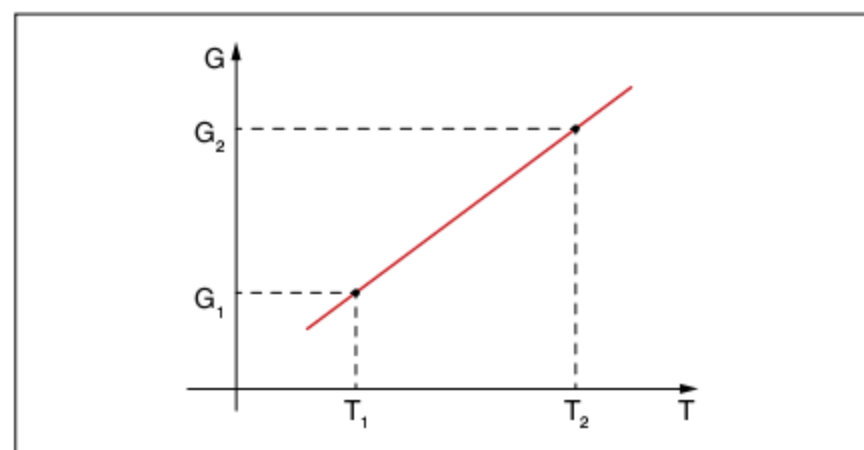


Fig. 3 Grandeza termométrica x agitação térmica (temperatura), $G_1 \neq G_2 \Leftrightarrow T_1 \neq T_2$

Você deve estar se perguntando se a relação grandeza \times temperatura deve, obrigatoriamente, ser uma relação linear (equação do 1º grau). A resposta é não. Entretanto, é conveniente a escolha de uma equação termométrica linear, pois nesse caso são necessários apenas dois pontos, (G_1, T_1) e (G_2, T_2) , para se estabelecer uma relação. É dessa forma que foram estabelecidas as duas principais escalas de temperatura utilizadas atualmente.

Pontos fixos fundamentais

Como foi dito, os pontos devem ser perfeitamente definidos; para isso, em 1742, o sueco Anders Celsius (1701-1744) definiu para a substância pura água, sob pressão normal, os pontos fixos fundamentais.

- Ponto Gelo (PG): Gelo fundente, isto é, gelo em equilíbrio térmico com água líquida.
- Ponto Vapor (PV): Água em ebulição, isto é, vapor em equilíbrio térmico com água líquida.

Dessa forma, podemos atribuir valores arbitrários para os pontos fixos e, por essa razão, podemos criar várias escalas de temperatura diferentes entre si, denominadas escalas relativas de temperatura.

Escalas relativas de temperatura

Atualmente, existem duas escalas relativas utilizadas amplamente pelo mundo. São elas:

Escala Celsius

Tem por pontos fixos fundamentais, para $P = 1 \text{ atm}$:

- Ponto Gelo: $0 \text{ }^\circ\text{C}$
- Ponto Vapor: $100 \text{ }^\circ\text{C}$

Conseqüentemente, existem 100 divisões entre os pontos gelo e vapor. Dessa forma, o grau Celsius é a variação de $\frac{1}{100}$ do intervalo entre os pontos fixos.

Escala Fahrenheit

A escala Fahrenheit foi construída, em 1727, por Daniel G. Fahrenheit (1686-1736). Ele utilizou como ponto fixo inferior

uma mistura de água, gelo e sal, para a qual ele atribuiu o valor zero, e como ponto fixo superior ele utilizou a temperatura do corpo humano, para a qual ele atribuiu o valor cem. Consequentemente, cada parte ou fração inteira desta escala é denominada grau Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Ao traçar o paralelo com a escala Celsius, obtemos os pontos fixos fundamentais.

- Ponto Gelo: 32°F
- Ponto Vapor: 212°F

Para $P = 1 \text{ atm}$.

Portanto, existem 180 divisões entre os pontos gelo e vapor. Dessa forma, o grau Fahrenheit é a variação de $\frac{1}{180}$ do intervalo entre os pontos fixos.

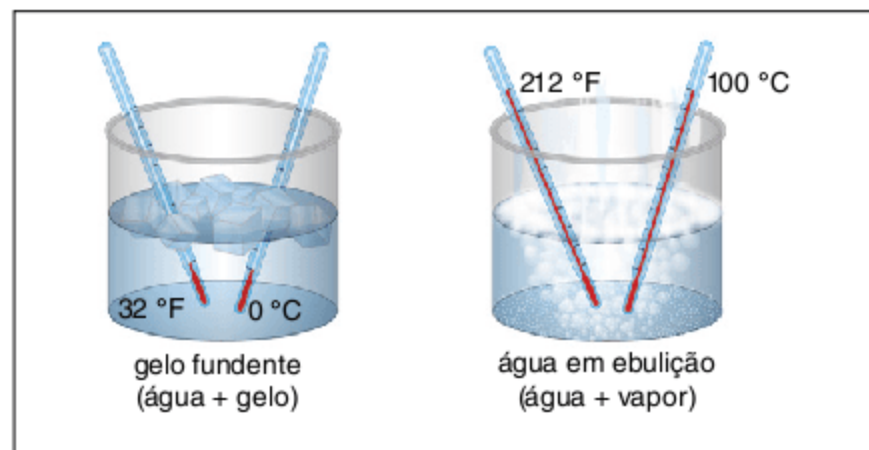


Fig. 4 Situações físicas definidas possuem valores numéricos diferentes para escalas de temperatura diferentes.

Na figura 4, temos gelo fundente e água em ebulição à pressão atmosférica normal ($P = 1 \text{ atm}$).

ATENÇÃO!

Pressão normal:

- 1 atm
- 760 mmHg
- 10^5 Pa
- 10 mca (metros de coluna-d'água)

Obs.: valores aproximadamente equivalentes.

Escala absoluta de temperatura

Uma escala absoluta de temperatura é uma escala baseada no zero absoluto. Mas o que é zero absoluto? Pois bem, vamos falar sobre os limites inferiores e superiores da agitação das partículas que constituem um dado corpo. O limite superior é difícil de se imaginar, e a própria ciência tem dificuldade em afirmar se há um limite superior para a vibração das partículas, isto é, quanto mais energia elas possuírem, mais agitadas vão ficar. Entretanto, o limite inferior é claro, basta as partículas não se agitarem, isto é, ficarem paradas. O ponto de zero absoluto é um estado térmico de zero agitação molecular, isto é, as partículas não possuem energia de vibração.

A escala absoluta do Sistema Internacional de Unidades (SI) é a escala Kelvin, que possui seu zero em aproximadamente, $-273,15^{\circ}\text{C}$ e que possui como unidade a mesma variação na escala Celsius.

ATENÇÃO!

Você está habituado aos nomes “grau Celsius”, “grau Fahrenheit” etc. Nesses nomes, a palavra “grau” indica um intervalo de temperatura. Na escala Kelvin, a palavra “Kelvin” corresponde a um intervalo de temperatura, de modo que não se utiliza a palavra “grau” entre o valor numérico e a unidade.

William Thomson (1824-1907), homenageado com o título de Lord Kelvin, ao estudar o comportamento dos gases, considerados ideais (assunto que será estudado no capítulo 6 deste livro), observou que o volume ocupado por uma determinada amostra de gás aumentava com a elevação da temperatura, quando se mantinha a pressão constante. Lord Kelvin, em seus experimentos, utilizou as escalas disponíveis na época, entre elas a escala Celsius.

No gráfico da figura 5, observa-se que com o aumento da temperatura em $^{\circ}\text{C}$, para uma determinada pressão constante, há um aumento proporcional do volume.

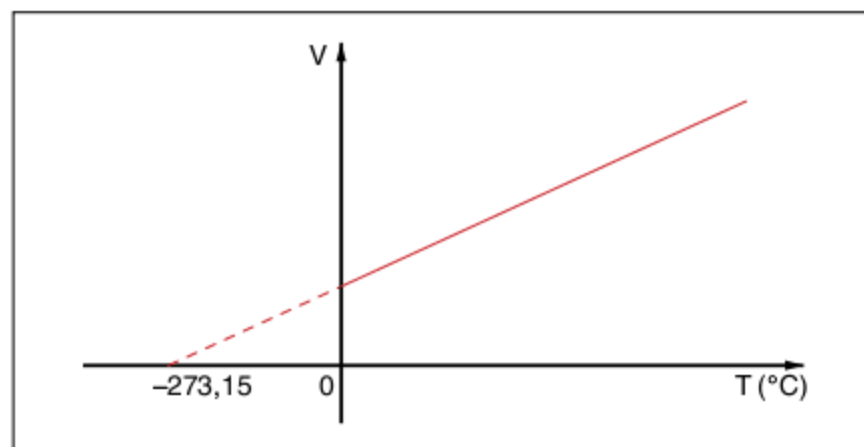


Fig. 5 Variação do volume e da temperatura para um gás ideal a $P = \text{cte}$.

Consequentemente, à medida que a temperatura diminui, o volume ocupado pelo gás é reduzido. Para um volume teórico igual a zero, zero agitação molecular, temos o zero absoluto, que na escala Celsius corresponde a $-273,15^{\circ}\text{C}$.

Teoricamente, uma vez que não se pode obter uma agitação menor do que a nula, define-se a menor temperatura possível como **zero absoluto**.

Observação: Ao longo deste capítulo, trabalharemos com o valor aproximado de -273°C para o zero absoluto.

Comparação entre as escalas de temperatura

Observe que as escalas, tanto relativas quanto absolutas, simplesmente são escalas que fornecem números a estados termicamente definidos; portanto, o que “menos importa” é o número associado ao estado, mas sim o estado físico em si. Entretanto, as relações entre as três escalas mais importantes tornam-se necessárias.

Na figura 6, há três escalas com seus respectivos valores em dois pontos fixos: ponto gelo e ponto vapor.

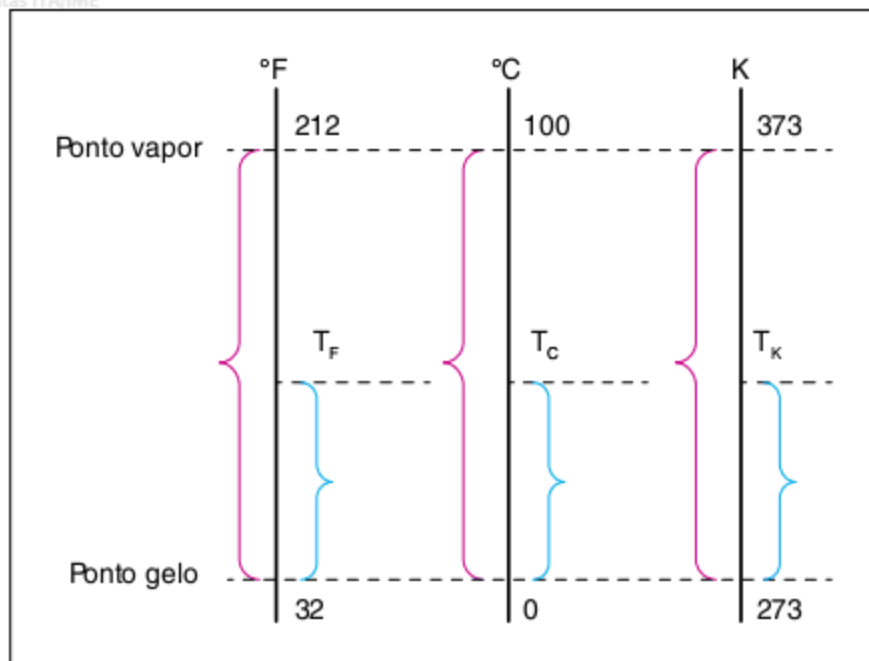


Fig. 6 Relação entre as principais escalas de temperatura.

Com a utilização do teorema de Tales, vemos que:

$$\frac{T_F - 32}{212 - 32} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} = \frac{T_K - 273}{373 - 273} \Rightarrow$$

$$\frac{T_F - 32}{180} = \frac{T_C}{100} = \frac{T_K - 273}{100} \Rightarrow$$

$$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5} = \frac{T_K - 273}{5}$$

Relação entre °C e °F

A expressão que nos dá a relação entre essas escalas pode ser simplificada, dividindo-se o denominador por 20. Obtemos, então:

$$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5}$$

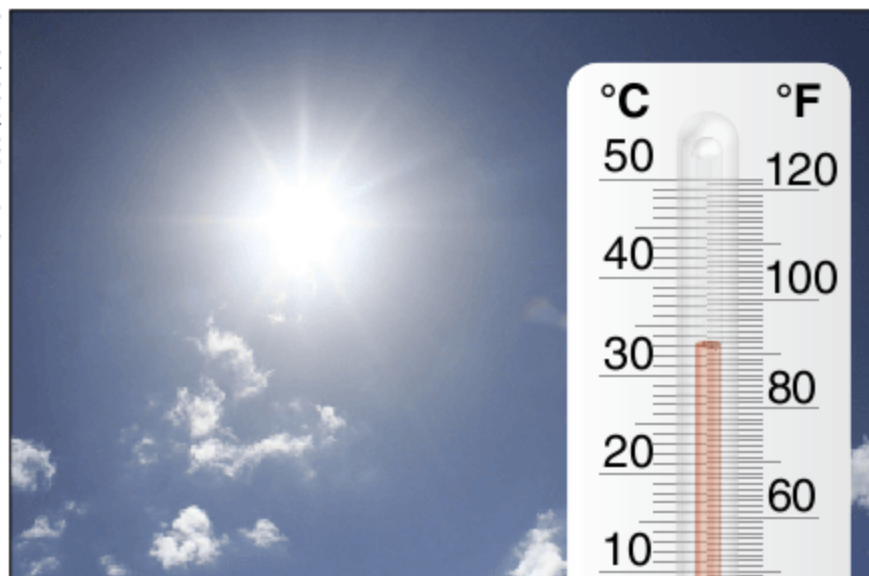


Fig. 7 Relação entre as escalas Celsius e Fahrenheit em um termômetro.

Relação entre °C e K

A expressão que nos dá a relação entre essas escalas pode ser simplificada, dividindo-se o denominador por 100. Obtemos, então:

$$T_C = T_K - 273 \text{ ou } T_K = T_C + 273$$

Observe que se considerarmos apenas a variação de temperatura nas escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin, temos:

$$\frac{\Delta T_C}{100} = \frac{\Delta T_F}{180} = \frac{\Delta T_K}{100} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} = \frac{\Delta T_K}{5} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T_F = 1,8 \Delta T_C \\ \Delta T_C = \Delta T_K \end{cases}$$

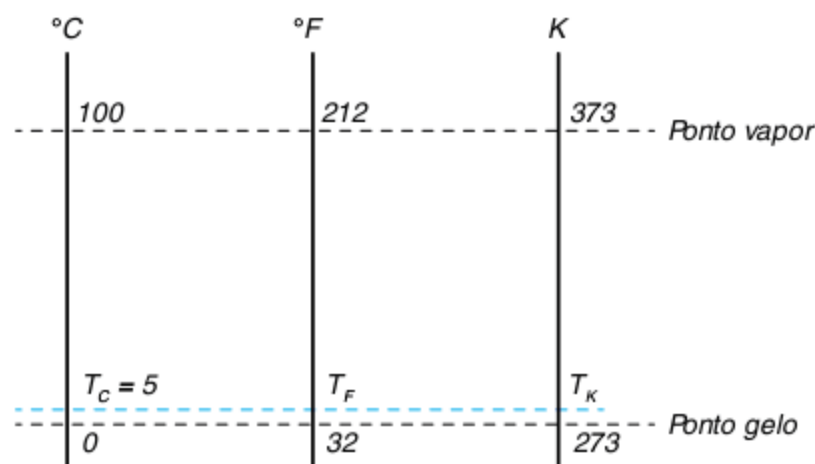
Exercício resolvido

1 Em um dia de sol, um aluno resolve tomar um refrigerante. Vai até a geladeira e retira uma latinha que estava a 5 °C.

- Qual a temperatura nas escalas Fahrenheit e Kelvin?
- Se o aluno, antes de abrir o refrigerante, o deixar em cima de uma mesa até que a temperatura atinja 30 °C, qual será a variação de temperatura do refrigerante nas escalas Celsius, Fahrenheit e Kelvin?

Resolução:

a) Considere a seguinte relação entre as escalas de temperatura:



Dessa relação, podemos concluir que:

$$I. \frac{T_F - 32}{212 - 32} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{T_F - 32}{180} = \frac{T_C}{100} \Rightarrow$$

$$\frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_C}{5} \Rightarrow \frac{T_F - 32}{9} = \frac{5}{5} \Rightarrow T_F - 32 = 9$$

$$T_F = 41 \text{ } ^\circ\text{F}$$

$$II. \frac{T_K - 273}{373 - 273} = \frac{T_C - 0}{100 - 0} \Rightarrow \frac{T_K - 273}{100} = \frac{T_C}{100} \Rightarrow$$

$$T_K - 273 = T_C \Rightarrow T_K = 273 + 5 \Rightarrow$$

$$T_K = 278\text{K}$$

b) A variação de temperatura na escala Celsius é dada por:

$$\Delta T_C = T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}}$$

$$\Delta T_C = 30 - 5$$

$$\Delta T_C = 25 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Na escala Fahrenheit, temos:

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} \Rightarrow \frac{25}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} \Rightarrow$$

$$\Delta T_F = 45 \text{ } ^\circ\text{F}$$

Na escala Kelvin, temos:

$$\Delta T_K = \Delta T_C \Rightarrow \Delta T_K = 25\text{K}$$

Termômetro

Termômetro de mercúrio

Nesse termômetro, a propriedade termométrica é a altura da coluna de líquido em um capilar. Mas por que utilizar mercúrio?

Eis as razões:

- o mercúrio se dilata uniformemente com a temperatura e se apresenta no estado líquido em um amplo intervalo térmico cujos extremos são $-38\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $360\text{ }^{\circ}\text{C}$;
- pode ser obtido em excelente estado de pureza;
- é opaco e tem cor contrastante com a do vidro, o que facilita a leitura;
- o mercúrio não molha o vidro, isto é, não deixa resíduos aderentes no vidro, de modo que a massa de mercúrio que participa das medições permaneça constante, podendo-se dotar o instrumento de uma escala que permita a leitura direta da temperatura.

Termômetro clínico

É importante conhecer um dos tipos especiais de termômetro de mercúrio chamado termômetro clínico, dada a sua frequente utilização na vida diária.

O termômetro clínico se destina a indicar a temperatura do corpo humano e, por isso, sua graduação compreende apenas o intervalo entre $35\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $43\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Nas proximidades do bulbo, o capilar apresenta um estrangulamento. Quando a temperatura aumenta, o mercúrio se dilata,

atravessando o estrangulamento. Atingida a temperatura máxima, o mercúrio tende a se contrair, ocorrendo então o rompimento da coluna de mercúrio na altura do estrangulamento.

Fica, assim, no capilar, a coluna de mercúrio que corresponde à temperatura máxima atingida, mesmo que o termômetro seja afastado do sistema cuja temperatura está sendo determinada.

Portanto, o termômetro clínico é um **termômetro de máximo**. Para forçar a volta do mercúrio ao bulbo, basta imprimir ao termômetro um movimento rápido, provocando a passagem do mercúrio pelo estrangulamento.

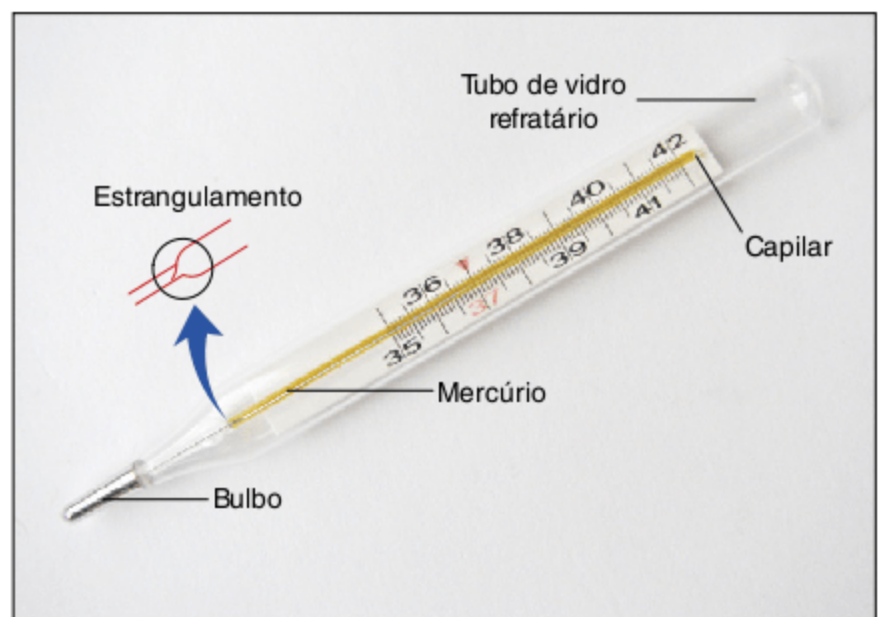


Fig. 8 Esquema simplificado de um termômetro clínico.

Revisando

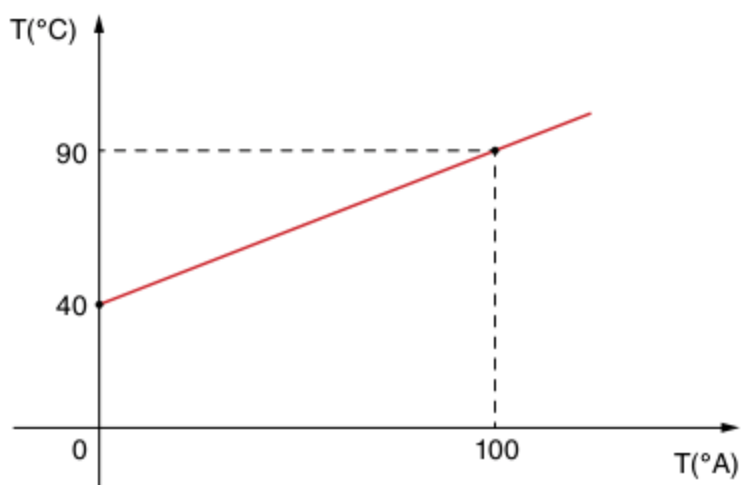
1 Qual é a temperatura em que as indicações das escalas Celsius e Fahrenheit assumem valores iguais?

2 Qual a temperatura cuja indicação na escala Fahrenheit supera em 100 unidades a correspondente indicação da escala Celsius?

3 Responda:

- a) Um corpo sofre um aquecimento de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se esse aquecimento fosse acompanhado pela escala Fahrenheit, qual seria a variação nessa escala?
- b) Um corpo sofre um aquecimento de $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se esse aquecimento fosse acompanhado pela escala Kelvin, qual seria a variação nessa escala?

4 Mackenzie Sob pressão atmosférica normal, um termômetro graduado na escala Celsius e outro graduado numa escala termométrica arbitrária A, se relacionam segundo o gráfico a seguir.



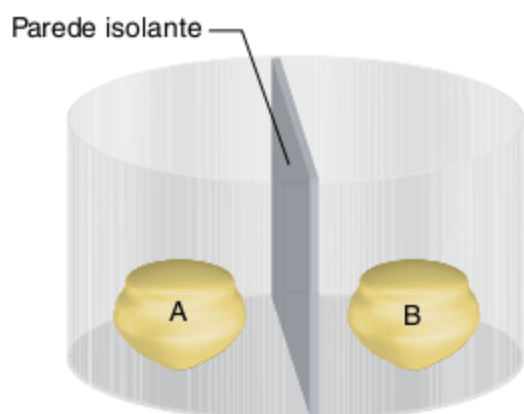
Na escala A, qual a temperatura de ebulição da água?

Exercícios propostos

Temperatura e equilíbrio térmico

1 Puccamp Um termoscópio é um aparelho que indica variações numa propriedade que é função da temperatura. Por exemplo, a resistência elétrica de um fio aumenta com o aumento da temperatura.

Dois corpos, A e B, são colocados num recipiente de paredes adiabáticas, separados por outra parede isolante.



Um termoscópio de resistência elétrica é colocado em contato com o corpo A. Após estabilização, a leitura do termoscópio é 40,0. Colocado, a seguir, em contato com o corpo B, o mostrador do termoscópio indica também 40,0.

Retirando a parede divisória e colocando o termoscópio em contato com A e B, a sua indicação deverá ser:

- (a) 10,0
- (b) 20,0
- (c) 40,0
- (d) 80,0
- (e) 160

2 Unifesp Quando se mede a temperatura do corpo humano com um termômetro clínico de mercúrio em vidro, procura-se colocar o bulbo do termômetro em contato direto com regiões mais próximas do interior do corpo e manter o termômetro assim, durante algum tempo, antes de fazer a leitura. Esses dois procedimentos são necessários porque:

- (a) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.
- (b) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque demanda sempre algum tempo para que a troca de calor entre o corpo humano e o termômetro se efetive.
- (c) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso evitar a interferência do calor específico médio do corpo humano.
- (d) é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo, e porque o calor específico médio do corpo humano é muito menor que o do mercúrio e do vidro.
- (e) o equilíbrio térmico só é possível quando há contato direto entre dois corpos e porque é preciso reduzir a interferência da pele, órgão que regula a temperatura interna do corpo.

Calor

3 UEPB 2008 (Adapt.) No fim do século XVIII, Benjamin Thompson, engenheiro americano exilado na Inglaterra (país onde recebeu o título de Conde Rumford), realizou os primeiros experimentos convincentes sobre a natureza do calor, mas estes só seriam levados a sério em meados do século XIX, principalmente pelas contribuições de Julius Robert von Mayer (1814-1878), James Prescott Joule (1818-1889), e outros, que vieram corroborar com a teoria do calor. Assim, Conde Rumford escreveu:

Foi por acaso que me vi levado a realizar as experiências que vou relatar agora. Estando ocupado, ultimamente, em supervisionar a perfuração de canhões nas oficinas do arsenal militar de Munique, chamou-me a atenção o elevado grau de aquecimento de um canhão de bronze, atingido em tempos muito curtos, durante o processo de perfuração; bem como a temperatura ainda mais alta (acima do ponto de ebulição da água, conforme verifiquei) das aparas metálicas removidas pela perfuração.

A partir das experiências realizadas sobre a natureza do calor, somos naturalmente levados a refletir sobre a grande questão que tem sido objeto de tantas especulações filosóficas:

O que é calor? Existe alguma coisa que possamos chamar de calórico? Calor e temperatura são a mesma coisa? Etc.

Acerca do assunto tratado no texto acima, atualmente, com base na Teoria do Calor, analise as proposições a seguir, escrevendo V ou F, conforme sejam Verdadeiras ou Falsas, respectivamente.

- Se o trabalho físico pode ser convertido em calor, então o calor é uma característica do corpo.
- O calor é um fluido invisível chamado calórico.
- O equivalente mecânico da caloria nos dá a taxa de conversão entre energia mecânica e calor.
- Temperatura é a quantidade de calor existente em um corpo. O calor contribui para a variação de temperatura dos corpos.
- Quando o calor de um corpo aumenta, suas partículas se movem rapidamente e sua temperatura fica maior, isto é, ao elevar-se, o corpo esquenta e dilata.

Assinale a alternativa que corresponde à sequência correta.

- (a) V, V, F, F, V
- (b) F, V, F, V, F
- (c) V, V, F, F, F
- (d) F, F, V, F, F
- (e) V, F, V, V, V

Equação termométrica e escalas de temperatura

4 Cesgranrio Qualquer indicação na escala absoluta de temperaturas é:

- (a) sempre inferior ao zero absoluto.
- (b) sempre igual ao zero absoluto.
- (c) nunca superior ao zero absoluto.
- (d) sempre superior ao zero absoluto.
- (e) sempre negativa.

5 A menor temperatura até hoje registrada na superfície da Terra ocorreu em 21 de julho de 1983 na estação russa de Vostok, na Antártida, e seu valor foi de $-89\text{ }^{\circ}\text{C}$. Na escala Kelvin, que valor essa temperatura assumiria?

6 **Unaerp** Com respeito a temperatura, assinale a afirmativa mais correta.

- (a) A escala Celsius é utilizada em todos os países do mundo e é uma escala absoluta. A escala Kelvin só é usada em alguns países por isso é relativa.
- (b) A Kelvin é uma escala absoluta, pois trata do estado de agitação das moléculas, e é usada em quase todos os países do mundo.
- (c) A escala Celsius é uma escala relativa e representa, realmente, a agitação das moléculas.
- (d) As escalas Celsius e Kelvin referem-se ao mesmo tipo de medida e só diferem-se de um valor constante e igual a 373.

7 Três termômetros, um graduado na escala Celsius, outro na Fahrenheit e o último na Kelvin, são colocados em um mesmo ambiente. O termômetro graduado na escala Fahrenheit assinala o valor $95\text{ }^{\circ}\text{F}$. Quanto assinala cada um dos outros dois?

8 A temperatura na “superfície externa” do Sol é de aproximadamente 6.200 K . Exprima essa temperatura nas escalas Celsius e Fahrenheit.

9 **Mackenzie** Os termômetros são instrumentos utilizados para efetuarmos medidas de temperaturas. Os mais comuns se baseiam na variação de volume sofrida por um líquido considerado ideal, contido num tubo de vidro cuja dilatação é desprezada.

Num termômetro em que se utiliza Hg, mercúrio, vemos que a coluna desse líquido “sobe” cerca de $2,7\text{ cm}$ para um aquecimento de $3,6\text{ }^{\circ}\text{C}$. Se a escala termométrica fosse a Fahrenheit, para um aquecimento de $3,6\text{ }^{\circ}\text{F}$, a coluna de mercúrio “subiria”:

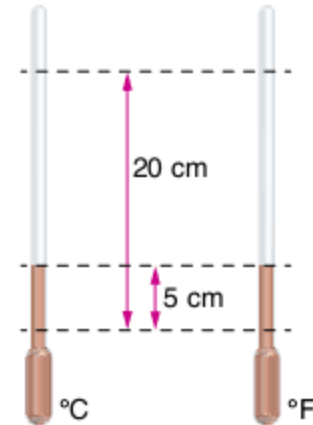
- (a) $11,8\text{ cm}$
- (b) $3,6\text{ cm}$
- (c) $2,7\text{ cm}$
- (d) $1,8\text{ cm}$
- (e) $1,5\text{ cm}$

10 **Cefet-PR** Quatro amigos preparam-se para ir a quatro diferentes regiões do planeta (A, B, C e D), e pesquisando na internet descobrem que no mês em que vão viajar a temperatura média nestas regiões é, em graus Fahrenheit, de, respectivamente, $10\text{ }^{\circ}\text{F}$, $20\text{ }^{\circ}\text{F}$, $30\text{ }^{\circ}\text{F}$ e $40\text{ }^{\circ}\text{F}$. Para fazerem suas respectivas malas, podemos dizer que a melhor opção para eles é que, preferencialmente:

- (a) todos levem roupas para frio.
- (b) os três primeiros levem roupas para frio e o quarto leve roupas para calor.
- (c) os dois primeiros levem roupas para frio e os dois últimos levem roupas para calor.
- (d) o primeiro leve roupas para frio e os três últimos levem roupas para calor.
- (e) todos levem roupas para calor.

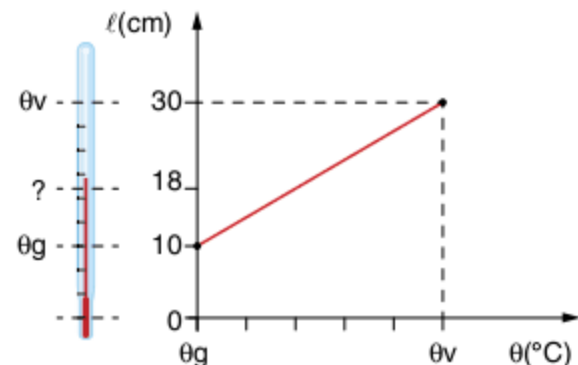
11 Lorde Kelvin conceituou zero absoluto como sendo o estágio nulo de agitação das partículas de um sistema físico. Nas escalas Celsius e Fahrenheit, que valores vamos encontrar para expressar a situação física do zero absoluto? (Dê sua resposta desprezando possíveis casas decimais.)

12 **UFBA** As indicações para os pontos de fusão do gelo e de ebulição da água sob pressão normal de dois termômetros, um na escala Celsius e outro na escala Fahrenheit, distam 20 cm , conforme a figura. A 5 cm do ponto de fusão do gelo, os termômetros registram temperaturas iguais a:



- (a) $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $77\text{ }^{\circ}\text{F}$
- (b) $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $40\text{ }^{\circ}\text{F}$
- (c) $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $45\text{ }^{\circ}\text{F}$
- (d) $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $45\text{ }^{\circ}\text{F}$
- (e) $25\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $53\text{ }^{\circ}\text{F}$

13 **Cesgranrio** Com o objetivo de recalibrar um velho termômetro com a escala totalmente apagada, um estudante o coloca em equilíbrio térmico, primeiro, com gelo fundente e, depois, com água em ebulição sob pressão atmosférica normal. Em cada caso, ele anota a altura atingida pela coluna de mercúrio: $10,0\text{ cm}$ e $30,0\text{ cm}$, respectivamente, medida sempre a partir do centro do bulbo. A seguir, ele espera que o termômetro entre em equilíbrio térmico com o laboratório e verifica que, nesta situação, a altura da coluna de mercúrio é de $18,0\text{ cm}$. Qual a temperatura do laboratório na escala Celsius deste termômetro?



- (a) $20\text{ }^{\circ}\text{C}$
- (b) $30\text{ }^{\circ}\text{C}$
- (c) $40\text{ }^{\circ}\text{C}$
- (d) $50\text{ }^{\circ}\text{C}$
- (e) $60\text{ }^{\circ}\text{C}$

14 ITA Ao tomar a temperatura de um paciente, um médico só dispunha de um termômetro graduado em graus Fahrenheit. Para se precaver, ele fez, antes, alguns cálculos e marcou no termômetro a temperatura correspondente a $42\text{ }^{\circ}\text{C}$ (temperatura crítica do corpo humano). Em que posição da escala do seu termômetro ele marcou essa temperatura?

- (a) 106,2
- (b) 107,6
- (c) 102,6
- (d) 180,0
- (e) 104,4

15 Mackenzie Deseja-se graduar um termômetro X na escala Celsius. Feita a graduação verificou-se que:

- a) quando o termômetro foi colocado no gelo fundente ele marcava $-0,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ e, quando colocado no vapor de água em ebulição ele marcava $101,5\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Deduzir uma expressão que permita colocar na escala Celsius a temperatura lida no termômetro X.

16 UFRGS Qual das substâncias da tabela é a mais indicada para substância termométrica em um termômetro cuja escala permita leituras entre $-50\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $50\text{ }^{\circ}\text{C}$?

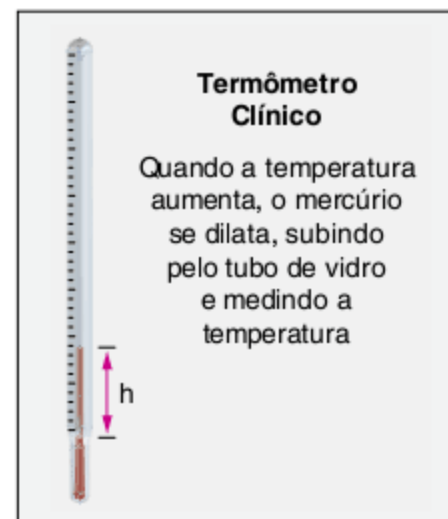
Substância	Ponto de fusão (*)	Ponto de ebulição(*)
Água	0	100
Éter	-114	34,5
Mercúrio	-39	357
Álcool	-114	78,3
Parafina	60	300

(*) em $^{\circ}\text{C}$ e à pressão atmosférica normal.

- (a) água.
- (b) éter.
- (c) mercúrio.
- (d) álcool.
- (e) parafina.

17 UEPB 2008 A avaliação da temperatura do corpo humano é de grande importância na Medicina, pois em muitas doenças ocorrem sua variação. Quando a temperatura corporal aumenta além de $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ (que pode ser considerado em valor médio normal), dizemos que a pessoa está com febre ou hipertermia. Há também situações de anormalidade em que a temperatura diminui abaixo de $37\text{ }^{\circ}\text{C}$, caracterizando uma hipotermia.

E.R. Junior. Os Fundamentos da Física. 8 ed., v. 2. São Paulo: Moderna, 2003, p. 11.



Um médico inglês mede a temperatura de um paciente com suspeita de infecções e obtém em seu termômetro clínico o valor de $104,0\text{ }^{\circ}\text{F}$ (grau Fahrenheit). Tem ele motivo de preocupação com o paciente?

Com o auxílio do texto acima, assinale a alternativa correta:

- (a) Sim, pois corresponde a $40\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- (b) Não, pois corresponde a $36\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- (c) Sim, pois corresponde a 311 K .
- (d) Sim, pois corresponde a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- (e) Sim, pois corresponde a 308 K .

18 Um estudante de Física adquiriu em uma loja um termômetro graduado na escala Celsius. Chegando em casa procurou verificar sua exatidão. Observou que no gelo fundente ele assinalava $-2\text{ }^{\circ}\text{C}$ e no ponto de vapor $103\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determine:

- a) a equação de correção determinada pelo estudante, para esse termômetro.
- b) a indicação desse termômetro quando colocado em um líquido a $60\text{ }^{\circ}\text{C}$.
- c) a indicação desse termômetro que não requer correção.

19 UFBA Dois termômetros, Z e W, marcam, nos pontos de fusão do gelo e de ebulição da água, os seguintes valores:

Termômetro	Fusão do gelo	Ebulição da água
Z	4,0	28,0
W	2,0	66,0

As escalas apresentam a mesma leitura a:

- (a) $-10,0$
- (b) $-6,0$
- (c) 2,4
- (d) 5,2
- (e) 6,9

TEXTOS COMPLEMENTARES

Radiador no bico

Há alguns séculos, os cientistas levantam hipóteses sobre a utilidade do grande bico dos tucanos. Finalmente, o enigma pode estar resolvido: o bico funciona como um eficiente radiador, que controla o calor do corpo do animal conforme suas necessidades.

A descoberta foi realizada por cientistas da Universidade Estadual Paulista (Unesp) e da Universidade Brock, no Canadá, em estudo publicado na edição de 24 de julho de 2009 da revista *Science*.

Os cientistas monitoraram tucanos da espécie *Ramphastos* focando em um equipamento de termografia infravermelha, enquanto os pássaros eram expostos a diferentes temperaturas. Conforme o ambiente esquentava ou esfriava, a temperatura da superfície do bico mudava rapidamente.

O estudo foi feito por Glenn Tattersall, da Universidade Brock, Denis Andrade e Augusto Abe, do Departamento de Zoologia do Instituto de Biociências de Rio Claro (SP), da Unesp. Abe é coordenador do Instituto Nacional de Pesquisas em Fisiologia Comparada, um projeto temático financiado pela Fapesp em parceria com o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Segundo Andrade, o tucano utiliza o bico para regular a quantidade de calor trocada com o ambiente. Essa função, no entanto, nunca havia sido proposta até agora.

“Em uma situação de frio, o tucano pode diminuir o fluxo sanguíneo para o bico e conservar o calor no corpo. Em uma situação de calor, o fluxo é aumentado e o bico fica mais quente, facilitando a perda de calor do corpo do animal para o ambiente”, disse Andrade à Agência Fapesp.



Presença de vasos sanguíneos no bico de um tucano.

De acordo com o professor da Unesp, o experimento realizado foi relativamente simples. “Os animais foram colocados em uma câmara climática cuja temperatura pode ser manipulada. Para monitorar a variação de temperatura, usamos uma câmera de infravermelho, que permite detectar a temperatura superficial do objeto em seu interior, fornecendo uma imagem térmica com riqueza de detalhes muito grande”, disse Andrade.

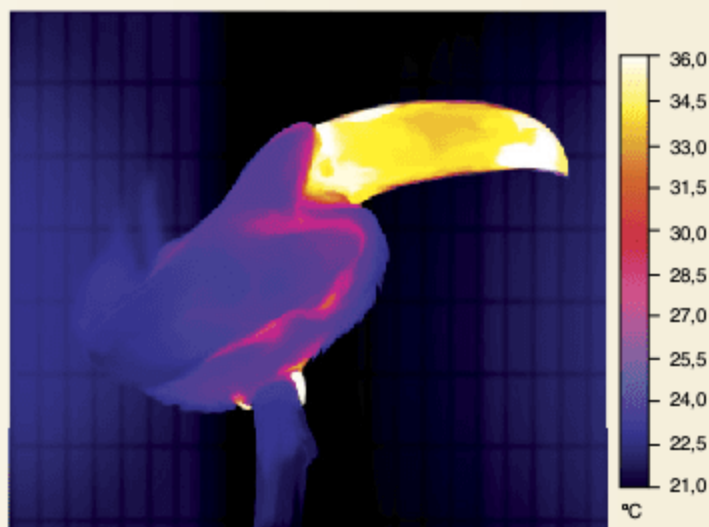


Imagem térmica da superfície do bico de um tucano.

No estudo, os pesquisadores observaram que a temperatura da superfície do bico mudava rapidamente conforme o ambiente esquentava ou esfriava. Durante o pôr do sol, enquanto os pássaros preparavam-se para dormir, os bicos esfriavam cerca de 10 °C em questão de minutos.

Foram utilizados na pesquisa quatro animais adultos e dois filhotes com dois meses de idade. Um total de 110 horas de dados de vídeo foram coletados para a análise, sendo cerca de seis horas de dados obtidos por tucano a cada dia.

O bico do tucano, segundo o estudo, tem características singulares no mundo animal, formando cerca de um terço do comprimento total do corpo do pássaro. É o bico mais comprido em relação ao tamanho do corpo entre todas as aves existentes. Diversas hipóteses sobre a utilização do bico já haviam sido levantadas, como o uso para atrair companheiros ou para comer determinadas frutas.

“O bico tem todas as características de uma janela térmica, como a grande superfície, a boa vascularização e a ausência de isolamento térmico. É até surpreendente que ninguém tenha levantado antes essa hipótese”, disse Andrade. Outros exemplos de janelas térmicas, segundo ele, são as barrigas de cães e as orelhas de elefantes e lebres.

De acordo com Andrade, especula-se que outros pássaros também poderiam utilizar o bico para a regulação da temperatura corporal. “Há evidências de que três espécies de patos e marrecos utilizem o bico para regular o calor. Mas o tamanho do bico do tucano faz com que esse procedimento seja muito eficiente para ele”, disse.

Segundo o pesquisador, os pássaros não suam. Como os cães, eles ofegam quando a temperatura aumenta demais. “Quando a temperatura sobe, o tucano começa a jogar o calor fora pelo bico. Se aumentar acima de certo ponto, ele abre o bico e começa a ofegar”, explicou.

O artigo *Heat Exchange from the Toucan Bill Reveals a Controllable Vascular Thermal Radiator*, de Glenn Tattersall, Denis Andrade e Augusto Abe, pode ser lido por assinantes da *Science* em www.sciencemag.org.

Fábio de Castro. Agência Fapesp, 24 jul. de 2009.
Disponível em: <www.agencia.fapesp.br/materia/10812/especiais/radiador-no-bico.htm>.

Galileu Galilei

Galileu Galilei (1564-1642) foi talvez o primeiro pensador a se preocupar com a metodologia do conhecimento, sendo assim considerado o precursor dos Fundamentos da Física moderna. No campo da termologia, Galileu desenvolveu o primeiro termoscópio, sendo atribuído a ele a descoberta do termômetro como o concebemos hoje.

Você estudará mais adiante em seu curso de Física que, no campo da óptica, Galileu aperfeiçoou o telescópio, com o qual descobriu as quatro luas de Júpiter. Inventou, ainda, o microscópio, a luneta astronômica e aperfeiçoou a "Teoria Heliocêntrica",

defendida por Copérnico, colocando o Sol como centro do universo. Isso foi fundamental para o posicionamento do homem na medida de si mesmo, princípio maior do Renascimento. Por suas ideias, que entravam em choque com os dogmas da Igreja, Galileu Galilei foi julgado e condenado.

Galileu foi contemporâneo a um dos grandes nomes da literatura mundial: Shakespeare, e na literatura portuguesa dividiu sua época com Padre Vieira. No ano de sua morte, nasceu Isaac Newton.



Termoscópio de Galileu, 1592.

RESUMINDO

As **grandezas macroscópicas**, como comprimento, volume e massa, podem ser percebidas pelos nossos sentidos, ao contrário das **grandezas microscópicas**, como a temperatura, que exigem o estudo da constituição e estrutura da matéria e devem ser medidas indiretamente.

O nível de agitação térmica das partículas é medido pela **temperatura**, cuja alteração pode resultar em mudanças em algumas características físicas dos corpos. Corpos com partículas com o mesmo estado de agitação estão em **equilíbrio térmico**; logo, como determina o **princípio zero da termodinâmica**: se dois corpos estão em equilíbrio térmico com um terceiro corpo, eles também estão em equilíbrio térmico entre si, ou seja, dois corpos estão em equilíbrio térmico quando têm a mesma temperatura.

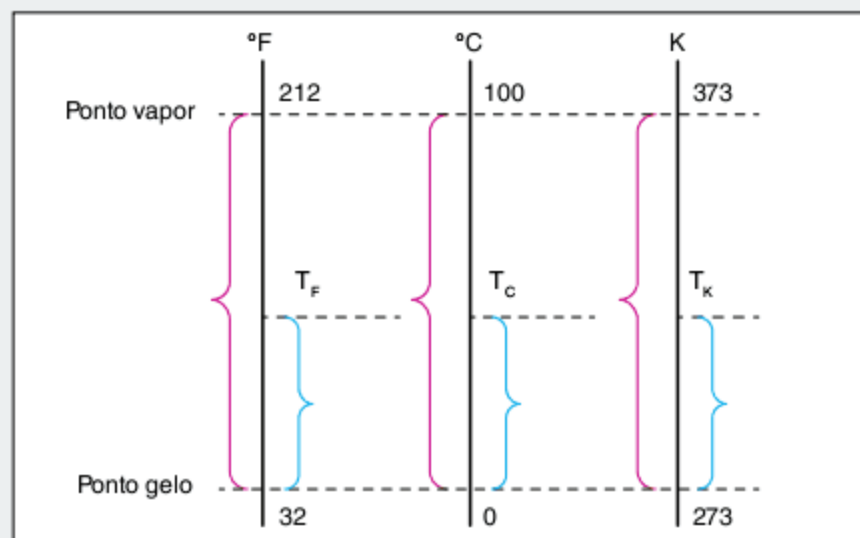
A energia térmica que se desloca do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura é denominada **calor**, um fluxo de energia com sentido único e obrigatório que só existe enquanto o equilíbrio térmico não é estabelecido.

A relação entre uma grandeza, cujo valor se altera com a mudança do estado térmico e um valor de temperatura T , pode ser expressa pela **equação termométrica**, que dá origem a uma escala de temperatura.

As escalas de temperatura mais utilizadas são as **escalas relativas Celsius e Fahrenheit** e a **escala absoluta Kelvin**, com os seguintes pontos fixos fundamentais:

Escala de temperatura	Ponto gelo	Ponto vapor
Celsius	0 °C	100 °C
Fahrenheit	32 °F	212 °F
Kelvin	273 K	373 K

A relação entre essas três escalas é:



$$\frac{T_C}{5} = \frac{T_F - 32}{9} = \frac{T_K - 273}{5}$$

$$\frac{\Delta T_C}{5} = \frac{\Delta T_F}{9} = \frac{\Delta T_K}{5} \Rightarrow \begin{cases} \Delta T_C = \Delta T_K \\ \Delta T_F = 1,8 \cdot \Delta T_C \end{cases}$$

■ QUER SABER MAIS?

ARTIGO

- Denise Prazeres Lopes Pires et al. "Do termoscópio ao termômetro digital: quatro séculos de termometria". *Química Nova*, v 29, n. 6, p. 1393-1400, 2006. Disponível em: <www.scielo.br/pdf/qn/v29n6/40.pdf>.

SITES

- Imagens térmicas – Câmera termográfica <www.temperatures.com/thermalimaging.html>.
- Inspeção termográfica – Diagnóstico <www.revistapesquisamedica.com.br/PORTAL/imprime.asp?codigo=11717>.

Exercícios complementares

Temperatura e equilíbrio térmico

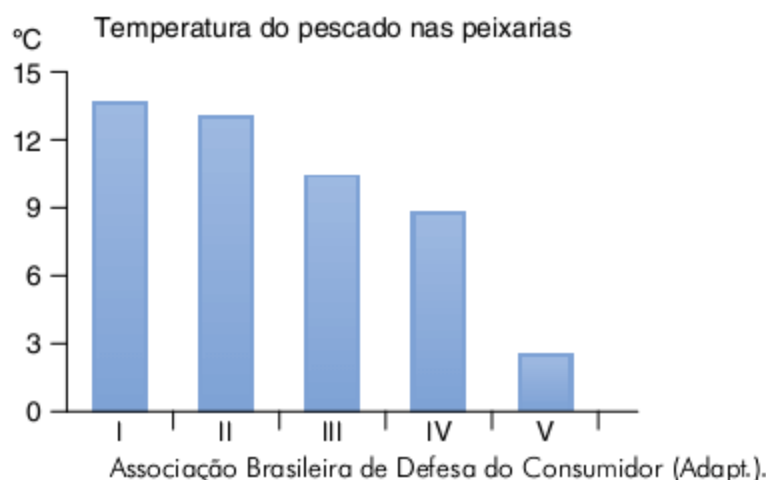
1 Um turista, aluno de Física, em passeio pela cidade de Maceió – AL, deseja realizar a mistura de dois sucos: acerola e mangaba. Ele dispõe de 3 jarras iguais. A primeira jarra está 50% cheia de suco de acerola, enquanto que a segunda jarra está 25% cheia de suco de mangaba. Usando um termômetro ele verifica que os dois sucos estão à mesma temperatura.

Cuidadosamente ele mistura o conteúdo das duas jarras, que passa a ficar com suco de “acerogaba”.

Com relação à temperatura do suco de “acerogaba”, classifique as seguintes informações em verdadeiras (V) ou falsas (F), considerando o sistema isolado e a pressão constante.

- Agora, a jarra, 75% cheia, passa a ter uma temperatura maior, pois apresenta um maior volume ocupado.
- Como a nova jarra está 75% cheia, a temperatura deve ser menor que a do suco de acerola, pois a temperatura diminui de maneira inversamente proporcional ao volume.
- O suco de “acerogaba” apresenta a mesma temperatura que o suco de acerola e de mangaba, pois a mistura já está em equilíbrio térmico.

2 Enem 2007 Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias.



O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2 °C e 4 °C. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a:

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $\frac{1}{3}$
- (c) $\frac{1}{4}$
- (d) $\frac{1}{5}$
- (e) $\frac{1}{6}$

Calor

3 UEPB 2009 Ao trabalhar com alguns utensílios, quando preparava uma comida, a dona da casa questionou: “Estranho isso! Quando coloco minha mão direita nesta travessa de alumínio e a mão esquerda sobre estes panos secos, tenho sensações diferentes: a travessa está mais fria. Por que isso acontece,

se tanto um como o outro estão sobre este balcão numa mesma temperatura?”

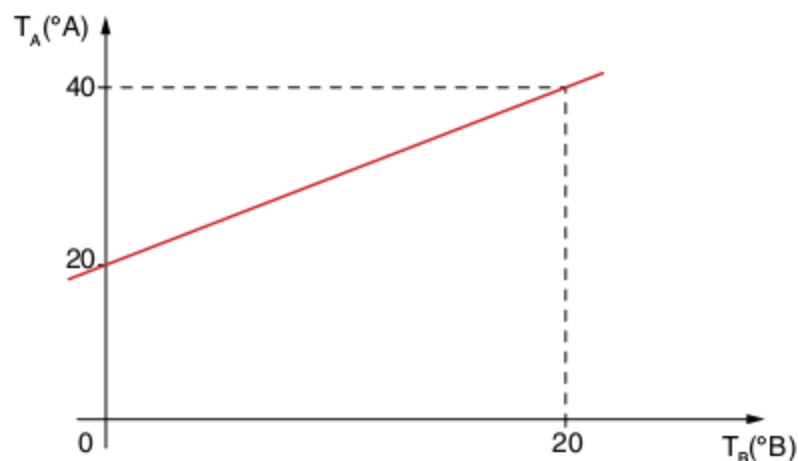
A explicação para a curiosidade desta dona de casa é:

- (a) a dona de casa jamais poderia estar espantada com essa situação, pois essa sensação só seria possível se a travessa de alumínio estivesse em temperatura inferior à dos panos secos;
- (b) a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, mas os últimos são melhores condutores de calor;
- (c) a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, mas a dona de casa estava em temperatura diferente de ambos;
- (d) a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, porém a travessa, por ser um bom isolante térmico, impede que o calor seja transmitido para o balcão;
- (e) a travessa de alumínio e os panos secos estão numa mesma temperatura, mas a travessa é melhor condutora de calor.

Equação termométrica e escalas de temperatura

4 A temperatura do corpo humano é próxima de 37 °C. Qual é este valor em Kelvin?

5 O diagrama fornece a relação entre as temperaturas T_A e T_B de duas escalas termométricas A e B, respectivamente. Qual é a temperatura correspondente a 50 °A na escala B?



6 Fatec-SP Um cientista coloca um termômetro em um béquer contendo água no estado líquido. Supondo que o béquer esteja num local ao nível do mar, a única leitura que pode ter sido feita pelo cientista é:

- (a) -30 K
- (b) 36 K
- (c) 130 °C
- (d) 250 K
- (e) 350 K

7 Em um termômetro de mercúrio, a grandeza termométrica (altura da coluna de Hg) assume os valores 5,0 cm e 30 cm nos pontos do gelo e de vapor, respectivamente. Determinar:

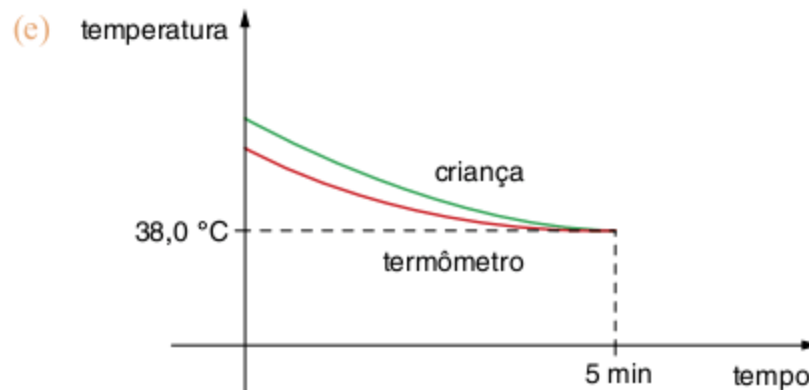
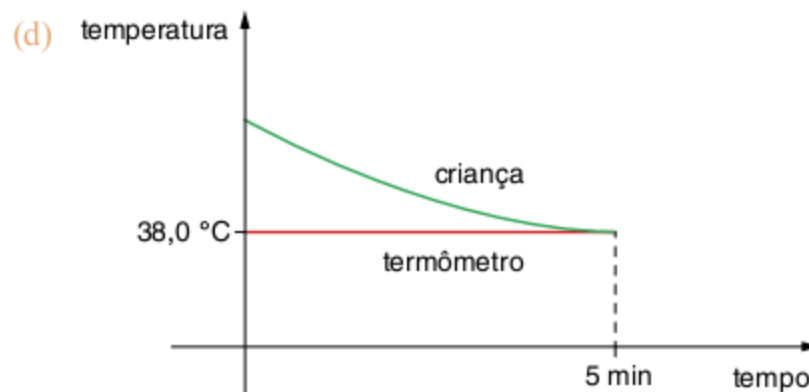
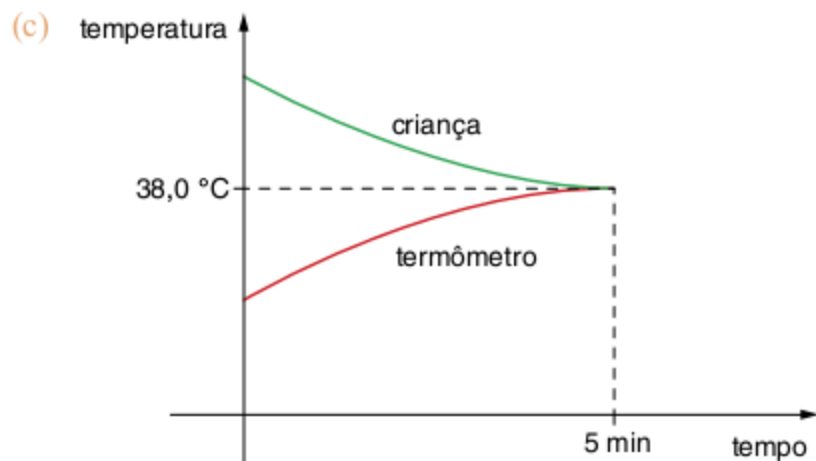
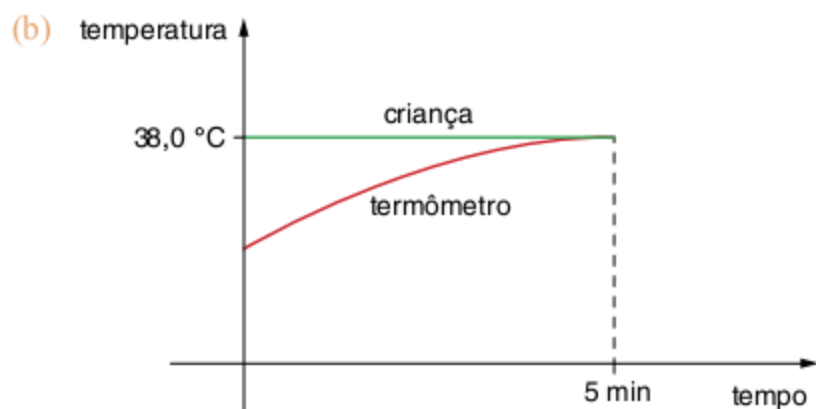
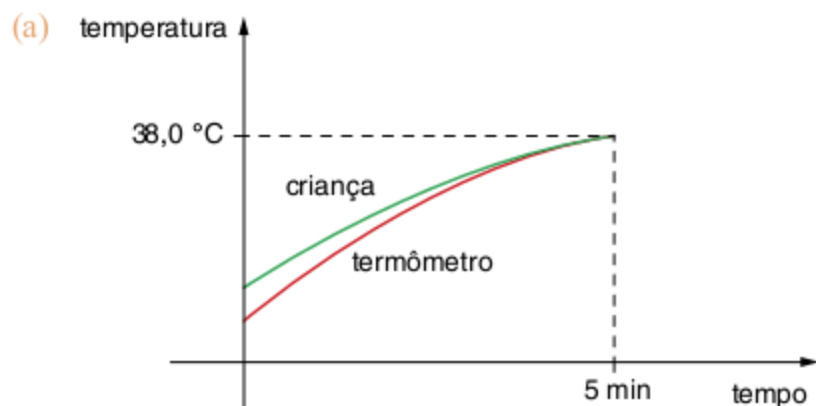
- a) a equação termométrica deste termômetro para a escala Celsius;
- b) a temperatura do éter em ebulição sabendo que, quando o termômetro nele foi colocado, a altura da coluna assumiu o valor 14 cm no equilíbrio térmico.

8 Unirio Um pesquisador, ao realizar a leitura da temperatura de um determinado sistema, obteve o valor -450 . Considerando as escalas usuais (Celsius, Fahrenheit e Kelvin), podemos afirmar que o termômetro utilizado certamente não poderia estar graduado:

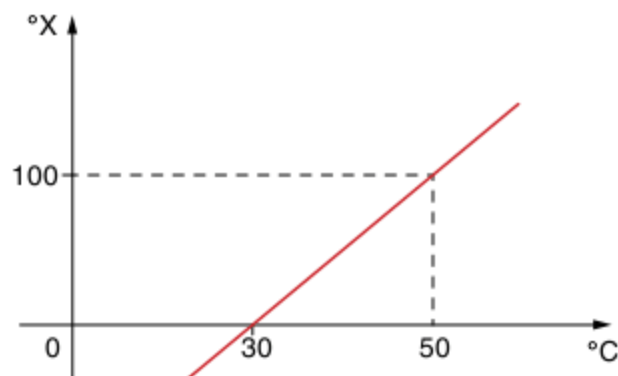
- (a) apenas na escala Celsius.
- (b) apenas na escala Fahrenheit.
- (c) apenas na escala Kelvin.
- (d) nas escalas Celsius e Kelvin.
- (e) nas escalas Fahrenheit e Kelvin.

9 Fuvest Um termômetro malconstruído assinala $+1\text{ }^\circ\text{C}$ à temperatura de solidificação da água e $99\text{ }^\circ\text{C}$ à temperatura de ebulição, sob pressão normal. Qual é a verdadeira temperatura correspondente a uma leitura de $25\text{ }^\circ\text{C}$ e em que temperatura a indicação do termômetro é exata?

10 Cesgranrio Uma criança está febril, e a mãe coloca-lhe um termômetro clínico debaixo do braço. Depois de 5 minutos, o termômetro é retirado e marca $38,0\text{ }^\circ\text{C}$. Qual das opções abaixo melhor apresenta os gráficos temperatura \times tempo da criança e do termômetro?



11 UEL Uma escala de temperatura arbitrária X está relacionada com a escala Celsius, conforme o gráfico abaixo.



As temperaturas de fusão do gelo e ebulição da água, sob pressão normal, na escala X são, respectivamente,

- (a) -60 e 250
- (b) -100 e 200
- (c) -150 e 350
- (d) -160 e 400
- (e) -200 e 300

12 FMRJ Na temperatura do gelo fundente, um termômetro marca $-0,3\text{ }^\circ\text{C}$ e na de ebulição da água pura sob pressão atmosférica normal, $100,2\text{ }^\circ\text{C}$. Logo, a leitura termométrica, nesse instrumento, que não requer correção é:

- (a) $2\text{ }^\circ\text{C}$
- (b) $100\text{ }^\circ\text{C}$
- (c) $6\text{ }^\circ\text{C}$
- (d) $3\text{ }^\circ\text{C}$
- (e) $60\text{ }^\circ\text{C}$

13 ITA Um pesquisador achou conveniente construir uma escala termométrica (escala P) baseada nas temperaturas de fusão e ebulição do álcool etílico, tomadas como pontos zero e cem da sua escala. Acontece que na escala Celsius aqueles dois pontos extremos da escala do pesquisador têm valores $-118\text{ }^\circ\text{C}$ e $78\text{ }^\circ\text{C}$. Ao usar o seu termômetro para medir a temperatura de uma pessoa com febre, o pesquisador encontrou 80 graus P. Calcule a temperatura da pessoa doente em graus Celsius ($^\circ\text{C}$).

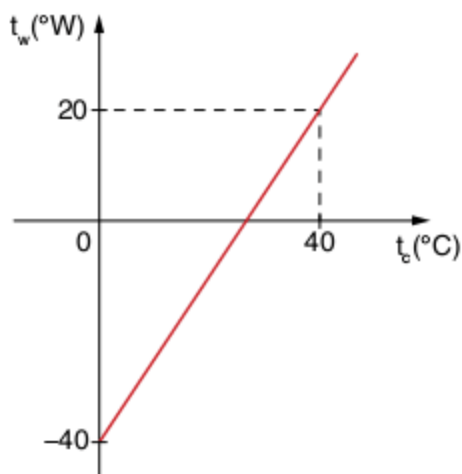
14 Cesupa (Adapt.) Um termômetro graduado numa escala arbitrária X assinala $80^\circ X$ e $20^\circ X$ quando um outro termômetro, também graduado numa outra escala arbitrária Y, registra $30^\circ Y$ e $10^\circ Y$, respectivamente. Nestas condições, pode-se afirmar que:

- (a) estas escalas nunca registrarão um mesmo valor.
- (b) a unidade de medida da escala X é menor do que a unidade de medida da escala Y.
- (c) a variação da unidade de medida da escala X é o triplo da variação da unidade de medida da escala Y.
- (d) qualquer indicação da escala Y será sempre igual à metade do valor assinalado pela escala X.

15 Mackenzie Em dois termômetros distintos, a escala termométrica utilizada é a Celsius, porém um deles está com defeito. Enquanto o termômetro A assinala $74^\circ C$, o termômetro B assinala $70^\circ C$ e quando o termômetro A assinala $22^\circ C$, o B assinala $20^\circ C$. Apesar disso, ambos possuem uma temperatura em que o valor medido é idêntico. Esse valor corresponde, na escala Kelvin, a:

- (a) 293 K
- (b) 273 K
- (c) 253 K
- (d) 243 K
- (e) 223 K

16 PUC-SP 2007 O gráfico representa a relação entre a temperatura medida em uma escala de temperatura hipotética W e a temperatura medida na escala Celsius, sob pressão normal.



A temperatura de fusão do gelo e a de ebulição da água são, em graus W, respectivamente iguais a:

- (a) -40 e 40
- (b) -40 e 110
- (c) 20 e 110
- (d) -40 e 100
- (e) 20 e 100

17 Mackenzie Num determinado trabalho, cria-se uma escala termométrica X utilizando as temperaturas de fusão ($-30^\circ C$) e de ebulição ($130^\circ C$) de uma substância, como sendo $0^\circ X$ e $80^\circ X$, respectivamente. Ao medir a temperatura de um ambiente com um termômetro graduado nessa escala, obtivemos o valor $26^\circ X$. Essa temperatura, na escala Celsius, corresponde a:

- (a) $14^\circ C$
- (b) $18^\circ C$
- (c) $22^\circ C$
- (d) $28^\circ C$
- (e) $41^\circ C$

18 Mauá Constrói-se um termômetro, cuja grandeza termométrica é a resistência ôhmica de um determinado resistor. Quando ele é colocado em equilíbrio térmico com o gelo fundente, sua resistência vale $R_g = 0,280\Omega$ e quando em equilíbrio térmico com a água em ebulição, num ambiente em que se garante a pressão atmosférica igual a 1 atm, sua resistência vale $R_v = 0,480\Omega$. Num ambiente em que a temperatura indicada por um termômetro de gás ideal é $\theta = 60^\circ C$, a resistência do corpo termométrico é $R_\theta = 0,398\Omega$. Que valor de temperatura seria lida no termômetro de resistência para o ambiente?

19 Cesgranrio Utiliza-se como termômetro um recipiente cujo volume é constante e que contém um gás, cuja pressão é medida nas seguintes situações:

1. com o recipiente em equilíbrio térmico com uma mistura de água e gelo (também em equilíbrio térmico) $\Rightarrow P = 300$ mm Hg;
2. com o recipiente em equilíbrio térmico com o vapor de água em ebulição (sob pressão normal) $\Rightarrow P = 420$ mm Hg;
3. com o recipiente em equilíbrio térmico com o óleo aquecido $\Rightarrow P = 480$ mm Hg.

Na escala Celsius desse termômetro, a temperatura do óleo é:

- (a) $60^\circ C$
- (b) $100^\circ C$
- (c) $120^\circ C$
- (d) $150^\circ C$
- (e) $180^\circ C$

20 Vunesp Dois termômetros, T (escala centígrada) e T' (não centígrada), são baseados na expansão do mercúrio, T tem uma equação dada por $t = aX + b$ ($^\circ C$) e T' é representado por $t' = cX^2 + d$ (graus), onde a, b, c e d são constantes a determinar. Verifica-se que, para $X = 10$ cm, $t' = t = 0$ e para $X = 30$ cm, $t' = t = 100$. Nos outros pontos, as escalas discordam. Qual será a temperatura t' (em graus), quando $t = 40^\circ C$?

- (a) 40 graus.
- (b) 125 graus.
- (c) 28 graus.
- (d) 18 graus.
- (e) 47,8 graus.

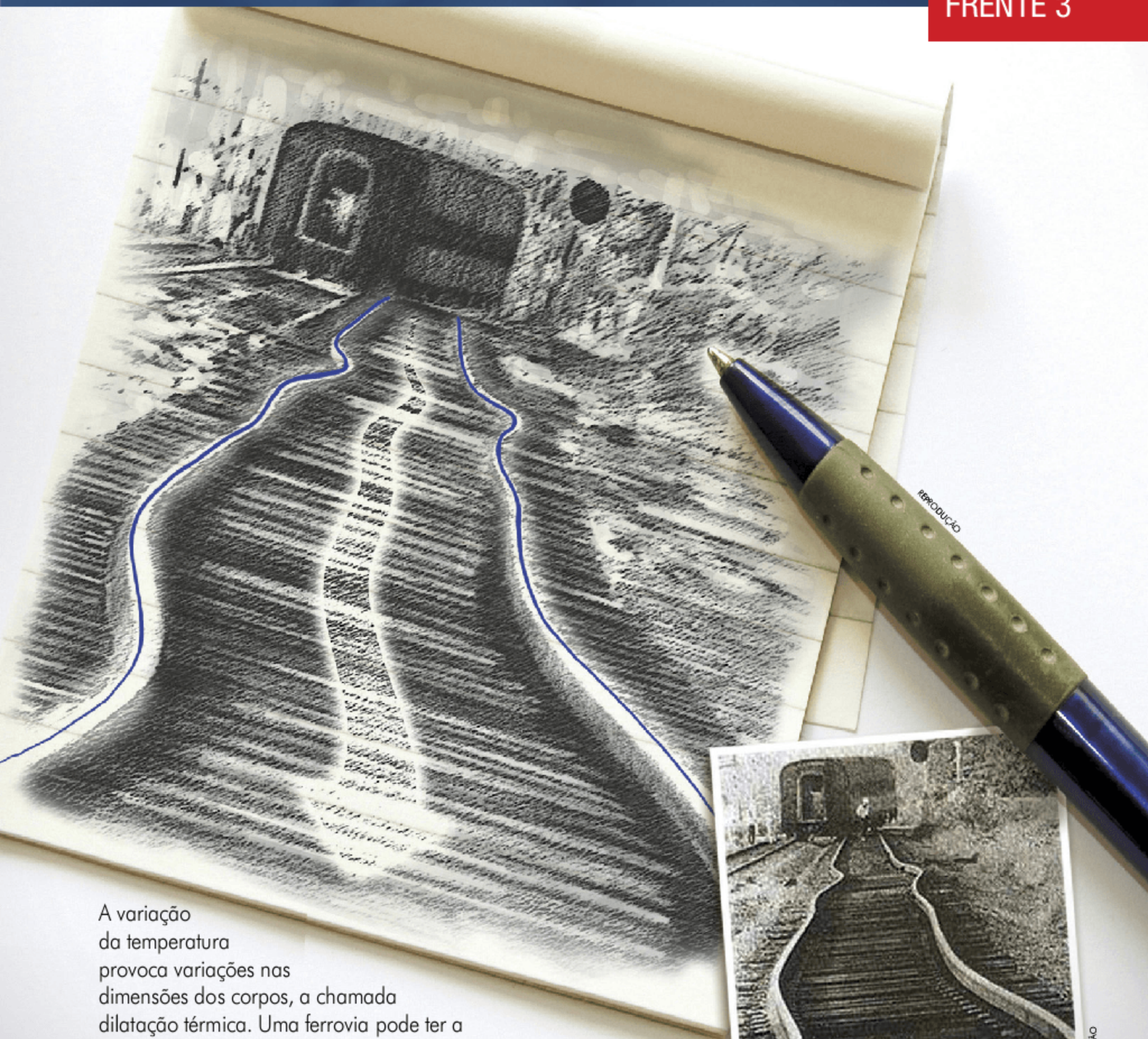
21 Um fabricante de termômetros lançou no mercado um termômetro de mercúrio graduado nas escalas Celsius e Fahrenheit. Na parte referente à escala Celsius, a distância entre duas marcas consecutivas era de 1,08 mm. Qual a distância, na escala Fahrenheit, entre duas marcas consecutivas?

22 Vunesp Um estudante, no laboratório, deveria aquecer uma certa quantidade de água desde $25^\circ C$ até $70^\circ C$. Depois de iniciada a experiência, ele quebrou o termômetro de escala Celsius e teve de continuá-la com outro de escala Fahrenheit. Em que posição do novo termômetro ele deve ter parado o aquecimento?

Dilatação térmica

2

FRENTE 3



A variação da temperatura provoca variações nas dimensões dos corpos, a chamada dilatação térmica. Uma ferrovia pode ter a sua estrutura alterada devido a uma grande variação de temperatura, que provoca a dilatação dos trilhos ao longo de seu comprimento. Para evitar que isso ocorra, são introduzidas juntas de dilatação. A foto ao lado mostra a dilatação dos trilhos de uma ferrovia em um dia quente de verão.



REPRODUÇÃO

Dilatação dos sólidos

No capítulo anterior, estudamos o conceito de temperatura e como se relacionam as escalas, através das quais podemos mensurar a temperatura de um dado corpo. Lembre-se de que temperatura é uma medida da agitação das partículas, portanto, quanto maior a temperatura maior será a agitação das partículas que constituem o corpo.

Conseqüentemente, uma alteração da agitação molecular provoca alterações métricas nos corpos, e são essas alterações que passaremos a estudar neste capítulo. À variação das dimensões dos corpos como consequência única da variação da temperatura dá-se o nome de **dilatação térmica**. Observe a figura 1, que representa, esquematicamente, a distância média entre as partículas constituintes de um corpo quando o mesmo é submetido a um aquecimento.

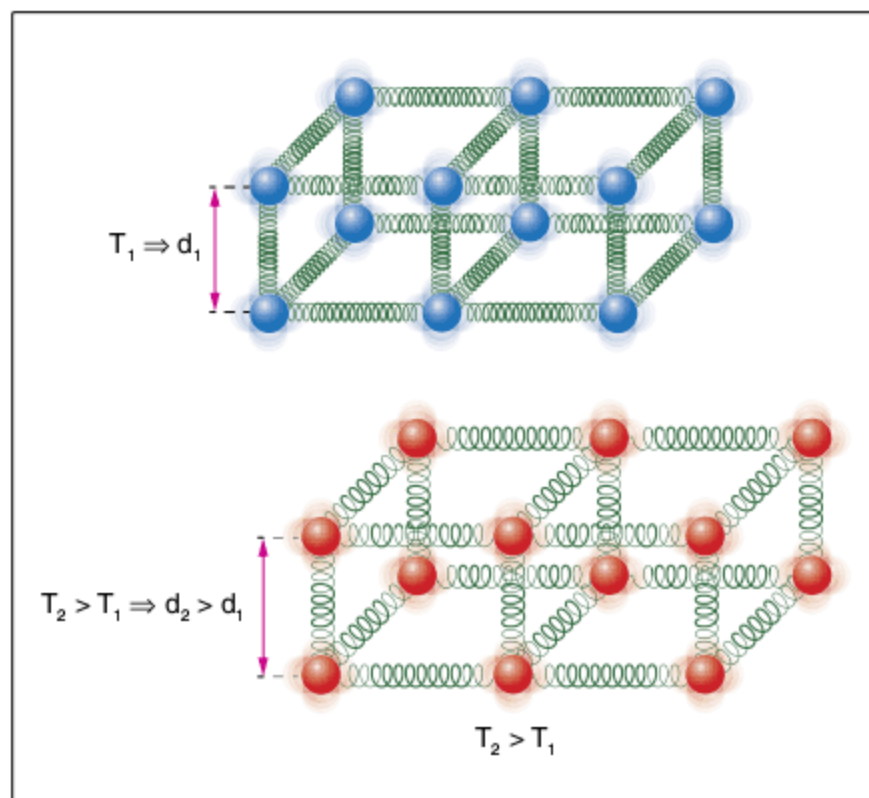


Fig. 1 A uma temperatura T_1 , a distância média entre as partículas é d_1 . Quando o corpo é aquecido a uma temperatura $T_2 > T_1$, a distância média entre as partículas, via de regra, aumenta para $d_2 > d_1$.

Observação: A distância média entre as partículas é função de sua energia. À medida que a temperatura aumenta, a distância média entre as partículas aumenta, caracterizando a dilatação térmica.

ATENÇÃO!

Neste livro, estudaremos apenas os sólidos isotrópicos, isto é, aqueles cujas propriedades físicas, em torno de qualquer um de seus pontos, independem da direção em que são observadas. Em outras palavras, quando aquecemos um corpo isotrópico, ele se dilata por igual em todas as direções. (Um corpo não isotrópico recebe o nome de anisótropo. De um modo geral, os cristais são corpos anisótropos.)

Apenas para fins didáticos, as dilatações dos corpos sólidos são divididas em três partes:

Dilatação unidimensional

Quando levamos em conta somente a dilatação em uma única dimensão (dilatação 1-D).

Por exemplo, a dilatação de um trilho de trem ou de um fio telefônico. Neste caso, a dilatação que é estudada é a dilatação ao longo de seu comprimento, não interessando a dilatação de sua área transversal.

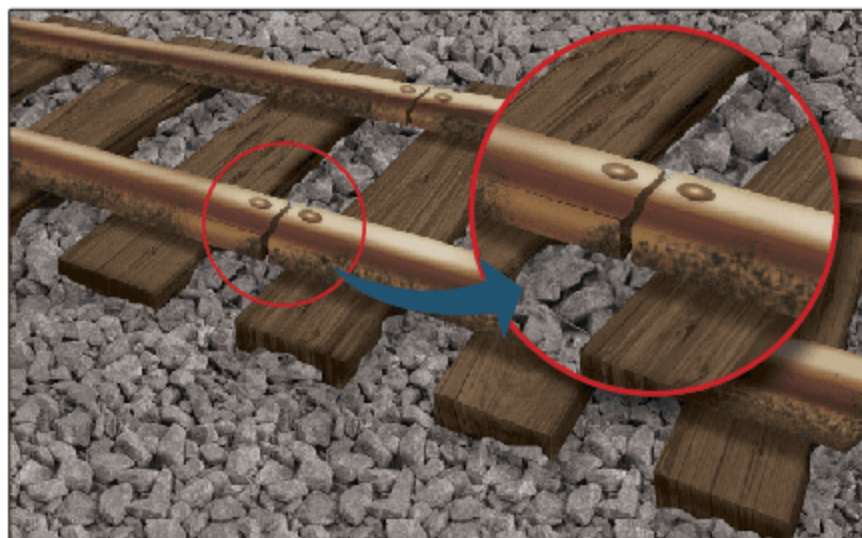


Fig. 2 Junta de dilatação prevenindo a dilatação dos trilhos.

Dilatação bidimensional

Quando levamos em conta a dilatação em duas dimensões (dilatação 2-D).

Por exemplo, a dilatação de um azulejo de banheiro ou uma chapa de pequena espessura com um furo. Neste caso, a dilatação que é estudada é a dilatação da área da chapa ou da área de superfície do azulejo, não interessando a dilatação de sua espessura.



Fig. 3 Nesses casos, a espessura do corpo em estudo é desprezível, nos interessando apenas a dilatação superficial, bidimensional.

Dilatação tridimensional

Quando levamos em conta a dilatação nas três dimensões (dilatação 3-D).

Por exemplo, a dilatação de um bloco de obturação dentária (amálgama). Nesse caso a dilatação que é estudada é a dilatação em todas as dimensões, pois todas as direções da dilatação são importantes.

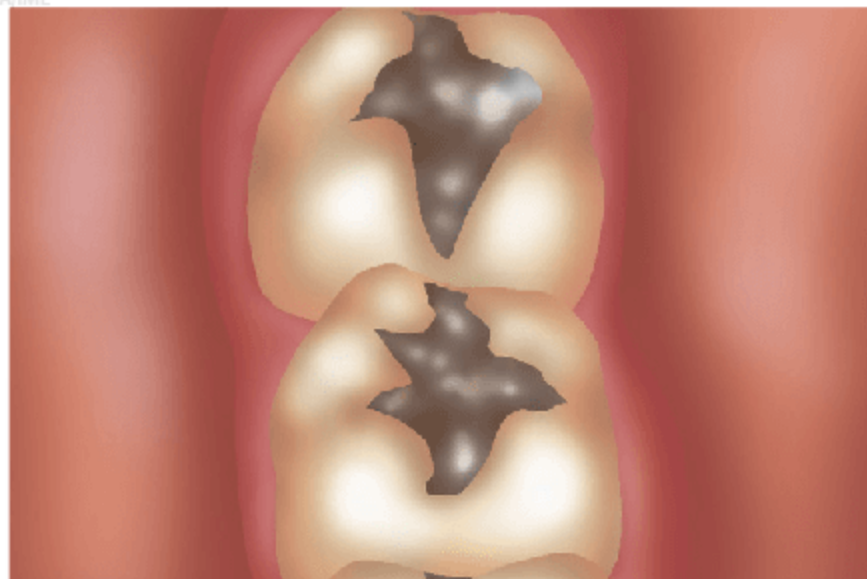


Fig. 4 No caso da obturação dentária, todas as direções da dilatação são importantes.

Observação: É importante salientar que a dilatação ocorre sempre nas três dimensões, porém, por amor à simplicidade, só estudamos a dilatação na direção que é determinante.

Dilatação linear

Considere uma haste de comprimento L_0 a uma temperatura T_0 e de seção transversal desprezível. A experiência mostra que, se a haste for aquecida até a temperatura genérica T_f , seu comprimento passará ao valor genérico L (Fig. 5).

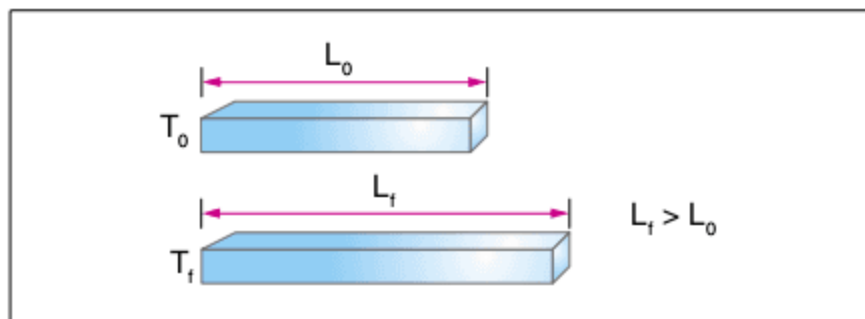


Fig. 5 Variação do comprimento de uma haste, com área transversal desprezível, devido a uma variação de temperatura ΔT .

A diferença $\Delta L = L_f - L_0$ é denominada alongamento, correspondente ao intervalo térmico $\Delta T = (T_f - T_0)$.

A experiência revela os seguintes fatos:

- ΔL é diretamente proporcional ao comprimento inicial L_0 .
- ΔL é diretamente proporcional ao intervalo térmico ΔT .

As observações empíricas citadas acima podem ser resumidas na expressão: $\Delta L \sim L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$, sendo que o sinal “ \sim ” indica proporcionalidade.

Para transformar a relação de proporcionalidade anterior em uma equação, é preciso introduzir um coeficiente de proporcionalidade, que indicaremos por α e que é chamado **coeficiente de dilatação linear**.

Portanto:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

Observe que a equação anterior pode ser trabalhada até chegarmos ao comprimento final da haste.

$$\begin{aligned} \Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T &\Rightarrow L_f - L_0 = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \\ L_f = L_0 + L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T &\Rightarrow L_f = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \end{aligned}$$

Exercícios resolvidos

- 1** Um fio metálico tem comprimento de 100 m, a 0°C . Sabendo que esse fio é feito de um material com coeficiente de dilatação linear igual a $17 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, determine:
- a) a variação no comprimento do fio quando este é aquecido até 10°C .
 - b) o comprimento final do fio na temperatura de 10°C .

Resolução:

- Sabemos que $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot T$, logo:

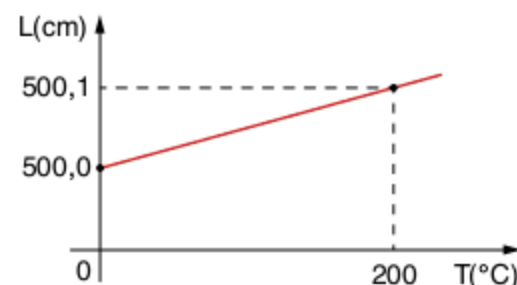
$$\Delta L = 100 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot (10 - 0)$$

$$\Delta L = 17 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta L = 17 \text{ mm}$$
- Como $\Delta L = L_f - L_0$ temos:

$$17 \text{ mm} = 0,017 \text{ m} = L_f - 100$$
Portanto: $L_f = 100,017 \text{ m}$

- 2** O gráfico a seguir nos mostra como varia o comprimento de uma barra metálica em função de sua temperatura.



- Qual é o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a barra?
- Se uma barra constituída por esse material tiver 200 m de comprimento a 10°C , determine seu comprimento final quando ela for aquecida a 110°C .

Resolução:

- Através do gráfico, temos:
 - para $0^\circ\text{C} \Rightarrow L_{\text{barra}} = 500,0 \text{ cm}$
 - para $200^\circ\text{C} \Rightarrow L_{\text{barra}} = 500,1 \text{ cm}$
Para um $\Delta T = 200^\circ\text{C}$, temos um $\Delta L = 0,1 \text{ cm}$, a partir de um $L_0 = 500 \text{ cm}$, logo:
$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} \Rightarrow \alpha = \frac{0,1}{500 \cdot 200}$$
logo: $\alpha = 1,0 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
- Sabemos que $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$ e que
$$L_f = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$
Portanto: $L_f = 200 (1 + 1 \cdot 10^{-6} (110 - 10))$

$$L_f = 200,02 \text{ m}$$

A constante α é uma característica de cada material e é chamada de coeficiente de dilatação linear. Vale salientar que a expressão: $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$ representa a dilatação linear no caso de $\Delta L > 0$, como também pode representar a contração linear para o caso de $\Delta L < 0$, dependendo do valor de ΔT .

A dilatação linear (ΔL) apresenta a mesma unidade de grandeza que a dimensão inicial (L_0) enquanto o coeficiente de dilatação linear (α) apresenta como unidade de medida o inverso da unidade de temperatura apresentada. Observe:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \alpha = \frac{\Delta L}{L_0 \cdot \Delta T} \Rightarrow [\alpha] = \frac{1}{\text{unidade de temperatura}}$$

Como, por exemplo, para ΔT em $^{\circ}\text{C} \Rightarrow \alpha = ^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Veja a seguir uma tabela com o coeficiente de dilatação linear de alguns importantes materiais.

Material	Valor aproximado de α ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Vidro pirex	$3 \cdot 10^{-6}$
Porcelana	$3 \cdot 10^{-6}$
Vidro comum	$8 \cdot 10^{-6}$
Ferro (Fe)	$12 \cdot 10^{-6}$
Cobre (Cu)	$17 \cdot 10^{-6}$
Alumínio (Al)	$22 \cdot 10^{-6}$
Chumbo (Pb)	$27 \cdot 10^{-6}$

Tab. 1 Coeficiente de dilatação linear de alguns materiais.

Dilatação superficial

No estudo da dilatação superficial, passaremos a considerar a dilatação em duas dimensões. Para isto, pensaremos em uma placa feita de um material isótropo de espessura desprezível, ou seja, um corpo em que uma das dimensões (a espessura) é desprezível em relação às duas outras dimensões em estudo.

Considere uma placa que tenha uma área superficial S_0 a uma temperatura T_0 . Se a temperatura passar para T_f , a área da superfície passará ao valor S .

A diferença $\Delta S = S_f - S_0$ é chamada variação da área da superfície, no intervalo ΔT .

A experiência revela fatos análogos aos que foram vistos na dilatação linear, portanto $\Delta S \sim S_0 \Delta T$.

Para transformar a informação experimental em uma igualdade, bastará introduzir o coeficiente de proporcionalidade β , denominado **coeficiente de dilatação superficial**.

Portanto:

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

Analogamente, a área final pode ser representada por:

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow S_f - S_0 = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$$

$$S_f = S_0 + S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow S_f = S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

Observação: Todas as características apresentadas pelo coeficiente α , são também válidas para o coeficiente β .

Relação entre β e α

Considere uma placa feita de material isótropo, o coeficiente de dilatação linear α será o mesmo, qualquer que seja a direção considerada.

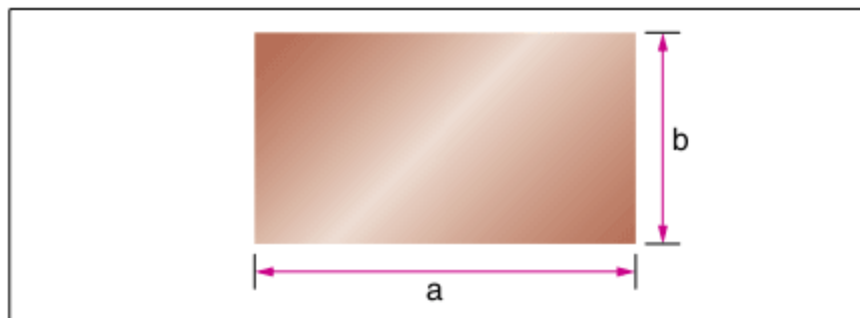


Fig. 6 Placa retangular de material isótropo com dimensões a e b e superfície S .

Para a superfície S , você pode escrever:

$$S = a \cdot b$$

Considerando a dilatação linear nas dimensões a e b , temos:

$$a = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \text{ e } b = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Portanto:

$$\begin{aligned} S_f &= [a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \cdot [b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \Rightarrow \\ S_f &= a_0 \cdot b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^2 = S_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^2 \Rightarrow \\ S_f &= S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T + \alpha^2 \cdot \Delta T^2) \end{aligned}$$

Lembrando que:

$S_f = S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$ e que a parcela $\alpha^2 \cdot \Delta T^2$ é desprezível, podemos concluir que:

$$\begin{aligned} S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T) &= S_0 \cdot (1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow \\ 1 + \beta \cdot \Delta T &= 1 + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \\ \beta \cdot \Delta T &= 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \beta = 2\alpha \end{aligned}$$

Portanto, a relação entre α e β é dada por: $\beta = 2\alpha$, isto é, o coeficiente de dilatação superficial de um corpo isótropo é igual ao dobro do seu coeficiente de dilatação linear.

ATENÇÃO!

O coeficiente de dilatação α é um número da ordem de milionésimos, ou seja, 10^{-6} . Por isso, nas considerações teóricas, abandonamos as potências de α superiores à primeira, ou seja $\alpha^2, \alpha^3, \dots$; com isto estaremos cometendo um erro não mensurável experimentalmente.

Exercício resolvido

3 Uma placa de alumínio, cujo coeficiente de dilatação linear vale $22 \cdot 10^{-6} \text{ } ^{\circ}\text{C}^{-1}$, tem, a $0 \text{ } ^{\circ}\text{C}$, área igual a 10 m^2 . Qual será a área dessa placa a $200 \text{ } ^{\circ}\text{C}$?

Resolução:

Sabemos que $\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T$ e que $\beta = 2\alpha$, desta forma:

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_0 \cdot 2 \cdot \alpha \cdot \Delta T \\ \Delta S &= 10 \cdot 2 \cdot 22 \cdot 10^{-6} (200 - 0) \\ \Delta S &= 0,088 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Como o que foi pedido é a área final, temos:

$$\Delta S = S_f - S_0 \Rightarrow S_f = S_0 + \Delta S; \text{ logo: } S_f = 10,088 \text{ m}^2$$

Dilatação volumétrica

Vejamos agora a dilatação em três dimensões, ou seja, a dilatação volumétrica. Para isto, consideremos um bloco feito de um material isotrópico e que tenha, a temperatura T_0 , o volume V_0 . Se a temperatura aumentar para T_f , o bloco passará a ter volume V_f .

A diferença $\Delta V = V_f - V_0$ é chamada variação do volume, correspondente ao intervalo térmico ΔT . A experiência revela fatos análogos aos que vimos para a dilatação superficial ou mesmo linear, ou seja, que ΔV é proporcional a V_0 e a ΔT .

Portanto: $\Delta V \sim V_0 \cdot \Delta T$

Introduzindo o coeficiente de proporcionalidade γ , denominado **coeficiente de dilatação volumétrica**, temos:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$$

Analogamente, o volume final pode ser representado por:

$$\begin{aligned} \Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T &\Rightarrow V_f - V_0 = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \\ V_f = V_0 + V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T &\Rightarrow V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) \end{aligned}$$

Observação: Todas as características apresentadas pelos coeficientes α e β são também válidas para o coeficiente γ .

Relação entre γ e α

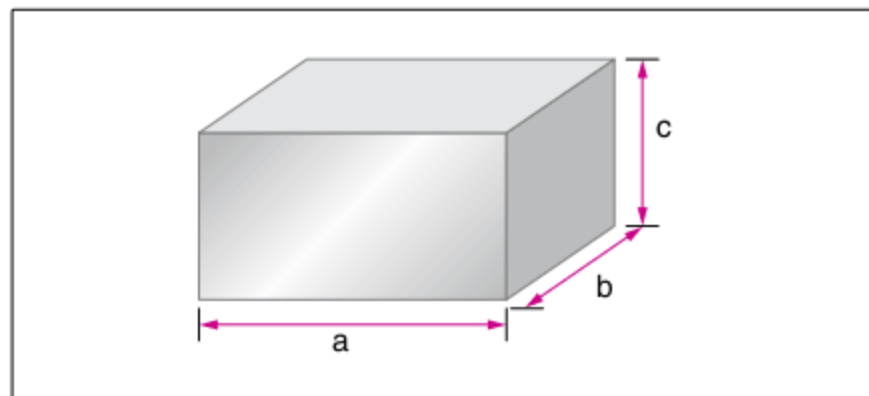


Fig. 7 Paralelepípedo de material isotrópico com dimensões a, b e c e com volume V.

Para o volume V, podemos escrever: $V = a \cdot b \cdot c$

Vale lembrar que por ser um bloco isotrópico, o coeficiente de dilatação linear é o mesmo em todas as direções.

Considerando a dilatação linear nas dimensões a, b e c, temos:

$$a = a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T), b = b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \text{ e } c = c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Portanto:

$$V_f = [a_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \cdot [b_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \cdot [c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)] \Rightarrow$$

$$V_f = a_0 \cdot b_0 \cdot c_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)^3 \Rightarrow$$

$$V_f = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T + 3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta T^2 + \alpha^3 \cdot \Delta T^3)$$

Lembrando que:

$V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$ e que as parcelas: $3 \cdot \alpha^2 \cdot \Delta T^2$ e $\alpha^3 \cdot \Delta T^3$ são desprezíveis, podemos concluir que:

$$V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T) = V_0 \cdot (1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow$$

$$1 + \gamma \cdot \Delta T = 1 + 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$\gamma \cdot \Delta T = 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow \gamma = 3\alpha$$

Portanto, a relação entre α e γ é dada por: $\gamma = 3\alpha$, isto é, o coeficiente de dilatação volumétrica de um corpo isotrópico é igual ao triplo do seu coeficiente de dilatação linear.

Observe na tabela alguns exemplos numéricos de coeficiente de dilatação volumétrica.

Material	Valor aproximado de γ ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
Água	$1,3 \cdot 10^{-4}$
Mercúrio (Hg)	$1,8 \cdot 10^{-4}$
Álcool etílico	$11,2 \cdot 10^{-4}$
Acetona	$14,9 \cdot 10^{-4}$

Tab. 2 Coeficiente de dilatação volumétrica de algumas substâncias.

Exercício resolvido

4 Um bloco metálico possui um volume de 250 cm^3 a 0°C e de $250,75 \text{ cm}^3$ à temperatura T. Determine essa temperatura, sabendo que o coeficiente de dilatação linear do bloco vale $25 \cdot 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Resolução:

• para $T = 0^{\circ}\text{C}$, temos $V_0 = 250 \text{ cm}^3$

• para T, temos $V_f = 250,75 \text{ cm}^3$

Como: $\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T$ e $\gamma = 3\alpha$

temos: $V - V_0 = V_0 \cdot 3 \cdot \alpha \cdot \Delta T$

$$(250,75 - 250) = 250 \cdot 3 \cdot 25 \cdot 10^{-6} (T - 0)$$

Logo: $T = 40^{\circ}\text{C}$

Dilatação de corpo oco ou com furo

Passaremos a analisar o que ocorre na dilatação de um corpo oco (uma panela, por exemplo) ou de um furo em uma chapa ou parede, quando submetidos à variação de temperatura.

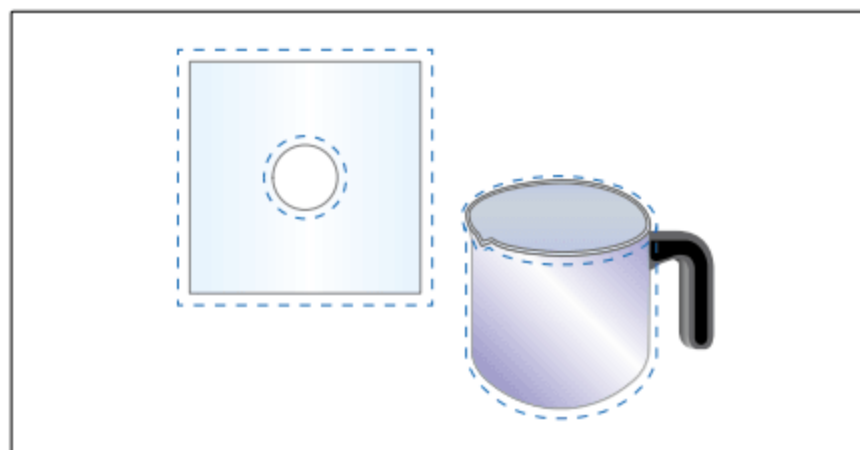


Fig. 8 Todo corpo oco ou com furo, ao se dilatar, comporta-se como se fosse maciço.

Note que o raio de um furo aumenta quando a temperatura aumenta e diminui quando a temperatura diminui (Fig. 8).

ATENÇÃO!

Todo corpo oco (ou furo ou rachadura), ao se dilatar, comporta-se como se fosse maciço.

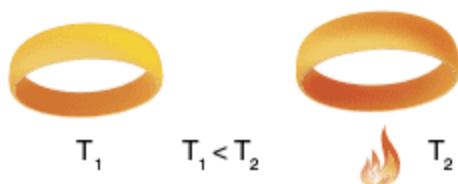
Lembre-se de que o processo de dilatação ocorre devido ao fato de as partículas estarem com maior energia de vibração, necessitando, portanto, de **maior espaço físico** para se acomodar.

Exercícios resolvidos

5 O que acontece com o diâmetro do orifício de uma aliança de ouro quando esta é aquecida?

Resolução:

A experiência mostra que o diâmetro desse orifício aumenta. Veja:

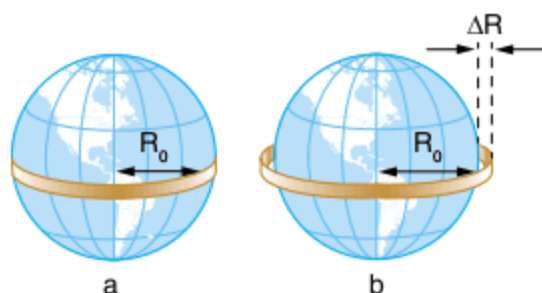


Para entender melhor o fenômeno, imagine a situação equivalente a de uma moeda circular, de tamanho igual ao do orifício da aliança antes de ser aquecida. Aumentando a temperatura, o diâmetro da moeda aumenta.



6 Imagine que se envolvesse a Terra, na região do Equador, com um anel de cobre, como está representado na figura a. Se a temperatura do anel fosse elevada em apenas 1 °C, sem que a temperatura da Terra sofresse modificações, em que altura ΔR , acima da superfície da Terra (figura b), iria ficar o anel?

Dados: $\alpha_{Cu} = 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; $R_{Terra} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$



Resolução:

Trata-se de uma dilatação linear.

Sabemos que: $\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$, onde:

- $\Delta T = 1 \text{ } ^\circ\text{C}$
- $\alpha = 17 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
- $L_0 = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$,

$$\text{Portanto: } \Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T$$

$$\Delta L = 6,4 \cdot 10^6 \cdot 17 \cdot 10^{-6} \cdot 1$$

$$\Delta L = 108,8 \text{ m}$$

Assim, o anel ficaria a 108,8 m da superfície em toda a linha do Equador.

Observação: 108,8 m equivale, aproximadamente, a altura de um edifício de 30 andares!

Variação da densidade

Você já aprendeu que a densidade de uma substância é a razão entre a massa do corpo e o seu volume, isto é: $d = \frac{m}{V}$.

Evidentemente, a massa do corpo independe da temperatura. Por outro lado, como acabamos de ver, o volume do corpo varia com a temperatura. Assim sendo, concluímos que a densidade de um corpo depende da temperatura a que se encontra este corpo.

Observe:

Consideremos um corpo que se acha, inicialmente, à temperatura T_0 e cuja temperatura passa a T_f .

Teremos, então:

Na temperatura T_0 e T_f :

$$d_0 = \frac{m_0}{V_0} \text{ e } d_f = \frac{m_f}{V_f}$$

Dividindo membro a membro:

$$\frac{d_0}{d_f} = \frac{\frac{m_0}{V_0}}{\frac{m_f}{V_f}}$$

Como: $m_0 = m_f$ (a massa permanece constante)

Temos:

$$\frac{d_0}{d_f} = \frac{V_f}{V_0}$$

Lembrando que: $V = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$

Temos: $\frac{d_0}{d} = \frac{V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)}{V_0}$, ou seja:

$$d = \frac{d_0}{1 + \gamma \cdot \Delta T}$$

Observação: A expressão anterior mostra que a densidade de um sólido diminui à medida que aumenta a temperatura, pois o volume do sólido aumenta com a temperatura.

Exercício resolvido

7 A massa específica do ferro a 0 °C vale $d_0 = 7,8 \text{ g/cm}^3$. Se o coeficiente de dilatação cúbica do ferro é $\gamma = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, determine a densidade desse metal a 75 °C.

Resolução:

$$d_0 = d_{75} \cdot (1 + \gamma \cdot (75 - 0))$$

$$d_{75} = \frac{d_0}{1 + \gamma \cdot 75} = \frac{7,8}{1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 75}$$

$$d_{75} = \frac{7,8}{1,0009} \Rightarrow d_{75} = 7,792 \text{ g/cm}^3$$

Observe que: $d_{75} < d_0$

Dilatação dos líquidos

Dilatação real e aparente

Os líquidos são desprovidos de forma própria, (lembre-se do que estudou em química; livro 1, frente 2), assumindo sempre a forma do recipiente no qual são colocados. Devido a esse fato, o estudo de dilatação dos líquidos fica um pouco mais complexo, pois devemos levar em consideração a dilatação do recipiente no qual estão colocados. Observe a sequência representada na figura 9, em que o nível aparente do líquido frio diminui com a dilatação do frasco.

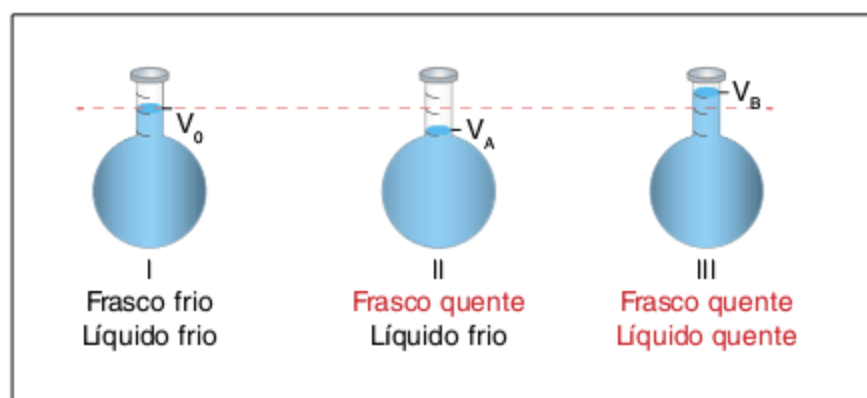


Fig. 9 Dilatação aparente de líquidos.

Considere um balão de vidro comum com um certo líquido em seu interior. Inicialmente o nível indicado é V_0 , (Fig. 9.I). Suponha que em um dado momento, o sistema seja levado à presença de uma fonte térmica, por exemplo, a chama de um fogão. Como o recipiente está mais próximo da fonte térmica do que o líquido, o recipiente se dilatará antes do líquido, e, em consequência, o nível do líquido abaixará até o nível V_A , (Fig. 9.II); posteriormente, quando todo o conjunto estiver aquecido e dilatado, o nível do líquido sobe, ultrapassando o nível V_0 e atingindo o nível V_B (Fig. 9.III).

Nesta experiência, o nível do líquido desceu de V_0 para V_A , e depois subiu de V_A para V_B . Entretanto, um observador que considerar apenas a situação inicial e a situação final (I e III), sem ter acompanhado o transcorrer do processo (II), tem a impressão de que o nível do líquido passou de V_0 para V_B .

- Portanto, temos:
- de V_A para V_B (II \Rightarrow III): corresponde à dilatação real do líquido (não leva em conta a dilatação do recipiente);
 - de V_0 para V_A (I \Rightarrow II): corresponde à dilatação do recipiente;
 - de V_0 para V_B (I \Rightarrow III): corresponde à dilatação aparente do líquido (leva em consideração a dilatação do recipiente).

Observe que, se tratando de líquidos, podemos definir dois tipos de dilatação e, conseqüentemente, dois coeficientes de dilatação: o **coeficiente de dilatação real** e o **coeficiente de dilatação aparente**. O coeficiente de dilatação real é absoluto e característico do líquido em questão, enquanto o coeficiente de dilatação aparente é relativo e depende do recipiente no qual o líquido está contido.

Como por exemplo, podemos ter quantidades iguais de gasolina em dois recipientes idênticos, um recipiente de metal e outro de vidro. Se submetermos os dois recipientes ao mesmo aquecimento, a dilatação real da gasolina em ambos os recipientes será a mesma (dilatação real = absoluta), enquanto a dilatação aparente da gasolina será diferente para cada um dos recipientes (dilatação aparente = relativa), pois a dilatação aparente da gasolina depende da dilatação do recipiente, que é diferente para o caso do vidro e do metal.

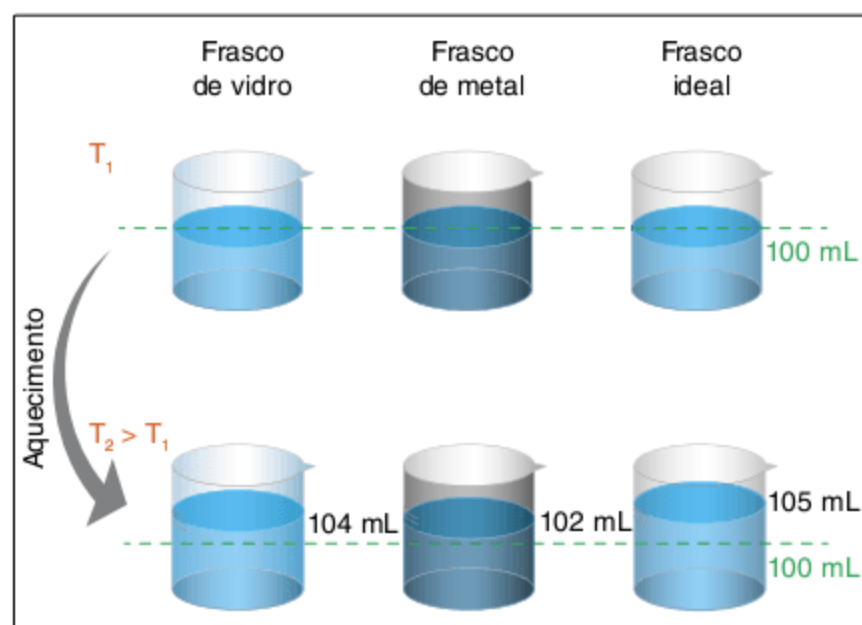


Fig. 10 Frascos de materiais diferentes com variação de temperatura apresentam dilatações aparentes diferentes para o mesmo líquido.

Observe que, na figura 10, os frascos, por serem de materiais diferentes, apresentam, para o mesmo líquido, dilatações aparentes diferentes. O frasco ideal, na temperatura T_2 , indica um nível de 105 mL para o líquido aquecido também à temperatura T_2 , enquanto o frasco de vidro apresenta volume final igual a 104 mL e o de metal um volume final de 102 mL.

Como isso é possível? Simples, o coeficiente de dilatação do metal é maior que o do vidro, que por sua vez, é maior que o do frasco ideal, mas é muito importante que você entenda que a dilatação real do líquido foi de 5 mL em todos os frascos.

Podemos concluir também que a dilatação do frasco de metal foi de 3 mL e a do vidro foi de 1 mL.

ATENÇÃO!

Por ideal entenda um frasco com dilatação desprezível, isto é, coeficiente de dilatação tendendo a zero.

Em laboratórios de química, são utilizados vidros refratários, com baixo coeficiente de dilatação, para a medição de líquidos, pois desta forma a dilatação do recipiente pode ser desprezada e a dilatação real se torna bem próxima da dilatação aparente. Lembre-se de que é sempre a dilatação aparente que é medida, que é observada em um frasco.

Voltando à figura 9, podemos observar que:

$$\text{de } V_A \text{ para } V_B = \Delta V_{\text{real do líq.}}$$

$$\text{de } V_0 \text{ para } V_A = \Delta V_{\text{real do recipiente}}$$

$$\text{de } V_0 \text{ para } V_B = \Delta V_{\text{aparente do líq.}}$$

Onde temos:

$$\Delta V_{\text{real do líq.}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{real do líq.}} \cdot \Delta T$$

$$\Delta V_{\text{real do recipiente}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{real do recipiente}} \cdot \Delta T$$

$$\Delta V_{\text{aparente do líq.}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{aparente do líq.}} \cdot \Delta T$$

Como:

$$\Delta V_{\text{real do líq.}} = \Delta V_{\text{recipiente}} + \Delta V_{\text{aparente do líq.}}$$

tem-se:

$$V_0 \cdot \gamma_{\text{real do líq.}} \cdot \Delta T = V_0 \cdot \gamma_{\text{real do recipiente}} \cdot \Delta T + V_0 \cdot \gamma_{\text{aparente do líq.}} \cdot \Delta T$$

onde:

$$\gamma_{\text{real do líq.}} = \gamma_{\text{real do recipiente}} + \gamma_{\text{aparente do líq.}}$$

Portanto:

$$\gamma_{\text{aparente do líq.}} = \gamma_{\text{real do líq.}} - \gamma_{\text{real do recipiente}}$$

Observe que se trata de um frasco/recipiente ideal. Portanto:

$$\gamma_{\text{recipiente}} = 0 \Rightarrow \gamma_{\text{aparente do líq.}} = \gamma_{\text{real do líq.}}$$

ATENÇÃO!

A dilatação real sofrida por um líquido é a dilatação aparente somada à dilatação do recipiente.

Exercício resolvido

8 Um recipiente de vidro, completamente cheio de um líquido, à temperatura de 20 °C, possui 1.000 cm³. Ao ser aquecido a 70 °C, observa-se que transborda 20 cm³ de líquido. Nessas condições, determine:

- O que os 20 cm³ transbordados representam?
- Qual é o coeficiente de dilatação aparente do líquido em questão?
- Qual é o coeficiente de dilatação volumétrica do recipiente?
- Qual é o coeficiente de dilatação real do líquido?
- Qual é a dilatação real do líquido?
- Qual dilatação real do recipiente?

Considere: $\alpha_{\text{vidro}} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Resolução:

a) Os 20 cm³ representam a dilatação aparente do líquido, uma vez em que o frasco esteja completamente cheio.

$$b) \Delta V_{\text{aparente}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{aparente}} \cdot \Delta T \Rightarrow$$

$$20 = 1.000 \cdot \gamma_{\text{aparente}} \cdot (70 - 20) \Rightarrow$$

$$20 = 1.000 \cdot \gamma_{\text{aparente}} \cdot 50 \Rightarrow \gamma_{\text{aparente}} = \frac{20}{1.000 \cdot 50} \Rightarrow$$

$$\gamma_{\text{aparente}} = 0,4 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \gamma_{\text{aparente}} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$c) \gamma_{\text{recipiente}} = 3 \cdot \alpha_{\text{recipiente}} \Rightarrow$$

$$\gamma_{\text{recipiente}} = 3 \cdot 8 \cdot 10^{-6} = 24 \cdot 10^{-6} \Rightarrow$$

$$\gamma_{\text{recipiente}} = 2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$d) \gamma_{\text{real do líquido}} = \gamma_{\text{recipiente}} + \gamma_{\text{aparente}}$$

$$\gamma_{\text{real do líquido}} = 2,4 \cdot 10^{-5} + 4 \cdot 10^{-4} = 0,24 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$$

$$\gamma_{\text{real do líquido}} = 4,24 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$e) \Delta V_{\text{líquido}} = V_0 \cdot \gamma_{\text{líquido}} \cdot \Delta T$$

$$\Delta V_{\text{líquido}} = 1.000 \cdot 4,24 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \Rightarrow \Delta V_{\text{líquido}} = 21,2 \text{ cm}^3$$

$$f) \Delta V_{\text{recipiente}} = \Delta V_{\text{real do líquido}} - \Delta V_{\text{aparente}}$$

$$\Delta V_{\text{recipiente}} = 21,2 - 20 \Rightarrow \Delta V_{\text{recipiente}} = 1,2 \text{ cm}^3$$

Comportamento anômalo da água

De um modo geral, os líquidos se dilatam ao aumentar a temperatura, porém, entre outros líquidos, a água constitui uma exceção. A água sofre contração de volume quando sua temperatura aumenta no intervalo de 0 °C a 4 °C e se dilata quando a temperatura aumenta a partir de 4 °C. O gráfico da figura 11 mostra a variação do volume de 1 g de água, no intervalo térmico de 0 °C a 20 °C. Observa-se no gráfico que o volume mínimo ocorre a 4 °C e vale 1 cm³.

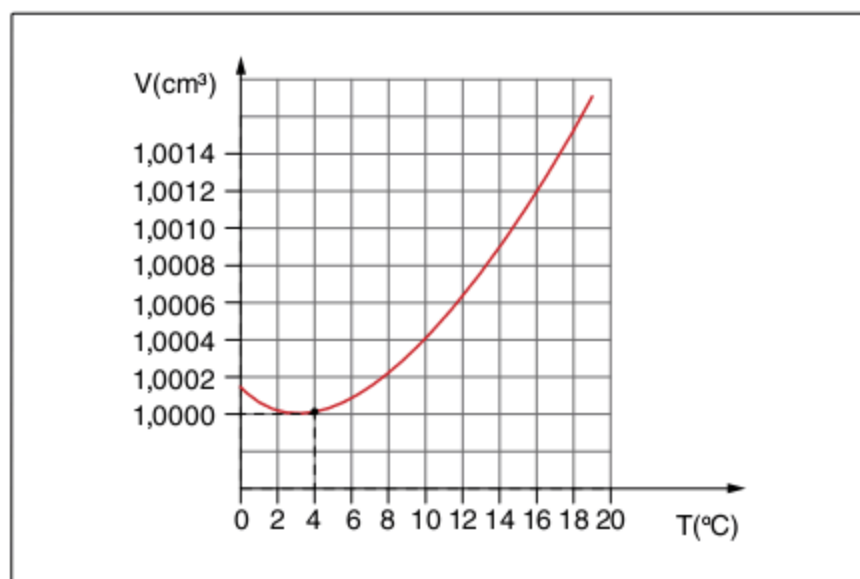


Fig. 11 Variação do volume da água em função da temperatura. Observe o comportamento anômalo na faixa de 0 a 4 °C.

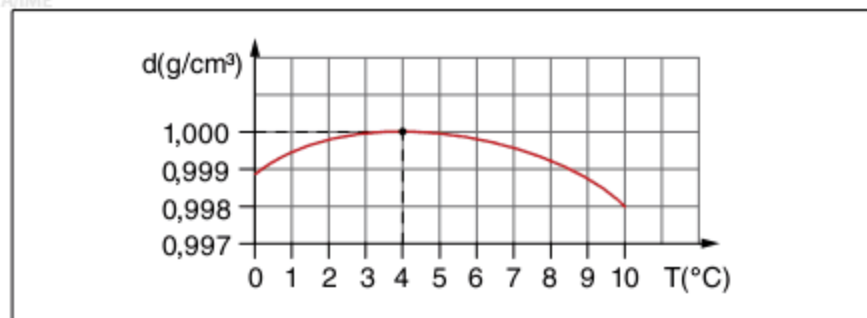


Fig. 12 Variação da densidade da água com a temperatura. Observe o comportamento anômalo na faixa de 0 a 4 °C.

Portanto, a 4 °C a água apresenta densidade máxima, cujo valor é $d = 1 \text{ g/cm}^3$ (Fig.12).

Devido ao comportamento anômalo apresentado pela água, nas regiões frias, no inverno, observa-se somente o congelamento das superfícies dos lagos, rios e mares, formando-se uma camada protetora e isolante que conserva praticamente invariável a temperatura a grandes profundidades. Isso permite a existência da flora e da fauna aquática durante todo o ano.

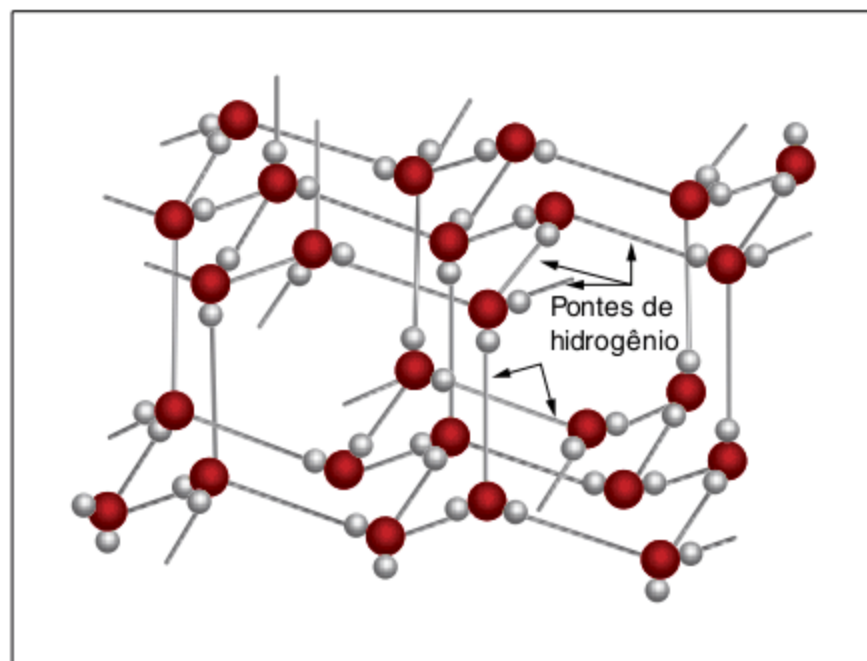


Fig. 13 Cristal de água.



Fig. 14 Formação de cristais de gelo.

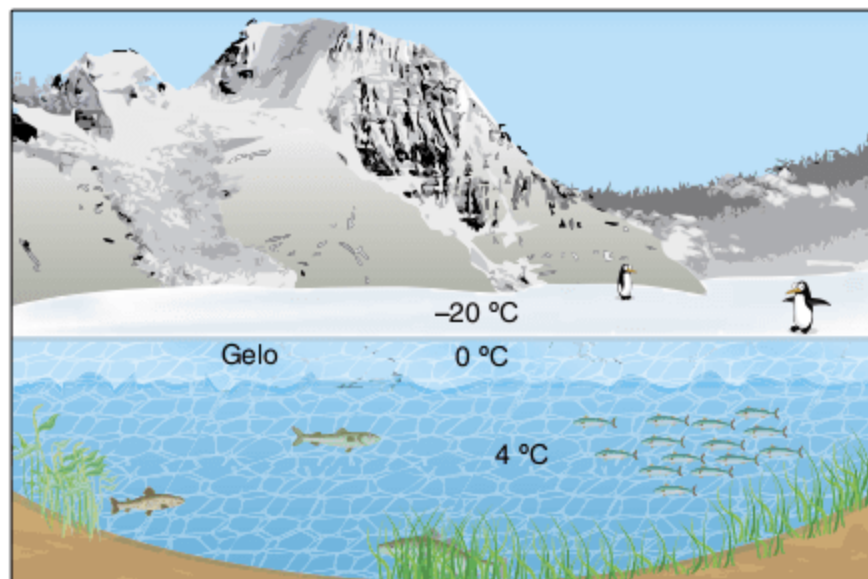


Fig. 15 Devido ao comportamento anômalo da água, em um forte inverno, é possível manter a fauna e a flora no fundo do lago (4 °C).

Podemos verificar o comportamento anômalo da água também em casa, quando colocamos um vasilhame com água no congelador e, após algumas horas, observamos a formação de uma camada de gelo na superfície, enquanto a água na parte central do vasilhame permanece no estado líquido.

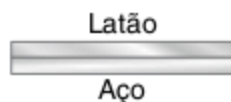
Revisando

1 Na temperatura de 0 °C, um fio de cobre mede 100,000 m. Seu comprimento passa a ser de 100,068 m quando a temperatura atinge 40 °C. Qual o valor do coeficiente de dilatação linear do cobre?

2 Duas barras de comprimentos L e $2L$, a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, e coeficientes de dilatação linear α_1 e α_2 , respectivamente, são emendadas, constituindo uma única barra de comprimento $3L$. Qual é o coeficiente de dilatação linear médio da barra resultante?

3 O coeficiente de dilatação linear do alumínio é $2,2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Um cubo de alumínio com volume de 5 litros é aquecido de $40\text{ }^{\circ}\text{F}$ até $76\text{ }^{\circ}\text{F}$. Qual é a variação aproximada do volume desse cubo?

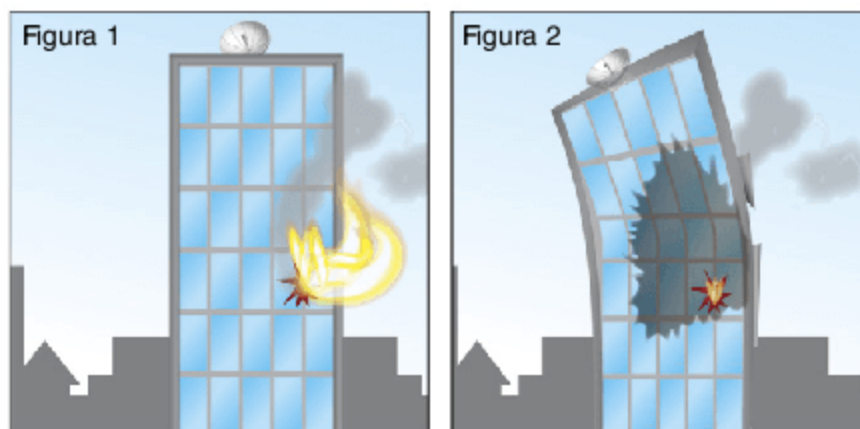
4 Vunesp (Adapt.) Duas lâminas metálicas, a primeira de latão e a segunda de aço, de mesmo comprimento, à temperatura ambiente, são soldadas rigidamente uma à outra, formando uma lâmina bimetálica, conforme a figura.



O coeficiente de dilatação térmica linear do latão é maior que o do aço. A lâmina bimetálica é aquecida a uma temperatura acima da ambiente e depois resfriada até uma temperatura abaixo da ambiente. Represente as formas assumidas pela lâmina bimetálica, quando aquecida e quando resfriada.

5 UFCA (Adapt.) A uma dada temperatura, um pino ajusta-se exatamente em um orifício de uma chapa metálica. O que ocorrerá se somente a chapa for aquecida?

6 UFRJ 2008 Um incêndio ocorreu no lado direito de um dos andares intermediários de um edifício construído com estrutura metálica, como ilustra a figura 1. Em consequência do incêndio, que ficou restrito ao lado direito, o edifício sofreu uma deformação, como ilustra a figura 2.



Com base em conhecimentos de termologia, explique por que o edifício entorta para a esquerda e não para a direita.

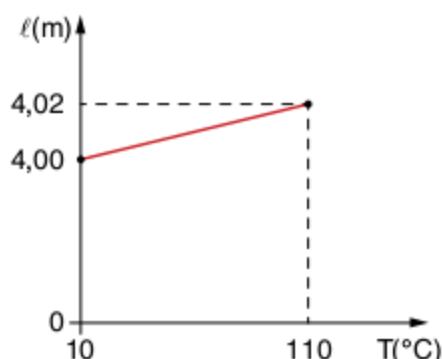
7 ITA (Adapt.) Por que o vidro *Pyrex* apresenta maior resistência ao choque térmico do que o vidro comum?

8 Fuvest (Adapt.) Café fervente é despejado em um copo de vidro. O copo parte-se. Apresente uma possível explicação para tal fenômeno.

Exercícios propostos

Dilatação linear

1 PUC-RS O gráfico a seguir representa o comprimento (ℓ) de um fio em função da sua temperatura (T):

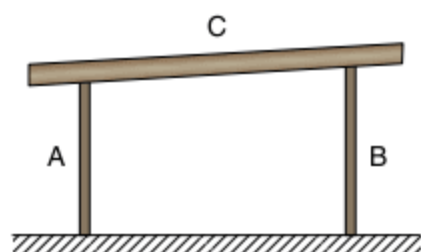


Qual o coeficiente de dilatação do material de que é feito o fio?

2 Três bastões de mesmo comprimento L, um de alumínio, outro de latão e o terceiro de cobre, são emendados de modo a constituir um único bastão de comprimento 3L. Determine o coeficiente de dilatação linear do bastão resultante.

Dados: $\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
 $\alpha_{latão} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
 $\alpha_{Cu} = 16 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

3 FEI As barras A e B da figura têm, respectivamente, comprimentos 1.000 mm e 1.001 mm, a 20 °C. Seus coeficientes de dilatação linear são: $\alpha_A = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $\alpha_B = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.



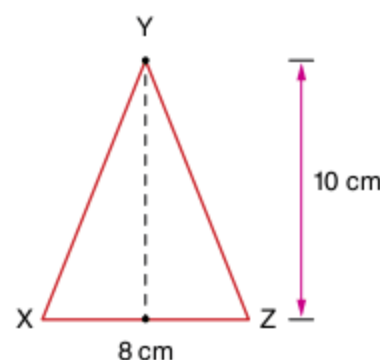
Qual a temperatura em que a barra C ficará na posição horizontal?

4 Fuvest Uma bobina contendo 2.000 m de fio de cobre medido num dia em que a temperatura era de 35 °C foi utilizada, e o fio medido de novo a 10 °C. Esta nova medição indicou:

Dado: $\alpha_{Cu} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

- (a) 1,0 m a menos.
- (b) 1,0 m a mais.
- (c) 2.000 m.
- (d) 20 m a menos.
- (e) 20 mm a mais.

5 Uece Três barras retas de chumbo são interligadas de modo a formarem um triângulo isósceles de base 8 cm e altura 10 cm.



Elevando-se a temperatura do sistema:

- (a) a base e os lados se dilatam igualmente.
- (b) os ângulos se mantêm.
- (c) a área se conserva.
- (d) o ângulo do vértice varia mais que os ângulos da base.

Dilatação superficial e volumétrica de sólidos

6 UFMG Um cubo sólido de material homogêneo tem aresta igual a L e coeficiente de dilatação linear igual a k ($^\circ\text{C}^{-1}$). O cubo é aquecido uniformemente de 1 °C, conservando sua forma cúbica. A área A de uma das faces e o volume V do cubo, após o aquecimento, são melhores representados por:

- (a) $A = L^2$ e $V = L^3$
- (b) $A = L^2 \cdot (1 + k)$ e $V = L^3 \cdot (1 + k)$
- (c) $A = L^2 \cdot (1 + 2k)$ e $V = L^3 \cdot (1 + 2k)$
- (d) $A = L^2 \cdot (1 + 3k)$ e $V = L^3 \cdot (1 + 2k)$
- (e) $A = L^2 \cdot (1 + 2k)$ e $V = L^3 \cdot (1 + 3k)$

7 Uma panela de alumínio possui, a 0 °C, uma capacidade de 1.000 cm³ (1 L). Se levamos essa panela com água ao fogo, até que ocorra ebulição dessa água, sob pressão normal, qual será a nova capacidade da panela?

Dados: Coeficiente de dilatação linear do alumínio = $24 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; coeficiente de dilatação cúbica da água = $1,3 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

8 Uma moeda, fabricada com níquel puro, encontra-se à temperatura ambiente de 20 °C. Ao ser levada a um forno, ela sofre um acréscimo de 1% na área de sua superfície. Qual a temperatura do forno?

Dado: Coeficiente de dilatação linear do níquel = $12,5 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

9 UFPB 2008 Sabemos que as dimensões de um corpo se alteram, quando também alteramos sua temperatura. Salvo algumas exceções, todos os corpos, quer sejam sólidos, líquidos ou gasosos, dilatam-se quando sua temperatura aumenta. Na tira que segue, temos uma possibilidade de solução para o problema apresentado.



Após a leitura das imagens, é correto afirmar que:

- (a) não é possível solucionar o problema, de acordo com o que está sendo observado na tira.
- (b) aquecendo-se a tampa de uma garrafa, todo o conjunto (garrafa e tampa) dilata-se igualmente, o que facilita a retirada da tampa.
- (c) aquecendo-se a tampa de uma garrafa, ela se dilata, a garrafa se contrai, e, assim, a mesma pode ser retirada com facilidade.
- (d) aquecendo-se a tampa de uma garrafa, o líquido interno se contrai, aumentando a quantidade de ar dentro da garrafa, e, assim, a mesma pode ser retirada com facilidade.
- (e) aquecendo-se a tampa de uma garrafa, apenas ela se dilata (o gargalo da garrafa é pouco aquecido) e, assim, a mesma pode ser retirada com facilidade.

10 Em uma chapa de latão, a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, fez-se um orifício circular de $20,0\text{ cm}$ de diâmetro. Determinar o acréscimo de área que o orifício sofre quando a temperatura da chapa é elevada a $250\text{ }^{\circ}\text{C}$. Dado: Coeficiente de dilatação linear do latão = $2 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Dilatação volumétrica de líquidos/dilatação aparente

11 PUC-SP Um tanque contém 10.000 litros de combustível (álcool + gasolina) a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$, com uma proporção de 20% de álcool. A temperatura do combustível baixa para $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Considere o coeficiente de dilatação volumétrica do combustível: $1,1 \cdot 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

- a) Quantos litros de álcool existem a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$?
- b) Quantos litros de combustível existem a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$?

12 PUC-MG Um frasco, cuja capacidade a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ é de 2.000 cm^3 , está cheio até a boca com determinado líquido. O conjunto foi aquecido de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, transbordando 14 cm^3 . O coeficiente de dilatação aparente desse líquido, em relação ao material do frasco, é igual a que valor?

13 Dois recipientes de 1.000 cm^3 cada um a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, foram usados na determinação do coeficiente de dilatação aparente do mercúrio. Um dos recipientes era de cobre e o outro, de alumínio. Após serem totalmente cheios de mercúrio, também a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, os conjuntos foram aquecidos até $100\text{ }^{\circ}\text{C}$.

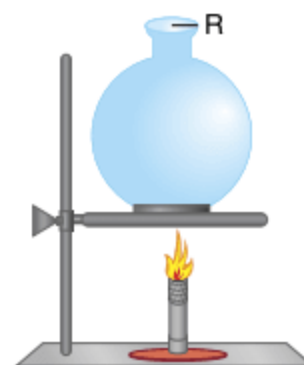
Dados: Coeficiente de dilatação cúbica do Hg = $1,8 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$; coeficiente de dilatação linear do Cu = $1,6 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$; coeficiente de dilatação linear do Al = $2,4 \cdot 10^{-5}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$.

Deseja-se saber:

- a) os coeficientes de dilatação aparente encontrados para o mercúrio.
- b) o volume de mercúrio extravasado em cada caso.

14 UFF O dono de um posto de gasolina consulta uma tabela de coeficientes de dilatação volumétrica, obtendo $\gamma_{\text{álcool}} = 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Assim, ele verifica que se comprar 14.000 L do combustível em um dia em que a temperatura do álcool é de $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ e revendê-los num dia quente, em que essa temperatura seja de $30\text{ }^{\circ}\text{C}$, estará ganhando n litros. Qual é o valor de n ?

15 UFBA A figura a seguir representa um balão, de volume V_0 , feito de material isotrópico de coeficiente de dilatação linear α . O balão está completamente cheio de um líquido de coeficiente de dilatação volumétrica γ e de massa específica μ_0 , à temperatura T_0 . Quando a temperatura do balão é aumentada de ΔT , extravasa o volume V_A do líquido.



Nessas condições, pode-se afirmar:

- 01 o raio R diminui, quando a temperatura do balão aumenta.
 - 02 o balão se dilata como se fosse maciço.
 - 04 o coeficiente de dilatação aparente do líquido é expresso por $\gamma + 3\alpha$.
 - 08 após a variação de temperatura ΔT , a massa específica do líquido passa a ser expressa por $\mu_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)^{-1}$.
 - 16 a dilatação do balão é igual a $V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T - V_A$.
- Soma =

16 UFRGS Um recipiente de vidro, cujas paredes são finas, contém glicerina. O conjunto se encontra a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. O coeficiente de dilatação linear do vidro é $27 \cdot 10^{-6}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$ e o coeficiente de dilatação volumétrica da glicerina é $5,0 \cdot 10^{-4}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$. Se a temperatura do conjunto se elevar para $60\text{ }^{\circ}\text{C}$, pode-se afirmar que o nível da glicerina no recipiente:

- (a) baixa, porque a glicerina sofre um aumento de volume menor do que o aumento na capacidade do recipiente.
- (b) se eleva, porque a glicerina aumenta de volume e a capacidade do recipiente diminui de volume.
- (c) se eleva, porque apenas a glicerina aumenta de volume.
- (d) se eleva, apesar da capacidade do recipiente aumentar.
- (e) permanece inalterado, pois a capacidade do recipiente aumenta tanto quanto o volume de glicerina.

17 UC-BA Um recipiente de volume V está repleto de um líquido a $20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Aquecendo-se o conjunto a $50\text{ }^{\circ}\text{C}$, transbordam $2,0\text{ cm}^3$ do líquido. Esses $2,0\text{ cm}^3$ correspondem:

- (a) à dilatação real do líquido.
- (b) à dilatação aparente do líquido.
- (c) à soma da dilatação real com a dilatação aparente do líquido.
- (d) à diferença entre a dilatação real e a dilatação aparente do líquido.
- (e) a três vezes a dilatação real do líquido.

18 PUC-MG 2007 Um recipiente de vidro está completamente cheio de um determinado líquido. O conjunto é aquecido fazendo com que transborde um pouco desse líquido. A quantidade de líquido transbordado representa a dilatação:

- (a) do líquido, apenas.
- (b) do líquido menos a dilatação do recipiente.
- (c) do recipiente, apenas.
- (d) do recipiente mais a dilatação do líquido.

19 Unesp 2007 É largamente difundida a ideia de que a possível elevação do nível dos oceanos ocorreria devido ao derretimento das grandes geleiras, como consequência do aquecimento global. No entanto, deveríamos considerar outra hipótese, que poderia também contribuir para a elevação do nível dos oceanos. Trata-se da expansão térmica da água devido ao aumento da temperatura. Para se obter uma estimativa desse efeito, considere que o coeficiente de expansão volumétrica da água salgada à temperatura de 20 °C seja $2,0 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$. Colocando água do mar em um tanque cilíndrico, com a parte superior aberta, e considerando que a variação de temperatura seja 4 °C, qual seria a elevação do nível da água se o nível inicial no tanque era de 20 m? Considere que o tanque não tenha sofrido qualquer tipo de expansão.

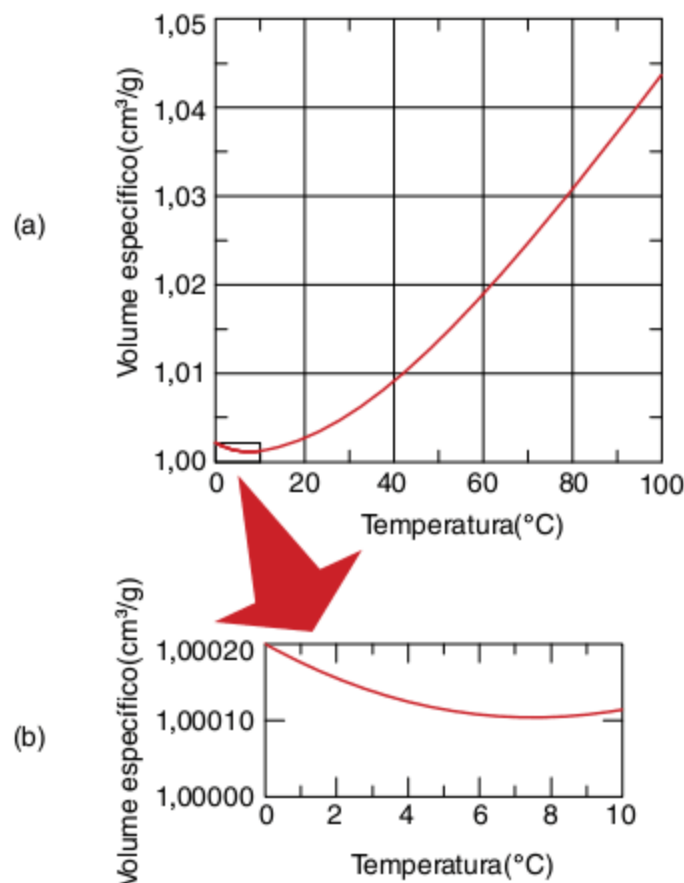
Comportamento anômalo da água

20 PUC A água apresenta uma anomalia em relação aos demais líquidos. Assim, a temperatura de 4 °C é:

- (a) aquela para a qual a água tem maior densidade.
- (b) aquela para a qual a água assume maior volume.
- (c) a mais baixa que a água atinge no estado líquido.
- (d) a correspondente ao ponto triplo da água.
- (e) a de fusão do gelo.

21 Enem 2009 De maneira geral, se a temperatura de um líquido comum aumenta, ele sofre dilatação. O mesmo não ocorre

com a água, se ela estiver a uma temperatura próxima a de seu ponto de congelamento. O gráfico mostra como o volume específico (inverso da densidade) da água varia em função da temperatura, com uma aproximação na região entre 0 °C e 10 °C, ou seja, nas proximidades do ponto de congelamento da água.



Halliday & Resnick. *Fundamentos de Física: Gravitação, ondas e termodinâmica*, v. 2. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1991.

A partir do gráfico, é correto concluir que o volume ocupado por certa massa de água:

- (a) diminui em menos de 3% ao se resfriar de 100 °C a 0 °C.
- (b) aumenta em mais de 0,4% ao se resfriar de 4 °C a 0 °C.
- (c) diminui em menos de 0,04% ao se aquecer de 0 °C a 4 °C.
- (d) aumenta em mais de 4% ao se aquecer de 4 °C a 9 °C.
- (e) aumenta em menos de 3% ao se aquecer de 0 °C a 100 °C.

TEXTO COMPLEMENTAR

Juntas de dilatação

Na construção de pontes, calçadas, trilhos em ferrovias, encaunamentos e outras estruturas, é fundamental que o fenômeno da dilatação térmica seja considerado e previsto.

Grandes variações de temperatura – até mesmo variações sazonais, em algumas regiões – podem causar alterações significativas nas dimensões dos sólidos, devido a alterações na agitação dos átomos e moléculas em torno do ponto de equilíbrio.

Uma das soluções para minimizar os efeitos da dilatação térmica em sólidos é o uso de juntas de dilatação. As juntas de dilatação são espaços inseridos entre os elementos de uma construção, em

geral a cada 20 m para estruturas de concreto, que permitem os movimentos desses elementos devido a variações de temperatura, sem que a estrutura seja comprometida. Quando a temperatura aumenta, a junta se fecha, e quando a temperatura diminui, ela se abre.

As juntas podem ser constituídas de diferentes materiais, do aço inoxidável ao plástico ou borracha, dependendo da amplitude do movimento desejada, do uso a que se destina e da disposição – horizontal ou vertical – na estrutura construída. Especificações técnicas determinam que um movimento de 25% da largura da junta deve ser absorvido pelo material de vedação.

Para evitar as chamadas fissuras por ação térmica e possíveis acidentes, são realizados cálculos e simulações dos fenômenos de dilatação e retração térmica em diferentes materiais e em diversas condições de variação de temperatura.

Junta de dilatação em uma ponte. Parque Universal Studios – Florida-USA.



ANDRÉ OLIVEIRA GUADALUPE

RESUMINDO

A variação da temperatura provoca alterações nas dimensões dos corpos, a chamada **dilatação térmica** ou **contração térmica**. A dilatação térmica é dividida em três tipos:

Dilatação linear:

$$\Delta L = L_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T \Rightarrow L_f = L_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Dilatação superficial:

$$\Delta S = S_0 \cdot \beta \cdot \Delta T \Rightarrow S_f = S_0 \cdot (1 + \beta \cdot \Delta T)$$

Dilatação volumétrica:

$$\Delta V = V_0 \cdot \gamma \cdot \Delta T \Rightarrow V_f = V_0 \cdot (1 + \gamma \cdot \Delta T)$$

onde temos a seguinte relação entre os coeficientes $\frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3}$

É importante notar que os líquidos, por assumirem sempre a forma do recipiente no qual são colocados, apresentam dois tipos de dilatação: a **dilatação real**, característica do líquido em questão, e a **aparente**, que depende do recipiente.

A dilatação real sofrida por um líquido é a soma da dilatação aparente e a dilatação do recipiente.

$$\Delta V_{\text{real}} = \Delta V_{\text{aparente}} + \Delta V_{\text{recipiente}} \Rightarrow \gamma_{\text{real}} = \gamma_{\text{aparente}} + \gamma_{\text{recipiente}}$$

De modo geral, os líquidos se dilatam ao aumentar a temperatura, mas a água é uma das exceções. A água apresenta comportamento anômalo: sofre contração de volume quando sua temperatura aumenta no intervalo de 0 °C a 4 °C e se dilata quando a temperatura aumenta a partir de 4 °C, possuindo densidade máxima, ou seja:

$$T_{\text{água}} = 4 \text{ °C} \Rightarrow \begin{cases} \text{volume mínimo} \\ \text{densidade máxima} \end{cases}$$

■ QUER SABER MAIS?



LIVRO

- Aníbal Figueiredo; Maurício Pietrocola. *Calor e Temperatura*. São Paulo: FTD, 2000 (Física um outro lado).



SITE

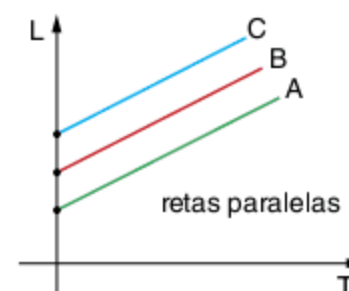
- Tiras bimetálicas (em inglês)
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/bimet.html#c1>>.

Exercícios complementares

Dilatação linear

1 UEL Uma barra metálica, inicialmente à temperatura de 20 °C, é aquecida até 260 °C e sofre uma dilatação igual a 0,6% do seu comprimento inicial. Qual o coeficiente de dilatação linear médio do metal, nesse intervalo de temperatura?

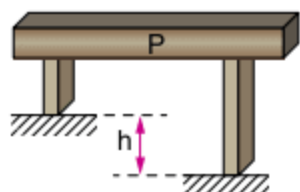
2 PUC-SP O gráfico a seguir dá os comprimentos de três barras, A, B e C em função da temperatura.



Quanto aos coeficientes de dilatação linear podemos afirmar:

- (a) $\alpha_A < \alpha_B < \alpha_C$
- (b) $\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C$
- (c) $\alpha_A = \alpha_B = \alpha_C$
- (d) não dá para concluir.

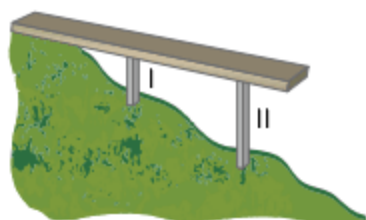
3 Uma plataforma P foi apoiada em duas colunas, conforme a figura a seguir.



Devido a um desnível do terreno, para manter a plataforma sempre na horizontal para qualquer temperatura, foi preciso fazer uma das colunas de concreto e a outra de ferro. Qual o valor do desnível h, sabendo-se que a maior coluna é de concreto e mede 7,8 m a 0 °C?

Dados: $\alpha_{\text{concreto}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; $\alpha_{\text{ferro}} = 13 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

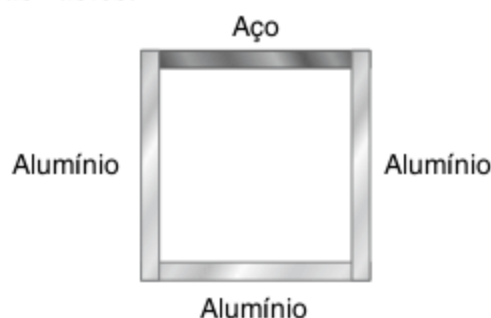
4 Cesgranrio Uma rampa para saltos de asa-delta é construída de acordo com o esquema que se segue. A pilastra de sustentação II tem, a 0 °C, comprimento três vezes maior do que a I. Os coeficientes de dilatação de I e II são, respectivamente, α_1 e α_2 .



Para que a rampa mantenha a mesma inclinação a qualquer temperatura, é necessário que a relação entre α_1 e α_2 seja:

- (a) $\alpha_1 = \alpha_2$
- (b) $\alpha_1 = 2\alpha_2$
- (c) $\alpha_1 = 3\alpha_2$
- (d) $\alpha_2 = 3\alpha_1$
- (e) $\alpha_2 = 2\alpha_1$

5 Unirio Um quadrado foi montado com três hastes de alumínio e uma haste de aço, todas inicialmente à mesma temperatura. O sistema é, então, submetido a um processo de aquecimento, de forma que a variação de temperatura é a mesma em todas as hastes.

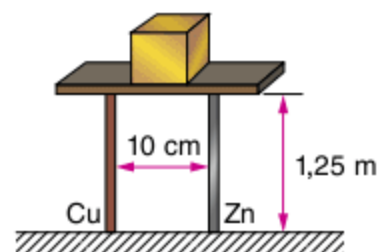


Dados: $\alpha_{\text{Al}} = 24 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; $\alpha_{\text{Aço}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Podemos afirmar que, ao final do processo de aquecimento, a figura formada pelas hastes estará mais próxima de um:

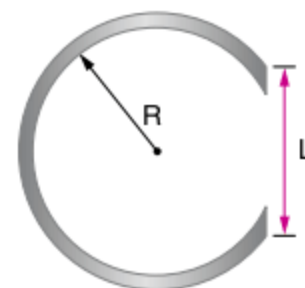
- (a) quadrado.
- (b) retângulo.
- (c) losango.
- (d) trapézio retângulo.
- (e) trapézio isósceles.

6 A figura mostra duas barras verticais, uma de cobre e outra de zinco, fixas inferiormente. Elas suportam uma plataforma horizontal onde está apoiado um corpo. O coeficiente de atrito estático entre o corpo e a plataforma é 0,01 e os coeficientes de dilatação linear do cobre e do zinco valem $2,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ e $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, respectivamente. Qual a menor variação de temperatura capaz de provocar o deslizamento do corpo sobre a plataforma?



Dilatação superficial e volumétrica de sólidos

7 UFV A figura a seguir ilustra um arame rígido de aço, cujas extremidades estão distanciadas de “L”.



Alterando-se sua temperatura, de 293 K para 100 °C, pode-se afirmar que a distância “L”:

- (a) diminui, pois o arame aumenta de comprimento, fazendo com que suas extremidades fiquem mais próximas.
- (b) diminui, pois o arame contrai com a diminuição da temperatura.
- (c) aumenta, pois o arame diminui de comprimento, fazendo com que suas extremidades fiquem mais afastadas.
- (d) não varia, pois a dilatação linear do arame é compensada pelo aumento do raio “R”.
- (e) aumenta, pois a área do círculo de raio “R” aumenta com a temperatura.

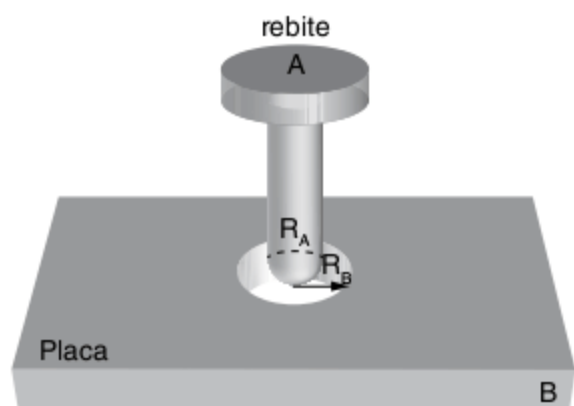
8 UFBA 2010 Houve apenas um jogo do basquetebol de alta tecnologia. A ideia, que parecia promissora e que exigiu enormes investimentos, foi logo abandonada. Superatletas foram criados utilizando técnicas de melhoramentos genéticos em células embrionárias dos melhores jogadores e jogadoras de todos os tempos. A bola, confeccionada com um material isolante térmico de altíssima qualidade, era uma esfera perfeita. Os aros das cestas, círculos perfeitos, foram feitos de uma liga metálica, resultado de longa pesquisa de novos materiais. O ginásio de esportes foi reformulado para o evento, com um sistema de climatização ambiental para assegurar que a temperatura se mantivesse constante em 20 °C. A plateia era majoritariamente composta por torcedores do time local, entre os quais foram reconhecidos cientistas premiados e representantes de empresas de alta tecnologia.

O jogo estava nos cinco minutos finais e empatado. Aconteceu, então, um grande movimento na plateia. De um lado, os torcedores pediram alimentos e bebidas quentes e iluminaram a cesta com lanternas infravermelhas. Do outro, da cesta do time local, todos queriam sorvetes e bebidas geladas. Usou-se de todos os meios possíveis, inclusive alterando o sistema de climatização, para aquecer a região em torno da cesta do time visitante e esfriar a do time local. Dois torcedores, representantes da tecnociência, colocados atrás das cestas, conversavam ao telefone: – Aqui está 19 °C e aí? – Aqui está 21 °C, vencemos!

Terminado o jogo, o técnico do time visitante desabafou: – Sujaram um bom jogo e mataram uma boa ideia.

Explique, qualitativa e quantitativamente, por que os dois torcedores tinham certeza de ter vencido e comente as opiniões do técnico visitante, considerando que o diâmetro da bola e dos aros são iguais, respectivamente, a 230,0 mm e a 230,1 mm e que o coeficiente de dilatação linear dos aros é $4,8 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

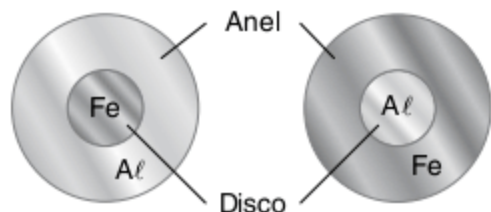
9 UFSC 2007 Um aluno de ensino médio está projetando um experimento sobre a dilatação dos sólidos. Ele utiliza um rebite de material A e uma placa de material B, de coeficientes de dilatação térmica, respectivamente, iguais a α_A e α_B . A placa contém um orifício em seu centro, conforme indicado na figura. O raio R_A do rebite é menor que o raio R_B do orifício e ambos os corpos se encontram em equilíbrio térmico com o meio.



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

- 01 Se $\alpha_A > \alpha_B$ a folga irá aumentar se ambos forem igualmente resfriados.
 - 02 Se $\alpha_A > \alpha_B$ a folga ficará inalterada se ambos forem igualmente aquecidos.
 - 04 Se $\alpha_A < \alpha_B$ e aquecermos apenas o rebite, a folga aumentará.
 - 08 Se $\alpha_A = \alpha_B$ a folga ficará inalterada se ambos forem igualmente aquecidos.
 - 16 Se $\alpha_A = \alpha_B$ e aquecermos somente a placa, a folga aumentará.
 - 32 Se $\alpha_A > \alpha_B$ a folga aumentará se apenas a placa for aquecida.
- Soma =

10 UFMG O coeficiente de dilatação térmica do alumínio (Al) é, aproximadamente, duas vezes o coeficiente de dilatação térmica do ferro (Fe). A figura mostra duas peças onde um anel feito de um desses metais envolve um disco feito do outro. À temperatura ambiente, os discos estão presos aos anéis.

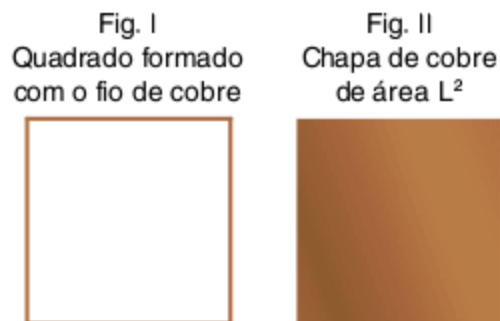


Se as duas peças forem aquecidas uniformemente, é correto afirmar que:

- (a) apenas o disco de Al se soltará do anel de Fe .
- (b) apenas o disco de Fe se soltará do anel de Al .
- (c) os dois discos se soltarão dos respectivos anéis.
- (d) os discos não se soltarão dos anéis.

11 Unirio Um estudante pôs em prática uma experiência na qual ele pudesse observar alguns conceitos relacionados à

“Dilatação Térmica dos Sólidos”. Ele utilizou dois objetos: um fino fio de cobre de comprimento $4L$, com o qual ele montou um quadrado como mostra a figura I, e uma chapa quadrada, também de cobre, de espessura desprezível e área igual a L^2 , como mostra a figura II.



Em seguida, o quadrado montado e a chapa, que se encontravam inicialmente à mesma temperatura, foram colocados num forno até que alcançassem o equilíbrio térmico com este. Assim, a razão entre a área da chapa e a área do quadrado formado com o fio de cobre, após o equilíbrio térmico destes com o forno, é:

- (a) 5
- (b) 4
- (c) 3
- (d) 2
- (e) 1

Dilatação volumétrica de líquidos/dilatação aparente

12 Um posto recebeu 5.000 L de gasolina em um dia em que a temperatura era de $35 \text{ } ^\circ\text{C}$. Uma onda de frio provocou uma queda de temperatura para $15 \text{ } ^\circ\text{C}$, que durou alguns dias, o suficiente para que a gasolina fosse totalmente vendida. Se o coeficiente de dilatação volumétrica da gasolina é igual a $11 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, determine o prejuízo, em litros, sofrido pelo dono do posto.

13 Em um recipiente de porcelana, graduado corretamente em centímetros cúbicos a $30 \text{ } ^\circ\text{C}$, é colocado petróleo a $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ até a marca 500 cm^3 . Em seguida, eleva-se a temperatura do conjunto a $70 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Dados: Coeficiente dilatação cúbica do petróleo = $9,1 \cdot 10^{-4} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$; coeficiente dilatação linear da porcelana = $3,3 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

Determine:

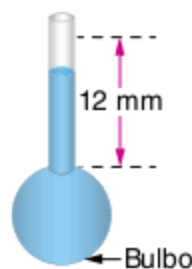
- a) o coeficiente de dilatação aparente do petróleo, quando medido no frasco de porcelana.
- b) a marca atingida pelo petróleo no frasco, após o aquecimento.
- c) a dilatação real sofrida pelo petróleo.

14 UFRN Suponha um recipiente com capacidade de 1,0 litro cheio de um líquido com coeficiente de dilatação volumétrica duas vezes maior que o coeficiente do material de que é feito o recipiente. Qual a quantidade de líquido que transbordará quando o conjunto sofrer uma variação de temperatura de $30 \text{ } ^\circ\text{C}$? Dado: Coeficiente dilatação vol. do líquido = $2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

15 Fuvest A $10 \text{ } ^\circ\text{C}$, 100 gotas idênticas de um líquido ocupam um volume de $1,0 \text{ cm}^3$. A $60 \text{ } ^\circ\text{C}$, o volume ocupado pelo líquido é de $1,01 \text{ cm}^3$. Calcule:

- a) a massa de uma gota de líquido a $10 \text{ } ^\circ\text{C}$, sabendo-se que sua densidade, a essa temperatura, é de $0,90 \text{ g/cm}^3$.
- b) o coeficiente de dilatação volumétrica do líquido.

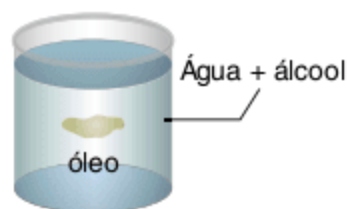
16 Fuvest Um termômetro especial, de líquido dentro de um recipiente de vidro, é constituído de um bulbo de 1 cm^3 e um tubo com secção transversal de 1 mm^2 . À temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ o líquido preenche completamente o bulbo até a base do tubo. À temperatura de $50 \text{ }^\circ\text{C}$, o líquido preenche o tubo até uma altura de 12 mm . Considere desprezíveis os efeitos da dilatação do vidro e da pressão do gás acima da coluna do líquido.



Podemos afirmar que o coeficiente de dilatação volumétrica médio do líquido vale:

- (a) $3 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (c) $12 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (e) $36 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$
 (b) $4 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ (d) $20 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$

17 Cesgranrio Misturando-se convenientemente água e álcool, é possível fazer com que uma gota de óleo fique imersa, em repouso, no interior dessa mistura, como exemplifica o desenho a seguir. Os coeficientes de dilatação térmica da mistura e do óleo valem, respectivamente, $2,0 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}$ e $5,0 \cdot 10^{-4}/^\circ\text{C}$.



Esfriando-se o conjunto e supondo-se que o álcool não evapore, o volume da gota:

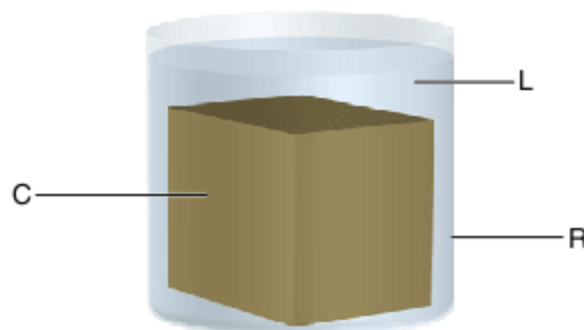
- (a) diminuirá e ela tenderá a descer.
 (b) diminuirá e ela tenderá a subir.
 (c) diminuirá e ela permanecerá em repouso.
 (d) aumentará e ela tenderá a subir.
 (e) aumentará e ela tenderá a descer.

18 Enem 2009 Durante uma ação de fiscalização em postos de combustíveis, foi encontrado um mecanismo inusitado para enganar o consumidor. Durante o inverno, o responsável por um posto de combustível comprava álcool por R\$ 0,50/litro, a uma temperatura de $5 \text{ }^\circ\text{C}$. Para revender o líquido aos moto-ristas, instalou um mecanismo na bomba de combustível para aquecê-lo, para que atingisse a temperatura de $35 \text{ }^\circ\text{C}$, sendo o litro de álcool revendido a R\$ 1,60. Diariamente o posto comprava 20 mil litros de álcool a $5 \text{ }^\circ\text{C}$ e os revendia.

Com relação à situação hipotética descrita no texto e dado que o coeficiente de dilatação volumétrica do álcool é de $1 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, desprezando-se o custo da energia gasta no aquecimento do combustível, o ganho financeiro que o dono do posto teria obtido devido ao aquecimento do álcool após uma semana de vendas estaria entre:

- (a) R\$ 500,00 e R\$ 1.000,00. (d) R\$ 6.000,00 e R\$ 6.900,00.
 (b) R\$ 1.050,00 e R\$ 1.250,00. (e) R\$ 7.000,00 e R\$ 7.950,00.
 (c) R\$ 4.000,00 e R\$ 5.000,00.

19 Uerj 2008 Considere um recipiente R cujo volume interno encontra-se totalmente preenchido por um corpo maciço C e um determinado líquido L, conforme o esquema abaixo.



A tabela a seguir indica os valores relevantes de duas das propriedades físicas dos elementos desse sistema.

Elementos	Coefficiente de dilatação $\gamma(^\circ\text{C}^{-1})$	Massa específica μ (10^3 kg/m^3)
recipiente	$8 \cdot 10^{-5}$	–
líquido	$20 \cdot 10^{-5}$	2
corpo maciço	$4 \cdot 10^{-5}$	6

Admita que o sistema seja submetido a variações de temperatura tais que os valores das propriedades físicas indicadas permaneçam constantes e que o líquido e o corpo continuem a preencher completamente o volume interno do recipiente. Calcule a razão que deve existir entre a massa M_C do corpo e a massa M_L do líquido para que isso ocorra.

20 Uma substância tem massa específica de $0,78 \text{ g/cm}^3$ a $25 \text{ }^\circ\text{C}$ e de $0,65 \text{ g/cm}^3$ a $425 \text{ }^\circ\text{C}$. Qual o seu coeficiente de dilatação volumétrica?

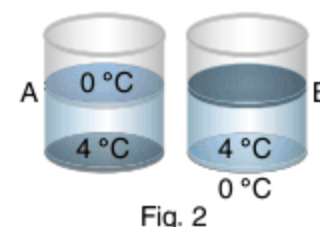
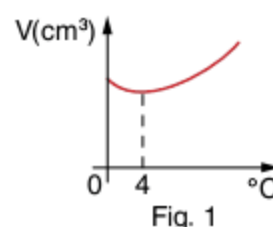
Comportamento anômalo da água

21 Quais são as afirmativas, a seguir, verdadeiras (V) e quais são as falsas (F)?

- A massa específica da água é mínima a $4 \text{ }^\circ\text{C}$.
 De $0 \text{ }^\circ\text{C}$ a $4 \text{ }^\circ\text{C}$ o volume da água diminui com o aquecimento.
 A massa específica da água cresce de $0 \text{ }^\circ\text{C}$ a $4 \text{ }^\circ\text{C}$ e depois decresce de $4 \text{ }^\circ\text{C}$ em diante.

22 Unicamp Responda:

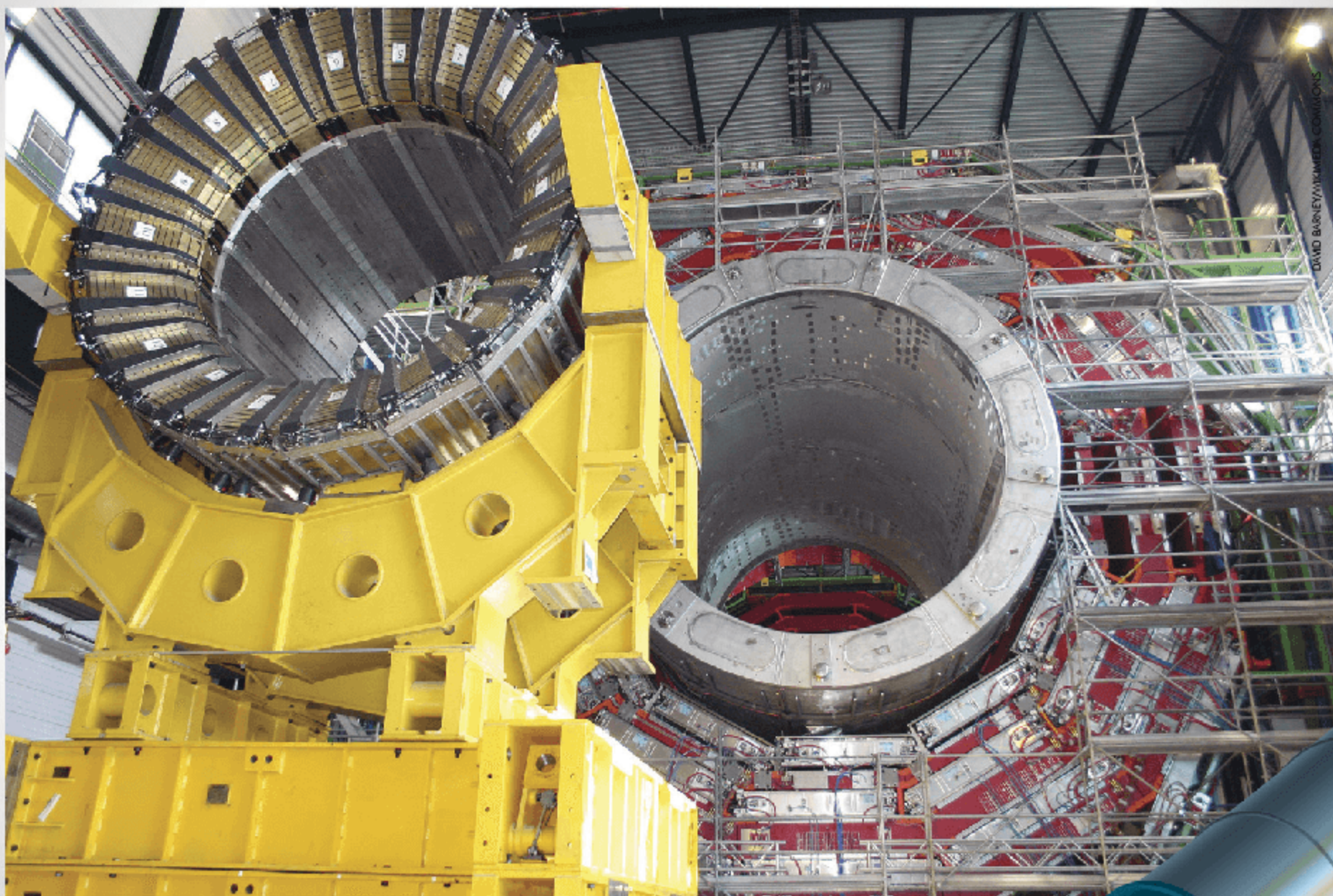
- a) Na figura 1, pode-se ver como varia o volume V de 1 kg de água quando a sua temperatura varia de $0 \text{ }^\circ\text{C}$ a $10 \text{ }^\circ\text{C}$. Esboce o gráfico da densidade da água, em função da temperatura, neste intervalo.
 b) Na figura 2, mostram-se dois recipientes A e B preenchidos com iguais massas de água inicialmente a $4 \text{ }^\circ\text{C}$. Os recipientes A e B estão isolados termicamente, com exceção da tampa de A e da base de B, que são condutores e mantidas permanentemente a $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Em qual dos dois recipientes a temperatura uniforme de $0 \text{ }^\circ\text{C}$ será atingida primeiro? Por quê?



3

FRENTE 3

Calorimetria



O calorímetro de hádrons, ou HCAL (em primeiro plano), parte importante dos experimentos do acelerador de partículas LHC (*Large Hadron Collider*), é um detector que tem como propósito medir a energia de partículas resultantes de colisões altamente energéticas.



Calor

Considere um copo com água na temperatura ambiente. Introduza nesse copo uma colher de metal aquecida ao rubro na chama de um fogão.

O que aconteceu com esse sistema depois de um certo tempo?

A resposta é simples. No instante em que a colher foi colocada no copo, sua temperatura era muito superior à da água, e por esse motivo ela esfriou, passando energia para a água, enquanto a água esquentou, recebendo energia da colher. Depois de um certo tempo, tanto a água quanto a colher têm a mesma temperatura.

A situação que acabamos de descrever é um exemplo de transferência de energia de um corpo para outro, até que se atinja o equilíbrio térmico e o calor cesse.

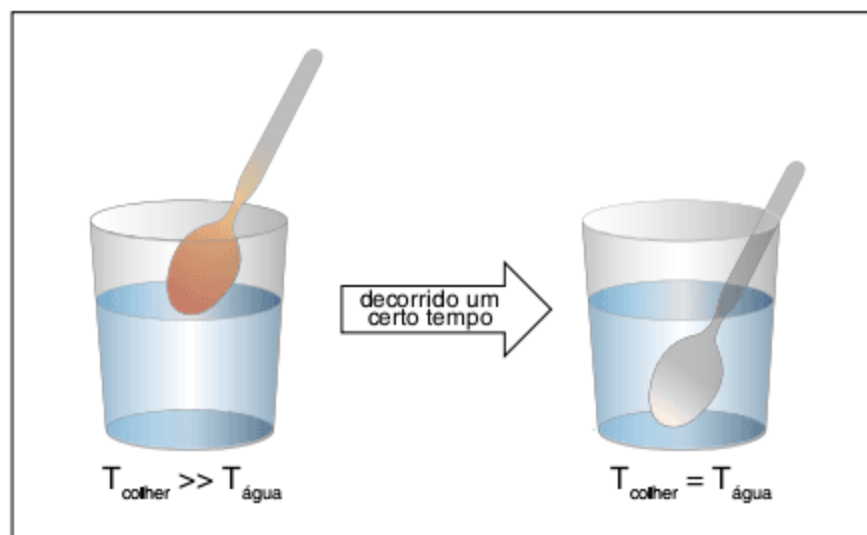


Fig. 1 Corpos em temperaturas inicialmente diferentes trocam calor até atingirem o equilíbrio térmico.

Afinal o que é calor?

Calor é energia em trânsito, que se desloca obrigatoriamente do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura até que seja atingido o equilíbrio térmico.

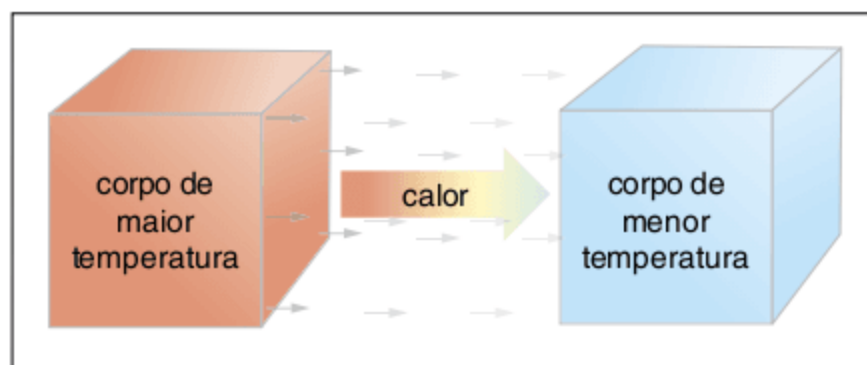


Fig. 2 Calor: energia em trânsito com fluxo obrigatório. Sempre da temperatura maior para a temperatura menor.

Calorimetria

A calorimetria tem por objetivo a análise, do ponto de vista quantitativo, do problema das trocas de calor entre sistemas postos em contato a diferentes temperaturas no interior de recipientes termicamente isolados, ou não, do meio exterior.

Se dois corpos A e B, cujas temperaturas são respectivamente T_A e T_B , sendo $T_A > T_B$, forem postos em contato no interior de um recipiente termicamente isolado do meio exterior, observamos que, decorrido um certo tempo, os corpos apresentarão a mesma temperatura $T_{\text{equilíbrio}}$, sendo $T_A > T_{\text{equilíbrio}} > T_B$.

ATENÇÃO!

Em um sistema termicamente isolado, a temperatura de equilíbrio é sempre maior que a menor temperatura e sempre menor que a maior temperatura dos corpos colocados em contato.

$$T_{\text{maior}} > T_{\text{equilíbrio}} > T_{\text{menor}}$$

Assim sendo, o corpo de temperatura mais elevada cede calor ao corpo de temperatura mais baixa até que eles venham a apresentar a mesma temperatura, quando **cessa a passagem de calor** de A (corpo inicialmente à temperatura mais elevada) para B (corpo inicialmente à temperatura mais baixa).

ATENÇÃO!

Em um sistema termicamente isolado:
se $T_A \neq T_B \Rightarrow$ existe calor entre A e B (do corpo de maior temperatura para o de menor temperatura);
se $T_A = T_B \Rightarrow$ não existe calor entre A e B. Os corpos estão em equilíbrio térmico.

Calor sensível e calor latente

Experimentalmente, comprova-se que a troca de calor entre corpos colocados em contato a diferentes temperaturas iniciais apresentam as seguintes características:

calor sensível é o calor recebido ou cedido por um corpo que tem como única consequência a variação da energia cinética de vibração, ou seja, atua diretamente na temperatura do corpo em questão. O corpo, que recebe ou cede calor, mantém seu estado de agregação, variando sua temperatura;

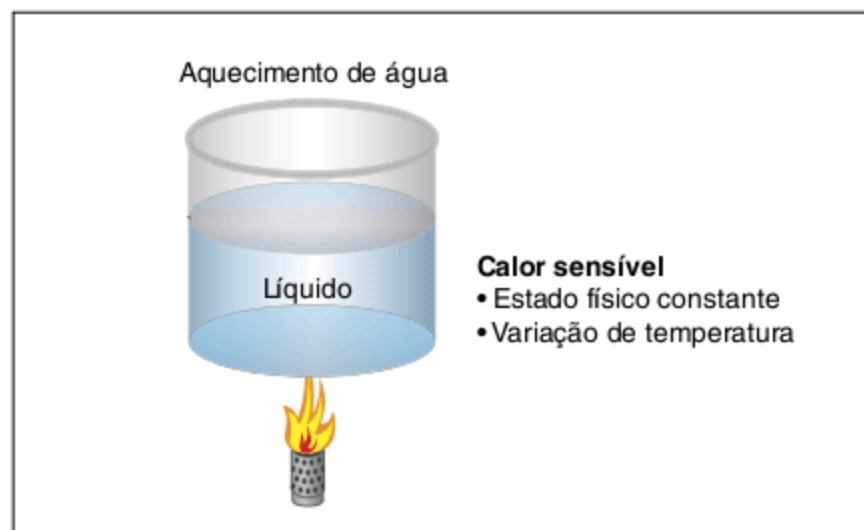


Fig. 3 Calor sensível implica apenas em variação de temperatura.

calor latente é o calor recebido ou cedido por um corpo que tem como única consequência a variação da energia potencial de agregação, ou seja, atua diretamente na mudança de estado físico do corpo em questão. O corpo, que recebe ou cede calor, mantém sua temperatura constante, mudando de estado físico.



Fig. 4 Calor latente implica apenas em mudança de estado físico.

ATENÇÃO!

Simplificadamente, podemos dizer que um corpo apresenta dois tipos de energia interna: a energia potencial de agregação e a energia cinética de vibração.

A energia potencial de agregação é a energia que mantém a estrutura do corpo agregada (estado físico), enquanto a energia cinética de vibração está relacionada com a temperatura do corpo.

Quantidade de calor

Muito antes de ter sido evidenciada a natureza energética do calor, foi desenvolvido, no campo experimental, o conceito de quantidade de calor, tendo sido estudados os critérios de igualdade e de multiplicidade para essa grandeza.

Critério de igualdade

Duas quantidades de calor são iguais quando, ao serem trocadas com o exterior por massas iguais da mesma substância à mesma temperatura inicial, acarretam variações iguais de temperatura.

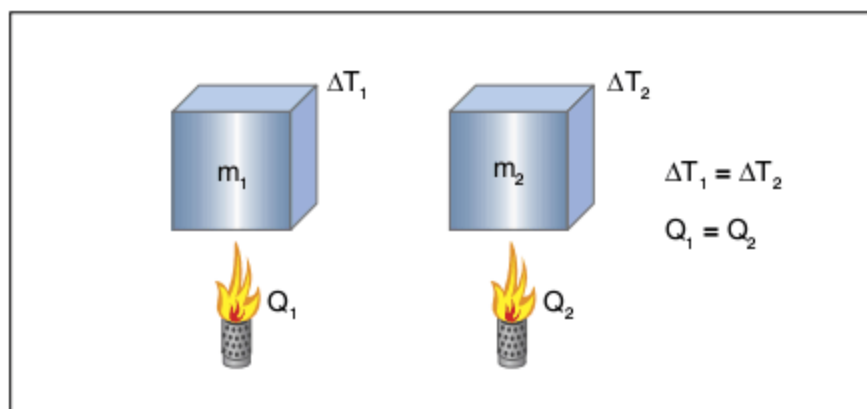


Fig. 5 Troca de calor entre massas iguais ($m_1 = m_2$) da mesma substância.

Critério de multiplicidade

Uma quantidade de calor é igual a n vezes outra quando ambas provocam a mesma variação de temperatura, a partir da mesma temperatura inicial, ao serem trocadas com o exterior por massas das quais uma é n vezes maior que a outra.

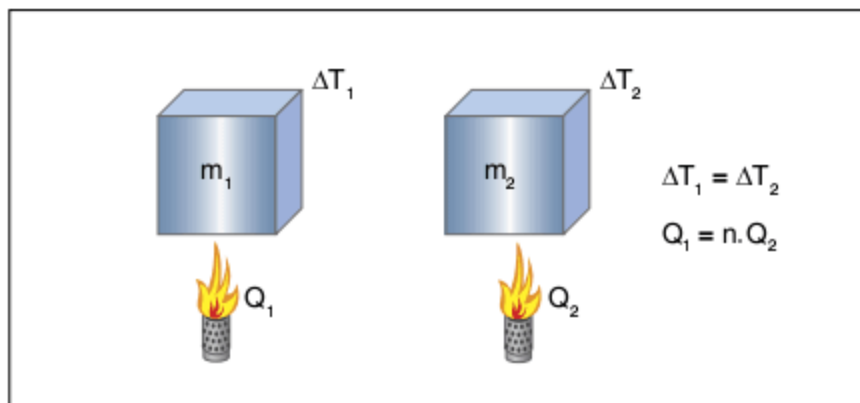


Fig. 6 Troca de calor entre massas diferentes, $m_1 = n \cdot m_2$

ATENÇÃO!

Resumindo os critérios:

Dado que as massas de água sofrem a mesma variação de temperatura.

Se $m_1 = m_2$, então $Q_1 = Q_2$

Se $m_1 = n \cdot m_2$, então $Q_1 = n \cdot Q_2$

Unidades de calor

A unidade de quantidade de calor adotada tradicionalmente é a **caloria (cal)**.

Chama-se caloria a quantidade de calor que deve ser fornecida a um grama de água para elevar a sua temperatura de 1°C , especificamente, de $14,5^\circ\text{C}$ para $15,5^\circ\text{C}$.

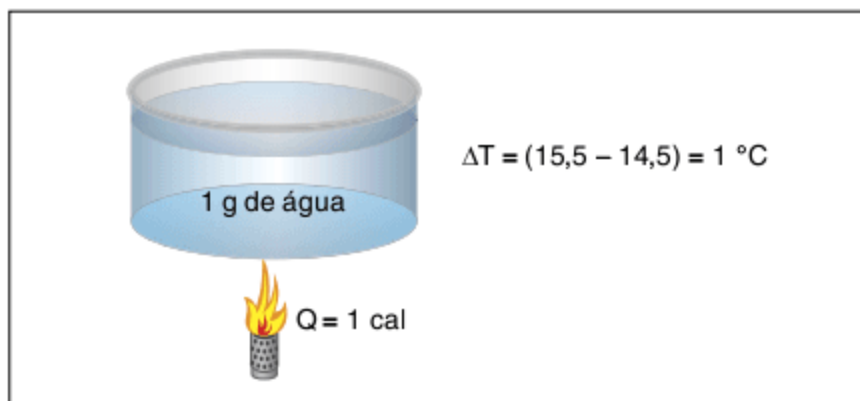


Fig. 7 Definição de caloria (cal).

A quilocaloria ($\text{kcal} = 10^3 \text{ cal}$) é um múltiplo da caloria que se define de maneira análoga: a quilocaloria é a quantidade de calor que deve ser fornecida a 1 kg de água, sob pressão normal, para elevar sua temperatura de $14,5^\circ\text{C}$ para $15,5^\circ\text{C}$. Entretanto, na maioria das aplicações, considera-se o calor específico (que será visto neste capítulo) de uma substância constante, dependendo apenas da fase em que ela se encontra.

Observação: Deve-se tomar muito cuidado com o conceito "cotidiano" de caloria. A caloria alimentar, que rege nossa dieta diária, é a kcal. Muitas vezes encontramos em embalagens de alimentos o teor energético expresso das seguintes formas:

1. Teor energético: 120 cal
2. Teor energético: 120 kcal (correto)

Lembre-se de que, em todos os casos, o que o fabricante quer dizer é a segunda opção.

Podemos também utilizar para indicar quantidades de calor a unidade de energia no Sistema Internacional, joule (J), que possui a seguinte relação com a unidade caloria:

$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$$

Se você for comprar um ar-condicionado, encontrará pela frente mais uma unidade de quantidade de calor, a BTU, que quer dizer *British Thermal Unit* (unidade térmica britânica), que possui a seguinte relação com as unidades anteriores: 1 BTU = 1.055 J = 252 cal. Na prática da engenharia, 1 BTU é adotada como sendo, aproximadamente, igual a 0,293 W·h (watt·hora).



Fig. 8 Ar-condicionado e unidade térmica de calor.

Capacidade térmica (C)

Seja Q a quantidade de calor que um corpo troca com o exterior e ΔT a consequente variação da temperatura desse corpo, por definição, chama-se **capacidade térmica** do corpo a razão entre a quantidade de calor trocada e a variação de temperatura sofrida.

Observe:

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

Podemos concluir que a capacidade térmica de um corpo é numericamente igual à quantidade de calor que o sistema troca com o meio quando a temperatura do sistema sofre uma variação unitária.

ATENÇÃO!

Podemos interpretar a capacidade térmica de um corpo como sendo a robustez que ele oferece à variação de temperatura, dada uma quantidade fixa de calor. A capacidade térmica é uma característica do corpo; massas diferentes da mesma substância apresentam capacidades térmicas diferentes.

Considerando novamente a definição de capacidade térmica, temos:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \left[\frac{\text{cal}}{^{\circ}\text{C}} \right]$$

Usualmente medimos Q em calorias e ΔT em °C, consequentemente, a unidade de capacidade térmica é dada por cal/°C, ou no caso de se medir o calor trocado em joules a unidade de capacidade térmica é dada por J/°C.

Calor específico (c)

Chama-se calor específico de um corpo a capacidade térmica por unidade de massa desse corpo.

Portanto temos:

$$c = \frac{C}{m}$$

como $C = \frac{Q}{\Delta T}$, temos: $c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$

Daí resulta a expressão:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

ATENÇÃO!

Podemos interpretar o calor específico de um corpo como sendo a robustez que ele oferece à variação de temperatura por unidade de massa, dada uma quantidade fixa de calor. O calor específico é uma característica da substância que constitui o corpo, e não simplesmente do corpo. Ou seja, o calor específico não depende da massa.

Considerando novamente a definição de calor específico, temos:

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T} \left[\frac{\text{cal}}{\text{g } ^{\circ}\text{C}} \right]$$

Usualmente medimos Q em caloria, m em gramas e ΔT em °C, consequentemente, a unidade de calor específico é dada por cal/g °C, ou no caso de se medir o calor trocado em joules a unidade de calor específico é dada por J/g °C.

A seguir uma tabela com algumas substâncias e seus respectivos calores específicos.

Substância	Valor aproximado de c (cal/g °C)
Água	1,0
Alumínio	0,22
Areia	0,20
Chumbo	0,03
Ferro	0,11
Gelo	0,55
Mercúrio	0,033
Prata	0,056
Vapor-d'água	0,48

Tab. 1 Calor específico para diferentes substâncias.

ATENÇÃO!

Quanto menor o calor específico de uma substância, menor será a quantidade de calor necessária para elevar a sua temperatura.

Você pode comprovar experimentalmente a diferença entre os calores específicos de metais distintos através da seguinte experiência:

Aqueça em água fervente três esferas de metais distintos, porém de massas iguais (metais A, B e C).

Retirando as esferas da água fervente e colocando-as sobre um bloco de gelo, você constatará que umas derretem mais o gelo do que outras. Isto ocorre porque as de maior calor específico, ao esfriar, buscando o equilíbrio térmico, cedem maior quantidade de calor.

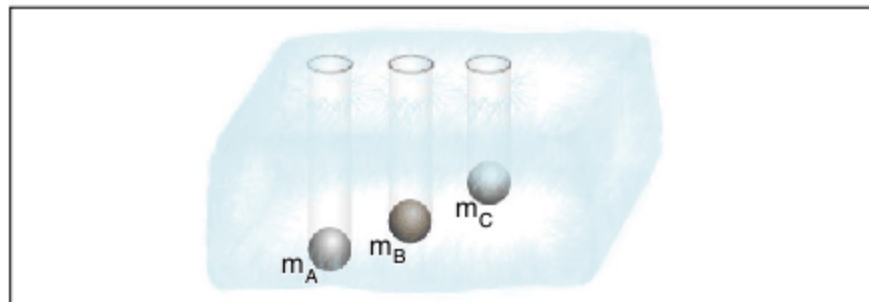


Fig. 9 Maior calor específico implica em maior liberação de energia, para massas iguais e mesmas variações de temperatura.

Observe:

Sendo $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$, temos:

- O ΔT para as três esferas é o mesmo, isto é:

$$\Delta T_A = \Delta T_B = \Delta T_C$$

pois as esferas saem da água fervente e encontram o equilíbrio no gelo.

- A massa das três esferas é a mesma, isto é:

$$m_A = m_B = m_C$$

- A quantidade de gelo derretida por A é maior que a quantidade derretida por B, que é maior que a quantidade derretida por C.
- Como a esfera A derreteu mais gelo, a quantidade de calor liberada por ela é maior que a de B e a de C, o que a faz possuir, portanto, maior calor específico.

Observações importantes sobre a capacidade térmica e o calor específico

- A capacidade térmica de um sistema vale o produto de sua massa pelo seu calor específico, isto é:

$$C = m \cdot c$$

- A capacidade térmica de um sistema composto vale a soma das capacidades térmicas dos componentes do sistema.
- O calor específico depende do estado de agregação do sistema, sendo maior no estado líquido do que no estado sólido.
- A variedade alotrópica tem influência no calor específico.
- Para o calor específico da água, adota-se:

$$c = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

- Capacidade térmica é uma característica do corpo, enquanto calor específico é uma característica da substância.

ATENÇÃO!

Alguns elementos químicos podem cristalizar-se em duas ou mais formas diferentes. Esta propriedade chama-se **alotropia**, e cada uma das formas constitui uma **variedade alotrópica**. Entre os elementos que apresentam esta propriedade podemos citar o carbono, o enxofre e o fósforo.

As diferentes variedades alotrópicas do carbono apresentam os seguintes calores específicos:

$$c_{\text{diamante}} = 0,147 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

$$c_{\text{grafite}} = 0,202 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

$$c_{\text{carvão}} = 0,240 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

Equivalente em água

Considere um corpo de capacidade térmica C que, ao trocar com o exterior a quantidade de calor Q , apresenta uma variação de temperatura ΔT .

Suponha agora que uma massa m de água troque com o exterior a mesma quantidade de calor Q , sofrendo a mesma variação de temperatura ΔT .

O calor sensível é dado pela expressão: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T$.

Porém, o calor específico da água vale $1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$.

Portanto: $Q = m \cdot \Delta T$.

Comparando as expressões anteriores, você conclui que a massa m da água é numericamente igual à capacidade térmica do corpo.

Simbolicamente: $m \stackrel{N}{=} C$.

Portanto, a massa m recebe o nome de **equivalente em água** do corpo.

ATENÇÃO!

O equivalente em água é indicado pela letra E e é expresso em unidades de massa, geralmente em gramas.

Observação: Você percebe facilmente que o equivalente em água de um corpo é numericamente igual ao produto da massa do corpo pelo seu calor específico.

Exercício resolvido

1 A massa de um fragmento de metal é $m = 200 \text{ g}$ e seu calor específico vale $c = 0,094 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$. Calcule:

- o equivalente em água do fragmento de metal.
- a quantidade de calor que é preciso fornecer ao fragmento para elevar sua temperatura de $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ para $100 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Resolução:

- Como você sabe, $E = C$; mas $C = m \cdot c$; portanto:

$$E = m \cdot c$$

Temos, então:

$$E = 200 \cdot 0,094 = 18,8 \text{ g}$$

- A quantidade de calor é:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$Q = m \cdot c \cdot (100 - 20)$$

Como pelo item anterior o produto $m \cdot c$ vale $18,8$, temos:

$$Q = 18,8 \cdot 80 = 1.504 \text{ cal} = 1,504 \text{ kcal.}$$

Calor latente de transformação (L)

Quando, em consequência da troca de calor entre o sistema e o exterior, ocorre mudança no estado de agregação do sistema, define-se o calor latente de transformação.

Chama-se **calor latente de transformação** a quantidade de calor que a unidade de massa do sistema deve trocar com o exterior, na temperatura em que ocorre a transformação, para que o sistema sofra a mudança de estado sem variação de temperatura.

Lembre-se que toda a energia está sendo utilizada para romper as ligações.

Decorre da definição que:

$$L = \frac{Q}{m}$$

Consequentemente:

$$Q = m \cdot L$$

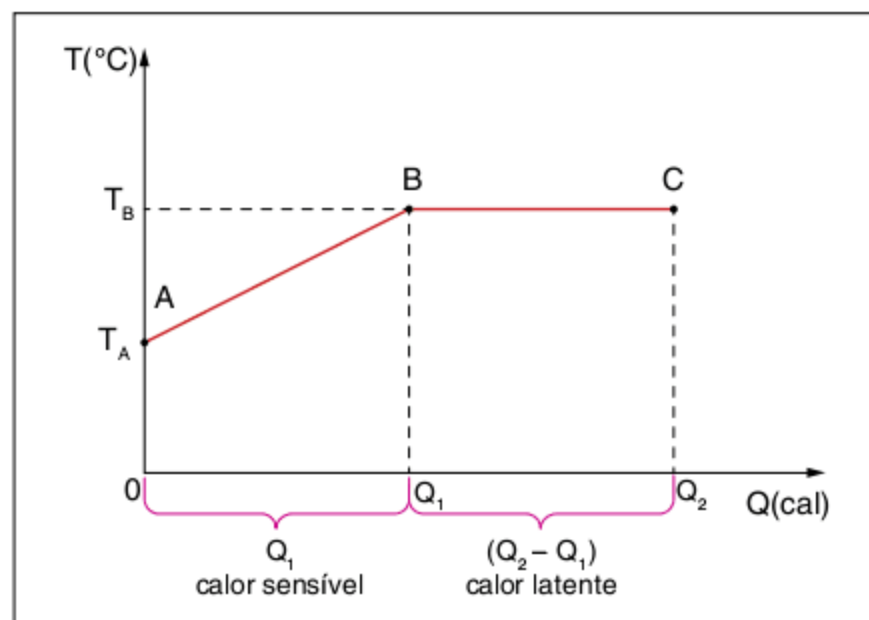


Fig. 10 Diferença entre calor sensível e calor latente.

Note que, ao passar de A para B, o sistema recebeu uma quantidade de calor Q_1 , que acarretou a variação de temperatura de T_A para T_B ; então Q_1 é um **calor sensível**; ao passar de B para C, o sistema recebeu a quantidade de calor $(Q_2 - Q_1)$ que acarretou mudança de estado sem variação de temperatura, pois $T_B = T_C$; portanto, Q_2 é um **calor latente**.

Estudaremos mais sobre este assunto no capítulo 4 desta frente.

Balanco térmico

No decorrer do seu estudo, você terá muitas vezes que resolver problemas que envolvem trocas de calor, nos quais você deverá achar o valor de algum dos elementos do processo: temperatura inicial, temperatura final, massa ou calor específico. Para resolver tais problemas, você deverá aplicar os dois princípios da calorimetria, que apresentamos a seguir.

Princípio da igualdade das trocas de calor

Quando dois ou mais corpos, em temperaturas diferentes, são colocados no interior de um recipiente termicamente isolado do exterior, trocam calor entre si até atingir o equilíbrio térmico.

Portanto:

A soma das quantidades de calor cedidas mais a soma das quantidades de calor recebidas pelos corpos que constituem o sistema termicamente isolado é sempre igual a zero. Esta conclusão pode servir de enunciado para o 1º Princípio da Calorimetria.

Simbolicamente temos:

$$\Sigma Q_{\text{rec}} + \Sigma Q_{\text{ced}} = 0$$

Observe que:

- Calor recebido: $(Q_{\text{rec}}) > 0$, pois $\Delta T > 0$
- Calor cedido: $(Q_{\text{ced}}) < 0$, pois $\Delta T < 0$

Lembre-se de que: $\Delta T = T_{\text{final}} - T_{\text{inicial}}$

Princípio das transformações inversas

Se um sistema recebe (cede) uma determinada quantidade de calor ao sofrer uma transformação, então cederá (receberá) a mesma quantidade de calor ao sofrer a transformação inversa.

Calorímetros

Calorímetro é um recipiente onde usualmente são colocados corpos com o objetivo de trocar calor. É uma importante ferramenta experimental na medição do calor específico dos corpos.

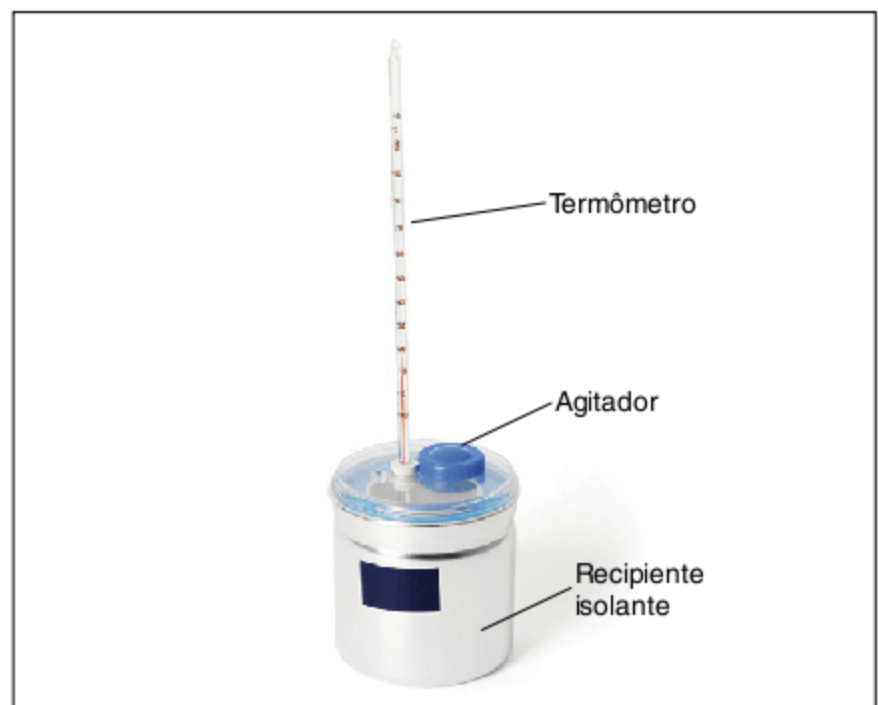


Fig. 11 Calorímetro real.

Os calorímetros são, teoricamente, isolados do meio exterior para evitar trocas de calor entre o meio externo e o seu conteúdo, por serem essas quantidades de calor difíceis de medir. No entanto, nada impede que seja introduzida ou retirada do interior do calorímetro qualquer quantidade de calor facilmente mensurável.

Calorímetros ideais são aqueles que não participam das trocas de calor em seu interior, isto é, possuem capacidade térmica nula ou desprezível.

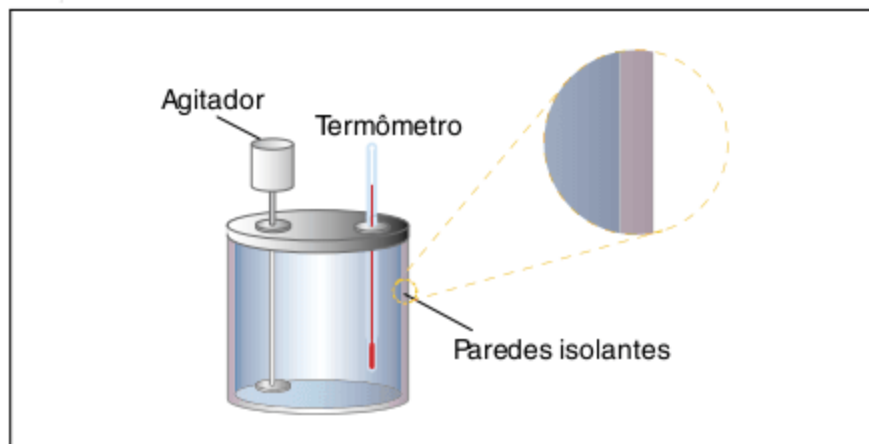
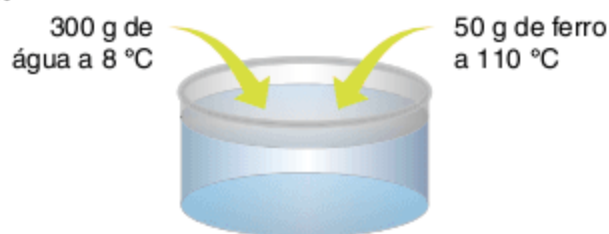


Fig. 12 Esquema simplificado de um calorímetro.

Exercícios resolvidos

2 Em um calorímetro ideal, são colocados 300 g de água a 8 °C e 50 g de ferro a 110 °C. Sabendo que o equilíbrio térmico ocorre a 10 °C, determine o calor específico sensível do ferro. Dado: $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$.

Resolução:



Sabendo que a $T_E = 10 \text{ }^\circ\text{C}$, tem-se:

$$Q_{\text{ced}} + Q_{\text{rec}} = 0$$

$$(m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{ferro}} + (m \cdot c \cdot \Delta T)_{\text{água}} = 0$$

$$\underbrace{50 \cdot c_f \cdot (10 - 110)}_{\text{Valor } (-) \Rightarrow Q_{\text{ced}}} + \underbrace{300 \cdot 1 \cdot (10 - 8)}_{\text{Valor } (+) \Rightarrow Q_{\text{rec}}} = 0$$

$$-5.000 c_f + 600 = 0$$

$$c_f = \frac{-600}{-5.000} \Rightarrow c_f = 0,12 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

3 Duas esferas, A e B, de metais diferentes, mas de mesmas dimensões, estão inicialmente à mesma temperatura. São colocadas simultaneamente em um congelador a $-10 \text{ }^\circ\text{C}$. Verifica-se que a esfera A atinge o equilíbrio térmico antes de B.

- O que podemos afirmar da capacidade térmica de A com relação à de B?
- O que podemos afirmar em relação aos calores específicos de A e B?

Resolução:

- Se os metais são diferentes, mas as esferas têm as mesmas dimensões, podemos concluir que $m_A \neq m_B$. Se A atinge o equilíbrio térmico primeiro, isto quer dizer que liberou maior quantidade de calor, ou seja, possui menor capacidade térmica $C_A < C_B$. Lembre-se, a capacidade térmica pode ser entendida como uma robustez à variação de temperatura.
- Como $C_A < C_B \Rightarrow m_A c_A < m_B c_B$ mas $m_A \neq m_B$, logo, nada se pode afirmar sobre os calores específicos de A e B.

4 Cedem-se 684 cal a 200 g de ferro que estão a uma temperatura inicial de 10 °C. Sabendo-se que o calor específico do ferro vale 0,114 cal/g °C, pede-se determinar a temperatura final dos 200 g de ferro.

Resolução:



200 g de ferro

$$T_0 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

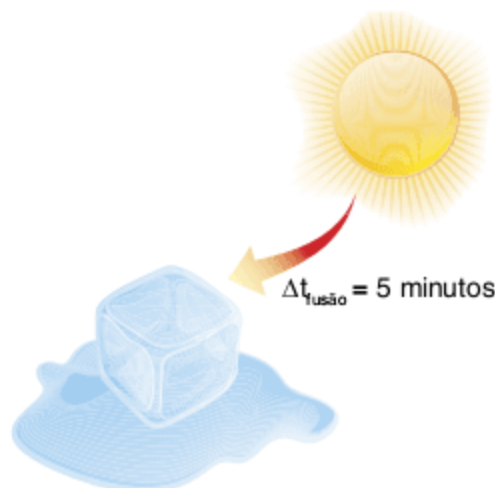
Como: $Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow 684 = 200 \cdot 0,114 \cdot \Delta T$

Portanto: $\Delta T = 30 \text{ }^\circ\text{C} \Rightarrow T_f = T_0 + \Delta T$

$$T_f = 40 \text{ }^\circ\text{C}$$

5 Um pedaço de gelo de 50 g a 0 °C é exposto ao sol e se derrete completamente em 5 minutos. Qual foi a quantidade de calorias por segundo que ele absorveu em média?

Dado: $L_{\text{fusão do gelo}} = 80 \text{ cal/g}$.



Resolução:

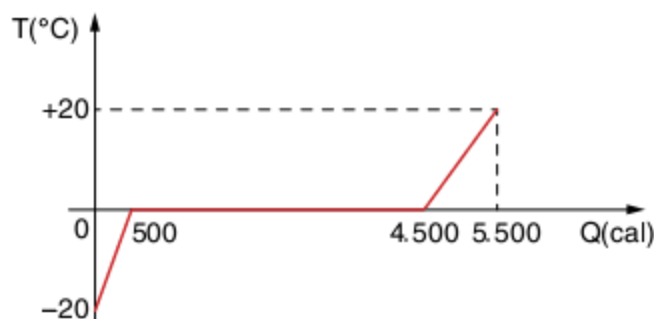
Como o gelo já está na temperatura de fusão

$$Q = m \cdot L \Rightarrow Q = 50 \cdot 80 \Rightarrow Q = 4.000 \text{ cal}$$

O pedaço de gelo absorve 4.000 cal em 5 minutos, ou seja, em 300 segundos. Logo a quantidade de calorias absorvida por segundo é dado por:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{4.000}{300} \Rightarrow P = 13,34 \text{ cal/s}$$

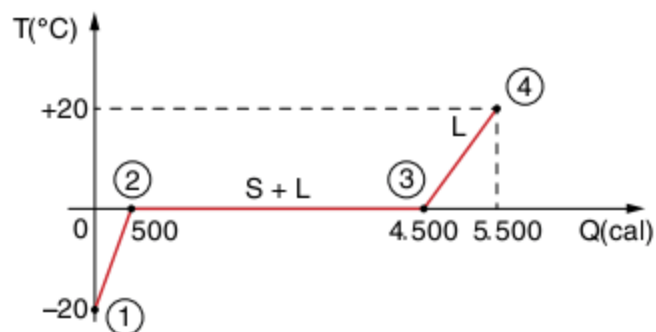
6 O aquecimento de uma amostra m de água, da fase sólida a $-20 \text{ }^\circ\text{C}$ para a fase líquida a $+20 \text{ }^\circ\text{C}$, é demonstrado no gráfico a seguir:



Sendo o calor latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g, calcule m, em gramas.

Resolução:

Observe o gráfico a seguir.



Dado que foi fornecido o calor latente de fusão, partiremos para a análise do trecho correspondente à mudança de estado ($S + L$).

$$(2) \Rightarrow (3): Q_{abs} = 4.500 - 500 = 4.000 \text{ cal}$$

$$\text{Como: } Q = m \cdot L \Rightarrow 4.000 = m \cdot 80 \Rightarrow m = 50\text{g.}$$

Revisando

1 PUC-SP Dia de céu azul. Ao ir à praia, às 9 horas da manhã, um banhista percebe que a água do mar está muito fria, mas a areia da praia está quente. Retornando à praia, às 21 horas, nota que a areia está muito fria, mas a água do mar ainda está morna.

a) Explique o fenômeno observado.

b) Dê o conceito de calor específico de uma substância.

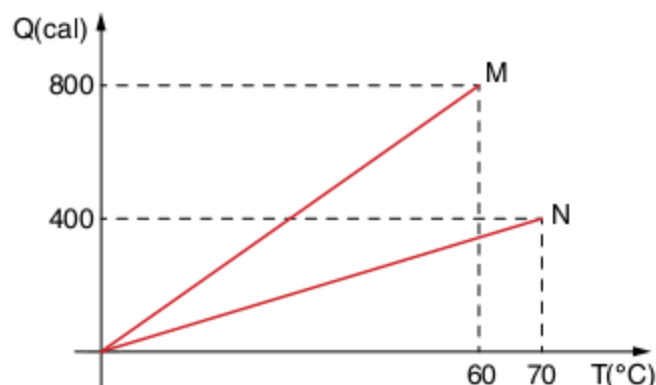
2 Fuvest Fornece-se calor a dois corpos, A e B, de mesma massa igual a 100 g e de calores específicos, respectivamente, iguais a: $c_A = 0,10 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ e $c_B = 0,08 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$.

a) Qual dos corpos sofrerá maior variação de temperatura? Justifique a resposta.

b) Se o corpo B sofreu uma variação de temperatura igual a $50 \text{ } ^\circ\text{C}$, quantas calorias recebeu?

3 UFCG 2008 Um pseudonutricionista de rodoviária recomenda tomar água gelada para emagrecer, pois o corpo “consome” energia para elevar a temperatura da água de $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ para $37 \text{ } ^\circ\text{C}$. Qual a massa de água, em quilogramas, que tem que ser bebida para “queimar” meio quilograma de gordura? Considere o calor de combustão da gordura 9 kcal por grama.

4 O gráfico a seguir representa a quantidade de calor absorvida por dois corpos, M e N, de massas iguais, em função da temperatura.



Determine:

- a capacidade térmica de cada corpo.
- qual delas possui maior calor específico.
- a relação entre os calores específicos de M e N.

Exercícios propostos

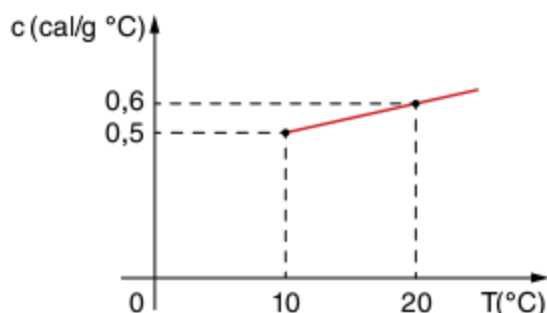
Troca de calor

1 **Fuvest** Uma atleta envolve sua perna com uma bolsa de água quente, contendo 600 g de água à temperatura inicial de 90 °C. Após 4 horas, ele observa que a temperatura da água é de 42 °C. Qual a perda média de energia da água por quantidade de tempo?

Dado: $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$

Dê a resposta em calorias por segundo.

2 **Fuvest** O calor específico de um sólido, a pressão constante, varia linearmente com a temperatura, de acordo com o gráfico:



Qual a quantidade de calor, em calorias, necessária para aquecer 1 g deste sólido de 10 °C até 20 °C?

3 **Unicamp** Em um aquário de 10 L, completamente cheio de água, encontra-se um pequeno aquecedor de 60 W. Sabendo que em 25 minutos a temperatura da água aumentou de 2,0 °C, determine:

- que quantidade de energia foi absorvida pela água;
- que fração da energia fornecida pelo aquecedor foi perdida para o exterior.

Dados: $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$; $1,0 \text{ cal} = 4,0 \text{ J}$.

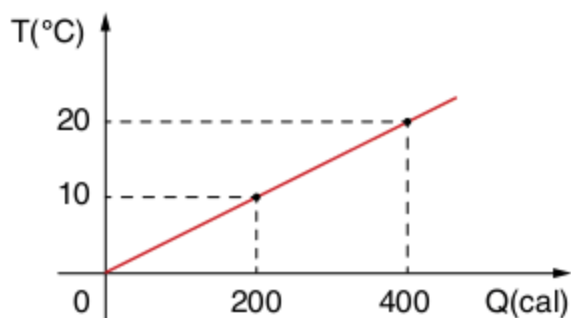
4 **Mackenzie** Um bloco metálico tem capacidade térmica igual a 10 cal/ °C. Qual a quantidade de calor que devemos fornecer para que a temperatura do bloco varie de 20 °C para 25 °C?

5 **Fuvest** Um fogão alimentado por um botijão de gás, com as características descritas no quadro a seguir, tem em uma de suas bocas um recipiente com 1 litro de água que leva 10 minutos para passar de 20 °C a 100 °C. Para estimar o tempo de duração de um botijão, um fator relevante é a massa de gás consumida por hora. Mantida a taxa de geração de calor das condições acima, e desconsideradas as perdas de calor, a massa de gás consumida por hora, em uma boca de gás desse fogão, é aproximadamente:

Características do botijão de gás	
Gás	GLP
Massa total	13 kg
Calor de combustão	40.000 kJ/kg

- (a) 8 g (c) 48 g (e) 1.920 g
 (b) 12 g (d) 320 g

6 O gráfico fornece a temperatura de um corpo de massa 100 g em função da quantidade de calor por ele recebida.



O calor específico da substância que constitui o referido corpo em cal/g °C, vale:

- (a) 0,10 (d) 0,40
 (b) 0,20 (e) 0,50
 (c) 0,30

7 **Fatec** Um corpo de massa $m = 500$ gramas recebe de uma fonte térmica a quantidade de calor $Q = 4.000$ cal, e, como consequência, a sua temperatura, que originariamente era 20 °C, sobe para 30 °C. O calor específico do corpo, em cal/g °C, é então:

- (a) 0,80 (c) 400 (e) n.d.a.
 (b) 8 (d) 1,25

8 **Fuvest** A temperatura do corpo humano é cerca de $36,5$ °C. Uma pessoa toma 1 litro de água a 10 °C. Qual a energia absorvida pela água?

Dado: $d_{\text{água}} = 1$ g/cm³; $c_{\text{água}} = 1$ cal/g °C.

- (a) 10.000 cal (d) 46.500 cal
 (b) 26.500 cal (e) 23.250 cal
 (c) 36.500 cal

9 **Fuvest** A combustão de 1,0 kg de óleo libera 10.000 kcal (quilocalorias). Se toda essa energia pudesse ser transformada em trabalho (1 cal = 4,2 J), em um motor de combustão interna, com 1,0 kg de óleo, seria possível fazer funcionar um motor que fornece uma potência de 100 kW (aproximadamente 140 cavalos vapor) durante, aproximadamente:

- (a) 10,0 s (c) 420 s (e) 71.429 s
 (b) 24,0 s (d) 3.600 s

10 **Uerj 2009** Um adulto, ao respirar durante um minuto, inspira, em média, 8,0 litros de ar a 20 °C, expelindo-os a 37 °C. Admita que o calor específico e a densidade do ar sejam, respectivamente, iguais a $0,24$ cal.g⁻¹. °C⁻¹ e $1,2$ g.L⁻¹.

Nessas condições, a energia mínima, em quilocalorias, gasta pelo organismo apenas no aquecimento do ar, durante 24 horas, é, aproximadamente, igual a:

- (a) 15,4
 (b) 35,6
 (c) 56,4
 (d) 75,5

11 **UFMG 2007** Numa aula de Física, o Professor Carlos Heitor apresenta a seus alunos esta experiência: dois blocos – um de alumínio e outro de ferro –, de mesma massa e, inicialmente, à temperatura ambiente, recebem a mesma quantidade de calor em determinado processo de aquecimento.

O calor específico do alumínio e o do ferro são, respectivamente, $0,90$ J/(g °C) e $0,46$ J/(g °C).

Questionados quanto ao que ocorreria em seguida, dois dos alunos, Alexandre e Lorena, fazem, cada um deles, um comentário:

- Alexandre: “Ao final desse processo de aquecimento, os blocos estarão à mesma temperatura.”
- Lorena: “Após esse processo de aquecimento, ao se colocarem os dois blocos em contato, fluirá calor do bloco de ferro para o bloco de alumínio.”

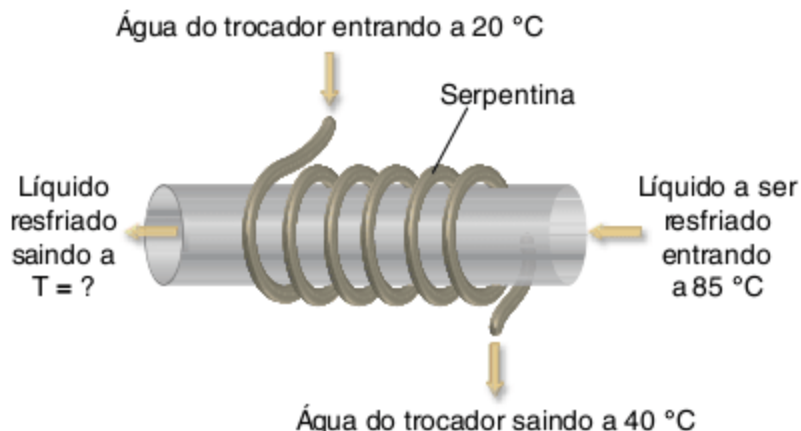
Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

- (a) apenas o comentário de Alexandre está certo.
 (b) apenas o comentário de Lorena está certo.
 (c) ambos os comentários estão certos.
 (d) nenhum dos dois comentários está certo.

12 **UEL 2007** Uma pessoa, ao iniciar o preparo do almoço, percebeu que só tinha disponível uma embalagem com 500 g de bifes de carne congelada, ambos a 18 °C negativos. Ela resolveu descongelar a carne expondo a embalagem ao Sol. Admitindo que nesse dia e horário a intensidade da radiação solar que incide sobre a embalagem seja de 25 calorias por segundo (25 cal/s), assinale a alternativa que indica o tempo necessário para que a embalagem e seu conteúdo tenham suas temperaturas de 18 °C negativos elevadas para 15 °C positivos. (Considere que toda a energia incidente na embalagem e no seu conteúdo seja transformada em calor e que o calor específico do conjunto seja de $0,91$ cal/g °C).

- (a) 1 minuto. (d) 15 minutos.
 (b) 5 minutos. (e) 20 minutos.
 (c) 10 minutos.

13 **Fuvest 2009** Um trocador de calor consiste em uma serpentina, pela qual circulam 18 litros de água por minuto. A água entra na serpentina à temperatura ambiente (20 °C) e sai mais quente. Com isso, resfria-se o líquido que passa por uma tubulação principal, na qual a serpentina está enrolada. Em uma fábrica, o líquido a ser resfriado na tubulação principal é também água, a 85 °C, mantida a uma vazão de 12 litros por minuto. Quando a temperatura de saída da água da serpentina for 40 °C, será possível estimar que a água da tubulação principal esteja saindo a uma temperatura T de, aproximadamente:



- (a) 75 °C (c) 55 °C (e) 35 °C
 (b) 65 °C (d) 45 °C

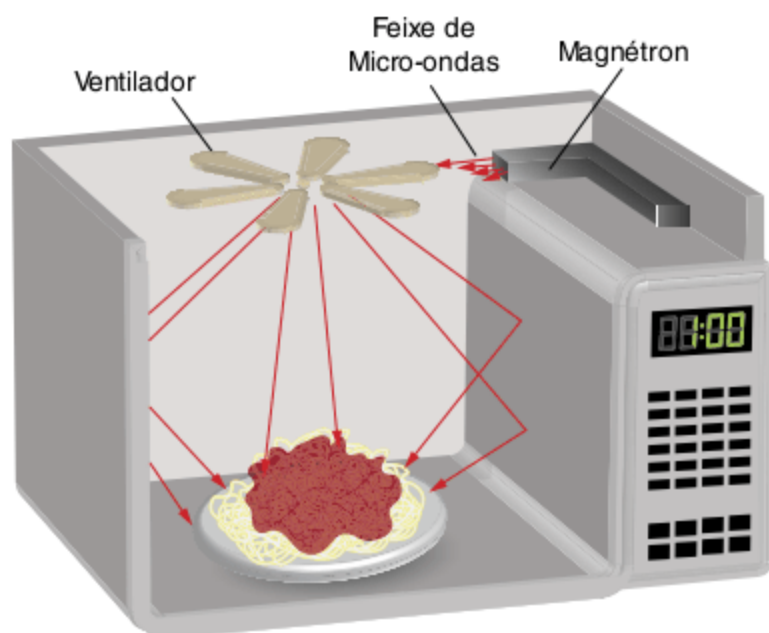
- 14 UFC 2010** Dois sistemas termodinâmicos completamente isolados estão separados entre si por uma parede diatérmica (que permite a passagem de energia), impermeável (que não permite o fluxo de partículas) e fixa. No equilíbrio termodinâmico, tais sistemas são caracterizados por apresentarem:
- (a) mesma energia e mesma temperatura.
 (b) diferentes energias e mesma temperatura.
 (c) mesma energia e diferentes temperaturas.
 (d) energia igual a zero e mesma temperatura.
 (e) diferentes energias e diferentes temperaturas.

- 15 UEPB 2010** Leia o texto.

Um forno de micro-ondas produz ondas eletromagnéticas de frequência aproximadamente a 2.500 MHz ($2,5 \cdot 10^9$ Hz) que é gerada por um magnétron e irradiada por um ventilador de metal, que fica localizado na parte superior do aparelho, para o interior do mesmo.

Através do processo de ressonância, as moléculas de água existentes nos alimentos absorvem essas ondas, as quais fazem aumentar a agitação das mesmas, provocando assim o aquecimento dos alimentos de fora para dentro. Veja o esquema abaixo.

Disponível em: <www.brasilecola.com/fisica/forno-micro-ondas.htm>. (Adapt.)



Acerca do assunto tratado no texto, resolva a seguinte situação-problema:

Em um forno de micro-ondas, é colocado meio litro de água (500 g) a uma temperatura de 30 °C. Suponha que as

micro-ondas produzam 10.000 cal/min na água e despreze a capacidade térmica do copo. Sabendo-se que o calor específico da água é de 1,0 cal/g °C, o tempo necessário para aquecer meio litro de água, em minutos, a uma temperatura de 80 °C, é:

- (a) 4,0 (c) 2,5 (e) 6,0
 (b) 8,0 (d) 5,0

- 16 Unioeste** Uma conhecida dica para se abrir um vidro de conserva (palmito, azeitonas) bem-fechado é despejar água fervendo sobre a tampa metálica com o objetivo de dilatá-la. Para abrir um desses vidros, suponha que você precise dilatar, em 0,2 mm², uma tampa de aço circular com área inicial de 50 cm² e massa de 100 g. Assinale a alternativa que representa o valor correto do calor que teria que ser fornecido à tampa para promover essa dilatação, considerando que não há perdas de calor para o ambiente. Dados: Coeficiente de dilatação linear do aço: $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, Calor específico do aço: $c = 450 \text{ J/kg }^\circ\text{C}$.
- (a) 100 Joules. (c) 75 Joules. (e) 50 Joules.
 (b) 0,75 Joules. (d) 0,50 Joules.

- 17 Unesp 2007** Em um dia ensolarado, a potência média de um coletor solar para aquecimento de água é de 3 kW. Considerando a taxa de aquecimento constante e o calor específico da água igual a 4200 J/(kg.°C), o tempo gasto para aquecer 30 kg de água de 25 °C para 60 °C será, em minutos, de:
- (a) 12,5 (c) 18 (e) 26
 (b) 15 (d) 24,5

Equilíbrio térmico

- 18 ITA** Um bloco de massa m_1 e calor específico c_1 , à temperatura T_1 , é posto em contato com um bloco de outro material, com massa, calor específico e temperatura, respectivamente, m_2 , c_2 e T_2 . Depois de estabelecido o equilíbrio térmico entre os dois blocos, sendo c_1 e c_2 constantes e supondo que as trocas de calor com o resto do universo sejam desprezíveis, a temperatura final T deverá ser igual a:

- (a) $\frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$
 (b) $\frac{m_1 c_1 - m_2 c_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} (T_2 - T_1)$
 (c) $\frac{c_1 T_1 + c_2 T_2}{c_1 + c_2}$
 (d) $\frac{m_1 c_1 T_1 + m_2 c_2 T_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}$
 (e) $\frac{m_1 c_1 - m_2 c_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2} (T_1 - T_2)$

- 19 UFPEL** Um certo calorímetro contém 80 g de água à temperatura de 15 °C. Adicionando à água do calorímetro 40 g de água a 50 °C, observa-se que a temperatura do sistema, ao ser atingido o equilíbrio térmico, é de 25 °C. Qual a capacidade térmica do calorímetro?

20 Uma pedra de gelo de 20 g de massa, inicialmente a $-10\text{ }^\circ\text{C}$, recebeu 2.700 cal. Determine a temperatura atingida, sabendo que essa energia foi totalmente aproveitada pelo sistema.

Dados: $c_{\text{gelo}} = 0,50\text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $c_{\text{água}} = 1,0\text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $L_{\text{fusão do gelo}} = 80\text{ cal/g}$.

21 ITA Um calorímetro de alumínio de massa 200 g contém 120 g de água a $96\text{ }^\circ\text{C}$. Quantos gramas de alumínio a $10\text{ }^\circ\text{C}$ devem ser introduzidos no calorímetro para resfriar a água a $90\text{ }^\circ\text{C}$?

Dado: $c_{\text{Al}} = 0,22\text{ cal/g }^\circ\text{C}$.

- (a) 56 g (d) 112 g
(b) 28 g (e) 41 g
(c) 5,6 g

22 Vunesp Na cozinha de um restaurante há dois caldeirões com água, um a $20\text{ }^\circ\text{C}$ e outro a $80\text{ }^\circ\text{C}$. Quantos litros devemos pegar de cada um, de modo a resultarem, após mistura, 10 litros de água a $26\text{ }^\circ\text{C}$?

Dado: $d_{\text{água}} = 1\text{ g/cm}^3$.

23 Uma dona de casa coloca em uma garrafa térmica o café que acabou de preparar. São 500 g de café (água + pó) a $90\text{ }^\circ\text{C}$. Se a garrafa térmica estava à temperatura ambiente ($12\text{ }^\circ\text{C}$) e atinge o equilíbrio térmico a $87\text{ }^\circ\text{C}$, qual a capacidade térmica dessa garrafa?

Dado: $c_{\text{água + pó}} = 1,0\text{ cal/g }^\circ\text{C}$.

24 Uma barra de ferro com 800g de massa, 0,5 m de comprimento, submetida à temperatura de $130\text{ }^\circ\text{C}$ é colocada em um reservatório termicamente isolado que contém 400 g de água a $10\text{ }^\circ\text{C}$.

Dados: $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $c_{\text{ferro}} = 0,1\text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $\alpha_{\text{ferro}} = 12 \cdot 10^{-6}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Ao ser atingido o equilíbrio térmico, o comprimento dessa barra terá se reduzido em:

- (a) 0,6 mm (c) 60 mm (e) 30 mm
(b) 1,2 mm (d) 0,3 mm

25 Três amostras de um mesmo líquido, cujas temperaturas iniciais são $40\text{ }^\circ\text{C}$, $70\text{ }^\circ\text{C}$ e $100\text{ }^\circ\text{C}$, são misturadas em um calorímetro. As massas das amostras são iguais entre si. Supondo que as trocas de calor ocorrem somente entre as amostras do líquido, qual a temperatura de equilíbrio da mistura, em graus Celsius?

26 UFRJ 2010 Um calorímetro ideal contém uma certa massa de um líquido A a 300 K de temperatura. Um outro calorímetro, idêntico ao primeiro, contém a mesma massa de um líquido B à mesma temperatura.

Duas esferas metálicas idênticas, ambas a 400 K de temperatura, são introduzidas nos calorímetros, uma no líquido A, outra no líquido B. Atingido o equilíbrio térmico em ambos os calorímetros, observa-se que a temperatura do líquido A aumentou para 360 K e a do líquido B, para 320 K .

Sabendo que as trocas de calor ocorrem à pressão constante, calcule a razão $\frac{C_A}{C_B}$ entre o calor específico c_A do líquido A e o calor específico c_B do líquido B.

27 UFCE 2009 Três recipientes A, B e C contêm, respectivamente, massas m , $m/2$ e $m/4$ de um mesmo líquido. No recipiente A, o líquido encontra-se a uma temperatura T ; no recipiente B, a uma temperatura $T/2$; no recipiente C, a uma temperatura $T/4$. Os três líquidos são misturados, sem que haja perda de calor, atingindo uma temperatura final de equilíbrio T_f . Assinale a alternativa que contém o valor correto de T_f .

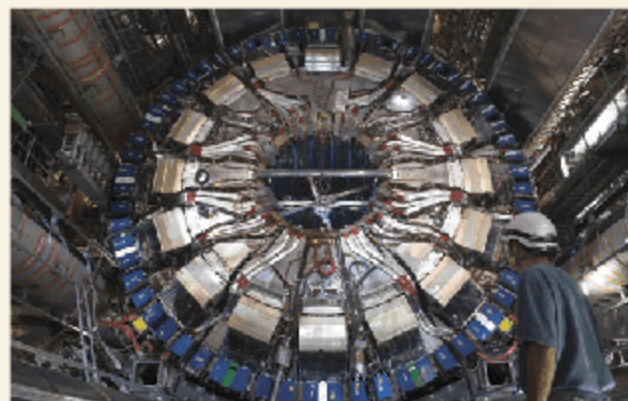
- (a) $T/2$ (c) $3T/8$ (e) $2T/3$
(b) $3T/4$ (d) $5T/16$

TEXTOS COMPLEMENTARES

Calorímetro em um acelerador de partículas

Os aceleradores de partículas são equipamentos que tornam possíveis experimentos muito importantes para a compreensão e o desenvolvimento das leis fundamentais da Física que governam a estrutura da matéria, servindo-se, para isso, de interações simples a altíssimas energias.

Partículas de alta energia, produzidas pelos aceleradores de partículas, são coletadas por diferentes detectores, cada um com a função de registrar uma informação diferente a respeito dessas partículas.

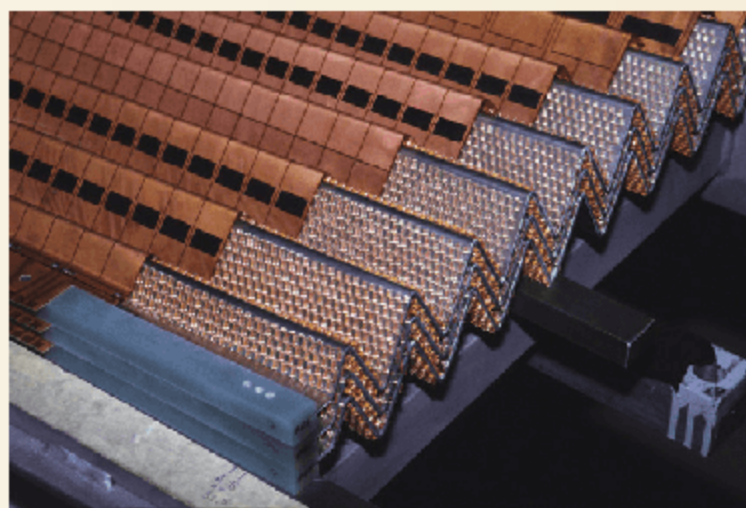


Inserção do calorímetro em um dos componentes do detector ATLAS (experimento parte do LHC).

Os calorímetros, muito usados como medidores de quantidade de calor, também são muito importantes na realização de medidas da energia de partículas em aceleradores de partículas. Nesse caso, a grandeza medida não é resultado da variação de temperatura, já que as energias resultantes envolvidas são cerca de 40 bilionésimos de caloria e o aumento de temperatura no calorímetro é infinitesimal.

O Grande colisor de hádrons ou LHC (*Large Hadron Collider*), um poderoso acelerador de partículas que pode impulsionar colisões a uma energia de 3,5 TeV, possui um calorímetro que tem como função medir a posição e a energia das partículas que com ele interagem, contribuindo para a identificação da partícula.

Em um acelerador, as partículas são aceleradas e sofrem colisões. Partículas das colisões, ao passar pelo calorímetro, são absorvidas total ou parcialmente, dependendo do material usado no calorímetro, e têm sua energia e posição medidas.



Parte dos sensores para a detecção de partículas em um calorímetro.

THE ATLAS EXPERIMENT AT CERN, HTTP://ATLAS.CERN

Calorias dos alimentos e metabolismo animal

Ao entrar no calorímetro, as partículas dão início a um “chuveiro” de partículas que têm suas energias coletadas e medidas pelo calorímetro. A energia da partícula original é distribuída entre as partículas do chuveiro – princípio da conservação de energia – assim, a detecção das partículas do chuveiro permite inferir a energia da partícula original. A distinção entre partículas é possível por meio da medida do grau de absorção das partículas no calorímetro.

Os calorímetros utilizados nesses experimentos podem ser de dois tipos: eletromagnéticos, aqueles que melhor absorvem partículas eletromagnéticas como partículas carregadas e fótons, ou hadrônicos, que melhor absorvem hádrons.

São comuns as tabelas de quantidade de energia dos alimentos em quilocalorias (embora, quase sempre, expressa erroneamente como calorias apenas), mas pouco se fala do rendimento do organismo, ou seja, da porcentagem dessa energia que se transforma efetivamente em trabalho, tanto externo como de metabolismo.

Em geral, o rendimento do organismo de qualquer animal está entre 10% e 20%. A maior parte da energia é dissipada através da pele na forma de calor. Por isso, quanto maior for a área da pele em relação ao volume e à massa do corpo do animal, maior será a perda de energia, o que leva a consequências interessantes em relação ao comportamento dos animais. Se um animal tiver “comprimento” proporcional a ℓ , a área da superfície da pele será proporcional a ℓ^2 e volume proporcional a ℓ^3 . Logo, a razão entre a área e o volume, proporcional

à perda de energia do corpo, é $\frac{1}{\ell}$. Portanto, quanto menor for o valor de ℓ , maior a perda de energia.

Por essa razão, os animais pequenos têm um metabolismo intenso e se alimentam incessantemente. O metabolismo basal – potência mínima despendida para o organismo manter as funções vitais em repouso – de um pombo é de 5,2 W/kg, de um cachorro é 1,3 W/kg, do homem é 1,2 W/kg e de um boi é 0,67 W/kg. Por outro lado, animais muito grandes precisam ampliar a área da superfície para dissipar calor, o que os elefantes, por exemplo, podem fazer com as suas orelhas enormes.

O metabolismo do animal em atividade é bem maior do que o metabolismo basal. O metabolismo basal de uma pessoa de 70 kg consome uma potência de cerca de 80 W. Se ela estiver lendo ou trabalhando sentada, a potência consumida chega a 125 W, se estiver andando, chega a 300 W e, correndo, pode chegar a 3.000 W. Se o consumo de energia fornecida pelos alimentos for maior do que o exigido pelo organismo da pessoa, o excesso aparece na forma de tecidos adicionais - músculos, se houver uma atividade física orientada para esse fim. Caso contrário, ele aparece como gordura.

Beiser, Arthur. *Physics*. 4 ed. Menlo Park, Benjamin/Cummings, 1986 (Adapt.).

Conversão entre unidades:

- 1 cal \approx 4,18 J
- 1 Btu \approx 1055 J = 252 cal

RESUMINDO

Calor é energia em trânsito que se desloca do corpo de maior temperatura para o corpo de menor temperatura, até que o **equilíbrio térmico** seja atingido. Corpos com temperaturas diferentes (T_A e T_B), em um recipiente termicamente isolado, trocam calor até que apresentem a mesma temperatura ($T_{\text{equilíbrio}}$).

O calor que atua sobre a energia cinética de vibração, ou seja, atua diretamente na temperatura de um corpo é conhecido como calor sensível:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T$$

O calor que atua sobre a energia potencial de agregação, ou seja, atua diretamente na mudança de estado físico de um corpo é chamado calor latente (L):

$$Q = m \cdot L$$

Caloria (cal) é a unidade de quantidade de calor adotada tradicionalmente, a quantidade de calor que deve ser fornecida a um grama de água para elevar a sua temperatura de 1°C ($\Delta T = 15,5 - 14,5 = 1^\circ\text{C}$).

Capacidade térmica: característica do corpo, massas diferentes da mesma substância apresentam capacidades térmicas diferentes.

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \Rightarrow Q = C \cdot \Delta T$$

Calor específico é a capacidade térmica de um corpo por unidade de massa; uma característica da substância, que constitui o corpo, e não simplesmente do corpo, não depende da massa.

$$c = \frac{C}{m} \Rightarrow C = m \cdot c$$

Equivalente água de um corpo é numericamente igual à massa de água que sofre a mesma variação de temperatura desse corpo

Balanço térmico:

$$\sum Q_{\text{rec}} + \sum Q_{\text{ced}} = 0$$

■ QUER SABER MAIS?



LIVRO

- Paul A. Tipler; Gene Mosca. *Física*. 6 ed., v. 1, Rio de Janeiro LTC, 2009.



SITE

- Os detectores do LHC
<<http://ciencia.hsw.uol.com.br/grande-colisor-de-hadrons5.htm>>.

Exercícios complementares

Troca de calor

1 PUC-SP Dois blocos de cobre, A e B, de massas iguais, e um recipiente R, contendo água, inicialmente isolados, estão respectivamente às temperaturas T_A , T_B e T_R , tais que $T_B > T_R > T_A$. Os blocos A e B são lançados no recipiente R. A temperatura de equilíbrio térmico do sistema T é:

- $T = \frac{T_A + T_B}{2}$
- $T = \frac{T_A + T_B + T_R}{3}$
- $T = T_B$
- $T = \frac{T_A + T_B + T_R}{2}$
- $T_B > T > T_A$

2 Ufes Considere que o corpo humano é constituído basicamente de água com calor específico de $1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$. Qual a energia consumida por uma criança febril, de 20 kg de massa, ao ter a sua temperatura acrescida em $3 \text{ } ^\circ\text{C}$?

3 Um fogareiro consegue elevar, em 3 minutos, de $18 \text{ } ^\circ\text{C}$ para $54 \text{ } ^\circ\text{C}$, a temperatura de um sistema constituído por uma panela de alumínio ($m = 300 \text{ g}$) contendo 500 g de água. Sabe-se que a eficiência do sistema é de 80%, isto é, de cada 100 calorias que o fogareiro fornece, 80 são utilizadas no aquecimento da panela com água.

Pergunta-se:

Dados: $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$; $c_{\text{Al}} = 0,21 \text{ cal/(g } ^\circ\text{C)}$.

- Quantas calorias o sistema absorve por segundo?
- Quantas calorias o fogareiro fornece por segundo?

4 PUC-MG Um bico de gás, de fogão de cozinha, aquece 500 g de água de $20 \text{ } ^\circ\text{C}$ a $30 \text{ } ^\circ\text{C}$ em 20 s. Sabe-se que o calor específico da água é de $1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ e que $1 \text{ cal} \cong 4 \text{ J}$. Com base nessas informações, pode-se concluir que a potência térmica desenvolvida pelo bico de gás deve ser, aproximadamente, igual a quanto?

5 Uerj 2010 A tabela abaixo mostra apenas alguns valores, omitindo outros, para três grandezas associadas a cinco diferentes objetos sólidos:

- massa;
- calor específico;
- energia recebida ao sofrer um aumento de temperatura de $10 \text{ } ^\circ\text{C}$.

Objetos	m (g)	c (cal·g ⁻¹ ·°C ⁻¹)	Q (cal)
I		0,3	300
II		0,2	400
III	150		450
IV	150	0,4	
V	100	0,5	

A alternativa que indica, respectivamente, o objeto de maior massa, o de maior calor específico e o que recebeu maior quantidade de calor é:

- I, III e IV
- I, II e IV
- II, IV e V
- II, V e IV

6 PUC-SP 2007/2008 Leia a tirinha a seguir.



O fato de Calvin e Haroldo sentirem as sensações de calor e de frio, acima, sugere que a situação se passa:

- (a) de manhã e o calor específico da areia é maior do que o da água.
- (b) à tarde e o calor específico da areia é maior do que o da água.
- (c) de manhã e o calor específico da areia é menor do que o da água.
- (d) à tarde e o calor específico da areia é menor do que o da água.
- (e) ao meio-dia e o calor específico da areia é igual ao da água.

7 UEL 2007 Uma pessoa adulta, fazendo uma caminhada em ritmo acelerado durante 30 minutos, dissipa uma quantidade de energia equivalente a de uma lâmpada de 400 W. As quantidades de quilocalorias e de massa de gordura consumidas na atividade serão, respectivamente:

(Considere o valor energético de massa de gordura sendo de 9,0 kcal/g e $1,0 \text{ cal} = 4,0 \text{ J}$)

- (a) $2,16 \cdot 10^4 \text{ J}$ e 40 g
- (b) $2,16 \cdot 10^4 \text{ kcal}$ e 20 g
- (c) $1,40 \cdot 10^6 \text{ J}$ e 30 g
- (d) $1,80 \cdot 10^2 \text{ kcal}$ e 20 g
- (e) $1,80 \cdot 10^2 \text{ kcal}$ e 30 g

8 FGV 2007 Leia a tirinha a seguir.



Nossa personagem soube por uma amiga que uma nova dieta sugeria que beber meio litro de água fresca ($22 \text{ }^\circ\text{C}$) poderia provocar a queima imediata de 100 calorias. De acordo com nossos conhecimentos de calorimetria, se a perda de calorias fosse devida unicamente ao aquecimento da água pelo corpo, haveria muito mais energia para se “queimar”. Levando-se em conta que a água que tomamos, após o equilíbrio térmico com nosso corpo, atinge a temperatura de $37 \text{ }^\circ\text{C}$ se beber meio litro de água, após a queima imediata das 100 calorias, ainda deveria ocorrer a “queima” adicional, em cal, de:

Dados: Calor específico da água: $1,0 \text{ cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$; densidade da água: $1,0 \text{ g/mL}$.

- (a) 5.700
- (b) 5.900
- (c) 6.300
- (d) 6.800
- (e) 7.400

9 Unesp 2007 Antibióticos podem ser produzidos induzindo o crescimento de uma cultura de microrganismos em meios contendo nutrientes e oxigênio. Ao crescerem, esses microrganismos respiram e, com a oxigenação, retiram energia dos alimentos, que em parte será utilizada para a sua sobrevivência, e a restante liberada na forma de energia térmica. Quando os antibióticos são produzidos em escala industrial, a cultura de microrganismos se faz em grandes tanques, suficientemente oxigenados, conhecidos como biorreatores. Devido ao grande volume de nutrientes e microrganismos, a quantidade de energia térmica liberada por unidade de tempo neste processo aeróbico é grande e exige um sistema de controle da temperatura para mantê-la entre $30 \text{ }^\circ\text{C}$ e $36 \text{ }^\circ\text{C}$. Na ausência desse controlador, a temperatura do meio aumenta com o tempo. Para estimar a taxa de aquecimento nesse caso, considere que a cada litro de O_2 consumido no processo aeróbico sejam liberados, aproximadamente, 48 kJ de energia térmica. Em um tanque com 500.000 litros de cultura, que pode ser considerado como meio aquoso, são consumidos 8.750 litros de O_2 , a cada minuto. Se o calor específico da água é $4,2 \text{ J}/(\text{g } ^\circ\text{C})$, calcule a variação da temperatura do meio a cada minuto do processo.

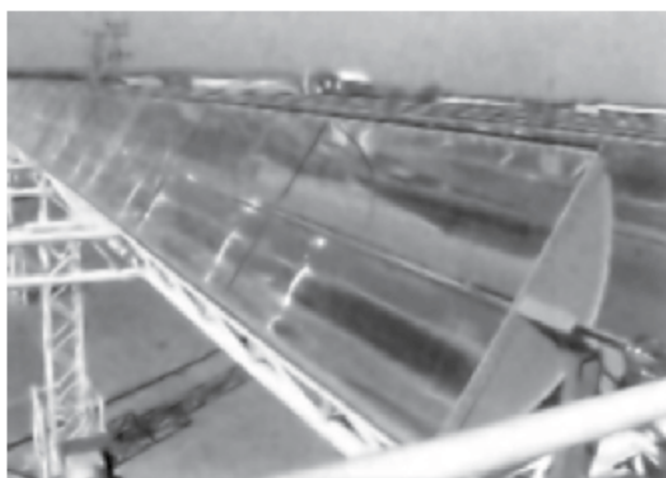
10 Enem 2009 É possível, com 1 litro de gasolina, usando todo o calor produzido por sua combustão direta, aquecer 200 litros de água de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ a $55 \text{ }^\circ\text{C}$. Pode-se efetuar esse mesmo aquecimento por um gerador de eletricidade, que consome 1 litro de gasolina por hora e fornece 110 V a um resistor de $11 \text{ } \Omega$, imerso na água, durante um certo intervalo de tempo. Todo o calor liberado pelo resistor é transferido à água. Considerando que o calor específico da água é igual a $4,19 \text{ J g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, aproximadamente qual a quantidade de gasolina consumida para o aquecimento de água obtido pelo gerador, quando comparado ao obtido a partir da combustão?

- (a) A quantidade de gasolina consumida é igual para os dois casos.
- (b) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é duas vezes maior que a consumida na combustão.
- (c) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é duas vezes menor que a consumida na combustão.
- (d) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é sete vezes maior que a consumida na combustão.
- (e) A quantidade de gasolina consumida pelo gerador é sete vezes menor que a consumida na combustão.

11 Enem 2009 O Sol representa uma fonte limpa e inesgotável de energia para o nosso planeta. Essa energia pode ser captada por aquecedores solares, armazenada e convertida posteriormente em trabalho útil. Considere determinada região cuja insolação – potência solar incidente na superfície da Terra – seja de 800 watts/m^2 .

Uma usina termossolar utiliza concentradores solares parabólicos que chegam a dezenas de quilômetros de extensão. Nesses coletores solares parabólicos, a luz refletida pela superfície parabólica espelhada é focalizada em um receptor em forma de cano e aquece o óleo contido em seu interior a $400 \text{ }^\circ\text{C}$.

O calor desse óleo é transferido para a água, vaporizando-a em uma caldeira. O vapor em alta pressão movimenta uma turbina acoplada a um gerador de energia elétrica.



Considerando que a distância entre a borda inferior e a borda superior da superfície refletora tenha 6 m de largura e que focaliza no receptor os 800 watts/m^2 de radiação provenientes do Sol, e que o calor específico da água é $1 \text{ cal g}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1} = 4.200 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, então o comprimento linear do refletor parabólico necessário para elevar a temperatura de 1 m^3 (equivalente a 1 t) de água de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ para $100 \text{ }^\circ\text{C}$, em uma hora, estará entre:

- (a) 15 m e 21 m (d) 680 m e 710 m
 (b) 22 m e 30 m (e) 6.700 m e 7.150 m
 (c) 105 m e 125 m

Equilíbrio térmico

12 Puccamp Num calorímetro contendo 100 g de água a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ coloca-se um pedaço de ferro de 200 g a $300 \text{ }^\circ\text{C}$. Desprezando-se o calor absorvido pelo calorímetro, qual a temperatura de equilíbrio térmico?

Dados: $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $c_{\text{ferro}} = 0,1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$.

13 Qual a quantidade de água, a $20 \text{ }^\circ\text{C}$, que deve ser misturada em um calorímetro ideal com 100 g de água a $80 \text{ }^\circ\text{C}$, para que a temperatura final da mistura seja de $50 \text{ }^\circ\text{C}$?

14 Fuvest Calor de combustão é a quantidade de calor liberada na queima de uma unidade de massa do combustível. O calor de combustão do gás de cozinha é de 6.000 kcal/kg . Quantos litros de água à temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$ podem ser aquecidos até a temperatura de $100 \text{ }^\circ\text{C}$ com um bujão de gás de 13 kg ? Despreze perdas de calor.

Dado: calor específico sensível da água = $1,0 \text{ kcal/kg }^\circ\text{C}$.

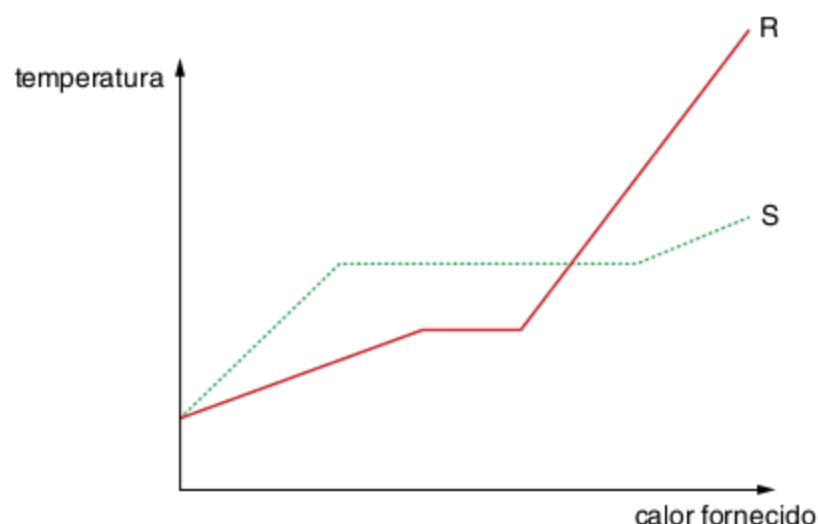
15 Fuvest Uma barra metálica à temperatura de $100 \text{ }^\circ\text{C}$ é colocada dentro de um recipiente isolado contendo 1 litro de água à temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$. O equilíbrio térmico se estabelece, então, a $60 \text{ }^\circ\text{C}$. Qual seria a temperatura de equilíbrio se o volume de água fosse de 3 litros , mantendo-se as outras condições? Dados: $d_{\text{água}} = 1 \text{ kg/L}$; $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$.

16 Duzentos gramas de água a $80 \text{ }^\circ\text{C}$ (fonte quente) são misturados com cem gramas de água a $20 \text{ }^\circ\text{C}$ (fonte fria) em um recipiente. Se não houvesse perda de calor para o ambiente, a fonte quente forneceria X calorias à fonte fria. Nas condições do experimento, a mistura perde o equivalente a 15% de X . Qual é o valor da temperatura final da mistura, em graus Celsius?

17 UFMG 2009 Num Laboratório de Física, faz-se uma experiência com dois objetos de materiais diferentes – R e S –, mas de mesma massa, ambos, inicialmente, no estado sólido e à temperatura ambiente.

Em seguida, os dois objetos são aquecidos e, então, mede-se a temperatura de cada um deles em função da quantidade de calor que lhes é fornecida.

Os resultados obtidos nessa medição estão representados neste gráfico:



Sejam L_R e L_S o calor latente de fusão dos materiais R e S , respectivamente, e C_R e C_S o calor específico dos materiais, no estado sólido, também respectivamente.

Considerando-se essas informações, é correto afirmar que:

- (a) $C_R < C_S$ e $L_R < L_S$
 (b) $C_R < C_S$ e $L_R > L_S$
 (c) $C_R > C_S$ e $L_R < L_S$
 (d) $C_R > C_S$ e $L_R > L_S$

18 Em um recipiente termicamente isolado e com capacidade térmica desprezível, misturam-se 200 g de água a $10 \text{ }^\circ\text{C}$ com um bloco de ferro de 500 g a $140 \text{ }^\circ\text{C}$. Deseja-se saber a temperatura final de equilíbrio térmico.

Dados: $c_{\text{água}} = 1,0 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $c_{\text{ferro}} = 0,12 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$.

19 UFMS 2008 Um *barman*, para manter as bebidas geladas, procura no mercado objetos de gel plastificado, para colocá-los, depois de congelados, no interior de copos contendo bebidas, mantendo-as geladas sem alterar o sabor. Encontra dois objetos de formas diferentes, um cúbico e o outro esférico, indexados

por 1 e 2 respectivamente. Os dois objetos possuem a mesma massa e são feitos do mesmo material (com as mesmas propriedades físicas, como densidade, condutividade térmica, capacidade térmica etc.). Para testá-los, são preparados dois recipientes idênticos (mesmas propriedades físicas), isolados termicamente do ambiente. Os recipientes contêm a mesma quantidade de água, e ambos estão em equilíbrio térmico com o ambiente, na temperatura T_a (veja a Figura 1). Os dois objetos são retirados do congelador, ambos na mesma temperatura do congelador T_c , que é menor que T_a (veja a Figura 2), e, rapidamente, colocados individualmente em cada recipiente. Após deixá-los por algum tempo, cada sistema atinge o equilíbrio térmico nas temperaturas T_e^1 e T_e^2 respectivamente (veja a Figura 3).

Considere que, durante o resfriamento da bebida, cada sistema não trocou calor com o ambiente. Com fundamentos nos conceitos da condução térmica e das propriedades da matéria, é correto afirmar:

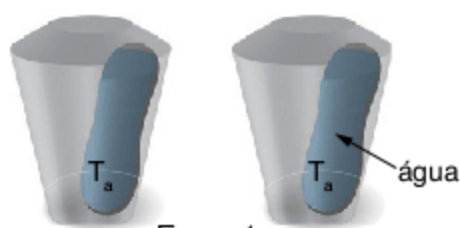


Figura 1
Recipientes com água na temperatura ambiente T_a



Figura 2
Os dois objetos na temperatura T_c

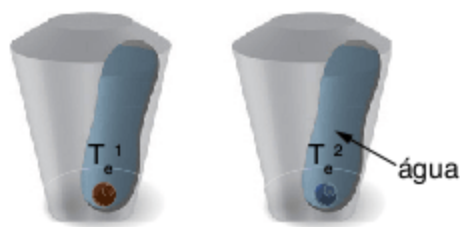
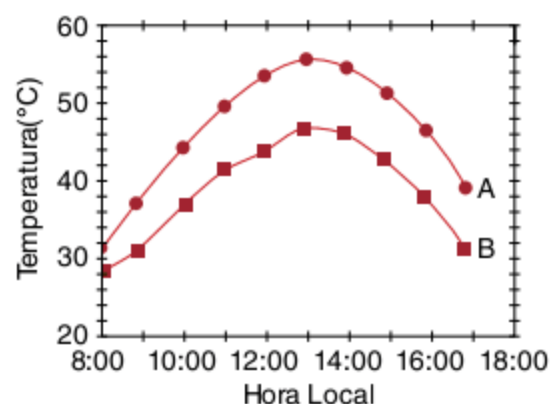


Figura 3
Cada recipiente, com a bebida e o respectivo objeto, atingiu o equilíbrio térmico.

- 01 As temperaturas de equilíbrios T_e^1 e T_e^2 são iguais.
- 02 Os dois objetos alcançam o equilíbrio térmico com a água em tempos iguais.
- 04 Enquanto atingem o equilíbrio térmico, os objetos e a água trocam calor entre si.
- 08 A temperatura de equilíbrio T_e^2 é maior que a temperatura T_a do ambiente.
- 16 Imediatamente, após ambos os objetos serem colocados na água, a taxa de calor que flui do objeto 2 (esférico) para a água, é menor que a taxa de calor que flui do objeto 1 (cúbico) para a água.

Soma =

20 Unicamp (Adapt.) As temperaturas nas grandes cidades são mais altas do que nas regiões vizinhas não povoadas, formando “ilhas urbanas de calor”. Uma das causas desse efeito é o calor absorvido pelas superfícies escuras, como as ruas asfaltadas e as coberturas de prédios. A substituição de materiais escuros por materiais alternativos claros reduziria esse efeito. A figura mostra a temperatura do pavimento de dois estacionamentos, um recoberto com asfalto e o outro com um material alternativo, ao longo de um dia ensolarado.



- a) Qual curva corresponde ao asfalto?
- b) Qual é a diferença máxima de temperatura entre os dois pavimentos durante o período apresentado, em um mesmo horário?
- c) O asfalto aumenta de temperatura entre 8h e 13h. Em um pavimento asfaltado de 10.000 m^2 e com uma espessura de $0,1 \text{ m}$, qual a quantidade de calor necessária para aquecer o asfalto nesse período? Despreze as perdas de calor. A densidade do asfalto é 2.300 kg/m^3 e seu calor específico é $c = 0,75 \text{ kJ/kg } ^\circ\text{C}$.

21 ITA 2007 Numa cozinha industrial, a água de um caldeirão é aquecida de 10°C a 20°C , sendo misturada, em seguida, à água, a 80°C , de um segundo caldeirão, resultando 10ℓ de água a 32°C , após a mistura. Considere que haja troca de calor apenas entre as duas porções de água misturadas e que a densidade absoluta da água, de 1 kg/l , não varie com a temperatura, sendo, ainda, seu calor específico $c = 1,0 \text{ cal g}^{-1} ^\circ\text{C}^{-1}$. A quantidade de calor recebida pela água do primeiro caldeirão ao ser aquecida até 20°C é de:

- (a) 20 kcal
- (b) 50 kcal
- (c) 60 kcal
- (d) 80 kcal
- (e) 120 kcal

22 Dois corpos A e B, em temperaturas diferentes, são misturados, constituindo um sistema termicamente isolado. Eles trocam calor até atingir o equilíbrio térmico. A condição para que a temperatura final de equilíbrio térmico seja a média aritmética entre as temperaturas iniciais de A e B é que:

- (a) suas massas sejam iguais.
- (b) as capacidades térmicas sejam iguais.
- (c) seus calores específicos sejam iguais.
- (d) a capacidade térmica do mais frio seja o dobro da capacidade térmica do mais quente.

Mudança de estado

4

FRENTE 3



© CHOCAS | DREAMSTIME.COM

O estado físico da matéria encontrada na natureza depende de algumas variáveis, como temperatura e pressão. Nas regiões polares, grande parte da massa de água se encontra no estado sólido. Os icebergs – grandes pedaços de gelo flutuantes – podem passar do estado sólido para o estado líquido devido ao aumento de temperatura, que pode ser causado por impactos ambientais (aquecimento global) ou por alterações cíclicas, como o início do verão.

Introdução

Você já conhece os estados de agregação da matéria: sólido, líquido e gasoso. Neste capítulo, falaremos sobre as transições que acarretam a mudança de estado de agregação das substâncias e descreveremos as propriedades dessas transições. No capítulo 3, foi abordada a variação da energia cinética de vibração; neste capítulo, passaremos também a alteração da energia potencial de agregação.

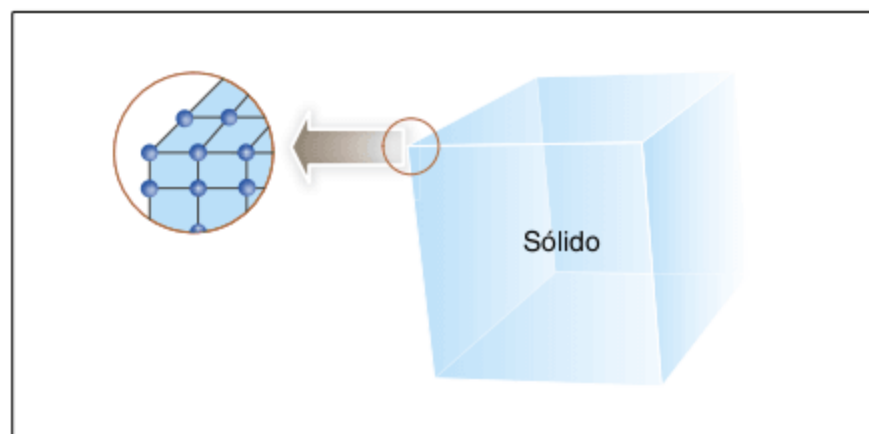


Fig. 1 Forma e volumes definidos. Moléculas rigidamente unidas (retículo cristalino).

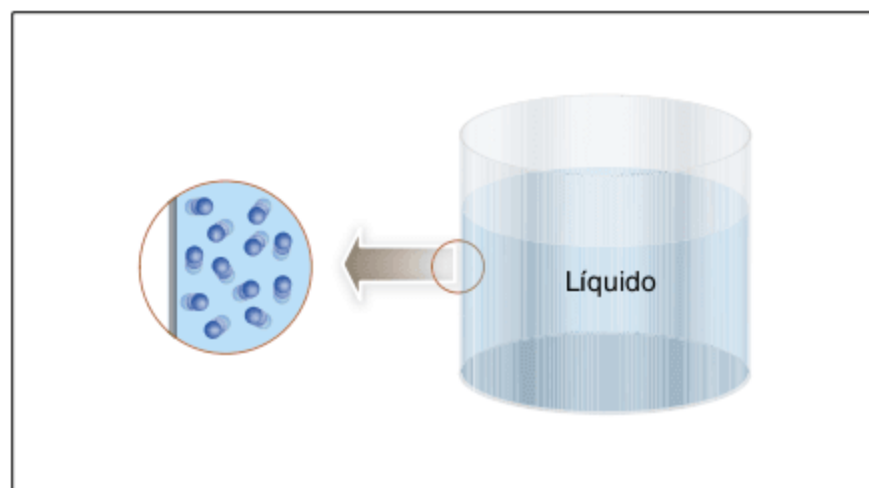


Fig. 2 Volume definido. Maior liberdade de movimento molecular.

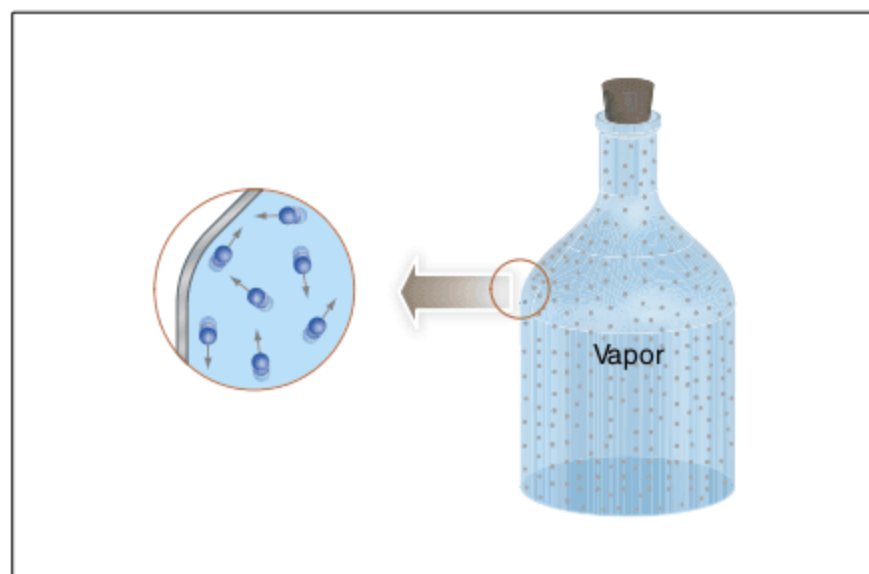


Fig. 3 Volume e forma indefinidos. A atração molecular é pequena.

É importante lembrarmos que as substâncias cristalinas são aquelas que, no estado sólido, têm suas partículas dispostas segundo um arranjo geométrico bem definido, chamado rede cristalina ou retículo cristalino. As substâncias que, no estado sólido, não apresentam esta disposição, isto é, cujas partículas estão dispostas de maneira irregular, são chamadas substâncias amorfas. O vidro é uma substância amorfa.



Fig. 4 Vitral de uma capela. Estrutura amorfa do vidro.

As diversas mudanças de estado podem ser representadas esquematicamente da seguinte maneira:

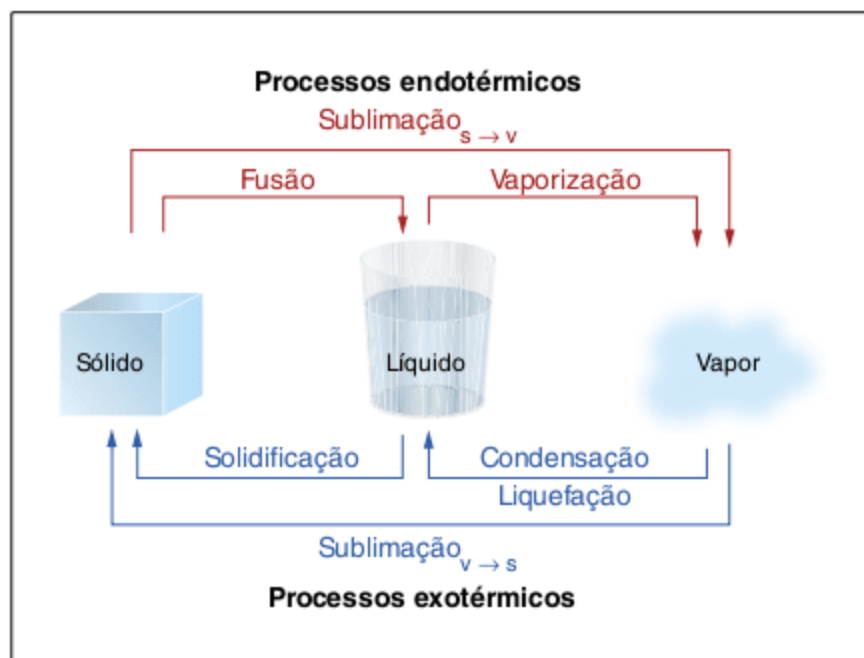


Fig. 5 Mudanças de estado físico.

Fusão

A fusão é a passagem de uma substância do estado sólido para o estado líquido através da absorção de calor (processo endotérmico).

A fusão pode ser:

Franca: é característica das substâncias cristalinas. Ela obedece a determinadas leis, chamadas **leis de fusão franca**.

Pastosa: é característica das substâncias amorfas; não obedece a nenhuma lei.

Fusão franca

- A uma dada pressão, toda substância cristalina pura sofre fusão a uma temperatura bem determinada, denominada temperatura de fusão da substância.
- A temperatura de fusão correspondente à pressão normal recebe o nome de **ponto de fusão** da substância.
- Não havendo variação da pressão, a temperatura permanecerá constante durante a fusão.

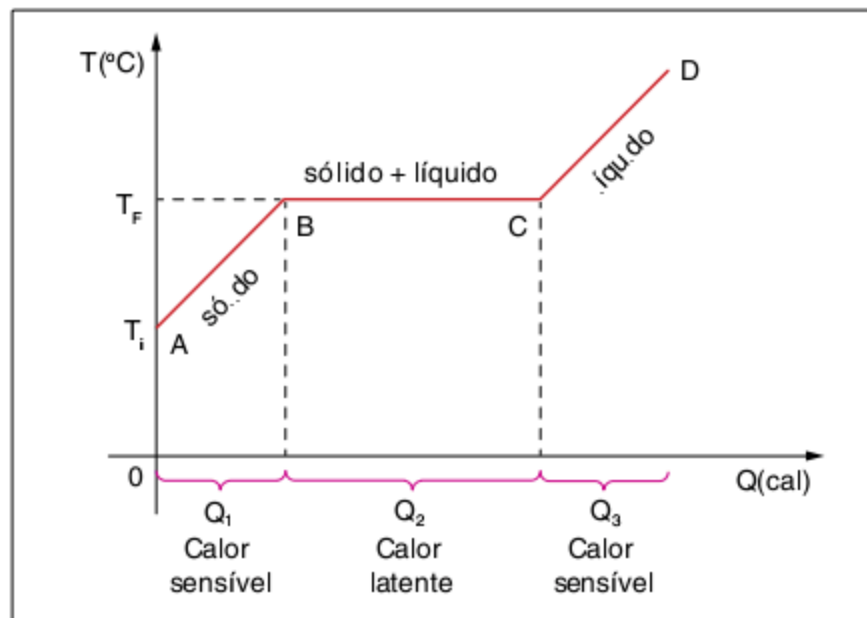


Fig. 6 Curva de aquecimento. De B para C, ocorre uma fusão franca.

No gráfico da figura 6, correspondente a uma determinada pressão, temos:

- a temperatura de fusão T_f permanece constante durante toda a fusão;
- as quantidades de calor Q_1 e Q_3 são sensíveis enquanto Q_2 é calor latente.

Fusão pastosa

Quando fornecemos calor a uma substância amorfa, toda a sua massa “amolece” progressivamente, passando para o estado líquido a uma temperatura não caracterizada, variando no decorrer do processo. É o que ocorre com a cera, com a parafina e com a manteiga, entre outras.

Observação: A fusão franca é um fenômeno de superfície, ao passo que a fusão pastosa envolve toda a massa.

Para a fusão pastosa obtemos o gráfico da figura 7.

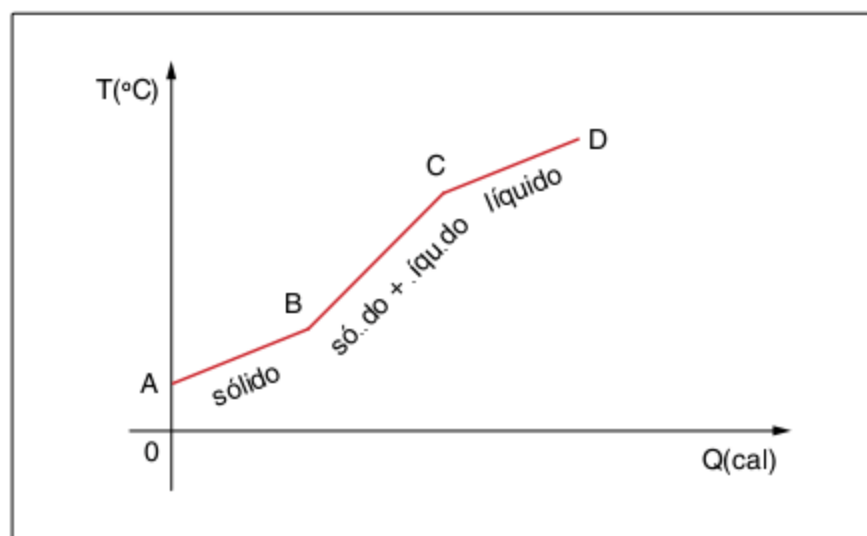


Fig. 7 Curva de aquecimento. De B a C, ocorre uma fusão pastosa.

Calor latente de fusão

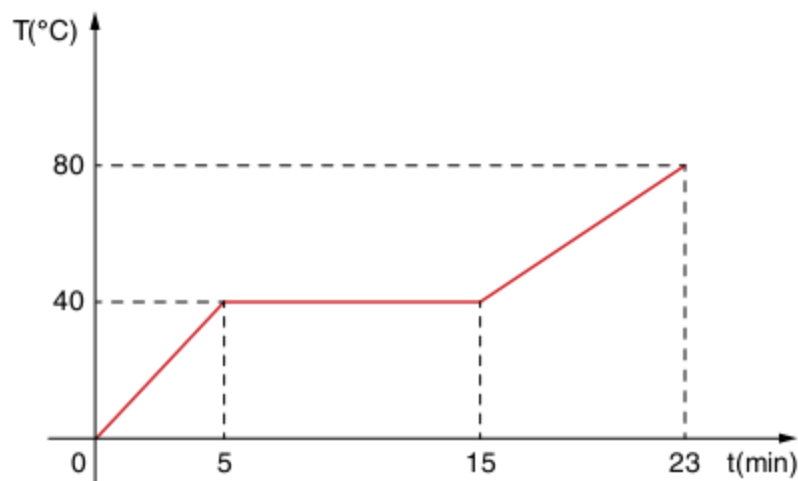
Chama-se calor latente de fusão de uma substância, correspondente a uma dada pressão, a quantidade de calor que deve ser fornecida à unidade de massa da substância, na temperatura de fusão, para que ocorra a mudança de estado sem variação da temperatura. Se falarmos apenas calor latente de fusão da

substância, sem fazer menção à pressão, subentende-se que a substância está sujeita à pressão normal, ou seja, 1 atm.

$$\text{Simbolicamente, escrevemos: } L_f = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_f.$$

Exercício resolvido

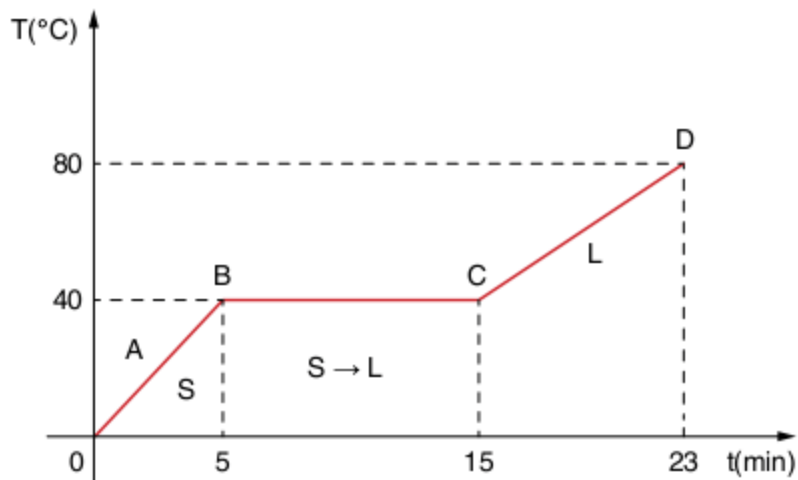
1 O gráfico, a seguir, representa a temperatura de um corpo de massa 100 g, inicialmente no estado sólido, em função do tempo, quando o mesmo é aquecido por uma fonte de calor de potência constante e igual a 400 cal/min.



Determine:

- o calor específico da substância no estado sólido.
- o calor latente de fusão da substância.
- o calor específico da substância no estado líquido.

Resolução:



- a) No trecho AB (aquecimento do estado sólido), temos: $Q = m \cdot c_s \cdot \Delta T$

$$\text{Como } P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 400 \frac{\text{cal}}{\text{min}} \cdot 5 \text{ min}$$

$$Q = 2.000 \text{ cal}$$

$$\text{Logo: } 2.000 = 100 c_s \cdot 40 \Rightarrow c_s = 0,5 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

- b) No trecho BC (fusão), temos: $Q = m \cdot L_f$

$$\text{Como } P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 400 \frac{\text{cal}}{\text{min}} \cdot 10 \text{ min}$$

$$Q = 4.000 \text{ cal}$$

$$\text{Logo: } 4.000 = 100 L_f \Rightarrow L_f = 40 \text{ cal/g}$$

c) No trecho CD (aquecimento do estado líquido), temos:

$$Q = m \cdot c_L \cdot \Delta T$$

$$\text{Como } P = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Q = 400 \frac{\text{cal}}{\text{min}} \cdot 8 \text{ min}$$

$$Q = 3.200 \text{ cal}$$

$$\text{Logo: } 3.200 = 100 \cdot c_L \cdot 40 \Rightarrow c_L = 0,8 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$$

Solidificação

A solidificação é a passagem do estado líquido para o estado sólido. Ela é a transformação inversa da fusão, e ocorre com liberação de calor por parte de substância que se solidifica (processo exotérmico).

As substâncias cristalinas sofrem solidificação obedecendo a um conjunto de leis denominadas **leis da solidificação**, que enunciamos a seguir.

- Sob determinada pressão, toda substância cristalina pura sofre solidificação a uma temperatura bem-determinada, denominada **temperatura de solidificação** da substância, correspondente à pressão considerada. A temperatura de solidificação correspondente à pressão normal recebe o nome de **ponto de solidificação** da substância.
- Não havendo variação da pressão, a temperatura permanecerá constante durante a solidificação.

Observe o seguinte gráfico.

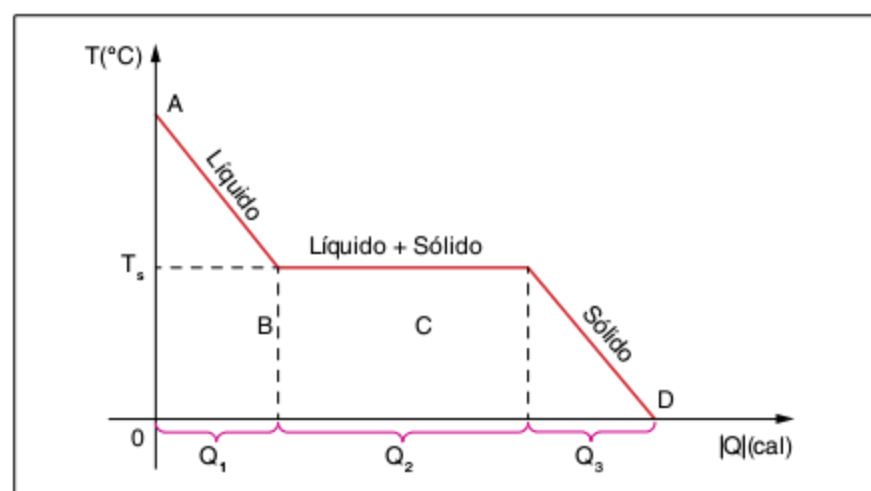


Fig. 8 Curva de resfriamento. De B para C, ocorre solidificação.

Analisando o gráfico, você observa que:

- durante a transição do estado líquido para o estado sólido, a temperatura permanece constante, desde que não varie a pressão;
- as quantidades de calor Q_1 e Q_3 são sensíveis enquanto Q_2 é calor latente.

Calor latente de solidificação

Chama-se calor latente de solidificação de uma substância, correspondente a uma dada pressão, a quantidade de calor que deve ser retirada da unidade de massa da substância, na temperatura de solidificação, para que ocorra a mudança para o estado sólido sem variação de temperatura. Se dissermos simplesmente calor latente de solidificação da substância, sem fazer menção à pressão, subentende-se que a substância está sujeita à pressão normal.

$$\text{Simbolicamente, escrevemos: } L_s = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_s.$$

Observação: Para uma dada pressão e para a mesma substância, são iguais as temperaturas de fusão e de solidificação ($T_f = T_s$) e os módulos dos calores latentes de transformação ($L_f = L_s$).

Sobrefusão

Em alguns casos, é possível conseguir que uma substância permaneça no estado líquido em temperaturas inferiores à sua temperatura de solidificação. Neste caso, diz-se que a substância está sobrefundida, e ao fenômeno dá-se o nome de sobrefusão.

Para conseguir a sobrefusão é necessário que o líquido esteja em completo repouso enquanto a sua temperatura estiver sendo diminuída.

Assim, é possível fazer a água permanecer no estado líquido a até $-20\text{ }^\circ\text{C}$.

Uma substância que sobrefunde, por exemplo, é o hipossulfito de sódio, muito empregado em fotografia, cuja temperatura de solidificação é $45\text{ }^\circ\text{C}$ e que, no entanto, permanece no estado líquido a $20\text{ }^\circ\text{C}$.

Quando se tem um líquido sobrefundido, basta agitá-lo ou jogar nele um pequeno cristal da mesma substância, que servirá de núcleo de cristalização, para que ocorra de imediato a rápida solidificação. Nesse caso, a temperatura aumenta até a temperatura de fusão para a pressão correspondente.

ATENÇÃO!

Podemos comparar, guardando as devidas proporções, uma substância sobrefundida, com uma solução supersaturada. Neste caso, ambas são metaestáveis e podem retornar rapidamente para um situação estável – a substância sobrefundida para o estado sólido e a solução supersaturada para uma solução saturada com corpo de chão.

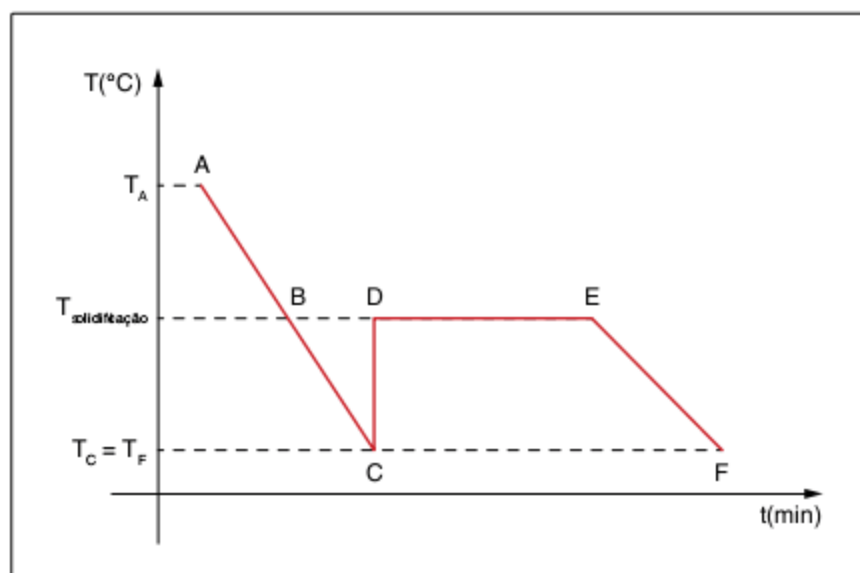


Fig. 9 Curva de resfriamento com sobrefusão.

O gráfico da figura 9 mostra que, ao atingir a temperatura de solidificação em B, o líquido não se solidifica, chegando a C no estado de sobrefusão, isto é, permanece no estado líquido

abaixo de T_s . Ao se romper a metaestabilidade, que pode acontecer com agitação ou introdução de um cristal, em C, a temperatura do líquido se eleva rapidamente até a temperatura T_s , solidificando em seguida à temperatura constante, o que corresponde ao patamar DE no gráfico.

Termicamente falando, com quem o corpo troca calor para se aquecer, trecho CD, e mudar de estado, trecho DE?

Pois bem, esse é um sistema autossuficiente, pois no momento em que a metaestabilidade é rompida parte da substância se solidifica instantaneamente, liberando uma certa quantidade de energia que é utilizada por toda a massa para se aquecer da temperatura de sobrefusão para a temperatura de solidificação.

Esquemáticamente, temos:

$$|Q_{\text{lib. na solidificação parcial}}| = |Q_{\text{abs. no aquecimento total}}|$$

Observação: Quanto mais abaixo da temperatura de solidificação estiver um corpo em sobrefusão, maior será a quantidade de massa que deverá solidificar instantaneamente para liberar energia para o aquecimento geral.

Exercícios resolvidos

2 Determinar a que temperatura se encontra certa massa de água em sobrefusão, sabendo-se que uma solidificação brusca de $\frac{1}{5}$ de sua massa eleva sua temperatura ao ponto de solidificação.

Dados: $T_s = 0 \text{ }^\circ\text{C}$; $L_s = 80 \text{ cal/g}$.

Resolução:

Para passar de T_{sf} para T_s a quantidade de calor sensível necessária é: $Q = m \cdot c \cdot (T_s - T_{sf})$

Como $c = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$, temos:

$$Q = -m \cdot T_{sf}$$

Essa quantidade de calor é liberada na solidificação de $\frac{1}{5}$ da massa de água.

Portanto, para $Q = m \cdot L$, temos:

$$Q = \frac{1}{5} \cdot m \cdot 80 \Rightarrow Q = 16 m$$

Igualando as expressões anteriores obtemos:

$$-m \cdot T_{sf} = 16 m \Rightarrow T_{sf} = -16 \text{ }^\circ\text{C}$$

3 Uma certa porção de enxofre, cuja temperatura de fusão é $120 \text{ }^\circ\text{C}$, encontra-se em sobrefusão a $100 \text{ }^\circ\text{C}$. Admitindo 13 cal/g o calor latente de fusão do enxofre e $0,20 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ o calor específico sensível do enxofre líquido, determine a fração da massa de enxofre solidificada bruscamente quando se provoca uma agitação do sistema.

Resolução:

Sabemos que $T_f = T_s = 120 \text{ }^\circ\text{C}$ e que $T_{sf} = 100 \text{ }^\circ\text{C}$

Como $L_f = 13 \text{ cal/g}$ e $c_L = 0,20 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$

temos:

$$\begin{aligned} |m_p L| &= |m_T \cdot c_L \cdot \Delta T| \\ m_p \cdot 13 &= m_T \cdot 0,20 \cdot 20 \\ m_p \cdot 13 &= m_T \cdot 4 \end{aligned}$$

$$\frac{m_p}{m_T} = \frac{4}{13} \quad (\approx 31\% \text{ da massa total})$$

onde: m_p é a massa parcial e m_T , massa total.

Variação do volume na fusão e na solidificação

Todas as substâncias sofrem variação de volume ao sofrerem fusão. Umas se dilatam, enquanto outras se contraem. Na grande maioria dos casos ocorre dilatação na fusão e, consequentemente, contração na solidificação. Entretanto, algumas substâncias comportam-se de maneira contrária, isto é, se contraem na fusão e se expandem na solidificação. Entre essas substâncias com comportamento contrário, temos a água, algumas soluções aquosas, o antimônio, o bismuto e o ferro fundido. Por isso, quando você coloca no congelador da geladeira uma garrafa tampada completamente cheia de água, eventualmente ocorre o rompimento da garrafa.

A água no estado sólido, devido a grande presença de pontes de hidrogênio, possui uma estrutura bem-definida e ocupa um volume maior do que a mesma massa de água no estado líquido (observe a figura 10).

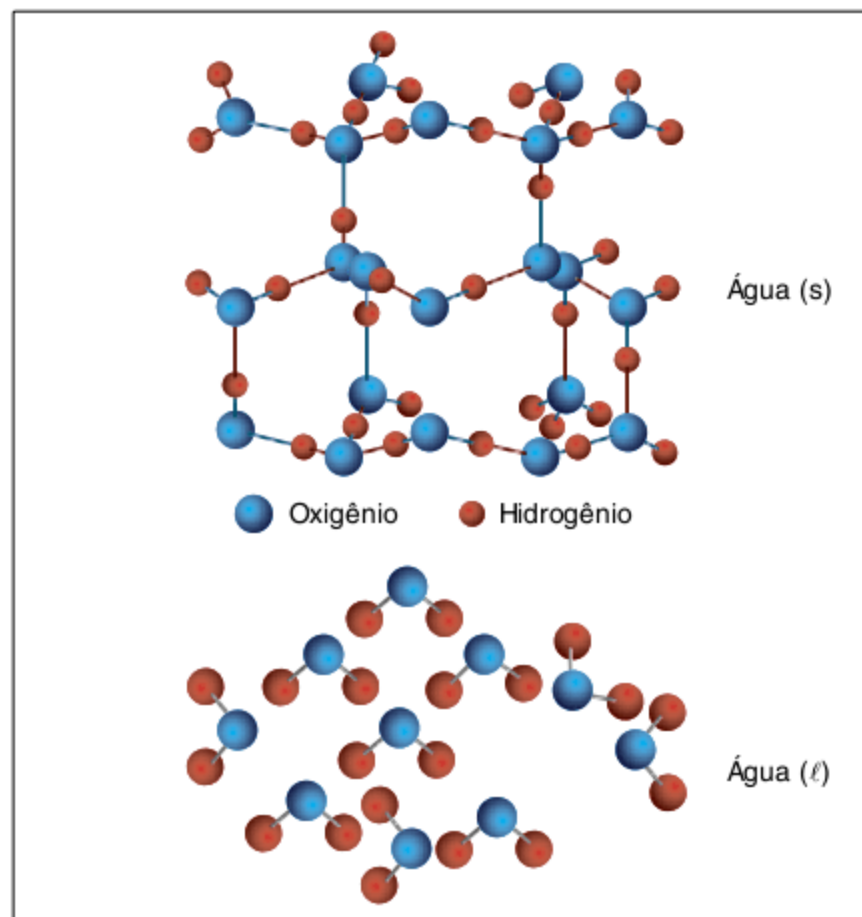


Fig. 10 Estrutura molecular da água no estado sólido e líquido.

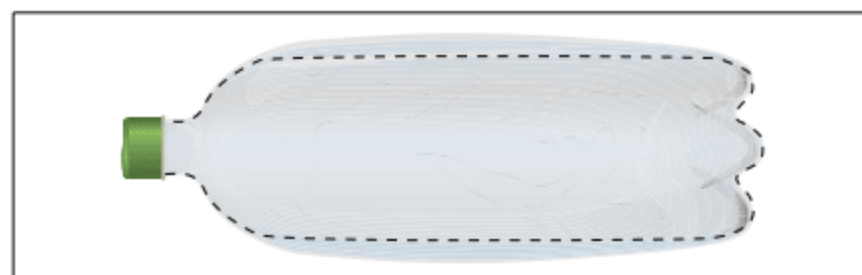


Fig. 11 Garrafa de plástico deformada devido à solidificação da água.

Fatores que influem na temperatura de fusão ou de solidificação

A temperatura de fusão ou de solidificação de um corpo é influenciada pela presença de substâncias dissolvidas e pela pressão exterior.

Em geral, as substâncias dissolvidas em um líquido provocam o abaixamento da temperatura de solidificação. Assim, nas mesmas condições de pressão, a solidificação de uma solução, via de regra, ocorre a uma temperatura inferior a qual se observa a solidificação do líquido puro.

Além disso, a temperatura de fusão de um sólido depende da pressão exterior, ainda que na maioria dos casos essa variação seja desprezível.

Observa-se que:

- quando a substância se dilata ao fundir, todo aumento de pressão eleva o ponto de fusão;
- quando a substância se contrai na fusão, todo aumento de pressão provoca abaixamento da temperatura de fusão.

A experiência do regelo evidencia a primeira afirmação. Ela consiste em apoiar sobre um bloco de gelo um arame fino, tendo nas suas extremidades corpos pesados. Observa-se que, após um certo tempo, o arame atravessa o gelo sem seccioná-lo.

A explicação do fenômeno é a seguinte: sob o arame, o gelo fica sujeito a uma pressão extra; então ocorre a fusão do gelo, pois há um abaixamento do ponto de fusão. Após a passagem do arame, ocorre de imediato a solidificação, pois, fora da região comprimida, a pressão volta a ser normal; desta maneira, recompõe-se o bloco de gelo. Por esse motivo não se pode empilhar muitas barras de gelo em um caminhão frigorífico.



Fig. 12 Experiência do regelo, executada pelo físico Irlandês John Tyndall (1820-1893).

SAIBA MAIS

Verifique a influência de soluto na solidificação de um líquido:

Coloque no congelador dois recipientes iguais, um cheio de água pura e outro cheio de uma solução de água e sal. Observe que a água pura congela primeiro.

Vaporização

Passagem do estado líquido para o estado gasoso. Pode ocorrer de três formas, a saber:

Evaporação

A evaporação é o processo de vaporização do líquido que ocorre na superfície exposta do líquido ao ambiente de forma espontânea e contínua, que pode ocorrer a qualquer temperatura de acordo com a:

- natureza do líquido;
- área da superfície livre;
- pressão externa (ambiente);
- temperatura;
- saturação do meio.

Analisaremos a evaporação “a céu aberto” e definiremos, para esta modalidade, a **velocidade de evaporação**.

Por definição, chama-se velocidade de evaporação a razão entre a massa de líquido evaporada e o intervalo de tempo necessário para que ocorra essa evaporação.

Simbolicamente, escrevemos: $v = \frac{\Delta m}{\Delta t}$, se Δm for expresso em gramas e Δt em segundos, então a velocidade de evaporação será expressa em gramas por segundo (g/s).

Ebulição

A ebulição é o processo de vaporização que envolve toda a massa líquida e que ocorre em regime turbulento, devido à formação de bolhas, compostas de vapor, que vêm estourar na superfície do líquido. O processo obedece a um conjunto de leis, conhecidas por **leis da ebulição**, cujos enunciados são:

- Sob determinada pressão, todo líquido entra em ebulição em uma determinada temperatura, que é chamada temperatura de ebulição do líquido, correspondente à pressão considerada. A temperatura de ebulição correspondente à pressão normal é denominada **ponto de ebulição do líquido**, e é indicada por T_e .
- Não havendo variação da pressão, a temperatura permanecerá constante durante toda a ebulição.
- O líquido entra em ebulição quando a tensão máxima de seu vapor saturante, se torna igual à pressão exercida pela atmosfera sobreposta ao líquido.

Observe que a evaporação ocorre quando a pressão de vapor saturante é igual à pressão externa, o que pode acontecer por qualquer lado da equação. Ou a pressão externa é constante e aproximamos a pressão de vapor saturante, ou a pressão de vapor saturante é constante e reduzimos a pressão externa.

Calefação

A calefação é o processo de vaporização que envolve grande quantidade de energia. Gotas de água entram em calefação quando submetidas, rapidamente, a temperaturas muito superiores às de ebulição, para a pressão considerada. Observe a figura 13.



Fig. 13 Gotas de água são jogadas em uma frigideira quente. O processo é instantâneo.

Calor latente de vaporização

O calor latente de vaporização, correspondente a uma dada pressão, é a quantidade de calor que deve ser fornecida à unidade de massa do líquido, na temperatura de ebulição, para que ocorra a mudança de estado sem variação de temperatura. Ele é indicado por L_v . Simbolicamente escrevemos:

$$L_v = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_v$$

Fatores que influem na temperatura de ebulição

A experiência mostra que a temperatura de ebulição é influenciada pela presença de substâncias dissolvidas e pela pressão.

Apresença de gases dissolvidos no líquido facilita a ebulição. Por outro lado, a presença de sais e outras substâncias não gasosas dissolvidas provoca a elevação da temperatura de ebulição. Por exemplo, uma solução aquosa de cloreto de sódio, sob pressão normal, entra em ebulição a 180 °C, enquanto a água pura, sob pressão normal, entra em ebulição a 100 °C.

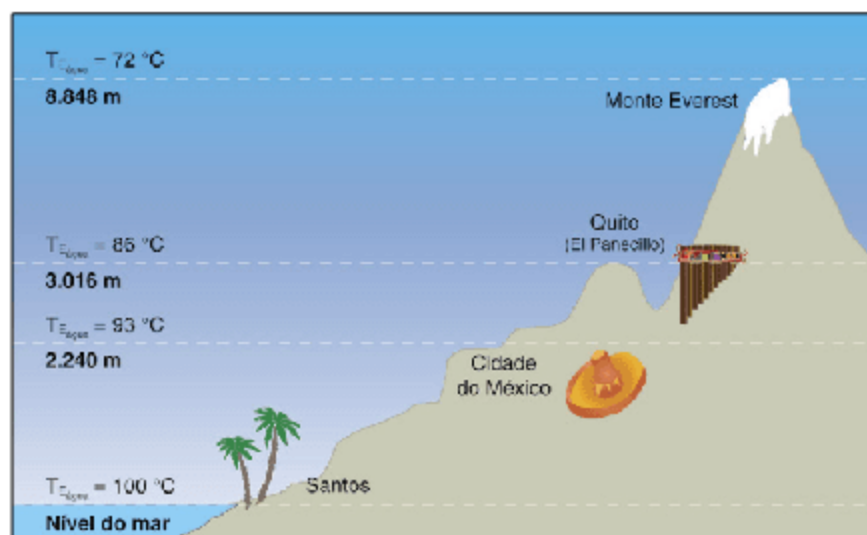


Fig. 14 Quanto maior a altitude, menor a pressão atmosférica e menor a temperatura em que a água entra em ebulição.

É sabido que a tensão máxima de vapor saturante aumenta com o aumento da temperatura, e que só ocorrerá ebulição se a pressão de vapor suportada pelo líquido for igual ou menor que a tensão máxima. A temperatura em que ocorre a igualdade de pressão é chamada de temperatura de ebulição.

Devido a isso, a temperatura de ebulição do líquido diminui à medida que diminui a pressão atmosférica sobreposta ao líquido.

Se provocarmos a ebulição da água em recipientes dotados de reguladores de pressão, aumentando o valor da pressão em relação à pressão normal, podemos fazer com que a água entre em ebulição acima de 100 °C. É o que acontece com a **autoclave**, ou com panelas de pressão.

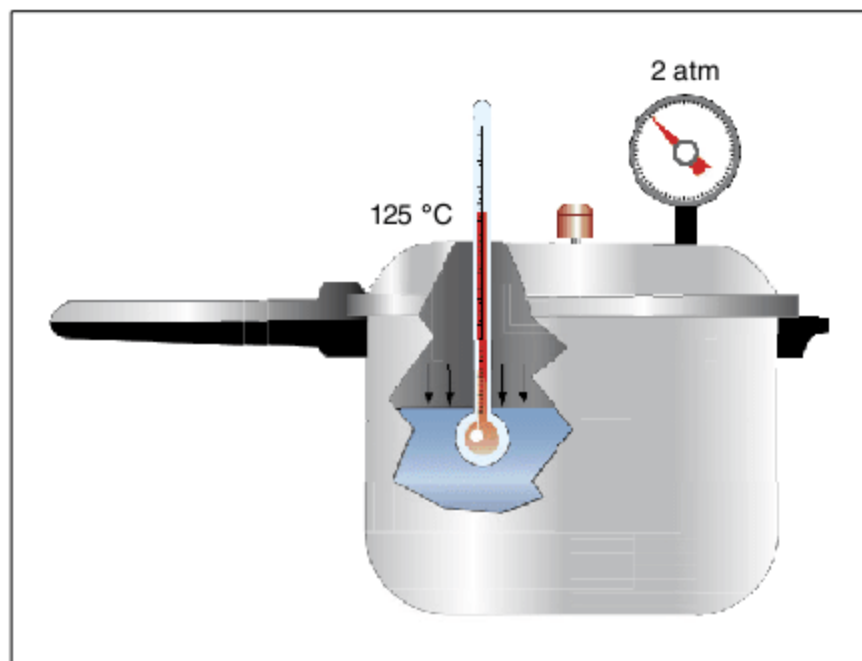


Fig. 15 Pressão = 2 atm e $T_{\text{Ebulição}} = 125 \text{ °C}$.

Em uma panela de pressão, a pressão sobre a superfície livre do líquido é maior do que em uma panela comum, portanto a água entra em ebulição a uma temperatura maior. Observe que a água dentro da panela demora mais para ferver, porém o alimento que está sendo cozido, permanece em contato com um líquido mais quente, gerando um menor tempo total de cozimento.

Observação: Todo líquido sofre vaporização instantânea no vácuo.

Liquefação e condensação

Chama-se liquefação a passagem do estado de vapor para o estado líquido. Essa transformação ocorre com a liberação de calor e também pode ser chamada condensação.

A liquefação obedece às seguintes leis:

- Sob determinada pressão, menor que sua tensão máxima, todo vapor sofre liquefação a uma temperatura bem-determinada, chamada temperatura de liquefação do vapor correspondente à pressão considerada. A temperatura de liquefação, à pressão normal, recebe o nome de temperatura de condensação da substância.
- Durante a liquefação, se a pressão permanecer constante, a temperatura também permanecerá constante.

ATENÇÃO!

- Liquefação: Temperatura fixa e aumento de pressão.
- Condensação: Pressão fixa e redução de temperatura.

Calor latente de condensação

Chama-se calor latente de condensação, correspondente a uma dada pressão, à quantidade de calor que deve ser retirada da unidade de massa do vapor, na temperatura de condensação, para que ocorra a liquefação sem mudança de temperatura.

Simbolicamente, escrevemos: $L_c = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L_c$.

Observação: A uma dada pressão, a temperatura de ebulição de uma substância é igual à sua temperatura de liquefação, e o calor latente de vaporização da substância é igual ao seu calor latente de condensação, isto é, $T_v = T_c$ e $L_v = L_c$.

Sublimação

A sublimação é a transformação que leva a substância diretamente do estado sólido para o estado gasoso, sem passar pelo estado líquido. A transformação inversa, isto é, aquela que leva a substância do estado gasoso ao estado sólido, recebe o nome de sublimação regressiva.

Exemplos de substâncias que sublimam:

- Iodo
- Dióxido de carbono (gelo-seco)
- Naftalina
- Cânfora

A sublimação obedece a um conjunto de leis análogas às leis da fusão, sendo, portanto, um processo que ocorre com absorção de calor. Definimos o **calor latente de sublimação**, de maneira análoga aos casos anteriores.



Fig. 16 Sublimação do dióxido de carbono (CO_2), gelo-seco.

SAIBA MAIS

O anidrido carbônico (neve carbônica), de uso muito difundido na conservação e transporte de itens congelados, também sofre sublimação sobre pressão normal, desprendendo vapores brancos, que dão a impressão de fumaça (gelo-seco).

Umidade relativa do ar

O ar seco é composto basicamente de nitrogênio e oxigênio, entretanto o ar atmosférico é uma mistura de ar seco e vapor de água.

Quando o ar atmosférico está saturado de vapor de água (equilíbrio dinâmico entre a condensação e a evaporação), o vapor exerce pressão de saturação. Por outro lado, quando o ambiente não está saturado, o vapor exerce uma pressão parcial, menor que a de saturação.

ATENÇÃO!

Umidade relativa (UR) é a relação entre a pressão parcial de vapor de água na mistura e a pressão de saturação.

$$UR = \frac{P_{\text{parcial}}}{P_{\text{saturação}}}$$

Como o ar atmosférico se encontra a uma pressão suficientemente baixa, sua umidade relativa (UR) pode ser definida pela relação entre a densidade de vapor de água na mistura e a densidade do vapor saturado:

$$UR = \frac{d_{\text{parcial}}}{d_{\text{saturação}}}$$

Diagrama de estado

Podemos reunir, em um único diagrama Pressão \times Temperatura, as curvas de fusão, vaporização e sublimação para uma mesma substância. Observe as figuras 17 e 18.

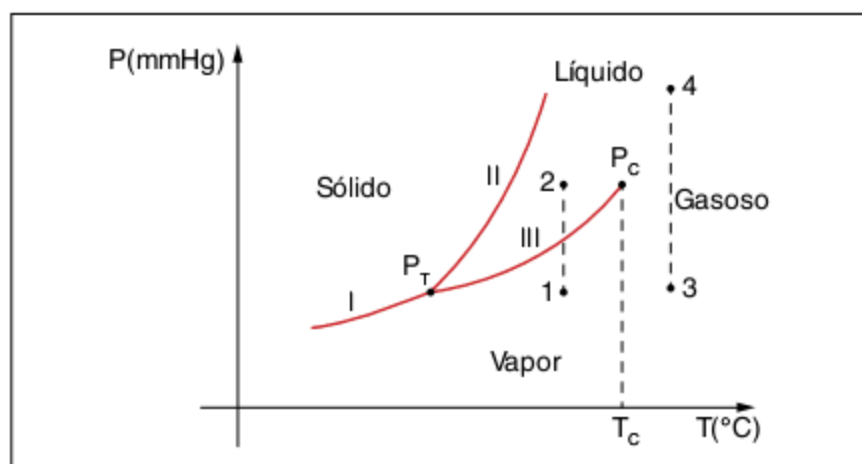


Fig. 17 Diagrama de estado para substâncias que diminuem de volume na solidificação.

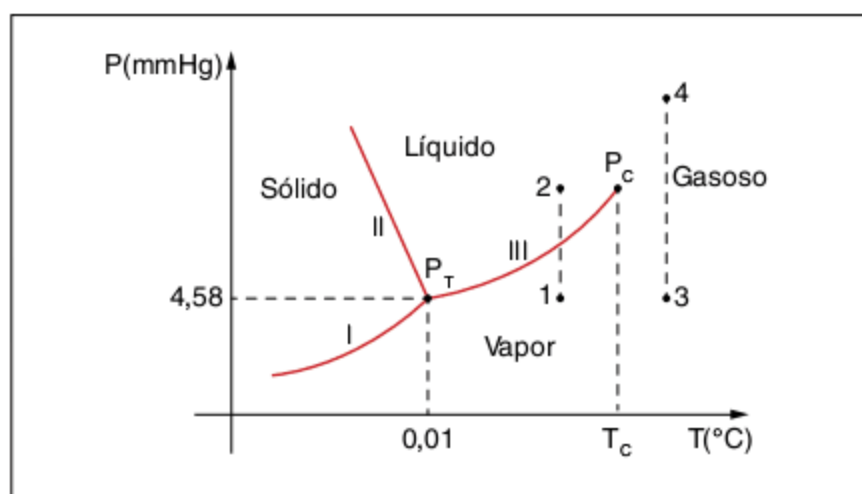


Fig. 18 Diagrama de estado para substâncias que aumentam de volume na solidificação, como, por exemplo, a água.

Observe em ambos os gráficos (figuras 17 e 18):

- I é a curva de sublimação
- II é a curva de fusão
- III é a curva de vaporização

Entre as curvas I e II estão os pontos nos quais a substância só pode existir no estado sólido; entre II e III, estão os pontos indicativos de que a substância só pode existir no estado líquido; e entre as curvas III e I estão os pontos indicativos de que a substância só pode existir como vapor.

Os pontos das curvas correspondem à possibilidade da coexistência da substância nos estados que elas delimitam. A mesma substância pode também, a uma mesma temperatura, existir em dois estados distintos, em condições de pressão diferentes.

Nos pontos 1 e 2, a uma mesma temperatura T , a substância pode existir no estado líquido ou no estado gasoso. O mesmo acontece para a substância nos pontos 3 e 4. Você nota que as curvas apresentam um ponto comum P_T . Em P_T , a substância

pode se apresentar simultaneamente nos estados sólido, líquido e de vapor.

O ponto P_T é chamado **ponto triplo** da substância.

Na extremidade direita da curva III (vaporização), temos P_C (ponto crítico), que é determinado pela temperatura crítica. A temperatura crítica é a temperatura acima da qual não se consegue liquefazer uma substância apenas por compressão isotérmica. Portanto, só é possível liquefazer uma substância por exclusivo aumento de pressão se a substância encontrar-se abaixo da temperatura crítica.

Acima de T_C , só é possível encontrarmos uma substância no estado gasoso.

Substância	Temperatura crítica (°C)	Pressão crítica (atm)
O ₂	-118	50
CO ₂	31	73
H ₂ O	374	218

Tab. 1 Temperatura e pressão críticas para diferentes substâncias.

Revisando

1 Em um esquema, cite os três estados básicos de matéria e o nome das transformações entre esses estados. Indique também quais transformações são exotérmicas e quais são endotérmicas.

2 1 Kg de gelo a uma temperatura inicial de -20 °C é aquecido até se transformar em vapor a 120 °C . Em um diagrama, $T(\text{°C}) \times Q(\text{cal})$ trace a curva deste aquecimento indicando as temperaturas e quantidades de calor envolvidas neste processo.

Dados: $c_{\text{gelo}} = 0,5\text{ cal/g °C}$; $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g °C}$; $c_{\text{água gasosa}} = 0,3\text{ cal/g °C}$; $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$; $L_{\text{vaporização}} = 540\text{ cal/g}$.

3 UFU (Adapt.) Se você deseja que a água ferva à temperatura ambiente, o que irá fazer?

4 Um quilograma de gelo a -50 °C é aquecido, transformando-se em vapor a 100 °C .

Dados: $c_{\text{gelo}} = 0,5\text{ cal/g °C}$; $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g °C}$; $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$; $L_{\text{vaporização}} = 540\text{ cal/g}$.

As diversas fases do processo estão descritas abaixo.

- I. Aquece-se o gelo. II. Derrete-se o gelo. III. Aquece-se a água. IV. Vaporiza-se a água.

Determine a quantidade de caloria necessária em cada uma das fases do processo descrito acima.

5 Osec-SP Thomas Andrews constatou que, para cada substância no estado gasoso, existe uma temperatura acima da qual é impossível a liquefação por compressão isotérmica. Que temperatura é essa?

6 Explique a influência que a pressão exerce no processo de fusão do gelo e de ebulição da água.

Exercícios propostos

Fusão

1 Uma mistura de gelo e água líquida a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ é colocada em um tubo de ensaio e nele ocupa o volume de 30 cm^3 . Ao tubo foi fornecido calor até que todo o gelo se fundiu e o volume do conteúdo ficou reduzido a 29 cm^3 a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determinar a quantidade de calor que foi absorvida pela mistura de gelo e água.

Dados: $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$; $d_{\text{gelo}} = 0,90\text{ g/cm}^3$; $d_{\text{água}} = 1,0\text{ g/cm}^3$.

2 Em um recipiente de paredes adiabáticas há 60 g de gelo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Colocando-se 100 g de água neste recipiente, metade do gelo se funde. Qual é a temperatura inicial da água, sabendo que o calor de fusão do gelo é de 80 cal/g ?

3 Em um calorímetro ideal misturam-se 200 g de gelo a $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ com 100 g de água em uma temperatura T .

Dados: $c_{\text{gelo}} = 0,50\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$; $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$; $c_{\text{água}} = 1,0\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$. Determinar:

- a temperatura T , para que no equilíbrio térmico coexistam massas iguais de gelo e de água.
- a temperatura da água, quando o gelo atinge $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, considerando as condições do item a.

4 UFRJ Misturam-se 300 g de gelo fundente e 700 g de água a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Qual será a temperatura final da mistura, sabendo-se que o calor de fusão do gelo é 80 cal/g ?

5 UEM Considere 100 gramas de gelo inicialmente a $-5\text{ }^{\circ}\text{C}$. Determine a quantidade de calor que essa massa de gelo deve receber para se transformar em 100 gramas de massa líquida a $30\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Dados: Calor específico do gelo = $0,5\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$; calor específico da água = $1,0\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$; calor latente de fusão da água = $80,0\text{ cal/g}$.

6 UFBA 2009 Para determinar o calor latente de fusão do gelo, um grupo de estudantes realiza um experimento que consiste em resfriar um volume de água usando-se cubos de gelo. Em um recipiente, colocam-se 10 litros de água, à temperatura de $60\text{ }^{\circ}\text{C}$, e, depois, adicionam-se cubos de gelo, cada um de massa igual a 100 g , à temperatura de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. Após serem colocados 40 cubos, a temperatura de equilíbrio atinge $20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Supondo que não há perdas de calor e considerando a densidade absoluta da água igual a 1 kg/litro , e o calor específico, $1\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$, escreva – identificando todos os termos – a expressão referente às trocas de calor e calcule o valor do calor latente de fusão do gelo.

Solidificação e sobrefusão

7 FEI 100 g de água encontram-se no estado de sobrefusão à temperatura de $-40\text{ }^{\circ}\text{C}$ e pressão absoluta de 1 atm . Caso o equilíbrio instável seja perturbado, com uma agitação por exemplo, qual a massa de água que irá se solidificar subitamente?

Dados: $c_{\text{água}} = 1\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$; $L_{\text{fusão}} = 80\text{ cal/g}$.

8 Mackenzie A sobre-fusão é o fenômeno onde:

- (a) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura superior à de solidificação.
- (b) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura superior à de solidificação.
- (c) o corpo se encontra no estado líquido a uma temperatura inferior à de solidificação.
- (d) o corpo se encontra no estado sólido a uma temperatura inferior à de solidificação.
- (e) o corpo se encontra no estado gasoso a uma temperatura inferior à de ebulição.

Vaporização

9 Em uma panela de pressão:

- (a) a água demora mais para ferver, mas a temperatura atingida é maior que em uma panela comum.
- (b) a água ferve rapidamente e atinge maior temperatura.
- (c) a água demora mais para ferver e atinge temperatura menor que em uma panela comum.
- (d) a água ferve rapidamente, atingindo temperatura menor que em uma panela comum.
- (e) Nenhuma das anteriores.

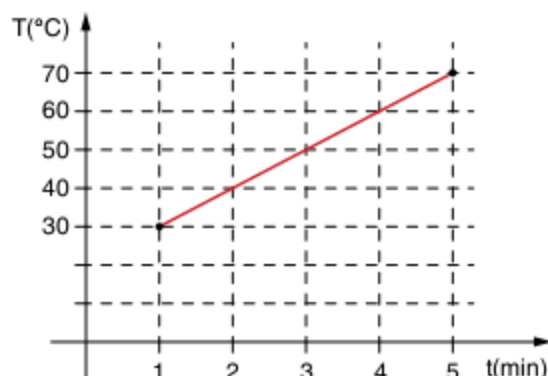
10 O fato de o éter evaporar mais rapidamente que o álcool, quando nas mesmas condições, mostra que a rapidez de evaporação depende da:

- (a) temperatura.
- (b) pressão em sua superfície livre.
- (c) natureza do líquido.
- (d) área da superfície livre.
- (e) densidade do líquido.

11 Fuvest Duas vasilhas abertas contendo água são mantidas em cidades A e B, à mesma temperatura. Sabe-se que em A a água está fervendo, mas em B a água não está fervendo. Pode-se afirmar que:

- (a) é impossível o fenômeno descrito.
- (b) a altitude de A é maior que a de B.
- (c) a altitude de B é maior que a de A.
- (d) a temperatura ambiente em A é maior que em B.

12 UFV Em uma panela aberta, aquece-se água, observando-se uma variação da temperatura da água com o tempo, como indica o gráfico.



Desprezando-se a evaporação antes da fervura, em quanto tempo, a partir do começo da ebulição, toda a água terá se esgotado? (Considere que o calor de vaporização da água é cerca de 540 cal/g).

- (a) 18 minutos.
- (b) 27 minutos.
- (c) 36 minutos.
- (d) 45 minutos.
- (e) 54 minutos.

13 Enem 2009 (Não aplicado) A constelação Vulpécula (Raposa) encontra-se a 63 anos-luz da Terra, fora do sistema solar. Ali, o planeta gigante HD 189733b, 15% maior que Júpiter, concentra vapor de água na atmosfera. A temperatura do vapor atinge 900 graus Celsius. "A água sempre está lá, de alguma forma, mas às vezes é possível que seja escondida por outros tipos de nuvens", afirmaram os astrônomos do Spitzer Science Center (SSC), com sede em Pasadena, Califórnia, responsável pela descoberta. A água foi detectada pelo espectrógrafo infravermelho, um aparelho do telescópio espacial Spitzer.

Correio Braziliense, 11 dez. 2008 (Adapt.).

De acordo com o texto, o planeta concentra vapor de água em sua atmosfera a 900 graus Celsius. Sobre a vaporização infere-se que:

- (a) se há vapor de água no planeta, é certo que existe água no estado líquido também.
- (b) a temperatura de ebulição da água independe da pressão, em um local elevado ou ao nível do mar, ela ferve sempre a 100 graus Celsius.
- (c) o calor de vaporização da água é o calor necessário para fazer 1 kg de água líquida se transformar em 1 kg de vapor de água a 100 graus Celsius.
- (d) um líquido pode ser superaquecido acima de sua temperatura de ebulição normal, mas de forma nenhuma nesse líquido haverá formação de bolhas.
- (e) a água em uma panela pode atingir a temperatura de ebulição em alguns minutos, e é necessário muito menos tempo para fazer a água vaporizar completamente.

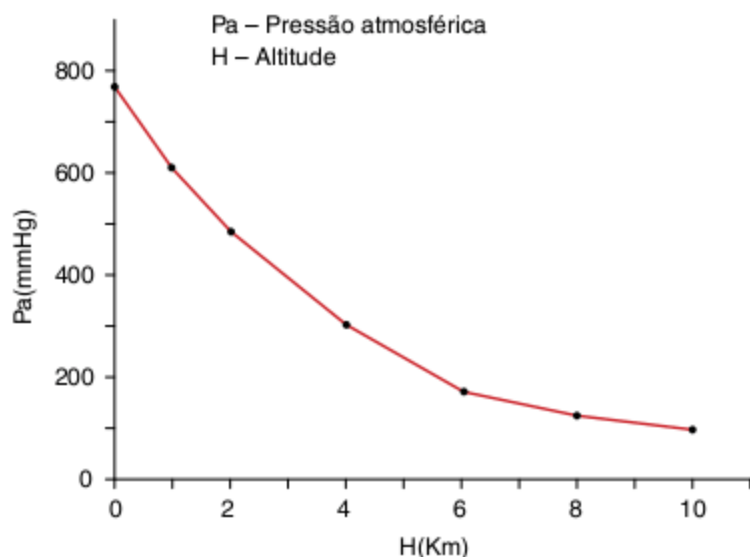
14 Fuvest 2008 Um aquecedor elétrico é mergulhado em um recipiente com água a 10 °C e, cinco minutos depois, a água começa a ferver a 100 °C. Se o aquecedor não for desligado, toda a água irá evaporar e o aquecedor será danificado. Considerando o momento em que a água começa a ferver, a evaporação de toda a água ocorrerá em um intervalo de aproximadamente:

Dados: Calor específico da água = 1,0 cal/(g °C); calor de vaporização da água = 540 cal/g.

Desconsidere perdas de calor para o recipiente, para o ambiente e para o próprio aquecedor.

- (a) 5 minutos.
- (b) 10 minutos.
- (c) 12 minutos.
- (d) 15 minutos.
- (e) 30 minutos.

15 PUC-MG 2008 Ao prepararmos os alimentos, é comum aquecermos a água em recipientes abertos. Nesses recipientes, a água entra em ebulição quando sua pressão de vapor se iguala à pressão atmosférica. Considerando-se as informações dadas, pode-se afirmar que a temperatura de ebulição da água será:



Localidade	Altitudes (em relação ao nível do mar)
Guarapari	0
Belo Horizonte	850 metros
Pico da Bandeira	2.892 metros

- (a) maior em Belo Horizonte.
- (b) menor em Guarapari.
- (c) a mesma nas três localidades, desde que consideremos H_2O puro.
- (d) menor no Pico da Bandeira.

Liquefação e condensação

- 16** Para liquefazer um gás, deve-se:
- (a) comprimi-lo isotermicamente a uma temperatura acima da crítica.
 - (b) apenas levá-lo a uma temperatura abaixo da crítica.
 - (c) simplesmente comprimi-lo, qualquer que seja sua temperatura.
 - (d) diminuir sua temperatura abaixo da crítica e, dependendo da pressão, comprimi-lo.
 - (e) é impossível liquefazer um gás.

- 17 FCMSC-SP** Temperatura crítica de uma substância é a:
- (a) única temperatura em que a substância pode sofrer condensação, qualquer que seja a pressão.
 - (b) única temperatura na qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
 - (c) única temperatura na qual a substância pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
 - (d) maior temperatura na qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.
 - (e) temperatura acima da qual a substância não pode sofrer condensação mediante simples aumento de pressão.

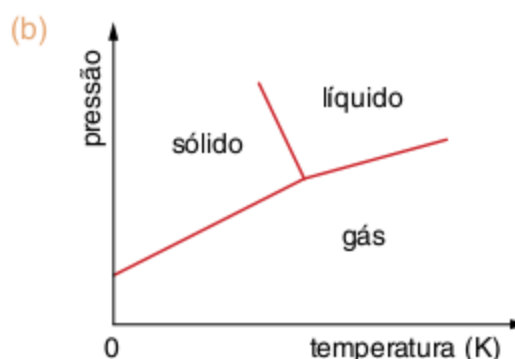
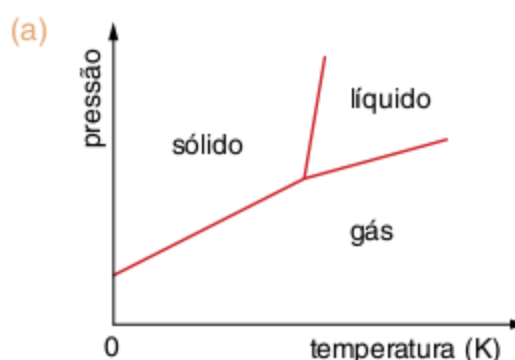
Sublimação

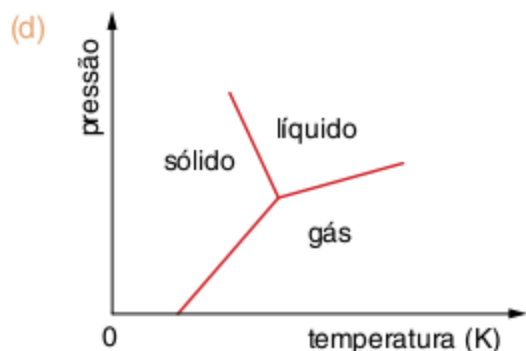
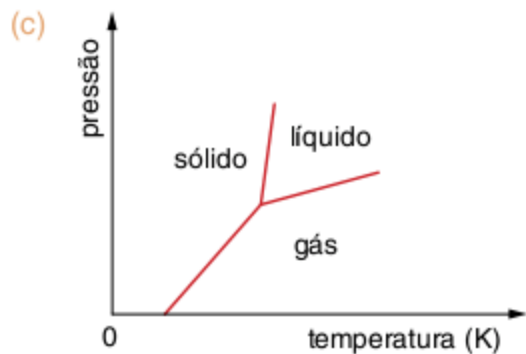
- 18 Cesgranrio** Julgue as afirmações a seguir.
- I. A sublimação de uma substância corresponde à sua passagem do estado sólido para o estado líquido ou vice-versa.
 - II. A temperatura de sublimação de uma substância cresce com o aumento de pressão.
 - III. “Gelo-seco” é a denominação comercial do dióxido de carbono (CO_2). Quando o mesmo é deixado sobre uma mesa, vai “desaparecendo”. A explicação é que ele está sublimando.
 - IV. A passagem de uma substância do estado físico sólido para o gasoso ou vice-versa, sem que se transforme em líquido, é denominada sublimação.
- Quais são as afirmações verdadeiras (V) e quais as falsas (F)?

Diagramas de estado

- 19 UFRGS** Se uma substância se encontra numa pressão inferior à do seu ponto tríplice, pode-se garantir que:
- (a) a substância não se encontra no estado líquido.
 - (b) a substância não se encontra no estado sólido.
 - (c) a substância não se encontra no estado gasoso.
 - (d) a substância está no estado sólido.
 - (e) nenhuma das respostas acima está correta.

- 20 UFMG 2010** Considere estas informações:
- a temperaturas muito baixas, a água está sempre na fase sólida.
 - aumentando-se a pressão, a temperatura de fusão da água diminui.
- Assinale a alternativa em que o diagrama de fases pressão *versus* temperatura para a água está de acordo com essas informações.





Questões gerais

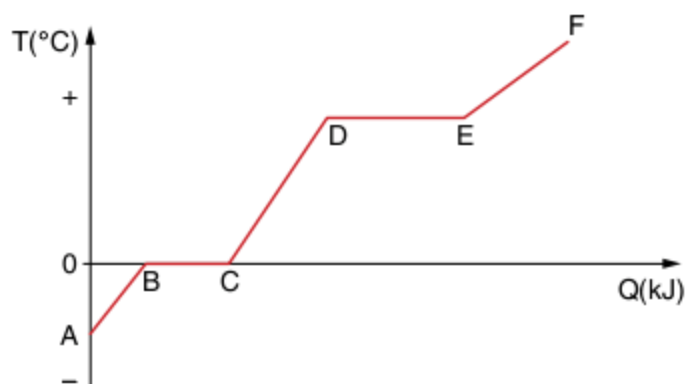
21 Unesp 2007 Considere seus conhecimentos sobre mudanças de fase e analise as afirmações I, II e III, referentes à substância água, um recurso natural de alto valor.

- I. Durante a transição de sólido para líquido, a temperatura não muda, embora uma quantidade de calor tenha sido fornecida à água.
- II. O calor latente de condensação da água tem um valor diferente do calor latente de vaporização.
- III. Em determinadas condições, a água pode coexistir na fase sólida, líquida e gasosa.

Pode-se afirmar que:

- (a) apenas a afirmação I é correta.
- (b) apenas as afirmações I e II são corretas.
- (c) apenas as afirmações I e III são corretas.
- (d) apenas as afirmações II e III são corretas.
- (e) as afirmações I, II e III são corretas.

22 UEM 2007 O gráfico abaixo ilustra o comportamento dos dados obtidos no aquecimento de uma certa quantidade de gelo.



Analisando a variação da temperatura em relação à variação na quantidade de calor, assinale a alternativa correta.

- (a) No trecho AB, o gelo está mudando de fase.
- (b) No trecho BC, o gelo está em repouso.

- (c) No trecho CD, ocorre uma liberação de calor latente.
- (d) No trecho DE, há uma mudança de fase.
- (e) No trecho EF, o gelo está derretendo.

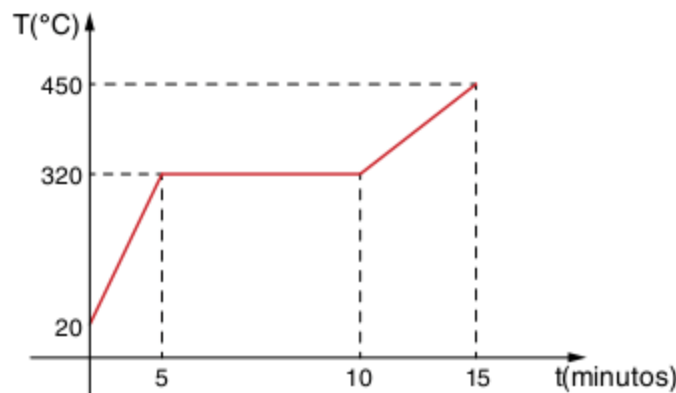
23 UEM 2007 Sabe-se que T_A, T_B, T_C, T_D, T_E representam as temperaturas descritas a seguir.

- T_A = congelamento da água ao nível do mar;
- T_B = zero absoluto;
- T_C = chama de fogão doméstico;
- T_D = fusão do ferro;
- T_E = comportamento anômalo da água.

A sequência que representa as temperaturas em ordem crescente é:

- (a) T_B, T_A, T_E, T_D, T_C
- (b) T_A, T_B, T_C, T_D, T_E
- (c) T_D, T_C, T_E, T_A, T_B
- (d) T_A, T_B, T_E, T_C, T_D
- (e) T_B, T_A, T_E, T_C, T_D

24 PUC-MG Numa experiência de laboratório, aqueceu-se uma amostra de um material puro e inicialmente sólido a uma temperatura inicial de 20 °C. Durante toda a experiência, o material recebeu 200 calorias a cada minuto. O gráfico mostra a temperatura (T) em função do tempo (t) durante o processo de aquecimento.



Assinale a afirmativa correta.

- (a) O calor específico do material na fase líquida é maior que na fase sólida.
- (b) A capacidade térmica do corpo enquanto sólido é maior que na fase líquida.
- (c) A temperatura de fusão do material é superior a 320 °C.
- (d) No intervalo de tempo entre 5 e 10 minutos, o corpo perdeu todo o calor recebido, e sua temperatura permaneceu constante.

25 Enem 2009 (Não aplicado) O ciclo da água é fundamental para a preservação da vida no planeta. As condições climáticas da Terra permitem que a água sofra mudanças de fase e a compreensão dessas transformações é fundamental para se entender o ciclo hidrológico. Numa dessas mudanças, a água ou a umidade da terra absorve o calor do sol e dos arredores. Quando já foi absorvido calor suficiente, algumas das moléculas do líquido podem ter energia necessária para começar a subir para a atmosfera.

Disponível em: <www.keroagua.blogspot.com>.

A transformação mencionada no texto é a:

- fusão.
- liquefação.
- evaporação.
- solidificação.
- condensação.

26 Fuvest Uma piscina com 40 m^2 de área contém água com uma profundidade de $1,0 \text{ m}$. Se a potência absorvida da radiação solar, por unidade de área, for igual a 836 W/m^2 , qual será o tempo de exposição necessário para aumentar a temperatura da água de $17 \text{ }^\circ\text{C}$ a $19 \text{ }^\circ\text{C}$?

Dados: $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$; $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$; $d_{\text{água}} = 1 \text{ kg/L}$.

27 Vunesp O calor específico de uma certa liga metálica foi determinado da seguinte forma:

- Aqueceu-se um bloco de 200 g do material até $400 \text{ }^\circ\text{C}$;

- O bloco foi mergulhado num calorímetro contendo água a $25 \text{ }^\circ\text{C}$. A água no calorímetro, mais o equivalente em água do mesmo, perfaziam um total de $1,00 \cdot 10^3 \text{ g}$ de água. Considere o calor específico da água como $1,0 \text{ cal/g }^\circ\text{C}$;
- Durante a imersão do corpo, $5,0 \text{ g}$ de água foram vaporizados. O calor latente de vaporização da água é de $5,4 \cdot 10^2 \text{ cal/g}$. Os vapores saíram do calorímetro;
- A temperatura final do calorímetro com o corpo foi de $40 \text{ }^\circ\text{C}$;
- Toda a experiência foi executada à pressão normal do nível do mar.

Desprezada qualquer perda de calor, exceto o transportado pelos vapores que saíram do calorímetro, calcule o calor específico do material.

28 UFMG Misturam-se 1 kg de gelo a $0 \text{ }^\circ\text{C}$ com 1 kg de vapor de água a $100 \text{ }^\circ\text{C}$, qual será a temperatura de equilíbrio?

Dados: $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g}$; $L_{\text{vapor}} = 540 \text{ cal/g}$.

TEXTOS COMPLEMENTARES

Formação de neve

O comportamento das moléculas dentro da matéria determina se a substância assume o estado sólido, líquido ou gasoso e quando ela muda de um estado para outro. A formação de neve, entre outros fenômenos atmosféricos, é resultado da mudança de estado de uma substância, a água.

A neve é uma forma de precipitação sólida que se forma em nuvens com temperatura do ar abaixo do ponto de congelamento. O vapor-d'água nas nuvens, em determinadas condições de temperatura e pressão, sofre condensação, ou seja, passa do estado gasoso para o líquido, dando origem a gotas de água. Quando a temperatura do ar na nuvem diminui, ocorre o processo da solidificação, algumas gotas começam a congelar e transformam-se em cristais de gelo.

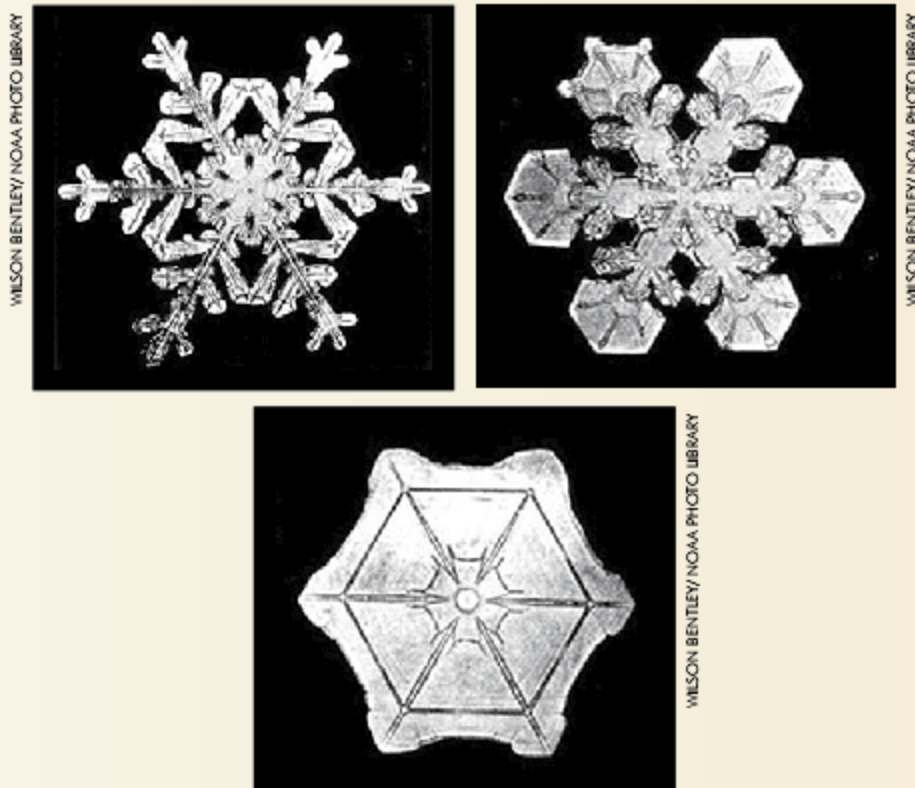
Conforme os cristais de gelo "crescem", por agregação, eles retiram vapor do ar, fazendo com que ocorra a sublimação, o vapor-d'água muda diretamente do estado gasoso para o estado sólido. Por meio desse processo, também conhecido como deposição, os pequenos cristais de gelo eventualmente transformam-se nos chamados flocos de neve, que, quando suficientemente pesados, caem das nuvens.

Em regiões de altitudes elevadas, como os picos de montanhas, a maior parte da neve forma-se diretamente por deposição, sem que o vapor passe pela fase líquida, na forma de gotas.

Devido à estrutura molecular da água, os flocos de neve apresentam estrutura hexagonal. A água sólida se forma quando as moléculas se arranjam em uma rede cristalina hexagonal; durante a cristalização, as moléculas se alinham para maximizar as forças atrativas e minimizar as forças repulsivas, e distribuem-se em um arranjo específico, para que a simetria seja mantida.

Fatores como temperatura e umidade do ar, relacionada com a quantidade de vapor-d'água, são responsáveis pela forma e tamanho dos flocos de neve. Para a formação de um floco de neve, por exemplo, são necessárias, em média, cerca de 1 milhão de pequenas gotas de água.

Durante a trajetória dos flocos de neve até a superfície da Terra, dependendo da temperatura do ar, eles podem passar para o estado líquido e transformar-se em chuva.



Conforto térmico

Qual é a temperatura ambiente ideal para você se sentir confortável?

A resposta a essa pergunta não é tão simples quanto possa parecer à primeira vista.

A sensação de conforto térmico não depende apenas da temperatura ambiente, mas está relacionada também com a umidade existente no ar. A umidade, ou quantidade de vapor de água existente no ar, é uma das características mais importantes da atmosfera para a vida na Terra.

Conceito de umidade absoluta e relativa

Higrometria

A umidade do ar é, por definição, a quantidade de vapor-d'água existente em determinado volume de ar, sob condições bem-fixadas. Ar seco é aquele que não contém vapor-d'água; quando o ar contém vapor-d'água, dizemos que está úmido.

A seguir, analisaremos quantitativamente a umidade atmosférica, apresentando os conceitos de umidade absoluta, relativa ou estado higrométrico do ar.

Umidade absoluta

Suponha que um volume de ar V contenha a massa m de vapor-d'água. Por definição, a umidade absoluta é a relação entre a massa de vapor-d'água e o volume de ar que a contém.

$$\text{Simbolicamente: } u_a = \frac{m}{V}$$

Se a massa m for dada em gramas, e o volume V em centímetros cúbicos, então a umidade absoluta será expressa em g/cm^3 . Observe bem o significado físico da umidade absoluta. Se V for igual a 1 unidade de volume teremos: $u_a \equiv m$.

A regulação térmica de nosso organismo é feita através da transpiração, um processo de evaporação do suor, que retira calor do corpo. Por esse motivo, em ambientes úmidos sentimos "calor", pois a velocidade de evaporação do suor é baixa. O uso de abanos e ventiladores afasta o vapor de água presente no ar e aumenta a velocidade de evaporação do suor, diminuindo assim o desconforto.

Portanto, a umidade absoluta é numericamente igual à massa de vapor-d'água contida na unidade de volume de ar.

Umidade relativa

Por definição, chama-se estado higrométrico ou umidade relativa a razão entre a massa de vapor-d'água contida em um determinado volume de ar e a massa de vapor-d'água que o mesmo volume poderia conter, à mesma temperatura, se estivesse saturada de vapor.

$$\text{Simbolicamente: } e = \frac{m}{m'}, \text{ sendo:}$$

m = massa de vapor de água contida no volume V ;

m' = massa de vapor de água que existiria em V se este volume estivesse saturado de vapor de água, na mesma temperatura.

Observe que o estado higrométrico é desprovido de unidades, por ser a razão de duas grandezas da mesma espécie. Geralmente, o estado higrométrico é expresso em porcentagem.

Por que o leite ferve e derrama e água ferve e não derrama?

O leite é constituído de muitas substâncias, como lactose, sais, gorduras e, principalmente, água. A água, mesmo no mais puro dos leites, é a substância mais abundante. Além disso, seu ponto de ebulição é mais baixo que os demais componentes do leite.

Quando a temperatura do leite se aproxima de 100°C , a água se transforma em vapor. Isso ocorre principalmente no fundo da panela, pois é aí que o calor chega primeiro. O vapor forma bolhas que sobem até a superfície devido à diferença de densidade entre ele e o líquido. Quando as bolhas chegam a superfície do leite, não conseguem romper a camada superficial do líquido, pois

aí se acumulam gorduras e proteínas que dão muita resistência à película superficial do leite. Conseqüentemente, as bolhas inteiras, sem arrebentar, empurram para cima a camada superficial do líquido, formando espuma, que derrama.

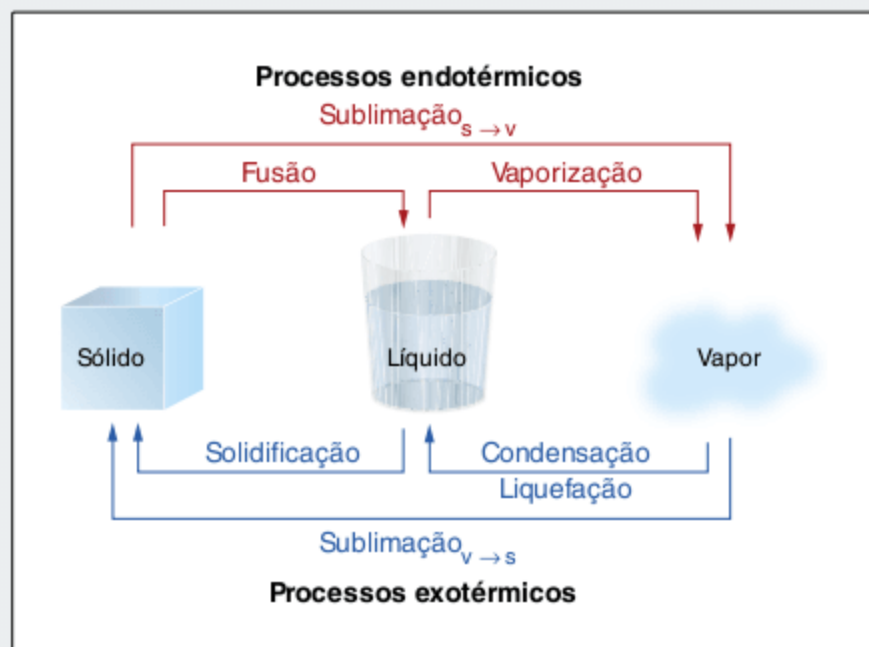
Na fervura da água isso não acontece, porque as bolhas de vapor rompem facilmente a superfície do líquido e o vapor escapa para o ar, isto é, as bolhas arrebentam.

Nelson Orlando Beltran. *Revista de Ensino de Ciências*. São Paulo: Funbec, nº 20, jul. 1988, p. 48.

RESUMINDO

A **mudança de estado físico** de um corpo está relacionada com a alteração de sua energia potencial de agregação. No **estado sólido**, as moléculas estão rigidamente unidas, o corpo tem forma e volume definidos. No **estado líquido**, existe maior liberdade de movimento molecular, o corpo tem volume definido. Substâncias no **estado gasoso** apresentam forma e volume indefinidos, a atração molecular é pequena.

Os processos pelos quais as substâncias sofrem mudança de estado podem ser representados esquematicamente como:



Fusão

É a passagem de uma substância do estado sólido para o estado líquido através da absorção de calor.

Solidificação

É a passagem do estado líquido para o estado sólido. Ela é a transformação inversa da fusão, e ocorre com liberação de calor por parte de substância que se solidifica.

Vaporização

Passagem do estado líquido para o estado gasoso. Pode ocorrer de três formas, a saber:

- **Evaporação**
É o processo de vaporização que ocorre na superfície exposta do líquido ao ambiente de forma espontânea e contínua.
- **Ebulição**
É o processo de vaporização que envolve toda a massa líquida e que ocorre em regime turbulento, devido à formação de bolhas, compostas de vapor, que vêm estourar na superfície do líquido.
- **Calefação**
É o processo de vaporização que envolve grande quantidade de energia.

Liquefação e condensação

A passagem do estado de vapor para o estado líquido.

Sublimação

É a transformação que leva a substância diretamente do estado sólido para o estado gasoso, sem passar pelo estado líquido. A transformação inversa, isto é, aquela que leva a substância do estado gasoso ao estado sólido, recebe o nome de sublimação regressiva.

Sobrefusão

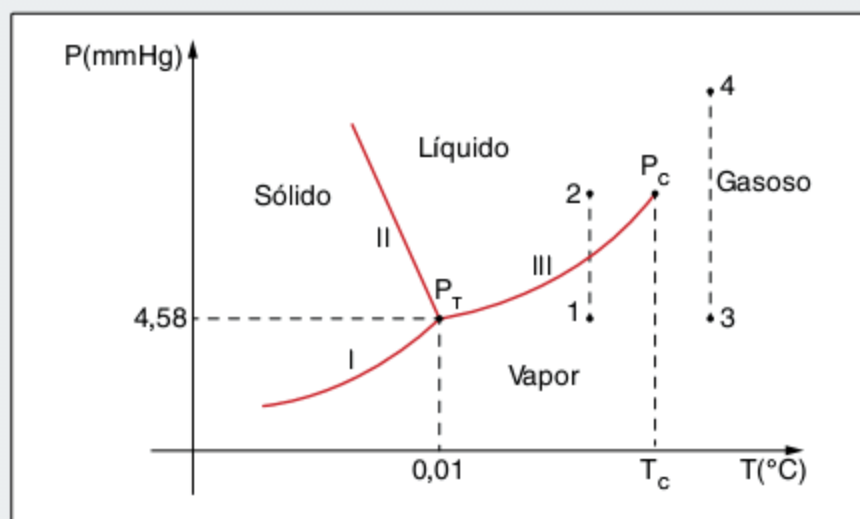
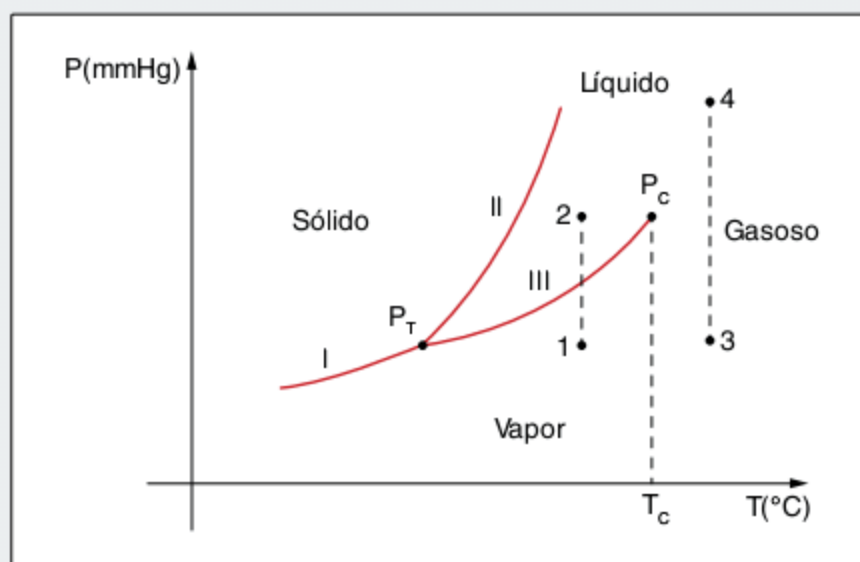
É quando uma substância permanece no estado líquido em temperaturas inferiores à sua temperatura de solidificação.

As mudanças de estado ocorrem por meio da absorção ou liberação de calor, em processos endotérmicos e exotérmicos.

O calor latente de transformação (L) é a energia necessária para mudar uma unidade de massa de uma determinada substância a uma dada pressão.

$$L = \frac{Q}{m} \Rightarrow Q = m \cdot L$$

As curvas de fusão, vaporização e sublimação podem ser reunidas em um único diagrama ($P \times T$), o **diagrama de estado**.



Curvas: I – sublimação, II – fusão, III – vaporização.

Uma substância pode apresentar-se simultaneamente nos estados sólido, líquido e de vapor, quando no chamado **ponto triplo, P_T** .

■ QUER SABER MAIS?



SITES

- Mudança de estado
<www2.fc.unesp.br/experimentosdefisica/fte08.htm>.
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/thermo/phase.html>>.
- Plasma (em inglês)
<www.spaceweathercenter.org/amazing_plasmas/02/02.html>.
<www.ornl.gov/sci/fed/Theory/tt/tmcp/plasma.htm>.
- Conforto térmico
<<http://fisica.ufpr.br/grimm/aposmeteo/cap3/cap3-4.html>>.



ARTIGO

- Conforto térmico
Willy Roger T. Santos et al. "Índices de conforto e desconforto térmico humano segundo os cenários climáticos do IPCC". XVI Congresso brasileiro de meteorologia, 2010.
Disponível em: <www.cbmet2010.com/anais/artigos/446_95127.pdf>.

Exercícios complementares

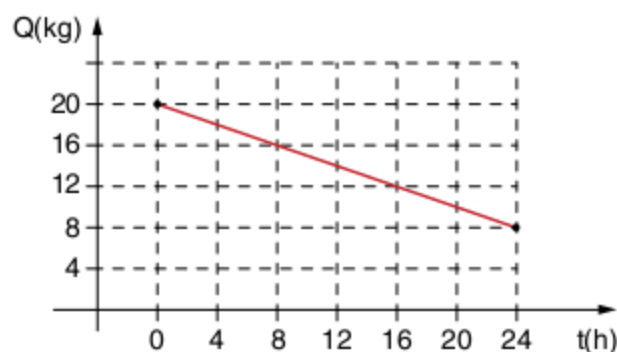
Fusão

1 Em um calorímetro ideal misturam-se 200 g de gelo a 0 °C com 200 g de água a 40 °C. O calor de fusão do gelo é de 80 cal/g. Qual a temperatura de equilíbrio térmico e qual a massa de gelo que se funde?

2 ITA Um calorímetro, cujo equivalente em água é 50 g, contém 250 g de água e 60 g de gelo em equilíbrio térmico a 0 °C. São introduzidos no calorímetro 40 g de água a 90 °C e aguarda-se o novo equilíbrio térmico. Sendo 1,0 cal/g °C o calor específico da água e 80 cal/g o calor latente do gelo, então:

- (a) o equilíbrio térmico final ocorre a -3,0 °C.
- (b) o sistema não entra em equilíbrio térmico.
- (c) no equilíbrio térmico final sobram 15 g de gelo a 0 °C.
- (d) no equilíbrio térmico final a 0 °C sobram 45 g de gelo.
- (e) no equilíbrio térmico final a -3,0 °C todo o gelo é derretido.

3 Fuvest Um recipiente de isopor, que é um bom isolante térmico, tem em seu interior água e gelo em equilíbrio térmico. Em um dia quente, a passagem de calor por suas paredes pode ser estimada, medindo-se a massa de gelo Q presente no interior do isopor, ao longo de algumas horas, como representado no gráfico.



Calor latente de fusão do gelo ≈ 320 kJ/kg.

Esses dados permitem estimar a transferência de calor pelo isopor, como sendo, aproximadamente, de:

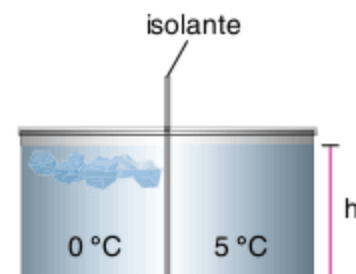
- (a) 0,5 kJ/h
- (b) 5 kJ/h
- (c) 120 kJ/h
- (d) 160 kJ/h
- (e) 320 kJ/h

4 FEI Em um calorímetro são colocados 10 g de gelo fundente à pressão normal e 10 g de água à temperatura T . Sabendo-se que todo o gelo se funde, e que o calor latente de fusão do mesmo à pressão normal é 80 cal/g e que o calor específico da água é 1,0 kcal/kg °C, certamente:

- (a) $T \geq 100$ °C
- (b) $T < 100$ °C
- (c) $T \geq 80$ °C
- (d) $T < 80$ °C
- (e) não há informação suficiente para uma conclusão.

5 Fuvest A figura mostra dois recipientes idênticos, um deles contendo 100 gramas de água a 5 °C e outro água em equilíbrio térmico com gelo, separados por um isolante térmico. Retirando-se o isolante, o gelo funde-se totalmente e o sistema entra em equilíbrio térmico a 0 °C. Não há trocas de calor com o meio exterior.

O calor latente do gelo é 80 cal/g, a densidade da água 1 g/cm³ e a densidade do gelo 0,90 g/cm³.



Pede-se:

- a) a massa total do sistema.
- b) a quantidade de gelo inicial.

Vaporização

6 O funcionamento de uma panela de pressão está baseado no fato:

- (a) de a temperatura de ebulição da água independe da pressão.
- (b) de a temperatura de ebulição da água aumentar quando a pressão aumenta.

- (c) de a temperatura de ebulição da água diminuir quando a pressão aumenta.
 (d) de a temperatura de ebulição da água independe da pressão atmosférica.

7 Fatec O calor específico da água é de $1,0 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ e o seu calor latente de vaporização é de 540 cal/g . Sob pressão normal, uma chama constante gasta 1 minuto para elevar a temperatura de certa massa de água de $40 \text{ }^\circ\text{C}$ a $100 \text{ }^\circ\text{C}$. Qual o intervalo de tempo decorrido desde o início da vaporização até o seu final?

8 ITA Numa aula prática sobre ebulição, faz-se a seguinte experiência: leva-se até à fervura a água de um balão (não completamente cheio). Em seguida, fecha-se o frasco e retira-se do fogo. Efetuando-se um resfriamento brusco do balão, a água volta a ferver. Isto se dá porque:

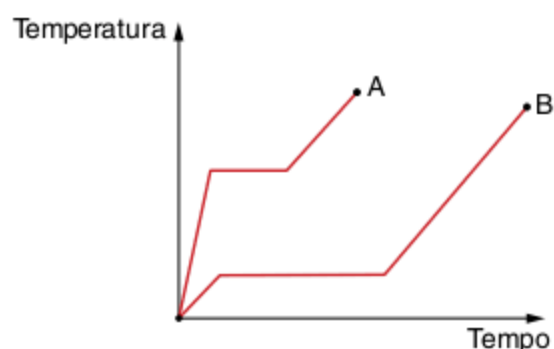
- (a) na ausência do ar, a água ferve com maior facilidade.
 (b) a redução da pressão do vapor no frasco é mais rápida que a queda de temperatura do líquido.
 (c) com o resfriamento, a água se contrai expulsando bolhas de ar que estavam no seio do líquido.
 (d) com o resfriamento brusco, a água evapora violentamente.
 (e) com o resfriamento brusco, o caminho livre médio das moléculas no líquido aumenta.

Liquefação e condensação

9 UFJF Um copo de vidro, inicialmente seco, é enchido com cerveja bem gelada. Depois de algum tempo, nota-se que o lado de fora do copo fica molhado. A afirmação abaixo que melhor explica o fenômeno é:

- (a) gotículas de cerveja passaram através de parede do copo, molhando-o por fora.
 (b) apenas gotículas de água provenientes da composição da cerveja passaram através da parede do copo.
 (c) dependendo da natureza do vidro de que é feito o copo, passam, através das paredes deste, gotículas de água ou gotículas de cerveja.
 (d) do lado de fora do copo existe apenas água proveniente do ar próximo ao copo.
 (e) do lado de fora do copo existe uma mistura de cerveja que passa pelas paredes do copo e de água proveniente do ar em torno do copo.

10 Vunesp A figura mostra os gráficos das temperaturas em função do tempo de aquecimento, em dois experimentos separados, de dois sólidos, A e B, de massas iguais, que se liquefazem durante o processo. A taxa com que o calor é transferido no aquecimento é constante e igual nos dois casos.



Se T_A e T_B forem as temperaturas de fusão e L_A e L_B os calores latentes de fusão de A e B, respectivamente, então:

- (a) $T_A > T_B$ e $L_A > L_B$ (d) $T_A < T_B$ e $L_A > L_B$
 (b) $T_A > T_B$ e $L_A = L_B$ (e) $T_A < T_B$ e $L_A = L_B$
 (c) $T_A > T_B$ e $L_A < L_B$

Sublimação

11 UFPR Pode-se conseguir sublimação do gelo quando ele é submetido a:

- (a) pressão e temperatura inferiores às do ponto tríplice.
 (b) pressão e temperatura inferiores às do ponto crítico.
 (c) pressão e temperatura superiores às do ponto crítico.
 (d) pressão e temperatura superiores às do ponto tríplice.
 (e) não se consegue a sublimação do gelo; ele sempre transforma-se em água, para depois produzir a vaporização.

12 Fuvest Um roqueiro iniciante improvisa efeitos especiais, utilizando gelo-seco (CO_2 sólido) adquirido em uma fábrica de sorvetes. Embora o início do *show* seja à meia-noite (24 h), ele o compra às 18 h, mantendo-o em uma “geladeira” de isopor, que absorve calor a uma taxa de aproximadamente 60 W , provocando a sublimação de parte do gelo-seco. Para produzir os efeitos desejados, 2 kg de gelo-seco devem ser jogados em um tonel com água, à temperatura ambiente, provocando a sublimação do CO_2 e a produção de uma “névoa”. A parte visível da “névoa”, na verdade, é constituída por gotículas de água, em suspensão, que são carregadas pelo CO_2 gasoso para a atmosfera, à medida que ele passa pela água do tonel.

Estime:

- a) A massa de gelo-seco, M_{gelo} , em kg, que o roqueiro tem de comprar, para que, no início do *show*, ainda restem os 2 kg necessários em sua “geladeira”.
 b) A massa de água, $M_{\text{água}}$, em kg, que se transforma em “névoa” com a sublimação de todo o CO_2 , supondo que o gás, ao deixar a água, esteja em CNTP, incorporando $0,01 \text{ g}$ de água por cm^3 de gás formado.

Note e Adote:

Sublimação: passagem do estado sólido para o gasoso.

Temperatura de sublimação do gelo-seco = $-80 \text{ }^\circ\text{C}$.

Calor latente de sublimação do gelo-seco = 648 J/g .

Para um gás ideal, $PV = nRT$.

Volume de 1 mol de um gás em CNTP = $22,4 \text{ litros}$.

Massa de 1 mol de $\text{CO}_2 = 44 \text{ g}$.

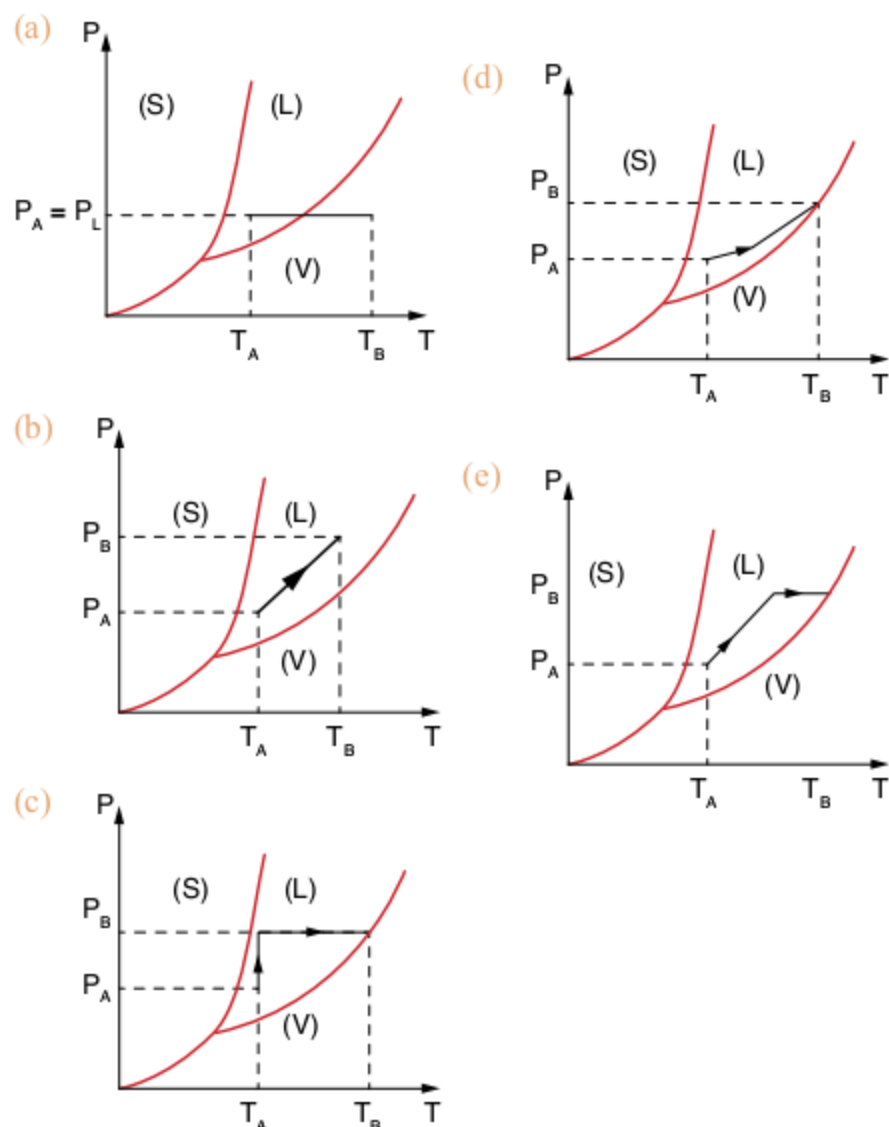
Suponha que o gelo-seco seja adquirido a $-80 \text{ }^\circ\text{C}$.

Diagramas de estado

13 UFMS 2007 Uma cozinheira resolve ferver água em uma panela de pressão, para atingir maior temperatura que em panelas abertas. Para isso, coloca água no seu interior, onde todo o sistema, panela e água, está em equilíbrio térmico com o ambiente na temperatura T_A e pressão atmosférica P_A . Em seguida, fecha a panela e coloca-a sobre a chama de um fogão. A água, no interior da panela, vai aumentando a pressão e a temperatura e, após um certo tempo entra em ebulição liberando vapor para o ambiente pela válvula.

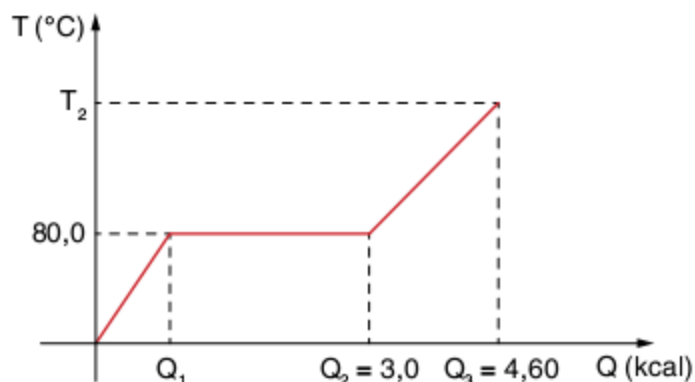
As figuras abaixo representam diagramas da pressão $P \times$ temperatura T da água, onde as linhas mais finas definem as regiões, de temperatura e pressão em que a água pode se apresentar em cada um dos possíveis estados, sólido (S), líquido (L) e vapor (V). Já as linhas mais grossas (negrito) representam processos termodinâmicos.

Assinale qual dos diagramas representa corretamente o processo termodinâmico que a água, no interior da panela, sofreu desde o instante em que começou a ser aquecida, quando estava à temperatura T_A e Pressão P_A , até o momento em que entra em ebulição à temperatura T_B e Pressão P_B .



Questões gerais

14 Unioeste 2006 A figura abaixo mostra o gráfico da temperatura T de uma substância como função da quantidade de calor Q recebida, mantendo-se a pressão constante. A massa desta substância, inicialmente líquida, é de 100 g e sua temperatura inicial é 0°C . Sabendo-se que o calor específico da fase líquida é $0,20 \text{ cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$ e da fase gasosa é $0,040 \text{ cal}/(\text{g } ^\circ\text{C})$, é correto afirmar que:



- (a) quando a substância na fase líquida atingir a temperatura de $80,0^\circ\text{C}$, terá recebido uma quantidade de calor igual a 1600 joules.
- (b) mantendo-se a pressão constante, a temperatura de fusão desta substância é de $80,0^\circ\text{C}$.
- (c) a temperatura aumenta linearmente enquanto a substância passa da fase líquida para a fase gasosa.
- (d) Quando a quantidade de calor fornecida totalizar $Q = 4600 \text{ cal}$, a temperatura da substância será de 320°C .
- (e) O calor latente de vaporização é de 14 cal/g .

15 Unicamp Misturam-se 200 g de água a 20°C com 800 g de gelo a 0°C . Admita que há troca de calor apenas entre a água e o gelo.

- a) Qual será a temperatura final da mistura?
- b) Qual será a massa final de líquido?

Dados: $c_{\text{água}} = 1 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$; $L_{\text{fusão}} = 80 \text{ cal/g}$.

16 Puccamp Quando você passa álcool na pele, sente que ela esfria naquele local. Isso se deve ao fato de que:

- (a) o álcool é normalmente mais frio que a pele.
- (b) o álcool é normalmente mais frio que o ar.
- (c) o álcool absorve calor da pele para evaporar-se.
- (d) o ar na pele é que dá a sensação de frio.
- (e) o álcool tem propriedades químicas que são as responsáveis.

17 UFBA A temperatura crítica da água é 647 K . Com base nessa informação, podemos afirmar que a água está sob forma de:

- (a) vapor, acima de 400°C .
- (b) gás, a 300°C .
- (c) vapor, a 600°C .
- (d) gás, a 400°C .
- (e) vapor, abaixo de 647°C .

18 Vunesp Um recipiente de capacidade térmica desprezível e isolado termicamente contém 25 kg de água à temperatura de 30°C .

- a) Determine a massa de água a 65°C que se deve despejar no recipiente para se obter uma mistura em equilíbrio térmico à temperatura de 40°C .
- b) Se, em vez de 40°C , quiséssemos uma temperatura final de 20°C , qual seria a massa de gelo a 0°C que deveríamos juntar aos 25 kg de água a 30°C ?

Considere o calor específico da água igual a $4,0 \text{ J/g } ^\circ\text{C}$ e o calor latente de fusão do gelo igual a 320 J/g .

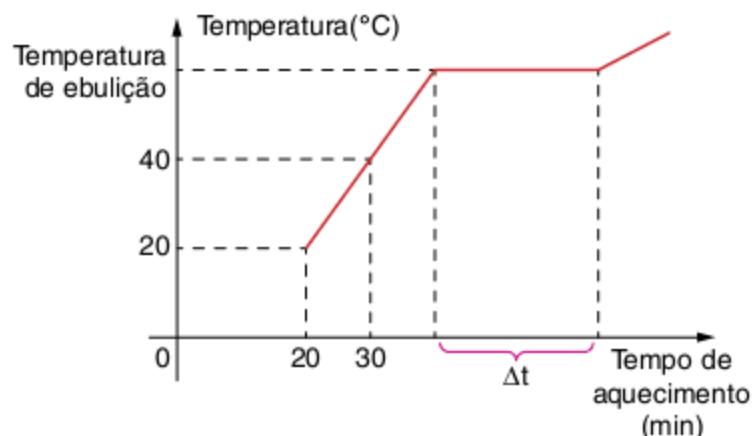
19 A influência da pressão nas mudanças de estado da matéria acarreta que:

- I. no Rio de Janeiro, a água ferve a uma temperatura mais elevada que em Belo Horizonte.
- II. no Rio de Janeiro, o gelo funde-se a uma temperatura maior do que a sua temperatura de fusão em Belo Horizonte.
- III. aumentando-se a pressão sobre as substâncias sólidas cristalinas em geral, aumentamos o valor de sua temperatura de fusão.

Quais são as alternativas verdadeiras (V) e quais são as falsas (F)?

20 AFA Uma barra de gelo de 100 g de massa a $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$ é colocada num recipiente com 15 g de água líquida a $10\text{ }^{\circ}\text{C}$. Sabe-se que o calor específico do gelo vale $0,55\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$ e o calor específico da água, $1,0\text{ cal/g }^{\circ}\text{C}$. Qual a temperatura final de equilíbrio?

21 PUC-SP 2007 O gráfico seguinte representa um trecho, fora de escala, da curva de aquecimento de 200 g de uma substância, aquecida por uma fonte de fluxo constante e igual a 232 cal/min .



Sabendo que a substância em questão é uma das apresentadas na tabela, o intervalo de tempo Δt em minutos, é um valor:

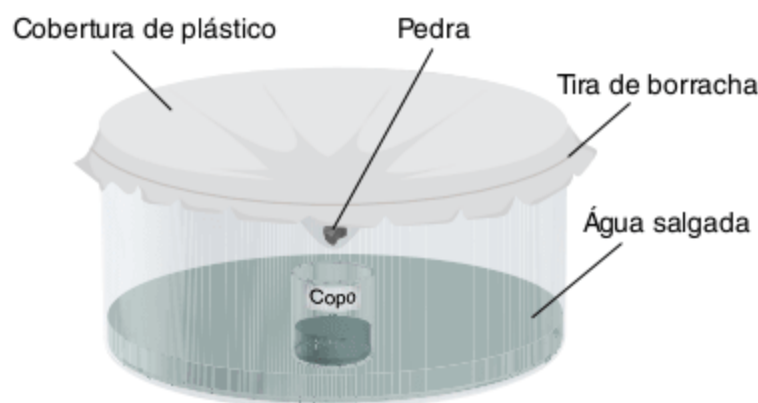
Substância	Calor específico no estado líquido (cal/g $^{\circ}\text{C}$)	Calor latente de ebulição (cal/g)
Água	1,0	540
Acetona	0,52	120
Acido acético	0,49	94
Álcool etílico	0,58	160
Benzeno	0,43	98

- (a) acima de 130. (d) entre 20 e 70.
 (b) entre 100 e 130. (e) menor do que 20.
 (c) entre 70 e 100.

22 Unesp 2007 Segundo a ONU, a temperatura média do planeta subirá entre $1,8\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $4\text{ }^{\circ}\text{C}$ até 2100, provocando um aumento do nível dos oceanos de 18 a 59 cm, devendo ocorrer inundações e ondas de calor mais frequentes, além de ciclones mais violentos durante mais de um milênio. Tomando como hipótese uma variação média do nível dos oceanos de 40 cm, o volume de água acrescido é cerca de $1,5 \cdot 10^{14}\text{ m}^3$. Com esses dados e sabendo ainda que a densidade da água é 1.000 kg/m^3 e o calor de fusão do gelo é 333 kJ/kg , calcule a quantidade de calor capaz de derreter uma massa de gelo, a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, que corresponda àquele volume de água. Em seguida, estime a quantidade de calor necessária a fim de provocar uma variação de $17\text{ }^{\circ}\text{C}$ na massa de água derretida ($c_{\text{água}} = 4,0 \cdot 10^3\text{ J/(kg} \cdot ^{\circ}\text{C)}$). Suponha desprezível a dilatação térmica na água líquida inicialmente presente nos oceanos.

23 Enem 2009 Além de ser capaz de gerar eletricidade, a energia solar é usada para muitas outras finalidades. A figura a seguir mostra o uso da energia solar para dessalinizar a água. Nela, um tanque contendo água salgada é coberto por um plástico transparente e tem a sua parte central abaixada pelo peso de uma pedra, sob a qual se coloca um recipiente

(copo). A água evaporada se condensa no plástico e escorre até o ponto mais baixo, caindo dentro do copo.



Hinrichs, R. A.; Kleinbach, M. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003 (Adapt.).

Nesse processo, a energia solar cedida à água salgada:

- (a) fica retida na água doce que cai no copo, tornando-a, assim, altamente energizada.
 (b) fica armazenada na forma de energia potencial gravitacional contida na água doce.
 (c) é usada para provocar a reação química que transforma a água salgada em água doce.
 (d) é cedida ao ambiente externo através do plástico, onde ocorre a condensação do vapor.
 (e) é reemitida como calor para fora do tanque, no processo de evaporação da água salgada.

24 Enem 2006 A Terra é cercada pelo vácuo espacial e, assim, ela só perde energia ao irradiá-la para o espaço. O aquecimento global que se verifica hoje decorre de pequeno desequilíbrio energético, de cerca de $0,3\%$, entre a energia que a Terra recebe do Sol e a energia irradiada a cada segundo, algo em torno de 1 W/m^2 . Isso significa que a Terra acumula, anualmente, cerca de $1,6 \cdot 10^{22}\text{ J}$.

Considere que a energia necessária para transformar 1 kg de gelo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ em água líquida seja igual a $3,2 \cdot 10^5\text{ J}$. Se toda a energia acumulada anualmente fosse usada para derreter o gelo nos polos (a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$), a quantidade de gelo derretida anualmente, em trilhões de toneladas, estaria entre:

- (a) 20 e 40. (d) 80 e 100.
 (b) 40 e 60. (e) 100 e 120.
 (c) 60 e 80.

25 UFMG 2008 Considere a experiência que se descreve ao lado, realizada pelo Professor Márcio: inicialmente, ele coloca um copo cheio de água, à temperatura ambiente e prestes a transbordar, sobre um prato vazio, como mostrado na figura a seguir.



Em seguida, lentamente, ele abaixa um bloco de 18 g de gelo sobre a água, até que ele alcance o equilíbrio mecânico.

Considere que a densidade do gelo e a da água são constantes e valem, respectivamente, $0,90\text{ g/cm}^3$ e $1,0\text{ g/cm}^3$.

Apartir dessas informações, determine:

- I. a massa de água que transborda do copo para o prato, **antes** que o gelo inicie seu processo de fusão. Justifique sua resposta.
- II. a massa de água no prato, após a fusão completa do gelo. Justifique sua resposta.

26 UFMG 2008 Em uma aula no Laboratório de Física, o Professor Jésus realiza o experimento que se descreve a seguir. Inicialmente, ele imerge um aquecedor elétrico em 1,0 kg de água, à temperatura de 23 °C, contida num recipiente de isopor. Em seguida, o recipiente é tampado e o aquecedor é ligado, até a temperatura da água atingir 45 °C.

Considere que a tensão e a corrente elétricas, no aquecedor, são, respectivamente, de 220 V e de 1,0 A.

Despreze a capacidade térmica do recipiente e a do aquecedor.

1. Com base nessas informações, calcule o tempo que o aquecedor ficou ligado.
2. Em seguida, o Professor Jésus coloca 0,60 kg de gelo, a 0,0 °C, na água contida no recipiente, tampa-o novamente, e espera até a temperatura dela se estabilizar.

Sabe-se que o calor latente de fusão do gelo é de $3,3 \cdot 10^5$ J/kg. Considerando essas informações, calcule a temperatura da água no final desse experimento.

Texto para as questões 27 e 28.

Uma criança que gostava muito de brigadeiro decidiu fazer este doce, e para isso começou a separar os ingredientes e utensílios. Inicialmente pegou a lata de leite condensado, o chocolate em pó e a margarina, depois uma panela e colher de aço e um abridor de latas. A criança fez um furo na lata, a fim de fazer escoar para a panela o leite condensado. Sua mãe, ao ver aquela atitude, sugeriu que o filho fizesse outro furo, na lata, pois assim ele conseguiria retirar aquele líquido com mais facilidade. Ao levar a panela ao fogo para mexer o brigadeiro, a criança sentiu que, depois de alguns minutos, o cabo da colher tinha se aquecido e reclamou: "Mãe, a colher está queimando a minha mão". Então, sua mãe pediu que ele fizesse uso de uma colher de pau, para evitar uma queimadura.

27 UEPB 2010 Diante do episódio apresentado, quem está correta em relação ao furo na lata é:

- (a) a criança, pois, com apenas um furo na lata, a pressão atmosférica não impede a saída do leite condensado.
- (b) a criança, pois, com apenas um furo na lata, a pressão que o leite condensado exerce sobre o orifício é maior que a pressão atmosférica.
- (c) a mãe, pois, com dois furos, a pressão atmosférica impede a saída do leite condensado.
- (d) a mãe, pois, com dois furos, o ar pode entrar na lata, por um deles. Assim a pressão do ar é a mesma no interior da lata e o leite condensado escoar facilmente.
- (e) a mãe, pois, com dois furos, o ar não entra na lata, o que permitirá que o leite condensado escoar facilmente.

28 UEPB 2010 Sobre o aquecimento da colher evidenciado na reclamação da criança de que sua mão estava queimando, podemos afirmar que:

- (a) com a colher de pau, que é um excelente isolante térmico, esta aquece-se mais rápido que a colher de aço.
- (b) acontece porque as partículas que constituem a colher criam correntes de convecção, aquecendo-a por inteiro, de uma extremidade à outra.
- (c) devido a irradiação a colher se aquece por inteiro, de uma extremidade à outra.
- (d) com a colher de pau, que é um excelente condutor térmico, esta aquece-se mais rápido que a colher de aço.
- (e) acontece porque as partículas que constituem a colher passam a conduzir de uma extremidade a outra o calor ali absorvido.

29 ITA 2008 Durante a realização de um teste, colocou-se 1 litro de água a 20 °C no interior de um forno de micro-ondas. Após permanecer ligado por 20 minutos, restou meio litro de água. Considere a tensão da rede de 127 V e de 12 A a corrente consumida pelo forno. Calcule o fator de rendimento do forno. Dados: Calor de vaporização da água $L_v = 540$ cal/g; Calor específico da água $C = 1$ cal/g °C; 1 caloria = 4,2 joules.

30 Enem 2009 (Não aplicado) O mar de Aral, um lago de água salgada localizado na antiga União Soviética, tem sido explorado por um projeto de transferência de água em larga escala desde 1960. Por meio de um canal com mais de 1.300 Km, enormes quantidades de água foram desviadas do lago para a irrigação de plantações de arroz e algodão. Aliado às altas taxas de evaporação e às fortes secas da região, o projeto causou um grande desastre ecológico e econômico, e trouxe muitos problemas de saúde para a população. A salinidade do lago triplicou, sua área superficial diminuiu 58% e seu volume, 83%. Cerca de 85% das áreas úmidas da região foram eliminadas e quase metade das espécies locais de aves e mamíferos desapareceu. Além disso, uma grande área, que antes era o fundo do lago, foi transformada em um deserto coberto de sal branco e brilhante, visível em imagens de satélite.

Miller JR.GT. *Ciência Ambiental*. São Paulo: Editora Thomsom, 2007. (Adapt.).

Suponha que tenha sido observada, em uma vila rural localizada a 100 km de distância do mar de Aral, alguns anos depois de implantação do projeto descrito, significativa diminuição da produtividade das lavouras, aumento da salinidade das águas e problemas de saúde em sua população. Esses sintomas podem ser efeito:

- (a) da perda da biodiversidade da região.
- (b) da seca dos rios da região sob influência do projeto.
- (c) da perda de áreas úmidas nos arredores do mar de Aral.
- (d) do sal trazido pelo vento, do mar de Aral para a vila rural.
- (e) dos herbicidas utilizados nas lavouras de arroz e algodão do projeto.

31 Uma esfera metálica de 200 g de massa é abandonada do repouso, de uma altura H, sobre um grande bloco de gelo 0 °C. Desprezam-se influências do ar e supõe-se que toda a energia mecânica existente na esfera transforma-se em energia térmica e é absorvida pelo gelo, sem, no entanto, alterar a temperatura do metal. Qual deve ser a altura H, para que 1 g de gelo sofra fusão?

Dados: $L_{\text{fusão}} = 80$ cal/g; $g = 10$ m/s²; 1 cal = 4,2 J.

5

FRENTE 3

Propagação de calor



A energia solar é uma das fontes de energia renovável mais conhecidas. A energia emitida pelo Sol, que chega à Terra ao se propagar por irradiação, pode ser convertida em energia elétrica ou térmica ao ser absorvida por superfícies escuras com as propriedades de um corpo negro, nas chamadas células solares. Painéis solares destinados a converter energia solar em energia elétrica são muito usados em satélites espaciais e para armazenar energia em baterias. Sistemas de aquecimento solar são usados para o aquecimento de água, climatização de estufas e piscinas. Nesses sistemas, placas coletoras captam a radiação solar transferindo o calor para a massa de água que circula em uma tubulação, mantendo a temperatura do ambiente.



Tipos de propagação

Como você já estudou nos capítulos anteriores, calor é energia em trânsito, que se desloca de um corpo para outro, ou mesmo dentro de um mesmo corpo, de uma região para outra região de temperatura diferente. Vale a pena observarmos que o calor entre corpos pode ocorrer estando os corpos em contato ou não. Esse fenômeno recebe o nome de propagação do calor.

O calor pode se propagar de três maneiras, a saber:

- condução
- convecção
- irradiação

Embora os processos tenham características diferentes, eles têm uma coisa em comum: o calor se propaga sempre de uma região para outra de temperatura mais baixa, ou de um corpo para outro em que esteja a temperatura mais baixa.

Sentido obrigatório para o calor:

$$T_{\text{maior}} \Rightarrow T_{\text{menor}}$$

Condução

O calor se propaga por condução quando passa de uma região para outra de um corpo, ou de um corpo para outro com o qual está em contato, sem que haja deslocamento das moléculas constituintes dos corpos. Portanto, nesse processo há transporte de energia sem transporte de matéria.

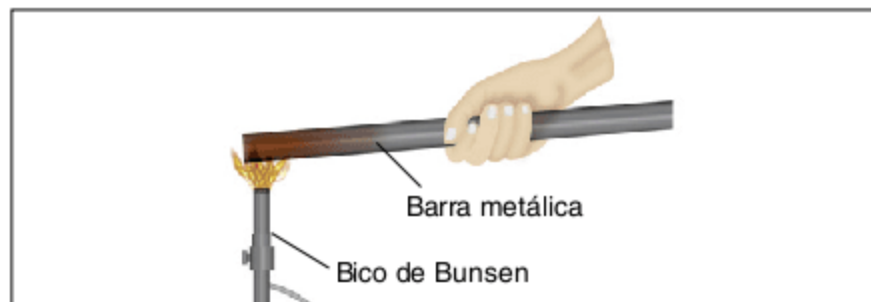


Fig. 1 A condução é o transporte de energia sem transporte de matéria.

Uma experiência simples evidencia a condução. Segure uma barra metálica por um de seus extremos e aproxime o outro extremo da chama de um bico de Bunsen. Você notará, decorrido um certo tempo, que o extremo no qual você está segurando aumentará de temperatura. A temperatura de cada seção transversal da barra foi aumentando gradativamente até atingir a extremidade oposta à colocada na chama.

Nesta experiência, você percebe um fenômeno por meio dos seus sentidos; ela é uma experiência macroscópica.

Do ponto de vista microscópico, a condução do calor pode ser explicada da seguinte maneira: em uma determinada região do corpo a energia posta em jogo provoca uma agitação maior das moléculas dessa região. Devido aos incessantes choques entre essas moléculas e as moléculas vizinhas, a energia é transmitida para essas últimas, que assim se aquecem; esse fenômeno se repete, provocando o transporte da energia ao longo do corpo, sem que as partículas constituintes do corpo tenham que se deslocar de suas posições de equilíbrio.

ATENÇÃO!

Condução térmica é um processo de transporte de energia sem transporte de matéria, que ocorre principalmente nos materiais sólidos.

Bons e maus condutores

Sabe-se que nos sólidos as moléculas estão mais próximas do que nos líquidos e nos gases, por isso os sólidos conduzem o calor de forma melhor que os líquidos, sendo ainda os gases os piores condutores de calor.

Entre os sólidos, os melhores condutores são os metais. No entanto, experiências revelam que nem todos os sólidos e nem todos os metais conduzem igualmente o calor. Esse fato é demonstrado pela experiência de Ingenhausz, esquematizada na figura 2.

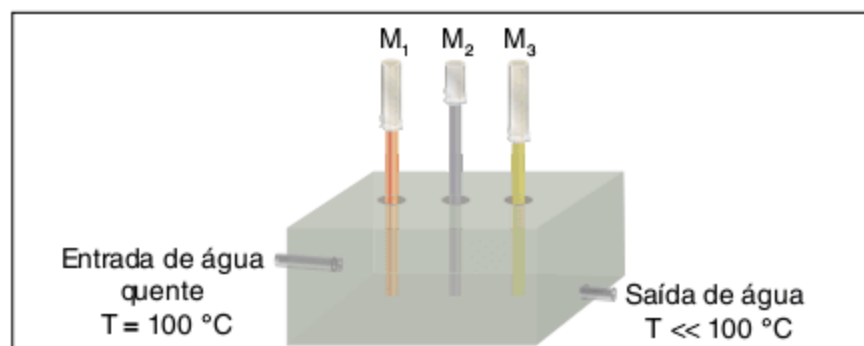


Fig. 2 Metais diferentes conduzem o calor de forma diferente.

Nas paredes de um recipiente, estão presas barras geometricamente iguais, de diferentes materiais, recobertas de cera, M_1 , M_2 e M_3 . Se colocarmos água aquecida no recipiente, o calor se propaga ao longo das barras, derretendo a cera, de modo que um certo trecho da barra fica descoberto.

Constata-se que em algumas barras a parte de cera que derrete é maior do que em outras. Quanto maior o comprimento descoberto – cera derretida – ao fim de um determinado tempo, melhor condutor será o material de que a barra é feita. Nesse caso, o metal M_2 é o que melhor conduz, e o M_3 é o que pior conduz.

Essa experiência mostrou que, entre os metais, os melhores condutores são, em ordem decrescente: prata, cobre, ouro, alumínio etc. Por outro lado, os piores condutores são o chumbo e o bismuto.

A boa condutibilidade pode ser demonstrada por meio da experiência da rede metálica.

LEITURA

Procure colocar sobre a chama de um bico de Bunsen uma rede de metal. Você verifica que a chama não atravessa a rede. Ou, se você acender o bico de Bunsen após colocar a rede, a chama só aparece no semiespaço acima dela, como se vê na figura 3.

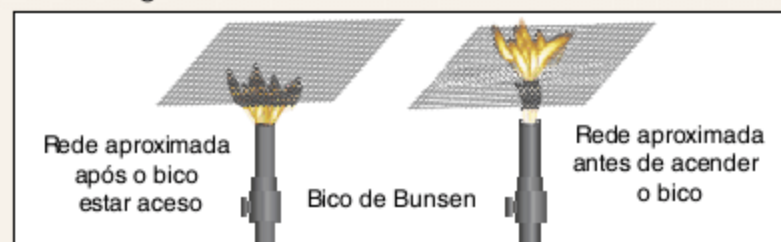


Fig. 3 Tela de metal feita para distribuir o fluxo de calor.

Isso acontece pelo fato de a rede metálica conduzir tão rapidamente o calor que o semiespaço situado do outro lado não sofre aquecimento suficiente para provocar a combustão. Essas redes são utilizadas para aquecer líquidos em recipientes de vidro pirex no laboratório. Também por esse motivo, observa-se que certas lanternas apresentam a chama rodeada por uma rede metálica, peculiaridade esta aproveitada na utilização de lampiões a gás em minas de exploração.

Regime permanente

Suponha que as extremidades A e B de uma barra estejam a temperaturas diferentes. Por exemplo, a extremidade A poderá estar em presença de uma fonte à temperatura fixa T_1 e a extremidade B em presença de outra fonte à temperatura fixa T_2 , sendo $T_1 \gg T_2$. Você já sabe que, nestas condições, haverá propagação de calor por condução, sendo que o calor se propaga da extremidade A (mais quente) para a extremidade B (mais fria).

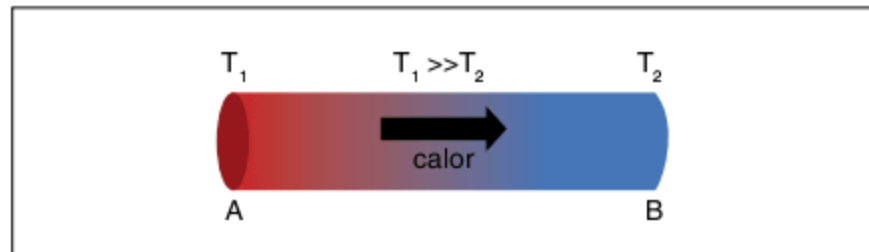


Fig. 4 Calor ao longo de um condutor.

Consideremos agora diversas seções da barra, situadas entre as extremidades A e B.

Inicialmente, observa-se que as diversas seções da barra são atravessadas por diferentes quantidades de calor. Nessa situação, dizemos que o calor se propaga em regime variável.

Em regime variável, as temperaturas nas diversas seções são distintas, e, em uma mesma seção, a temperatura é variável, sendo essa variação decrescente no decorrer do tempo.

Decorrido um certo intervalo de tempo, cessa a variação da temperatura em uma mesma seção reta da barra, embora ao longo da barra a temperatura seja decrescente no sentido da seção mais quente para a seção mais fria. Diz-se então que é atingido o chamado **regime permanente** ou **estacionário**.

ATENÇÃO!

Em regime estacionário, a quantidade de calor que atravessa qualquer seção da barra é a mesma e permanece constante no decorrer do tempo.

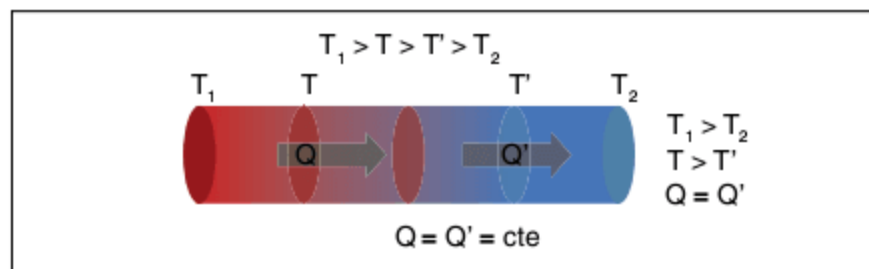


Fig. 5 No regime estacionário, $Q = Q'$ e $T > T'$, porém T e T' permanecem constantes no decorrer do tempo.

SAIBA MAIS



No inverno, usa-se roupas de lã porque são más condutoras de calor e impedem que o calor do corpo seja conduzido para o meio exterior.

Fig. 6 Roupas de lã são más condutoras.

Equação de Fourier Gradiente de temperatura

Por definição, chama-se gradiente de temperatura a variação da temperatura por unidade de comprimento ao longo de uma barra que conduz calor.

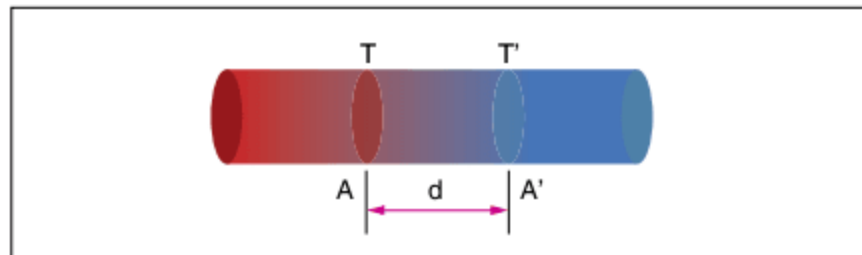


Fig. 7 Gradiente de temperatura.

Simbolicamente o gradiente de temperatura é indicado por:

$$\text{grad } T = \frac{T - T'}{d}$$

ATENÇÃO!

Em regime estacionário, existe um gradiente de temperatura que é constante ao longo de todas as seções transversais da barra.

Na prática, para atingir o regime estacionário, costuma-se envolver a barra por um isolante que envolve a sua superfície lateral, a fim de evitar a perda de calor para o meio ambiente, através da superfície lateral da barra.

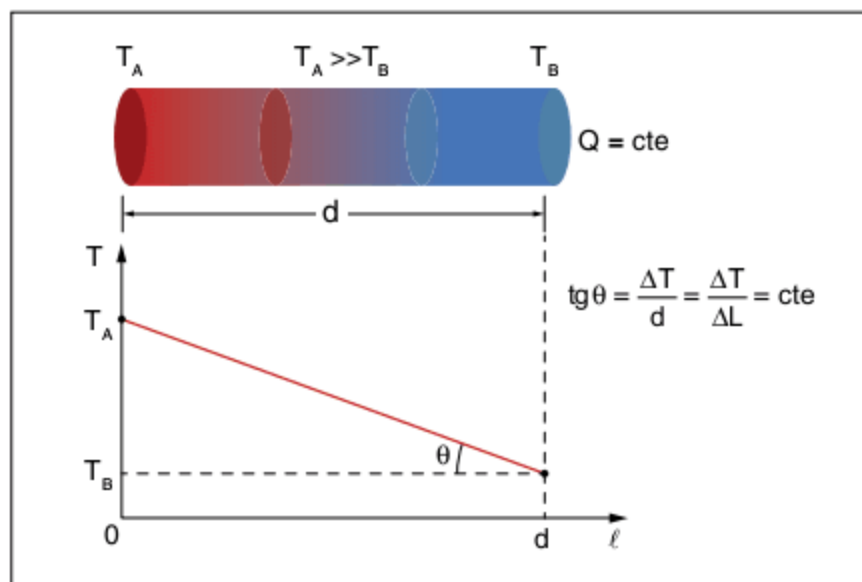


Fig. 8 No regime estacionário, a distribuição da temperatura é uniforme ao longo da barra. Observe que $\Delta T / \Delta L$ é constante.

Fluxo de calor

Chama-se fluxo de calor a quantidade de calor que atravessa uma seção transversal de uma barra, ou corpo, por unidade de tempo.

Simbolicamente, escrevemos: $\phi = \frac{Q}{\Delta t}$.

Observe que, em regime estacionário, se Q é constante, então ϕ também será constante.

Se Q é dado em calorias e Δt em segundos, então ϕ será expresso em **calorias por segundo** (cal/s).

No S.I., ϕ é expresso em J/s.

ATENÇÃO!

Em alguns vestibulares, o termo "fluxo de calor" é substituído por corrente térmica, devido à grande analogia com a definição de corrente elétrica.

Analisando experimentalmente o problema da condução, Fourier estabeleceu a seguinte lei empírica:

O fluxo de calor que atravessa uma seção transversal qualquer, de área A, do condutor, em regime estacionário, é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura e à área da seção transversal.

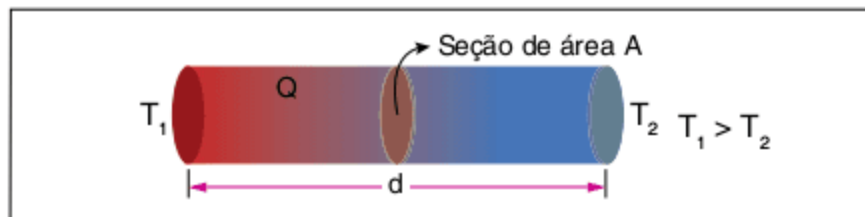


Fig. 9 Fluxo de calor ao longo de um condutor de seção constante A.

Simbolicamente, podemos representar a lei de Fourier da seguinte maneira:

$$\phi \sim \frac{A \cdot (T_1 - T_2)}{d}$$

Introduzindo o coeficiente de proporcionalidade K, obtemos:

$$\phi = K \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

O coeficiente de proporcionalidade K recebe o nome de **coeficiente de condutibilidade térmica** do material que constitui o condutor.

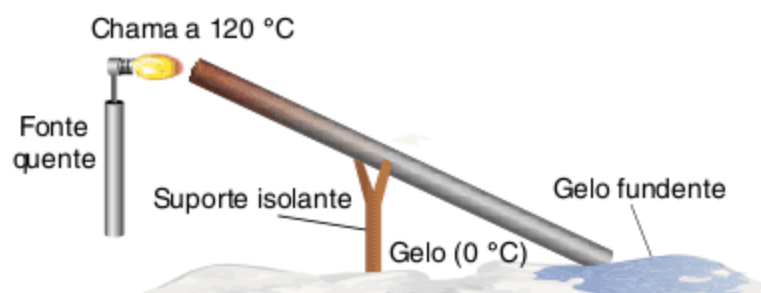
O coeficiente de condutibilidade térmica, K, é expresso em: cal/(cm. s. °C).

Metais	Valores aproximados de K (cal/cm. s. °C)
Alumínio	0,5
Ferro	0,16
Cobre	0,92
Aço	0,11
Chumbo	0,08
Prata	0,97
Líquidos	K
Água	0,0014
Azeite	0,0004
Álcool	0,0003
Glicerina	0,0006
Outros sólidos	K
Carvão	0,01
Gelo	0,005
Cortiça	0,00072
Vidro	0,002
Seda	0,0001
Madeira	0,0003
Gases	K
Ar	0,00006
Hélio	0,00034
Nitrogênio	0,00005
Oxigênio	0,00006

Tab. 1 Coeficientes de condutibilidade térmica (K).

Exercício resolvido

1 Uma barra de alumínio com 1 m de comprimento e 20 cm² de área de seção transversal tem sua extremidade em contato com uma chama de potência constante a 120 °C e em contato com gelo fundente a 0 °C



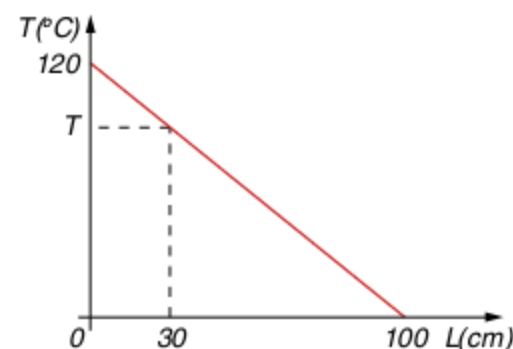
- Determine o fluxo de calor (Φ) ao longo da barra; considerando $K_{Al} = 0,5 \text{ cal/cm. s. } ^\circ\text{C}$.
- Determine a temperatura em uma seção transversal de barra a 30 cm da extremidade quente (120 °C).

Resolução:

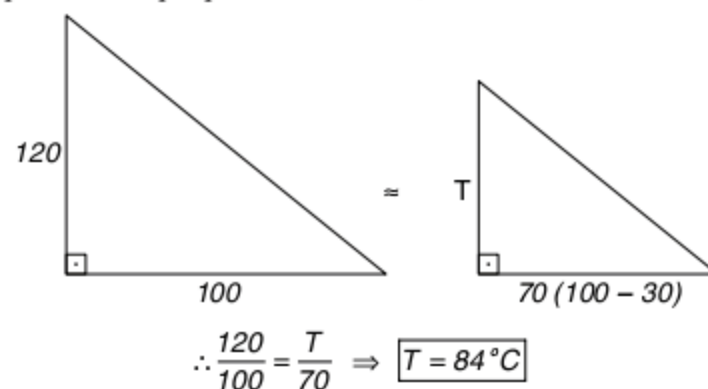
a) O fluxo de calor é dado por: $\Phi = \frac{K \cdot A \cdot \Delta T}{L}$

logo: $\Phi = \frac{0,5 \cdot 20 \cdot 120}{100} \Rightarrow \Phi = 12 \text{ cal/s}$

- b) Considerando o regime estacionário/permanente, temos o seguinte gráfico:



Aplicando a proporcionalidade, temos:



SAIBA MAIS

Comumente, vemos, na televisão, pessoas em cerimônias religiosas de demonstração de controle da mente caminhando sobre brasas. Embora a temperatura das brasas seja bastante alta, devido à baixa condutibilidade térmica da madeira, pouco calor é transferido para os pés descalços do corajoso que está fazendo a demonstração. Essa transmissão é baixa principalmente se os pedaços de brasa forem grandes, o que evita a aderência ao pé.

Convecção

O transporte do calor por convecção em um meio consiste essencialmente no deslocamento de porções do fluido de diferentes densidades, de uma região para outra desse meio. Observe o esquema a seguir.



Portanto, ao contrário do que ocorre no processo de condução, a convecção se caracteriza pelo arraste de matéria. Devido a esse arraste, ou transporte, a convecção não pode ocorrer nos sólidos, sendo um processo característico dos líquidos e dos gases.

ATENÇÃO!

Convecção térmica é um processo de transferência de calor por meio de transporte de matéria devido a uma diferença de densidade e à ação da gravidade.

Observe a figura 10. Ao aquecemos um líquido contido em um recipiente, as porções situadas no fundo recebem calor em primeiro lugar e, em consequência, apresentam aumento de volume, do qual decorre uma diminuição da densidade. As porções menos densas se deslocam para dar lugar às porções mais densas, ocorrendo a formação de correntes de partículas aquecidas de baixo para cima. Essas correntes são denominadas correntes de convecção, são favorecidas pela variação de densidade e levam o calor do fundo do recipiente para todas as partes do líquido.

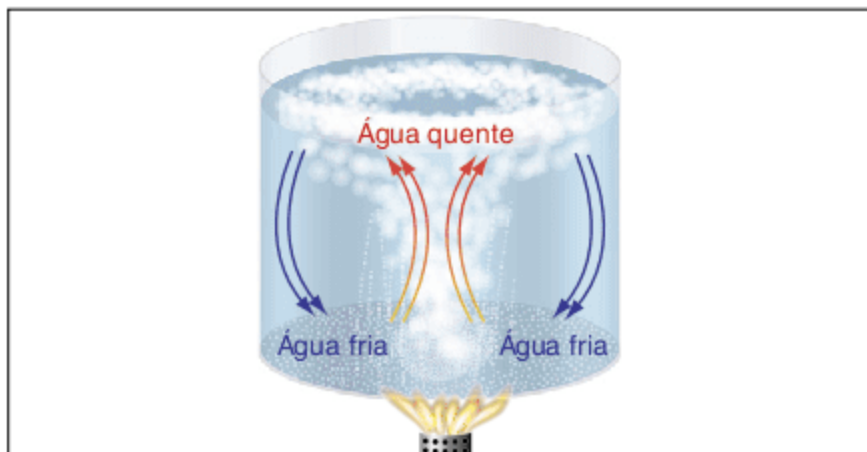


Fig. 10 Correntes de convecção.

A calefação da água para aquecer as residências, nos países de clima frio, baseia-se nesse processo.

De maneira análoga, são formadas as correntes de convecção nos gases. É o que ocorre, por exemplo, no interior de um refrigerador. Observe a figura 11.

O ar na proximidade do congelador é resfriado, ocorrendo uma diminuição na temperatura e o aumento de sua densidade, e por isso o ar tende a descer, deslocando o ar mais quente, que então se aproxima do congelador e é, por sua vez, resfriado. Estabelecem-se assim as correntes de convecção dentro da geladeira.

Note que as prateleiras das geladeiras são sempre em forma de grade, exatamente para facilitar a circulação das correntes de convecção. Por esse motivo não é recomendável a obstrução total das prateleiras.



Fig. 11 Em uma geladeira, o fluxo de calor se dá graças às correntes de convecção, consequência da mudança de densidade do ar em seu interior.

O processo de resfriamento do ar de uma sala de aula (figura 12) é baseado no fato de que o ar frio possui maior densidade que o ar quente; portanto, um aparelho de ar-condicionado deve ser instalado o mais alto possível, de forma que maximize as correntes de convecção e diminua o mais rápido possível, e da forma mais eficiente, a temperatura ambiente.

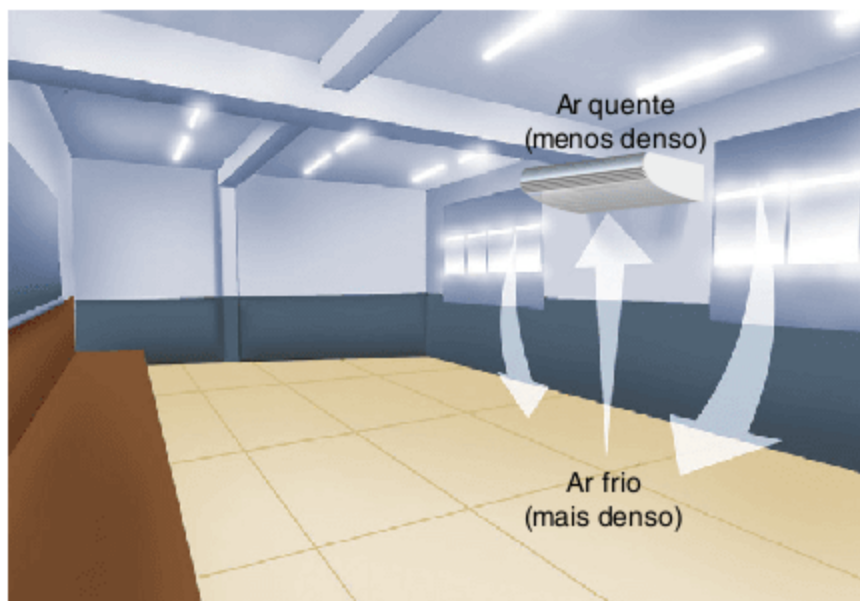


Fig. 12 Se o objetivo é resfriar o ambiente, o ar-condicionado deve ser instalado no alto, próximo ao teto.

ATENÇÃO!

Lembre-se do comportamento anômalo da água. Nesse caso, as correntes de convecção se invertem abaixo de 4 °C.

Já para aquecer o ar de uma sala de estar (figura 13) baseando-se no fato de que o ar quente é menos denso que o frio, uma lareira deve ser construída próxima ao solo, de forma que maximize as correntes de convecção e aumente a temperatura ambiente, da maneira mais eficiente possível, mantendo a sala aquecida.

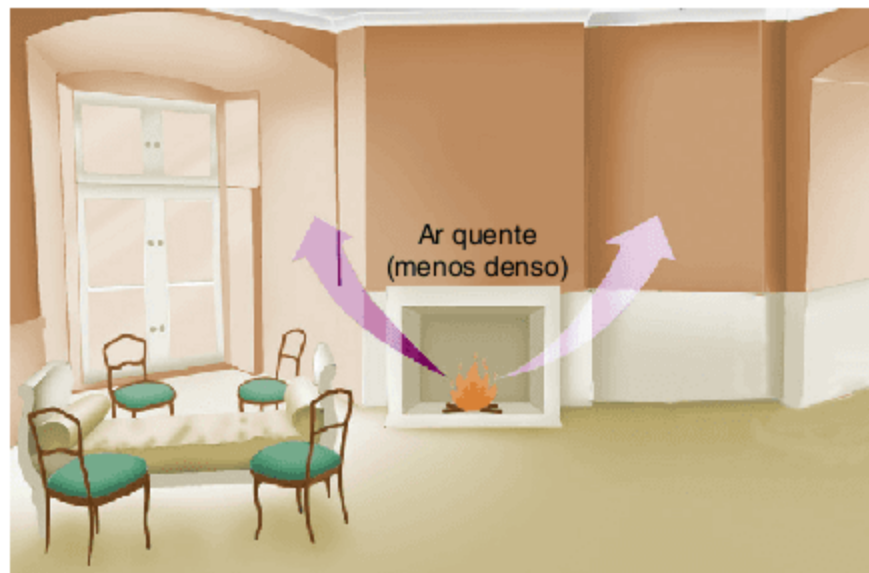


Fig. 13 Com o objetivo de aquecer o ambiente, a lareira deve ser colocada próximo ao chão.

Nas regiões litorâneas, durante o dia, a areia se aquece mais rapidamente que a água do mar, pois a capacidade térmica da água é muito maior que a da areia. Dessa forma o ar aquecido sobe, e forma-se uma região de baixa pressão, permitindo o movimento do ar que se sobrepõe ao mar em direção a essa região. Fala-se então em “brisa do mar”. Durante a noite, a terra torna-se mais fria que a água do mar, provocando a inversão do processo. Sopra, então, vento da terra para o mar, “brisa terrestre”.

Observação: Lembre-se de que a capacidade térmica da água é muito maior que a capacidade térmica da areia, por isso a água esquenta e esfria mais lentamente.

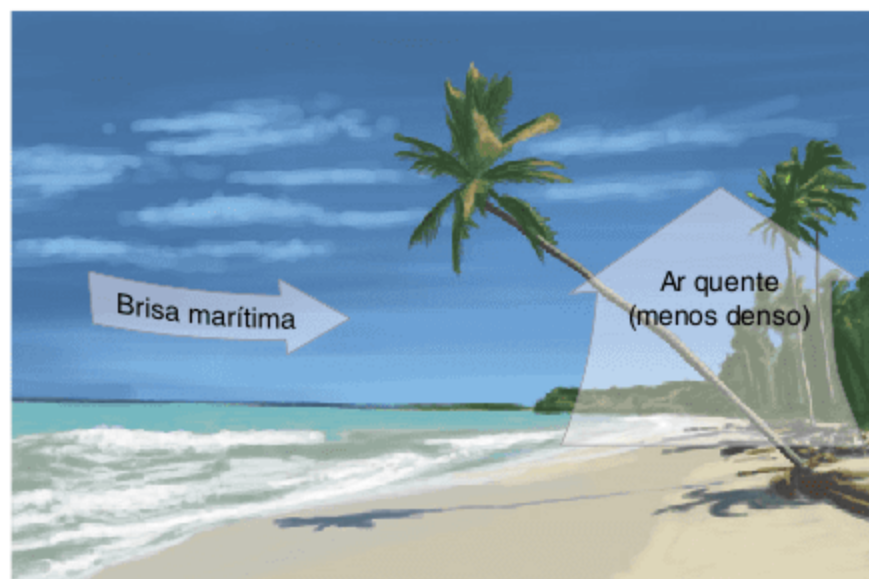


Fig. 14 Durante o dia: brisa do mar.

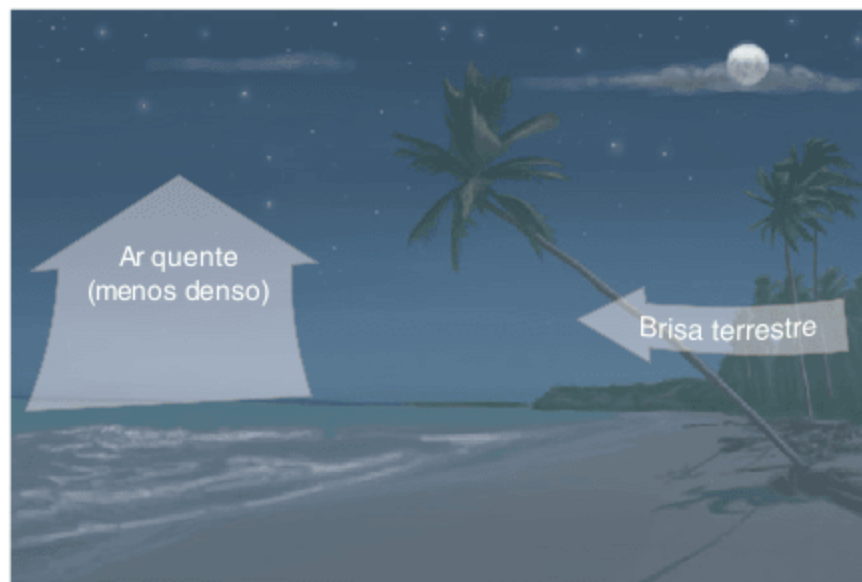
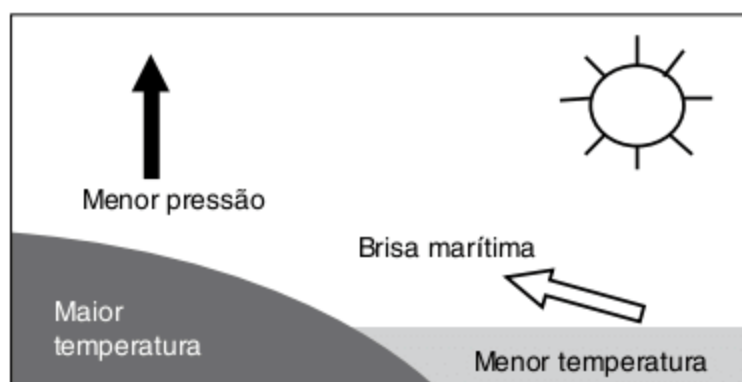


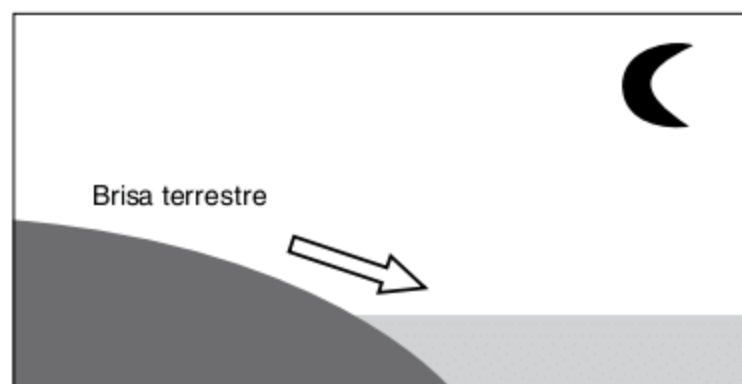
Fig. 15 Durante a noite: brisa terrestre.

Exercício resolvido

2 Enem (Adapt.) Em uma área de praia, a brisa marítima é uma consequência de diferença no tempo de aquecimento do solo (areia e terra) e da água do mar, apesar de ambos estarem submetidos às mesmas condições de radiação solar. No local (areia + terra) que se aquece mais rapidamente, o ar fica mais quente e sobe, deixando uma área de baixa pressão, provocada por deslocamento do ar da superfície que está mais fria (mar).



À noite, ocorre um processo inverso ao que se verifica durante o dia.



Como a água leva mais tempo para esquentar (de dia), mas também leva mais tempo para esfriar (à noite), explique o fenômeno noturno chamado brisa terrestre.

Resolução:

Como a capacidade térmica da água é bem superior à da terra, a água demora mais para aquecer durante o dia e demora mais para esfriar durante a noite. Sendo assim, o ar que está sobre a água se aquece mais; ao subir, deixa uma área de baixa pressão, causando um deslocamento de ar do continente para o mar.

Irradiação

Na parte inicial deste capítulo, mostramos que a condução é uma propagação de calor no corpo, sem arraste de matéria, e que a convecção é a propagação de calor em um corpo, acompanhada de arraste de matéria. Mas como a energia emitida pelo Sol chega à Terra?

Nesse caso, temos a irradiação, que é a propagação de energia através do espaço, mesmo quando inexistente matéria.

ATENÇÃO!

Irradiação térmica é o processo de transferência de calor por meio de ondas eletromagnéticas, denominadas ondas de calor ou calor radiante.

O corpo que emite a energia é chamado emissor ou radiador. O corpo que recebe energia é chamado receptor e por meio dele constatamos a existência dessa energia. A energia que se propaga do radiador ao receptor através do espaço, mesmo vazio, é chamada energia radiante.

A energia radiante ficará mais bem caracterizada quando você estudar Eletromagnetismo. Você aprenderá, então, que ela se propaga através de ondas eletromagnéticas. Todos os corpos estão continuamente emitindo energia radiante. Quanto mais elevada a temperatura do corpo, maior será a intensidade da emissão de energia.

Experimentalmente, comprova-se que a emissão de energia traz, em geral, uma diminuição da temperatura do corpo emissor. A absorção da energia se traduz pelo aumento da temperatura do receptor.

ATENÇÃO!

A energia radiante, no entanto, não provoca alterações na temperatura do meio através do qual ela se propaga.

Uma sugestiva experiência mostra que diferentes corpos emitem e absorvem energia radiante com diferentes intensidades, sendo que os melhores emissores são também os melhores absorvedores.

Considere os termômetros A e B, colocados no interior de um recipiente onde existe o vácuo, conforme se vê na figura 16.

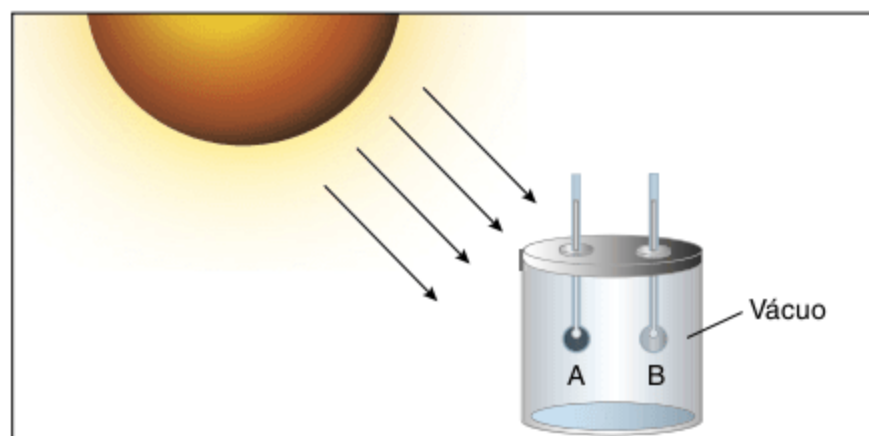


Fig. 16 Um corpo negro absorve e libera mais energia.

O bulbo do termômetro A é recoberto com fuligem (pó preto). O conjunto é exposto de maneira a receber energia solar. O vácuo impede a propagação de calor por condução e por convecção. Verifica-se que a temperatura do termômetro A se eleva mais que a do termômetro B, o que significa que A absorve mais energia que B. Se, em seguida, o conjunto for levado para a sombra, a temperatura do corpo A baixa mais rapidamente que a de B, o que significa que A é melhor emissor que B.

O principal emissor de calor (fonte) para o nosso planeta Terra é o Sol. Com uma temperatura da ordem de 6.000 K, ele emite calor por irradiação, que chega à Terra atravessando uma grande região de vácuo.

Energia absorvida, refletida e transmitida

Quando a energia radiante incide sobre um corpo, parte da energia é **refletida**, parte é **transmitida** e parte é **absorvida**.

Somente a parcela absorvida é transformada em calor, provocando aumento da temperatura do receptor.

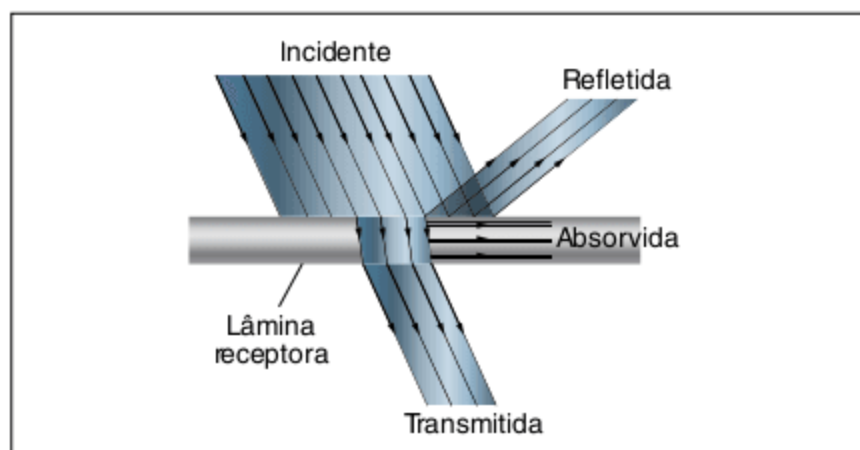


Fig. 17 Energia incidente é igual à soma entre as energias: refletida, absorvida e transmitida.

Corpos opacos, transparentes e negros

Se nenhuma parcela do fluxo incidente for transmitida, o corpo é dito **opaco**. Quando uma parcela do fluxo incidente é transmitida, o corpo é dito **transparente**.

Note que um dado corpo pode ser opaco para certas radiações e, ao mesmo tempo, transparente para outras. O corpo humano, por exemplo, é transparente para os raios X e opaco para a luz natural.

Quando o corpo absorve totalmente a energia nele incidente, ele é chamado **corpo negro**. Corpo negro é aquele que emite apenas energia própria. Sendo o corpo negro o melhor receptor de energia radiante, e de acordo com a experiência anterior (figura 16), será também o melhor radiador. Na prática, consegue-se a realização de um corpo negro fazendo-se um orifício em uma cavidade cujas paredes são mantidas à temperatura fixa. A energia radiante penetra pelo orifício, sofre múltiplas reflexões, permanecendo no interior da cavidade, sendo, então, totalmente absorvida pelo receptor.

Estufas para plantas

Uma aplicação direta do conceito de radiação e de corpos transparentes e opacos são as estufas de plantas. O teto delas é feito de um material transparente à energia radiante que chega do Sol e opaco às ondas de calor emitidas pela Terra, gerando maior aquecimento do ar em seu interior.



Fig. 18 Estufa de morangos.

Efeito estufa

Na atmosfera da Terra, o gás carbônico (CO_2) e os vapores de água presentes no ar funcionam como a cobertura de uma estufa (por exemplo, vidro de policarbonato), isto é, são transparentes à energia radiante do Sol e opacos às ondas de calor (infravermelho) emitidas pela superfície da Terra. Observe que, se não fosse a atmosfera da Terra, a temperatura não seria ideal para a sobrevivência de nossa espécie e de todas as demais espécies de fauna e flora aqui presentes.

Devido ao progresso e ao aumento considerável do nível de CO_2 na atmosfera, estamos vivendo um efeito estufa com consequente aumento da temperatura, provavelmente desastroso para nossa sobrevivência na Terra.

Garrafa térmica – Vaso de Dewar

A garrafa térmica é um recipiente utilizado para conservar líquidos quentes ou frios, **impedindo** ou, pelo menos,

reduzindo ao mínimo as **trocas de calor** entre o conteúdo do recipiente e o meio externo. Dessa maneira, a temperatura no interior do recipiente se mantém constante por longo tempo.

A garrafa térmica é uma variante do vaso de Dewar, construído no fim do século XIX pelo físico escocês Sir James Dewar.



Fig. 19 Esquema de uma garrafa térmica.

O princípio de funcionamento da garrafa térmica é o de **impedir a transferência de calor**, seja por condução, convecção ou irradiação. Para evitar a condução e a convecção, o recipiente é construído com paredes duplas e faz-se o vácuo, ar rarefeito, entre as paredes; então, tais processos não podem se realizar, devido à ausência de moléculas. Para evitar a irradiação, as faces internas e externas do recipiente são espelhadas.

Revisando

- 1 Uma pessoa caminhando descalça no interior de uma casa nota que o piso ladrilhado é mais frio que o piso de madeira. Explique por que isso acontece.

- 2 **Fuvest (Adapt.)** Explique o processo pelo qual o calor do Sol chega à Terra.

- 3 Sabe-se que a temperatura do café se mantém razoavelmente constante no interior de uma garrafa térmica perfeitamente vedada.
 - a) Qual o principal fator responsável por esse bom isolamento térmico?
 - b) O que acontece com a temperatura do café se a garrafa térmica for agitada vigorosamente? Explique sua resposta.

4 UFG Por que a serragem é melhor isolante térmico do que a madeira da qual foi retirada?

5 Uma barra de metal com extremidades a $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ (água em ebulição) e $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ (gelo fundente) e com uma camada isolante externa apresenta um fluxo de calor constante já no regime estacionário. Sendo o comprimento da barra de 100 cm e sua área transversal de 10 cm^2 , determine:

- o fluxo de calor ao longo da barra.
- a temperatura da barra em uma seção transversal a 20 cm da seção quente.

Considere $K = 0,6\text{ cal/cm}\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}$.

Exercícios propostos

Condução

1 FEI Para melhorar o isolamento térmico de um ambiente, mantendo o material de que são feitas as paredes, deve-se:

- aumentar o volume das paredes.
- aumentar a área externa da parede e manter sua espessura.
- diminuir a espessura das paredes.
- aumentar a espessura e diminuir a área das paredes.
- nenhuma das respostas anteriores.

2 Não podemos obter condução de calor através:

- de uma barra de ferro.
- de uma parede de isopor.
- de uma região onde existe um gás rarefeito.
- da atmosfera terrestre.
- do vácuo.

3 UFSC Nas geladeiras, retira-se periodicamente o gelo do congelador. Nos polos, as construções são feitas sob o gelo. Os viajantes do deserto do Saara usam roupas de lã durante o dia e à noite. Relativamente ao texto acima, qual das afirmações abaixo não é correta?

- O gelo é mau condutor de calor.
- A lã evita o aquecimento do viajante do deserto durante o dia e o resfriamento durante a noite.
- A lã impede o fluxo de calor por condução e diminui as correntes de convecção.
- O gelo, sendo um corpo a $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, não pode dificultar o fluxo de calor.
- O ar é um ótimo isolante para o calor transmitido por condução, porém favorece muito a transmissão do calor por convecção. Nas geladeiras, as correntes de convecção é que refrigeram os alimentos que estão na parte inferior.

4 UFMG 2008 Depois de assar um bolo em um forno a gás, Zulmira observa que ela queima a mão ao tocar no tabuleiro, mas não a queima ao tocar no bolo.

Considerando-se essa situação, é correto afirmar que isso ocorre porque:

- a capacidade térmica do tabuleiro é maior que a do bolo.
- a transferência de calor entre o tabuleiro e a mão é mais rápida que entre o bolo e a mão.
- o bolo esfria mais rapidamente que o tabuleiro, depois de os dois serem retirados do forno.
- o tabuleiro retém mais calor que bolo.

5 UFMG Um estudante aprendendo a esquiar em Bariloche, Argentina, veste uma roupa especial de $8,0\text{ cm}$ de espessura e $2,4\text{ m}^2$ de área. O material com que foi feita a roupa tem condutibilidade térmica de $5,0\cdot 10^{-5}\text{ cal/s}\cdot\text{cm}\cdot^{\circ}\text{C}$. Sabendo que a temperatura corporal é de $37\text{ }^{\circ}\text{C}$ e a temperatura ambiente é de $-30\text{ }^{\circ}\text{C}$, determine a quantidade de calor conduzida através do tecido durante 1 minuto .

6 Ufes Uma barra de cobre com 60 cm de comprimento e área de seção transversal igual a 10 cm^2 foi isolada com lã de vidro e suas extremidades colocadas em contato com água, a $90\text{ }^{\circ}\text{C}$ de um lado e $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ do outro. Sabendo que o coeficiente de condutibilidade térmica do cobre é $0,90\text{ cal /s}\cdot\text{cm}\cdot^{\circ}\text{C}$, determine:

- o fluxo de calor através da barra.
- a quantidade de energia térmica que atravessa uma seção transversal da barra em um minuto.

7 PUC Uma pessoa, cuja pele está à temperatura de $37\text{ }^{\circ}\text{C}$, veste um agasalho de espessura $1,85\text{ cm}$ e área $1,0\text{ m}^2$. O material com que foi tecido o agasalho tem condutibilidade térmica $k = 80 \cdot 10^{-6}\text{ cal/cm}\cdot\text{s}\cdot^{\circ}\text{C}$. Sabendo-se que a temperatura ambiente, onde se encontra a pessoa, é de $0\text{ }^{\circ}\text{C}$, determinar a quantidade de calor conduzida através do agasalho durante 60 minutos.



Convecção

8 Fuvest Nas geladeiras, o congelador fica sempre na parte de cima para:

- (a) manter a parte de baixo mais fria que o congelador.
- (b) manter a parte de baixo mais quente que o congelador.
- (c) que o calor vá para o congelador.
- (d) acelerar a produção de cubos de gelo.
- (e) que o frio vá para o congelador.

9 Fatec O calor pode ser transmitido de um local para outro por três processos: irradiação, condução e convecção. O aquecimento por convecção exige a presença de:

- (a) um meio líquido ou gasoso.
- (b) um meio metálico.
- (c) vácuo.
- (d) um isolante perfeito.
- (e) um meio sólido.

10 Esam O congelador (evaporador) de uma geladeira é localizado em sua parte superior porque a transmissão de calor em seu interior se faz, predominantemente, por convecção, e o ar:

- (a) frio desce e o quente sobe.
- (b) quente sobe por ser mais denso.
- (c) frio desce por ser menos denso.
- (d) quente desce.
- (e) frio sobe.

Irradiação

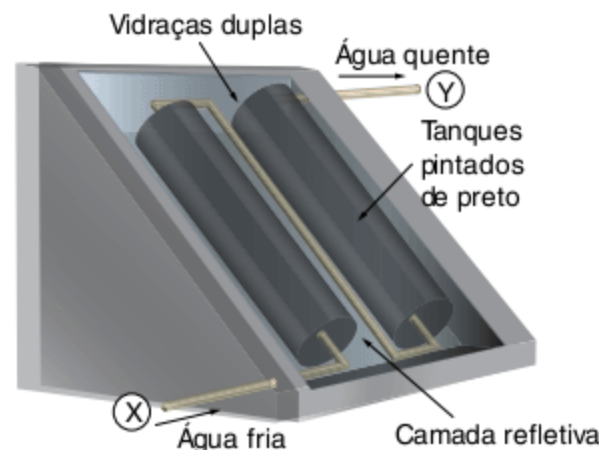
11 Osec A radiação é o único processo possível de transmissão do calor:

- (a) nos gases.
- (b) nos sólidos que não apresentam elétrons livres.
- (c) no vácuo.
- (d) nos sólidos em geral.
- (e) nos cristais.

12 Cefet Sobre a radiação do calor, podemos afirmar que:

- (a) só ocorre nos sólidos.
- (b) só ocorre nos líquidos.
- (c) só ocorre nos gases sob baixa pressão.
- (d) só ocorre no vácuo.
- (e) não necessita de meio material para ocorrer.

13 Enem 2007



O uso mais popular de energia solar está associado ao fornecimento de água quente para fins domésticos. Na figura, é ilustrado um aquecedor de água constituído de dois tanques pretos dentro de uma caixa termicamente isolada e com cobertura de vidro, os quais absorvem energia solar.

A. Hinrichs e M. Kleinbach. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Thompson, 3 ed. 2004, p. 529 (Adapt.).

Nesse sistema de aquecimento:

- (a) os tanques, por serem de cor preta, são maus absorvedores de calor e reduzem as perdas de energia.
- (b) a cobertura de vidro deixa passar a energia luminosa e reduz a perda de energia térmica utilizada para o aquecimento.
- (c) a água circula devido à variação de energia luminosa existente entre os pontos X e Y.
- (d) a camada refletiva tem como função armazenar energia luminosa.
- (e) o vidro, por ser bom condutor de calor, permite que se mantenha constante a temperatura no interior da caixa.

Questões gerais

14 Unitau Se você tivesse que entrar num forno quente, preferiria ir:

- (a) nu.
- (b) envolto em roupa de seda.
- (c) envolto em roupa de lã.
- (d) envolto em roupa de lã recoberta com alumínio.
- (e) envolto em roupa de linho preto.

15 Assinale a proposição verdadeira.

- (a) Dois corpos estarão em equilíbrio térmico quando possuírem quantidades iguais de energia.
- (b) Se um corpo A tem maior quantidade de calor que outro B, então a temperatura de A é maior que a de B.
- (c) Calor é energia térmica em trânsito, fluindo espontaneamente da região de maior para a de menor temperatura.

- (d) Calor e energia térmica são a mesma coisa, podendo sempre ser usado tanto um termo como outro, indiferentemente.
- (e) O calor sempre flui da região de menor temperatura para a de maior temperatura.

16 Fatec Em uma noite fria, quando tocamos em objetos que estão expostos ao tempo, verificamos que uma peça metálica, a maçaneta de uma porta, por exemplo, parece mais fria que a própria porta. Esse fato pode ser explicado porque:

- (a) a massa da maçaneta é menor que a da porta.
- (b) o metal é bem mais denso que a madeira.
- (c) a porta é pintada e a tinta é isolante térmico.
- (d) o metal é bom condutor de calor.
- (e) a liga metálica da maçaneta é isolante térmico.

17 No inverno, costumamos usar roupas grossas de lã. Esse fato ocorre porque a lã:

- (a) aquece nosso corpo.
- (b) impede a entrada do frio.
- (c) é um hábito que vem de há muito tempo.
- (d) isola nosso corpo, dificultando a saída do calor.
- (e) é mais densa que os demais tecidos.

18 UFMT 2008 A coluna da esquerda apresenta processos de transferência de calor, e a da direita fatos do cotidiano relacionados a esses processos. Numere a coluna da direita de acordo com a da esquerda.

- | | | |
|---------------|--------------------------|---|
| 1 - Condução | <input type="checkbox"/> | O movimento do ar no interior das geladeiras. |
| 2 - Convecção | <input type="checkbox"/> | O cozinheiro queimou-se com a colher aquecida. |
| 3 - Radiação | <input type="checkbox"/> | Energia que recebemos do Sol. |
| | <input type="checkbox"/> | Ar-condicionado deve ser instalado próximo ao teto. |

Assinale a sequência correta.

- (a) 2, 1, 3, 1
- (b) 1, 2, 3, 3
- (c) 3, 1, 1, 2
- (d) 2, 1, 3, 2
- (e) 1, 3, 2, 2

19 UEM 2007 Quando saímos de uma piscina, sentimos uma sensação de frio na pele. Isso ocorre mesmo que a temperatura fora da piscina esteja um pouco maior que a temperatura da água. Isso acontece porque:

- (a) a água sobre a pele absorve calor do corpo para evaporar.
- (b) a água é um mau condutor de calor.
- (c) o suor da pele mistura-se com a água e esfria-se.
- (d) a água é pouco volátil.
- (e) a água possui calor específico muito baixo, causando sensação de frio.

20 UEPB 2010 Leia o texto:

No dia 07/08/2004 os alpinistas Rodrigo Raineri, 35, e Vitor Negrete, 36 se tornaram os primeiros brasileiros a alcançar o cume do Monte Aconcágua na Argentina, a maior montanha das Américas, com 6.962 m de altura, na estação mais fria do ano. [...] As tempestades de neve e as baixas temperaturas, que beiram os

25 °C negativos são as dificuldades da escalada, já que a subida é feita pela face noroeste, a mais usual e que não possui muita dificuldade técnica [...]

Disponível em: <www.altamontanha.com/altamontanha/noticias/noticias_id=37650.asp>.

Acerca do assunto tratado no texto, em relação à explicação para o fato de ser muito frio no cume das montanhas, podemos afirmar que:

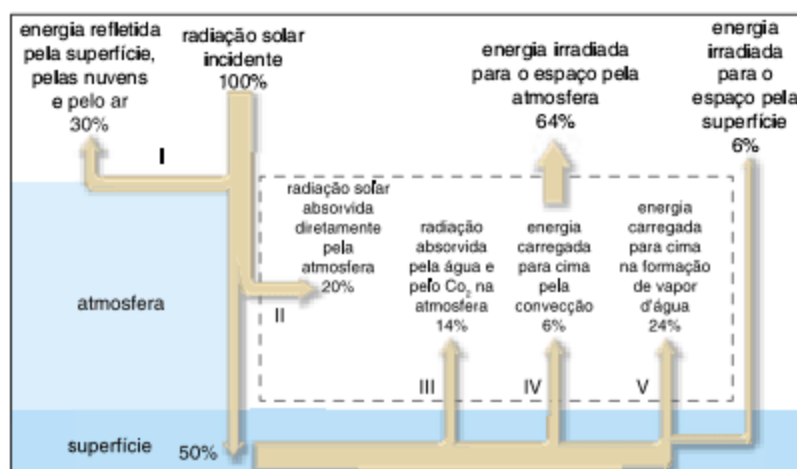
- I. o ar quente da superfície da terra, ao subir pela encosta de uma montanha, sua pressão diminui, o que permite que ele se expanda e se resfrie adiabaticamente. Essa expansão adiabática acontece em função da energia interna do gás, que leva a uma diminuição de sua temperatura.
- II. quanto mais próximo do solo, mais quente é o ar, pois é aquecido pelo calor do sol que a terra absorve e propaga por condução. Por isso, no cume das grandes montanhas, sem o aquecimento, o ar fica sempre muito frio, pois está mais distante do solo.
- III. o ar quente da superfície da terra, com o aumento da altitude, fica menos rarefeito, as moléculas ficam mais distantes umas das outras, diminuindo a condução de calor e fazendo com que o ar tenda a ficar mais frio no cume das grandes montanhas.

Após a análise feita, conclui-se que é(são) correta(s) apenas a(s) proposição(ões):

- (a) I e II.
- (b) II.
- (c) III.
- (d) I.
- (e) II e III.

Diagrama para as questões 21 e 22

O diagrama a seguir representa, de forma esquemática e simplificada, a distribuição da energia proveniente do Sol sobre a atmosfera e a superfície terrestre. Na área delimitada pela linha tracejada, são destacados alguns processos envolvidos no fluxo de energia na atmosfera.



A. Serway, Raymong e John W. Jewett. *Princípios de Física*, v. 2, fig. 18.12 (Adapt.).

21 Enem 2008 Com base no diagrama acima, conclui-se que:

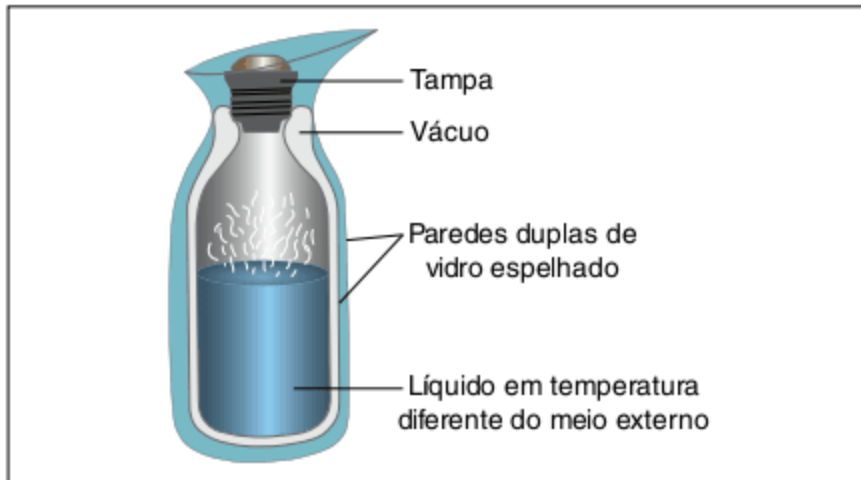
- (a) a maior parte da radiação incidente sobre o planeta fica retida na atmosfera;
- (b) a quantidade de energia refletida pelo ar, pelas nuvens e pelo solo é superior à absorvida pela superfície.
- (c) a atmosfera absorve 70% da radiação solar incidente sobre a Terra.

- (d) mais da metade da radiação solar que é absorvida diretamente pelo solo é devolvida para a atmosfera.
- (e) a quantidade de radiação emitida para o espaço pela atmosfera é menor que a irradiada para o espaço pela superfície.

22 Enem 2008 A chuva é o fenômeno natural responsável pela manutenção dos níveis adequados de água dos reservatórios das usinas hidrelétricas. Esse fenômeno, assim como todo o ciclo hidrológico, depende muito da energia solar. Dos processos numerados no diagrama, aquele que se relaciona mais diretamente com o nível dos reservatórios de usinas hidrelétricas é o de número:

- (a) I.
- (b) II.
- (c) III.
- (d) IV.
- (e) V.

23 FGV A figura a seguir representa o vaso de Dewar (garrafa térmica), vista em corte.



Considere as afirmações que se seguem.

- I. As paredes são de vidro, pois o vidro tem baixo coeficiente de condutibilidade térmica.
- II. O vácuo existente entre as paredes de vidro serve para impedir as trocas de calor, por radiação.
- III. A radiação é minimizada pelo espelhamento existente nas faces internas e externas das paredes de vidro.
- IV. Para evitar trocas de calor por convecção entre o líquido e o meio externo, basta fechar a garrafa.

Assinale:

- (a) se apenas I e II estão corretas.
- (b) se apenas III e IV estão corretas.
- (c) se apenas I, III e IV estão corretas.
- (d) se apenas II e III estão corretas.
- (e) se todas estão corretas.

24 PUC-MG Analise fisicamente as afirmativas seguintes.

- I. Para derreter um bloco de gelo rapidamente, uma pessoa embrulhou-o num grosso cobertor.
- II. Para se conservar o chope geladinho por mais tempo, deve-se colocá-lo numa caneca de louça.
- III. Um aparelho de refrigeração de ar deve ser instalado em um local alto num escritório.

Assinale:

- (a) se apenas I e II estiverem corretas.
- (b) se apenas II e III estiverem corretas.
- (c) se apenas I estiver correta.
- (d) se apenas II estiver correta.
- (e) se apenas III estiver correta.

TEXTOS COMPLEMENTARES

Transporte de energia no interior solar

As estrelas, como o Sol, produzem energia por meio de reações nucleares em seu interior. A energia emitida pelo Sol, que chega até a Terra, é transportada do núcleo até a superfície da estrela por meio de diferentes processos físicos.

A convecção é um dos principais processos pelo qual a energia é transportada de regiões mais internas até a superfície solar. Nas camadas mais externas do Sol, o material não é denso ou quente o suficiente para que a energia seja transportada por irradiação, por isso ocorre a convecção – colunas térmicas, semelhantes a células de convecção, transportam o plasma aquecido até a superfície solar, a fotosfera, dando a ela uma aparência granular.

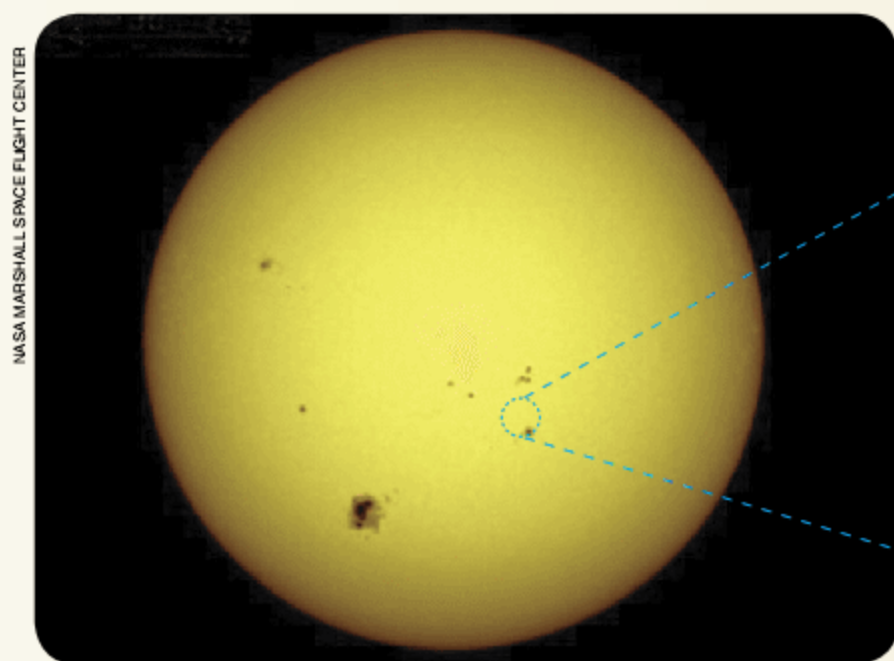
As células de convecção solar são semelhantes às células de convecção observadas em uma panela com água fervente. O material aquecido, nesse caso o plasma, quente e de baixa densidade,

ascende para a superfície solar e o material mais frio desce, estabelecendo correntes de circulação que transferem calor das camadas internas para as camadas mais externas da estrela.

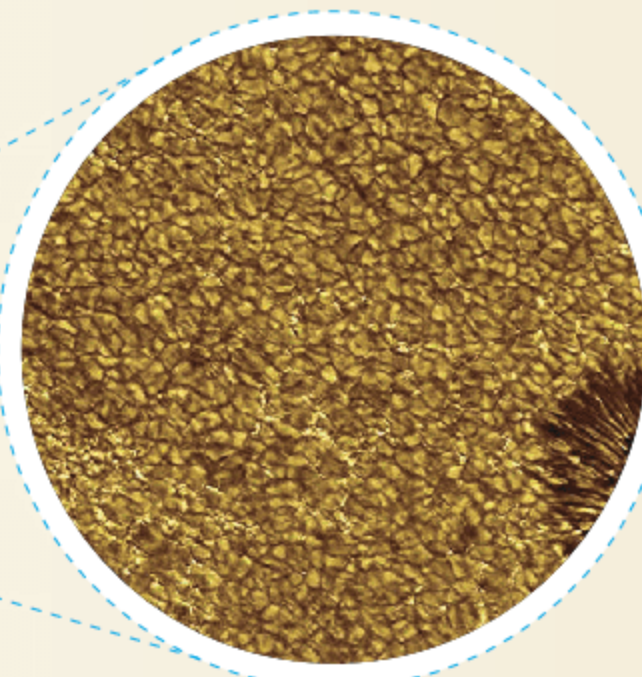
Acima da superfície solar, a energia escapa da estrela e torna-se livre para se propagar no espaço, chegando ao planeta Terra como luz visível.

Em algumas regiões do interior solar, nas camadas a altas temperaturas, ocorre a propagação de energia por irradiação, quando os fótons produzidos por reações nucleares são absorvidos e reemitidos ao interagir com átomos e elétrons.

O transporte de energia e propagação de calor por condução não é favorecido com as condições do interior solar, principalmente de baixa densidade.



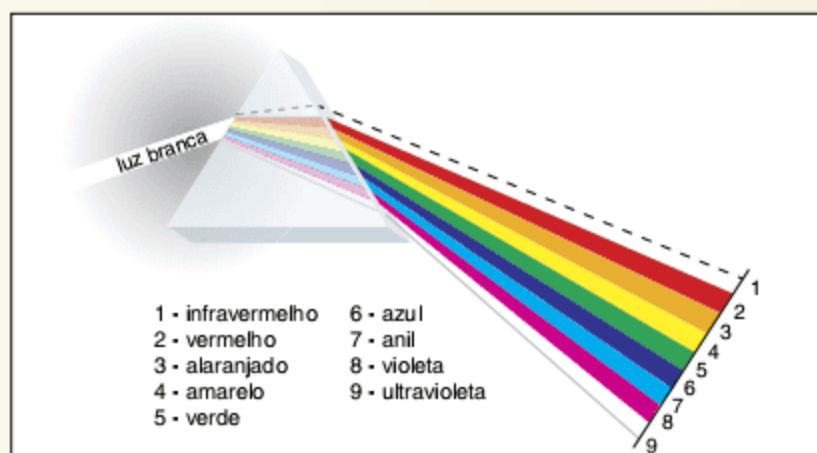
NASA MARSHALL SPACE FLIGHT CENTER



REMOTE SENSING TUTORIAL / NASA

Os raios infravermelhos e algumas aplicações

Para entendermos o conceito de raios infravermelhos, vamos analisar uma experiência feita pelo astrônomo inglês Herschel em 1801. Ele fez incidir um raio de luz solar em um prisma, obtendo a dispersão da luz, ou seja, a sua subdivisão em 7 feixes coloridos, como se vê no esquema.



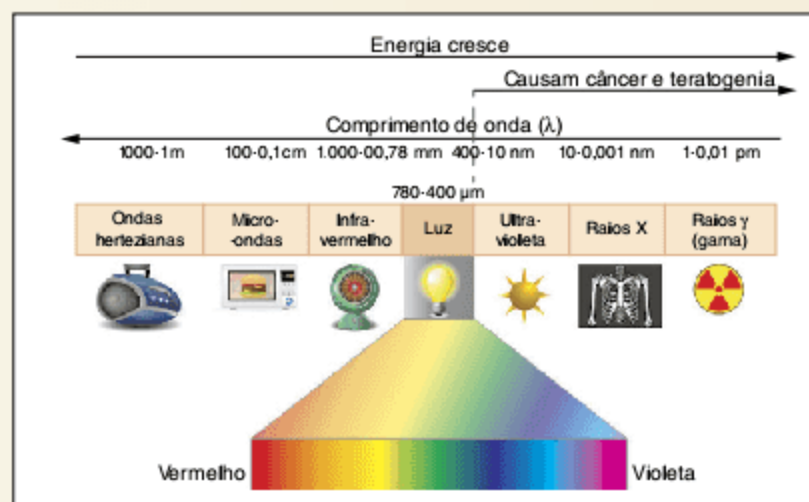
Radiação solar.

A experiência de Herschel consiste em expor um termômetro a esse feixe emergente. Colocando o termômetro em diversas posições, ele constatou que a temperatura aumentava à medida que o termômetro se aproximava da faixa de luz vermelha. O fato de o termômetro acusar um aumento da temperatura quando exposto ao feixe luminoso mostra que ocorreu transmissão de calor por irradiação. No entanto, o fato mais curioso constatado por Herschel foi o de que o termômetro acusava a maior temperatura quando posicionado em um espaço posterior ao "ocupado" pela luz vermelha. Esse fato mostrou a existência de outras radiações eletromagnéticas, invisíveis ao olho humano. Tais radiações foram chamadas de radiações infravermelhas. Você verá futuramente que os vários tipos de radiações conhecidas diferem entre si apenas pelas suas frequências (número de vibrações por segundo). As ondas longas, médias, curtas, ultracurtas do rádio, as ondas luminosas, os raios X, ... são todas ondas eletromagnéticas. Elas transportam tanto mais energia quanto maior a sua frequência. Examinando o espectro eletromagnético, que mostra as diversas radiações que existem, você verifica que é visível apenas pequena

faixa dessas radiações, caracterizadas por frequências em torno de 5.10^{14} Hz, (780 a 400 nm). O complexo proteico (Rodopsina), que absorve a radiação luminosa em bastonetes na nossa retina, não absorve radiações com comprimento de onda maior que 700 nm. A radiação UV é parcialmente barrada pelas proteínas do cristalino, que, inclusive, sofrem desnaturação; por isso, esse é um dos mecanismos que podem desencadear a catarata. O humor aquoso é apenas uma solução de água, sais e enzimas que não absorvem a radiação UV. A porção da radiação UV que atinge a retina não é absorvida pela rodopsina dos fotorreceptores. A rodopsina do "cone azul", que absorve as radiações luminosas de mais alta frequência, absorve radiações com no mínimo 400 nm. Portanto, a radiação UV não se converte em "informação luminosa" para o sistema nervoso. Contudo, a radiação UV pode ser absorvida por outras proteínas ou organelas celulares, gerando sérios problemas para a célula e para a retina.

Lembre-se, há dois fatos que você precisa saber a respeito das radiações infravermelhas: elas são invisíveis e elas provocam a transmissão do calor com maior intensidade do que as radiações visíveis.

Os raios infravermelhos têm inúmeras aplicações científicas, tecnológicas, industriais, médicas e mesmo domésticas.



Espectro eletromagnético.

Assim, existem fornos especiais de raios infravermelhos para cozimento rápido dos alimentos.

Os raios infravermelhos são usados em instalações de secagem rápida de pinturas, em aplicações medicinais para a cura de contusões musculares e servem como ativadores (catalisadores) de reações químicas que se dão com absorção de energia.

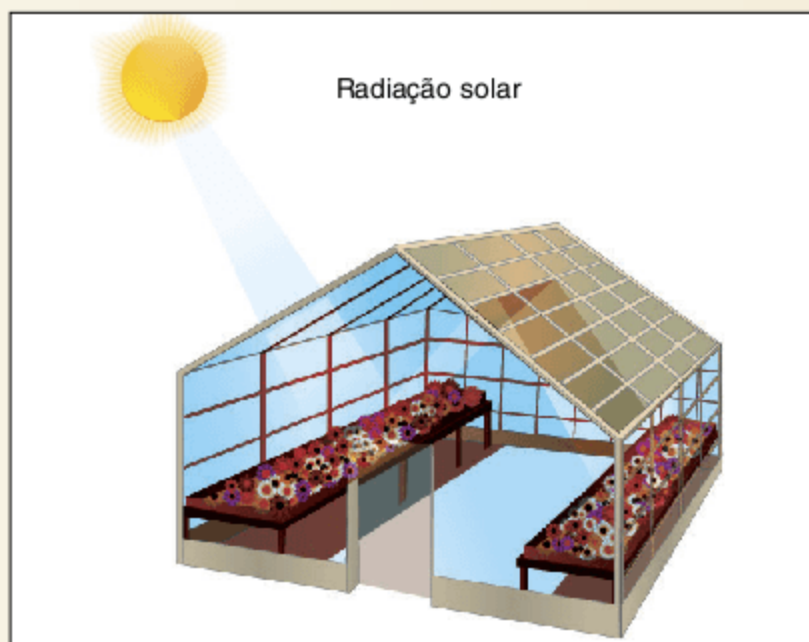
Além disso, podemos fotografar as radiações infravermelhas emitidas por um corpo, usando filmes especiais, sensíveis a essa radiação; desta maneira, podemos fotografar locais escurecidos.

As estufas constituem uma importante aplicação das propriedades dos raios infravermelhos.

Elas possuem uma cobertura de vidro que permite a passagem das radiações luminosas provenientes do Sol. A energia associada a essa radiação é absorvida pelas plantas e, posteriormente, liberada sob a forma de radiação infravermelha.

No entanto, devido à sua frequência, esta radiação infravermelha não atravessa o vidro. Ela é refletida e permanece no interior da estufa. Assim sendo, a energia proveniente do Sol não é perdida para o meio exterior e a estufa se mantém aquecida mesmo quando não recebe luz solar. Ocorrem perdas de calor por convecção e condução, mas existem meios de minimizar tais perdas.

Esse mesmo fenômeno ocorre nas regiões úmidas onde o vapor-d'água e o dióxido de carbono se comportam como o vidro na estufa, mantendo o local aquecido. A região Norte do Brasil é um bom exemplo desse fato, e é por isso que o clima dessa região é "abafado".



Esquema de uma estufa.

RESUMINDO

O calor é propagado de três formas: condução, convecção e irradiação.

- No processo de **condução**, predominante em sólidos, há transporte de energia sem transporte de matéria.
- O transporte de energia acompanhado do transporte de matéria se dá no processo de **convecção**, predominante em líquidos e gases.
- Nos meios materiais e no vácuo (meio imaterial) o transporte de energia se dá por meio de ondas eletromagnéticas, a chamada **irradiação**.

A quantidade de calor que atravessa a seção transversal de um corpo por unidade de tempo é denominada **fluxo de calor**.

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t}$$

Lei de Fourier

O fluxo de calor que atravessa uma seção transversal de área A , de um condutor em regime estacionário, é diretamente proporcional ao gradiente de temperatura e à área da seção transversal.

$$\phi = K \cdot A \cdot \frac{(T_1 - T_2)}{d}$$

■ QUER SABER MAIS?



SITES

- Transferência de calor (em inglês)
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/hframe.html>>.
- Temperatura e radiação – A temperatura do universo
<www.if.ufrj.br/teaching/fis2//temperatura/universo/tmp.html>.
- Trocas de calor (ciclo do carbono, aquecedor solar, efeito estufa, aquecimento e clima)
<www.if.usp.br/gref/termo/termo2.pdf>.

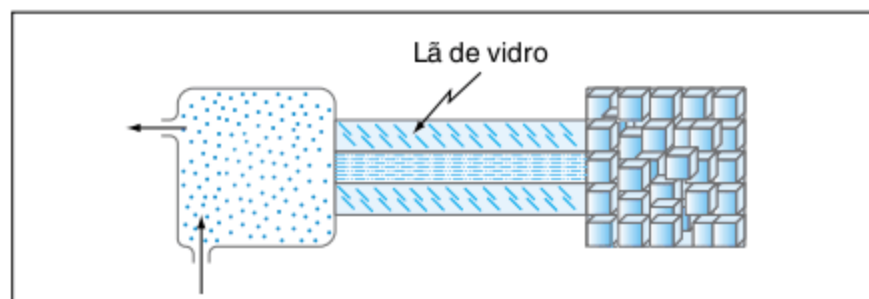
Exercícios complementares

Condução

1 EEUF O calor conduzido através de uma parede, na unidade de tempo, é:

- (a) inversamente proporcional à área da parede.
- (b) diretamente proporcional à espessura da parede.
- (c) diretamente proporcional à diferença de temperatura entre as duas superfícies da parede.
- (d) nenhuma das anteriores.

2 Fuvest Uma barra de alumínio de 50 cm de comprimento e área de seção transversal de 5 cm^2 tem uma de suas extremidades em contato térmico com uma câmara de vapor-d'água em ebulição. A outra extremidade está imersa numa cuba que contém uma mistura bifásica de gelo fundente:



A pressão atmosférica local é normal. Sabendo-se que o coeficiente de condutibilidade térmica do alumínio vale $0,5 \text{ cal/s}\cdot\text{cm}\cdot^\circ\text{C}$, calcule:

- a) a intensidade da corrente térmica através da barra, depois de estabelecido o regime permanente.
- b) a temperatura numa seção transversal da barra, situada a 40 cm da extremidade mais quente.

3 PUC-SP Uma placa de alumínio de $1,0 \text{ m}^2$ de área superficial e 10 cm de espessura foi usada para separar dois meios de temperaturas constantes e iguais a 20°C e 100°C . Determine a intensidade da corrente térmica através da placa, após ser atingido o regime estacionário.

Dado: $K_{Al} = 0,50 \text{ cal/s}\cdot\text{cm}\cdot^\circ\text{C}$.

4 Puccamp Três barras cilíndricas idênticas em comprimento e seção são ligadas formando uma única barra, cujas extremidades são mantidas a 0°C e 100°C . A partir da extremidade mais fria, as condutibilidades térmicas dos materiais das barras valem:

$$(0,20); (0,50) \text{ e } (1,0) \text{ kcal}\cdot\text{m/h}\cdot\text{m}^2\cdot^\circ\text{C}$$

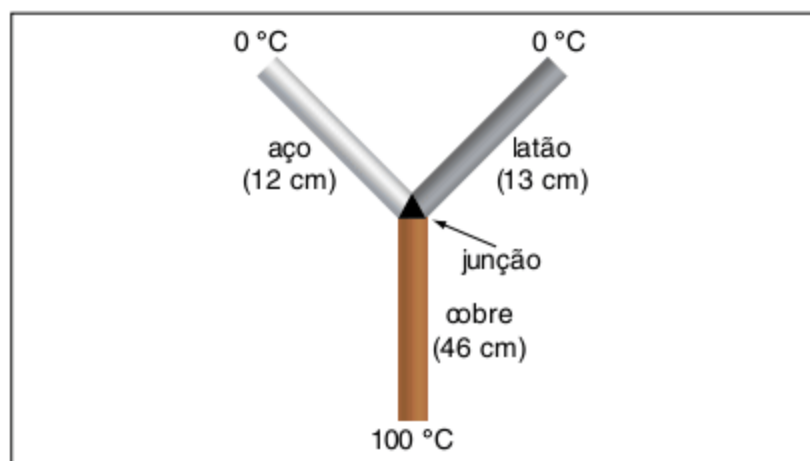
Supondo que em volta das barras exista um isolamento de vidro e desprezando quaisquer perdas de calor, calcular as temperaturas nas junções onde uma barra é ligada à outra.

5 Mackenzie Uma parede de tijolos e uma janela de vidro de espessura 180 mm e 2,5 mm, respectivamente, têm suas faces sujeitas à mesma diferença de temperatura. Sendo as condutibilidades térmicas do tijolo e do vidro iguais a 0,12 e 1,00 unidades SI,

respectivamente, então a razão entre o fluxo de calor conduzido por unidade de superfície pelo vidro e pelo tijolo é:

- (a) 800
- (b) 600
- (c) 500
- (d) 300
- (e) nenhuma das respostas anteriores.

6 Mackenzie Têm-se cilindros de mesmas seções transversais de cobre, latão e aço, cujos comprimentos são, respectivamente, de 46 cm, 13 cm e 12 cm. Soldam-se os cilindros, formando o perfil em Y, indicado na figura. O extremo livre do cilindro de cobre é mantido a 100°C , e os cilindros de latão e aço a 0°C . Supor que a superfície lateral dos cilindros esteja isolada termicamente. As condutibilidades térmicas do cobre, latão e aço valem, respectivamente, 0,92, 0,26 e 0,12 expressa em $\text{cal}\cdot\text{cm}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}\cdot^\circ\text{C}^{-1}$.



No estado estacionário, a temperatura na junção é igual a:

- (a) 100°C
- (b) 80°C
- (c) 67°C
- (d) 50°C
- (e) 40°C

Irradiação

Texto para as questões 7 e 8.

A pele humana é sensível à radiação solar e essa sensibilidade depende das características da pele. Os filtros solares são produtos que podem ser aplicados sobre a pele para protegê-la da radiação solar. A eficácia dos filtros solares é definida pelo fator de proteção solar (FPS), que indica quantas vezes o tempo de exposição ao sol, sem o risco de vermelhidão, pode ser aumentado com o uso do protetor solar. A tabela seguinte reúne informações encontradas em rótulos de filtros solares.

Sensibilidade	Tipo de pele e outras características	Proteção recomendada	FPS recomendado	Proteção a queimaduras
extremamente sensível	branca, olhos e cabelos claros	muito alta	$\text{FPS} \geq 20$	muito alta
muito sensível	branca, olhos e cabelos próximos do claro	alta	$12 \leq \text{FPS} < 20$	alta
sensível	morena ou amarela	moderada	$6 \leq \text{FPS} < 12$	moderada
pouco sensível	negra	baixa	$2 \leq \text{FPS} < 6$	baixa

Proteste, ano V, n. 55, fev. 2007. (Adapt.).

7 Enem 2007 As informações anteriores permitem afirmar que

- as pessoas de pele muito sensível, ao usarem filtro solar, estarão isentas do risco de queimaduras.
- o uso de filtro solar é recomendado para todos os tipos de pele expostos à radiação solar.
- as pessoas de pele sensível devem expor-se 6 minutos ao sol antes de aplicarem o filtro solar.
- pessoas de pele amarela, usando ou não filtro solar, devem expor-se ao sol por menos tempo que pessoas de pele morena.
- o período recomendado para que pessoas de pele negra se exponham ao sol é de 2 a 6 horas diárias.

8 Enem 2007 Uma família de europeus escolheu as praias do Nordeste para uma temporada de férias. Fazem parte da família um garoto de 4 anos de idade, que se recupera de icterícia, e um bebê de 1 ano de idade, ambos loiros de olhos azuis. Os pais concordam que os meninos devem usar chapéu durante os passeios na praia. Entretanto, divergem quanto ao uso do filtro solar. Na opinião do pai, o bebê deve usar filtro solar com $FPS \geq 20$ e o seu irmão não deve usar filtro algum porque precisa tomar sol para se fortalecer. A mãe opina que os dois meninos devem usar filtro solar com $FPS \geq 20$.

Na situação apresentada, comparada à opinião da mãe, a opinião do pai é:

- correta, porque ele sugere que a família use chapéu durante todo o passeio na praia.
- correta, porque o bebê loiro de olhos azuis tem a pele mais sensível que a de seu irmão.
- correta, porque o filtro solar com $FPS \geq 20$ bloqueia o efeito benéfico do sol na recuperação da icterícia.
- incorreta, porque o uso do filtro solar com $FPS \geq 20$, com eficiência moderada, evita queimaduras na pele.
- incorreta, porque é recomendado que pessoas com olhos e cabelos claros usem filtro solar com $FPS \geq 20$.

9 ITA 2008 De acordo com a Lei de Stefan-Boltzmann, o equilíbrio da atmosfera terrestre é obtido pelo balanço energético entre a energia de radiação do Sol absorvida pela Terra e a reemitida pela mesma. Considere que a energia fornecida por unidade de tempo pela radiação solar é dada por $P = A e \sigma T^4$, em que $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$; A é a área da superfície do corpo; T a temperatura absoluta, e o parâmetro e é a emissividade que representa a razão entre a taxa de radiação de uma superfície particular e a taxa de radiação de uma superfície de um corpo ideal, com a mesma área e mesma temperatura. Considere a temperatura média da Terra $\bar{T} = 287 \text{ K}$ e, nesta situação, $e = 1$. Sabendo que a emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global reduz a emissividade, faça uma estimativa de quanto aumentará a temperatura média da Terra devido à emissão de gases responsáveis pelo aquecimento global, se a emissividade diminuir 8%.

Considere $(1 - x)^{1/4} \approx 1 - \frac{x}{4}$

Questões gerais

10 Mackenzie Numa noite fria, preferimos usar cobertor de lã para nos cobrirmos. No entanto, antes de deitarmos, mesmo que existam vários cobertores sobre a cama, percebemos que ela está fria e somente nos aquecemos depois que estivermos sob os cobertores algum tempo. Isso se explica porque:

- o cobertor de lã não é um aquecedor, mas apenas um isolante térmico.
- enquanto não nos deitamos, existe muito frio na cama que será absorvido pelo nosso corpo.
- o cobertor de lã só produz calor quando está em contato com o nosso corpo.
- a cama, por não ser de lã, produz muito frio e a produção de calor pelo cobertor não é suficiente.
- o cobertor de lã não é um bom absorvedor de frio, mas nosso corpo sim.

11 Assinale a proposição falsa.

- A energia térmica de um corpo é o somatório de toda energia de agitação de suas partículas.
- Somente podemos chamar de calor a energia térmica em trânsito; assim, não podemos dizer que um corpo contém calor.
- Dois corpos estão em equilíbrio térmico entre si quando suas temperaturas são iguais.
- A quantidade de calor de um corpo depende de sua temperatura e do número de partículas nele existentes.
- A energia térmica de um corpo é função de sua temperatura.

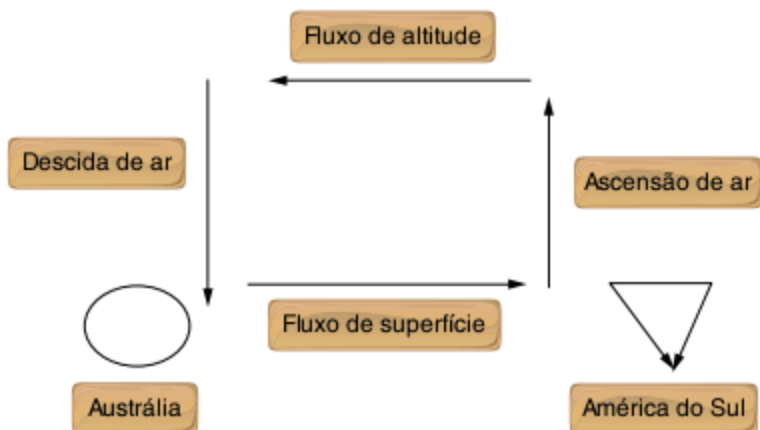
12 Ufes Um ventilador de teto, fixado acima de uma lâmpada incandescente, apesar de desligado, gira lentamente algum tempo após a lâmpada estar acesa. Esse fenômeno é devido à:

- convecção do ar aquecido.
- condução do calor.
- irradiação da luz e do calor.
- reflexão da luz.
- polarização da luz.

13 Nas fábricas onde existem grandes fornos, são colocadas chaminés bem altas. A principal função dessas chaminés é:

- eliminar a poluição.
- obter ar puro das alturas, por condutibilidade.
- lançar a grande altura os gases residuais.
- obter, por radiação, o resfriamento da água da caldeira.
- conseguir maior renovação de ar na fornalha, por convecção.

14 UFGC 2009 O *El Niño* é um fenômeno ambiental da atmosfera do planeta de grandes proporções. As condições de pressão e temperatura são essenciais para a sua ocorrência. O desenho seguinte é um esquema da circulação atmosférica sobre o Oceano Pacífico entre o Continente Australiano e a região próxima à costa do Peru. O fluxo de superfície mostrado no desenho representa o movimento das massas de ar sobre a superfície do Pacífico.



Em relação às condições climáticas dessa região, presentes na promoção do *El Niño*, pode-se afirmar que:

- (a) a subida de grandes massas de ar nas proximidades do oceano, na costa do Peru, revela uma zona de alta temperatura.
- (b) nas proximidades do oceano, no Continente Australiano, a pressão atmosférica deve ser muito baixa o que justifica a direção do fluxo de superfície.
- (c) nas proximidades da superfície do oceano, na costa do Peru, a pressão atmosférica deve ser muito alta o que justifica a direção do fluxo de superfície.
- (d) o ar nas proximidades do oceano, na costa do Peru, deve ter temperaturas muito baixas.
- (e) o fluxo de superfície dá-se de uma região de temperaturas muito altas para regiões de temperaturas muito baixas.

15 PUC-MG 2007 Apesar de ser construído de gelo, o *iglu* é usado pelos esquimós como moradia ou proteção do frio, porque:

- (a) a temperatura do gelo é menor que a do meio ambiente onde vivem os esquimós.
- (b) o calor específico do gelo é menor que o da água.
- (c) o gelo não é um bom condutor de calor.
- (d) a capacidade térmica do gelo é muito grande.

16 Enem 2009 O manual de instruções de um aparelho de ar-condicionado apresenta a seguinte tabela, com dados técnicos para diversos modelos:

Capacidade de refrigeração kW/(BTU/h)	Potência (W)	Corrente elétrica – ciclo frio (A)	Eficiência energética COP (W/W)	Vazão de ar (m ³ /h)	Frequência (Hz)
3,52/(12.000)	1.193	5,8	2,95	550	60
5,42/(18.000)	1.790	8,7	2,95	800	60
5,42/(18.000)	1.790	8,7	2,95	800	60
6,45/(22.000)	2.188	10,2	2,95	960	60
6,45/(22.000)	2.188	10,2	2,95	960	60

Disponível em: <www.institucional.brastemp.com.br>. (Adapt.).

Considere-se que um auditório possua capacidade para 40 pessoas, cada uma produzindo uma quantidade média de calor, e que praticamente todo o calor que flui para fora do auditório o faz por meio dos aparelhos de ar-condicionado. Nessa situação, entre as informações listadas, aquelas essenciais para se determinar quantos e/ou quais aparelhos de ar-condicionado são precisos para manter, com lotação máxima, a temperatura interna do auditório agradável e constante, bem como determinar a espessura da fiação do circuito elétrico para a ligação desses aparelhos, são:

- (a) vazão de ar e potência.
- (b) vazão de ar e corrente elétrica – ciclo frio.
- (c) eficiência energética e potência.
- (d) capacidade de refrigeração e frequência.
- (e) capacidade de refrigeração e corrente elétrica – ciclo frio.

17 FCMS Em certos dias, verifica-se o fenômeno de inversão térmica, que causa aumento de poluição, pelo fato de a atmosfera apresentar maior estabilidade. Essa ocorrência é devida ao seguinte fato:

- (a) a temperatura das camadas inferiores do ar atmosférico permanece superior à das camadas superiores.
- (b) a convecção força as camadas poluídas a circular.
- (c) a condutibilidade do ar diminui.
- (d) a temperatura do ar se homogeniza.
- (e) as camadas superiores do ar atmosférico têm temperatura superior à das camadas inferiores.

18 PUC Resolva as seguintes questões.

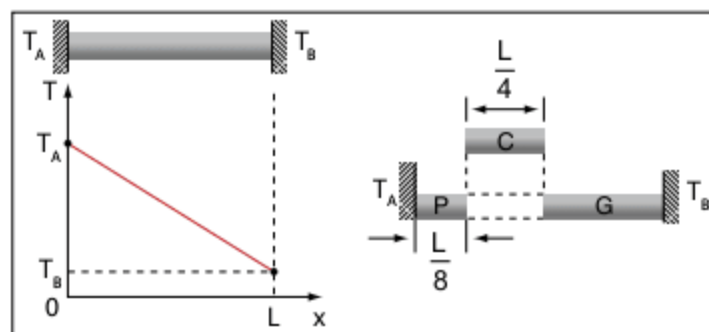
- a) Num ambiente cujos objetos componentes estão todos em equilíbrio térmico, ao tocarmos a mão numa mesa de madeira e numa travessa de alumínio, temos então sensações térmicas diferentes. Por que isso ocorre?
- b) Se aquecemos uma das extremidades de duas barras idênticas, uma de madeira e outra de alumínio, ambas com uma bola de cera presa na extremidade oposta, em qual das barras a cera derreterá antes?
- c) Há relação entre esse fato e a situação inicial?

Dados: $K_{Al} = 0,58 \text{ cal/s}\cdot\text{cm}\cdot^\circ\text{C}$; $K_{madeira} = 0,0005 \text{ cal/s}\cdot\text{cm}\cdot^\circ\text{C}$.

19 Uma barra de ferro, de seção circular, diâmetro D e comprimento L , está em contato térmico, em suas extremidades, com dois reservatórios de calor que são mantidos a temperaturas constantes T_A e T_B , sendo $T_A > T_B$. A temperatura ao longo da barra, no regime estacionário, está representada na primeira figura. Num determinado instante, separou-se um trecho C da barra de ferro, com comprimento $\frac{L}{4}$, localizado a uma distância $\frac{L}{8}$ do reservatório à temperatura T_A , como mostra a segunda figura.

Num determinado instante, separou-se um trecho C da barra de ferro, com comprimento $\frac{L}{4}$, localizado a uma distância $\frac{L}{8}$ do reservatório à temperatura T_A , como mostra a segunda

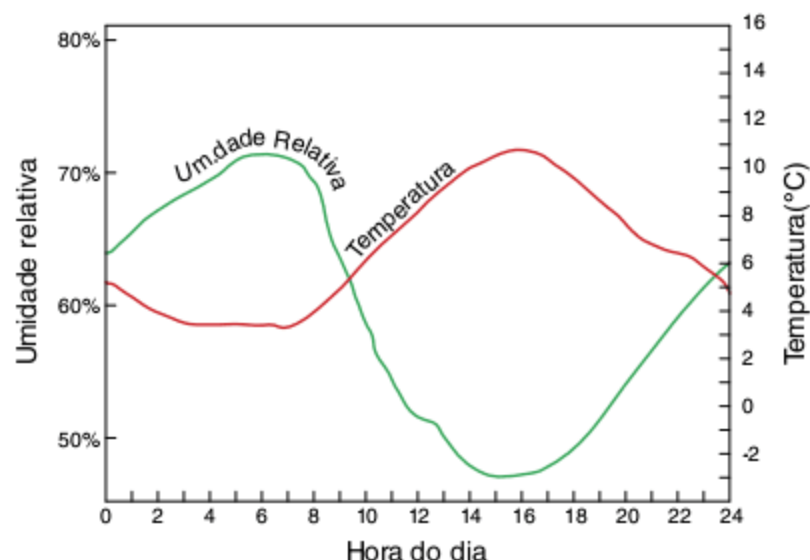
figura.



Os efeitos de radiação, condução pelo meio ambiente e dilatação podem ser desprezados. Na situação em que o sistema atingiu o novo equilíbrio térmico, pede-se:

- a) esboçar o gráfico da distribuição de temperaturas ao longo do eixo dos cilindros P, C e G, indicando os valores em função dos dados.
- b) qual a temperatura de equilíbrio do cilindro C?

20 Enem 2009 Umidade relativa do ar é o termo usado para descrever a quantidade de vapor de água contido na atmosfera. Ela é definida pela razão entre o conteúdo real de umidade de uma parcela de ar e a quantidade de umidade que a mesma parcela de ar pode armazenar na mesma temperatura e pressão quando está saturada de vapor, isto é, com 100% de umidade relativa. O gráfico representa a relação entre a umidade relativa do ar e sua temperatura ao longo de um período de 24 horas em um determinado local.



Considerando-se as informações do texto e do gráfico, conclui-se que:

- a insolação é um fator que provoca variação da umidade relativa do ar.
- o ar vai adquirindo maior quantidade de vapor de água à medida que se aquece.
- a presença de umidade relativa do ar é diretamente proporcional à temperatura do ar.
- a umidade relativa do ar indica, em termos absolutos, a quantidade de vapor de água existente na atmosfera.
- a variação da umidade do ar se verifica no verão, e não no inverno, quando as temperaturas permanecem baixas.

21 Enem 2009 Confirmada pelos cientistas e já sentida pela população mundial, a mudança climática global é hoje o principal desafio socioambiental a ser enfrentado pela humanidade. Mudança climática é o nome que se dá ao conjunto de alterações nas condições do clima da Terra pelo acúmulo de seis tipos de gases na atmosfera – sendo os principais o dióxido de carbono (CO_2) e o metano (CH_4) – emitidos em quantidade excessiva através da queima de combustíveis (petróleo e carvão) e do uso inadequado do solo.

M. Santilli, "Mudança climática global". *Almanaque Brasil Socioambiental* 2008. São Paulo, 2007. (Adapt.).

Suponha que, ao invés de superaquecimento, o planeta sofresse uma queda de temperatura, resfriando-se como numa era glacial, nesse caso:

- a camada de geleiras, bem como o nível do mar, diminuiriam.
- as geleiras aumentariam, acarretando alterações no relevo do continente e no nível do mar.
- o equilíbrio do clima do planeta seria reestabelecido, uma vez que ele está em processo de aquecimento.

- a fauna e a flora das regiões próximas ao círculo polar ártico e antártico nada sofreriam com a glaciação.
- os centros urbanos permaneceriam os mesmos, sem prejuízo à população humana e ao seu desenvolvimento.

22 PUC-SP 2007

Estufas Calor controla

Podemos compreender o fenômeno do "Efeito Estufa", causado pelo Aquecimento Global que tanto preocupa, buscando resposta à questão: por que as plantas, especialmente as mais sensíveis, são armazenadas em estufas?

Plantas são colocadas em estufas com um único objetivo: manter a temperatura constante e em nível ideal para o seu crescimento. De forma semelhante, em nosso planeta, a presença na atmosfera de gases denominados gases de estufa, mantém o calor que recebemos do Sol em temperaturas condizentes com os padrões da vida humana, animal e vegetal. Sem esses gases, a atmosfera seria muito fria, atingindo temperaturas da ordem de -30°C .

Dessa forma, se a Terra está dentro de uma enorme estufa, o problema que o ser humano deveria administrar é o de manter as temperaturas nos níveis adequados, assim como faz o jardineiro com suas plantas. O aquecimento global anunciado, e o consequente "Efeito Estufa", mostra que não estamos sabendo administrar esse desafio.

O mais conhecido dos gases causadores do efeito estufa é o vapor-d'água. O dióxido de carbono, que exalamos na respiração, também é um deles, assim como o metano. A preocupação atual de cientistas e estudiosos, quanto ao aumento da concentração desses gases na atmosfera, justifica-se plenamente na medida em que este fenômeno poderia elevar os níveis de calor (radiação infravermelha) retido pela atmosfera.

A temperatura do planeta, nesse caso, aumentaria, com consequências imprevisíveis.

Instruções:

Nas respostas lembre-se de deixar os processos de resolução claramente expostos. Não basta escrever apenas o resultado final. É necessário registrar os cálculos e/ou o raciocínio utilizado.

- Um dos perigos do aquecimento global é o aumento da temperatura do ar e dos oceanos. Suponha um iceberg, de massa de 1 tonelada (1.000 kg), boiando na água do mar. Determine a quantidade de calor, em calorias necessárias para fundir completamente o iceberg. Considere o calor latente de fusão do gelo igual a 80 cal/g .
- A estufa na qual um jardineiro armazena suas plantas tem a forma de um paralelepípedo reto-retângulo de base com dimensões 5,0 m por 10,0 m, e altura 4,0 m. A elevação da temperatura interna dessa estufa, com o passar das horas do dia, ocorre na razão constante de $4,0 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C/m}^3 \cdot \text{h}$. Supondo que às 6 horas a temperatura da estufa seja de 20°C :
 - justifique, segundo os princípios da propagação do calor, o motivo pelo qual as estufas de plantas são, normalmente, construídas com paredes e teto de vidro.

- b2) represente, em um gráfico cartesiano, a temperatura interna da estufa em função do tempo, desde as 6 horas até as 15 horas de um mesmo dia, destacando as temperaturas relativas a 9 horas e a 12 horas.

23 Enem 2009 A atmosfera terrestre é composta pelos gases nitrogênio (N_2) e oxigênio (O_2), vapor de água (H_2O), metano (CH_4), ozônio (O_3) e o óxido nítrico (N_2O), que compõem o restante 1% do ar que respiramos. Os gases traços, por serem constituídos por pelo menos três átomos, conseguem absorver o calor irradiado pela Terra, aquecendo o planeta. Esse fenômeno, que acontece há bilhões de anos, é chamado de efeito estufa. A partir da Revolução Industrial (século XIX), a concentração de gases traços na atmosfera, em particular o CO_2 , tem aumentado significativamente, o que resultou no aumento da temperatura em escala global. Mais recentemente, outro fator tornou-se diretamente envolvido no aumento da concentração de CO_2 na atmosfera: o desmatamento.

I. F. Brown; A. S. Alechandre, "Conceitos básicos sobre clima, carbono, florestas e comunidades". A. G. Moreira & S. Schwartzman. *As mudanças climáticas globais e os ecossistemas brasileiros*. Brasília: Instituto de Pesquisa Ambiental da Amazônia, 2000. (Adapt.).

Considerando o texto, uma alternativa viável para combater o efeito estufa é:

- (a) reduzir o calor irradiado pela Terra mediante a substituição da produção primária pela industrialização refrigerada.
- (b) promover a queima da biomassa vegetal, responsável pelo aumento do efeito estufa devido à produção de CH_4 .
- (c) reduzir o desmatamento, mantendo-se, assim, o potencial da vegetação em absorver o CO_2 da atmosfera.
- (d) aumentar a concentração atmosférica de H_2O , molécula capaz de absorver grande quantidade de calor.
- (e) remover moléculas orgânicas polares da atmosfera, diminuindo a capacidade delas de reter calor.

24 UEPB 2009 Na informática, o processador, peça essencial para o funcionamento do computador, apresenta o efeito indesejado de produção excessiva de calor. O *cooler* (refrigerador, em inglês) tem a função de superar esse problema. Esse sistema de dissipação térmica, controla a temperatura basicamente por dois componentes: um microventilador (responsável pelo fluxo de ar) e um dissipador (peça de cobre ou alumínio) instalado sobre o processador.

Julgue os itens abaixo como certo (C) ou errado (E).

- Parte do calor gerado pelo processador é transferido para o dissipador, por diferença de temperatura. Este, facilitado por sua alta condutividade térmica, transfere calor diretamente para o ambiente, ajudado pelo ar impulsionado pela ventoinha, que mantém, num processo contínuo, a estabilidade da temperatura, essencial para o funcionamento adequado do processador.
- Um dissipador feito de níquel tem melhor funcionalidade que um dissipador de cobre. No entanto, por questões econômicas, a maioria dos dissipadores é feita de alumínio ou cobre.
- Em épocas frias é aconselhável usar roupas de tecidos de alta condutividade térmica, para evitar a hipotermia (diminuição da temperatura corporal abaixo de $35\text{ }^\circ\text{C}$).

- A folha de alumínio confeccionada de forma fina, utilizada na culinária, tem as vantagens de economia de material e de segurança, pois a reduzida massa da folha nesse formato corresponde a uma quantidade de calor igualmente pequena que esta pode armazenar, o que evita riscos de queimaduras, por exemplo, no preparo de assados.
- As panelas de barro (material cerâmico artesanal) são mais eficientes para manter os alimentos quentes por um período de tempo maior que as panelas de alumínio, no entanto, são mais dispendiosas porque consomem maior quantidade de carvão para o preparo dos cozidos.

A sequência correta é:

- (a) C – E – E – E – C
- (b) C – E – E – C – E
- (c) E – E – E – C – C
- (d) C – C – E – C – C
- (e) C – E – E – C – C

Gases e termodinâmica

6

FRENTE 3



© PETER GUSTAFSON | DREAMTIME.COM

Ao se aquecer o ar no interior de um balão, ele se expande, com o aumento de volume da massa gasosa e a diminuição da densidade do ar em seu interior. Um balão levanta voo porque o ar aquecido em seu interior é menos denso que o ar no exterior.

REPRODUÇÃO

Gás ideal

Os gases são fluidos desprovidos de forma própria, facilmente compressíveis e dotados de expansibilidade, ocupando sempre a capacidade, o volume total dos recipientes que os contêm.

O estudo de vários gases concluiu que eles apresentam muitas propriedades físicas em comum, independentemente de sua natureza química. Foi criado um **modelo de gás perfeito**, ou **gás ideal**, cujo comportamento, teoricamente, aproxima-se do observado na maioria dos gases reais.

As partículas constituintes de um gás movem-se com muita liberdade, mantendo uma grande distância média entre si. Isso significa que a quase totalidade do volume de um gás corresponde a espaços vazios e é muito pequena a fração correspondente ao volume das moléculas.

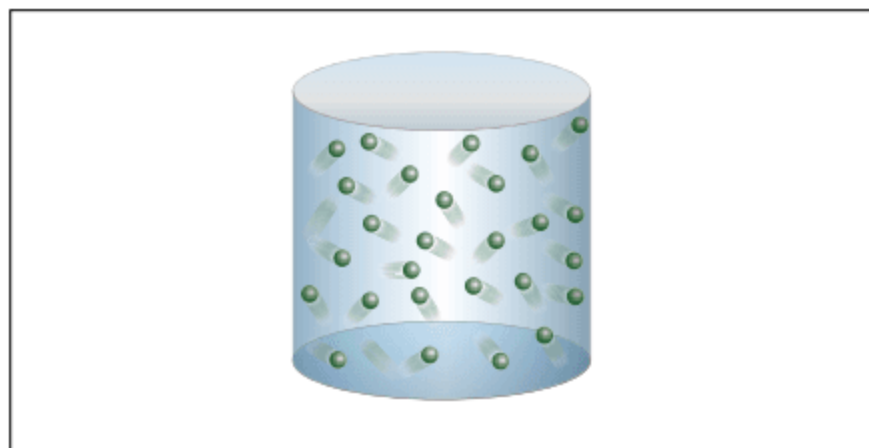


Fig. 1 Modelo de gás ideal.

O modelo do gás ideal segue as seguintes hipóteses:

- I. As partículas constituintes do gás (moléculas ou átomos) são consideradas puntiformes (pontos materiais) e obedecem às leis da dinâmica do ponto material.
- II. Todas as colisões entre as moléculas do gás, ou entre as moléculas do gás e as paredes do recipiente, são perfeitamente elásticas.
- III. As partículas só interagem por ocasião das colisões, supostas de curta duração.

Vale ressaltar que, salvo observação em contrário, estaremos sempre estudando gases ideais, isto é, gases cujo comportamento físico se enquadra nas hipóteses acima.

ATENÇÃO!

Na prática, o gás ideal não existe. Experimentalmente, gases reais submetidos a baixas pressões e altas temperaturas, isto é, baixíssimas densidades, aproximam-se do modelo de um gás ideal.

Para analisar o comportamento térmico dos gases do ponto de vista macroscópico, consideramos, em geral, as seguintes variáveis de estado: **pressão, volume e temperatura**.

Cada estado de equilíbrio em que um gás se apresenta é perfeitamente caracterizado, do ponto de vista macroscópico, por um temo de valores P, V, T ; o primeiro valor para caracterizar a

pressão, o segundo para caracterizar o volume e o terceiro para caracterizar a temperatura da massa gasosa.

A pressão (P) pode ser associada às colisões das partículas constituintes do gás com as paredes do recipiente que o contém. O volume (V) é associado ao volume do recipiente. A temperatura (T) associa-se ao grau de agitação molecular.

Dizemos que a massa gasosa sofre uma transformação, passando de um estado inicial de equilíbrio para um estado final de equilíbrio, quando ocorre a variação de pelo menos duas das variáveis de estado apontadas.

Contudo, se notarmos alteração em uma variável de estado, já podemos concluir que houve transformação, apesar de as variações ocorrerem, no mínimo, aos pares como citado anteriormente.

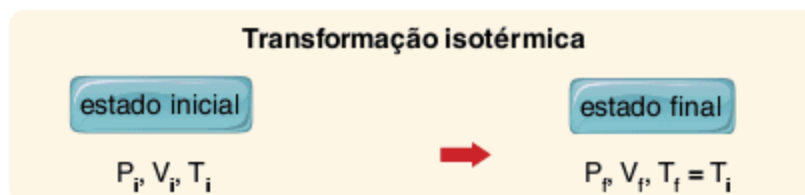
ATENÇÃO!

Observe que, nos cálculos envolvendo gases e termodinâmica, deve-se utilizar sempre uma escala absoluta de temperatura – a escala Kelvin (K).

Transformações fundamentais

Transformação isotérmica ($T = \text{cte.}$)

Uma transformação é dita isotérmica quando ocorre a **temperatura constante**, isto é, quando, ao passar do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio, a massa gasosa mantém a temperatura fixa.



ATENÇÃO!

Sob temperatura constante, a pressão de um gás ideal é inversamente proporcional ao seu volume.

Você deve notar que $T_f = T_i$, pois T permanece constante em cada estado de equilíbrio intermediário.

A transformação isotérmica obedece à Lei de Boyle (Robert Boyle, 1627-1691), segundo a qual o produto da pressão pelo volume permanece constante.

Simbolicamente, você representa a Lei de Boyle por:

$$P_i \cdot V_i = P_f \cdot V_f = \text{constante}$$

Analisando a expressão anterior, conclui-se que, nas transformações isotérmicas, a pressão é inversamente proporcional ao volume, isto é, à medida que o volume ocupado pelo gás diminui, a pressão aumenta proporcionalmente e vice-versa; significado físico da expressão $PV = \text{constante}$.

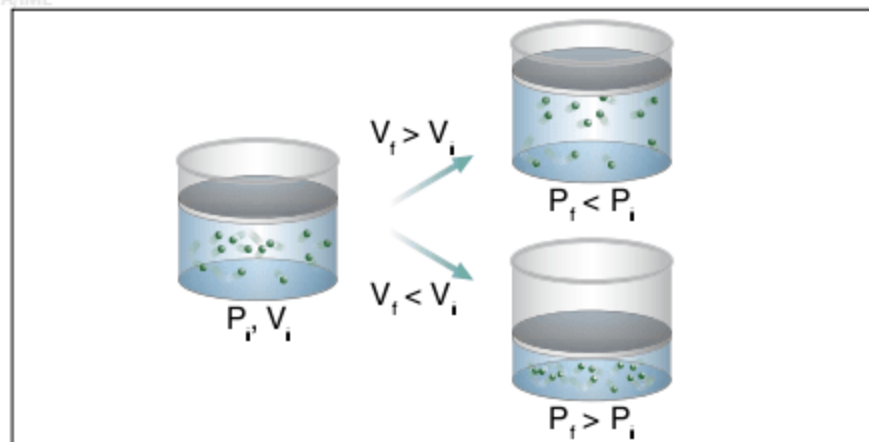


Fig. 2 Temperatura constante, PV constante.

Diagrama da transformação isotérmica

Traçando a curva $P \times V$, obtém-se o chamado diagrama para as transformações isotérmicas.

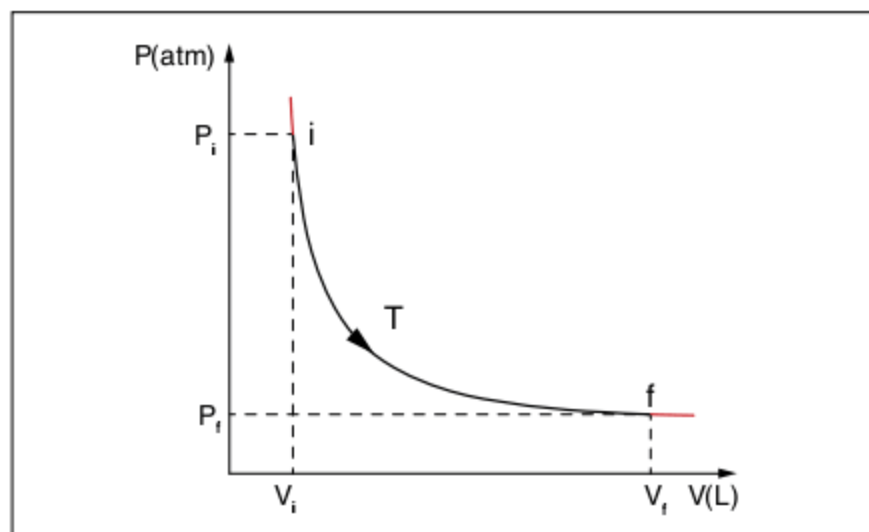


Fig. 3 Transformação isotérmica, $P \cdot V = \text{constante}$.

A curva é uma hipérbole equilátera que recebe o nome de **isoterma** do gás correspondente à temperatura considerada. Note que os pontos da curva representam estados de equilíbrio do gás à mesma temperatura T .

Repetindo a experiência para diversas temperaturas, obtém-se a **família de isotermas** do gás.

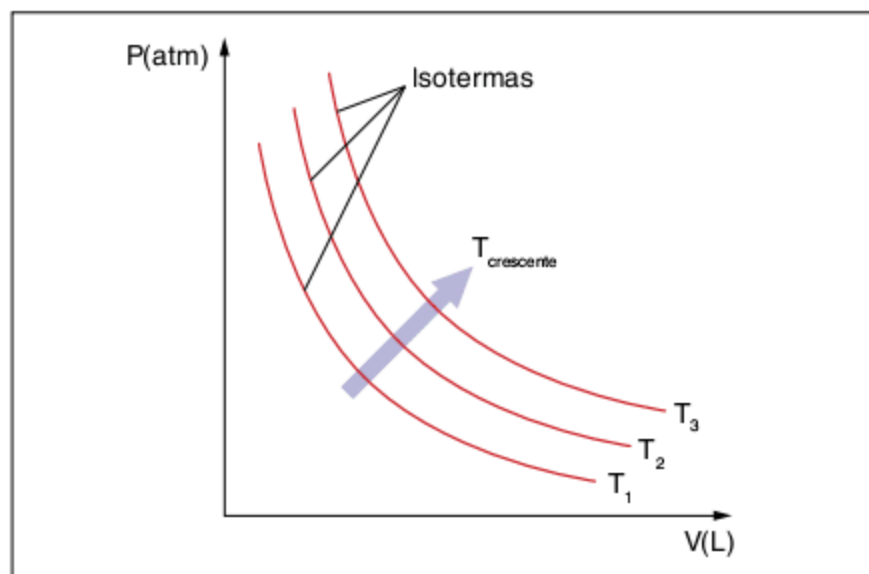
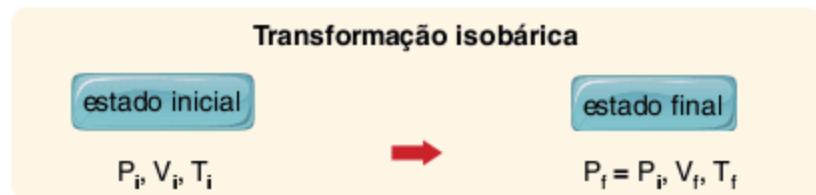


Fig. 4 Família de isotermas, $T_3 > T_2 > T_1$.

Transformação isobárica ($P = \text{cte.}$)

Uma transformação é dita isobárica quando, ao passar do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio, a pressão do gás não se modifica, permanecendo constante.



ATENÇÃO!

Sob pressão constante, o volume de um gás ideal é diretamente proporcional à sua temperatura.

Os físicos J. Charles (1746-1823) e J. L. Gay-Lussac (1778-1850) definiram experimentalmente a seguinte relação:

Mantendo-se um gás ideal sob pressão constante, seu volume aumenta com o aumento da temperatura.

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_f} = \text{constante}$$

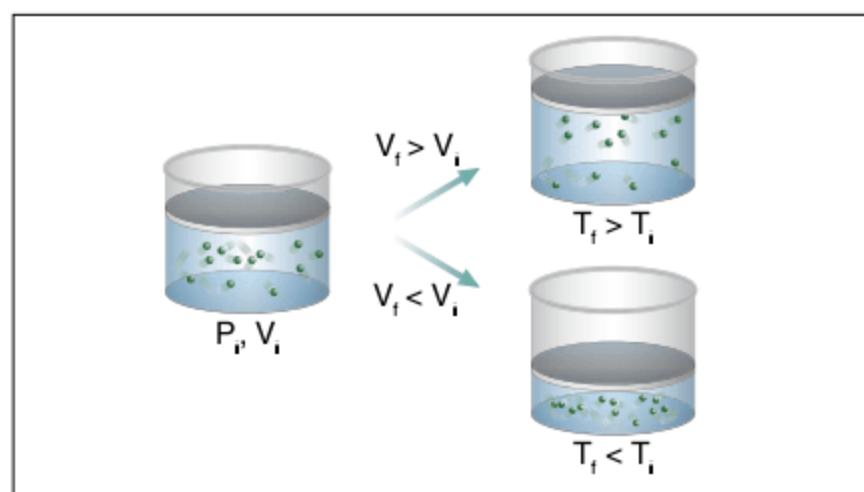


Fig. 5 Pressão constante, V proporcional a T .

Observação: Outra maneira de indicar uma transformação isobárica é ela ocorrer com êmbolo livre e sem atrito.

Diagrama da transformação isobárica

Na figura 6, nota-se que o gás passa isobaricamente do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio. A transformação é representada pelo segmento de reta paralelo ao eixo dos volumes entre os pontos i e f , considerados sobre as isotermas T_i e T_f .

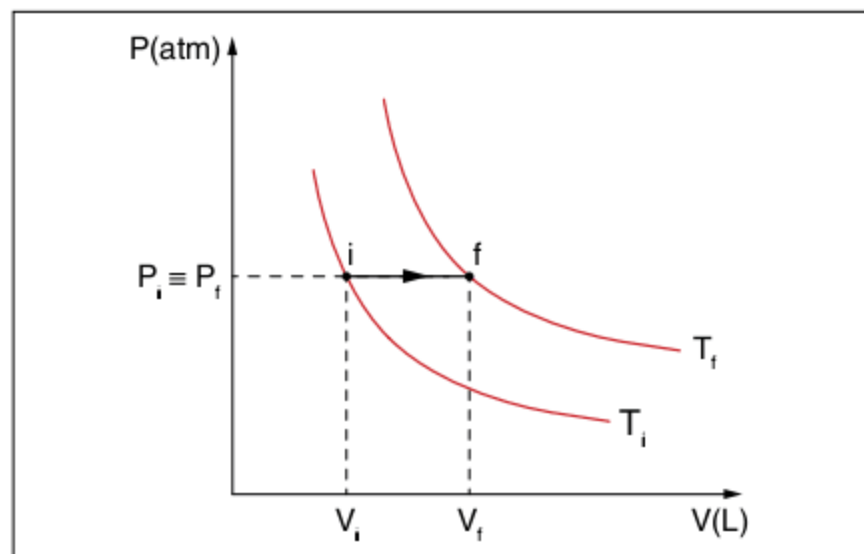


Fig. 6 Transformação isobárica $\frac{V}{T} = \text{constante}$.

Considere o gráfico a seguir.

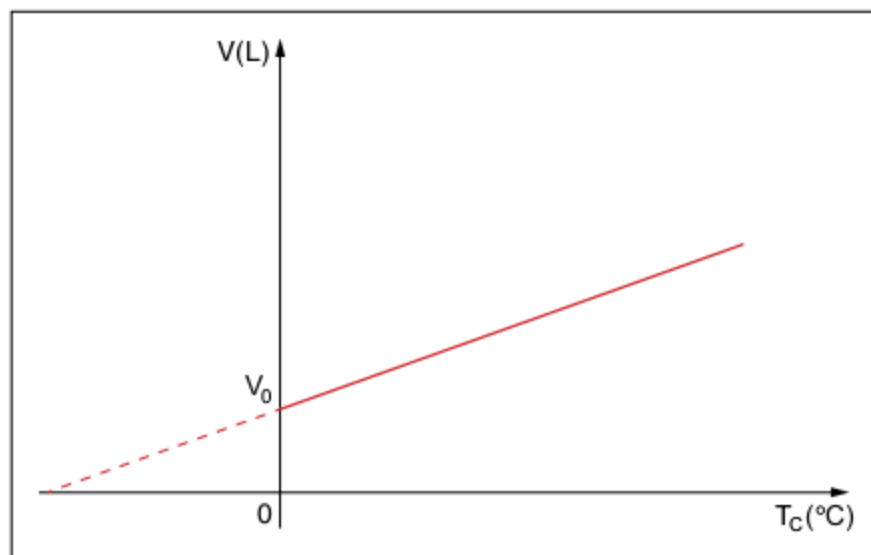


Fig. 7 Volume x Temperatura para um gás ideal à pressão constante.

Da dilatação térmica, temos:

$$\Delta V = V_0 \gamma \Delta T \Rightarrow V_f = V_0(1 + \gamma \Delta T) \Rightarrow V = V_0(1 + \gamma T_C)$$

em que V é o volume do gás à temperatura T_C ($^{\circ}\text{C}$); V_0 é o volume do gás a 0°C ; T_C é a temperatura do gás em graus Celsius e γ é o coeficiente de dilatação do gás ideal ($\gamma = \frac{1}{273}^{\circ}\text{C}^{-1}$).

Seja:

$$V = V_0 \left(1 + \frac{T_C}{273}\right), \text{ para } T_C = T_K - 273, \text{ temos:}$$

$$V = V_0 \left(1 + \frac{T_K - 273}{273}\right) \Rightarrow V = V_0 \left(\frac{273 + T_K - 273}{273}\right)$$

$$V = V_0 \frac{T_K}{273} \Rightarrow V = V_0 \frac{T_K}{T_0}$$

em que T_0 é a temperatura zero na escala Celsius, ou 273 K.

ATENÇÃO!

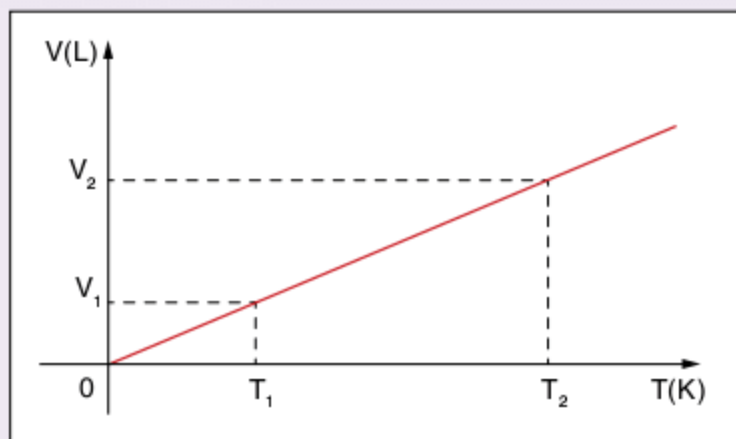
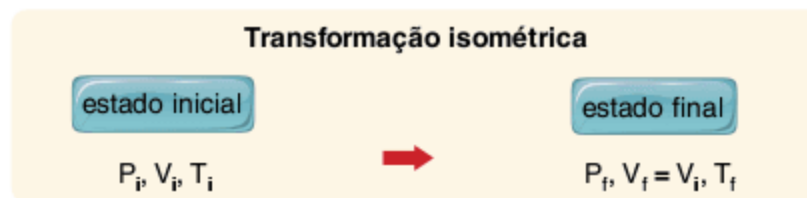


Fig. 8 Em uma transformação isobárica, o volume de um gás ideal é diretamente proporcional à temperatura absoluta

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Transformação isométrica ou isocórica ($V = \text{cte.}$)

Uma transformação é dita isométrica ou isocórica quando, ao passar do estado de equilíbrio inicial i para o estado de equilíbrio final f , o volume de gás não se modifica.



ATENÇÃO!

Sob volume constante, a pressão de um gás ideal é diretamente proporcional à sua temperatura.

Observação: Outra maneira de indicar uma transformação isométrica é ela ocorrer com êmbolo fixo ou mesmo em um recipiente indeformável.

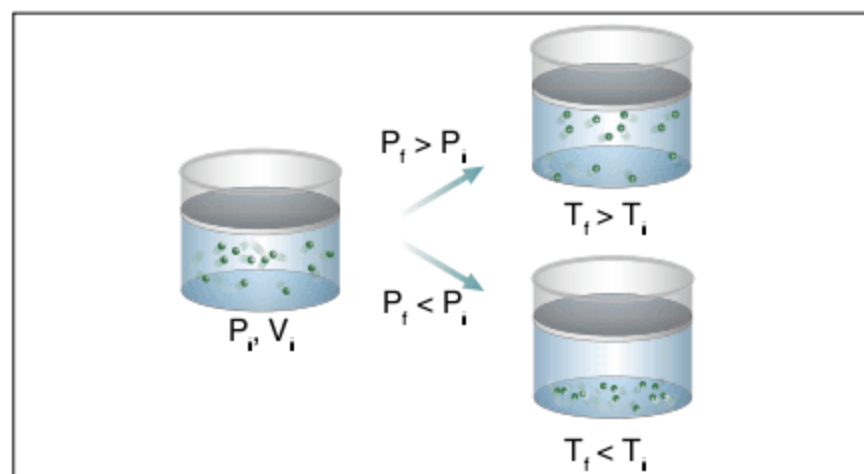


Fig. 9 Volume constante, P proporcional a T .

Os cientistas Charles e Gay-Lussac estabeleceram que: mantendo-se constante o volume de um gás, sua pressão aumenta com o aumento da temperatura.

$$P = P_0(1 + \gamma \Delta T)$$

ATENÇÃO!

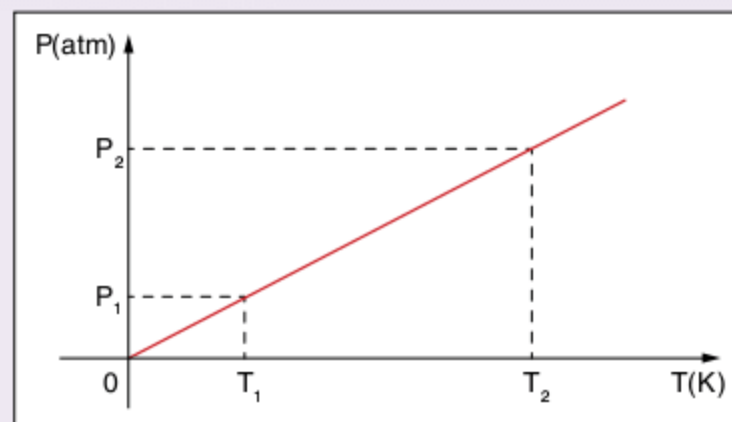


Fig. 10 Em uma transformação isométrica, a pressão do gás é diretamente proporcional à temperatura absoluta.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Diagrama da transformação isométrica

No esquema a seguir, você nota que a massa gasosa passa isometricamente do estado de equilíbrio inicial *i* para o estado de equilíbrio final *f*, sendo a transformação representada por um segmento *if* paralelo ao eixo das pressões, entre as isotermas correspondentes às temperaturas T_i e T_f .

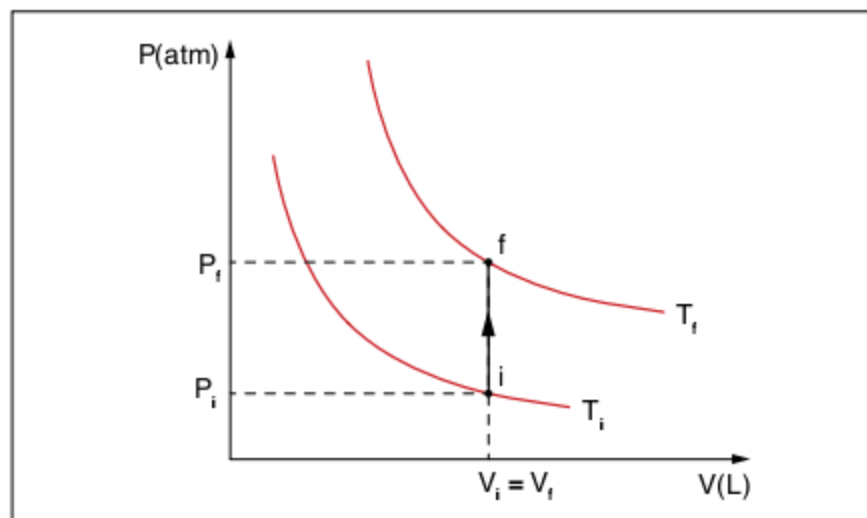


Fig. 11 Transformação isométrica $\frac{P}{T} = \text{constante}$.

Transformação geral

Suponha que uma certa massa gasosa se encontre no estado inicial de equilíbrio *i* e que seja levada, mediante duas transformações sucessivas, uma isobárica e uma isométrica, ao estado final de equilíbrio *f*. Para o nosso raciocínio, é indiferente qual das duas transformações é realizada primeiro, porém vamos considerar uma transformação isobárica seguida de uma isométrica.



Fig. 12 Transformação isobárica seguida de isométrica.

Recorrendo a um diagrama de transformação para a figura 12, temos:

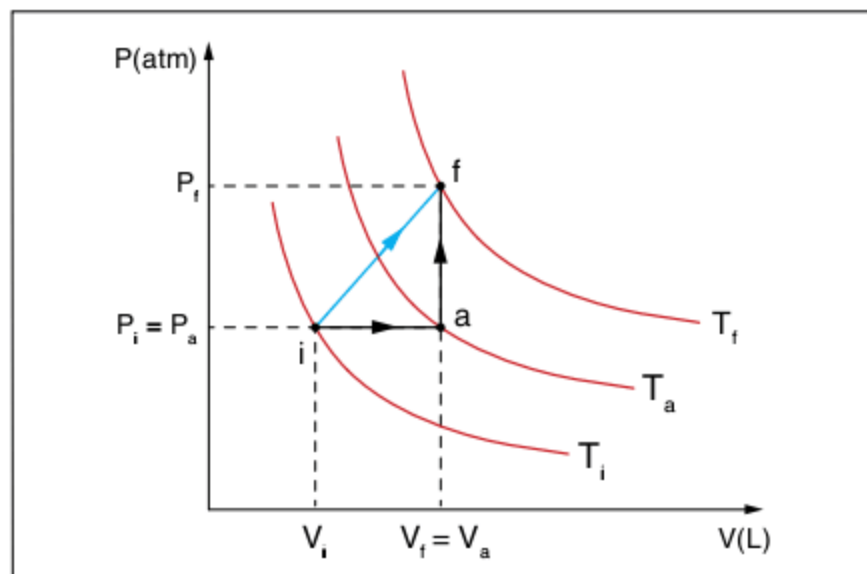
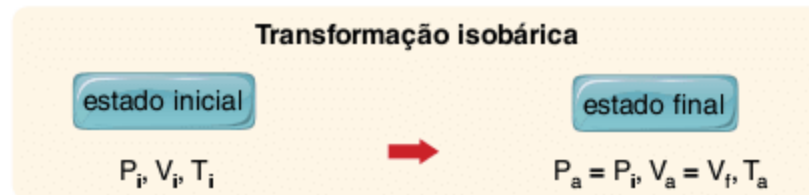


Fig. 13 Diagrama de uma transformação qualquer.

Como se vê pelo diagrama (Fig.13), está sendo feita a suposição de que o gás é levado isobaricamente do estado inicial ao estado intermediário *e*, em seguida, isometricamente, do estado intermediário ao estado final. Entretanto, a nossa dedução chegaria ao mesmo resultado se admitíssemos que a primeira transformação é isométrica e a segunda é isobárica.

De acordo com a hipótese feita, temos:



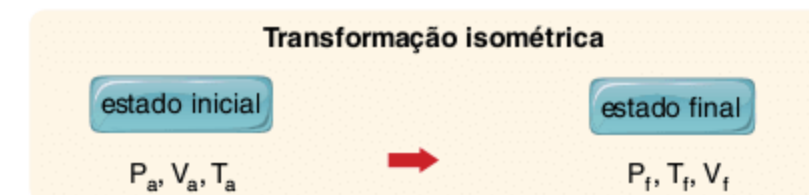
A Lei de Charles permite escrever:

$$\frac{V_i}{T_i} = \frac{V_a}{T_a}$$

Mas: $V_a = V_f$

$$\text{Logo: } \frac{V_i}{T_i} = \frac{V_f}{T_a} \Rightarrow T_a = T_i \frac{V_f}{V_i}$$

Considere agora a transformação pela qual o gás passa do estado intermediário ao estado final.



Aplicando novamente a Lei de Charles, temos:

$$\frac{P_a}{T_a} = \frac{P_f}{T_f}$$

Mas: $P_a = P_i$

$$\text{Portanto: } \frac{P_i}{T_a} = \frac{P_f}{T_f} \Rightarrow T_a = \frac{P_i \cdot T_f}{P_f}$$

Comparando as expressões, obtemos:

$$\frac{P_i \cdot T_f}{P_f} = \frac{T_i \cdot V_f}{V_i} \Rightarrow \frac{P_i \cdot V_i}{T_i} = \frac{P_f \cdot V_f}{T_f}$$

De onde se conclui que a equação que é denominada equação geral dos gases.

$$\frac{P \cdot V}{T} = \text{constante}$$

Equação de Clapeyron

O físico francês P.E. Clapeyron (1799-1864), analisando as variáveis de estado com a quantidade e o tipo de gás, verificou que razão $\frac{P \cdot V}{T}$ é diretamente proporcional ao número de mols (*n*) do gás.

Considere uma certa massa gasosa que ocupa um volume V_0 nas condições normais de temperatura e pressão (CNTP).

Observação:

Nas CNTP,

- $P_0 = 1 \text{ atm}$
- $T_0 = 273,15 \text{ K}$

Suponha que a massa gasosa seja levada, por meio de uma transformação geral, a um estado genérico de equilíbrio, cujas coordenadas são P, V, T .

Aplicando a equação geral dos gases, temos: $\frac{P \cdot V}{T} = \frac{P_0 \cdot V_0}{T_0}$

Seja n o número de mols do gás que está sofrendo a transformação. Chamaremos de volume molar do gás o volume ocupado por um mol do gás nas CNTP, e representaremos essa grandeza pelo símbolo \mathcal{U} . Podemos escrever então $V_0 = n \cdot \mathcal{U}$.

Substituindo V_0 na equação geral, obtemos: $\frac{P \cdot V}{T} = n \cdot \frac{P_0 \cdot \mathcal{U}}{T_0}$

O fator $\frac{P_0 \cdot \mathcal{U}}{T_0}$ é um fator constante que recebe nome de **constante universal dos gases** e é representado pela letra R .

Logo, $R = \frac{P_0 \cdot \mathcal{U}}{T_0}$

Portanto, temos a equação de Clapeyron:

$\frac{P \cdot V}{T} = nR \Rightarrow P \cdot V = nRT$

Valor da constante R

O valor da constante R depende das unidades em que são medidas a pressão, o volume e a temperatura.

I. Para:

$P_0 = 1 \text{ atm}; V_0 = 22,4 \text{ L/mol}; T_0 = 273,15 \text{ K}$
temos:

$R = \frac{P_0 \mathcal{U}}{T_0} = \frac{1 \text{ atm} \cdot 22,4 \text{ L/mol}}{273 \text{ K}} \Rightarrow R = 0,082 \frac{\text{atm L}}{\text{mol K}}$

II. Para:

$P_0 = 760 \text{ mmHg}; V_0 = 22,4 \text{ L/mol}; T_0 = 273,15 \text{ K}$
temos:

$R = \frac{P_0 \cdot \mathcal{U}}{T_0} = \frac{760 \text{ mmHg} \cdot 22,4 \text{ L/mol}}{273 \text{ K}} \Rightarrow$

$R = 62,3 \frac{\text{mm Hg} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

III. Para:

$P_0 = 10^5 \text{ Pa}; V_0 = 22,4 \text{ L/mol}; T_0 = 273,15 \text{ K (S.I.)}$
temos:

$R = \frac{P_0 \cdot \mathcal{U}}{T_0} = \frac{10^5 \text{ Pa} \cdot 22,4 \text{ L/mol}}{273 \text{ K}} \Rightarrow R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

Transformação adiabática

A transformação é dita **adiabática** quando, ao passar do estado inicial de equilíbrio para o estado final de equilíbrio, é obedecida a equação de Laplace-Poisson:

$P \cdot V^\gamma = \text{constante}$

Sendo que o expoente γ é constante e igual a:

$\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ onde: $c_p > c_v$

Voltaremos a analisar as transformações adiabáticas no estudo da Termodinâmica. Você aprenderá, então, que nas transformações adiabáticas **não há troca de calor entre o sistema e o meio exterior**. Uma transformação rápida pode ser considerada adiabática.

ATENÇÃO!

Vamos esquematizar, em um único diagrama, as transformações que você aprendeu.

$P \cdot V = nRT$

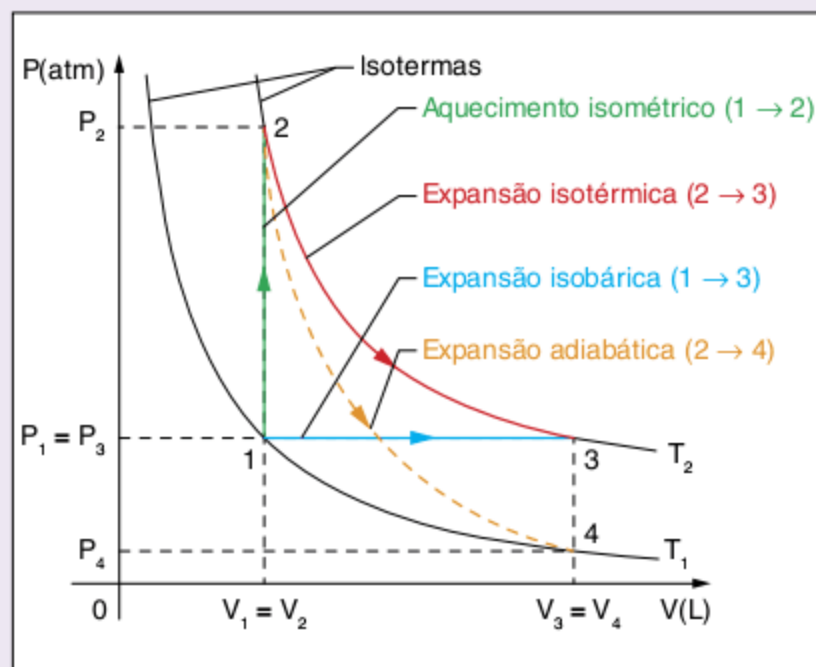


Fig. 14 Transformações fundamentais.

- Expansão adiabática $T_f < T_i$; "desce" de isoterma.
- Compressão adiabática $T_f > T_i$; "sobe" de isoterma

Densidade dos gases perfeitos

Você já sabe que para um gás perfeito vale a equação de Clapeyron: $PV = nRT$, mas $n = \frac{m}{M}$, em que m é a massa gasosa colocada em jogo e M é a massa molecular do gás.

Assim, temos: $PV = \frac{m}{M} \cdot RT \Rightarrow PM = \frac{m}{V} \cdot RT$

Lembrando que a densidade (d) é dada por $d = \frac{m}{V}$, temos:

$PM = dRT \Rightarrow d = \frac{PM}{RT}$

ATENÇÃO!

A densidade do gás é diretamente proporcional à pressão e inversamente proporcional à temperatura absoluta em que se encontra.

Mistura de gases

A experiência mostra que os gases são misturáveis em qualquer proporção, sendo sempre uma mistura homogênea. Introduzindo diversos gases em um mesmo recipiente, verifica-se que os gases se difundem, constituindo uma mistura homogênea.

Entende-se por **pressão parcial** de um componente da mistura a **pressão que esse componente exerceria se ocupasse sozinho o volume ocupado pela mistura, na mesma temperatura em que se encontra a mistura.**

Entende-se por **volume parcial** de um componente em uma mistura gasosa o **volume ocupado por ele, suposto isolado dos demais, quando sujeito à pressão da mistura e na temperatura da mistura.**

Lei das pressões parciais – Lei de Dalton (1766-1844)

A pressão de uma mistura gasosa é igual à soma das pressões parciais dos componentes da mistura.

$$\text{Simbolicamente: } P = \sum_{i=1}^n P_i$$

Sendo que P é a pressão total e P_i é a pressão parcial do i -ésimo gás componente.

Trabalho nas transformações gasosas

A seguir, vamos aplicar um pouco daquilo que será estudado na Mecânica, o trabalho realizado por uma força.

Considere um cilindro de paredes indeformáveis, que contém uma certa massa de gás. Suponha o cilindro munido de um êmbolo que, apoiado nas paredes internas, pode se deslocar sem atrito.

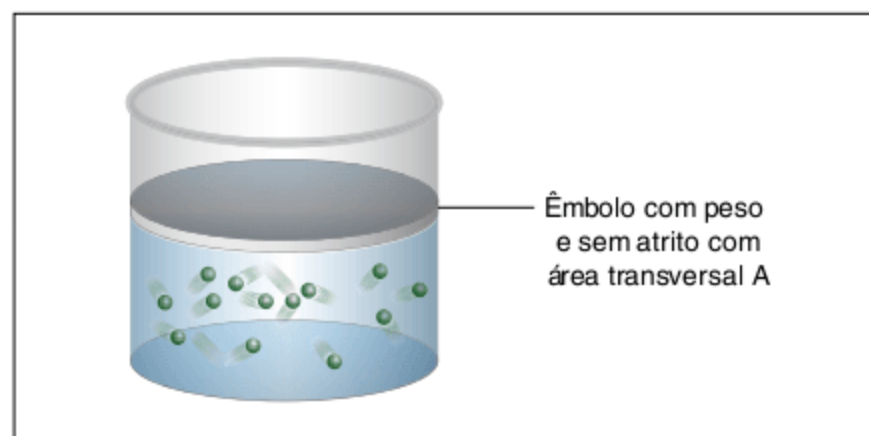


Fig. 15 Cilindro contendo gás, com êmbolo livre.

Se, por um motivo qualquer, o gás se expandir, o êmbolo se deslocará para cima, conforme o gráfico a seguir.

Note que, neste caso, a força imposta ao êmbolo pelos componentes do gás tem a direção e o sentido do deslocamento, realizando um **trabalho positivo**, e diremos que houve trabalho contra o exterior, realizado pelo gás.

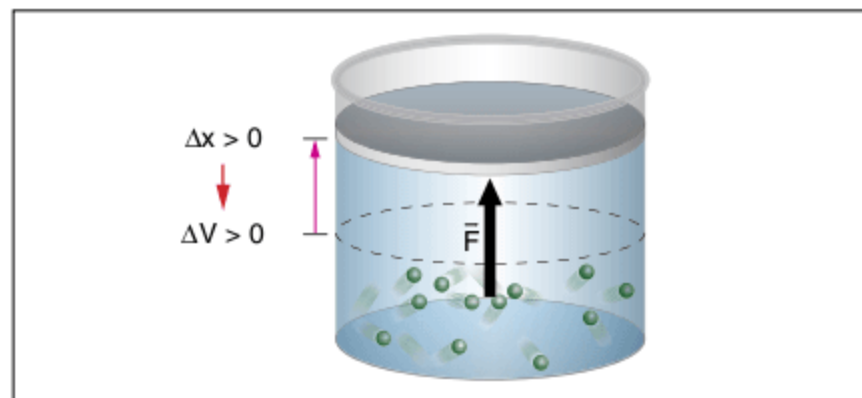


Fig. 16 Trabalho realizado pelo gás, $\Delta V > 0$.

Força e deslocamento têm mesma direção e mesmo sentido: $\tau > 0$

Se o êmbolo é deslocado para baixo, a força \vec{F} imposta ao êmbolo pelos componentes do gás terá a mesma direção do deslocamento, porém sentido contrário ao deslocamento, de forma que realizará **trabalho negativo**; diremos então que o meio externo realiza trabalho sobre o gás contido no cilindro.

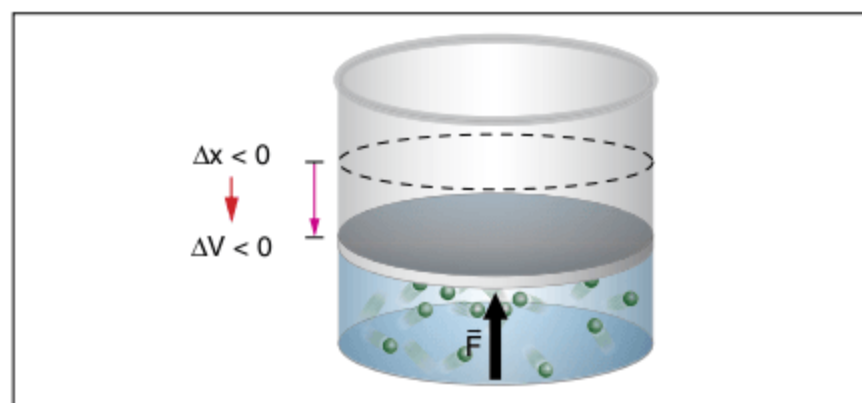


Fig. 17 Trabalho realizado sobre o gás, $\Delta V < 0$.

Força e deslocamento têm mesma direção, mas sentidos opostos: $\tau < 0$

Para que você possa calcular o módulo do trabalho realizado pela força \vec{F} de módulo constante, considere que a área da seção do êmbolo seja A , e que, sob a ação da força \vec{F} , o êmbolo sofra um deslocamento de módulo Δx .

Porém, aplicando a definição de trabalho, temos:

$$\tau = F \cdot \Delta x$$

Mas, pela definição de pressão $P = \frac{F}{A}$, temos:

$$\tau = PA \cdot \Delta x$$

Note agora que o produto $A \cdot \Delta x$ mede exatamente a variação do volume ocupado pelo gás.

Indicando $A \cdot \Delta x$ por ΔV , obtemos:

$$\tau = P \cdot \Delta V$$

ATENÇÃO!

Nas transformações em que há **variação no volume da massa gasosa**, poderá haver aumento de volume, ou seja, expansão do gás, ou diminuição do volume, ou seja, contração da massa gasosa.

No caso de expansão, o gás realiza um trabalho contra o exterior ($\tau > 0$); no caso de contração, o exterior realiza um trabalho contra o gás ($\tau < 0$).

Observação: Nas transformações isométricas, aquelas que ocorrem a volume constante, não há realização de trabalho, pois a variação de volume é: $\Delta V = 0$. Logo: $\tau = 0$.

Nas transformações isobáricas, aquelas que ocorrem à pressão constante, o trabalho é dado pelo produto:

$$\tau = P(V_f - V_i)$$

Note que, se houver expansão, $V_f > V_i$. Então, $V_f - V_i > 0$ e, conseqüentemente, $\tau > 0$. Se houver contração da massa gasosa, $V_f < V_i$.

Então, $V_f - V_i < 0$ e, conseqüentemente, $\tau < 0$, conforme a convenção já estabelecida.

Recorrendo a um diagrama você determina graficamente o trabalho realizado nas transformações isobáricas.

Assim, no caso de uma expansão da massa gasosa, temos:

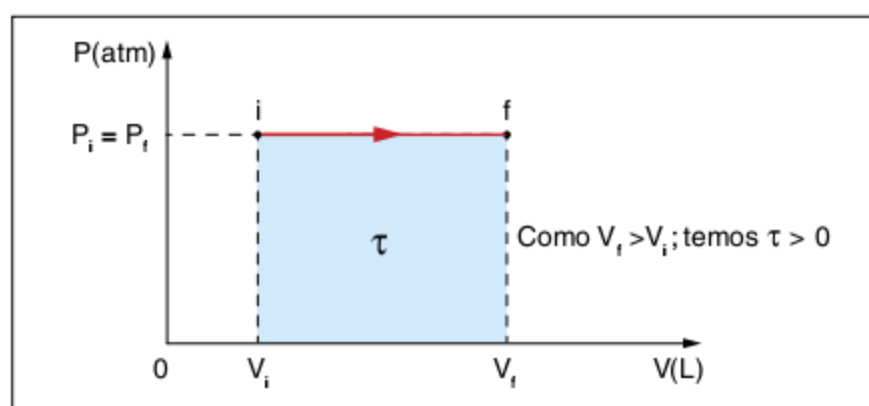


Fig. 18 Expansão isobárica, $\tau > 0$.

A área do quadrilátero preenchido é:

$$A = P(V_f - V_i), \text{ mas: } P(V_f - V_i) = \tau_{if}$$

Então, conclui-se que: $A \stackrel{N}{=} \tau_{if}$.

Analogamente, no caso de contração da massa gasosa, temos:

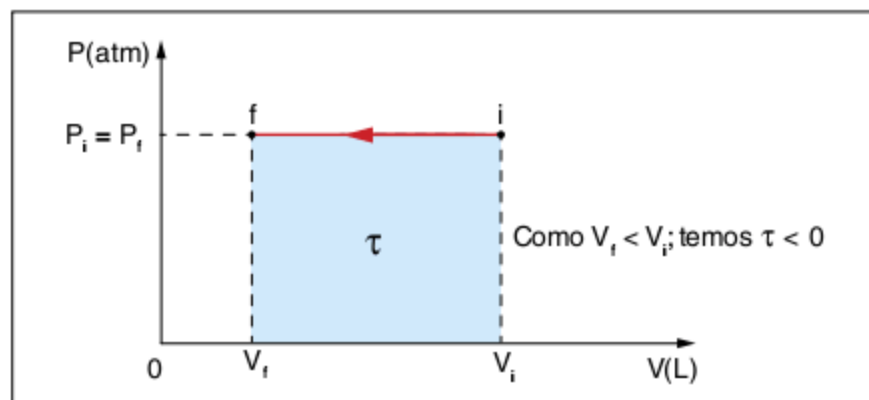


Fig. 19 Compressão isobárica, $\tau < 0$.

De um modo geral, não é fácil estabelecer a expressão do trabalho nas transformações em que a pressão da massa gasosa também varia. É preciso recorrer às regras do cálculo integral para conseguir essas equações. Nessa etapa dos seus estudos seria complicado deduzir essas equações.

A você interessa saber calcular genericamente o trabalho realizado, do ponto de vista gráfico, qualquer que seja a transformação. Esse trabalho é numericamente igual à área compreendida entre a curva que caracteriza a transformação no diagrama *P versus V* e o eixo dos volumes, entre as abscissas correspondentes

ao V_i e ao V_f . No caso de expansão do gás, o trabalho será positivo; no caso da contração da massa gasosa, o trabalho será negativo.

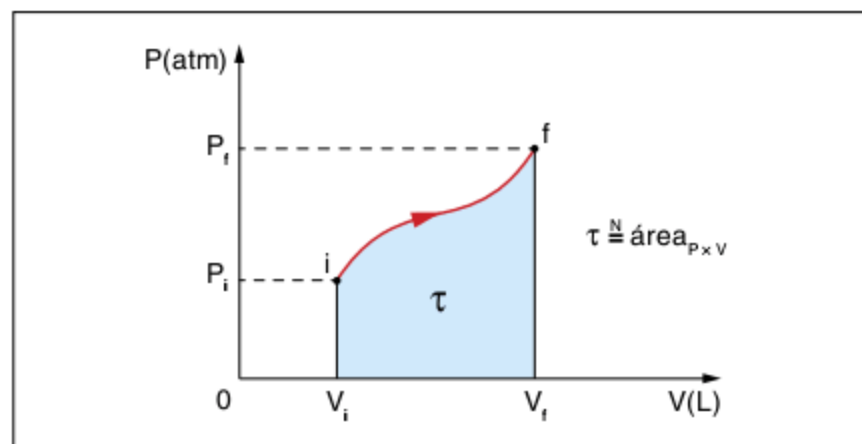


Fig. 20 Trabalho é numericamente igual à área do diagrama *P x V*.

Transformação cíclica

Quando o gás sofre uma sequência de transformações, sendo levado a um estado coincidente com o estado inicial de equilíbrio, dizemos que o gás descreve um ciclo.

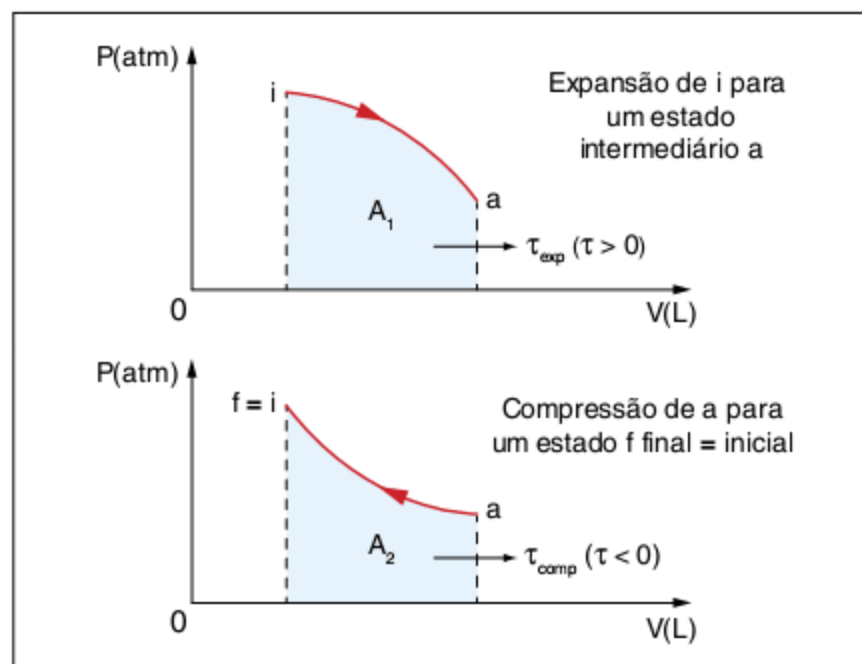


Fig. 21 Trabalho de um ciclo termodinâmico.

Imagine que o gás percorra o ciclo indicado no esquema da figura 21. O trabalho realizado na expansão é numericamente igual à área A_1 (maior), enquanto o trabalho na compressão é numericamente igual à área A_2 (menor). Lembre-se de que o trabalho é positivo na expansão e negativo na contração. O trabalho realizado no ciclo, o ponto intermediário, é numericamente igual à área A , conforme o gráfico da figura 22.

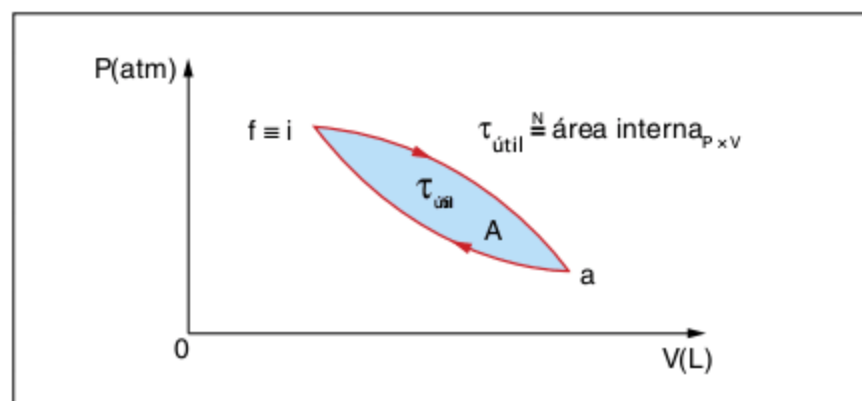


Fig. 22 Trabalho numericamente igual à área interna do ciclo.

Observação: Se o ciclo é percorrido no sentido horário, o trabalho no ciclo é positivo, o que significa que o sistema gasoso realiza trabalho contra o exterior; se o ciclo for percorrido no sentido anti-horário, o trabalho será negativo, o que significa que a massa gasosa recebe trabalho do exterior.

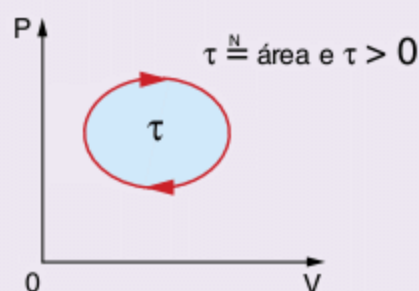
ATENÇÃO!

Trabalho em um ciclo:

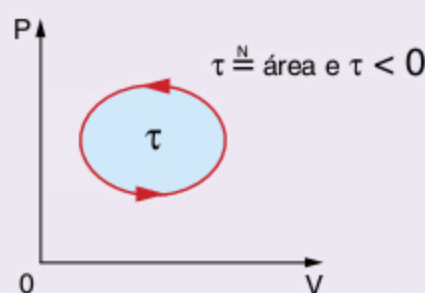
Módulo: área interna do ciclo

Sinal:

Ciclo horário – positivo



Ciclo anti-horário – negativo



Exercícios resolvidos

1 10 L de um gás perfeito encontram-se sob pressão de 6 atm e à temperatura de 50 °C. Ao sofrer uma expansão isotérmica, seu volume passa para 15 L. Calcule a nova pressão.

Resolução:

Para se resolver problemas de transformações gasosas é necessário caracterizar os estados inicial e final:

<i>Estado inicial:</i>	<i>Estado final:</i>
$P_1 = 6 \text{ atm}$	P_2
$V_1 = 10 \text{ L}$	$V_2 = 15 \text{ L}$
$T_1 = 50 \text{ °C} = 323 \text{ K}$	$T_2 = 50 \text{ °C} = 323 \text{ K}$

Relacionando-se os dois estados através da Lei de Boyle, temos:

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

$$6 \cdot 10 = P_2 \cdot 15 \Rightarrow P_2 = 4 \text{ atm}$$

2 Um recipiente hermeticamente fechado contém 20 L de um gás perfeito a 50 °C sob pressão de 1 atm. Mantendo-se o volume constante, o gás é aquecido até uma temperatura T e pressão de 4 atm. Calcule a temperatura T.

Resolução:

$$\text{Transformação isocórica} \begin{cases} V = \text{constante} \\ \frac{P}{T} = \text{constante} \end{cases}$$

<i>Estado inicial:</i>	<i>Estado final:</i>
$P_1 = 1 \text{ atm}$	$P_2 = 4 \text{ atm}$
V_1	V_2
$T_1 = 50 \text{ °C} = 323 \text{ K}$	T_2

Pela Lei de Charles:

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \Rightarrow \frac{1}{323} = \frac{4}{T_2} \Rightarrow T_2 = 1.292 \text{ K}$$

3 Tem-se 5,0 mols de moléculas de um gás ideal a 27 °C e sob pressão de 5,0 atm. Determine o volume ocupado por esse gás.

Dado: $R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$

Resolução:

São dados:

$$n = 5,0 \text{ mols}$$

$$T = (27 + 273) \text{ K} = 300 \text{ K}$$

Aplicação da equação de Clapeyron, obtemos:

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow V = \frac{nRT}{P} = \frac{5,0 \cdot 0,082 \cdot 300}{5,0} \Rightarrow V = 24,6 \text{ L}$$

4 Seja um balão A que tem o quádruplo da capacidade do balão B (ver figura). Ambos os balões contêm o mesmo gás à mesma temperatura. A pressão no balão A é de 2 atm e no balão B é de 8 atm. Calcule a pressão do gás após a abertura da torneira, de forma a não variar a temperatura.



Resolução:

$$V_A = 4V_B \quad n_m = n_A + n_B$$

$$T_A = T_B = T \quad V_m = 5V_B$$

$$P_A = 2 \text{ atm}$$

$$P_B = 8 \text{ atm}$$

Aplicando-se a equação de Clapeyron a cada recipiente:

$$P_A \cdot V_A = n_A \cdot RT \text{ e } P_B \cdot V_B = n_B \cdot RT$$

$$\text{Após a torneira aberta, tem-se: } P_m \cdot V_m = n_m \cdot RT$$

Então:

$$\frac{P_m \cdot V_m}{RT} = \frac{P_A \cdot V_A}{RT} + \frac{P_B \cdot V_B}{RT} \Rightarrow P_m \cdot 5V_B = 2 \cdot 4V_B + 8V_B$$

$$P_m = \frac{16}{5} \Rightarrow P_m = 3,2 \text{ atm}$$

5 Em um recipiente de capacidade 24,6 L tem-se gás oxigênio (O₂) a -123 °C, sob pressão de 4,0 atm. A massa atômica do oxigênio é 16 u, a constante universal dos gases é

$R = 0,082 \frac{\text{atm} \cdot \text{L}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ e o número de Avogadro é $6,02 \cdot 10^{23}$ partículas/mol.

Determine:

- o número de mols de moléculas do gás.
- o número de moléculas do gás.
- a massa molecular e a massa molar do gás.
- a massa do gás em gramas.

Resolução:

a) O volume do gás é $V = 24,6 \text{ L}$ a pressão é

$P = 4,0 \text{ atm}$ e a temperatura absoluta é:

$$T = (-123 + 273) \text{ K} = 150 \text{ K}$$

Aplicando a equação de Clapeyron:

$$P \cdot V = nRT \Rightarrow n = \frac{P \cdot V}{RT} = \frac{(4,0)(24,6)}{(0,082)(150)}$$

$$n = 8,0 \text{ mols}$$

b) Sendo N o número de moléculas e N_A o número de Avogadro, temos:

$$N = n \cdot N_A = (8,0)(6,02 \cdot 10^{23})$$

$$N \approx 4,82 \cdot 10^{24} \text{ moléculas}$$

c) A massa atômica do oxigênio é 16 u ; portanto, a massa molecular da substância oxigênio (O_2) é 32 u .

Assim, a massa molar do gás é:

$$M = 32 \text{ gramas/mol}$$

d) A massa do gás é dada por:

$$m = n \cdot M = (8,0 \text{ mols})(32 \text{ gramas/mol}) \Rightarrow m = 256 \text{ g}$$

Calor – Forma de energia

Sendo o calor uma forma de energia em trânsito, passaremos a analisar macroscopicamente os processos nos quais essa forma de energia se relaciona com as demais modalidades de energia.

Suponhamos que tenha sido convenientemente escolhido o sistema que trocará com o exterior trabalho e calor, ou, em determinadas condições, apenas trabalho ou apenas calor.

Note que essas trocas ocorrem quando o sistema evolui de um determinado estado de equilíbrio para outro e, por isso, calor e trabalho são características das transformações que o sistema pode sofrer, ao passar de um estado de equilíbrio para outro, e jamais caracterizam os estados de equilíbrio em si.

A termodinâmica tem por objetivo a análise do comportamento do sistema face às variações de energia interna que ocorrem quando esse sistema troca calor e/ou trabalho com o exterior.

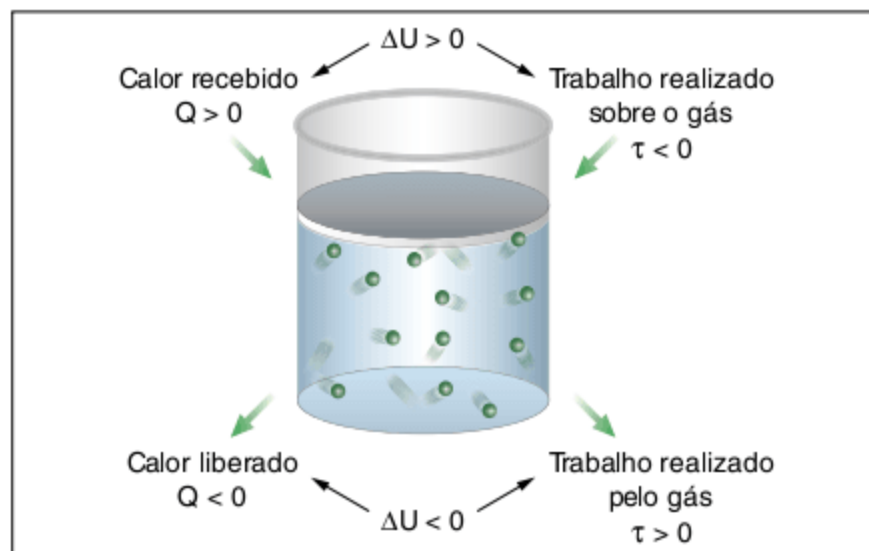


Fig. 23 Alteração da energia interna (U) de um sistema gasoso com calor (Q) e trabalho (τ).

Portanto, a termodinâmica se interessa apenas pelas realizações de trabalho de caráter externo, não considerando o trabalho de caráter interno, isto é, realizado por umas sobre outras partes do sistema.

Primeiro Princípio da Termodinâmica

Este princípio é, a rigor, uma reafirmação do princípio geral da Conservação da Energia, englobando agora o calor como uma modalidade de energia.

Para caracterizá-lo quantitativamente, procede-se por analogia à diferença de energia potencial analisada na Mecânica e, por isso, define-se a variação de energia interna do sistema. Entende-se por energia interna do sistema a soma das energias dos elementos constituintes.

Seja U_i a energia interna do sistema no estado inicial i , ao evoluir do estado i para o estado final f , o sistema troca, com o exterior, calor (Q) e (ou) trabalho (τ) e, em consequência, sua energia interna passa ao valor U_f .

Por definição, chama-se **variação de energia interna** do sistema a expressão:

$$U_f - U_i = Q - \tau \text{ ou } \Delta U = Q - \tau$$

Essa é a expressão algébrica do Primeiro Princípio da Termodinâmica.

Ela diz que, quando um sistema troca calor e trabalho com o meio exterior, a energia interna do sistema é a diferença entre o calor e o trabalho trocados pelo sistema com o meio exterior, sendo que essa variação independe da trajetória; em outras palavras, **a variação de energia interna depende apenas do estado inicial e do estado final do sistema, não dependendo dos estados intermediários pelos quais passa o sistema.**

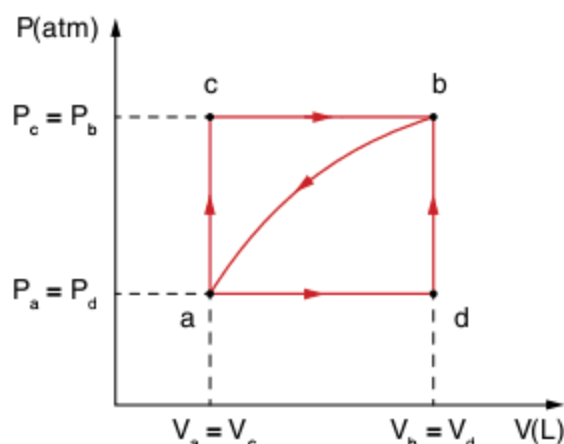
Convém observar os seguintes fatos relacionados com a definição citada anteriormente:

- O calor e o trabalho trocados **dependem** da transformação particular que leva o sistema do estado inicial i ao estado final f .
- A diferença ($Q - \tau$) independe da transformação que leva o sistema do estado inicial i ao estado final f , **dependendo apenas** dos valores apresentados pelas coordenadas termodinâmicas do sistema nos estados i e f . Por isso, dizemos que ΔU é uma função das coordenadas termodinâmicas do sistema.
- O que se define em termodinâmica é a **variação de energia interna** (função da temperatura). Poderemos adotar um estado do sistema para referência e atribuir à energia interna do estado de referência um valor arbitrário e, então, teremos condições para determinar a energia interna do sistema em qualquer outro estado, relativamente ao estado adotado para referência.
- O primeiro princípio da termodinâmica tem, evidentemente, caráter geral e, por isso, pode ser aplicado a qualquer sistema, entre dois estados de equilíbrio quaisquer, independentemente da existência ou não de estados de equilíbrio intermediários.
- Na expressão $\Delta U = Q - \tau$, note que as parcelas são, necessariamente, medidas na mesma unidade, indiferentemente em joules ou em calorias.

VI. O calor trocado pelo sistema com o meio exterior pode ocorrer à pressão constante ou a volume constante. Especialmente no caso dos gases, falaremos em calor específico à pressão constante (c_p) e calor específico a volume constante (c_v), sendo $c_p > c_v$, como veremos mais adiante neste capítulo.

Exercício resolvido

6 Quando o sistema realiza a transformação de a para b ao longo do trajeto acb tem-se $Q_{acb} = 80$ cal e $\tau_{acb} = 30$ cal. Na transformação adb, $\tau_{adb} = 10$ cal. Determinar Q_{adb} . Sendo $\tau_{ba} = -20$ cal ao longo do trajeto curvo, determine o correspondente Q_{ba} . Se $U_a = 0$ e $U_d = 40$ cal determine Q_{ad} e Q_{db} .



Resolução:

- **Transformação acb:**
Para esta transformação temos, pela 1ª lei:
 $Q_{acb} - \tau_{acb} = \Delta U_{acb}$
Uma vez que a variação da energia interna só depende dos estados inicial e final, temos:
 $\Delta U_{acb} = U_b - U_a$
e, portanto: $U_b - U_a = 80 - 30 = 50$ cal
Sendo $U_a = 0$, temos: $U_b = 50$ cal
- **Transformação adb:**
Temos, analogamente, pela primeira lei:
 $U_b - U_a = Q_{adb} - \tau_{adb} \Rightarrow 50 = Q_{adb} - 10 \Rightarrow Q_{adb} = 60$ cal
Trajeto curvo:
 $U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -50$ cal
 $U_a - U_b = Q_{ba} - \tau_{ba} \Rightarrow -50 = Q_{ba} - (-20) \Rightarrow Q_{ba} = -70$ cal
- **Trajeto ad:**
Pela 1ª Lei da Termodinâmica, temos:
 $U_d - U_a = Q_{ad} - \tau_{ad}$
Para obtermos a parcela Q_{ad} vamos analisar a transformação adb: $\tau_{adb} = \tau_{ad} + \tau_{db}$
Mas $\tau_{db} = 0$, pois trata-se de uma transformação isométrica.
Então: $\tau_{ad} = \tau_{adb} = 10$ cal
Substituindo, obtemos: $40 - 0 = Q_{ad} - 10$
onde, finalmente: $Q_{ad} = 50$ cal
Trajeto db: $U_b - U_d = Q_{db} - \tau_{db}$
Ora, já vimos que $\tau_{db} = 0$; portanto:
 $50 - 40 = Q_{db} - 0 \Rightarrow Q_{db} = 10$ cal

Energia interna de um gás (U)

As partículas que constituem um gás apresentam grande mobilidade, o que lhes confere uma energia cinética. Em relação ao centro de massa do sistema, nomeia-se energia térmica à soma das energias cinéticas de todas as partículas.

Exercício resolvido

7 Fazendo-se 1 g de água entrar em ebulição sob pressão normal, obtém-se 1.671 cm³ de vapor. Sendo 1 cm³ o volume de 1 g de água e 540 cal/g seu calor de vaporização, determinar a variação da energia interna do sistema nesse processo.

Resolução:

Sendo o processo isobárico, podemos escrever para o trabalho:
 $\tau = P(V_f - V_i)$
e, conseqüentemente, para a variação da energia interna:
 $\Delta U = mL - P(V_f - V_i)$
 $Q = mL_v = 1.540$ cal = 540 cal
Como: $P = P_{atm} = 10^5$ N/m² e 1 cm³ = 10^{-6} m³,
Temos:
 $\tau = 10^5 \cdot (1.671 - 1) \cdot 10^{-6} = 167$ J \approx 40 cal
Logo: $\Delta U = 540 - 40 = 500$ cal
Convém interpretar fisicamente esse resultado. Para provocar a ebulição da água, precisamos fornecer 540 cal, na temperatura da mudança de estado. Dessa energia, 40 cal são utilizadas no trabalho externo de expansão, resultando o aumento de 500 cal na energia interna do sistema.

Transformações Termodinâmicas

Transformação Adiabática – Experiência de Joule

A experiência de Joule se refere à expansão livre de um gás e é esquematizada na figura 21.

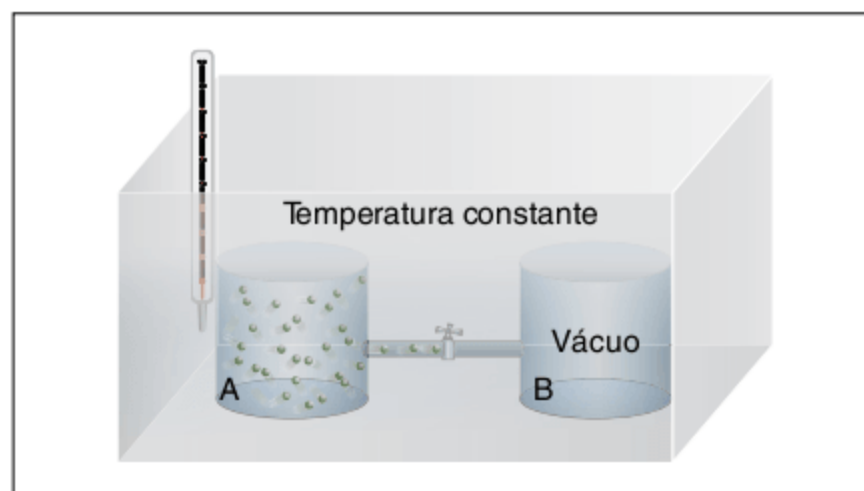


Fig. 24 Expansão livre de um gás.

Dois recipientes cilíndricos estão submersos em um tanque com um líquido considerado como uma fonte de temperatura constante. Um dos recipientes (A) contém uma massa gasosa e outro encontra-se a vácuo (B); os recipientes estão conectados por uma mangueira dotada de uma válvula de comunicação.

Abrindo-se a válvula, o gás em A se expande e escapa para o recipiente B, devido à diferença de pressão.

A massa gasosa passa a ocupar todo o volume dos recipientes e, com isso, sua pressão varia, até que o equilíbrio seja atingido.

O termômetro não indica variação na temperatura do líquido, levando à conclusão de que, durante o experimento, o gás não troca calor com o líquido, $Q = 0$.

Como os recipientes são rígidos, conclui-se que, durante a expansão, não há realização de trabalho externo, ou seja: $\tau = 0$.

Assim, $\Delta U = 0$.

Variam o volume e a pressão da massa gasosa, sem que isso acarrete variação da energia interna. Portanto, concluímos que a energia interna do gás é função exclusiva da temperatura absoluta, isto é, $U = f(t)$.

De posse da informação trazida pela experiência de Joule, relativa à energia interna de um gás, vamos retomar às transformações gasosas para estudá-las à luz do primeiro princípio da termodinâmica.

Transformação isotérmica

Como a temperatura é constante, a variação de energia interna é nula.

$$T = \text{cte.} \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta U = 0$$

Do Primeiro Princípio da Termodinâmica:

$$Q = \Delta U + \tau \Rightarrow Q = \tau$$

Logo:

- se o gás recebe calor, ele cede simultaneamente a mesma quantidade de energia em forma de trabalho.
- se o gás cede calor, ele recebe simultaneamente a mesma quantidade de energia na forma de trabalho.

Transformação isométrica

Como o volume é constante, o trabalho é nulo.

$$V = \text{cte.} \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow \tau = 0$$

Do Primeiro Princípio da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q - \tau \Rightarrow \Delta U = Q$$

Logo, a variação de energia é idêntica à troca de calor envolvida no processo. Como: $Q = mc_V \Delta T$, onde c_V é o calor específico do gás a volume constante e a massa (m) do gás pode ser representada por $m = n \cdot M$, onde n = número de mol e M = massa molar, logo $Q = nMc_V \Delta T$.

Entretanto, $Mc_V = C_V$, onde C_V é o calor específico molar do gás.

Portanto: $Q = nC_V \Delta T$

Como: $\Delta V = \frac{3}{2} nR\Delta T$ e $\Delta U = Q$ (isométrica), temos:

$$\frac{3}{2} nR\Delta T = nC_V \Delta T \Rightarrow C_V = \frac{3}{2} R$$

Transformação isobárica

Para uma transformação à pressão constante, temos realização de trabalho e variação de temperatura, conseqüentemente de energia interna.

$$\text{Caso 1: Expansão isobárica} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V > 0 \Rightarrow \tau > 0 \\ \Delta T > 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \\ \text{Como: } \Delta U = Q - \tau \\ \quad \therefore Q = \Delta U + \tau \\ \quad \therefore Q > 0 \text{ (recebe calor)} \end{cases}$$

$$\text{Caso 2: Compressão isobárica} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V < 0 \Rightarrow \tau < 0 \\ \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \\ \text{Como: } \Delta U = Q - \tau \\ \quad \therefore Q = \Delta U + \tau \\ \quad \therefore Q < 0 \text{ (cede calor)} \end{cases}$$

Nessa transformação, o trabalho (τ) e a energia interna (U) são dados por:

$$\tau = P \cdot \Delta V \quad \text{e} \quad \Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

Conforme a equação de Clapeyron:

$$PV = nRT \Rightarrow P\Delta V = nR\Delta T \Rightarrow \tau = nR\Delta T$$

Aplicando o Primeiro Princípio: $\Delta U = Q - \tau$, temos:

$$\frac{3}{2} nR\Delta T = Q - nR\Delta T \Rightarrow Q = \frac{3}{2} nR\Delta T + nR\Delta T \Rightarrow Q = \frac{5}{2} nR\Delta T$$

Como o calor trocado pelo gás com o meio pode ser dado por: $Q = nC_p\Delta T \Rightarrow Q = nC_p\Delta T$, onde C_p é o calor específico molar à pressão constante, logo:

$$nC_p\Delta T = \frac{5}{2} nR\Delta T \Rightarrow C_p = \frac{5}{2} R$$

Relação de Mayer

Observe o diagrama $P \times V$ a seguir.

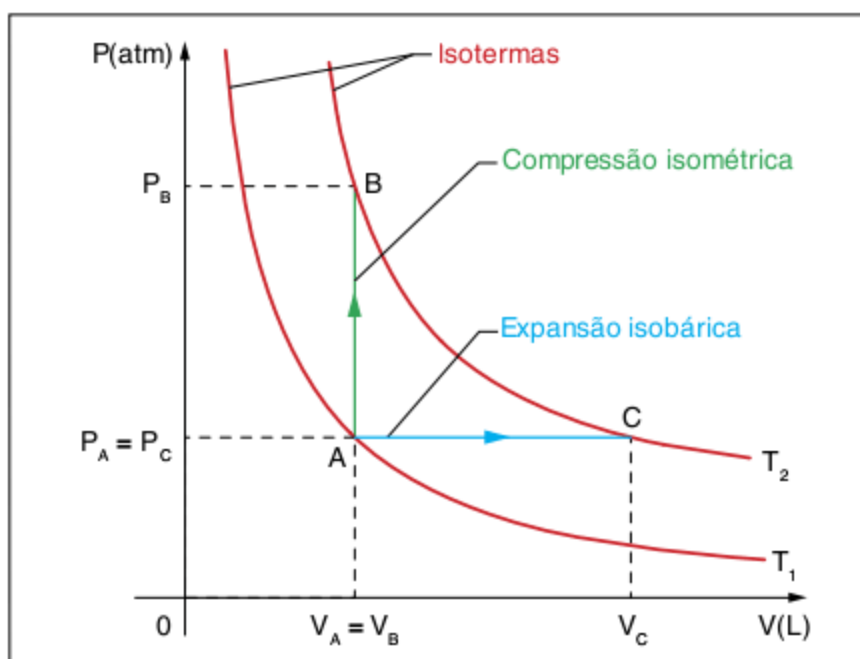


Fig. 25 Aquecimento de um gás ($T_1 \rightarrow T_2$) para diferentes valores de Q e τ .

Nas transformações:

- A → B: Compressão isométrica; o gás passa de T_1 para T_2 .
- A → C: Expansão isobárica; o gás passa de T_1 para T_2 .

Em ambas as transformações, o aquecimento do gás foi o mesmo, mas o calor (Q) e o trabalho (τ) envolvidos em cada uma das transformações são diferentes.

Observe:

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{AC} \therefore Q_{AB} - \tau_{AB} = Q_{AC} - \tau_{AC}$$

($\tau_{AB} = 0$); logo:

$$Q_{AB} = Q_{AC} - \tau_{AC} \text{ Ou, de outra forma:}$$

$$Q_V = Q_P - \tau_P \Rightarrow nC_V\Delta T = nC_P\Delta T - P\Delta V$$

Como: $P\Delta V = nR\Delta T$, temos:

$$nC_V\Delta T = nC_P\Delta T - nR\Delta T$$

Ou seja:

$$nR\Delta T = nC_P\Delta T - nC_V\Delta T \Rightarrow R = C_P - C_V$$

ATENÇÃO!

A relação de Mayer (Julius Mayer – 1814-1878) nos permite mostrar que o calor específico à pressão constante é **maior** que o calor específico a volume constante, e que a diferença entre ambos é a **constante universal dos gases**.

Transformação adiabática

Na transformação adiabática não há troca de calor com o meio, logo $Q = 0$. Pelo 1º Princípio da Termodinâmica:

$$\Delta U = -\tau$$

Assim, se um gás sofre uma transformação adiabática, temos:

$$\text{Caso 1: Expansão adiabática} \Rightarrow \begin{cases} \tau > 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \\ \Delta T < 0 \text{ (gás esfria)} \end{cases}$$

$$\text{Caso 2: Compressão adiabática} \Rightarrow \begin{cases} \tau < 0 \Rightarrow \Delta U > 0 \\ \Delta T > 0 \text{ (gás esquenta)} \end{cases}$$

Ciclo de transformações

Suponha agora que o sistema gasoso sofra uma sequência de transformações, alcançando um estado final de equilíbrio f , coincidente com o estado inicial i . Dizemos que o sistema percorre um ciclo de transformações. Se todas as transformações componentes do ciclo forem reversíveis, o ciclo em si será denominado reversível. Basta que uma das transformações do ciclo seja irreversível para que o ciclo seja considerado irreversível. Antes de prosseguir, você deve observar uma das características fundamentais dos ciclos. Para isso, retome a expressão algébrica do 1º Princípio da Termodinâmica:

Lembrando que $\Delta U = U_f - U_i$, temos:

$$U_f - U_i = Q - \tau$$

Como, nos ciclos, U_f coincide com U_i , teremos $U_f = U_i$ e, conseqüentemente, $\Delta U = 0$. Portanto, nos ciclos, temos: $Q - \tau = 0 \Rightarrow Q = \tau$

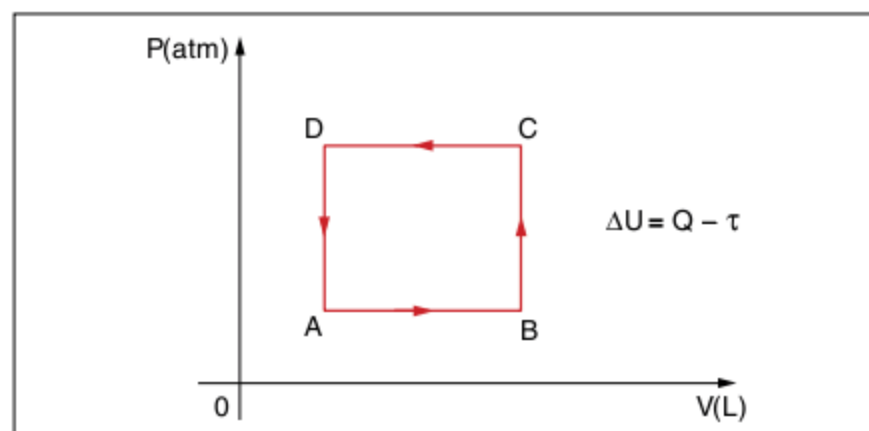


Fig. 26 ΔU de qualquer ciclo é sempre zero.

Guarde bem este fato importante: quando um gás percorre um ciclo, sua energia interna não se modifica, o que acarreta a igualdade entre o calor e o trabalho trocados pelo gás com o exterior.

Rendimento de um ciclo

Você aprendeu o conceito de rendimento no curso de Mecânica. Relembrando, o rendimento é definido como a razão entre a energia útil e a energia de suprimento. A energia útil, isto é, a energia que pode ser aproveitada, é uma decorrência do funcionamento do dispositivo, enquanto a energia de suprimento é a energia fornecida para acionar o dispositivo.

Aplicando esse conceito ao caso dos ciclos, o rendimento será a razão entre o trabalho, que pode ser aproveitado em decorrência de o sistema percorrer o ciclo, e a quantidade de calor fornecida ao sistema.

Simbolicamente, escrevemos:

$$\eta = \frac{\tau_u}{Q_f}$$

Sendo que:

τ_u = trabalho útil

Q_f = quantidade de calor fornecida ao sistema

Máquinas Térmicas

Máquinas térmicas, por definição, são equipamentos ou dispositivos que transferem ou trocam energia com o meio, de modo cíclico, na forma de calor e trabalho. Motores de combustão interna (como os dos carros), equipamentos de ar-condicionado e geladeiras são exemplos de máquinas térmicas.

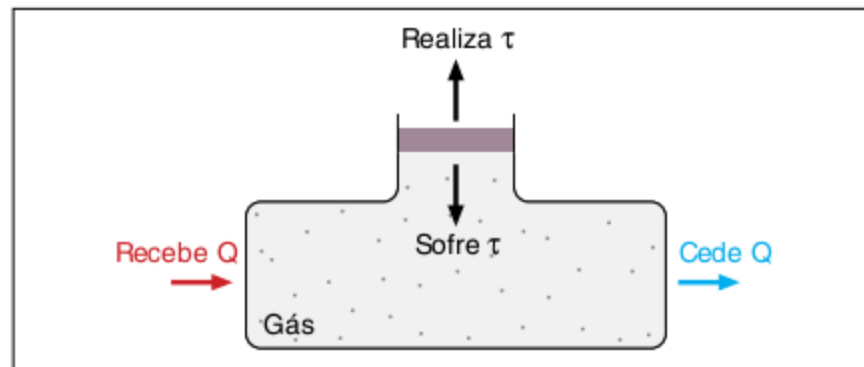


Fig. 27 Troca de calor em uma máquina térmica.

Simplificadamente, vamos abordar apenas dois tipos de máquina térmica:

- motor;
- bomba de calor: refrigerador ou aquecedor.

Motor

O motor térmico tem por finalidade transformar calor em trabalho (energia mecânica).

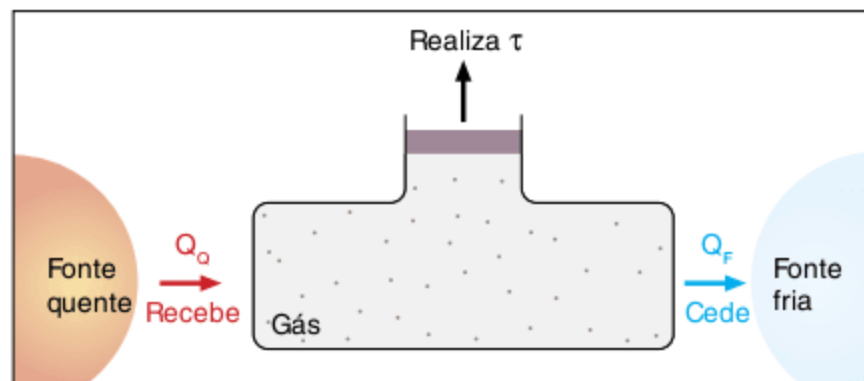


Fig. 28 Transformação de calor em trabalho em um motor térmico.

O motor recebe calor (Q_Q) de uma fonte quente, disponibiliza τ na forma de energia mecânica e, para reiniciar o ciclo, cede calor para uma fonte fria (Q_F).

$$\text{Logo, algebricamente: } Q_Q = \tau + Q_F \Rightarrow \tau = Q_Q - Q_F$$

Com base no conceito de rendimento (η), temos, para um motor térmico:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_Q}$$

Bomba de calor

Já estudamos que o calor flui espontaneamente da fonte quente para a fonte fria, entretanto um refrigerador transfere calor do corpo frio para o corpo quente utilizando um processo forçado por um trabalho mecânico. Observe o esquema a seguir.

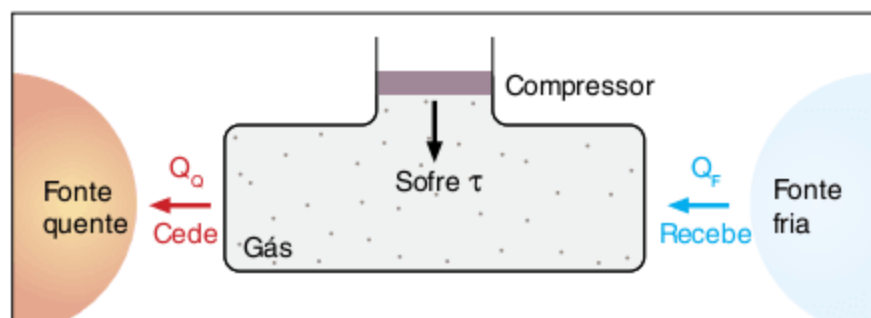


Fig. 29 Fluxo de calor em uma bomba de calor.

Observe que essa máquina térmica (bomba de calor) pode ser usada como:

- refrigerador: resfriando mais ainda a fonte fria;
- aquecedor: aquecendo mais ainda a fonte quente.

A bomba recebe calor de uma fonte fria (Q_F) e cede calor para uma fonte quente (Q_Q), resultado do trabalho (τ) realizado pelo compressor.

Algebricamente, temos:

$$Q_F + \tau = Q_Q$$

Nas bombas térmicas, o conceito de rendimento (η) é substituído pelo conceito de eficiência térmica (e), definido pela razão entre a quantidade de calor recebido da fonte fria e o trabalho mecânico realizado pelo compressor.

$$e = \frac{Q_F}{\tau}$$

Ciclo de Carnot

Imagine uma certa massa gasosa, contida em um cilindro de paredes de material “adiabático” (material que impede a troca de calor entre o gás e o exterior), exceto a base, que é feita de material “diatérmico” (material que permite a troca de calor entre o gás e o exterior). Suponha o cilindro dotado de um êmbolo de material adiabático, que pode se deslocar sem atrito, apoiado nas paredes internas do cilindro.



Fig. 30 Sadi Carnot (1796-1832). Engenheiro francês e físico. Em seu livro *On the motive power of heat*, ele formulou a teoria de conservação de calor em trabalho.

Considera-se, a seguir, a chamada **fonte de calor** como sendo um corpo que, embora troque calor com o seu exterior, não apresenta variação sensível na sua temperatura. Um bom exemplo de fonte é o Sol, cuja temperatura permanece ao redor de 6.000 °C, embora ele envie constantemente energia para toda a nossa galáxia.

Chamaremos **fonte quente** a de maior temperatura e **fonte fria** a de menor temperatura.

O ciclo de Carnot, reversível, é constituído de duas transformações isotérmicas e duas transformações adiabáticas, conforme a figura 31.

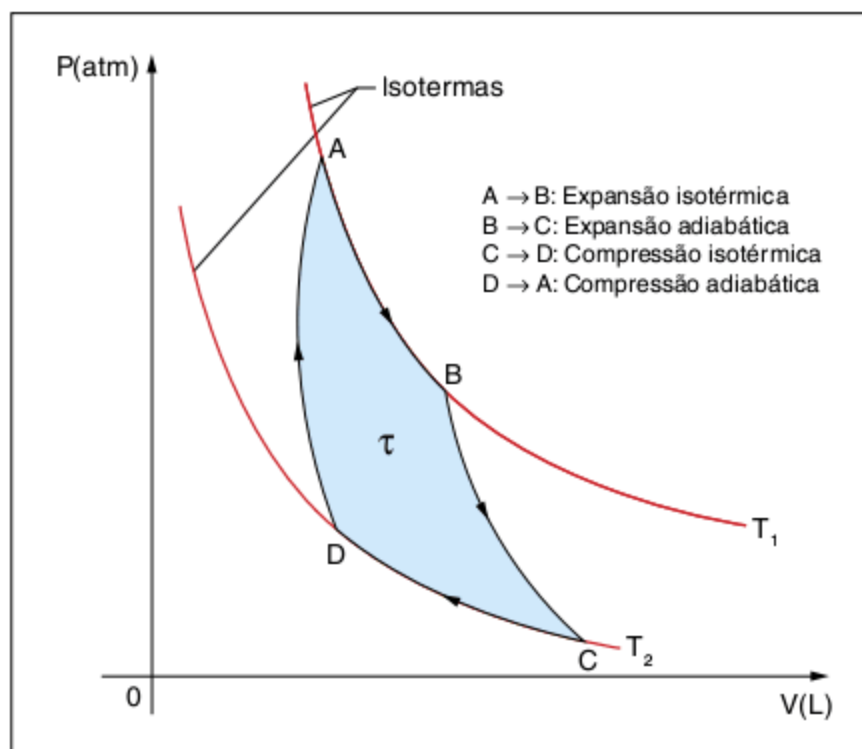


Fig. 31 Ciclo de Carnot.

O rendimento do motor de Carnot independe da natureza do gás que percorre o ciclo, depende exclusivamente das temperaturas das fontes quente e fria.

Por outro lado, se você retoma o princípio da conservação da energia, pode estabelecer que:

$$Q_1 = \tau_{\text{ciclo}} + Q_2$$

Ou seja, a energia recebida pelo gás da fonte quente é igual à soma das energias correspondentes ao trabalho realizado no ciclo e do calor rejeitado para a fonte fria. Então:

$$\tau_{\text{ciclo}} = Q_1 - Q_2$$

Substituindo na expressão do rendimento, você obtém:

$$\eta_{\text{carnot}} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$$

Comparando as duas expressões do rendimento:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_1} - \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_1}{T_1} - \frac{T_2}{T_1}$$

$$1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{Q_2}{Q_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

O significado físico da igualdade acima é importantíssimo, e pode ser enunciado da seguinte maneira:

A razão entre a quantidade de calor recebida e a quantidade de calor rejeitada pelo gás é igual à razão entre as temperaturas da fonte quente e da fonte fria, expressas na escala Kelvin, dado que a variação de entropia é nula.

Finalmente, observe bem o seguinte fato:

$$\eta_{\text{carnot}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Sendo T_2 diferente de zero, teremos:

$$\eta_{\text{Carnot}} < 1 \\ \eta_{\text{Carnot}} < 100\%.$$

Exercícios resolvidos

8 Uma máquina de Carnot é operada entre duas fontes cujas temperaturas são, respectivamente, 100 °C e 0 °C.

Admitindo-se que a máquina recebe a quantidade de calor igual a 1.000 cal por ciclo, pede-se:

- o rendimento da máquina.
- o trabalho realizado pela máquina em cada ciclo (expresso em joules).
- a quantidade de calor rejeitada à fonte fria.

Dado: 1 cal = 4,19 J.

Resolução:

a) $T_1 = 273 + 100 = 373 \text{ K}$

$T_2 = 273 + 0 = 273 \text{ K}$

$$\eta_{\text{carnot}} = \frac{373 - 273}{373} = \frac{100}{373} = 0,268 \text{ ou } 26,8\%$$

b) $\eta_{\text{carnot}} = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{Q_1} \Rightarrow 0,268 = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{1.000}$

$$\tau_{\text{ciclo}} = 268 \text{ cal} \Rightarrow \tau_{\text{ciclo}} = 268 \cdot 4,19 = 1.122,92 \text{ J}$$

c) Pelo princípio da conservação da energia:

$$Q_1 = \tau_{\text{ciclo}} + Q_2 \Rightarrow Q_2 = Q_1 - \tau_{\text{ciclo}}$$

$$Q_2 = 1.000 - 268 = 732 \text{ cal}$$

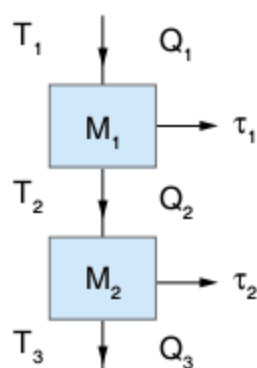
9 Um motor de Carnot recebe calor de uma fonte quente a 2.500 K e rejeita calor a 1.500 K para outro motor de Carnot, que, por sua vez, rejeita calor para uma fonte fria a 600 K.

Determine:

- o rendimento de cada motor e do conjunto de motores.
- o trabalho que cada motor realiza se a fonte mais quente fornece a quantidade de calor igual a 500 joules.

Resolução:

Observe que se trata do acoplamento de dois motores de Carnot conforme o esquema a seguir:



$$\eta_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \Rightarrow \eta_1 = \frac{2.500 - 1.500}{2.500} = \frac{1.000}{2.500}$$

$$\eta_1 = 0,4 \text{ ou } 40\%$$

$$\eta_2 = \frac{T_2 - T_3}{T_2} \Rightarrow \eta_2 = \frac{1.500 - 600}{1.500} = \frac{900}{1.500}$$

$$\eta_2 = 0,6 \text{ ou } 60\%$$

$$\eta_c = \frac{T_1 - T_3}{T_1} \Rightarrow \eta_c = \frac{2.500 - 600}{2.500} = \frac{1.900}{2.500}$$

$$\eta_c = 0,76 \text{ ou } 76\%$$

Por outro lado, temos:

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} = \frac{Q_3}{T_3} \Rightarrow \frac{500}{2.500} = \frac{Q_2}{1.500} = \frac{Q_3}{600}$$

Logo:

$$Q_2 = \frac{(500 \cdot 1.500)}{2.500} = 300 \text{ J}$$

$$Q_3 = \frac{(600 \cdot 1.500)}{2.500} = 360 \text{ J}$$

$$\tau_1 = Q_1 - Q_2 \Rightarrow \tau_1 = 500 - 300 = 200 \text{ J}$$

$$\tau_2 = Q_2 - Q_3 \Rightarrow \tau_2 = 300 - 360 = -60 \text{ J}$$

Segundo Princípio da Termodinâmica

Retomemos a expressão que traduz quantitativamente o Primeiro Princípio da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q - \tau$$

Essa expressão deve ser obedecida por qualquer sistema, qualquer que seja a transformação que ele sofra. A expressão nega a existência de um dispositivo que, por si só, possa criar ou destruir energia, isto é, nega a existência do moto-contínuo de primeira espécie. A expressão acima nada informa a respeito do sentido em que deve ou pode ocorrer um processo. Também não estabelece qualquer limitação na transformação de energia de uma modalidade para outra, isto é, na transformação de trabalho em calor e vice-versa.

A experiência mostra que a transformação de trabalho em calor pode ocorrer sem qualquer limitação, por exemplo: por atrito entre duas superfícies, passagem de corrente elétrica por um resistor, entre outros processos, enquanto a transformação de calor em trabalho constitui um processo sujeito a condições restritivas.

Tais condições são estabelecidas pelo Segundo Princípio da Termodinâmica, que estabelece ainda condições que permitem decidir se uma transformação pode ou não ocorrer, mostrando que todos os processos naturais são irreversíveis.

O Segundo Princípio da Termodinâmica pode ser enunciado de diversas maneiras. Vamos apresentar o enunciado de Kelvin-Planck e o de Clausius.

Enunciado de Kelvin-Planck

É impossível a construção de um dispositivo que, por si só, isto é, sem a intervenção do meio exterior, consiga transformar integralmente em trabalho o calor absorvido de uma fonte a uma dada temperatura uniforme.

Esse enunciado nega a existência do **motor ideal**, representado no esquema seguinte:

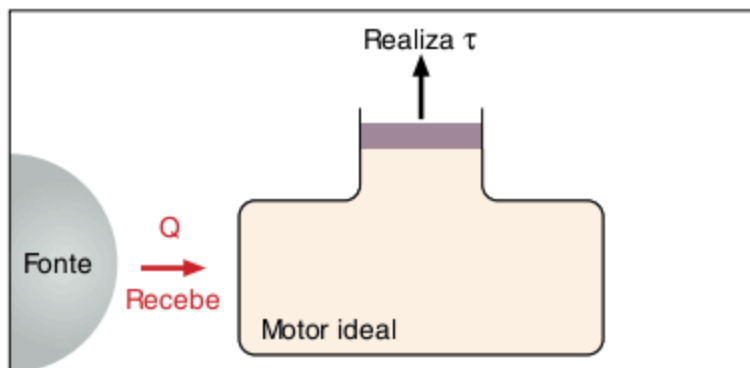


Fig. 32 Transformação de calor em trabalho em um motor ideal.

Portanto, o que efetivamente existe é o **motor real**, representado pelo seguinte esquema:

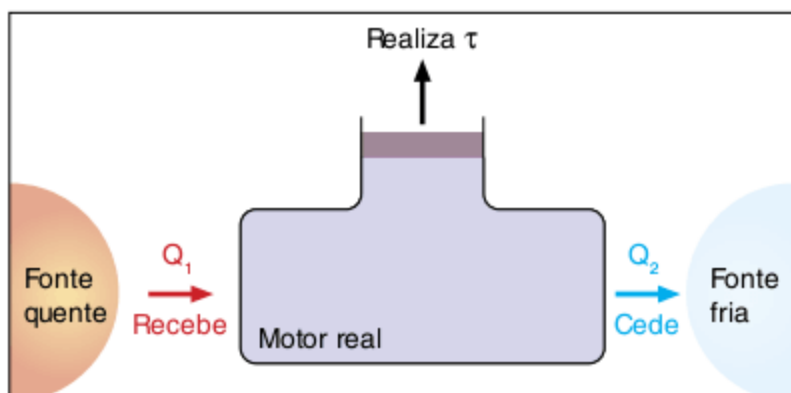


Fig. 33 Transformação de calor em trabalho em um motor real.

Note-se que $Q_1 = Q_2 + \tau$, estando, assim, satisfeito o Primeiro Princípio da Termodinâmica.

Enunciado de Clausius

É impossível a construção de um dispositivo que, por si só, isto é, sem a intervenção do meio exterior, consiga transferir calor de um corpo (fonte) para outro à temperatura mais elevada.

O enunciado de Clausius do Segundo Princípio da Termodinâmica nega a existência do **refrigerador ideal**, cujo esquema é o seguinte:

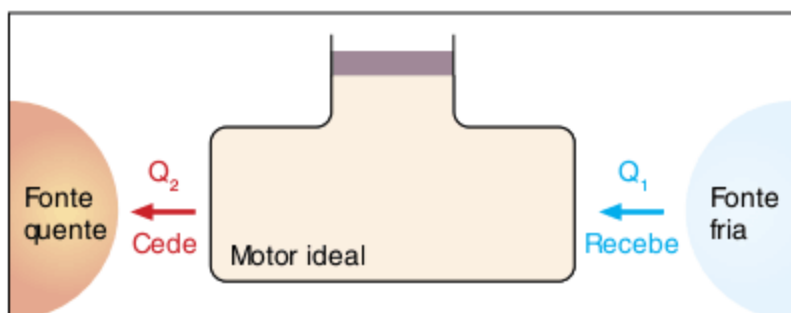


Fig. 34 Transferência de calor da fonte fria para fonte quente, sem realização de trabalho, em um refrigerador ideal.

Portanto, o que efetivamente existe é o **refrigerador real**, representado pelo seguinte esquema:

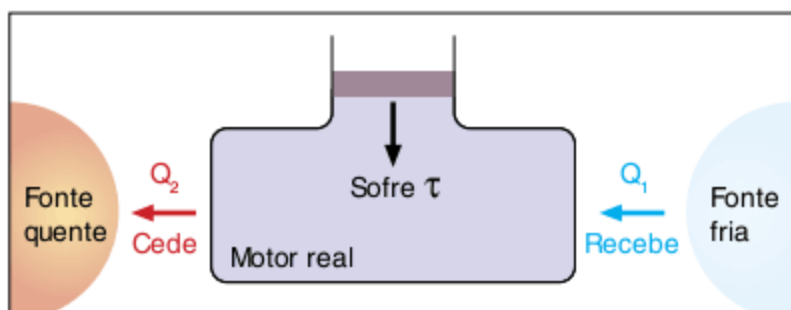


Fig. 35 Transformação de calor em trabalho em um refrigerador real.

Note-se que $Q_2 + \tau = Q_1$, estando assim satisfeito o Primeiro Princípio da Termodinâmica.

Note que o Segundo Princípio da Termodinâmica proíbe a construção de um motor que, operando em ciclos e em contato com uma única fonte, converte calor em trabalho. Entretanto, essa conversão é possível se existirem duas fontes, como foi mostrado no caso do motor de Carnot.

Terceiro Princípio da Termodinâmica

A experiência mostra que, nos processos de resfriamento, à medida que a temperatura diminui, torna-se cada vez mais difícil fazer baixá-la ainda mais. Esse fato experimental nos leva a formular o **Terceiro Princípio da Termodinâmica**:

É impossível levar a temperatura de um sistema ao zero absoluto mediante um número finito de operações.

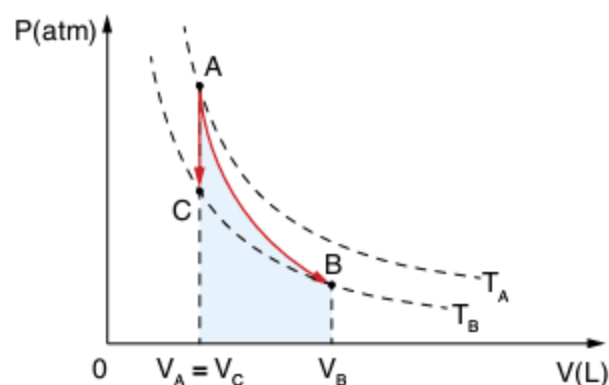
Esse princípio nos leva a concluir que não é possível ter um motor cuja fonte fria esteja à temperatura igual a zero absoluto, isto é, não pode existir um motor com rendimento de 100%.

Exercícios resolvidos

10 Para que a temperatura de determinada massa gasosa varie de T_A para T_B , a quantidade de calor necessária na transformação isométrica corresponde à variação de sua energia interna, caso ela sofra uma transformação adiabática que provoque a mesma variação de temperatura. Demonstre essa situação.

Resolução:

O diagrama $P \times V$ para T_A e T_B é:



$$\begin{cases} A \rightarrow C: \text{transformação isométrica} \\ A \rightarrow B: \text{transformação adiabática} \end{cases}$$

Na transformação isométrica, a quantidade de calor ΔQ retirada do gás é dada por:

$$\Delta Q = mc_v (T_B - T_A)$$

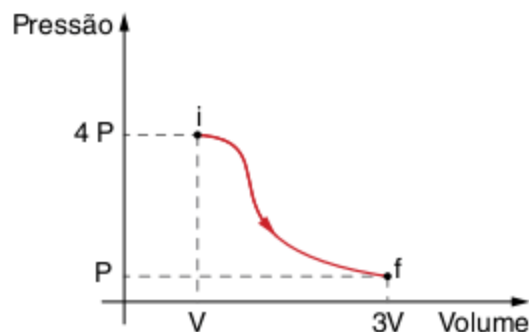
Como na transformação adiabática não houve trocas de calor com o ambiente ($\Delta Q = 0$), vem:

$$\Delta U = \Delta Q - \tau \Rightarrow \Delta U = -\tau$$

Como a variação de energia interna do gás só depende da variação de temperatura ΔT , e nas duas transformações ocorrem variações iguais de temperatura, temos que ΔU é numericamente igual a ΔQ .

$$\text{Então: } \Delta U = -\tau = mc_v \Delta T$$

11 No gráfico a seguir, estão representadas a pressão e o volume de certo gás ideal que passa do estado i para o estado f. O número de mols do gás não sofre alteração. Nessas condições, determine a razão entre as energias internas do gás nos estados i e f.



Resolução:

Sabendo que a energia interna de um gás ideal é $U = \frac{3}{2}nRT$ e utilizando esse resultado na equação de Clapeyron $PV = nRT$, temos:

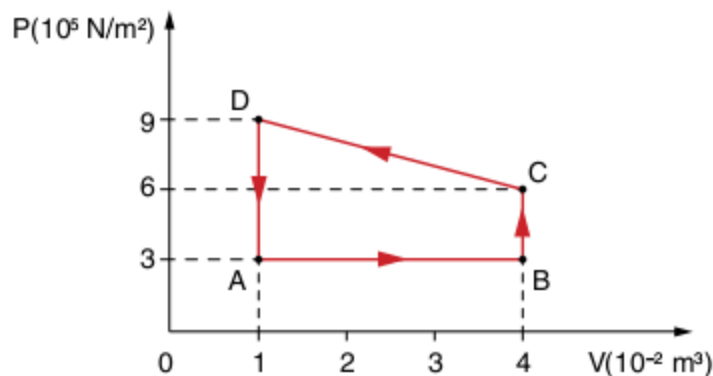
$$U = \frac{3}{2}PV.$$

Utilizando os dados do gráfico:

$$\frac{U_i}{U_f} = \frac{\frac{3}{2}P_iV_i}{\frac{3}{2}P_fV_f} = \frac{4PV}{3PV} \Rightarrow \frac{U_i}{U_f} = \frac{4}{3}.$$

12 Um gás ideal realiza o ciclo ABCDA indicado no gráfico. Sobre ele, são feitas as seguintes perguntas:

- Que tipo de conversão energética ocorre ao se completar um ciclo? Justifique a resposta.
- Qual a quantidade de energia que se interconverte em cada ciclo?



Resolução:

- Como o ciclo é realizado no sentido anti-horário, o trabalho na contração CD tem módulo maior que o realizado na expansão AB. Por conseguinte, o trabalho total é negativo, representando um trabalho realizado sob o gás:

$$|\tau_{CD}| > |\tau_{AB}| \Rightarrow \tau < 0$$

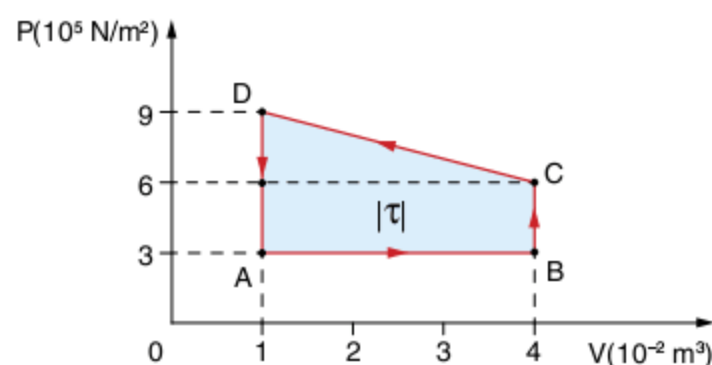
O gás perde, então, calor em igual quantidade para o ambiente ($Q = \tau$), ocorrendo a conversão de energia mecânica em calor.

- A quantidade de energia que se interconverte tem módulo dado pela área interna do ciclo, conforme é assinalado:

$$|\tau| = \frac{6 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^5}{2} \cdot 3 \cdot 10^{-2}$$

$$|\tau| = 4,5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \Rightarrow |\tau| = 13,5 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$\tau = Q = -1,35 \cdot 10^4 \text{ J}$$



13 O expoente de Poisson de um gás ideal é $\gamma = \frac{3}{2}$.

Se certa quantidade desse gás ocupa inicialmente volume de 5 litros e exerce pressão de 2 atmosferas, que pressão passará a exercer ao sofrer uma contração adiabática, ocupando ao final volume de 1 L?

Resolução:

O estado inicial do gás apresenta pressão $P_1 = 2,0 \text{ atm}$ e volume $V_1 = 5,0 \text{ L}$. O volume final é $V_2 = 1,0 \text{ L}$. A pressão final P_2 é calculada através da Lei de Poisson-Laplace:

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma$$

$$\text{Assim: } 2,0 \cdot 5,0^{3/2} = P_2 \cdot 1^{3/2}$$

Elevando ao quadrado, obtemos:

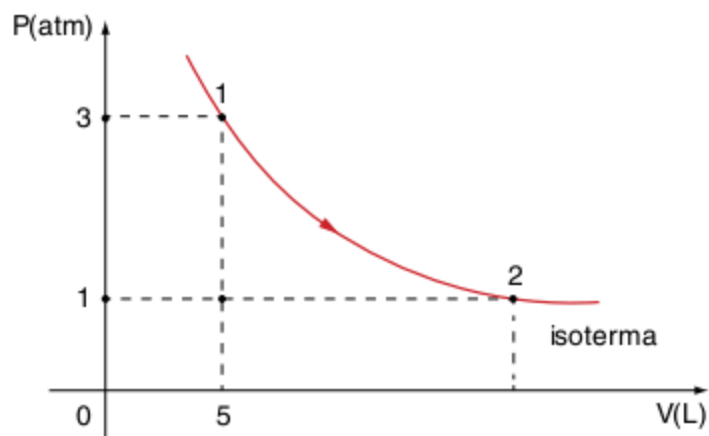
$$(4,0) (5,0)^3 = P_2^2 (1,0)^3 \Rightarrow 4,0 \cdot 125 = P_2^2 \cdot 1,0$$

$$P_2^2 = 500 \Rightarrow P_2 \approx 22,4 \text{ atm}$$

Revisando

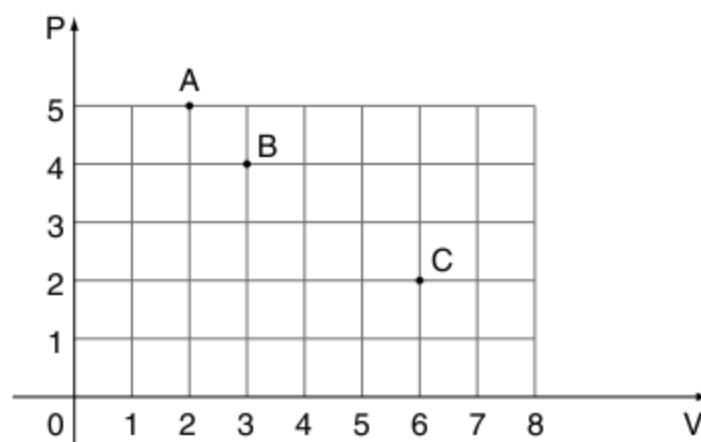
- Fuvest (Adapt.)** Em qual situação o comportamento de um gás real aproxima-se do comportamento de um gás ideal?

2 Fuvest Uma massa m de um gás perfeito, inicialmente no estado (1), sofre uma expansão até atingir o estado (2), como ilustra o diagrama a seguir. Determine o volume do gás no estado (2).



3 Fuvest (Adapt.) Os pontos A, B e C do gráfico (PV) da figura representam três estados de determinada massa de um gás perfeito.

Se T_A , T_B e T_C as temperaturas absolutas correspondentes, qual a relação entre essas temperaturas?

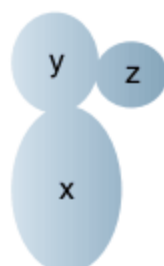


4 PUC-SP Um recipiente contém certa massa de gás ideal que, na temperatura de 27°C , ocupa um volume de 15 litros. Ao sofrer uma transformação isobárica, o volume ocupado pela massa gasosa passa a ser de 20 litros. Nessas condições, qual foi a variação de temperatura sofrida pelo gás?

5 Unitau (Adapt.) Um gás está confinado num cilindro provido de um pistão. O gás é, então, aquecido, e o pistão é mantido fixo na posição inicial. Com base nessas informações classifique as proposições, a seguir, em verdadeiras ou falsas.

- A pressão do gás aumenta.
- O trabalho realizado pelo gás é cada vez maior.
- A força que o gás exerce no pistão é cada vez maior.
- O volume do gás é alterado durante o processo.
- A energia interna do gás é cada vez maior.

6 FCC A figura abaixo representa um balão de gás fechado. x , y e z são diversas regiões deste balão; P_x , P_y e P_z são as pressões exercidas pelo gás nas paredes do balão nas regiões x , y e z . Qual a relação entre P_x , P_y e P_z ?



7 Uerj 2010 (Adapt.) A maior profundidade de um determinado lago de água doce, situado ao nível do mar, é igual a 10,0 m. Qual o valor da pressão da água, em atmosferas, na parte mais funda desse lago?

Exercícios propostos

Transformações fundamentais e equação geral

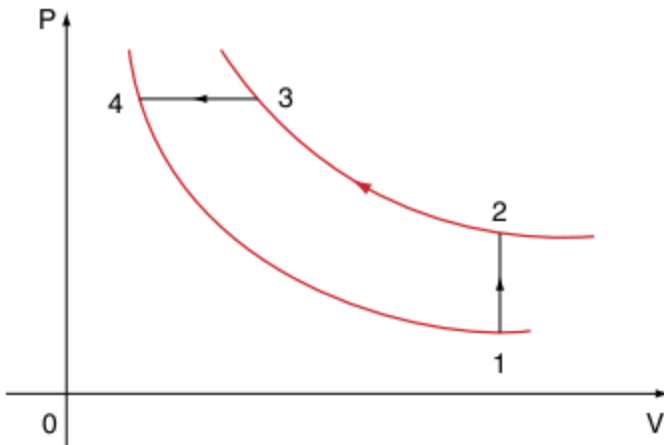
1 FCMS Um cilindro contém uma certa massa M_0 de um gás a $T_0 = 7^\circ\text{C}$ (280 K) e pressão P_0 . Ele possui uma válvula de segurança que impede a pressão interna de alcançar valores superiores a P_0 . Se essa pressão ultrapassar P_0 , parte do gás é liberada para o ambiente. Ao ser aquecido até $T = 77^\circ\text{C}$ (350 K), a válvula do cilindro libera parte do gás, mantendo a pressão interna no valor P_0 . No final do aquecimento, a massa de gás que permanece no cilindro é, aproximadamente, de:

- (a) $1,0 M_0$ (c) $0,7 M_0$ (e) $0,1 M_0$
 (b) $0,8 M_0$ (d) $0,5 M_0$

2 Em um aquecimento isométrico de um gás perfeito, o sistema:

- (a) recebe calor maior que o aumento de energia interna.
 (b) cede calor igual ao aumento de energia interna.
 (c) recebe calor igual ao aumento de energia interna.
 (d) recebe calor menor que o aumento de energia interna.

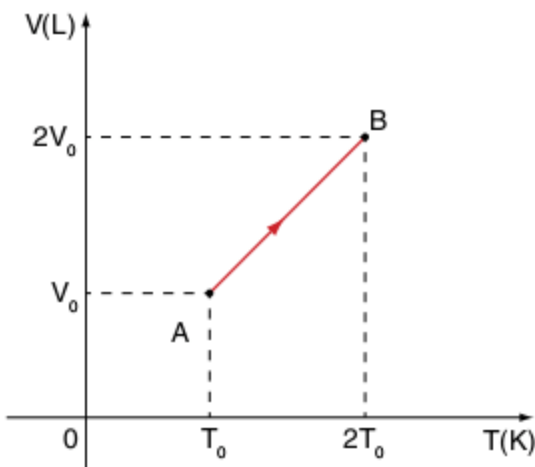
3 UFSM-RS No gráfico estão representadas duas isotermas e três transformações sucessivas $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 3$, $3 \rightarrow 4$.



A sequência das transformações é, respectivamente:

- (a) isométrica, adiabática, isotérmica.
 (b) isotérmica, isométrica, adiabática.
 (c) adiabática, isotérmica, isobárica.
 (d) isométrica, isotérmica, isobárica.
 (e) isobárica, isotérmica, isométrica.

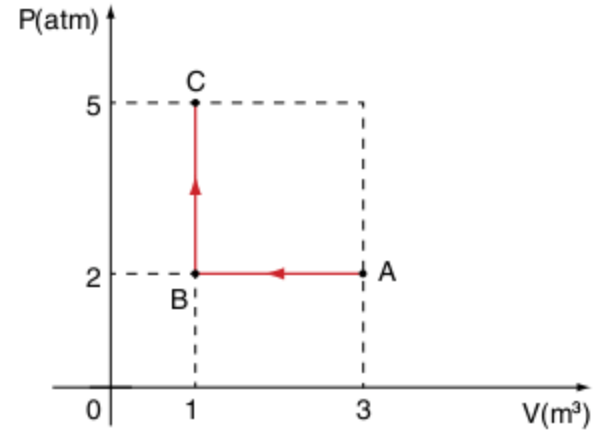
4 Unicamp O volume de 1 mol de gás ideal varia linearmente em função da temperatura, conforme o gráfico abaixo.



Calcule o trabalho realizado pelo gás ao passar do estado A para o estado B.

Dados: $V_0 = 15\text{ L}$, $T_0 = 300\text{ K}$ e $R = 8,3\text{ J/molK}$.

5 Inatel-MG O diagrama a seguir representa uma transformação ABC de um gás ideal. A temperatura do gás no estado A é igual a 27°C .

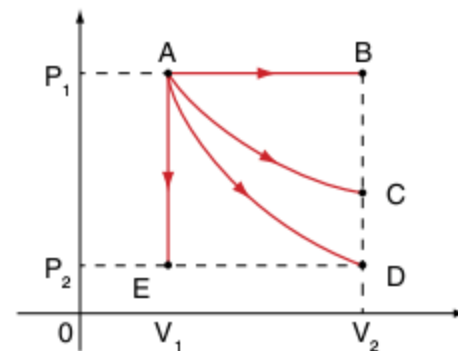


Calcule a temperatura do gás no estado B e no estado C, em $^\circ\text{C}$.

6 PUC-SP Expansão adiabática de um gás é aquela na qual:

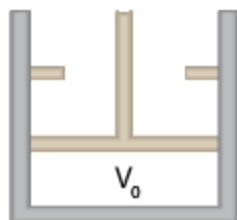
- (a) a temperatura permanece constante.
 (b) o volume permanece constante.
 (c) a pressão permanece constante.
 (d) a quantidade de calor permanece constante.
 (e) o produto da pressão pelo volume permanece constante.

7 Fatec Submete-se um corpo gasoso a transformações diversas.



- (a) Na expansão isobárica AB, o gás cede calor ($Q < 0$).
 (b) Na expansão isotérmica AC, não intervém calor ($Q = 0$).
 (c) Na expansão adiabática AD, o gás não realiza trabalho ($\tau = 0$).
 (d) No esfriamento isométrico AE, o gás recebe calor ($Q > 0$).
 (e) n.d.a

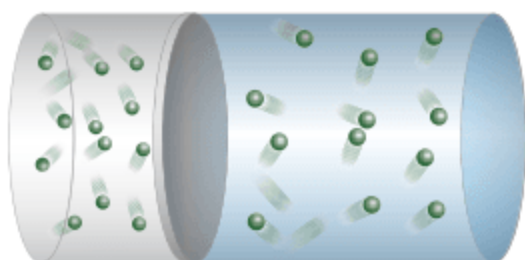
8 Fuvest Um gás, contido em um cilindro, à pressão atmosférica, ocupa um volume V_0 , à temperatura ambiente T_0 (em Kelvin). O cilindro contém um pistão, de massa desprezível, que pode mover-se sem atrito e que pode até, em seu limite máximo, duplicar o volume inicial do gás. Esse gás é aquecido, fazendo com que o pistão seja empurrado ao máximo e também com que a temperatura do gás atinja quatro vezes T_0 .



Na situação final, a pressão do gás no cilindro deverá ser:

- (a) metade da pressão atmosférica.
- (b) igual à pressão atmosférica.
- (c) duas vezes a pressão atmosférica.
- (d) três vezes a pressão atmosférica.
- (e) quatro vezes a pressão atmosférica.

9 Um recipiente é dividido por uma parede fixa F. No compartimento A, com capacidade de 0,5 L, são colocados 3 mols de um gás perfeito a 107 °C. No compartimento B são colocados 8 mols de outro gás perfeito a 12 °C.



Se a razão entre as pressões dos gases A e B vale 4 ($P_A/P_B = 4$), qual a capacidade do compartimento B?

10 UFPE Uma certa quantidade de gás ocupa um volume de 3 L e sua temperatura é de 450 K. Sem que a pressão mude, sua temperatura é baixada para 300 K. Determine o volume do gás nessa nova situação.

11 PUC-RS Uma determinada massa de gás perfeito sofre uma transformação isométrica. A pressão inicial vale 4,0 atm e a temperatura inicial é de 47 °C. Se a temperatura final é de 127 °C, qual é o valor da pressão final?

12 Que volume devem ocupar 6 mols de um gás perfeito, a 227 °C, para exercer nas paredes do recipiente uma pressão de 12 atm?

Dado: $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}$.

13 Osec Um volume de 8,2 L é ocupado por 64 g de gás oxigênio à temperatura de 27 °C. Qual é a pressão no interior do recipiente? Considere o oxigênio um gás perfeito. (1 mol de $\text{O}_2 = 32 \text{ g}$).

- (a) 2 atm
- (b) 3 atm
- (c) 4 atm
- (d) 6 atm
- (e) n.d.a.

14 Fuvest Um balão de volume constante contém um gás perfeito, à temperatura de 327 °C. Se a temperatura passar ao valor 27 °C, a relação entre as pressões inicial e final será:

- (a) $\frac{2}{1}$
- (b) $\frac{1}{2}$
- (c) $\frac{327}{27}$
- (d) $\frac{1}{1}$

15 Mackenzie Lâmpadas elétricas possuem no seu interior um gás inerte. Suponha que ao ligar a lâmpada, a temperatura se eleva de 27 °C a 127 °C. Quanto à pressão do gás, podemos afirmar que:

- (a) aumenta na razão de $\frac{3}{4}$.
- (b) aumenta na razão de $\frac{4}{3}$.
- (c) diminui na razão de $\frac{3}{4}$.
- (d) diminui na razão de $\frac{4}{3}$.

16 UFJF Um tubo de ensaio de formato cilíndrico, 30 cm de altura e completamente cheio de ar é introduzido no mar através da extremidade aberta, mantendo seu eixo de simetria na vertical. Em seguida, o tubo é levado até a profundidade de 40 m, onde a temperatura é de 280 K. Considere a temperatura na superfície do mar como 300 K, a densidade da água do mar como 10^3 kg/m^3 , a pressão atmosférica como 1 atm (10^5 Pa) e $g = 10 \text{ m/s}^2$. Calcule a altura da coluna de ar no interior do recipiente nessa profundidade. Considere o ar como gás ideal.

17 Num recipiente de paredes rígidas e capacidade igual a 10 L são colocados 8 g de hidrogênio à temperatura de -23 °C. Qual a pressão exercida pelo gás, supondo que o mesmo comporte-se como um gás perfeito?

Dados: $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{L/mol} \cdot \text{K}$; $\text{mol}(\text{H}_2) = 2 \text{ g}$.

18 Num frasco de paredes indeformáveis e volume interno igual a 5 litros encontramos um gás perfeito a uma temperatura igual a -73 °C. Nessas condições, a pressão exercida equivale a 38 cmHg. Mudando-se esse gás para um reservatório de capacidade igual a 2 litros, de quanto devemos aquecê-lo para que a pressão torne-se igual a 2 atm?

Dado: 1 atm = 76 cmHg.

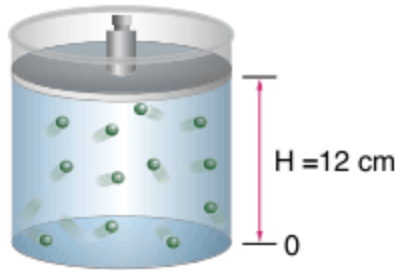
19 Cesgranrio Uma bola de aniversário, cheia de hélio, é largada da superfície da Terra, subindo até a altitude de 5.000 m. Durante a subida podemos afirmar que:

- (a) o volume da bola diminui.
- (b) a temperatura da bola aumenta.
- (c) a pressão do gás no interior da bola aumenta.
- (d) o volume da bola aumenta.
- (e) o volume da bola permanece constante.

20 Fuvest Um cilindro metálico, fechado com tampa, contém 6,0 mols de ar à pressão de 4,0 atmosferas e na temperatura ambiente. Abre-se a tampa do cilindro. Depois de seu conteúdo ter entrado em equilíbrio termodinâmico com o ambiente, qual é o número de mols que permanecerá no cilindro? Dados: A pressão atmosférica é 1,0 atm e o ar é admitido como sendo gás ideal.

21 Fuvest O pneu de um carro estacionado tem uma pressão de 2 atmosferas, quando a temperatura é de 9 °C. Depois de o veículo correr em alta velocidade, a temperatura do pneu sobe a 37 °C e seu volume aumenta em 10%. Qual a nova pressão do pneu?

22 FCC A figura abaixo mostra um cilindro munido de um êmbolo, que impede a saída do ar que há dentro do cilindro.



Quando o êmbolo se encontra na sua altura $H = 12$ cm a pressão do ar dentro do cilindro é P_0 . Supondo que a temperatura é mantida constante, até que altura do fundo do cilindro deve ser baixado o êmbolo para que a pressão do ar dentro do cilindro seja $3 P_0$?

- (a) $\frac{4}{9}$ m (c) 6 cm (e) 9 cm
 (b) 4 cm (d) 8 cm

23 Faap Certa massa de oxigênio tem massa específica de $0,07$ g/cm³ sob pressão de 700 mmHg. Determine a pressão desse oxigênio para que sua massa específica aumente para $0,09$ g/cm³ à mesma temperatura.

24 ITA Dois recipientes de volumes V_1 e V_2 contêm a mesma quantidade de um mesmo gás a pressões e temperaturas absolutas P_1 e P_2 , T_1 e T_2 , respectivamente. Os dois recipientes são ligados entre si por uma torneira que, em dado momento, é aberta, oferecendo ao gás o volume $V_1 + V_2$. Supondo que os dois recipientes constituam um sistema isolado, mostre que após o novo equilíbrio, com temperatura T e pressão P , temos:

- (a) $\frac{T}{P} = \frac{1}{2} \left(\frac{T_1}{P_1} + \frac{T_2}{P_2} \right)$ (d) $\frac{T}{P} = \frac{(T_1 + T_2)/2}{P_1 + P_2}$
 (b) $\frac{T}{P} = \frac{T_1}{P_1} + \frac{T_2}{P_2}$ (e) n.d.a.
 (c) $\frac{T}{P} = \frac{T_1 + T_2}{(P_1 + P_2)/2}$

25 Vunesp Os pulmões de um indivíduo adulto normal podem resistir a uma sobrepressão (pressão adicional à pressão atmosférica normal) equivalente à pressão de uma coluna de 100 cm de água. Nestas condições, se esse indivíduo consegue inspirar um volume de 4,0 L de ar que está à pressão ambiente e manter esse ar nos pulmões sob a pressão máxima tolerável, qual será o volume pulmonar dessa pessoa?

Dados: Densidade do mercúrio = $13,6$ g/cm³; densidade da água = $1,00$ g/cm³; temperatura constante e $g = 10$ m/s².

26 FEI Um gás perfeito encontra-se no interior de um cilindro metálico munido de um êmbolo e de uma torneira, o volume inicial do gás é V_0 e a sua pressão inicial é $P_0 = 4$ atm. Abre-se a torneira e desloca-se o êmbolo isotermicamente, de forma que a metade da massa do gás escape lentamente, ficando o gás residual reduzido a um volume igual a $\frac{2}{3}$ do inicial. Qual a pressão do gás?

27 PUC-MG 2007 A pressão que um gás exerce, quando mantido em um recipiente fechado, deve-se:

- (a) ao choque entre as moléculas de gás.
 (b) à força de atração entre as moléculas.
 (c) ao choque das moléculas contra as paredes do recipiente.
 (d) à força com que as paredes atraem as moléculas.

28 Unesp 2007 Um mol de gás monoatômico, classificado como ideal, inicialmente à temperatura de 60 °C, sofre uma expansão adiabática, com realização de trabalho de 249 J. Se o valor da constante dos gases R é $8,3$ J/(mol K) e a energia interna de um mol desse gás é $\left(\frac{3}{2}\right)RT$, calcule o valor da temperatura ao final da expansão.

29 Um recipiente de paredes indeformáveis, de capacidade 12 litros, contém 1,0 mol de um gás perfeito de calor específico molar a volume constante $c_v = 3,0$ cal/mol K. Fornecendo-se 900 cal a esse gás, sua temperatura absoluta duplica. Qual a pressão final do gás?

Dado: $R = 0,082$ atm.L/mol.K.

30 Fuvest 2008 Em algumas situações de resgate, bombeiros utilizam cilindros de ar comprimido para garantir condições normais de respiração em ambientes com gases tóxicos. Esses cilindros, cujas características estão indicadas na tabela, alimentam máscaras que se acoplam ao nariz. Quando acionados, os cilindros fornecem para a respiração, a cada minuto, cerca de 40 litros de ar, à pressão atmosférica e temperatura ambiente. Nesse caso, a duração do ar de um desses cilindros seria de aproximadamente:

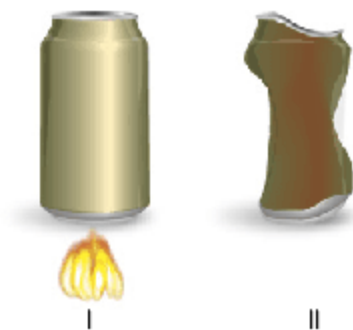
Cilindro para respiração	
Gás	ar comprimido
Volume	9 litros
Pressão interna	200 atm

Pressão atmosférica local = 1 atm
 A temperatura durante todo o processo permanece constante.

- (a) 20 minutos. (d) 60 minutos.
 (b) 30 minutos. (e) 90 minutos.
 (c) 45 minutos.

31 UFMG 2007 Para se realizar uma determinada experiência,

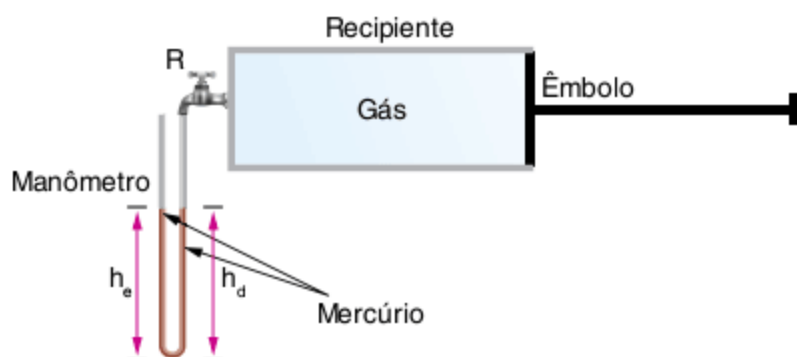
- coloca-se um pouco de água em uma lata, com uma abertura na parte superior, destampada, a qual é, em seguida, aquecida, como mostrado na figura I;
- depois que a água ferve e o interior da lata fica totalmente preenchido com vapor, esta é tampada e retirada do fogo;
- logo depois, despeja-se água fria sobre a lata e observa-se que ela se contrai bruscamente, como mostrado na figura II.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, na situação descrita, a contração ocorre porque:

- (a) a água fria provoca uma contração do metal das paredes da lata.
- (b) a lata fica mais frágil ao ser aquecida.
- (c) a pressão atmosférica esmaga a lata.
- (d) o vapor frio, no interior da lata, puxa suas paredes para dentro.

32 UFMG 2009 Para estudar o comportamento de um gás, um professor montou o sistema representado nesta figura:



Nesse sistema, um recipiente de volume V , dotado de um êmbolo e de um registro R , contém um gás que se comporta como um gás ideal. Um manômetro, que consiste em um tubo de vidro, em forma de U, que contém mercúrio, tem uma de suas extremidades conectada ao recipiente, por intermédio do registro R , e a outra extremidade aberta.

Inicialmente, o registro está aberto e o gás está à pressão atmosférica p_0 e à temperatura ambiente T_0 .

Sejam d a densidade do mercúrio e h_e e h_d a altura das colunas de mercúrio, nos ramos da esquerda e da direita do tubo, respectivamente.

1. A partir de certo instante, o professor comprime o êmbolo, lentamente, para que o gás se mantenha à temperatura ambiente, até reduzir à metade o volume ocupado, no recipiente, pelo gás.

Considerando essa situação, determine a diferença de altura ($h_e - h_d$) entre as duas colunas de mercúrio no tubo de vidro, em termos de p_0 , d e g .

2. Em seguida, o professor fecha o registro R e puxa o êmbolo, rapidamente, até este retornar à posição inicial. Isso feito, ele abre o registro R e, ao mesmo tempo, observa o nível de cada uma das colunas de mercúrio no tubo de vidro.

Considerando essa nova situação, responda:

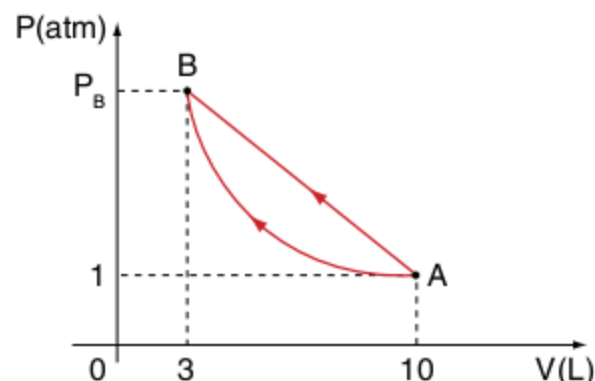
A altura h_e é menor, igual ou maior que a altura h_d ? Justifique sua resposta.

Transformação cíclica e trabalho

33 PUC-MG O trabalho realizado por um gás, ao se expandir sob pressão constante, é tanto maior quanto:

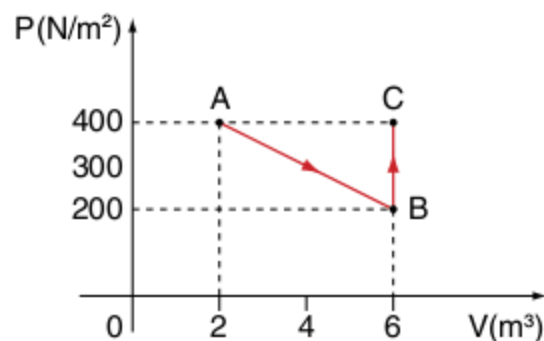
- (a) maior a pressão e maior a variação de volume.
- (b) menor a pressão e maior a variação de volume.
- (c) maior a pressão e maior o volume.
- (d) menor a pressão e menor o volume.
- (e) maior a pressão e menor o volume.

34 Fuvest O diagrama PV da figura ilustra duas formas pelas quais o ar contido numa seringa de injeção pode ser comprimido desde um estado A até outro B. A linha curva representa uma transformação isotérmica e a reta uma transformação com temperatura variável. Admita o ar como se fosse um gás ideal.



- a) Qual a pressão do ar no estado B?
- b) Em qual das duas transformações o trabalho realizado é maior? Explique.

35 Um gás perfeito sofre a transformação ABC indicada no diagrama pressão (P) x volume (V), dado a seguir.

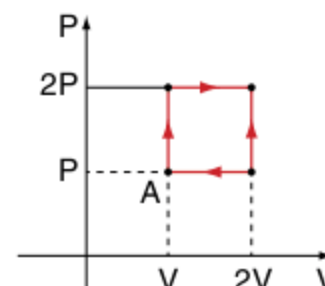


Determine o trabalho do sistema nas transformações:

- a) A para B.
- b) B para C.
- c) ABC.

36 Faap O diagrama representa o ciclo percorrido por 2 mols de gás perfeito. Sabendo que no estado A a temperatura é 27°C , qual é o trabalho realizado pelo gás no ciclo?

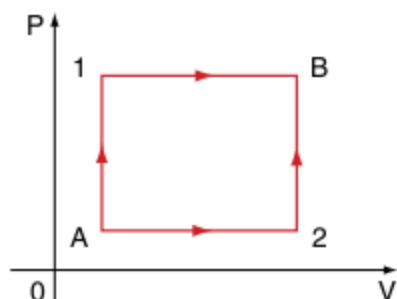
Dado: $R = 0,082 \text{ atm}\cdot\text{L/mol}\cdot\text{K}$.



37 ITA Na expansão livre de um gás ideal, quando o mesmo passa de um volume V_i para um volume V_f , pode-se afirmar que essa expansão pode ser descrita por:

- (a) uma expansão isotérmica.
- (b) uma expansão adiabática irreversível, na qual a temperatura no estado líquido final é a mesma que a do estado inicial.
- (c) uma expansão isobárica.
- (d) um processo isovolumétrico.
- (e) Nenhuma das afirmações acima está correta.

38 Fatec Um sistema estacionário é levado de um estado A para outro estado B primeiro pelo processo A1B, depois pelo processo A2B, de acordo com o diagrama a seguir.



Processo A1B o sistema recebe:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{trabalho } \tau_1 = 100 \text{ J} \\ \text{calor } Q_1 = +150 \text{ J} \end{array} \right.$$

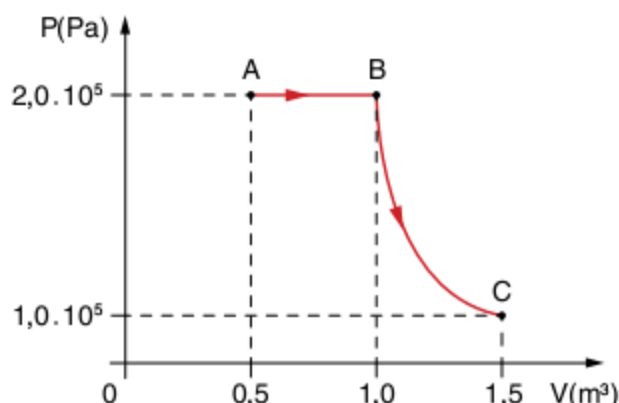
Processo A2B o sistema recebe:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{trabalho } \tau_2 = 60 \text{ J} \\ \text{calor } Q_2 = ? \end{array} \right.$$

Q_2 é, necessariamente:

- (a) $Q_2 = +150 \text{ J}$
- (b) $Q_2 = +110 \text{ J}$
- (c) $Q_2 = +190 \text{ J}$
- (d) $Q_2 = +90 \text{ J}$
- (e) n.d.a

39 Unioeste Um sistema termodinâmico percorre o caminho $A \rightarrow B \rightarrow C$ representado no diagrama PV abaixo. Assinale a alternativa correta.



- (a) A transformação $B \rightarrow C$ é isocórica.
- (b) O trabalho realizado pelo sistema no percurso $A \rightarrow B$ é de $5,0 \cdot 10^4 \text{ J}$.
- (c) Se a temperatura do sistema no ponto A for de 300 K, no ponto B será de 150 K.
- (d) Se a transformação $B \rightarrow C$ for adiabática, o sistema não trocará calor com o meio externo nessa transformação.
- (e) O ciclo $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ pode ser fechado com uma transformação isotérmica.

Primeiro Princípio da Termodinâmica

40 UFRJ 2010 Um gás ideal em equilíbrio termodinâmico tem pressão de $1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$, volume de $2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$ e temperatura de 300 K. O gás é aquecido lentamente à pressão constante, recebendo uma quantidade de 375 J de calor até atingir um volume de $3,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, no qual permanece em equilíbrio termodinâmico.

- a) Calcule a temperatura do gás em seu estado final de equilíbrio.
- b) Calcule a variação da energia interna do gás entre os estados inicial e final.

41 Vunesp A Primeira Lei da Termodinâmica diz respeito à:

- (a) dilatação térmica.
- (b) conservação da massa.
- (c) conservação da quantidade de movimento.
- (d) conservação da energia.
- (e) irreversibilidade do tempo.

42 IME 2008 Um gás ideal sofre uma expansão isotérmica, seguida de uma compressão adiabática. A variação total da energia interna do gás poderá ser nula se, dentre as opções abaixo, a transformação seguinte for uma:

- (a) compressão isotérmica.
- (b) expansão isobárica.
- (c) compressão isobárica.
- (d) expansão isocórica.
- (e) compressão isocórica.

43 UnB (Adapt.) Dois recipientes contêm, respectivamente, massas diferentes de um mesmo gás ideal, à mesma temperatura inicial. Fornecendo-se a cada um dos vasos quantidades iguais de calor, constata-se que suas temperaturas passam a ser T_1 e T_2 , diferentes entre si. Nessas circunstâncias, pode-se dizer que:

- as energias internas dos dois gases, que eram inicialmente iguais, após o fornecimento de calor continuam iguais.
- as energias internas, que eram inicialmente diferentes, continuam diferentes.
- as energias internas, que eram iguais, agora são diferentes.
- as energias internas variam.
- faltam dados para responder algo a respeito da variação da energia interna.

44 UFMA 2008 De acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, a variação da energia interna (ΔU) de um sistema é igual à diferença entre o calor trocado com o ambiente (Q) e o trabalho realizado no processo termodinâmico (τ).

Dessa forma, qual o valor de ΔU , respectivamente, quando um gás ideal passa por uma transformação do tipo: isotérmica, isobárica, isométrica, adiabática, e cíclica?

- (a) zero, $Q - \tau$, Q , $-\tau$, zero.
- (b) $Q - \tau$, Q , zero, $-\tau$, zero.
- (c) zero, Q , $Q - \tau$, zero, $-\tau$.
- (d) Q , $-\tau$, $Q - \tau$, zero, zero.
- (e) $-\tau$, Q , zero, $Q - \tau$, zero.

Máquinas térmicas, ciclo de Carnot e os Segundo e Terceiro Princípios da Termodinâmica

45 Vunesp O ciclo de Carnot, de importância fundamental na Termodinâmica, é constituído por um conjunto de transformações definidas. Num diagrama (P, V) você esboçaria esse ciclo usando:

- (a) uma isotérmica, uma isobárica, uma adiabática e uma isocórica.
- (b) duas isotérmicas e duas adiabáticas.
- (c) duas isobáricas e duas isocóricas.
- (d) duas isobáricas e duas isotérmicas.
- (e) uma isocórica, uma isotérmica e uma isobárica.

46 O ciclo de Carnot compreende:

- (a) duas transformações isotérmicas e duas isométricas.
- (b) duas transformações isobáricas e duas isométricas.
- (c) duas transformações adiabáticas e duas isobáricas.
- (d) duas transformações isotérmicas e duas adiabáticas.
- (e) duas transformações isotérmicas e duas isobáricas.

47 Cesesp-PE O rendimento máximo teórico de uma máquina a vapor cujo fluido entra a 400 °C e abandona o cilindro a 105 °C é, aproximadamente:

- (a) 63,4%
- (b) 16,5%
- (c) 43,8%
- (d) 33,6%
- (e) n.d.a.

48 Mackenzie A importância do ciclo de Carnot reside no fato de ser:

- (a) o ciclo da maioria dos motores térmicos.
- (b) o ciclo de rendimento igual a 100%.
- (c) o ciclo que determina o máximo rendimento que um motor térmico pode ter entre duas dadas temperaturas.
- (d) o ciclo de rendimento maior que 100%.

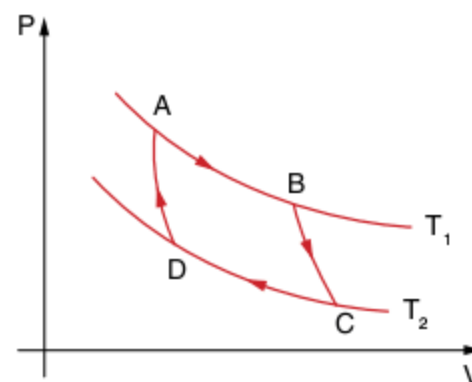
49 Uma máquina a vapor recebe ar saturado de uma caldeira à temperatura de 227 °C e descarrega o vapor despendido à temperatura de 77 °C (diretamente no ar atmosférico). Se a máquina operasse segundo o ciclo de Carnot, o seu rendimento máximo, em percentagem, seria de que valor?

50 O rendimento de certa máquina térmica de Carnot é de 40% e a fonte fria é a própria atmosfera a 27 °C. Qual a temperatura da fonte quente?

51 Uma máquina opera entre duas fontes térmicas de temperaturas -23 °C e 477 °C, rejeitando em cada ciclo 627 J de calor para a fonte fria. Para que essa máquina esteja operando no rendimento máximo teórico, quanto de calor, em calorias, deve estar recebendo da fonte quente?

Dado: 1 cal = 4,18 J.

52 UEM O diagrama a seguir representa o ciclo de Carnot realizado por um gás ideal que sofre transformações em uma máquina térmica.



Com relação ao ciclo de Carnot, é correto afirmar que:

- (a) o gás sofre duas expansões isotérmicas.
- (b) o rendimento da máquina é de 100%.
- (c) o gás sofre uma expansão adiabática de B para C.
- (d) o gás sofre uma compressão adiabática de C para D.
- (e) o gás sofre uma compressão isotérmica de D para A.

53 UEPB 2010 Leia o texto a seguir.

A Revolução Industrial consistiu em um conjunto de mudanças tecnológicas com profundo impacto no processo produtivo em nível econômico e social. Iniciada na Inglaterra em meados do século XVIII, expandiu-se pelo mundo a partir do século XIX. James Hargreaves, 1764, na Grã-Bretanha, inventa a fiadora "spinning Jenny", uma máquina de fiar rotativa que permitia a um único artesão fiar oito fios de uma só vez.

James Watt, 1768, inventa a máquina a vapor; Gottlieb Daimler, 1885, inventou um motor a explosão etc.

Acerca do assunto tratado no texto, em relação às máquinas térmicas, de acordo com a segunda lei da Termodinâmica, podemos afirmar:

- I. Nenhuma máquina térmica operando em ciclos pode retirar calor de uma fonte e transformá-lo integralmente em trabalho.
- II. A segunda lei da Termodinâmica se aplica aos refrigeradores, porque esses transferem calor da fonte fria para a fonte quente.
- III. O rendimento de uma máquina térmica que opera em ciclos pode ser de 100%.

Após a análise feita, verifica-se que é(são) correta(s) apenas a(s) proposição(ões):

- (a) II e III.
- (b) II.
- (c) III.
- (d) I.
- (e) I e II.

54 Enem 2009 A invenção da geladeira proporcionou uma revolução no aproveitamento dos alimentos, ao permitir que fossem armazenados e transportados por longos períodos. A figura apresentada ilustra o processo cíclico de funcionamento de uma geladeira, em que um gás no interior de uma tubulação é forçado a circular entre o congelador e a parte externa da geladeira. É por meio dos processos de compressão, que ocorre na parte externa, e de expansão, que ocorre na parte interna, que o gás proporciona a troca de calor entre o interior e o exterior da geladeira.



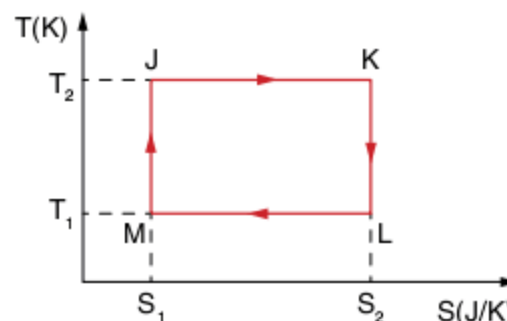
Disponível em: <<http://home.howstuffworks.com>>. (Adapt.).

Nos processos de transformação de energia envolvidos no funcionamento da geladeira:

- (a) a expansão do gás é um processo que cede a energia necessária ao resfriamento da parte interna da geladeira.
- (b) o calor flui de forma não espontânea da parte mais fria, no interior, para a mais quente, no exterior da geladeira.
- (c) a quantidade de calor cedida ao meio externo é igual ao calor retirado da geladeira.

- (d) a eficiência é tanto maior quanto menos isolado termicamente do ambiente externo for o seu compartimento interno.
- (e) a energia retirada do interior pode ser devolvida à geladeira abrindo-se a sua porta, o que reduz seu consumo de energia.

55 ITA 2010 Uma máquina térmica opera segundo o ciclo JKLMJ mostrado no diagrama T-S da figura.



Pode-se afirmar que:

- (a) o processo JK corresponde a uma compressão isotérmica.
- (b) o trabalho realizado pela máquina em um ciclo é $W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$.
- (c) o rendimento da máquina é dado por $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.
- (d) durante o processo LM, uma quantidade de calor $Q_{LM} = T_1(S_2 - S_1)$ é absorvida pelo sistema.
- (e) outra máquina térmica que opere entre T_2 e T_1 poderia eventualmente possuir um rendimento maior que o desta.

TEXTOS COMPLEMENTARES

Geladeira solar

Pesquisadores da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE) desenvolveram um novo sistema de refrigeração à base de energia solar, que poderá beneficiar produtores rurais de leite no Nordeste brasileiro.

O sistema resfria o leite por meio de um processo de absorção sólida. O projeto foi desenvolvido por Ana Rosa Mendes Primo, professora do Grupo de Engenharia Térmica do Departamento de Engenharia Mecânica da UFPE, e por Rogério Klüppel, professor aposentado da Universidade Federal da Paraíba (UFPB).

De acordo com Ana Rosa, o sistema, que atinge temperatura mínima de 7°C, começou a ser desenvolvido em 2002, quando o Ministério da Agricultura estabeleceu novas normas técnicas para a coleta e o transporte de leite em propriedades rurais.

“A lei determina que todo tipo de leite deve ser refrigerado ainda no local de produção, o que causa dificuldades para os produtores, uma vez que a maioria tem acesso precário e caro à energia elétrica”, disse Ana Rosa à Agência FAPESP.

Contando só o leite bovino, Pernambuco produz cerca de 186 milhões de litros por ano. A bacia leiteira se concentra no

agreste (71%). O sertão produz 16% e a zona da mata 10%. A atividade emprega cerca de 80 mil pessoas no estado.

Segundo a pesquisadora da UFPE, a tecnologia de refrigeração solar poderá contribuir para diminuir o êxodo rural em todo o Nordeste, aproveitando as condições climáticas favoráveis de céu limpo e pouca precipitação ao longo do ano.

O refrigerador é composto por um coletor solar plano, cujo interior é cheio de sílica gel – material usado para absorver umidade. O sistema tem uma válvula de passagem de água com acionamento manual.

“A sílica gel libera vapor d’água a partir da ação do sol. Quando o sol incide sobre o reator, o calor penetra no coletor e a sílica começa a expulsar o vapor d’água, que é direcionado para o condensador, liquefeito e acumulado em um recipiente”, disse.

Segundo Ana Rosa, no meio da tarde, quando o calor começa a diminuir, é preciso abrir a válvula para que a água desça para o evaporador, produzindo a refrigeração dos baldes de leite. “O vapor retorna pelo mesmo caminho pelo qual passou a água. Quando o sol volta a nascer, é hora de fechar a válvula e recomençar o ciclo”, explicou.

Os pesquisadores trabalham agora para incorporar ao sistema um controle automático para a válvula, dispensando a abertura manual para a liberação da água no fim do dia. "A ideia é incorporar uma válvula solenoide operada por energia solar, criando um sistema independente para ela", disse a pesquisadora.

Atualmente, uma produção de cem refrigeradores solares faria com que cada unidade custasse em torno de R\$ 5.000,00,

na avaliação dos pesquisadores. "É um custo mais que razoável, levando em conta que o tempo de vida útil de cada equipamento é de 30 anos", disse. Segundo Ana Rosa, a empresa paraibana Solartech, que pertence a Klüppel, pretende fabricar o equipamento.

Fábio de Castro. Agência Fapesp, 2 ago. 2007.

Disponível em: <<http://agencia.fapesp.br/7534>>.

Trocas de calor e a Teoria do Calórico

Até meados do século XIX, todos os processos termológicos eram justificados com base na teoria do calórico. Segundo essa teoria, todos os corpos possuíam uma substância denominada "calórico", que era trocada espontaneamente quando corpos a temperaturas diferentes eram postos em contato.

Quando os corpos apresentassem a mesma temperatura, essa troca cessava. Embora o calórico justificasse inúmeros fatos experimentais, nunca foi identificado experimentalmente.

Deve-se a Benjamin Thompson (1753-1814) a primeira suspeita sobre a inexistência do calórico, quando supervisionava a fabricação de canhões para o governo da Bavária. Na operação de perfuração dos lingotes metálicos, os orifícios eram mantidos cheios de água, que era reposta à medida que se processava a evaporação. Esse aquecimento era provocado pelas ferramentas de corte que, em contato com a peça, desbastavam o metal constituinte do cano do canhão.

De início, Thompson aceitava que o metal perdia a sua capacidade de reter calórico ao ser desbastado e, por isso, o calórico passava do metal para a água, provocando o aquecimento desta. Porém, ele notou que tal aquecimento continuava, mesmo quando

cessava o desbastamento do metal, em virtude de as ferramentas perderem corte, fato que dificultava a explicação da passagem do calórico, do metal para a água. Thompson lançou a hipótese segundo a qual o trabalho realizado era o responsável pelo aparecimento do calor que provocava o aquecimento da água. Essa hipótese é fortalecida pela experiência de Davy, que mostra a possibilidade de fundir pedaços de gelo, atritando-os uns aos outros, no interior de um recipiente mantido à temperatura inferior a 0 °C. Posteriormente, Mayer concluiu, como consequência de suas experiências realizadas no campo da Biologia, que o calor é uma entre as várias formas nas quais a energia pode se apresentar. Mayer chegou a calcular o trabalho posto em jogo e a quantidade de calor correspondente, a partir dos calores específicos, a pressão e a volume constantes, obtendo valor apenas aproximado, em decorrência de erros cometidos na medição desses calores específicos.

James Prescott Joule (1818-1889) mostrou em definitivo que a transformação de trabalho em calor é independente da maneira pela qual o trabalho é posto em jogo e que, nesse processo de conversão de energia, ao mesmo trabalho corresponde sempre a mesma quantidade de calor.

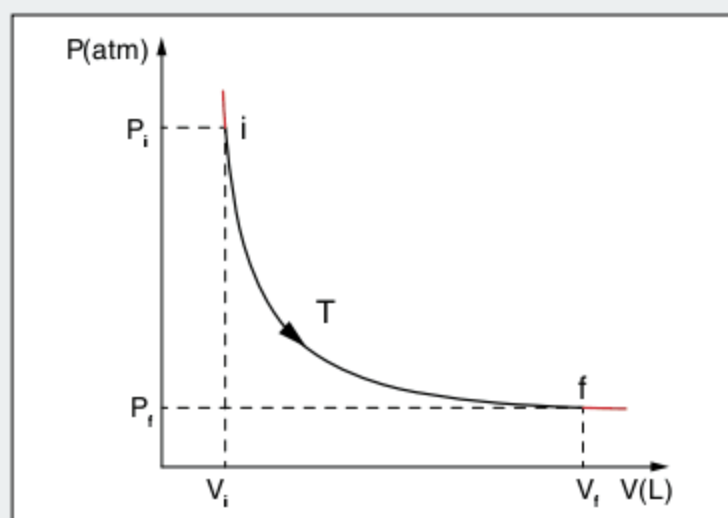
RESUMINDO

Os gases apresentam muitas propriedades físicas em comum, independente de sua natureza química, um **gás ideal**, ou gás perfeito, é aquele cujo comportamento se aproxima do observado na maioria dos gases reais.

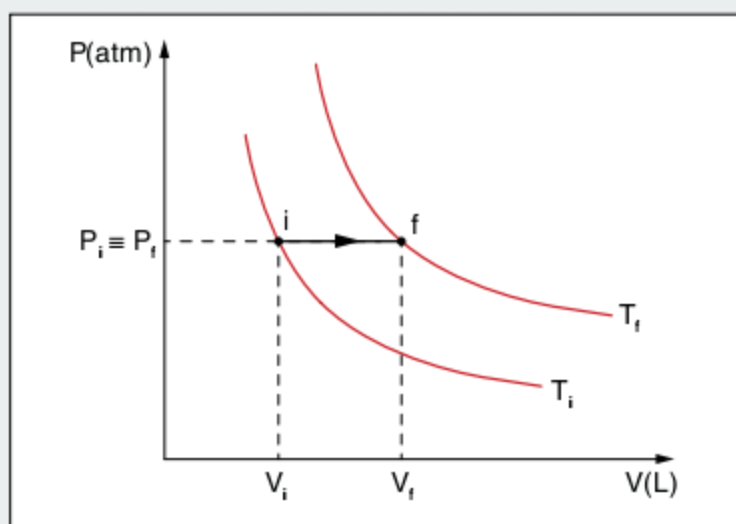
O comportamento térmico dos gases pode ser analisado, do ponto de vista macroscópico, através das **variáveis de estado, pressão, volume e temperatura**. O estado de equilíbrio de um gás pode ser caracterizado por três valores (P , V e T). A variação de pelo menos duas das variáveis de estado resulta em uma transformação gasosa.

Transformação isotérmica: ($T = \text{cte.}$) $\Rightarrow PV = \text{cte.}$

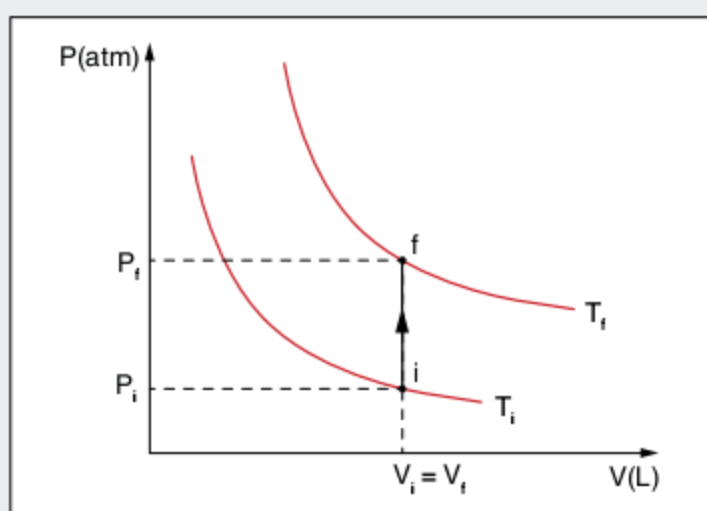
$$P_i V_i = P_f V_f$$



Transformação isobárica: ($P = \text{cte.}$) $\Rightarrow \frac{V}{T} = \text{cte.}$



Transformação isométrica: ($V = \text{cte.}$) $\Rightarrow \frac{P}{T} = \text{cte.}$



Equação geral dos gases: $\frac{P_i V_i}{T_i} = \frac{P_f V_f}{T_f}$

Equação de Clapeyron: $P \cdot V = nRT$

A **densidade**, ou **massa específica**, de um gás ideal pode ser calculada pela equação de estado:

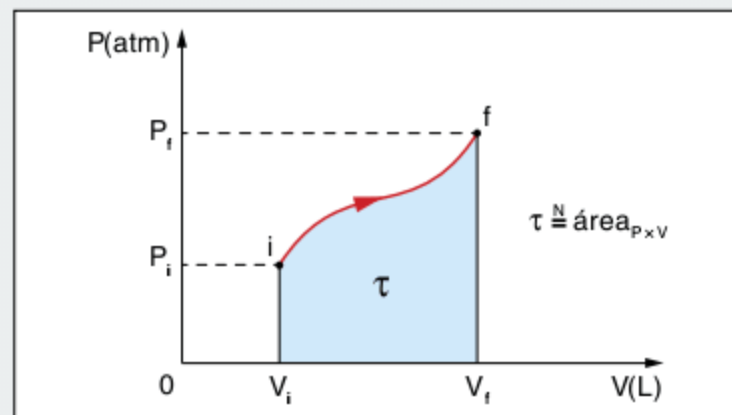
$$d = \frac{PM}{RT}$$

Transformação adiabática: não há troca de calor entre o sistema e o meio exterior.

$$(Q = 0) \Rightarrow (P \cdot V)^\gamma = \text{cte.}$$

Em uma transformação gasosa, quando há variação no volume da massa de gás, pode haver expansão ou contração da massa gasosa. No caso de **expansão**, o gás realiza trabalho contra o exterior ($\tau > 0$), no caso de **contração**, o exterior realiza trabalho contra o gás ($\tau < 0$).

O trabalho realizado, do ponto de vista gráfico, qualquer que seja a transformação, é numericamente igual à área compreendida entre a curva que caracteriza a transformação, no diagrama P versus V, e o eixo dos volumes.



Quando um sistema troca calor e trabalho com o meio exterior, a **energia interna** do sistema é a diferença entre o calor e o trabalho trocados pelo sistema com o meio exterior, independentemente da trajetória. Esse enunciado é conhecido como **Primeiro Princípio da Termodinâmica**.

$$\Delta U = Q - \tau$$

Quando ocorre uma mudança de estado, o calor latente (L) torna-se importante para a variação da energia interna do sistema.

$$\Delta U = mL - \tau$$

Trabalho e calor são características das transformações que um sistema pode sofrer. Um sistema muda de um estado de equilíbrio para outro devido às trocas de calor. Quando um gás percorre um ciclo – em uma sequência de transformações, levando a **uma transformação cíclica** –, sua energia interna permanece constante e o calor e o trabalho trocados pelo gás com o exterior são iguais.

O **rendimento** de um ciclo é a razão entre o trabalho que pode ser aproveitado em decorrência de o sistema percorrer o ciclo e a quantidade de calor fornecida ao sistema. Em um **ciclo de Carnot** o rendimento é:

$$\eta_{\text{Carnot}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

As condições pelas quais as transformações de um sistema podem ocorrer são estabelecidas pelo **Segundo Princípio da Termodinâmica**, que mostra que todos os processos naturais são irreversíveis.

Não pode existir um motor com rendimento de 100%, isto é, não pode existir um motor cuja fonte fria esta à temperatura igual ao zero absoluto, de acordo com o **Terceiro Princípio da Termodinâmica**.

■ QUER SABER MAIS?

LIVRO

- Ilya Prigogine. *Termodinâmica: dos motores térmicos às estruturas dissipativas*. Editora Instituto Piaget, 1999.

SITES

- Motor de combustão interna
<http://mecanica.scire.coppe.ufrj.br/utl/b2evolution/media/silvio/apmotoresMCI05_01.pdf>.
- Máquinas térmicas e rendimento
<www.if.usp.br/gref/termo/termo4.pdf>.
- Lei do gás ideal e a Teoria cinética dos gases (em inglês)
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/kinetic/idegas.html#c2>>.
<<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/kinetic/kinthe.html#c1>>.

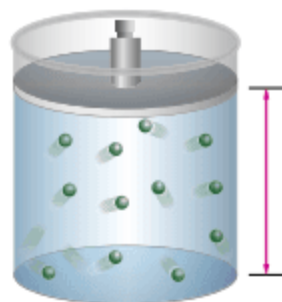
Exercícios complementares

Transformações fundamentais e equação geral

1 Uma certa massa de gás perfeito a $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ é colocada em um recipiente de capacidade igual a 5 L , exercendo em suas paredes uma pressão equivalente a 2 atm . Mantendo-se a massa e transferindo-se o gás para um outro recipiente de capacidade igual a 3 L , quer-se ter esse gás sob pressão de 5 atm . Para tanto, a que temperatura deve-se levar o gás?

2 A figura a seguir representa um gás ideal contido em um cilindro hermeticamente fechado por um êmbolo que se pode mover livremente. A massa do êmbolo é de $0,5\text{ kg}$ e a área em contato com o gás tem 10 cm^2 .

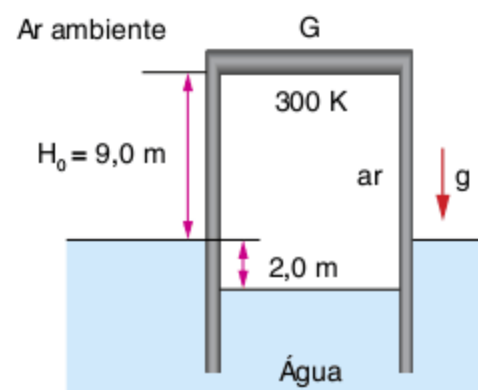
Dado: $g = 10\text{ m/s}^2$, despreze a pressão atmosférica.



- Qual a pressão que o êmbolo exerce sobre o gás?
- Se $h = 5\text{ cm}$ a $27\text{ }^{\circ}\text{C}$, qual será essa altura se o gás for aquecido a $177\text{ }^{\circ}\text{C}$?

3 Fuvest O gasômetro G, utilizado para o armazenamento de ar, é um recipiente cilíndrico, metálico, com paredes laterais de pequena espessura. G é fechado na sua parte superior, aberto na inferior que permanece imersa em água e pode se mover na direção vertical. G contém ar, inicialmente à temperatura de 300 K e o nível da água no seu interior se encontra $2,0\text{ m}$ abaixo do nível externo da água. Nessas condições, a tampa de G está $9,0\text{ m}$ acima do nível externo da água, como mostra a figura.

Aquecendo-se o gás, o sistema se estabiliza numa nova altura de equilíbrio, com a tampa superior a uma altura H , em relação ao nível externo da água, e com a temperatura do gás a 360 K .



Supondo que o ar se comporte como um gás ideal, a nova altura H será, aproximadamente, igual a:

- $8,8\text{ m}$
- $9,0\text{ m}$
- $10,8\text{ m}$
- $11,2\text{ m}$
- $13,2\text{ m}$

4 Fuvest Uma certa massa de gás, inicialmente sob pressão P e com volume V , é submetida à seguinte sequência de transformações.

- 1° A volume constante, é aquecida até que a pressão atinja o valor $3P$.
 - 2° À pressão constante, é expandida até que o volume quadruple.
 - 3° A volume constante, é levada à pressão inicial P .
 - 4° À pressão constante, é levada ao volume V .
- Represente as transformações num diagrama pressão x volume.
 - Qual o trabalho realizado pelo sistema?

5 PUC-SP Um cilindro dotado de êmbolo, protegido por um perfeito isolante térmico, contém determinada massa de gás à temperatura absoluta T_1 . No interior do cilindro, há também um resistor R , alimentado por um circuito externo. Fazendo-se passar uma corrente no resistor, o volume do gás aumenta, deslocando o êmbolo contra a pressão atmosférica, até alcançar a posição de equilíbrio. Desprezam-se os atritos.

Tem-se aí um exemplo de transformação:

- (a) adiabática, devido ao isolante térmico.
- (b) isotérmica, pois a temperatura final será igual à inicial.
- (c) isocórica, reversível.
- (d) isobárica, pois a pressão atmosférica é constante.
- (e) isocórica, irreversível.

6 Um gás perfeito, ocupando um volume de $5,0 \text{ dm}^3$ a uma temperatura de $-48 \text{ }^\circ\text{C}$, exerce uma pressão P . Aumentando-se a capacidade do recipiente para $7,0 \text{ dm}^3$ e a temperatura do gás para $77 \text{ }^\circ\text{C}$, observa-se que a pressão do mesmo torna-se igual a $9,0 \text{ atm}$. Qual era o valor da pressão inicial P ?

7 UFPE Um gás perfeito, a $30 \text{ }^\circ\text{C}$ de temperatura, está contido em um recipiente de 1.000 cm^3 . Aumentando-se a pressão inicial de 10 N/m^2 para 50 N/m^2 e reduzindo-se o volume para 200 cm^3 , qual será sua temperatura no final do processo?

8 UEG-RJ Para aplicarmos a equação $pV = nRT$ dos gases perfeitos, indicando P em atmosferas, V em litros, T em K, devemos utilizar para R o valor numérico:

- (a) $\frac{273}{22,4}$
- (b) $\frac{22,4}{273}$
- (c) $\frac{1}{22,4}$
- (d) $\frac{1}{273}$
- (e) 273

9 Cesgranrio Uma determinada quantidade de gás ideal tem a sua temperatura aumentada, isobaricamente, de 300 K para 375 K . Neste processo, a massa específica do gás varia de d_1 para d_2 . Qual a relação existente entre essas massas específicas?

10 Vunesp A densidade do nitrogênio, considerado como gás ideal, nas condições normais de temperatura e pressão é de $1,25 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Qual será a massa de 10 L de nitrogênio à pressão de 700 mmHg e a $40 \text{ }^\circ\text{C}$?

11 Fuvest Um barômetro de mercúrio, com escala graduada em mmHg , fornece leituras erradas da pressão atmosférica pelo fato de conter um pouco de ar na parte superior do tubo. Num local onde o valor da pressão é de 759 mmHg o barômetro indica 754 mmHg ; noutra local, onde o valor real é de 744 mmHg , ele indica 742 mmHg . Considere que o ar e o mercúrio estão sempre em equilíbrio térmico e que as medições foram feitas à mesma temperatura (aproximadamente $20 \text{ }^\circ\text{C}$).

Qual é, em milímetros, o valor do comprimento L do tubo? (Desprezar a pressão de vapor do mercúrio na parte superior do tubo).

- (a) 760
- (b) 762
- (c) 764
- (d) 766
- (e) 768

12 Unicamp Uma bolha de ar com $1,0 \text{ mm}^3$ de volume forma-se no fundo de um lago de $5,0 \text{ m}$ de profundidade e sobe à superfície. A temperatura no fundo do lago é de $17 \text{ }^\circ\text{C}$ e, na superfície, de $27 \text{ }^\circ\text{C}$.

- a) Qual é a pressão no fundo do lago?
- b) Admitindo que o ar seja um gás ideal, calcule o volume da bolha quando ela atinge a superfície do lago.

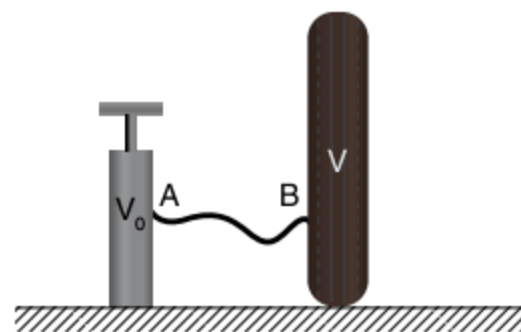
Dados: $P_0 = 1 \text{ atm} \approx 10^5 \text{ N/m}^2$; $d_{\text{água}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$.

13 PUC-SP Uma caixa cúbica de lado $L = 0,4 \text{ m}$ é dividida em duas partes I e II, de volumes iguais, por uma fina placa retangular. Inicialmente a temperatura em ambas é de $27 \text{ }^\circ\text{C}$, encerrando cada uma delas um gás ideal em quantidades iguais, $0,02 \text{ mol}$. A seguir aquece-se o gás contido em I a $47 \text{ }^\circ\text{C}$, mantendo-se o gás contido em II a $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Supondo que não haja deformação da placa e que a quantidade molar em cada uma das partes seja mantida, a força resultante dos gases sobre a placa tem valor aproximadamente igual a:

Dado: $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$.

- (a) $132,8 \text{ N}$
- (b) $124,5 \text{ N}$
- (c) $62,4 \text{ N}$
- (d) $16,6 \text{ N}$
- (e) $8,3 \text{ N}$

14 ITA Na figura, temos uma bomba de bicicleta, com que se pretende encher uma câmara de ar de volume V . A e B são válvulas que impedem a passagem do ar em sentido inverso. A operação se faz isotermicamente e o volume da bomba descomprimida (à pressão atmosférica P_0) é V_0 . Inicialmente, a câmara está completamente vazia.



Após N compressões da bomba, a pressão da câmara será:

- (a) $P_0 \left(1 + N \frac{V}{V_0} \right)$
- (b) NP_0
- (c) $\frac{NP_0 V}{V_0}$
- (d) $\frac{NP_0 V_0}{V}$
- (e) $\frac{NP_0 (V + V_0)}{V_0}$

15 FNM Uma certa quantidade de oxigênio está encerrada num reservatório de volume praticamente invariável e igual a $5,0 \text{ litros}$. A pressão do gás é de $2,0 \text{ atm}$, quando sua temperatura é de $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Pede-se calcular:

- a) o volume do gás, em CNPT.
- b) que pressão exerceria o gás sobre as paredes do reservatório se sua temperatura fosse elevada até 600 K ?

16 EFE 100 moléculas-grama de oxigênio e 89,6 litros de nitrogênio são colocados num balão de $1,0 \text{ m}^3$ de capacidade, mantido à temperatura de 273 K . Sabendo-se que a pressão e a temperatura iniciais do nitrogênio eram, respectivamente, $2,0 \text{ atm}$ e $273 \text{ }^\circ\text{C}$, Determine a pressão final da mistura.
Dados: $\text{O}_2 = 32$ e $\text{N}_2 = 28$.

17 ITA Um frasco aberto contém ar a $7 \text{ }^\circ\text{C}$. Calcular a que temperatura deve ser aquecido o frasco a fim de que escape $\frac{1}{4}$ do ar nele contido.

18 Fuvest Para se estimar o valor da pressão atmosférica, P_{atm} , pode ser utilizado um tubo comprido, transparente, fechado em uma extremidade e com um pequeno gargalo na outra. O tubo, aberto e parcialmente cheio de água, deve ser invertido, segurando-se um cartão que feche a abertura do gargalo (Situação I). Em seguida, deve-se mover lentamente o cartão de forma que a água possa escoar, sem que entre ar, coletando-se a água que sai em um recipiente (Situação II). A água para de escoar quando a pressão no ponto A, na abertura, for igual à pressão atmosférica externa, devendo-se, então, medir a altura h da água no tubo (Situação III).



Valores medidos	
V_0	500 mL
ΔV	25 mL
h	50 cm

Em uma experiência desse tipo, foram obtidos os valores, indicados na tabela, para V_0 , volume inicial do ar no tubo, ΔV , volume da água coletada no recipiente e h , altura final da água no tubo. Em relação a essa experiência, e considerando a Situação III:

- determine a razão $R = P/P_{\text{atm}}$, entre a pressão final P do ar no tubo e a pressão atmosférica.
- escreva a expressão matemática que relaciona, no ponto A, a P_{atm} com a pressão P do ar e a altura h da água dentro do tubo.
- estime, utilizando as expressões obtidas nos itens anteriores, o valor numérico da pressão atmosférica P_{atm} , em N/m^2 .
Note e adote: Considere a temperatura constante e despreze os efeitos da tensão superficial.

19 Unesp 2007 Crianças do norte da Europa, ao saírem de uma festa na casa de um dos amiguinhos durante um inverno rigoroso, entristeceram-se ao ver que as “bexigas” que levavam murcharam. Ao chegarem em suas casas, notaram que

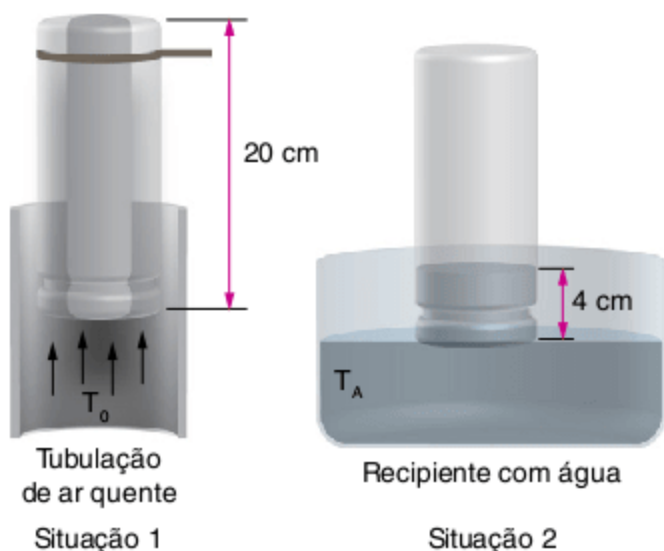
as bexigas voltaram ao normal. Supondo que seja válida a aplicação da lei dos gases perfeitos a essa situação e considerando que a temperatura dentro das casas era de $25 \text{ }^\circ\text{C}$ e fora delas, $-15 \text{ }^\circ\text{C}$, faça uma estimativa da variação percentual do volume da bexiga ao sair das casas. Supondo, agora, que a bexiga foi cheia ao ar livre e, depois, levada para o interior da casa do aniversariante, a fim de evitar tamanha decepção, calcule novamente a variação percentual do volume e diga se o processo é simétrico. Considere $0 \text{ }^\circ\text{C} = 273 \text{ K}$.

- 20 Unioeste** Assinale a alternativa correta.
- Um submarino que suporta uma pressão externa de $12,0 \text{ atm}$ pode descer até 150 m de profundidade no mar, sem que o casco se rompa, supondo que a água é incompressível.
 - A cidade de Cascavel está a uma altitude de 781 m acima do nível do mar. No entanto, a pressão atmosférica em Cascavel tem o mesmo valor que a pressão atmosférica no Rio de Janeiro, que se encontra ao nível do mar, porque a pressão exercida pelos gases é constante.
 - Uma bomba de água deve produzir uma pressão manométrica de $5,0 \text{ Pa}$ para levar a água ao topo de um edifício de 50 m .
 - Para manter o ambiente agradável para seus tripulantes, um avião tem a cabine pressurizada. Isso significa que a pressão interna é maior do que a externa, quando ele voa a grandes altitudes.
 - A experiência de Torricelli comparou a pressão exercida por uma coluna de mercúrio com a pressão atmosférica. Neste experimento, é necessário conhecer o diâmetro do tubo que contém o mercúrio, porque a pressão de uma coluna líquida depende do seu volume.

21 UFCE 2010 Um cilindro de área de seção reta S e comprimento L , completamente isolado, é dividido em partições A e B, ambas de volumes iguais, por uma parede diatérmica, móvel e impermeável. Cada partição é preenchida com um gás ideal, de modo que a partição A possui o dobro do número de mols da partição B. Ambas as partições encontram-se em uma mesma temperatura T durante o processo. Despreze quaisquer efeitos de atrito e, quando o sistema estiver em equilíbrio, determine:

- os volumes das partições A e B em função de S e L .
- o módulo do deslocamento da parede em função de L .

22 Fuvest 2007 Para medir a temperatura T_0 do ar quente expelido, em baixa velocidade, por uma tubulação, um jovem utilizou uma garrafa cilíndrica vazia, com área da base $S = 50 \text{ cm}^2$ e altura $H = 20 \text{ cm}$. Adaptando um suporte isolante na garrafa, ela foi suspensa sobre a tubulação por alguns minutos, para que o ar expelido ocupasse todo o seu volume e se estabelecesse o equilíbrio térmico a T_0 (Situação 1). A garrafa foi, então, rapidamente colocada sobre um recipiente com água mantida à temperatura ambiente $T_A = 27^\circ \text{ C}$. Ele observou que a água do recipiente subiu até uma altura $h = 4 \text{ cm}$, dentro da garrafa, após o ar nela contido entrar em equilíbrio térmico com a água (Situação 2).



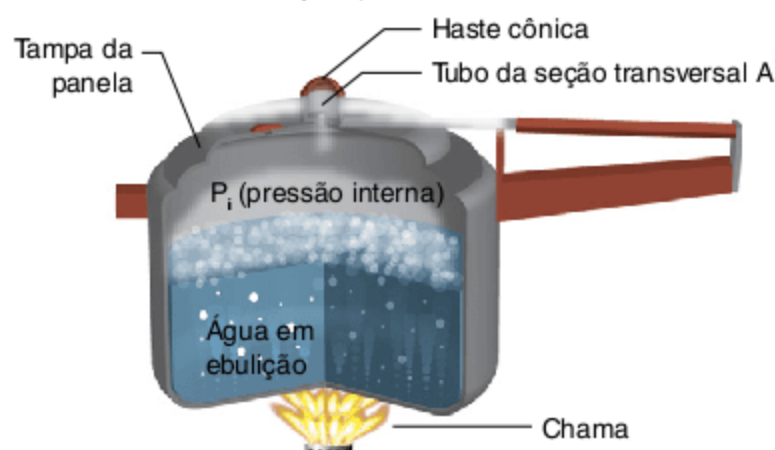
Estime:

- o volume V_A , em cm^3 , do ar dentro da garrafa, após a entrada da água, na Situação 2.
- a variação de pressão ΔP , em N/m^2 , do ar dentro da garrafa, entre as Situações 1 e 2.
- a temperatura inicial T_0 , em $^\circ\text{C}$, do ar da tubulação, desprezando a variação de pressão do ar dentro da garrafa.

Note e adote: $P \cdot V = nRT$

$$T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273$$

23 UFMS 2007 A válvula da tampa da panela de pressão é um dispositivo regulador da pressão interna P_i de cozimento dos alimentos, evitando que a pressão ultrapasse limites que comprometam a segurança do usuário. Para isso, a válvula possui uma massa M predeterminada; e com uma haste cônica no seu centro que se encaixa no orifício de um tubo cilíndrico por onde sai o vapor. No início do aquecimento da água, a pressão interna P_i não é suficiente para equilibrar a força peso na válvula, e assim, a haste cônica obstrui a saída de vapor pelo tubo, fazendo aumentar a pressão interna P_i . Quando a pressão interna P_i atinge um valor que é suficiente para levantar a válvula, o vapor começa a escapar do interior da panela pelo tubo, regulando assim a pressão interna para cozimento, que chamaremos de P_{ic} . Como a temperatura para a água entrar em ebulição depende da pressão, e a pressão interna P_{ic} de cozimento é superior à da pressão ambiente P_0 , assim, os alimentos são cozidos em pressão e temperatura maiores que em panelas comuns com tampas abertas. Considere a seção transversal do tubo por onde sai o vapor igual a A , veja a figura e, com base nessas informações, assinale a alternativa correta.



- Durante o cozimento, quando a água já entrou em ebulição, se aumentar a chama na base da panela, a temperatura da água em ebulição também aumenta.

- A pressão interna P_{ic} pode ser determinada multiplicando o valor da força peso (Mg) na válvula pelo valor da seção transversal (A) do tubo.
- Se trocarmos apenas o tubo de saída por um outro de maior seção transversal, a pressão interna P_{ic} de cozimento atingirá valores maiores.
- Se trocarmos apenas a válvula por outra de menor peso, a pressão interna P_{ic} e a temperatura de cozimento diminuirão.
- Durante o cozimento quando o vapor já está saindo pela extremidade do tubo, a força aplicada na válvula pela pressão interna P_{ic} é igual à força aplicada na válvula pela pressão atmosférica P_0 .

24 UFRJ 2008 Um balão, contendo um gás ideal, é usado para levantar cargas subaquáticas. A uma certa profundidade, o gás nele contido está em equilíbrio térmico com a água a uma temperatura absoluta T_0 e a uma pressão P_0 . Quando o balão sai da água, depois de levantar a carga, o gás nele contido entra em equilíbrio térmico com o ambiente a uma temperatura absoluta T e a uma pressão P .

Supondo que o gás no interior do balão seja ideal e sabendo que $\frac{P_0}{P} = \frac{3}{2}$ e $\frac{T_0}{T} = 0,93$, calcule a razão $\frac{V_0}{V}$ entre o volume V_0 do gás quando o balão está submerso e o volume V do mesmo gás quando o balão está fora d'água.

25 UEL 2007 Uma seringa hipodérmica comum, com 10 mL de ar, tem seu bico tapado com o dedo por uma das mãos de um estudante. Com a outra mão, e fazendo bastante força, o estudante comprime o ar até o êmbolo alcançar 1,5 mL e observa que o vapor de água, misturado ao ar, condensa-se no interior da seringa, formando uma suave neblina. Querendo avaliar a pressão exercida sobre o gás para haver a mudança de estado, o estudante se lembra das aulas de Física e considera o gás como sendo ideal e P_0 a pressão atmosférica local, aproximando a transformação realizada por ele a uma transformação isotérmica até começar a condensação.

Baseado nesse experimento, o estudante fez um cálculo obtendo o valor de acréscimo de pressão necessário à mudança de estado do vapor de água. Assinale a alternativa que indica o valor correto obtido.

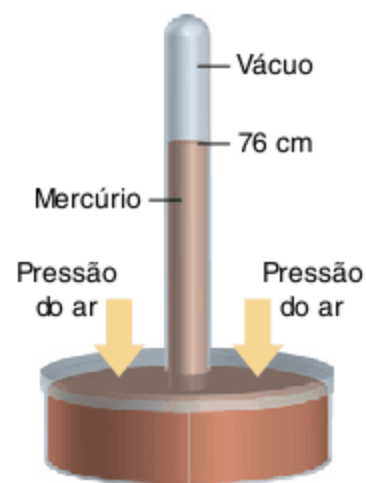
- | | | |
|----------------|----------------|----------------|
| (a) $0,15 P_0$ | (c) $5,00 P_0$ | (e) $5,67 P_0$ |
| (b) $1,50 P_0$ | (d) $6,67 P_0$ | |

26 Fuvest 2009 Em um *freezer*, muitas vezes, é difícil repetir a abertura da porta, pouco tempo após ter sido fechada, devido à diminuição da pressão interna. Essa diminuição ocorre porque o ar que entra, à temperatura ambiente, é rapidamente resfriado até a temperatura de operação, em torno de -18°C . Considerando um *freezer* doméstico, de 280 L, bem-vedado, em um ambiente a 27°C e pressão atmosférica P_0 , a pressão interna poderia atingir o valor mínimo de:

Considere que todo o ar no interior do *freezer*, no instante em que a porta é fechada, está à temperatura do ambiente.

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| (a) 35% de P_0 | (c) 67% de P_0 | (e) 95% de P_0 |
| (b) 50% de P_0 | (d) 85% de P_0 | |

27 UEPB 2008 A atmosfera terrestre é composta por vários gases, formando uma imensa camada de ar que é atraída pela força de gravidade da Terra e, portanto, tem peso. Se não o tivesse, ela escaparia da Terra, dispersando-se pelo espaço. Devido ao seu peso, a atmosfera exerce uma pressão, chamada pressão atmosférica, sobre todos os objetos nela imersos. Foi o físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) quem realizou uma experiência para determinar a pressão atmosférica ao nível do mar. Ele usou um tubo, de aproximadamente 1,0 m de comprimento, cheio de mercúrio (Hg) e com a extremidade tampada. Depois, colocou o tubo, em pé e com a boca tampada para baixo, dentro de um recipiente que também continha mercúrio. Torricelli observou que, após destampar o tubo, o nível do mercúrio desceu e estabilizou-se na posição correspondente a 76 cm, restando o vácuo na parte vazia do tubo.



Com base nessas informações, é correto afirmar que, se a experiência de Torricelli for realizada:

- no Monte Everest, a altura da coluna de mercúrio será maior que ao nível do mar.
- ao nível do mar, porém com água, cuja densidade é cerca de 13,6 vezes menor que a do mercúrio, a altura da coluna de água será aproximadamente igual a 10,3 m.
- ao nível do mar, porém com água, que apresenta densidade muito inferior à do mercúrio, a altura da coluna de água seria imperceptível.
- ao nível do mar, com um líquido mais denso que o mercúrio, o tubo de vidro deveria ter maior comprimento.
- com Barômetros de Torricelli, estes permitem determinar, através da medida da altitude de um lugar, a pressão atmosférica.

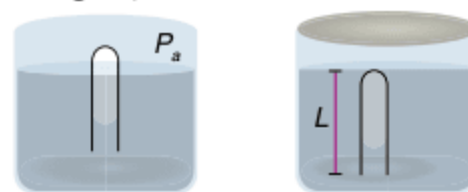
28 Enem 2009 A energia geotérmica tem sua origem no núcleo derretido da terra, onde as temperaturas atingem 4.000 °C. Essa energia é primeiramente produzida pela decomposição de materiais radioativos dentro do planeta. Em fontes geotérmicas, a água, aprisionada em um reservatório subterrâneo, é aquecida pelas rochas ao redor e fica submetida a altas pressões, podendo atingir temperaturas de até 370 °C sem entrar em ebulição. Ao ser liberada na superfície, à pressão ambiente, ela se vaporiza e se resfria, formando fontes ou gêiseres. O vapor de poços geotérmicos é separado da água e é utilizado no funcionamento de turbinas para gerar eletricidade. A água quente pode ser utilizada para aquecimento direto ou em usinas de dessalinização.

Roger A. Hinrichs. *Energia e Meio Ambiente*. Ed. ABDR. (Adapt.).

- Sob o aspecto da conversão de energia, as usinas geotérmicas:
- funcionam com base na conversão de energia potencial gravitacional em energia térmica.
 - transformam inicialmente a energia solar em energia cinética e, depois, em energia térmica.
 - podem aproveitar a energia química transformada em térmica no processo de dessalinização.
 - assemelham-se às usinas nucleares no que diz respeito à conversão de energia térmica em cinética e, depois, em elétrica.
 - utilizam a mesma fonte primária de energia que as usinas nucleares, sendo, portanto, semelhantes os riscos decorrentes de ambas.

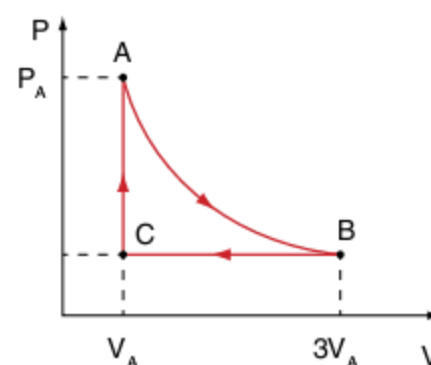
29 ITA 2009 Para ilustrar os princípios de Arquimedes e de Pascal, Descartes emborcou na água um tubo de ensaio de massa m , comprimento L e área da seção transversal A . Sendo g a aceleração da gravidade, ρ a massa específica da água, e desprezando variações de temperatura no processo, calcule:

- o comprimento da coluna de ar no tubo, estando o tanque aberto sob pressão atmosférica P_a .
- o comprimento da coluna de ar no tubo, de modo que a pressão no interior do tanque fechado possibilite uma posição de equilíbrio em que o topo do tubo se situe no nível da água (ver figura).



Transformação cíclica e trabalho

30 Vunesp Considere a transformação ABC sofrida por uma certa quantidade de gás, que se comporta como gás ideal, representada pelo gráfico pressão *versus* volume a seguir.



A transformação AB é isotérmica. São conhecidas: a pressão P_A e o volume V_A do gás no estado A e o volume $3V_A$ do gás no estado B.

Determine, em função desses dados:

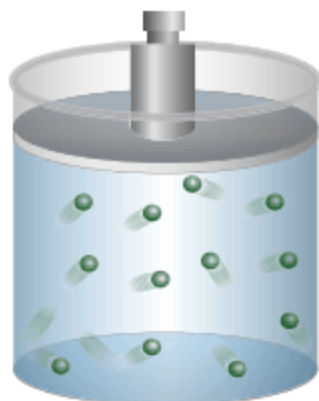
- a pressão P_B do gás no estado B.
- o trabalho T realizado pelo gás na transformação BC.

31 Um sistema gasoso ideal troca (recebe ou cede) com o meio externo 150 cal em forma de calor. Determinar, em joules, o trabalho trocado com o meio, em cada um dos casos:

- expansão isotérmica.
- compressão isotérmica.

Dado: 1 cal = 4,18 J.

32 Fuvest A figura abaixo representa um cilindro com êmbolo móvel de massa $m = 200 \text{ kg}$ e área $S = 100 \text{ cm}^2$, que contém inicialmente 2,4 litros de um gás ideal à temperatura de $27 \text{ }^\circ\text{C}$. Aquece-se o sistema até a temperatura estabilizar em $127 \text{ }^\circ\text{C}$. A pressão atmosférica é igual a 10^5 N/m^2 .



- Qual o volume final do gás?
- Qual o trabalho mecânico realizado?

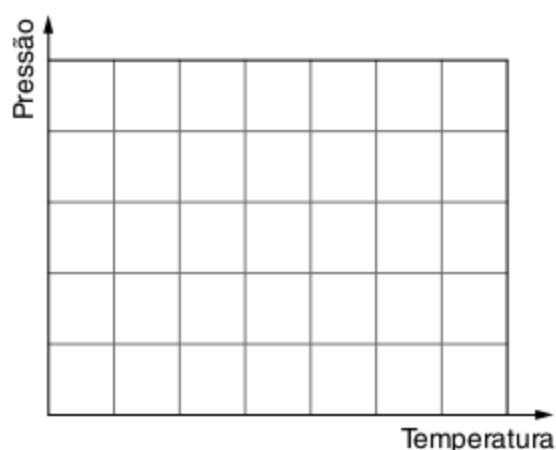
33 UFMG 2007 Um reservatório fechado contém certa quantidade de hélio gasoso à pressão P_i .

Num primeiro processo, esse gás é aquecido, lentamente, de uma temperatura inicial T_i até uma temperatura T_f .

Num segundo processo, um pequeno orifício é aberto na parede do reservatório e, por ele, muito lentamente, deixa-se escapar um quarto do conteúdo inicial do gás. Durante esse processo, o reservatório é mantido à temperatura T_f .

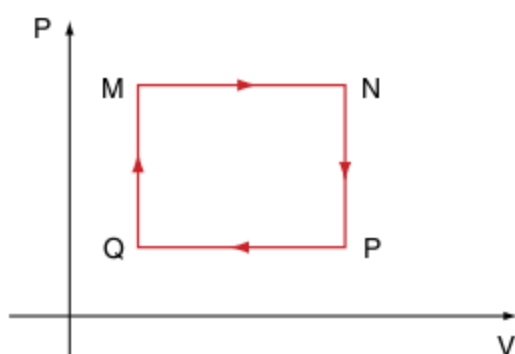
Considerando essas informações:

- esboce, no quadro abaixo, o diagrama da pressão em função da temperatura do gás nos dois processos descritos. Justifique sua resposta.



- considere que $P_i = 1,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ e que as temperaturas são $T_i = 27 \text{ }^\circ\text{C}$ e $T_f = 87 \text{ }^\circ\text{C}$. Calcule o valor da pressão do gás no interior do reservatório, ao final do segundo processo.

34 UFL Uma certa massa de gás realiza uma transformação cíclica MNPQM, conforme representada pelo gráfico da pressão P em função do volume V .



Nesse ciclo:

- a energia interna do gás aumenta.
- o gás fornece calor ao exterior.
- a energia interna do gás diminui.
- o gás não troca calor com o exterior.
- o gás recebe calor do exterior.

35 UFPR Qual é a variação de energia interna de um gás ideal sobre o qual é realizado um trabalho de 80 J , durante uma compressão adiabática?

36 FCC Um gás perfeito pode ser levado de um estado A para um estado B através de várias transformações e em cada uma delas o gás recebe uma certa quantidade de trabalho e calor. Considere as seguintes proposições.

- Em diferentes transformações a quantidade de trabalho e calor varia, mas a soma algébrica de ambos é sempre a mesma.
- A soma algébrica do trabalho e do calor em qualquer uma das transformações mede o incremento da energia interna.
- A soma algébrica do trabalho e do calor para cada transformação depende das características dos diferentes percursos.

Pode-se afirmar que:

- apenas I é verdadeira.
- apenas II é verdadeira.
- apenas III é verdadeira.
- apenas I e II são verdadeiras.
- apenas II e III são verdadeiras.

37 PUC-SP Você já deve ter notado que, após bater palmas durante algum tempo, suas mãos tornam-se mais quentes. Esse fato é explicado porque:

- aumenta a circulação sanguínea, com aumento da produção de calor.
- o movimento das mãos pode variar a temperatura do ambiente, devido ao atrito com o ar.
- o trabalho mecânico executado pelas mãos se transforma em energia térmica, que varia a temperatura das mãos.
- durante o movimento, as mãos absorvem energia térmica do ambiente, o que varia sua temperatura.

38 Mauá Um recipiente cilíndrico, de seção transversal $S = 0,25 \text{ m}^2$, fechado por um êmbolo móvel, de peso $P = 450 \text{ N}$, contém um gás perfeito à temperatura $T_1 = 293 \text{ K}$. Nestas condições, a distância do êmbolo ao fundo é $h_1 = 35,0 \text{ cm}$. Há vedação perfeita entre o êmbolo e as paredes do recipiente. Elevando-se a temperatura do gás para $T_2 = 333 \text{ K}$, o êmbolo sobe até a altura H .

A pressão atmosférica, constante durante toda a experiência, vale $P = 1,03 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

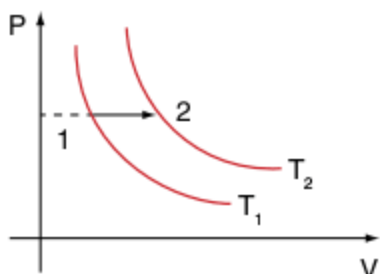
Determine:

- a altura H a que subiu o êmbolo.
- o trabalho realizado pelo gás.

39 UEM-PR A temperatura de 500 g de um gás perfeito é aumentada de 20 °C para 140 °C. Se o processo é feito à pressão constante, qual o trabalho realizado pelo gás, em calorias?
Dado: $c_v = 0,18 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$ e $c_p = 0,25 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$.

Primeiro Princípio da Termodinâmica

40 ITA O diagrama caracteriza uma transformação 1 → 2 na qual:

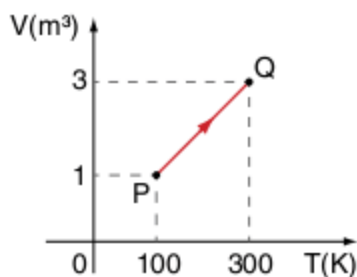


- (a) não ocorre variação na energia interna do sistema;
- (b) o sistema não troca calor com o exterior;
- (c) o sistema não realiza trabalho ao passar de (1) para (2);
- (d) o calor posto em jogo é integralmente transformado em trabalho;
- (e) o sistema recebe calor, que é parcialmente transformado em trabalho.

41 Osec Numa transformação isobárica, o volume de um gás ideal aumentou de 0,2 m³ para 0,6 m³, sob pressão de 5 N/m². Durante o processo, o gás recebeu 5 J de calor ambiente. Qual foi a variação de energia interna do gás?

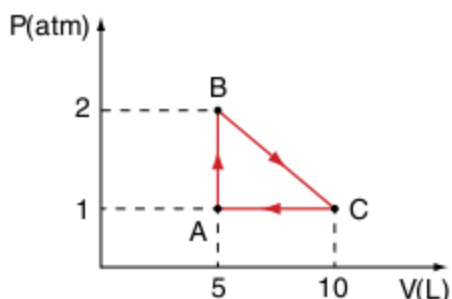
42 UFMG Em uma transformação isobárica de um gás perfeito, mantido a $2,0 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$ de pressão, forneceram-se 1.500 J de calor e provocou-se um aumento de volume de 3,0 litros. Em joules, qual foi a variação da energia interna do gás?

43 Mackenzie Uma amostra de gás perfeito sofre uma transformação isobárica sob pressão de 60 N/m², como ilustra o diagrama. Admita que, na transformação, o gás recebe uma quantidade de calor igual a 300 J.



Qual foi a variação da energia interna do gás?

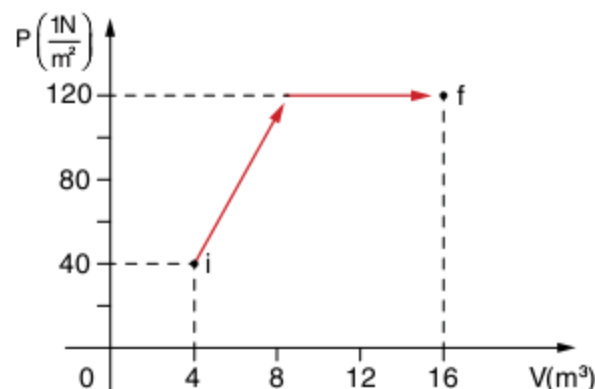
44 Uma certa massa de gás ideal desenvolve o ciclo indicado na figura. Calcule:



- a) o trabalho realizado pelo gás, ao percorrer o ciclo uma vez.
 - b) a potência desenvolvida, sabendo-se que a duração de cada ciclo é de 0,5 s.
 - c) o ponto onde a energia interna do sistema é mínima.
- Dados: $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ N/m}^2$; $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$.

45 FEI Um sistema evolui entre dois estados recebendo uma quantidade de calor $Q = 4,00 \cdot 10^3 \text{ cal}$ e realizando o trabalho $\tau = 20,72 \cdot 10^3 \text{ J}$. Qual a variação de energia interna do sistema?
Dado: $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$

46 UFSC 2007 Uma amostra de dois moles de um gás ideal sofre uma transformação ao passar de um estado i para um estado f, conforme o gráfico a seguir:



Assinale a(s) proposição(ões) correta(s).

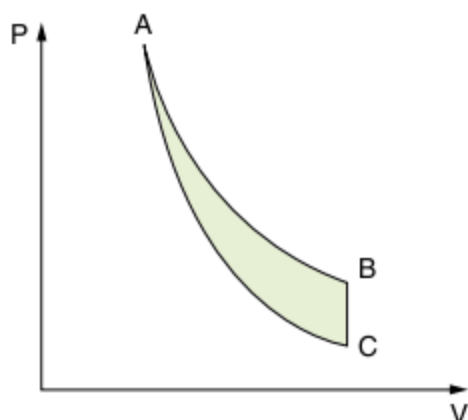
- 01 A transformação representada acima ocorre sem que nenhum trabalho seja realizado.
 - 02 Sendo de 100 Joules a variação da energia interna do gás do estado i até f, então o calor que fluiu na transformação foi de 1.380 Joules.
 - 04 Certamente o processo ocorreu de forma isotérmica, pois a pressão e o volume variaram, mas o número de moles permaneceu constante.
 - 08 A Primeira Lei da Termodinâmica nos assegura que o processo ocorreu com fluxo de calor.
 - 16 Analisando o gráfico, conclui-se que o processo é adiabático.
- Soma =

47 Unesp 2008 Um recipiente contendo um certo gás tem seu volume aumentado graças ao trabalho de 1.664 J realizado pelo gás. Nesse processo, não houve troca de calor entre o gás, as paredes e o meio exterior. Considerando que o gás seja ideal, a energia de 1 mol desse gás e a sua temperatura obedecem à relação $U = 20,8 T$, onde a temperatura T é medida em kelvins e a energia U em joules. Pode-se afirmar que nessa transformação a variação de temperatura de um mol desse gás, em kelvins, foi de

- (a) 50
- (b) - 60
- (c) - 80
- (d) 100
- (e) 90

48 ITA 2009 Três processos compõem o ciclo termodinâmico ABCA mostrado no diagrama P x V da figura. O processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre a volume constante com decréscimo de 40 J de energia interna e, no processo CA, adiabático, um trabalho de 40 J é efetuado sobre o sistema. Sabendo-se também que em um ciclo completo o trabalho

total realizado pelo sistema é de 30 J, calcule a quantidade de calor trocado durante o processo AB.



49 UFC 2008 Um recipiente contém uma mistura de um gás ideal X, cuja massa molar é M_X , com um gás ideal Y, cuja massa molar é M_Y , a uma dada temperatura T. Considere as afirmações abaixo:

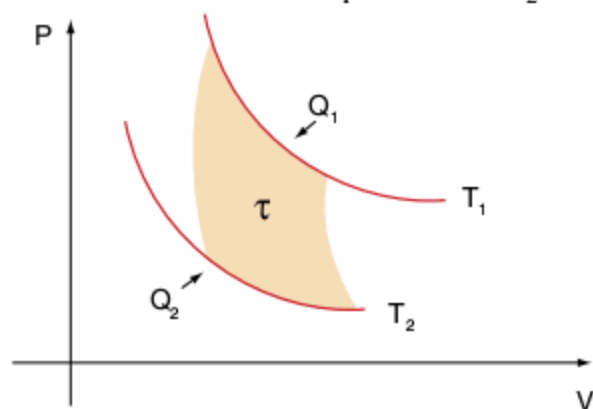
- I. a energia cinética média das moléculas dos gases ideais X e Y depende apenas da temperatura absoluta em que se encontram.
- II. a velocidade média das moléculas dos gases ideais X e Y depende da temperatura absoluta em que se encontram e da natureza de cada gás.
- III. se $M_X > M_Y$, a velocidade média das moléculas do gás ideal X é maior que a velocidade média do gás ideal Y.

Assinale a alternativa correta.

- (a) Apenas I é verdadeira.
- (b) Apenas I e II são verdadeiras.
- (c) Apenas I e III são verdadeiras.
- (d) Apenas II e III são verdadeiras.
- (e) I, II e III são verdadeiras.

Máquinas térmicas, ciclo de Carnot e os Segundo e Terceiro Princípios da Termodinâmica

50 MED-ABC O diagrama a seguir representa um ciclo de Carnot entre as temperaturas de $T_1 = 800$ K e $T_2 = 400$ K.



Sabendo-se que o motor (de Carnot) recebe $Q_1 = 1.000$ J de fonte quente, o calor rejeitado (Q_2) e o trabalho (τ) (ambos em módulo), valem, respectivamente:

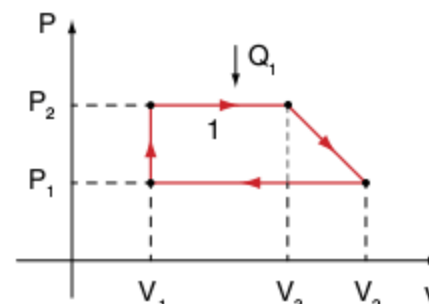
- (a) 500 J e 500 J.
- (b) 400 J e 600 J.
- (c) 300 J e 700 J.
- (d) 200 J e 800 J.
- (e) 100 J e 900 J.

51 Um motor de Carnot recebe da fonte quente 100 cal por ciclo e rejeita 80 cal para a fonte fria. Se a temperatura da fonte quente é de 127 °C, qual a temperatura da fonte fria?

52 Unimep Uma máquina térmica operando em ciclos executa 100 ciclos por segundo. Em cada ciclo, retira 800 J da fonte quente e cede 400 J à fonte fria. Se a fonte fria está à temperatura de 27 °C, qual é a temperatura da fonte quente?

53 Vunesp Uma geladeira retira, por segundo, 1.000 kcal do congelador, enviando para o ambiente 1.200 kcal. Qual a potência do compressor da geladeira? Considere 1 kcal = 4,2 kJ.

54 ITA Certo gás é obrigado a percorrer o ciclo da figura, onde P representa a pressão e V o volume. Sabe-se que, ao percorrê-lo, o gás absorve uma quantidade de calor Q_1 .



Podemos afirmar que a eficiência η (razão do trabalho fornecido pela energia absorvida) do ciclo é dada por:

- (a) $\eta = \frac{(P_2 - P_1)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$
- (b) $\eta = \frac{(P_2 - P_1)(V_2 + V_1 - 2V_3)}{2Q_1}$
- (c) $\eta = 1 - \frac{(P_2 - P_1)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$
- (d) $\eta = \frac{(P_1 - P_2)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$
- (e) $\eta = 1 + \frac{(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{Q_1}$

55 UEPB 2008 Sadi Carnot (1796-1832), foi um físico e engenheiro do exército francês, destacando-se por seu estudo sobre as condições ideais para a produção de energia mecânica, a partir do calor, nas máquinas térmicas. Em 1824, Carnot descreveu e analisou o denominado ciclo de Carnot, cuja importância é devida ao seguinte teorema:

Nenhuma máquina térmica que opera entre duas dadas fontes, às temperaturas T_1 e T_2 , pode ter maior rendimento que uma máquina de Carnot, operando entre estas mesmas fontes.

B. Alvarenga e A. Maximo. *Curso de Física*, v. 2. São Paulo: Scipione, 2000, p. 158.

Considerando que uma máquina que extrai $375 \cdot 10^4$ cal de uma fonte à temperatura de 127 °C e rejeita $15 \cdot 10^5$ cal para uma fonte a 200 K, a diferença entre seu rendimento e o rendimento de uma máquina de Carnot, operando entre estas mesmas temperaturas, é de:

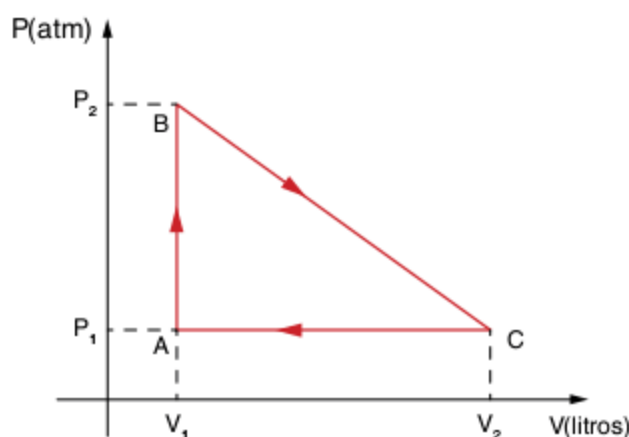
- (a) 25%
- (b) 20%
- (c) 40%
- (d) 60%
- (e) 10%

56 FGV Sendo de $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ a temperatura da água do mar na superfície e de $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ em águas profundas, qual seria o rendimento teórico de uma máquina térmica que aproveitasse a energia correspondente?

57 PUC-MG Um escritório de patentes recebe um pedido de um inventor que deseja registrar uma máquina térmica que opera entre duas fontes de calor com temperaturas de $227\text{ }^{\circ}\text{C}$ e $177\text{ }^{\circ}\text{C}$. Segundo o inventor, a máquina retira $4,0 \cdot 10^5\text{ J}$ de calor da fonte quente e realiza um trabalho útil $5,0 \cdot 10^4\text{ J}$ em cada ciclo de funcionamento. Nessas condições, é correto afirmar que:

- (a) o pedido do inventor não pode ser aceito, pois a máquina, trabalhando entre essas temperaturas, não pode ter rendimento superior a 10%.
- (b) o rendimento dessa máquina é superado por uma máquina de Carnot que opere entre essas fontes.
- (c) o rendimento dessa máquina é igual ao de uma máquina de Carnot que opere entre essas duas fontes térmicas.
- (d) a única forma de se melhorar o rendimento da máquina é que o inventor utilize combustível de melhor qualidade.

58 Unioeste 2007 Um mol de um gás ideal diatômico à temperatura de $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ ocupa um volume $V_1 = 16,4$ litros quando submetido a uma pressão $P_1 = 1,50$ atm. Esse gás executa o processo cíclico $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$ indicado na figura. Se a pressão no ponto B é três vezes maior do que a pressão no ponto A e o processo $B \rightarrow C$ é isotérmico, é correto afirmar que:



- (a) a temperatura no ponto B é de 600 K.
- (b) o sistema libera calor no processo $A \rightarrow B$ e absorve calor no processo $C \rightarrow A$.
- (c) o trabalho realizado pelo gás, por ciclo, tem o valor de 49,2 joules.
- (d) se a capacidade térmica molar a volume constante é $C_v = 20,705\text{ J}/(\text{mol K})$, a quantidade de calor envolvida no processo $C \rightarrow A$ é 123 joules.
- (e) a variação da energia interna por ciclo é nula.

59 UFP 2007 James Watt (1736-1819), engenheiro inglês, ficou conhecido pela sua brilhante invenção da máquina térmica. Essa máquina foi utilizada, inicialmente, para retirar água do interior das minas de carvão, no norte da Inglaterra. Essa invenção se espalhou rapidamente por toda a Europa e desencadeou a Revolução Industrial, quando a força humana e dos animais foi substituída pela força do vapor, transformando a estrutura social da Europa e do resto do mundo. Com os estudos de

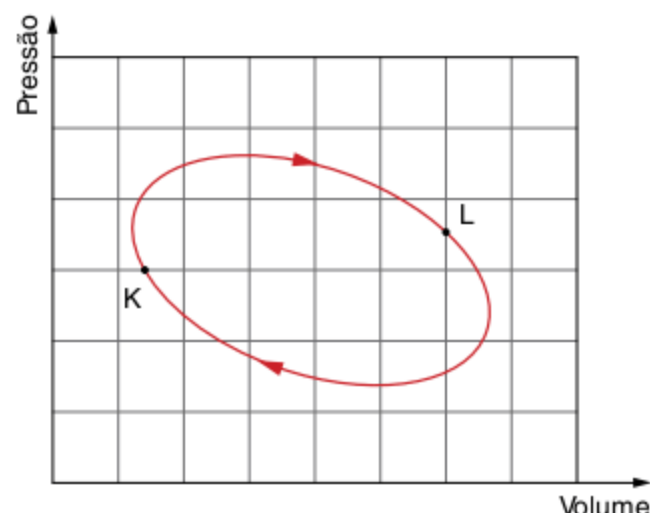
Carnot (1796-1832), conseguiu-se obter uma referência para o máximo rendimento possível de uma máquina real. Considere uma máquina térmica de Carnot, operando entre uma fonte fria, a $130\text{ }^{\circ}\text{C}$, e uma fonte quente a $520\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Analise as afirmativas a seguir e assinale V (verdadeira) ou F (falsa).

- O rendimento de uma máquina real corresponde a 70% do rendimento dessa máquina de Carnot é de, aproximadamente, 34%.
- O rendimento dessa máquina de Carnot pede, aproximadamente, 75%.
- Ao operar entre duas temperaturas, a máquina ideal de Carnot tem o mesmo rendimento, qualquer que seja o fluido operante.
- A quantidade de calor que essa máquina de Carnot cede à fonte fria é, praticamente, a metade do calor que ela retira da fonte quente.

60 UFMG 2010 Uma máquina térmica é constituída de um cilindro, cheio de gás, que tem um êmbolo móvel.

Durante o funcionamento dessa máquina, o gás é submetido a um processo cíclico, que o leva de um estado K a outro estado L, depois, de volta ao estado K e assim sucessivamente, como representado no diagrama pressão *versus* volume, mostrado na figura a seguir.



Considerando essas informações, responda:

- a) Em qual dos dois estados – K ou L – a temperatura do gás é maior? Justifique sua resposta.
- b) Em um ciclo completo, em que o gás sai do estado K e volta ao mesmo estado, essa máquina realiza trabalho líquido? Justifique sua resposta.
- c) Tendo-se em vista que se trata de um sistema ideal, é possível converter em trabalho todo o calor fornecido a essa máquina? Justifique sua resposta.

61 Enem 2009 A eficiência de um processo de conversão de energia, definida como sendo a razão entre a quantidade de energia ou trabalho útil e a quantidade de energia que entra no processo, é sempre menor que 100% devido a limitações impostas por leis físicas. A tabela, a seguir, mostra a eficiência global de vários processos de conversão.

Tabela Eficiência de alguns sistemas de conversão de energia

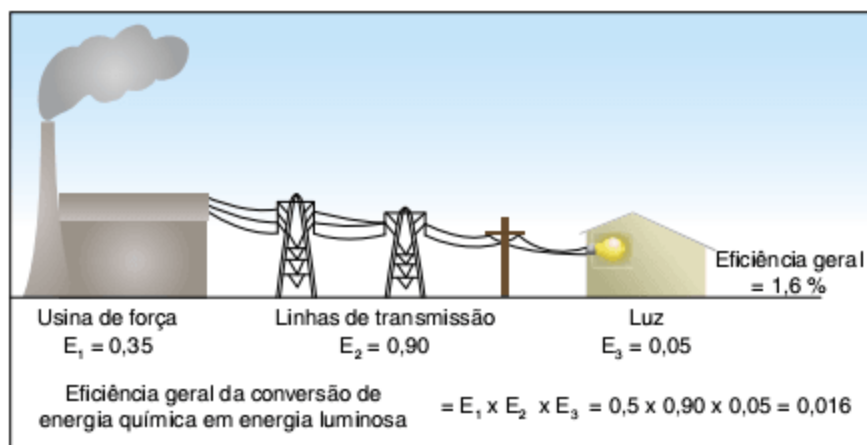
Sistema	Eficiência
Geradores elétricos	70 – 99%
Motor elétrico	50 – 95%
Fornalha a gás	70 – 95%
Termelétrica a carvão	30 – 40%
Usina nuclear	30 – 35%
Lâmpada fluorescente	20%
Lâmpada incandescente	5%
Célula solar	5 – 28%

R. A. Hinrichs, M. Kleinbach. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. (Adapt.).

Se essas limitações não existissem, os sistemas mostrados na tabela, que mais se beneficiariam de investimentos em pesquisa para terem suas eficiências aumentadas, seriam aqueles que envolvem as transformações de energia.

- (a) mecânica ↔ energia elétrica.
- (b) nuclear → energia elétrica.
- (c) química ↔ energia elétrica.
- (d) química → energia térmica.
- (e) radiante → energia elétrica.

62 Enem 2009 A eficiência de um processo de conversão de energia é definida como a razão entre a produção de energia ou trabalho útil e o total de entrada de energia no processo. A figura mostra um processo com diversas etapas. Nesse caso, a eficiência geral será igual ao produto das eficiências das etapas individuais. A entrada de energia que não se transforma em trabalho útil é perdida sob formas não utilizáveis (como resíduos de calor).



R. A. Hinrichs, M. Kleinbach. *Energia e meio ambiente*. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2003. (Adapt.).

Aumentar a eficiência dos processos de conversão de energia implica economizar recursos e combustíveis. Das propostas seguintes, qual resultará em maior aumento da eficiência geral do processo?

- (a) Aumentar a quantidade de combustível para queima na usina de força.
- (b) Utilizar lâmpadas incandescentes, que geram pouco calor e muita luminosidade.
- (c) Manter o menor número possível de aparelhos elétricos em funcionamento nas moradias.
- (d) Utilizar cabos com menor diâmetro nas linhas de transmissão a fim de economizar o material condutor.

- (e) Utilizar materiais com melhores propriedades condutoras nas linhas de transmissão e lâmpadas fluorescentes nas moradias.

63 IME 2007 Considere uma máquina térmica operando em um ciclo termodinâmico. Esta máquina recebe 300 J de uma fonte quente cuja temperatura é de 400 K e produz um trabalho de 150 J. Ao mesmo tempo, rejeita 150 J para uma fonte fria que se encontra a 300 K. A análise termodinâmica da máquina térmica descrita revela que o ciclo proposto é um(a):

- (a) máquina frigorífica na qual tanto a Primeira Lei quanto a Segunda Lei da Termodinâmica são violadas.
- (b) máquina frigorífica na qual a Primeira Lei é atendida, mas a Segunda Lei é violada.
- (c) motor térmico no qual tanto a Primeira Lei quanto a Segunda Lei da Termodinâmica são atendidas.
- (d) motor térmico no qual a Primeira Lei é violada, mas a Segunda Lei é atendida.
- (e) motor térmico no qual a Primeira Lei é atendida, mas a Segunda Lei é violada.

64 Mapofei Um inventor afirma ter projetado um carro que utiliza energia solar para se movimentar. Segundo ele, vencendo uma força de resistência $F = 2.100 \text{ N}$, o carro pode manter uma velocidade constante $v = 72 \text{ km/h}$. Sabendo-se que a quantidade de calor que atinge a superfície da Terra é da ordem de 1 cal/min , em cada cm^2 , normal à direção de incidência, e que a área coletora de energia do carro é de $A = 10 \text{ m}^2$, o rendimento desse carro, quando desenvolvendo a velocidade v , é:

- (a) 0,16%
- (b) 16%
- (c) 10%
- (d) 6%
- (e) um valor que mostra que o projeto não é viável.

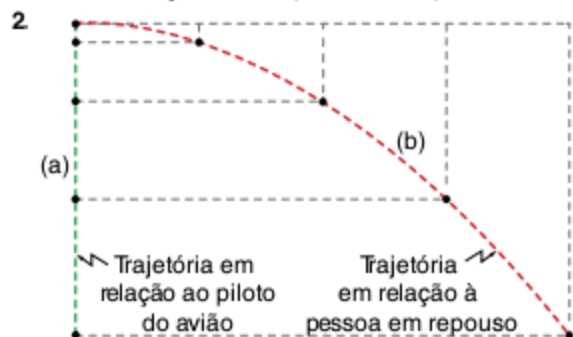
Frente 1

1

Introdução à Cinemática

Revisando

1. Em Mecânica, o movimento e o repouso de um corpo são definidos em relação a algum referencial. Para dizer que tanto Heloisa quanto Abelardo estão corretos, devemos interpretar a afirmação de Heloisa como "o passageiro não se move em relação ao ônibus" e a afirmação de Abelardo como "o passageiro está em movimento em relação à Terra (ou à rodovia)".



3. a) $\Delta s = 40$ km; $d = 40$ km
 b) $\Delta s = -30$ km; $d = 30$ km
 c) $\Delta s = 10$ km; $d = 70$ km
4. 18,67 km/h
5. 1,2 min
6. 3 h
7. 20 km/h
8. 15 km/h
9. 120 km/h

Exercícios propostos

1. E
2. E
3. C
4. C
5. B
6. a) 500 m/s
 b) Como $\bar{v} > v_{som}$, então, em algum instante, $v_{avião} > v_{som}$
7. B
8. B
9. B
10. B
11. 375.000 km
12. 40 min
13. 5 m/s
14. C
15. $32 \cdot 10^6$ voltas
16. 33%
17. B
18. a) 120 m
 b) 4 min
19. a) $1 \cdot 10^{-11}$ s
 b) $2 \cdot 10^{-3}$ m
20. D
21. O motorista A chega primeiro.
22. A
23. 120 km/h
24. C
25. $\frac{v_1 + v_2}{2}$
26. a) 20 km/h
 b) 80 km/h
27. a) 1,5 h
 b) 6 km/h

28. 48 km/h
29. 56 km/h
30. $\frac{3v_1v_2v_3}{v_1v_2 + v_1v_3 + v_2v_3}$
31. 50 km/h

Exercícios complementares

1. A
2. C
3. D
4. B
5. C
6. B
7. E
8. C
9. C
10. a) 5.040 m
 b) $\frac{1.600}{3}$ μ s
11. B
12. E
13. D
14. a) 90 cm
 b) 0,375 cm/s
15. a) 72 km/h
 b) 3 m
16. a) 720 quadros
 b) 14.400 fotos
17. a) 19.995 km
 b) 555 km
18. a) 1 m/min
 b) 50 min
 c) 10 m
19. E
20. C
21. Nenhuma velocidade é fisicamente possível.
22. $\bar{v} \leq 79,2$ km/h
23. D
24. A
25. A
26. E
27. D
28. 04
29. A

2

Movimento uniforme

Revisando

1. a) -12 m
 b) 4 m/s
 c) Progressivo.
 d) 8 m
 e) 3 s
 f) 7 s
2. 80 km/h
3. 800 m/s
4. 250 s
5. 20 s
6. 144 h
7. a) 25 s
 b) 60 s
 c) 20 s

Exercícios propostos

1. a) $s_0 = 0$; $v = 4$ m/s; progressivo
 b) $s_0 = 0$; $v = -3$ m/s; retrógrado
 c) $s_0 = 5$ m; $v = 2$ m/s; progressivo

- d) $s_0 = 10$ m; $v = -4$ m/s; retrógrado
 e) $s_0 = -7$ m; $v = 3$ m/s; progressivo
 f) $s_0 = -8$ m; $v = -5$ m/s; retrógrado

2. a) 15 m
 b) 4 m/s
3. D
4. D
5. C
6. 187,5 m e 1.500 m
7. 10^{-4} s
8. B
9. a) 510 m
 b) 17 m
10. a) C
 b) B
11. 60 s e 140 m
12. a) D
 b) B
13. C
14. 40 s
15. B
16. B
17. 525 m
18. B
19. E
20. C
21. B
22. 2,5 km
23. a) 10 s
 b) 15 s
24. a) 54 km/h
 b) 250 m
25. a) C
 b) A
26. 200 m
27. E
28. C
29. D

Exercícios complementares

1. C
2. C
3. a) 900 km/h
 b) A
4. 10 m/s
5. a) 1,5 s
 b) 4.910 m/s
6. B
7. a) 0,18 s
 b) $0,16 \cdot 10^{-4}$ s
8. $\frac{v_s}{2}$
9. D
10. B
11. B
12. a) 0,5 m/s
 b) 12 m
 c) $\frac{t_d}{t_s} = \frac{1}{2}$
13. D
14. 15 km
15. 86 soldados
16. D
17. C
18. C
19. a) 60 h
 b) 67 h
 c) 10 h

- 20. 16 m/s
- 21. D
- 22. D
- 23. 30 m/s
- 24. a) 30 s e 1.200 m
b) 10 s e 400 m
- 25. 58

3 Movimento uniformemente variado

Revisando

- 1. a) -8 m
b) -2 m/s
c) 2 m/s²
d) 4 s
e) $v = 2t - 2$
f) 1 s
g) -9 m
h) 3 m/s
i) Acelerado.
- 2. a) 3 m/s²
b) 150 m
- 3. 18 m/s
- 4. a) 30 s
b) 4,5 km
- 5. 5 m/s²
- 6. 5 m/s
- 7. a) 5 s
b) $d_A = 50$ m; $d_B = 40$ m
c) 20 m/s
- 8. 3 s

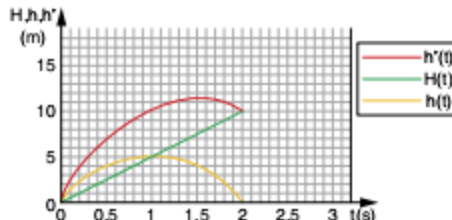
Exercícios propostos

- 1. a) -20 m
b) 4 m/s
c) -6 m/s²
d) $v = 4 - 6t$
e) $t = \frac{2}{3}$ s
- 2. E
- 3. a) -2 m/s
b) -6 m/s
- 4. a) $a \approx 1,54$ m/s²
b) $\Delta s \approx 77,2$ m
c) $\Delta s = 250$ m
- 5. 20 m
- 6. C
- 7. A
- 8. D
- 9. 72 km/h
- 10. a) 24 m/s
b) 30 s
- 11. C
- 12. A
- 13. C
- 14. 50 m/s
- 15. A
- 16. E
- 17. B
- 18. a) 6 s
b) 45 m
- 19. O tempo de reação é igual ao tempo que a régua leva para percorrer a distância d sob a aceleração g : $t = \sqrt{\frac{2d}{g}}$.
- 20. a) 4,5 m/s
b) 20 s
- 21. 20 m/s²

- 22. C
- 23. a) 1,5 s
b) -25 m/s
c) 30 m
d) -35 m/s
- 24. 15 m/s
- 25. a) C
b) D
- 26. D
- 27. E
- 28. I, II e III: corretas.
- 29. 2 m/s
- 30. a) 20 s
b) 100 m
c) 10 m/s
d) 5 m/s
- 31. C
- 32. D
- 33. C
- 34. 75 m
- 35. E
- 36. D
- 37. B
- 38. B

Exercícios complementares

- 1. 28 unidades de comprimento.
- 2. D
- 3. a) A
b) E
- 4. a) 2,7 s
b) 17 m
- 5. D
- 6. a) 2,5 m/s²
b) 10 m/s
c) 12 s
- 7. a) 240 km/h
b) 216 km/h
- 8. a) 32 km/h
b) 400 s
- 9. a) Sim, pois sua velocidade é de 108 km/h.
b) 225 m
- 10. a) 4,5 s
b) 1,54 m/s²
- 11. C
- 12. C
- 13. C
- 14. a) -3 m/s²
b) 2,4 m/s²
- 15. D
- 16. a) $a = \left(\frac{x_3 - x_2}{t_3 - t_2} - \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \right) \cdot \left(\frac{2}{t_3 - t_1} \right)$
b) 5 cm/s²
c) $v_0 = -35$ cm/s e $x_0 = 192,5$ cm
- 17. C
- 18. 5 m
- 19. $\frac{1}{3}$
- 20. E
- 21. $\sqrt{0,6}$ s
- 22. a) 1,2 s
b) 6 m/s
c) 1,8 m
- 23. B
- 24. D
- 25. a) 10 m/s²
b) 30 m/s
c) -15 m/s²
- 26. $\Delta t = \sqrt{\frac{2}{g}} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$

- 27. 320 m
- 28. 15 m
- 29. $(4 + 2\sqrt{3})$ s
- 30. C
- 31. $\left(n - \frac{1}{2} \right) g$
- 32. B
- 33. 100 s
- 34. D
- 35. E
- 36. a) 27 m
b) Durante o tempo de reação (0,50 s) o carro anda 15 m.
- 37. a) 2 s
b) 1,2 m
- 38. 16 m/s
- 39. a) 2,5 m/s
b) $5\sqrt{2}$ m/s
- 40. E
- 41. B
- 42. B
- 43. a) 
b) 1,5 s
- 44. B
- 45. a) 0,6 s em relação a ambos os referenciais.
b) Observador fixo: 1,8 m.
Observador no elevador: 2,16 m.
c) Observador fixo: nunca, pois quando $v = 0$ (iria começar a descer) encontra o piso.
Observador no elevador: desde o início o movimento é descendente.

4 Análise gráfica

Revisando

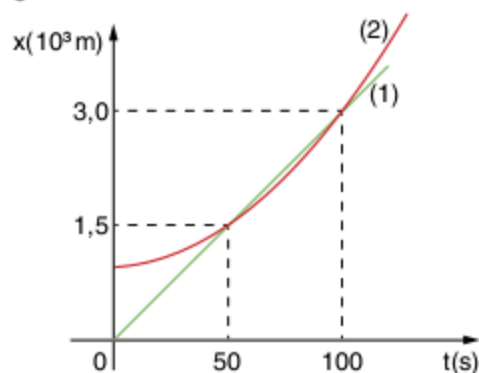
- 1. a) $s(3) = 10$ m; $s(7) = 9$ m
b) $v(2) = 2$ m/s; $v(5) = 0$; $v(9) = -3$ m/s
c) -0,4 m/s
- 2. a) $s = \frac{t^2}{2} - 4t + 6$
b) $v = t - 4$
c) 1 m/s²
d) 4 s
- 3. $s = 6 - 5t + t^2$
- 4. a) Nos dois primeiros segundos: 6 m/s².
No movimento subsequente: $a = -\frac{1}{4}$ m/s².
b) 10 m/s
- 5. 1.400 m
- 6. a) 10 m
b) 3,5 s
- 7. 38 cm/s

Exercícios propostos

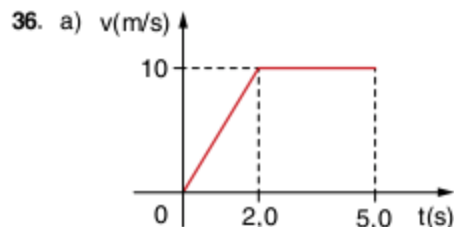
- 1. A
- 2. A
- 3. D
- 4. D
- 5. D
- 6. E
- 7. C
- 8. $v(t_2) < v(t_3) < v(t_1)$

9. E
 10. 20
 11. A
 12. C
 13. A
 14. a) Coeficiente linear: posição inicial; coeficiente angular: velocidade escalar.
 b) Movimento uniforme.
 c) $s = 25 - 5t$

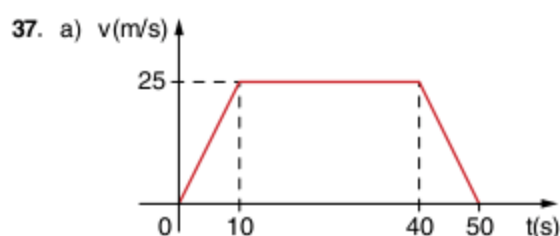
15. D
 16. C
 17. A
 18. E
 19. C
 20. C
 21. E
 22. a) 2 m/s^2
 b) 6 m/s
 23. C
 24. 09
 25. C



26. D
 27. C
 28. $a_1 = 80 \text{ km/h}^2, a_2 = -48 \text{ km/h}^2$
 29. D
 30. E
 31. B
 32. A
 33. E
 34. D
 35. D



- b) 40 m



- b) 1.000 m

38. D
 39. a) 30 m/s
 b) 15 m/s
 40. a) $0,2 \text{ m/s}$
 b) $-0,1 \text{ m/s}^2$
 c) 5 m

41. a) Entre 6 s e 16 s.
 b) Entre 0 e 6 s.
 c) 200 m
 d) 10 m/s
 42. 13
 43. 800 s
 44. A

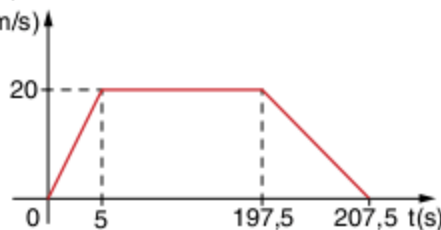
45. D
 46. a) 4 s
 b) 4 m
 47. B
 48. 13
 49. E
 50. E
 51. B
 52. B
 53. E
 54. A
 55. E
 56. I, II e III

Exercícios complementares

1. A
 2. A
 3. B
 4. B
 5. D
 6. 56
 7. D
 8. 84
 9. 2
 10. D
 11. D
 12. C
 13. B
 14. A
 15. D
 16. 47
 17. E
 18. E
 19. B
 20. E
 21. a) 2,5 m
 b) -1 m/s^2
 c) 20,5 m

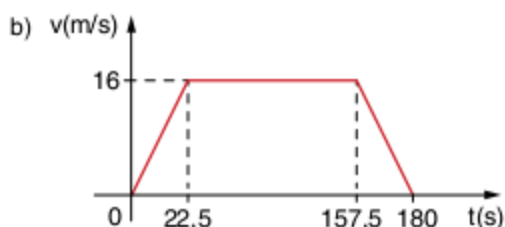
22. A
 23. 25 m
 24. D
 25. C
 26. C
 27. B

28. a) 2 s
 b) 15 m
 29. a) 207,5 s
 b) $v(\text{m/s})$



30. A

31. a) 14 m/s



$\Delta t = 22,5 \text{ s}$

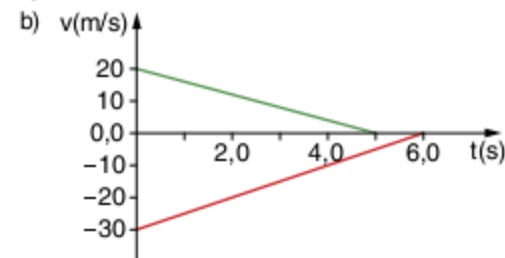
32. A
 33. D
 34. A
 35. 5 m/s^2
 36. 37
 37. a) $0,4 \text{ m/s}^2$
 b) 1,2 m
 38. a) 10 s
 b) 60 m

39. a) $a_1 = 1,5 \text{ m/s}^2; a_2 = 2,0 \text{ m/s}^2$
 b) Não.
 40. a) $a_A = -3 \text{ m/s}^2$ e $a_B = -4 \text{ m/s}^2$
 b) $x_A = 20t - 1,5t^2$ e $x_B = 25t - 2t^2$
 c) $v_A = 20 - 3t$ e $v_B = 25 - 4t$
 d) 12,5 m

41. B

42. $x_1 > x_2$ e $a_2 > a_1$

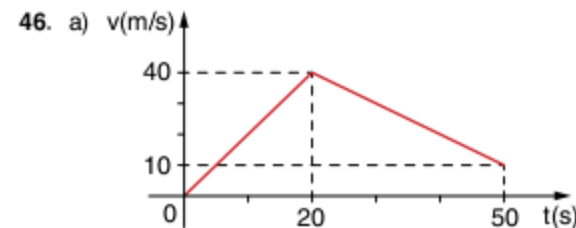
43. a) Sim.



44. a)

- b) 1,75 s

45. 4 m



- b) 1.150 m

47. 34

48. A

5

Movimento circular

Revisando

1. a) 0,25 Hz
 b) 15 rpm
 c) $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$
 d) $\frac{3\pi}{10} \text{ m/s}$
 2. a) 4 rad/s
 b) $\frac{\pi}{2} \text{ s}$
 c) $\frac{2}{\pi} \text{ Hz}$
 d) $\theta = 2 + 4t$
 e) 22 rad
 3. a) $\omega = \frac{\pi}{360} \text{ rad/min}; v = \frac{\pi}{24} \text{ cm/min}$
 b) $\omega = \frac{\pi}{30} \text{ rad/min}; v = \frac{2\pi}{3} \text{ cm/min}$
 c) $\omega = 2\pi \text{ rad/min}; v = 36\pi \text{ cm/min}$
 4. a) $5\pi \text{ rad/s}^2$
 b) $\pi \text{ m/s}^2$
 c) $2\pi \text{ m/s}$
 d) 4 s
 5. a) $\pi \text{ rad/s}$
 b) $\frac{\pi}{3} \text{ rad/s}$
 c) 3 s
 d) 1,5 s
 6. 500 Hz

7. a) 2 m/s
b) 10 rad/s; sentido horário.
c) 4 m/s
d) 4 m/s
e) 40 rad/s; sentido anti-horário.

Exercícios propostos

1. a) 4 Hz
b) 2.400 rpm
c) $0,4\pi$ rad/s
d) 180 rpm
e) 0,3 rph
2. 180 voltas
3. a) 0,5 Hz
b) 2 s
4. B
5. 5 Hz
6. D
7. C
8. a) E
b) A
9. D
10. E
11. B
12. a) $\frac{\pi}{10}$ rad/s
b) π m/s
13. E
14. 2 m
15. C
16. D
17. A
18. E
19. 18 rps
20. a) A
b) C
21. B
22. C
23. C
24. 11 min
25. $\omega_A = \pi$ rad/s e $\omega_B = 3\pi$ rad/s
26. 72 s
27. B
28. B
29. A
30. D
31. 1.500 m/s
32. C
33. C
34. a) $\frac{2\pi a}{T}$
b) $\frac{bT}{a}$
35. C
36. D
37. C
38. A
39. C
40. A

Exercícios complementares

1. a) 120.000 voltas
b) 4.000π rad/s
2. a) 1,5
b) 2 s
3. D
4. a) 30 s
b) 9.600 L
5. a) 25 km/h
b) $\frac{45}{32}$ rad

6. a) 5 cm/s
b) 2,5 rad/s
7. a) $1,2 \text{ m/s}^2$
b) 20 s
8. a) 0,1 mm
b) $\approx 24,4$ cm/s
9. C
10. a) A
b) B
11. A
12. C
13. a) 30 voltas ou múltiplos inteiros de 30.
b) 180 rad/s
c) 54 m/s
14. D
15. A \rightarrow 2; B \rightarrow 3; C \rightarrow 1
16. a) 5 voltas
b) 0
17. $\frac{65}{\pi}$ voltas
18. 10 s
19. 120 vezes
20. D
21. 8 s
22. E
23. a) 40 m
b) 60 s
24. 14,2 s
25. B
26. a) $V_A = 3,5$ m/s e $V_B = 4$ m/s
b) 140 m
c) 7 voltas
27. 30 voltas
28. B
29. E
30. $\omega = 5x$
31. B
32. C
33. A
34. A
35. a) Sentido horário.
b) 5.000 dentes/min
c) 50 rpm
36. C
37. a) $0,8\pi$ m/s
b) π m/s

Frente 2

1

A natureza elétrica da matéria e a Lei de Coulomb

Revisando

1. $+8 \cdot 10^{-6}$ C
2. $-4,8 \cdot 10^{-18}$ C
3. $Q_A < 0$; $Q_B > 0$; $Q_C > 0$
4. 0
5. $2\sqrt{5}KqQ$
6. $1,0 \cdot 10^{-7}$ C

Exercícios propostos

1. C
2. $U = +\frac{2}{3}e$ e $d = -\frac{1}{3}$
3. $2x$ e $-2x$
4. B
5. C
6. B
7. 08
8. D

9. Quadruplicá-la.
10. $2 \mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6}$ C
11. B
12. C
13. A
14. a) Triplicará.
b) Diminuirá 4 vezes.
15. a) 1.800 N
b) $3,2 \cdot 10^{-13}$ N
16. D
17. A
18. E
19. C
20. B
21. E
22. D
23. E
24. C
25. C
26. E
27. D
28. 0,4 m
29. a) Ambos negativos.
b) $10,8 \cdot 10^{-4}$ C
c) Instável.
30. a) $Q = 1,7 \cdot 10^{-6}$ C
b) $E = 0,225$ N

Exercícios complementares

1. B
2. C
3. a) Sinais opostos.
b) Negativo.
4. E
5. B
6. E
7. D
8. $6,3 \cdot 10^{18}$ elétrons
9. E
10. III. Não seria possível as três estarem carregadas, pois, se isso ocorresse, duas teriam cargas de mesmo sinal e se repeliriam. Assim, apenas duas podem estar carregadas e com cargas de sinais contrários, uma vez que há, apenas, atração.
11. E
12. D
13. A
14. A
15. E
16. D
17. A
18. E
19. D
20. D
21. $\frac{q}{2^n}$
22. $\left(\frac{q}{2^{\frac{n}{2}} \cdot \left(\frac{n}{2} + 1\right)} \right)$
23. D
24. C
25. 30 N
26. A
27. E
28. D
29. D
30. a) $F = 5 \cdot 10^{-9}$ N; força atrativa.
b) $F = 6,25 \cdot 10^{-9}$ N; força repulsiva.
31. D
32. C

33. B
 34. a) $\frac{d}{3}$
 b) $\frac{-4q_1}{9}$
 35. A
 36. E
 37. E
 38. D
 39. B
 40. A
 41. a) Ponto O.
 b) $x = +a$ e $x = -a$
 42. a) $9,0 \cdot 10^{-3}$ N
 b) 90,05 N
 43. B
 44. B
 45. B
 46. C
 47. a) $F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{a^2} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2} \right)$, apontando para o centro da trajetória (ponto O).
 b) $v = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q^2}{ma} \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4} \right)}$
 48. $1,2 \mu\text{C}$
 49. a) $2,5 \cdot 10^{-2}$ N
 b) $5 \cdot 10^{-8}$ C
 50. $m = 0,750$ kg; $q = 2 \cdot 10^{-6}$ C
 51. $0,9$ kg/m³

2

Campo elétrico

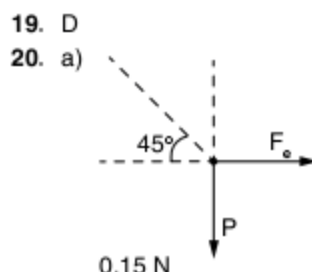
Revisando

1. a) $F = 8 \cdot 10^{-6}$ N, horizontal para a esquerda.
 b) $F = 8 \cdot 10^{-6}$ N, horizontal para a direita.
 2. $-1,6 \cdot 10^{-19}$ C; campo descendente.
 3. a) $8 \cdot 10^{-6}$ C
 b) $8 \cdot 10^5$ N/C
 4. $E_p \cong 1,2 \cdot 10^5$ N/C

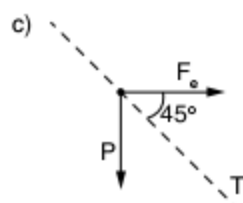
Exercícios propostos

1. D
 2. a) próximo a Q_1
 b) negativo.
 c) $\frac{|Q_1|}{|Q_2|} = 2$
 3. D
 4. B
 5. D
 6. A
 7. D
 8. $9,0 \cdot 10^{-11}$ C
 9. D
 10. B
 11. $E_A = 0$; $E_B = 4,5 \cdot 10^5$ N/C; $E_C = 1 \cdot 10^5$ N/C
 12. D
 13. 0,80 m
 14. a) $1,76 \cdot 10^{16}$ m/s²
 b) $1,76 \cdot 10^7$ m/s
 c) $1,0 \cdot 10^{-2}$ m
 15. a) $A_x = \frac{QE}{M}$
 b) $V_x = \frac{QE}{M} \cdot \frac{L_0}{v_{0y}}$
 c) $D_x = \frac{Q \cdot E \cdot L_0 \cdot H}{M \cdot v_{0y}^2}$

16. $\frac{q}{m} = \frac{g \cdot d}{E \cdot h}$
 17. A
 18. a) $\theta = 60^\circ$
 b) $\epsilon = \frac{3K}{4Qh}$

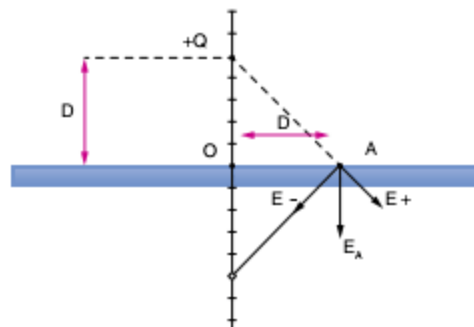


- b) $3 \cdot 10^{-7}$ C



21. $\frac{1}{40}$

22. a) $2 \cdot 10^{-6}$ N
 b) $1,35 \cdot 10^3$ V/m
 c)

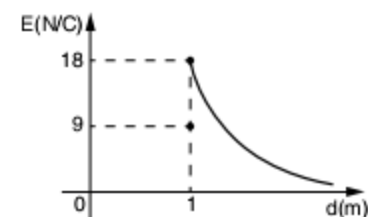


- d) $3,8 \cdot 10^3$ V/m

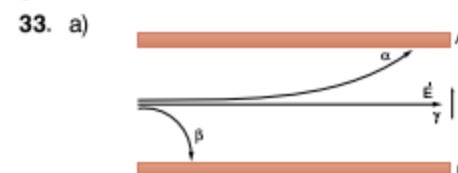
Exercícios complementares

1. D
 2. E
 3. C
 4. Região E
 5. A
 6. B
 7. a) vertical para baixo.
 b) $E = \frac{Mg}{|q|}$
 8. C
 9. D
 10. A
 11. D
 12. I - V; II - V; III - F; IV - V
 13. \vec{E}_5
 14. B
 15. 20 m/s²
 16. a) $2,5 \cdot 10^{-2}$ N
 b) $5,8 \cdot 10^4$ N/C
 Direção: perpendicular à reta que une as cargas.
 Sentido: de P para a reta que une as cargas.
 17. $-8\sqrt{2}\mu\text{C}$
 18. B
 19. A
 20. no ponto 5.
 21. a) $2 \cdot 10^{-6}$ C
 b) $4,5 \cdot 10^{-2}$ N
 c) $1,8 \cdot 10^{-1}$ N
 22. B
 23. B

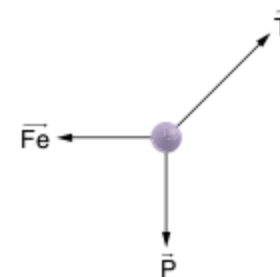
24. a) $E_{\text{int}} = 0$
 b) $E_{\text{próx}} = 9,0 \cdot 10^7$ N/C
 c) $E_{\text{sup}} = 4,5 \cdot 10^7$ N/C
 25. E
 26. $4Q$
 27. $E_{\text{próx}} = 18$ N/C



28. B
 29. a) zero.
 b) $2,7 \cdot 10^6$ N/C
 30. B
 31. B
 32. D



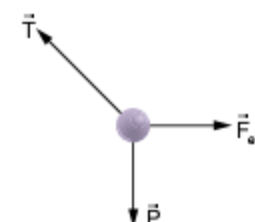
- b) Da placa B para a placa A.
 34. a) O esquema a seguir mostra as forças atuantes na esfera:



No esquema temos:

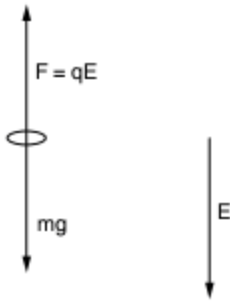
T = tração aplicada pelo fio
 P = peso aplicado pela Terra
 Fe = Força elétrica devida ao campo elétrico. E
 O sinal da carga é negativo, pois, devido à geometria do sistema, conclui-se que a força elétrica tem sentido oposto ao do campo.

- b) $\theta = \arctan\left(\frac{q \cdot E}{m \cdot g}\right)$
 35. A
 36. a) $\frac{F_E}{F_P} = \frac{3 \cdot 10^{-7}}{1 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^2$
 b) $v_y = 4$ m/s
 37. a) $2,7 \cdot 10^7$ m/s
 b) $2,8125 \cdot 10^{-10}$ m
 c) $2,8 \cdot 10^{-12}$
 38. a) Observe a figura a seguir:



- b) $\theta = \arctg\left(\frac{qE}{mg}\right)$
 39. B
 40. C
 41. B
 42. D
 43. C; C; E; E
 44. D
 45. D
 46. D
 47. C
 48. 16 m

49. a) Como a gota encontra-se em repouso: $\sum f = 0$.
 Se $\vec{F} = q\vec{E}$, podemos dizer que as direções de \vec{F} e \vec{E} são iguais.
 Como $q < 0$, o sentido de \vec{E} é contrário ao de \vec{F} .



- b) $N = 20$ elétrons.

3

Potencial elétrico

Revisando

- a) $3,6 \cdot 10^{-6}$ J
 b) $-3,6 \cdot 10^{-6}$ J
 c) O trabalho resistente da força elétrica corresponde ao aumento de energia potencial elétrica.
- $1,6 \cdot 10^{-13}$ J
- 20 J
- a) $E = 0$; $V = 9,0 \cdot 10^4$ V
 b) $E_{\text{próx}} = 1,8 \cdot 10^5$ V/m
 c) $V = 4,5 \cdot 10^4$ V
- $7,5 \cdot 10^{-3}$ kg

Exercícios propostos

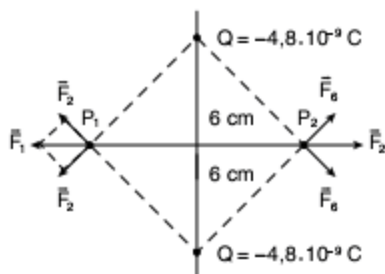
- a) -20 V e 30 V
 b) -150 μ J
- a) $+6,0 \cdot 10^{-7}$ J
 b) Sim, pois sendo o campo elétrico conservativo, o trabalho não depende da trajetória.
 c) $-6,0 \cdot 10^{-7}$ J
- C
- a) $3,4 \cdot 10^8$ J
 b) 148 km/h
 c) 0,53 A
- E 7. C 9. A
 6. E 8. E 10. B

11. a) $V_o - V_p = \frac{kQ}{a}$

b) $v = \sqrt{\frac{2kQ|q|}{ma}}$

c) $D_{\text{máx}} = 2a\sqrt{3}$

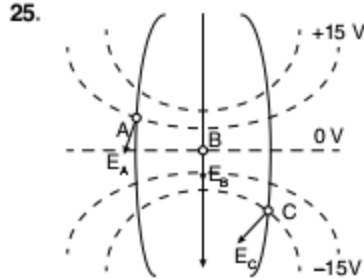
12. a)



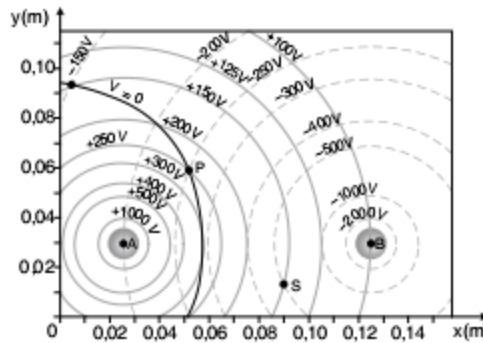
- b) -1.440 V
 c) 1.440 eV

- A
- B
- C
- B
- 26
- B
- a) $8 \cdot 10^{-7}$ N
 b) $\Delta E_C = -16 \cdot 10^{-7}$ J
- E
- E

- a) $V_B = 2.100$ V
 b) $U_B = 42$ J
 c) $d = 2$ m
- C



- D
- a) O lugar geométrico dos pontos que tem potencial $V = 0$ é dado por:



b) $E_{PA} = 6.250 \frac{V}{m}$; $E_{PB} = 3.125 \frac{V}{m}$

c) $E_p = 7,8 \cdot 10^3 \frac{V}{m}$

d) $\tau = 7,0 \cdot 10^{-7}$ J

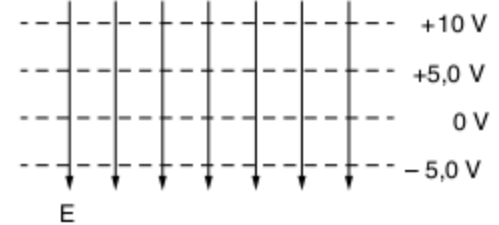
- D
- a) $1,25 \cdot 10^5$ V/m
 b) $2,4 \cdot 10^{-15}$ J

Exercícios complementares

- 20 V
- 50 V
- C
- C
- E
- B
- 40 J
- C
- 800 V
- A
- B
- E
- D
- D
- B
- 41 cm
- A
- 18 V
- E
- E
- 55
- B
- A
- a) $7,2 \cdot 10^4$ N/C
 b) $1,8 \cdot 10^4$ V
 c) 0,14 N
 d) $3,6 \cdot 10^{-2}$ J
- a) 10^4 V
 b) -0,12 J
 c) $2 \cdot 10^{-2}$ J
- +3 nC e -5 nC
- C
- 18 μ C e 8 μ C

- $Q = -8 \mu$ C
- 50 cm
- a) $2,4 \cdot 10^5$ V
 b) $8 \cdot 10^4$ V
- zero; $1,8 \cdot 10^5$ V
- a) 30 cm
 b) 6μ C
- 22
- D
- D
- A
- D
- C
- D
- A
- B
- 14 cm
- $3,2 \cdot 10^{-1}$ J
- Direção perpendicular às superfícies equipotenciais; sentido do maior para o menor; módulo $E = 1,0 \cdot 10^3$ V/m.

- B
-



- A
- E
- A
- 1.600 V
- D
- D
- C

55. a) $V_A - V_B = -\frac{3K_0q}{R}$

b) $\frac{3q}{4}$

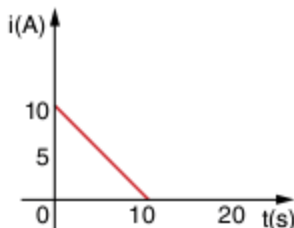
- a) $5,0 \cdot 10^{17}$ elétrons
 b) $3,6 \cdot 10^{10}$ V/m
 c) $7,2 \cdot 10^3$ J
- a) positiva
 b) $+1,6 \cdot 10^{-13}$ C
- E
- A
- a) 4 vezes
 b) zero
- B
- D

4

Corrente elétrica

Revisando

- 360 C
- 50 s
- a) $i(A)$



- b) 50 C
 c) 5 A
- a) 4,5 Ω
 b) 7,2 V

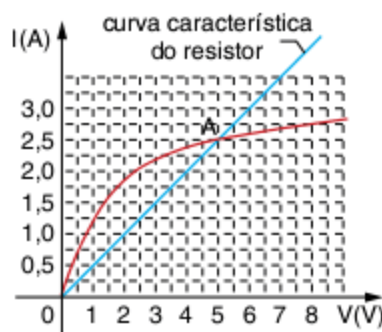
Exercícios propostos

1. E
2. A
3. E
4. a) 10 C
b) $6,3 \cdot 10^{19}$
5. a) $8 \cdot 10^{-18}$ C
b) $8 \cdot 10^{-19}$ A
6. C
7. A
8. B
9. D
10. D
11. B
12. D
13. $i_1 = 18$ A; $i_2 = 12$ A
14. D
15. A
16. E
17. C
18. 8 C
19. a) 320 mC
b) $2 \cdot 10^{18}$ e⁻
c) 40 mA
20. E
21. C
22. D
23. 0,18 C
24. R\$ 292,00
25. D
26. 1 kWh
27. 1,1 kWh
28. C
29. 36.000
30. A
31. E
32. D
33. C
34. C
35. D
36. D
37. a) $i = 0,50$ A
b) $R = 240$ Ω
38. a) 1 A
b) 5
39. A e C
40. a) $i = 4$ A
b) $R = 55$ Ω
41. a) 6 A
b) 18,3 Ω
42. A
43. a) $i = 0,50$ A
b) $R = 18$ Ω
44. A
45. B
46. 19

Exercícios complementares

1. C
2. A
3. D
4. A
5. B
6. E
7. C
8. B
9. a) $N = 120$
b) $P_A = 1.200$ W
10. a) $P_1 = 12 \cdot 10^{-3}$ W
b) $P_{lum} = 0,6 \cdot 10^{-3}$ W $\frac{P_{lum}}{P} = 5\%$
c) $\frac{P_{lum}}{P} = 2,4\%$

11. a) A equação do resistor em questão é dada por $U = 2i$, e a correspondente curva característica está mostrada abaixo.



- b) $i = 2,5$ A
- c) $V_0 = 10$ V
- d) $P = 12,5$ W
12. a) $N = 3 \cdot 10^9$ elétrons livres a cada segundo.
b) $V = 24$ mV
13. $U = 5,0$ V
14. C
15. a) 22 Ω
b) $5,24 \cdot 10^{-2}$ L/s
16. a) $i = 4 \cdot 10^{-5}$ A
b) $V = 1,2 \cdot 10^5$ V
c) $P_e = 4,8$ W

Frente 3

1 Termometria

Revisando

1. -40 $^{\circ}\text{C} = -40$ $^{\circ}\text{F}$
2. 85 $^{\circ}\text{C}$ ou 185 $^{\circ}\text{F}$
3. a) 72 $^{\circ}\text{F}$
b) 40 K
4. 120 $^{\circ}\text{A}$

Exercícios propostos

1. C
2. B
3. D
4. D
5. 184 K
6. B
7. 35 $^{\circ}\text{C}$; 308 K
8. $T_C \approx 5.927$ $^{\circ}\text{C}$
 $T_F \approx 10.700,6$ $^{\circ}\text{F}$
9. E
10. A
11. -273 $^{\circ}\text{C}$ / -459 $^{\circ}\text{F}$
12. A
13. C
14. B
15. $C = \frac{50}{51}(D + 0,5)$
16. D
17. A
18. a) $C = \frac{100}{105}(D + 2)$
b) 61 $^{\circ}\text{C}$
c) 40 $^{\circ}\text{C}$
19. D

Exercícios complementares

1. F; F; V.
2. D
3. E
4. 310 K
5. 30 $^{\circ}\text{B}$
6. E
7. a) $T = 4(h - 5)$
b) 36 $^{\circ}\text{C}$

8. D
9. 24,5 $^{\circ}\text{C}$ e 50 $^{\circ}\text{C}$
10. B
11. C
12. E
13. 38,8 $^{\circ}\text{C}$
14. C
15. D
16. B
17. C
18. 59 $^{\circ}\text{C}$
19. D
20. C
21. 0,6 mm
22. 158 $^{\circ}\text{F}$

2 Dilatação térmica

Revisando

1. $\alpha = 17 \cdot 10^{-6}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
2. $\alpha_m = \frac{\alpha_1 + 2\alpha_2}{3}$
3. $6,6 \cdot 10^{-3}$ L
- 4.
5. O pino passará facilmente pelo orifício.
6. Como um metal se dilata quando se aquece, a estrutura metálica do lado direito do prédio passa a ter um comprimento maior do que a estrutura metálica em seu lado esquerdo, devido ao aquecimento provocado pelo incêndio que ocorreu no lado direito. Para que a altura do prédio medida em seu lado direito fique maior do que a do lado esquerdo, o prédio entortará necessariamente para o lado esquerdo, como indicado na figura 2.
7. Como o coeficiente de dilatação do vidro comum é maior, ele se trinca mais facilmente.
8. A dilatação das várias partes do corpo não é uniforme.

Exercícios propostos

1. $5 \cdot 10^{-5}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
2. $20 \cdot 10^{-6}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
3. ≈ 70 $^{\circ}\text{C}$
4. A
5. B
6. E
7. 1.007,2 cm^3
8. 420 $^{\circ}\text{C}$
9. E
10. π cm^2
11. a) 2.000 L
b) 9.890 L
12. $7 \cdot 10^{-5}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
13. a) $\gamma_{\text{Hg/Cu}} = 1,32 \cdot 10^{-4}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$ e
 $\gamma_{\text{Hg/Ar}} = 1,08 \cdot 10^{-4}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
b) $\Delta V_{\text{Cu}} = 13,2$ cm^3 e
 $\Delta V_{\text{Ar}} = 10,8$ cm^3
14. 140
15. 26
16. D
17. B
18. B
19. 1,6 cm
20. A
21. C

Exercícios complementares

1. $2,5 \cdot 10^{-5}$ $^{\circ}\text{C}^{-1}$
2. B
3. 0,6 m
4. C
5. E
6. 100 $^{\circ}\text{C}$
7. E

8. Os dois torcedores que conversam ao telefone têm conhecimentos científicos e sabem que os materiais, principalmente os metais, sofrem dilatação ao ser aquecidos. Eles sabem que o diâmetro do aro das cestas de basquetebol, com diâmetro original d_0 , coeficiente de dilatação linear α e submetido a uma variação de temperatura ΔT é dado por

$$d = d_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Ao aquecer de 1 °C o aro da rede no lado do time visitante, eles provocaram uma dilatação em seu diâmetro modificando-o para

$$d = 230,1(1 + 4,8 \cdot 10^{-4} \cdot (21 - 20)) = 230,21 \text{ mm}$$

o que facilita a marcação de pontos pelo time local, já que o diâmetro do aro foi aumentado.

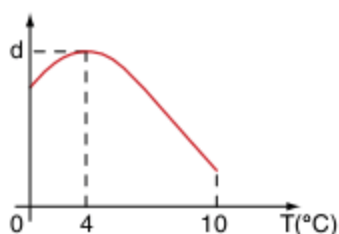
Por outro lado, ao resfriar o aro da cesta em seu lado, eles provocaram uma contração deste, reduzindo-o para

$$d = 230,1(1 + 4,8 \cdot 10^{-4} \cdot (19 - 20)) = 229,99 \text{ mm}$$

Com isso, o time visitante não conseguirá marcar pontos, uma vez que o aro tem diâmetro menor do que o da bola.

As atitudes dos torcedores facilitaram as realizações de pontos para o time local e impossibilitaram a marcação de pontos pelo time adversário. O técnico do time visitante está reclamando da atitude dos anfitriões em utilizar conhecimentos científicos para fraudar o resultado da partida. A ciência, na opinião do técnico, deve ser utilizada de modo ético.

9. 49 10. B 11. E
 12. 110 L
 13. a) $9,001 \cdot 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$
 b) 518 cm^3
 c) $18,2 \text{ cm}^3$
 14. $\Delta V = 0,3 \text{ cm}^3$
 15. a) $9,0 \cdot 10^{-3} \text{ g}$
 b) $2 \cdot 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$
 16. B 17. A 18. D
 19. $\frac{M_C}{M_L} = 9$
 20. $5 \cdot 10^{-4} \text{ °C}^{-1}$
 21. F; V; V
 22. a)



- b) B, corrente de convecção.

3

Calorimetria

Revisando

1. a) $C_{\text{água}} > C_{\text{areia}}$. A inércia térmica da água é maior que a da areia. Assim, a água demora mais para variar sua temperatura, dada uma mesma quantidade de energia.
 b) Calor específico é a energia necessária para aquecer uma unidade de massa de uma unidade de temperatura.

$$c = \frac{Q}{m \cdot \Delta T}$$

2. a) B, pois $C_B < C_A$
 b) 400 cal
 3. O calor específico da água: $c = 1,0 \text{ cal/g °C}$.
 A energia transferida por calor:
 $Q = mc\Delta T \Rightarrow (500 \text{ g} \cdot 9 \cdot 10^3) =$
 $= M (1,0 \text{ cal/g °C}) \cdot (37 \text{ °C})$
 $M = (4,5 \cdot 10^6 \text{ cal}) / (37 \text{ cal/g}) = 1,2 \cdot 10^5 \text{ g}$
 $M = 1,2 \cdot 10^2 \text{ kg}$
 4. a) $C_M \frac{40}{3}, C_N \frac{40}{7}$
 b) M
 c) $\frac{C_M}{C_N} = \frac{7}{3}$

Exercícios propostos

1. 2 cal/s
 2. 5,5 cal
 3. a) $2 \cdot 10^4 \text{ cal}$
 b) $\frac{1}{9}$
 4. 50 cal
 5. C
 6. B
 7. A
 8. B
 9. C
 10. C
 11. B
 12. C
 13. C
 14. B
 15. C
 16. C
 17. D
 18. D
 19. 20 cal/°C
 20. 50 °C
 21. A
 22. 1 L de água a 80 °C
 9 L de água a 20 °C
 23. 20 cal/°C
 24. A
 25. 70 °C
 26. $\frac{C_A}{C_B} = \frac{1}{6}$
 27. B

Exercícios complementares

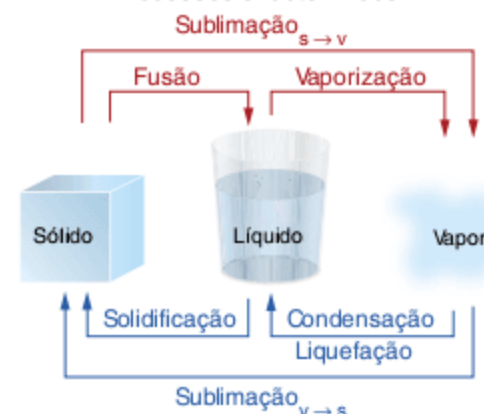
1. E
 2. 60 kcal
 3. a) 112,6 cal/s
 b) 140,8 cal/s
 4. 1 kW
 5. D
 6. C
 7. D
 8. E
 9. $\Delta\theta = 0,20 \text{ °C}$
 10. D
 11. A
 12. 50 °C
 13. 100 g
 14. 975 L de água
 15. 40 °C 17. C 19. 05
 16. 58 °C 18. 40 °C
 20. a) Curva A, pois suas temperaturas são maiores do que a curva B durante todo o dia.
 b) 10 °C
 c) $\approx 4,3 \cdot 10^7 \text{ kJ}$
 21. D
 22. B

4

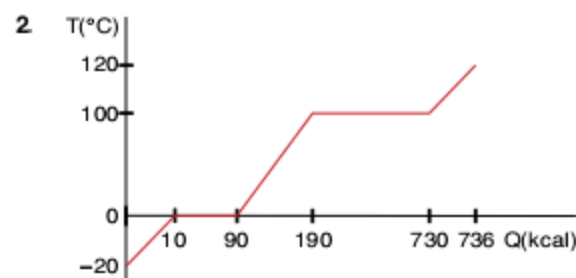
Mudança de estado

Revisando

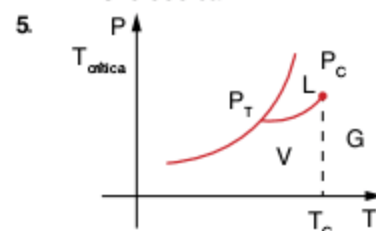
1. Processos endotérmicos



Processos exotérmicos



2. $T(\text{°C})$
 120
 100
 0
 -20
 10 90 190 730 736 $Q(\text{kcal})$
 3. Diminuir a pressão sobre a água.
 4. I. 25.000 cal
 II. 80.000 cal
 III. 100.000 cal
 IV. 540.000 cal



5. $T_{\text{óptica}}$
 P
 P_c
 P_L
 P_S
 V
 G
 T_c
 T
 6. A influência da pressão no processo de fusão é pequena, pois os volumes do sólido e do líquido variam pouco com a pressão. Já na ebulição, a pressão é fator crucial, pois a temperatura estará diretamente relacionada à pressão, pois para superar uma maior pressão e permitir o "escape" das moléculas para a fase gasosa é necessário uma maior temperatura.

Exercícios propostos

1. 720 cal 2. 24 °C
 3. a) 80 °C
 b) 40 °C
 4. 46 °C
 5. 11.250 cal
 6. Os cubos de gelo, colocados na água quente receberão calor da água e derreterão. A água resultante da fusão do gelo será então aquecida até atingir a temperatura de equilíbrio. Como não há perdas de calor para o meio, pode-se escrever:
 $Q_A + Q_G = 0$ (1)
 em que Q_A é o calor cedido pela água quente e Q_G o calor recebido para fundir o gelo e aquecer a água resultante.
 Q_A e Q_G são dados por:
 $Q_A = m_A c_A (T - T_A)$
 $Q_G = m_G L_G + m_G c_A (T - T_G)$ (2)
 em que m_A e m_G são as massas de água e de gelo, respectivamente, c_A é o calor específico da água e L_G o calor latente do gelo. T_A e T_G são as temperaturas iniciais da água e do gelo e T a temperatura final de equilíbrio.

Substituindo (2) em (1), tem-se:

$$m_A c_A (T - T_A) + m_G L_G + m_G c_A (T - T_G) = 0.$$

Portanto:

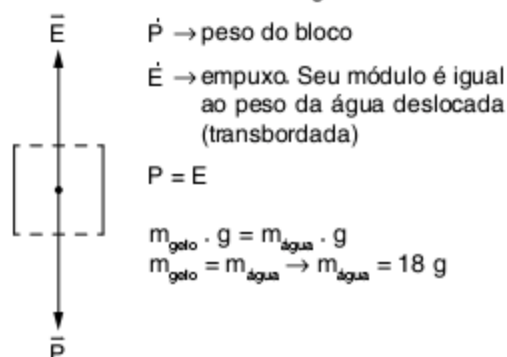
$$L_G = \frac{m_G c_A (T_G - T) + m_A c_A (T_A - T)}{m_G} = \frac{4.000(0 - 20) + 10.000(60 - 20)}{4.000} = 80 \text{ cal/g}$$

7. 50 g 14. E 21. C
 8. C 15. D 22. D
 9. A 16. D 23. E
 10. C 17. E 24. A
 11. B 18. F; V; V; V. 25. C
 12. E 19. A 26. 10^4 s
 13. C 20. D
 27. 0,25 cal/g °C
 28. $T_E = 100$ °C $\begin{cases} 1.333 \text{ g água} \\ 666 \text{ g vapor} \end{cases}$

Exercícios complementares

- 0 °C; $m_{\text{gelo}} = 100$ g
- C
- D
- C
- a) $\approx 199,3$ g
b) 6,25 g
- B
- 9 minutos
- B
- D
- C
- A
- a) $M_{\text{gelo}} = 4$ kg
b) $M_{\text{água}} = 10,2$ kg
- D
- E
- a) $T_{\text{final}} = 0$ °C
b) $d = 250$ g
- C
- D
- a) $m = 10$ kg
b) $M = 2,5$ kg
- V; F; V
- $T_{\text{final}} = 0$ °C
- A
- $Q = 5 \cdot 10^{19}$ kJ e $Q' = 1 \cdot 10^{19}$ kJ.
- D
- B

25. 1) No equilíbrio, analisemos as forças que atuam sobre o bloco de gelo:



2) Pelo item anterior, temos que a massa do gelo é igual à massa da água que transbordou, portanto, quando o gelo se fundir, ocupará exatamente o volume que foi deixado pela água que transbordou para o prato.

Conclui-se que, após a fusão total do gelo, o copo continua completamente cheio e a massa de água no prato não sofre variação.

$$m_{\text{água}} = 18 \text{ g}$$

- $\Delta t = 4,2 \cdot 10^2$ s
- Teremos água e gelo em equilíbrio a 0 °C.
- D
- E
- Para a energia absorvida pela água:
 $Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot L \leq Q = 1.000 \cdot 1.80 + 500 \cdot 540 = 350 \text{ kcal} = 1.470 \text{ kJ}$

Para a energia fornecida pelo forno:

$$E = P \cdot \Delta t = U \cdot i \cdot \Delta t$$

$$E = 12 \cdot 127 \cdot 20 \cdot 60 = 1.828,8 \text{ kJ}$$

Para o rendimento:

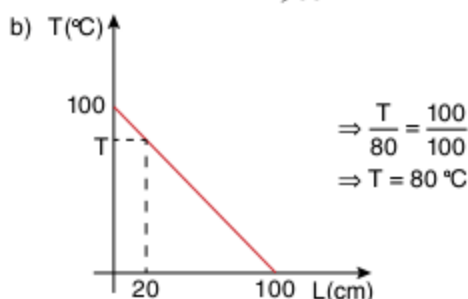
$$\eta = \frac{Q}{E} = \frac{1470}{1.828,8} = 0,8 \therefore \eta \approx 80\%$$

- D
- 168 m

5 Propagação de calor

Revisando

- Pelo fato de as condutividades térmicas serem diferentes.
- Processo de radiação, que pode ocorrer no vácuo.
- a) No vácuo, não existe convecção e nem condução.
b) $E_{\text{mecânica}} \Rightarrow E_{\text{térmica}}$
- Porque existe ar entre um pedaço da madeira e outro.
- a) $\Phi = \frac{KA\Delta T}{L} \Rightarrow \Phi = \frac{0,6 \cdot 10 \cdot 100}{100} \Rightarrow \Phi = \frac{6 \text{ cal}}{\text{s}}$

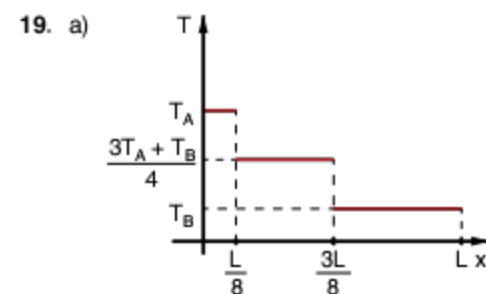


Exercícios propostos

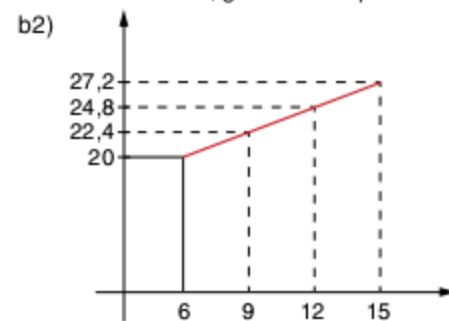
- D
- E
- D
- B
- 603 cal
- a) 12 cal/s
b) 720 cal
- $5,76 \cdot 10^4$ cal
- C
- A
- A
- C
- E
- B
- D
- C
- D
- D
- A
- D
- D
- E
- C
- B

Exercícios complementares

- C
- a) 5 cal/s
b) 20 °C
- 40.000 cal/s
- $T_1 = 62,5$ °C
 $T_2 = 87,5$ °C
- B
- E
- B
- E
- $\Delta T \approx 6$ K
- A
- D
- A
- E
- A
- C
- E
- E
- a) $K_{Al} > K_{madeira}$
b) Al
c) Sim. O Al possui maior condutibilidade térmica.



- a) $\frac{3T_A + T_B}{4}$
- A
- B
- a) $Q = 8 \cdot 10^7$ cal
b1) O vidro é transparente para algumas frequências eletromagnéticas, assim a energia entra nas estufas. Porém, as ondas emitidas pelos corpos dentro da estufa estão na região do infravermelho, sendo o vidro opaco para essas radiações. Logo, elas ficam retidas no interior da estufa, gerando o aquecimento.



- C
- E

6 Gases e Termodinâmica

Revisando

- Quando é submetido a altas temperaturas e baixas pressões.
- 15 L
- $T_C = T_B > T_A$
- 100 °C
- V, F, V, F, V
- $P_x = P_y = P_z$
- 2 atm

Exercícios propostos

1. B
2. C
3. D
4. 2.490 J
5. $-173\text{ }^\circ\text{C}$ e $-23\text{ }^\circ\text{C}$
6. D
7. E
8. C
9. 4 L
10. 2 L
11. 5 atm
12. 20,5 L
13. D
14. A
15. B
16. 5,6 cm
17. 8,2 atm
18. $120\text{ }^\circ\text{C}$
19. D
20. 1,5 mol
21. 1,999 atm
22. B
23. 900 mmHg
24. A
25. 3,64 L
26. 3 atm
27. C
28. $40\text{ }^\circ\text{C}$
29. 4,1 atm
30. C
31. C

32. 1) $h_e - h_d = \frac{P_0}{d \cdot g}$

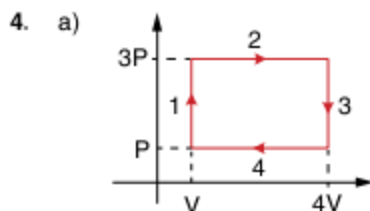
2) Menor. Ao final do processo, a pressão do gás será menor que a da atmosfera. Logo, para que a pressão do gás no interior do recipiente se iguale à pressão atmosférica h_d , aquela deverá ser maior que h_e .

33. A
34. a) 3,33 atm
b) $|\tau_{AB_{\text{total}}}| > |\tau_{AB_{\text{atm}}}|$
35. a) 1.200 J
b) 0
c) 1.200 J
36. $\approx 4.900\text{ J}$
37. B
38. B
39. D
40. a) $T_f = 525\text{ K}$
b) $\Delta U = 225\text{ J}$
41. D
42. C
43. F; V; F; V; F;
44. A
45. B
46. D
47. C
48. C
49. 30%
50. 500 K ou $227\text{ }^\circ\text{C}$
51. 450 cal
52. C
53. E
54. B
55. B

Exercícios complementares

1. $177\text{ }^\circ\text{C}$
2. a) 5.000 Pa
b) 7,5 cm

3. D



4. a) b) 6 PV
5. D
6. 8,1 atm
7. $30\text{ }^\circ\text{C}$
8. B
9. 1,25
10. 10,04 g
11. B
12. a) 1,5 atm
b) $1,55\text{ mm}^3$
13. D
14. D
15. a) 9,1 L
b) 4 atm
16. 2,64 atm
17. $100\text{ }^\circ\text{C}$
18. a) $\frac{20}{21}$
b) $P_{\text{atm}} = P + dgh$
c) $P_{\text{atm}} = 1,05 \cdot 10^5\text{ N/m}^2$
19. 1ª variação: -13%
2ª variação: 16%
Como as variações são diferentes, o processo não é simétrico.

20. D

21. a) A vale $V_A = \frac{2}{3}SL$

b) B vale $\Delta x = \frac{L}{6}$

22. a) $V_A = 800\text{ cm}^3$

b) $\Delta P = -400\frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

c) $T_0 = 102\text{ }^\circ\text{C}$

23. D

24. $\frac{V_0}{V} = 0,62$

25. E

26. D

27. B

28. D

29. a) $h = \frac{P_a \cdot L \cdot A}{P_a \cdot A + mg}$

b) $h' = \frac{m}{\rho \cdot A}$

30. a) $P_B = \frac{P_A}{3}$

b) $T = -\frac{2}{3}P_A V_A$

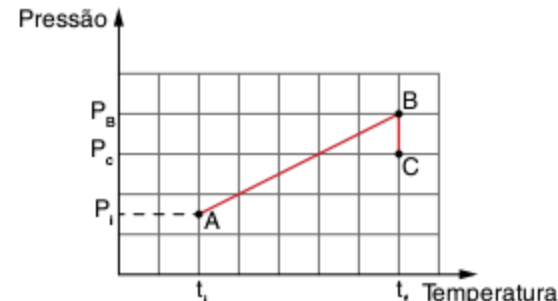
31. a) 627 J

b) -627 J

32. a) 3,2 L

b) 240 J

33. I.



II. $P = 9 \cdot 10^4\text{ N/m}^2$

34. E

35. 80 J

36. D

37. C

38. a) 39,8 cm

b) 1,25 kJ

39. 4.200 cal

40. E

41. 3 J

42. 900 J

43. 180 J

44. a) 250 J

b) 500 W

c) ponto A

45. -4 kJ

46. 10

47. C

48. $Q_{AB} = 70\text{ J}$

49. B

50. A

51. 320 K ou $47\text{ }^\circ\text{C}$

52. 600 K ou $327\text{ }^\circ\text{C}$

53. 840 kW

54. A

55. E

56. 1%

57. A

58. E

59. V; F; V; V.

60. a) L possui maior temperatura. Considerando o gás como ideal, a temperatura é diretamente proporcional a PV (para um número constante de mols). L possui maior pressão e volume que K, logo terá maior temperatura.

b) O gás realiza trabalho positivo ao se expandir e negativo ao se contrair. O trabalho líquido é a soma desses dois, correspondentes à área interna do ciclo.

c) Não, pois, de acordo com a Segunda Lei da Termodinâmica, há liberação de energia na forma de calor do gás para o meio.

61. E

62. E

63. E

64. E