MESTRES DA MATEMÁTICA

Geometria Espacial
Esfera

1) (PUC) Três bolas metálicas e de mesmo diâmetro, quando jogadas dentro de um tambor cilíndrico cujo raio mede 24 cm, ficam totalmente submersas e fazem o nível da água, no interior do tambor, subir 12 cm. A medida do raio de cada esfera, em centímetros, é:

a) 4
b) 6
c) 8
d) 12

2) (UFC) Um vaso em forma de cilindro circular reto tem medida de raio da base 5 cm, altura 20 cm e contém água até a altura de 19 cm (despreze a espessura das paredes do vaso). Assinale a alternativa na qual consta o maior número de esferas de aço, de 1 cm de raio cada, que podemos colocar no vaso a fim de que a água não transborde.

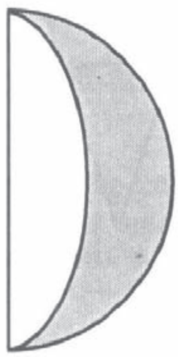
a) 14
b) 15
c) 16
d) 17
e) 18

3) Considere um cone circular reto, um cilindro circular reto e uma esfera, todos de raio igual a 1 metro. O cone e o cilindro têm a mesma área lateral sendo que o cilindro e a esfera têm o mesmo volume. Sendo h a altura do cone expressa em metros, podemos afirmar que:

a) $1 < h < 2$
b) $2 < h < 3$
c) $3 < h < 4$
d) $4 < h < 5$

4) (CESGRANRIO) Uma laranja pode ser considerada uma esfera de raio R, composta de 12 gomos exatamente iguais. A superfície total de cada gomo mede

a) $2\pi R^2$
b) $4\pi R^2$
c) $\dfrac{3\pi R^2}{4}$
d) $\dfrac{4\pi R^2}{3}$



5) (PUC) Um plano secciona uma esfera, determinando um círculo de raio igual à distância do plano ao centro da esfera. Se a área do círculo é 16 π cm^2, o raio da esfera, em cm, mede:

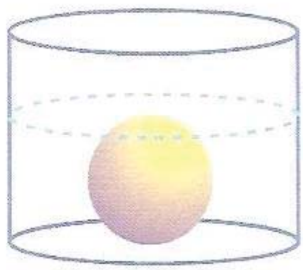
a) 4
b) $4\sqrt{2}$
c) $4\sqrt{3}$
d) $5\sqrt{2}$
e) $5\sqrt{3}$

6) (UFRGS) Se um jarro com capacidade para 2 litros está completamente cheio de água, a menor medida inteira, em cm, que o raio de uma bacia com a forma semiesférica deve ter para comportar toda a água do jarro é

a) 8
b) 10
c) 12
d) 14
e) 16

7) Uma esfera de raio 2 cm é mergulhada num copo cilíndrico de 4 cm de raio, até encostar no fundo, de modo que a água do copo recubra exatamente a esfera. Antes de a esfera ser colocada no copo, a altura da água era, em cm,

a) 27/8
b) 19/6
c) 18/5
d) 10/3



8) O sólido da figura é formado por dois hemisférios, acoplados às duas bases de um cilindro circular reto de 8 cm de altura. Se a área da superfície do sólido é 84 π cm^2, seu volume é, em cm^3,

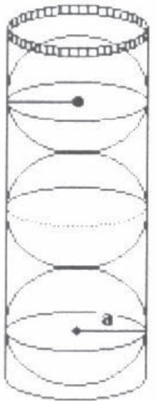
a) 108 π
b) 96 π
c) 84 π
d) 72 π

9) (UFRS) Duas bolas concêntricas têm raios medindo $\sqrt{2}$ e $\sqrt{6}$. A interseção da bola maior com um plano tangente à bola menor determina uma região plana de área:

a) π
b) 2π
c) 4π
d) 6π
e) 8π

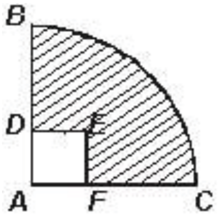
10) (UFSM) Bolas de tênis são vendidas, normalmente, em embalagens cilíndricas contendo 3 unidades. Supondo-se que as bolas têm raio a em centímetros e tangenciam as paredes internas da embalagem, o espaço interno dessa embalagem que não é ocupado pelas bolas é, em cm^3:

a) $2\pi a^3$
b) $\dfrac{4\pi a^3}{3}$
c) $\dfrac{\pi a^3}{3}$
d) a^3
e) $\dfrac{2\pi a^3}{3}$



11) (UFMG) Nessa figura, ABC é um quadrante de círculo de raio 3 cm e ADEF é um quadrado, cujo lado mede 1 cm. Considere o sólido gerado pela rotação de 360º, em torno da reta AB da região hachurada na figura. Assim sendo, esse sólido tem um volume de

a) 14 π cm^3
b) 15 π cm^3
c) 16 π cm^3
d) 17 π cm^3



12) Ao fazer um delicioso suco, Valéria usou 12 laranjas, na forma esférica, cujo raio tem medida igual a 6 cm. Considerando que apenas $\frac{5}{8}$ do volume de uma laranja seja realmente transformada em suco e que esse suco será colocado em copos cilíndricos, todos de raio igual a 3 cm e altura igual a 8 cm, então podemos afirmar que o número de copos usados para distribuir esse suco será igual a:

a) 31
b) 30
c) 29
d) 27

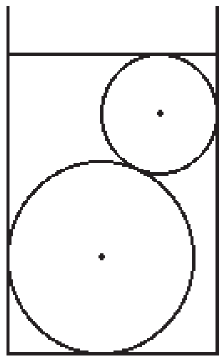
13) (N. PAIVA) Uma fábrica de biscoitos é contratada para fabricar casquinhas de sorvetes. Como os sorvetes são vendidos na forma esférica, com 4 cm de diâmetro, foi proposta à fábrica de biscoitos que:

- As casquinhas sejam cones ocos, com 4 cm de diâmetro na base.
- Como as casquinhas devem comportar duas bolas de sorvete, o cone comporte, no mínimo, 3/4 do sorvete, caso este derreta.

O menor valor da altura permitido para o cone será

a) igual ao diâmetro.
b) o dobro do diâmetro mais um terço dele.
c) 2 vezes e meia o diâmetro.
d) 3 vezes o diâmetro.
e) o dobro do diâmetro

14) (UERJ) Duas esferas metálicas maciças de raios iguais a 8 cm e 5 cm são colocadas, simultaneamente, no interior de um recipiente de vidro com forma cilíndrica e diâmetro da base medindo 18 cm. Neste recipiente despeja-se a menor quantidade possível de água para que as esferas fiquem totalmente submersas, como mostra a figura. Posteriormente, as esferas são retiradas do recipiente. A altura da água, em cm, após a retirada das esferas, corresponde, aproximadamente, a:



a) 10,6
b) 12,4
c) 14,5
d) 25,0
e) 27,0

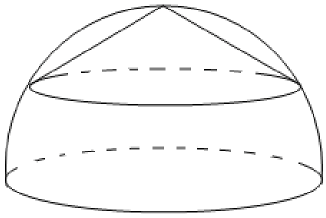
15) (UFMG) Um recipiente cúbico, sem tampa, cujas arestas medem 4 dm, contém 56 litros de água. Ao lado desse recipiente, estão os seguintes sólidos, todos de aço maciço:

- uma esfera de raio $\sqrt[3]{2}$ dm ;
- um cilindro circular reto com raio da base $\sqrt{2}$ dm e altura $\sqrt{2}$ dm ;
- um paralelepípedo retangular de dimensões $\sqrt{3}$ dm, $\sqrt{3}$ dm e $\sqrt{7}$ dm ; e
- uma pirâmide reta de altura $\sqrt{5}$ dm e de base quadrada com lado $\sqrt{12}$ dm .

Qual desses sólidos, quando colocado no recipiente, NÃO fará com que a água transborde?

a) A pirâmide
b) O cilindro
c) O paralelepípedo
d) A esfera

16) Na figura, o cone circular reto está inscrito no hemisfério. Sabe-se que a geratriz e o raio da base do cone medem $\sqrt{6}$ e $\sqrt{5}$, respectivamente. Assim, é correto afirmar que o volume desse hemisfério é:

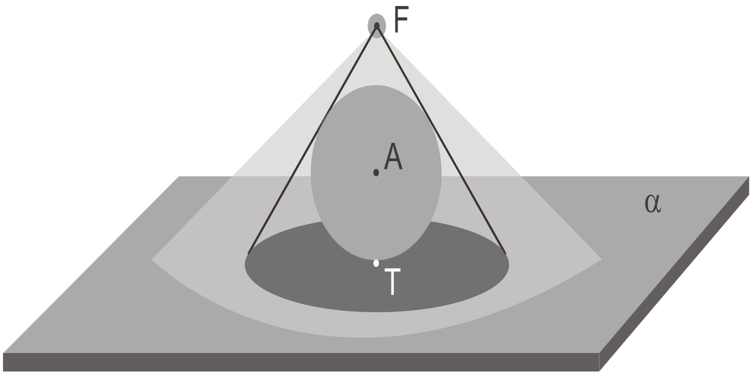


a) 72 π
b) 36 π
c) 18 π
d) 9 π

17) (UNICAMP) Um cilindro circular reto, cuja altura é igual ao diâmetro da base, está inscrito numa esfera. A razão entre os volumes da esfera e do cilindro é igual a

a) $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
b) $\frac{4}{3}$
c) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$
d) $\sqrt{2}$

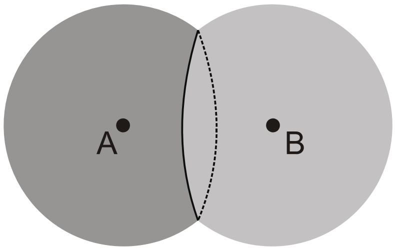
18) (UERJ) Uma esfera de centro A e raio igual a 3 dm é tangente ao plano α, de uma mesa em um ponto T. Uma fonte de luz encontra-se em um ponto F de modo que F, A e T são colineares. Observe a ilustração:



Considere o cone de vértice F cuja base é o círculo de centro T definido pela sombra da esfera projetada sobre a mesa. Se esse círculo tem área igual à da superfície esférica, então a distância FT, em decímetros, corresponde a:

a) 10
b) 9
c) 8
d) 7

19) (UERJ) Na fotografia abaixo, observam-se duas bolhas de sabão unidas. Quando duas bolhas unidas possuem o mesmo tamanho, a parede de contato entre elas é plana, conforme ilustra o esquema:



Considere duas bolhas de sabão esféricas, de mesmo raio R, unidas de tal modo que a distância entre seus centros A e B é igual ao raio R. A parede de contato dessas bolhas é um círculo cuja área tem a seguinte medida:

a) $\frac{\pi R^2}{2}$
b) $\frac{3\pi R^2}{2}$
c) $\frac{3\pi R^2}{4}$
d) $\frac{4\pi R^2}{3}$

20) (UFF) Em 1596, em sua obra *Mysterium Cosmographicum*, Johannes Kepler estabeleceu um modelo do cosmos onde os cinco poliedros regulares são colocados um dentro do outro, separados por esferas. A ideia de Kepler era relacionar as órbitas dos planetas com as *razões harmônicas* dos poliedros regulares.

A *razão harmônica* de um poliedro regular é a razão entre o raio da esfera circunscrita e o raio da esfera inscrita no poliedro. *A esfera circunscrita* a um poliedro regular é aquela que contém todos os vértices do poliedro. A *esfera inscrita*, por sua vez, é aquela que é tangente a cada uma das faces do poliedro.

A razão harmônica de qualquer cubo é igual a:

a) 1
b) 2
c) $\sqrt{2}$
d) $\sqrt{3}$
e) $\sqrt[3]{2}$

1) D	2) E	3) B	4) D	5) B	6) B	7) D	8) A	9) C	10) A
11) D	12) B	13) D	14) C	15) C	16) C	17) A	18) C	19) C	20) D