MATEMÁTICA

FRENTE: MATEMÁTICA I

PROFESSOR(A): FABRÍCIO MAIA

EAD – ITA/IME

AULAS 16 A 18

ASSUNTO: TRANSFORMAÇÕES DE SOMA EM PRODUTO E DE PRODUTO EM SOMA

Resumo Teórico

TRANSFORMAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

- **Transformação em produto. (Soma e diferença de senos).**

$$\begin{cases} \operatorname{sen}P + \operatorname{sen}Q = 2\operatorname{sen}\left(\dfrac{P+Q}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) \\ \operatorname{sen}P - \operatorname{sen}Q = 2\operatorname{sen}\left(\dfrac{P-Q}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{P+Q}{2}\right) \end{cases}$$

- **Transformação em produto. (Soma e diferença de cossenos).**

$$\begin{cases} \cos P + \cos Q = 2\cos\left(\dfrac{P+Q}{2}\right)\cdot\cos\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) \\ \cos P - \cos Q = -2\operatorname{sen}\left(\dfrac{P+Q}{2}\right)\cdot\operatorname{sen}\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) \end{cases}$$

- **Transformação em soma. (Reversão).**

$$\begin{cases} \operatorname{sen}P\cdot\cos Q = \dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{sen}\left(\dfrac{P+Q}{2}\right) + \dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{sen}\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) \\ \cos P\cdot\cos Q = \dfrac{1}{2}\cdot\cos\left(\dfrac{P+Q}{2}\right) + \dfrac{1}{2}\cdot\cos\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) \end{cases}$$

- **Transformação em diferença. (Reversão).**

$$\begin{cases} \operatorname{sen}P\cdot\cos Q = \dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{sen}\left(\dfrac{P+Q}{2}\right) - \dfrac{1}{2}\cdot\operatorname{sen}\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) \\ \cos P\cdot\cos Q = \dfrac{1}{2}\cdot\cos\left(\dfrac{P-Q}{2}\right) - \dfrac{1}{2}\cdot\cos\left(\dfrac{P+Q}{2}\right) \end{cases}$$

Exercícios

01. Em que tipo de triângulo ABC, se cumpre a sentença a seguir?

$$\operatorname{sen}\hat{A} = \frac{\operatorname{sen}\hat{B} - \operatorname{sen}\hat{C}}{\cos\hat{C} - \cos\hat{B}}$$

A) Triângulo retângulo.
B) Triângulo isósceles.
C) Triângulo equilátero.
D) Triângulo obtusângulo.
E) Triângulo acutângulo.

02. Prove que em todo triângulo ABC vale a igualdade a seguir:

$$\cos^2\hat{A} + \cos^2\hat{B} + \cos^2\hat{C} = 1 - 2\cos\hat{A}\cdot\cos\hat{B}\cdot\cos\hat{C}$$

03. Se n = $\cos^3 20° + \cos^3 100° + \cos^3 140°$, então **n** é:

A) $-\dfrac{3}{8}$
B) $-\dfrac{1}{8}$
C) 0
D) $\dfrac{1}{8}$
E) $\dfrac{3}{8}$

04. Se $\operatorname{tg}x = \dfrac{2\cos 20° - \operatorname{sen}50°}{\operatorname{sen}40°}$, sendo $0° < x < 90°$, então **x** é igual a:

A) 15°
B) 30°
C) 45°
D) 60°
E) 75°

05.

A) Se **a** e **b** são diferentes de $\dfrac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in Z$, mostre que:

$$\operatorname{tg}a + \operatorname{tg}b = \frac{\operatorname{sen}(a+b)}{\cos a\cdot\cos b}$$

B) Determine o valor de n = tg 9° – tg 27° – tg 63° + tg 81°.

06. Prove que em todo triângulo ABC vale a sentença a seguir:

$$\frac{a-b}{a+b} = \frac{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\hat{A}-\hat{B}}{2}\right)}{\operatorname{tg}\left(\dfrac{\hat{A}+\hat{B}}{2}\right)}$$

07. Prove que se num triângulo ABC vale a relação $\cos^2\hat{A}+\cos^2\hat{B}+\cos^2\hat{C}=1$, então o triângulo é retângulo.

08. Calcule o valor de M = (cos 40° – cos 20°) · sec 80°.
A) –2
B) –1
C) 1
D) $\sqrt{3}$
E) 2

09. Prove que se num triângulo ABC vale a relação $\text{sen}\hat{B}+\cos\hat{C}=\text{sen}\hat{C}+\cos\hat{B}$, então o triângulo é isósceles.

10. Calcule o valor de $M=4\cos 80°+\sqrt{3}\cdot\text{cotg } 80°$.
A) 1
B) $\frac{1}{2}$
C) $\sqrt{3}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
E) $\frac{1}{4}$

11. Prove que se num triângulo ABC vale a relação $\text{sen}2\hat{A}=\text{sen}2\hat{B}+\text{sen}2\hat{C}$, então o triângulo é retângulo.

12. Calculando o valor da expressão $k=\frac{1}{2\,\text{sen}10°}-2\,\text{sen}70°$, sem emprego de tábuas, obtém-se:
A) $k=\frac{1}{2}$
B) k = 1
C) $k=\frac{5}{2}$
D) $k=\frac{-4}{5}$
E) $k=\frac{1}{3}$

13. Se $\begin{cases}\text{sen}\,x+\text{sen}\,y=\frac{1}{2}\\ \cos x+\cos y=\frac{3}{4}\end{cases}$, então o valor de 13 · cos (x + y) é igual a:
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

14. Calcule o valor de $M=\frac{26}{\text{sen}10°}-104\,\text{sen}70°$.
A) 51
B) 52
C) 53
D) 54
E) 55

15. Se em um triângulo acutângulo ABC, se cumpre $\text{sen}2\hat{A}+\text{sen}2\hat{B}+\text{sen}2\hat{C}=2\,\text{sen}\hat{A}\,\text{sen}\hat{B}$, determine a medida do ângulo $\hat{C}$.
A) 15°
B) 30°
C) 45°
D) 60°
E) 75°

Gabarito

01	02	03	04	05
A	–	E	D	–
06	**07**	**08**	**09**	**10**
–	–	B	–	A
11	**12**	**13**	**14**	**15**
–	B	E	B	B

– Demonstração

Supervisor/Diretor: Marcelo Pena – Autor: Fabrício Maia
Dig.: Felipe Lopes – REV.: Tereza