FUNÇÃO DO SEGUNDO GRAU

1. (UNIFESP 2015) A concentração C, em partes por milhão (ppm), de certo medicamento na corrente sanguínea após t horas da sua ingestão é dada pela função polinomial $C(t) = -0,05t^2 + 2t + 25.$ Nessa função, considera-se $t = 0$ o instante em que o paciente ingere a primeira dose do medicamento.

Álvaro é um paciente que está sendo tratado com esse medicamento e tomou a primeira dose às 11 horas da manhã de uma segunda-feira.

a) A que horas a concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingirá 40 ppm pela primeira vez?

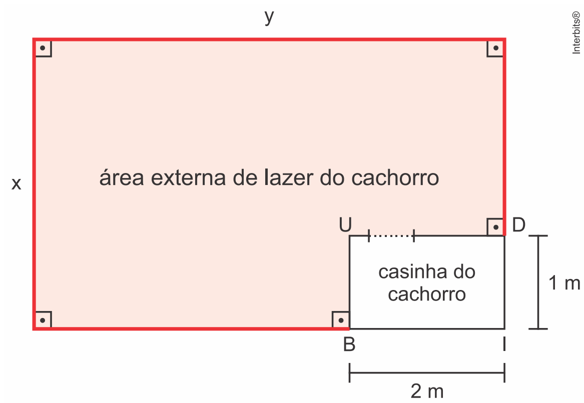
b) Se o médico deseja prescrever a segunda dose quando a concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingir seu máximo valor, para que dia da semana e horário ele deverá prescrever a segunda dose?

2. (UNICAMP 2014) Sejam a e b reais. Considere as funções quadráticas da forma $f(x) = x^2 + a\,x + b,$ definidas para todo x real.

a) Sabendo que o gráfico de $y = f(x)$ intercepta o eixo y no ponto (0,1) e é tangente ao eixo x, determine os possíveis valores de a e b.

b) Quando $a + b = 1,$ os gráficos dessas funções quadráticas têm um ponto em comum. Determine as coordenadas desse ponto.

3. (UNESP 2017) A figura representa, em vista superior, a casinha de um cachorro (retângulo $BIDU$) e a área externa de lazer do cachorro, cercada com 35 metros de tela vermelha totalmente esticada.



Calcule a área externa de lazer do cachorro quando $x = 6$ m. Determine, algebricamente, as medidas de x e y que maximizam essa área, mantidos os ângulos retos indicados na figura e as dimensões da casinha.

4. (UFJF-PISM 1 2018) Uma empresa confecciona um certo produto A. O custo, em reais, para se produzir uma quantidade x desse produto é dado pela seguinte função:

$C(x) = (x^2 - 30x + 1000) \cdot 1000,$ onde x é a quantidade produzida do produto A.

a) É possível produzir uma certa quantidade deste produto a um custo zero? Justifique.

b) Encontre a quantidade que deverá ser produzida para que o custo seja mínimo.

5. (UFPR 2019) A distância que um automóvel percorre a partir do momento em que um condutor pisa no freio até a parada total do veículo é chamada de distância de frenagem. Suponha que a distância de frenagem d, em metros, possa ser calculada pela fórmula

$$d(v) = \frac{1}{120}(v^2 + 8v),$$

sendo v a velocidade do automóvel, em quilômetros por hora, no momento em que o condutor pisa no freio.

a) Qual é a distância de frenagem de um automóvel que se desloca a uma velocidade de $40\ \text{km/h}$?

b) A que velocidade um automóvel deve estar para que sua distância de frenagem seja de $53,2\ \text{m}$?

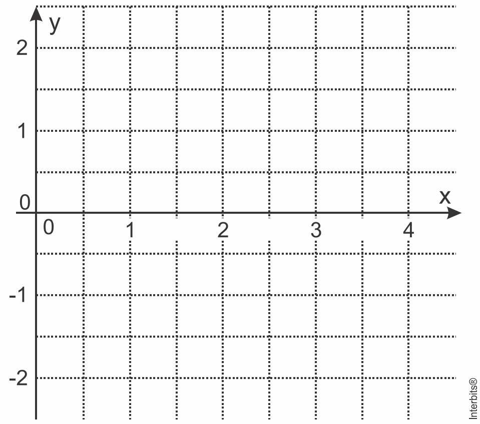
6. (UNIFESP 2016) A densidade populacional de cada distrito da cidade de South Hill, denotada por D (em número de habitantes por km^2), está relacionada à distância x, em quilômetros, do distrito ao centro da cidade. A fórmula que relaciona D e x é dada por $D = 5 + 30x - 15x^2$.

a) Um distrito, localizado no centro da cidade de São Paulo, tem densidade populacional de $16,5\ \text{hab/km}^2$. Comparando a densidade populacional do distrito que fica no centro da cidade de South Hill com a do distrito do centro da cidade de São Paulo, a segunda supera a primeira em $y\%$. Calcule y.

b) Determine a que distância do centro da cidade de South Hill a densidade populacional é máxima. Qual é o valor dessa densidade máxima?

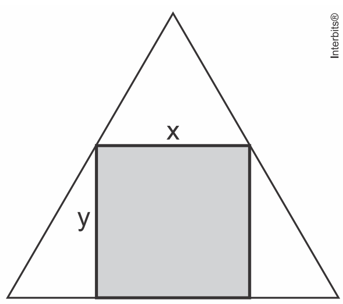
7. (UNICAMP 2017) Sejam c um número real e $f(x) = x^2 - 4x + c$ uma função quadrática definida para todo número real x. No plano cartesiano, considere a parábola dada pelo gráfico de $y = f(x)$.

a) Determine c no caso em que a abscissa e a ordenada do vértice da parábola têm soma nula e esboce o respectivo gráfico para $0 \leq x \leq 4$.



b) Considere os pontos de coordenadas $A = (a, f(a))$ e $B = (b, f(b))$, onde a e b são números reais com $a < b$. Sabendo que o ponto médio do segmento $\overline{AB}$ é $M = (1, c)$, determine a e b.

8. (UERJ 2016) Em um triângulo equilátero de perímetro igual a $6\ \text{cm}$, inscreve-se um retângulo de modo que um de seus lados fique sobre um dos lados do triângulo. Observe a figura:



Admitindo que o retângulo possui a maior área possível, determine, em centímetros, as medidas x e y de seus lados.

9. (UEPG-PSS 1 2019) O lucro semanal, em reais, de uma empresa é representado pela função $L(x) = -x^2 + 32x - 31$, onde x é a quantidade semanal vendida. Em relação ao exposto, assinale o que for correto.

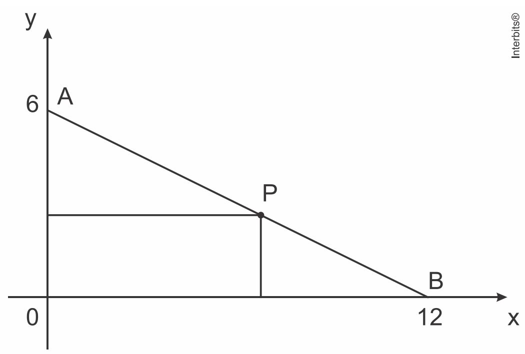
01) O lucro semanal é máximo quando a quantidade vendida for maior que 31.

02) Para um lucro semanal de $R\$\ 161,00$, a quantidade semanal vendida deve ser de no mínimo 8.

04) O lucro semanal é nulo quando a quantidade semanal vendida for 1 ou 31.

08) O lucro máximo semanal é de $R\$\ 225,00$.

10. (PUCRJ 2018) Considere os pontos $A = (0, 6)$ e $B = (12, 0)$. Tomamos um ponto P sobre o segmento de reta $\overline{AB}$. Considere o retângulo R com um vértice na origem, um vértice em P e lados sobre os eixos x e y, conforme a figura abaixo.



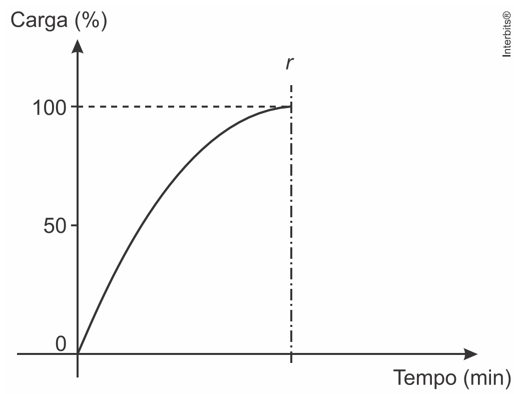
a) Encontre a equação da reta r que passa pelos pontos A e B.

b) Sejam (x, y) as coordenadas do ponto P. Escreva, em função apenas de x, uma fórmula para a área do retângulo R.

c) Qual é a maior área possível para o retângulo R?

11. (FGVRJ 2017) João colocou para carregar seu celular que estava completamente descarregado e, em seguida, anotou diversas vezes o tempo decorrido de carregamento, em minutos, e a porcentagem correspondente da carga total que estava acumulada naquele instante. O tempo até o final do carregamento durou exatamente duas horas.

João representou suas observações como pontos no plano cartesiano, onde, no eixo horizontal, assinalou o tempo decorrido após o início do carregamento e, no vertical, a correspondente carga acumulada. Esses pontos sugeriram que uma boa aproximação para a relação entre essas duas grandezas era o arco da parábola de eixo r representado no gráfico abaixo:



a) Determine a expressão da função que fornece, para cada valor x do tempo de carregamento (em minutos), a porcentagem y da carga total acumulada até aquele instante.

b) Determine a porcentagem da carga total acumulada após 1 hora de carregamento.

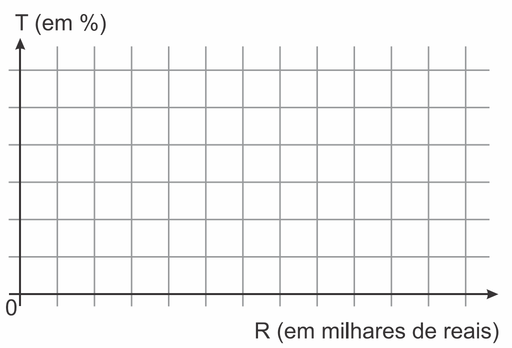
12. (UNESP 2017) Admita que um imposto sobre a renda mensal bruta fosse cobrado da seguinte forma:

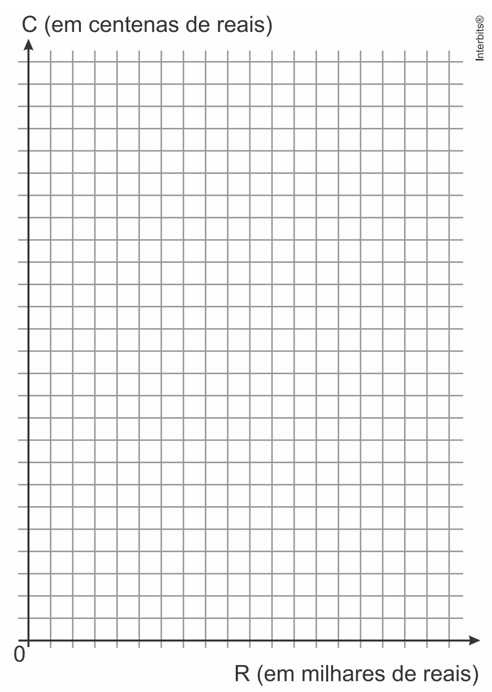
Renda mensal bruta (R)	Taxa de imposto sobre a renda mensal bruta (T)
Até R$ 2.000,00	Isento
Acima de R$ 2.000,00 e até R$ 5.000,00	10%
Acima de R$ 5.000,00 e até R$ 8.000,00	15%
Acima de R$ 8.000,00	25%

Nos planos cartesianos abaixo:

- esboce o gráfico de T (em %) em função de R (em milhares de reais);

- esboce o gráfico do imposto mensal cobrado C (em centenas de reais) em função da renda mensal bruta R (em milhares de reais) no intervalo de R que vai de R$ 0,00 a R$ 8.000,00.





13. (UFPR 2017) Um agricultor tem arame suficiente para construir 120 m de cerca, com os quais pretende montar uma horta retangular de tamanho a ser decidido.

a) Se o agricultor decidir fazer a horta com todos os lados de mesmo tamanho e utilizar todo o arame disponível cercando apenas três dos seus lados, qual será a área da horta?

b) Qual é a área máxima que a horta pode ter se apenas três dos seus lados forem cercados e todo o arame disponível for utilizado?

14. (FGV 2017)

a) Represente graficamente no plano cartesiano a função:

$$P(t) = \begin{cases} t^2 - 4t + 10, \text{ se } t \le 4 \\ 12 - t, \text{ se } t > 4 \end{cases}$$

Se a função $P(t)$, em centenas de reais, expressa o preço de um produto depois de estar t anos no mercado $(0 \le t \le 8)$, qual foi o preço máximo alcançado pelo produto?

b) Qual foi o menor preço alcançado pelo produto nesse período de 8 anos?

15. (FGV 2017) A evolução mensal do número de sócios de uma revista de Matemática durante o ano de 2015 está expressa pela função:

$$f(x) = \begin{cases} 100 - x(x-4) \text{ se } 1 \le x \le 4 \\ 100 \text{ se } 4 < x \le 9 \\ 100 + (x-9)\cdot(x-12) \text{ se } 9 < x \le 12 \end{cases}$$

em que $x = 1$ representa janeiro de 2015, $x = 2$ representa fevereiro de 2015, e assim por diante.

a) Faça um esboço do gráfico da função. Qual foi o maior número de sócios nesse período?

b) Qual foi a média aritmética do número de sócios nos doze meses de 2015?

16. (UEPG 2017) Considerando que f e g são funções reais de variável real, definidas por $f(x) = ax^2 + bx + c$ e $g(x) = -ax^2 + b$ e que $f(-2) = f(1) = 0$ e $g(0) = 1$, assinale o que for correto.

01) A distância entre os vértices das funções $f(x)$ e $g(x)$ é menor que 3.

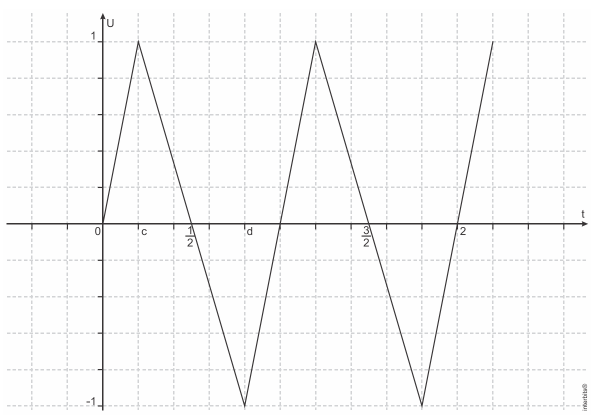
02) Se A e B são os pontos de interseção das funções f e g, então a mediatriz do segmento AB é a reta de equação $16x + 8y = -9$.

04) As raízes da função g são -1 e 1.

08) $f(g(x))$ é uma função de quarto grau.

16) A reta de equação $y = \frac{x-1}{2}$ passa pelos pontos A e B de interseção das funções f e g.

17. (UFJF-PISM 1 2015) Uma função f é dita periódica de período p, se existe um menor número real positivo p tal que $f(t) = f(t+p)$, para todo t no domínio de f. Alguns fenômenos naturais, tais como as ondas sonoras e as ondas eletromagnéticas, podem ser descritos por funções periódicas. O gráfico a seguir representa um desses fenômenos, a tensão $U:[0, +\infty) \to \mathbb{R}$ em função do tempo t.



A partir da análise do gráfico dessa função, responda cada questão abaixo, justificando suas respostas.

a) Após d unidades de tempo, há instantes em que a tensão é zero no intervalo $[d, 3]$? Em caso afirmativo, quais?

b) Determine uma expressão para $U(t)$ no intervalo $0 \le t \le c$ e outra expressão para $U(t)$ no intervalo $c \le t \le d$.

c) Para quais valores de $t \in [0, c]$ temos $\frac{1}{2} \le U(t) \le 1$?

d) Determine o período da função $U(t)$. Em quais instantes a tensão é mínima?

18. (UEM 2016) Considerando as funções $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dadas por $f(x) = -x^2 + 20x - 16$ e $g(x) = -5x + 10$, para todo x real, assinale o que for **correto**.

01) Para todo $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \le 84$.

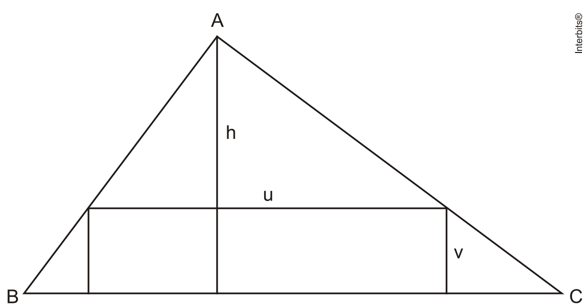
02) $(f+g)(1) = 8$.

04) Os gráficos de f e g não se interceptam.

08) O gráfico da função g é uma parábola com concavidade voltada para cima.

16) A função f não possui inversa e $g^{-1}(x) = -\frac{x}{5} + 2$, para todo x real.

19. (PUCRJ 2015) Considere o triângulo retângulo de catetos $\overline{AB} = 6$ e $\overline{AC} = 8$ indicado na figura.



a) Calcule a altura h do triângulo ABC, relativa à hipotenusa.

b) Sejam u e v os lados de um retângulo inscrito no triângulo como na figura, ou seja, com um lado contido na hipotenusa, e os outros dois vértices pertencentes aos catetos. Calcule u em função de v.

c) Quando v varia de 0 a h, quais são os possíveis valores da área do retângulo?

20. (UEM 2016) A velocidade de um glóbulo sanguíneo em uma artéria depende de sua distância em relação à parede arterial. Em uma artéria de formato cilíndrico de raio R (em centímetros), a velocidade (em centímetros por segundo) é descrita pela função $V(x) = C \cdot x\,(2R - x)$, onde $x\,(0 < x \leq R)$ é a distância (em centímetros) do glóbulo em relação à parede da artéria, e C é uma constante positiva que depende da composição do sangue e do tipo do glóbulo sanguíneo. Considerando o exposto e conhecimentos sobre as células sanguíneas, assinale o que for **correto**.

01) Segundo o modelo, a velocidade dos glóbulos é maior nas extremidades da artéria.

02) A velocidade de um glóbulo a uma distância igual a $R/2$ da parede da artéria é de 75% da velocidade de um glóbulo no eixo central $(x = R)$.

04) A unidade de medida da constante C é $cm^{-1}s^{-1}$.

08) A leucocitose é frequente nos indivíduos portadores de infecção, caso em que o organismo aumenta a produção de glóbulos brancos.

16) As hemácias dos mamíferos são anucleadas, retangulares, formadas no plasma sanguíneo, e permanecem na corrente sanguínea durante toda a vida do animal.

ANOTAÇÕES

GABARITO

1:

a) Queremos calcular o menor valor de t para o qual se tem $C(t) = 40$. Assim, temos

$$-0{,}05t^2 + 2t + 25 = 40 \Leftrightarrow (t-20)^2 = 100$$
$$\Leftrightarrow t = 10\text{ h ou } t = 30\text{ h}.$$

A concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingirá 40 ppm pela primeira vez às $11+10 = 21\text{h}$ da segunda-feira.

b) A concentração do medicamento na corrente sanguínea de Álvaro atingirá seu valor máximo após $-\dfrac{2}{2\cdot(-0{,}05)} = 20$ horas. Portanto, o médico deverá prescrever a segunda dose para as $20-(24-11) = 7$ horas da terça-feira.

2:

a) Se o gráfico de f intersecta o eixo das ordenadas em $(0, 1)$, então $b = 1$. Além disso, como o gráfico é tangente ao eixo das abscissas, vem

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow a^2 - 4\cdot 1\cdot 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow a = \pm 2.$$

Portanto, $a = \pm 2$ e $b = 1$.

b) Se $a + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - a$, então $f(x) = x^2 + ax + 1 - a$. Agora, sem perda de generalidade, tomando $a = 0$ e $a = 1$, obtemos $f_1(x) = x^2 + 1$ e $f_2(x) = x^2 + x$, respectivamente. Ora, como os gráficos de f_1 e de f_2 possuem um ponto em comum, tem-se $x^2 + 1 = x^2 + x \Rightarrow x = 1$. Em consequência, o resultado pedido é $(1, 2)$.

3:

a) Calculando:

$$x + y + (y-2) + (x-1) = 35 \Rightarrow x + y = 19 \Rightarrow 6 + y = 19 \Rightarrow y = 13$$
$$S_{externa} = 6\cdot 13 - (2\cdot 1) \Rightarrow S_{externa} = 76\text{ m}^2$$

b) Calculando:

$$S(x) = x\cdot y - (2\cdot 1)$$
$$x + y = 19 \Rightarrow y = 19 - x$$
$$S(x) = x\cdot(19-x) - 2 = -x^2 + 19x - 2$$
$$x_{máx} = \frac{19}{2\cdot(-1)} \Rightarrow x_{máx} = 9{,}5 \Rightarrow y = 9{,}5$$

4:

a) Queremos calcular x de tal sorte que $C(x) = 0$. Logo, temos

$$(x^2 - 30x + 1000)\cdot 1000 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 30x + 1000 = 0$$
$$\Leftrightarrow (x-15)^2 = -775.$$

Portanto, como $(x-15)^2 \geq 0$ para todo x inteiro não negativo, a equação não possui solução e, assim, não é possível produzir nenhuma quantidade do produto a custo zero.

b) Reescrevendo a lei da função C, encontramos

$$C(x) = 1000\cdot(x-15)^2 + 775000.$$

Em consequência, como $(x-15)^2 \geq 0$ para todo x inteiro não negativo, segue que o custo é mínimo quando $x = 15$.

5:

a) Se $v = 40\text{km/h}$, então

$$d(40) = \frac{1}{120}(40^2 + 8\cdot 40)$$
$$= \frac{1}{3}(40+8)$$
$$= 16\text{ m}.$$

b) Se $d(v) = 53,2\,m,$ então

$$\frac{1}{120}(v^2 + 8v) = 53,2 \Leftrightarrow v^2 + 8v - 6384 = 0$$
$$\Rightarrow v = 76\,km/h.$$

6:

a) Quando x é igual a zero (distância igual a zero, ou seja, o distrito é o próprio centro) a densidade populacional D do centro da cidade de South Hill é igual a $5\,hab/km^2,$ de acordo com a equação dada. Assim comparando a densidade populacional do distrito que fica no centro da cidade de South Hill com a do distrito do centro da cidade de São Paulo, a segunda supera a primeira em:

$$y = \frac{16,5 - 5}{5} = 2,3 \cdot 100\% \Rightarrow y = 230\%$$

b) A função de densidade populacional da cidade de South Hill é dada por uma função do segundo grau, representada graficamente por uma parábola. Assim, seu máximo se dá no vértice da parábola. A distância máxima x será igual a coordenada x do vértice da parábola, enquanto a densidade máxima será dada pela coordenada y do vértice. Assim, pode-se escrever:

$$x_V = \frac{-b}{2a} = \frac{-30}{2 \cdot (-15)} \Rightarrow x_V = 1\,km$$

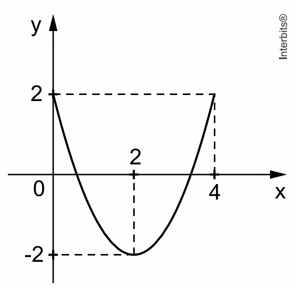
$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{30^2 - 4 \cdot (-15) \cdot 5}{4 \cdot (-15)} \Rightarrow y_V = 20\,hab/km^2$$

7:

a) Sendo $-\frac{-4}{2 \cdot 1} = 2$ a abscissa do vértice, vem que a ordenada deve ser igual a $-2.$ Logo, temos

$$-2 = 2^2 - 4 \cdot 2 + c \Leftrightarrow c = 2.$$

Portanto, segue o gráfico de $f.$



b) Desde que $a < b,$ vem

$$\begin{cases} \frac{a+b}{2} = 1 \\ \frac{a^2 - 4a + c + b^2 - 4b + c}{2} = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - a \\ a^2 - 4a + (2-a)^2 - 4(2-a) = 0 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - a \\ a^2 - 2a - 2 = 0 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 - \sqrt{3} \\ b = 1 + \sqrt{3} \end{cases}.$$

8:

A medida do lado do triângulo equilátero é igual a $\frac{6}{3} = 2\,cm.$ Logo, sua altura é $\frac{2 \cdot \sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\,cm.$ Além disso, o retângulo de base $x\,cm$ determina um triângulo equilátero de lado igual a $x\,cm,$ com $0 < x < 2.$ Por conseguinte, da semelhança dos triângulos equiláteros, vem

$$\frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3} - y}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow x = \frac{2 \cdot (\sqrt{3} - y)}{\sqrt{3}}.$$

A área, $A,$ do retângulo é dada por

$$\begin{aligned} A &= x \cdot y \\ &= \frac{2 \cdot (\sqrt{3} - y)}{\sqrt{3}} \cdot y \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}\left(y - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2. \end{aligned}$$

Desde que a área é máxima, temos $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $x = 1.$

9: 02 + 04 + 08 = 14.

Tem-se que

$$L(x) = -(x^2 - 32x) - 31 = 225 - (x - 16)^2.$$

[01] Falsa. Na verdade, o lucro semanal é máximo quando a quantidade vendida for igual a $16.$

[02] Verdadeira. Com efeito, pois

$$161 = 225 - (x - 16)^2 \Leftrightarrow (x - 16)^2 = 64$$
$$\Leftrightarrow x = 8 \text{ ou } x = 24.$$

[04] Verdadeira. De fato, pois

$$225-(x-16)^2=0 \Leftrightarrow x-16=\pm 15$$
$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=31.$$

[08] Verdadeira. Com efeito, de acordo com [01].

10:

a) A reta passa pelos pontos $A(0,6)$ e $B(12,0)$. Portanto seu coeficiente angular será dado por:

$$m=\frac{0-6}{12-0}=-\frac{1}{2}$$

Portanto, a equação da reta será dada por:

$$y-6=-\frac{1}{2}\cdot(x-0)\Rightarrow 2y-12=-x \Rightarrow x+2y-12=0$$

b) Determinando o valor de y na equação da reta, temos:

$$y=\frac{-x+12}{2}$$

Calculando a área do retângulo, temos:

$$A=x\cdot y \Rightarrow A(x)=\frac{x\cdot(-x+12)}{2}\Rightarrow A(x)=-\frac{x^2}{2}+6x$$

c) O maior valor para a área do retângulo será dado pela ordenada do vértice da parábola de equação

$A(x)=-\frac{x^2}{2}+6x$, portanto:

$$A_{max}=-\frac{\text{Ä}}{4\cdot a}=-\frac{36}{4\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)}=18$$

11:

a) Calculando:

$$\text{no vértice} \Rightarrow \begin{cases} x_{máx}=2h=120 \text{ min} \\ y_{máx}=100\% \end{cases}$$

$$\text{raízes} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=240 \end{cases} \Rightarrow y=ax\cdot(x-240)$$

$$100=120a\cdot(120-240)\Rightarrow a=-\frac{1}{144}$$

$$y=-\frac{x}{144}\cdot(x-240) \text{ para } 0\le x\le 120$$

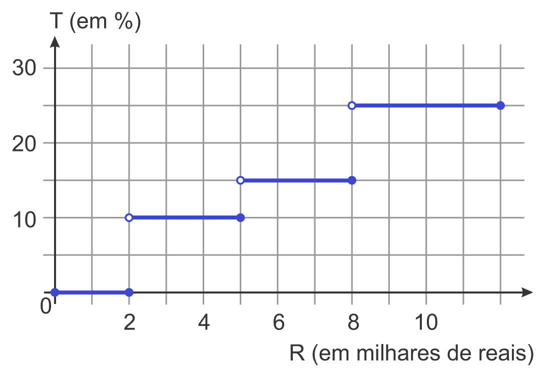
b) Calculando:

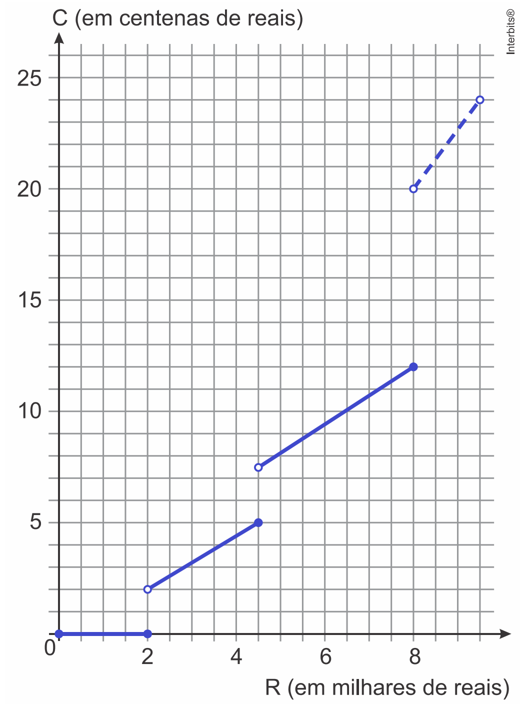
$$y=-\frac{60}{144}\cdot(60-240)\Rightarrow y=75\%$$

12:

Calculando:

$$C(R)=\begin{cases} 0, & \text{se } 0\le R\le 2 \\ 0{,}10R, & \text{se } 2<R\le 5 \\ 0{,}15R, & \text{se } 5<R\le 8 \\ 0{,}25R, & \text{se } R>8 \end{cases}$$





13:

a) Considerando x a medida de cada lado da horta, podemos escrever que:

$$3x=120 \Rightarrow x=40 \text{ m}.$$

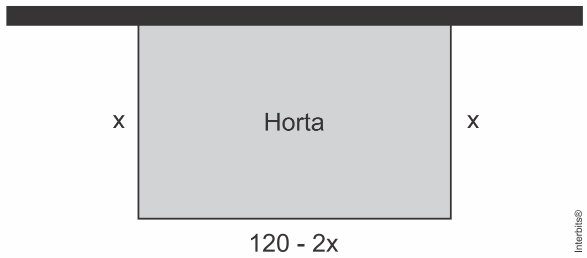
Portanto a área a da horta será dada por:

$A = 40^2 = 1.600\ m^2.$

b) Considerando que x seja a medida de dois de seus lados e $120 - 2x$ a medida do terceiro lado, podemos escrever que a área da Horta em função de x, poderá ser dada por:

$A(x) = (120 - 2x)\cdot x$

$A(x) = -2x^2 + 120x.$

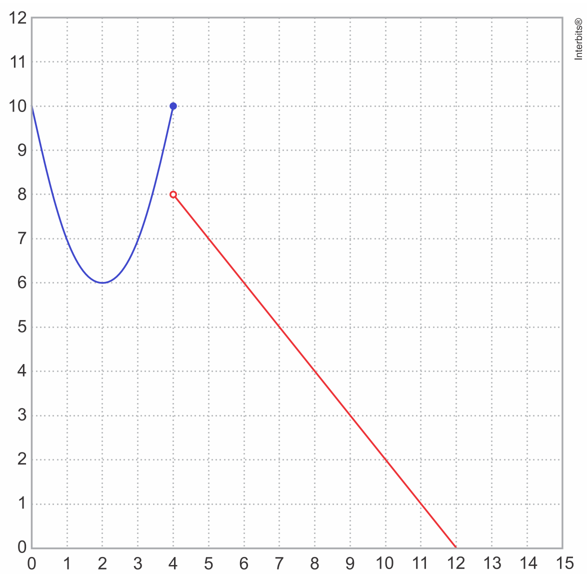


A área máxima será dada pela ordenada do vértice da função da área, portanto:

$A_{máx} = -\frac{\text{Ä}}{4\cdot a} = -\frac{120^2}{4\cdot(-2)} = 1.800\ m^2.$

14:

a) Gráfico:



Preço máximo:

$0 \le t \le 8 \Rightarrow P_{máx}(t) = 10 \Rightarrow preço_{máx} = 100\cdot 10 = R\$\ 1000{,}00$

b) Preço mínimo:

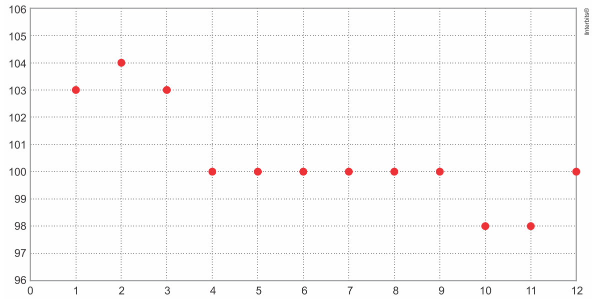
$0 \le t \le 8 \Rightarrow P_{mín}(t) = 4 \Rightarrow preço_{mín} = 100\cdot 4 = R\$\ 400{,}00$

15:

a) Calculando:

$$f(x) = \begin{cases} 100 - x\cdot(x-4) \text{ se } 1 \le x \le 4 \\ 100 \text{ se } 4 < x \le 9 \\ 100 + (x-9)\cdot(x-12) \text{ se } 9 < x \le 12 \end{cases}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(1) = 100 - x\cdot(x-4) = 100 - 1\cdot(1-4) = 103 \\ f(2) = 100 - 2\cdot(2-4) = 104 \\ f(3) = 100 - 3\cdot(3-4) = 103 \\ f(4) = 100 - 4\cdot(4-4) = 100 \\ f(5) = f(6) = f(7) = f(8) = f(9) = 100 \\ f(10) = 100 + (x-9)\cdot(x-12) = 100 + (10-9)\cdot(10-12) = 98 \\ f(11) = 100 + (11-9)\cdot(11-12) = 98 \\ f(12) = 100 + (12-9)\cdot(12-12) = 100 \end{array}\right\} \Rightarrow f_{máx}(x) = 104$$



b) Calculando:

$$\frac{103 + 104 + 103 + 100\cdot 6 + 98 + 98 + 100}{12} = 100{,}5$$

16: 02 + 04 + 08 + 16 = 30.

$$\begin{cases} f(-2) = 4a - 2b + c = 0 \\ f(1) = a + b + c = 0 \\ g(0) = b = 1 \end{cases}$$

$a + 1 + c = 0 \Rightarrow a + c = -1 \Rightarrow c = -1 - a$

$4a - 2 + c = 0 \Rightarrow 4a + c = 2 \Rightarrow 4a - 1 - a = 2 \Rightarrow a = 1$

$1 + 1 + c = 0 \Rightarrow c = -2$

$f(x) = x^2 + x - 2 \Rightarrow raízes\ (-2{,}0)\ e\ (1;0)$

$g(x) = -x^2 + 1 \Rightarrow raízes\ (-1{,}0)\ e\ (1;0$

Analisando as alternativas:

[01] INCORRETA. Pelo gráfico pode perceber que a distância entre os vértices das funções dadas é maior que 3.

[02] CORRETA. Calculando:

$$\text{intersecção} \Rightarrow -x^2+1=x^2+x-2$$

$$2x^2+x-3=0 \Rightarrow \left\langle \begin{array}{l} x=-3/2 \Rightarrow y=-\left(-3/2\right)^2+1=-5/4 \\ x=1 \Rightarrow y=0 \end{array} \right.$$

$$\text{reta r} \Rightarrow A\left(-\frac{3}{2},-\frac{5}{4}\right) \text{ e } B(1,0)$$

$$-\frac{5}{4}-0=m_r\cdot\left(-\frac{3}{2}-0\right) \Rightarrow m_r=\frac{1}{2} \Rightarrow \text{reta } r: y=\frac{x}{2}-\frac{1}{2}$$

$$\text{Ponto médio } P \Rightarrow \left(-\frac{3}{2},-\frac{5}{4}\right) \text{ e } (1,0) \Rightarrow P=\left(\frac{-3/2+1}{2},\frac{-5/4+0}{2}\right)=\left(-\frac{1}{4},-\frac{5}{8}\right)$$

$$\text{Mediatriz } s: \quad s\perp r \quad \text{e} \quad s\subset P$$

$$m_s=\frac{-1}{m_r} \Rightarrow m_s=-2$$

$$s: y+\frac{5}{8}=-2\cdot\left(x+\frac{1}{4}\right) \Rightarrow y=-2x-\frac{2}{4}-\frac{5}{8} \Rightarrow 8y=-16x-4-5 \Rightarrow 16x+8y=-9$$

[04] CORRETA. As raízes são -1 e 1.

[08] CORRETA. Calculando:

$$f(x)=x^2+x-2$$

$$g(x)=-x^2+1$$

$$f(g(x))=\left(-x^2+1\right)^2+\left(-x^2+1\right)-2=-x^4-3x^2$$

[16] CORRETA. A reta r passa pelos pontos A e B de interseção das funções f e g, conforme calculado na afirmativa [02].

17:

a) Sim. Tem-se que a tensão é zero em $t=\frac{k}{2}$, com $k\in\mathbb{N}$. Logo, a resposta é $t=1$, $t=\frac{3}{2}$, $t=2$, $t=\frac{5}{2}$ e $t=3$.

b) Para $t\in[0,c]$, tem-se uma função linear, cujo gráfico passa pelo ponto $(c,1)$. Logo, vem $U(t)=\frac{1}{c}t$, com $t\in[0,c]$.

Para $t\in[c,d]$, tem-se uma função afim da forma $y=ax+b$, cujo gráfico passa pelos pontos $(c,1)$ e $(d,-1)$. Daí, sendo a taxa de variação dada por

$$a=\frac{-1-1}{d-c}=\frac{2}{c-d},$$

encontramos

$$1=\frac{2}{c-d}\cdot c+b \Leftrightarrow b=-\frac{c+d}{c-d}.$$

Portanto, $U(t)=\frac{2}{c-d}t-\frac{c+d}{c-d}$, com $t\in[c,d]$.

c) Tem-se que

$$\frac{1}{2}\le U(t)\le 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\le\frac{1}{c}t\le 1 \Leftrightarrow \frac{c}{2}\le t\le c.$$

d) Do gráfico, segue que o período da função é igual a 1. Em consequência, sendo $t=d$ o primeiro instante para o qual a tensão é mínima, podemos concluir que a resposta é $t=d+k$, com $k\in\mathbb{N}$.

18: 01 + 02 + 16 = 19.

[01] Verdadeiro. Calculando o ponto máximo de $f(x)$, tem-se:

$$f_{máx}(x)=y_{máximo}=-\frac{\Delta}{4a}=-\frac{20^2(-4)\cdot(-1)\cdot(-16)}{4\cdot(-1)}=-\frac{400-64}{4\cdot(-1)}=84 \to f(x)\le 84$$

[02] Verdadeiro. Calculando:

$$\left. \begin{array}{l} f(1)=-(1)^2+20\cdot1-16=-1+20-16=3 \\ g(1)=-5\cdot1+10=10-5=5 \end{array} \right\rangle \; (f+g)(1)=5+3=8$$

[04] Falso. Os gráficos se interceptam. Isso pode ser comprovado pelo esboço dos gráficos ou pelo cálculo dos pontos de intercepção, como calculado a seguir:

$$-5x+10=-x^2+20x-16 \to x^2-25x+26=0$$

$$\Delta=25^2-4\cdot1\cdot26=521 \to \sqrt{521}\approx 22{,}8 \;\; (22^2=484 \text{ e } 23^2=529)$$

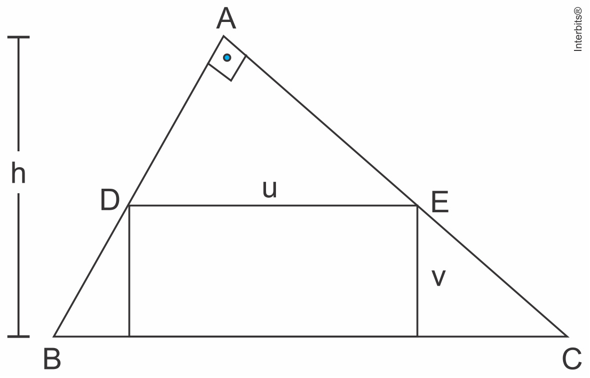
$$x=\frac{25\pm 22{,}8}{2} \to \left\langle \begin{array}{l} x'=1{,}1 \\ x''=23{,}9 \end{array} \right.$$

[08] Falso. O gráfico da função g é uma reta (função linear).

[16] Verdadeiro. A função f não é sobrejetora, logo, não possui inversa. Já a inversa da função g será:

$$y=-5x+10 \to x=\frac{y-10}{-5}=-\frac{y}{5}+2 \to g^{-1}(x)=-\frac{x}{5}+2$$

19:



a) $BC^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow BC = 10$

Utilizando a relação métrica $BC \cdot h = AB \cdot AC$, temos:

$10 \cdot h = 6 \cdot 8 \Rightarrow h = 4{,}8$

b)

$$\Delta ADE \sim \Delta ABC \Rightarrow \frac{u}{10} = \frac{4{,}8 - v}{4{,}8} \Rightarrow 4{,}8u = 48 - 10v \Rightarrow u = 10 - \frac{25}{12} \cdot v$$

c) A área A do retângulo será dada por:

$$A = u \cdot v = \left(10 - \frac{25}{12} \cdot v\right) \cdot v \Rightarrow A = 10v - \frac{25}{12} \cdot v^2$$

O valor da área máxima será dado por:

$$A_{máx} = -\frac{\Delta}{4 \cdot a} = -\frac{100}{4 \cdot \left(-\frac{25}{12}\right)} = 12$$

Portanto, $0 < v \leq 12$.

20: 02 + 04 + 08 = 14.

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Matemática]

[01] Falsa. Nas extremidades das artérias o valor de $x = 0$, logo:

$V\,(0) = C \cdot 0\,(2\,R - 0) = 0.$

[02] Verdadeira.

$V(R) = C \cdot R \cdot (2R - R) = C \cdot R^2$

$$V\left(\frac{R}{2}\right) = C \cdot \frac{R}{2}\left(2\,R - \frac{R}{2}\right) = C \cdot \frac{R}{2} \cdot \frac{3R}{2} = C \cdot \frac{3R^2}{4} = 0{,}75 \cdot C \cdot R^2 = 0{,}75 \cdot V(R)$$

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Física]

[04] Verdadeira.

$V \rightarrow \frac{cm}{s}$

$x \rightarrow cm$

$R \rightarrow cm$

$V(x) = C \cdot x\,(2R - x)$

$\left[\frac{cm}{s}\right] = C \cdot [cm] \cdot ([cm])$

$C \cdot [cm] \cdot ([cm]) = \left[\frac{cm}{s}\right]$

$C = \frac{\left[\frac{cm}{s}\right]}{[cm]^2}$

$C = \frac{cm}{s \cdot [cm]^2}$

$C = \frac{1}{s \cdot [cm]}$

$C = cm^{-1} \cdot s^{-1}$

[Resposta do ponto de vista da disciplina de Biologia]

[16] Falsa. As hemácias dos mamíferos são células anucleadas, desprovidas de organelas, circulares e bicôncavas. São produzidas no tecido conjuntivo hematopoético da medula óssea vermelha, durante 90 a 120 dias e são removidas no baço, fígado e na medula óssea vermelha.

ANOTAÇÕES