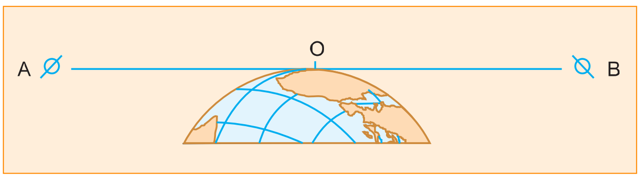
# FÍSICA

## 1

O Sistema GPS (Global Positioning System) permite localizar um receptor especial, em qualquer lugar da Terra, por meio de sinais emitidos por satélites. Numa situação particular, dois satélites, A e B, estão alinhados sobre uma reta que tangencia a superfície da Terra no ponto **O** e encontram-se à mesma distância de **O**. O protótipo de um novo avião, com um receptor R, encontra-se em algum lugar dessa reta e seu piloto deseja localizar sua própria posição.



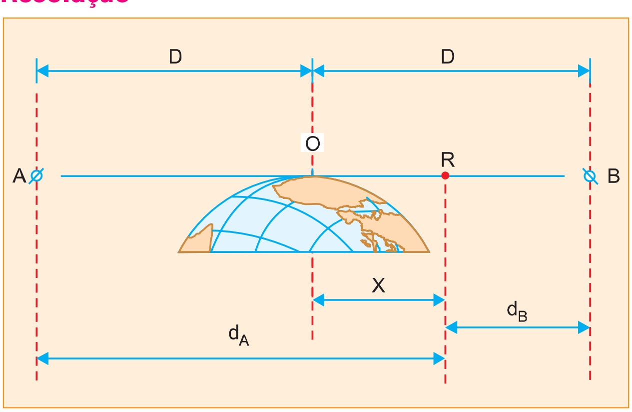

Os intervalos de tempo entre a emissão dos sinais pelos satélites A e B e sua recepção por R são, respectivamente, $\Delta t_A = 68,5 \times 10^{-3}$ s e $\Delta t_B = 64,8 \times 10^{-3}$ s. Desprezando possíveis efeitos atmosféricos e considerando a velocidade de propagação dos sinais como igual à velocidade c da luz no vácuo, determine:

a) A distância **D,** em km, entre cada satélite e o ponto O.

b) A distância **X,** em km, entre o receptor R, no avião, e o ponto O.

c) A posição do avião, identificada pela letra **R**, localizando-a no esquema da folha de resposta.

**Resolução**




*a) Como $\Delta t_A > \Delta t_B$, o protótipo equipado com o receptor **R** deve estar mais próximo do satélite B do que do satélite A, como representa a figura acima.*

*Sendo $\Delta s = V \,.\, \Delta t$ vem:*

$$d_A = 3,0 \,.\, 10^5 \,.\, 68,5 \,.\, 10^{-3} \;\; (km)$$

$$\boxed{d_A = 205,5 \,.\, 10^2 \; km}$$

$$d_B = 3,0 \,.\, 10^5 \,.\, 64,8 \,.\, 10^{-3} \;\; (km)$$

$$\boxed{d_B = 194,4 \,.\, 10^2 \; km}$$

$$D = \frac{d_A + d_B}{2}$$

$$\boxed{D = 200,0 \,.\, 10^2 \; km}$$

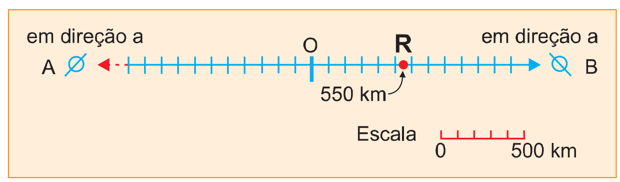
*b) Da figura:*

$$x = d_A - D$$

$$x = (205,5 - 200,0) \,.\, 10^2 \; km$$

$$\boxed{x = 5,5 \,.\, 10^2 \; km}$$

*c)*



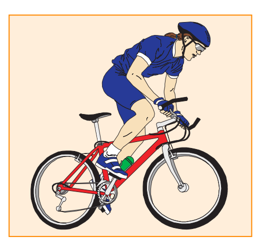

***Respostas:***

*a) $200,2 \,.\, 10^2$ km*

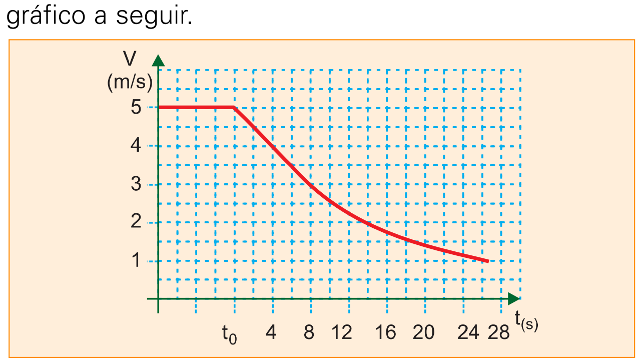
*b) $5,5 \,.\, 10^2$ km*

*c) ver figura*

## 2



Um ciclista, em estrada plana, mantém velocidade constante $V_0 = 5,0$m/s (18km/h). Ciclista e bicicleta têm massa total M = 90 kg. Em determinado momento, $t = t_0$, o ciclista pára de pedalar e a velocidade V da bicicleta passa a diminuir com o tempo, conforme o gráfico a seguir.



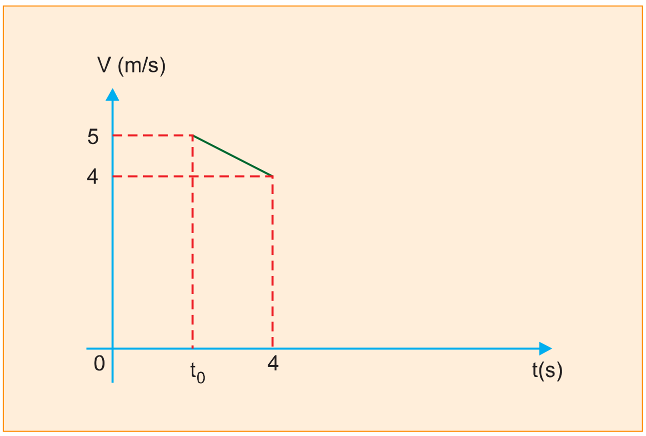
Assim, determine:

a) A aceleração **A**, em m/s$^2$, da bicicleta, logo após o ciclista deixar de pedalar.

b) A força de resistência horizontal total $\mathbf{F_R}$, em newtons, sobre o ciclista e sua bicicleta, devida principalmente ao atrito dos pneus e à resistência do ar, quando a velocidade é $V_0$.

c) A energia **E**, em kJ, que o ciclista "queimaria", pedalando durante meia hora, à velocidade $V_0$. Suponha que a eficiência do organismo do ciclista (definida como a razão entre o trabalho realizado para pedalar e a energia metabolizada por seu organismo) seja de 22,5%.

**Resolução**




*a) Logo após o ciclista parar de pedalar, entre os instantes $t_0 = 0$ e $t_1 = 4s$ o gráfico $V = f(t)$ é retilíneo e a aceleração escalar é constante e dada por:*

$$A = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-1}{4} \ (m/s^2)$$

$$\boxed{A = -0{,}25 \ m/s^2}$$

*b) Imediatamente após o ciclista deixar de pedalar a força de resistência ao movimento é responsável pela aceleração do veículo já calculada.*
*Aplicando-se a 2ª lei de Newton:*

$$|F_R| = M|A|$$

$$|F_R| = 90 \ . \ 0{,}25 \ (N) \ \Rightarrow \ \boxed{|F_R| = 22{,}5N}$$

***Observação**: Se quisermos atribuir à força um valor algébrico de modo a indicar que é oposta ao movimento, poderemos responder:*

$$\boxed{F_R = -22{,}5N}$$

*c) 1) Durante a fase de movimento retilíneo uniforme, a força motriz tem a mesma intensidade da força de resistência.*

$$|F_m| = |F_R| = 22{,}5N$$

*2) A potência motriz útil é dada por:*

$$Pot_u = |F_m| \ . \ V_0 = 22{,}5 \ . \ 5{,}0 \ (W)$$

$$Pot_u = 112{,}5W$$

*3) O trabalho realizado em meia hora é dado por:*

$$\tau = Pot_u \ . \ \Delta t = 112{,}5 \ . \ 1800 \ (J)$$

*4) A energia metabolizada pelo organismo **E** é dada por:*

$$\eta = \frac{\tau}{E}$$

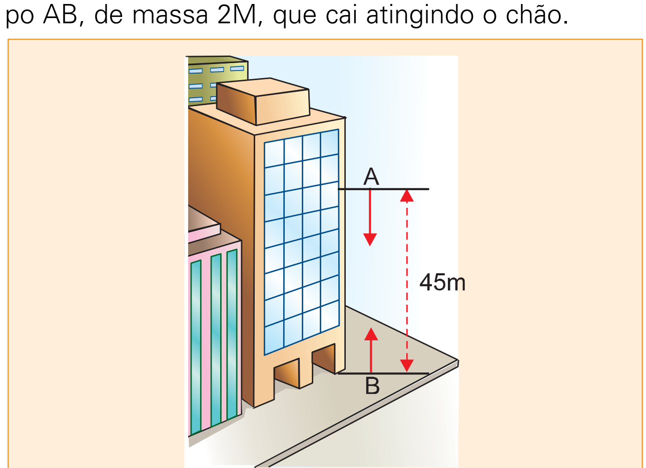
$$E = \frac{\tau}{\eta} = \frac{112{,}5 \ . \ 1800}{0{,}225} \ (J)$$

$$\boxed{E = 9{,}0 \ . \ 10^5 J = 9{,}0 \ . \ 10^2 kJ}$$

***Respostas**: a) $A = -0{,}25 m/s^2$*
*b) $|F_R| = 22{,}5N$ ou $F_R = -22{,}5N$*
*c) $E = 9{,}0 \ . \ 10^2 kJ$*

## 3

Um objeto A, de massa M = 4,0 kg, é largado da janela de um edifício, de uma altura $H_0$ = 45 m. Procurando diminuir o impacto de A com o chão, um objeto B, de mesma massa, é lançado um pouco depois, a partir do chão, verticalmente, com velocidade inicial $V_{0B}$. Os dois objetos colidem, a uma altura de 25 m, com velocidades tais que $|V_A| = |V_B|$. Com o impacto, grudam-se, ambos, um no outro, formando um só corpo AB, de massa 2M, que cai atingindo o chão.

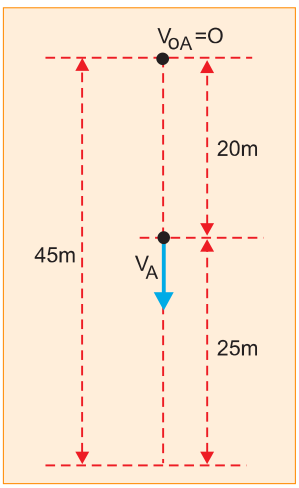


a) Determine, a energia mecânica **Q**, em J, dissipada na colisão.
b) Determine a energia cinética $\mathbf{E_c}$, em J, imediatamente antes de AB atingir o chão.
c) Construa, no sistema de coordenadas da folha de resposta, o gráfico dos módulos das velocidades em função do tempo para A, B e AB, considerando que $V_{0B}$ = 30 m/s. Identifique, respectivamente, com as letras A, B e AB, os gráficos correspondentes.

(Se necessário considere $\sqrt{5} \approx 2,2$)

**Resolução**

*a) 1)* ***Cálculo da velocidade do objeto A ao atingir a altura de 25m.***




*Desprezando-se o efeito do ar, temos:*

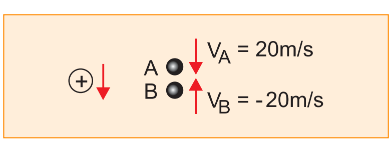
$$V_A^2 = V_{0A}^2 + 2\,\gamma\,\Delta s$$

$$V_A^2 = 0 + 2 \,.\, 10 \,.\, 20$$

$$\boxed{|V_A| = 20m/s}$$

*2)* ***Cálculo da velocidade do corpo AB imediatamente após a colisão.***

*Desprezando-se o peso dos corpos durante o ato da colisão, o sistema é considerado isolado e teremos:*




$$Q_{imediatamente\ após} = Q_{imediatamente\ antes}$$

$$2M\,V_{AB} = M(20) + M(-20)$$

$$2M\,V_{AB} = 0$$

$$\boxed{V_{AB} = 0}$$

*3)* ***Cálculo da energia mecânica dissipada no ato da colisão.***

$$Q = E_{cin(antes)} - E_{cin(após)}$$

$$E_{cin(antes)} = \frac{M\,V_A^2}{2} + \frac{M\,V_B^2}{2} = M\,V_A^2$$

$$E_{cin(antes)} = 4,0 \,.\, (20)^2\ (J)$$

$$E_{cin(antes)} = 1,6 \,.\, 10^3\ J$$

$$E_{cin(após)} = \frac{M\,V_{AB}^2}{2} = 0$$

$$\boxed{Q = 1,6 \,.\, 10^3 J}$$

*b) Usando-se a conservação da energia mecânica durante a queda do corpo AB, temos:*

$$\boxed{E_{final} = E_{inicial}}$$

*(referência no solo)*

$$E_c = 2 \,.\, M \,.\, g \,.\, H$$

$$E_c = 2 \,.\, 4,0 \,.\, 10 \,.\, 25\ (J)$$

$$\boxed{E_c = 2,0 \,.\, 10^3 J}$$

*c) 1) O intervalo de tempo desde a partida de A até o instante da colisão é dado por:*

$$V = V_0 + \gamma\, t$$

$$20 = 0 + 10 \,.\, t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = 2s}$$

*2) O intervalo de tempo desde a partida de B até o instante da colisão é dado por:*

$$V = V_0 + \gamma\, t$$

$$-20 = -30 + 10 \,.\, t_2$$

$$\boxed{t_2 = 1s}$$

*Portanto o objeto B foi lançado no instante 1s.*

*3) O intervalo de tempo para que o objeto AB chegue ao solo é dado por:*

$$\Delta s = V_0\, t + \frac{\gamma}{2}\, t^2$$

$$25 = \frac{10}{2}\, t_3^2$$

$$t_3^2 = 5$$

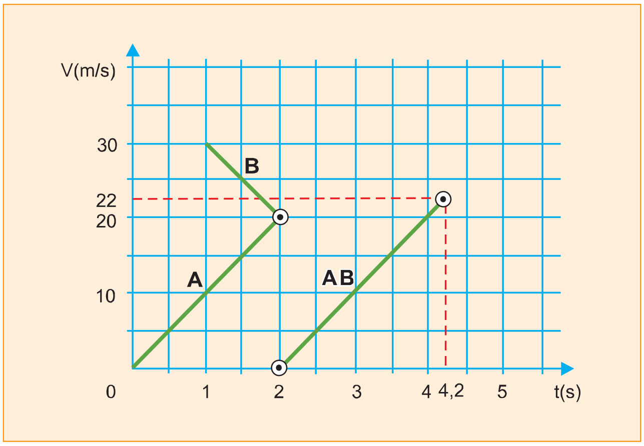
$$t_3 = \sqrt{5}\, s \cong 2,2s$$

*4) A velocidade do corpo AB imediatamente antes de chegar ao solo é dada por:*

$$V = V_0 + \gamma\, t$$

$$V_{AB} = 0 + 10 \,.\, 2,2\ (m/s)$$

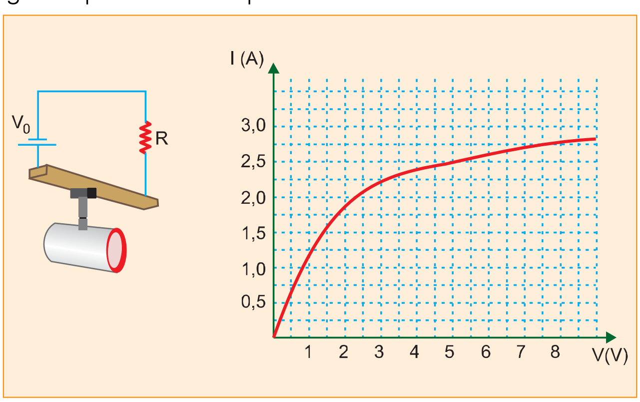
$$\boxed{V_{AB} = 22m/s}$$




***Respostas:*** *a)* $Q = 1,6 \cdot 10^3 J$
*b)* $E_c = 2,0 \cdot 10^3 J$
*c) ver gráfico*

## 4

Dispõe-se de uma lâmpada decorativa especial L, cuja curva característica, fornecida pelo manual do fabricante, é apresentada abaixo. Deseja-se ligar essa lâmpada, em série com uma resistência R = 2,0Ω, a uma fonte de tensão $V_0$, como no circuito abaixo. Por precaução, a potência dissipada na lâmpada deve ser igual à potência dissipada no resistor.




Para as condições acima,

a) Represente a curva característica I x V do resistor, na folha de resposta, na própria reprodução do gráfico fornecido pelo fabricante, identificando-a com a letra **R**.
b) Determine, utilizando o gráfico, a corrente **I**, em ampères, para que a potência dissipada na lâmpada e no resistor sejam iguais.
c) Determine a tensão $\mathbf{V_0}$, em volts, que a fonte deve fornecer.
d) Determine a potência **P**, em watts, que a lâmpada dissipará nessas condições.

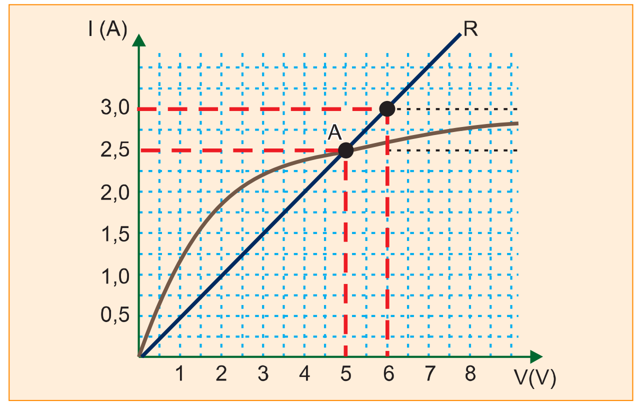
**Resolução**

*a) Sendo o resistor ôhmico (R = 2,0Ω, constante) concluímos que a curva característica é uma reta passando pela origem.*

*Da 1ª lei de Ohm* $V = R \cdot I$, $\quad V = 2,0 \cdot I$ *(SI)*

*temos:* $I = 0 \Rightarrow V = 0$
$I = 3,0A \Rightarrow V = 6,0$ *volts*

*Assim, temos o gráfico:*




*b) A lâmpada e o resistor estão ligados em série e, portanto, são percorridos pela mesma corrente I. De P = V . I, concluímos que a lâmpada e o resistor estão submetidos à mesma tensão V, pois dissipam a mesma potência P. Logo, a intensidade da corrente I procurada corresponde ao ponto A de intersecção das curvas características. Do gráfico, vem:* $\boxed{I = 2,5A}$

*c) Do gráfico, temos: V = 5 volts.*
*A tensão* $V_0$ *fornecida pela fonte é igual a 2V:*

$$V_0 = 2V \quad \therefore \quad \boxed{V_0 = 10 \text{ volts}}$$

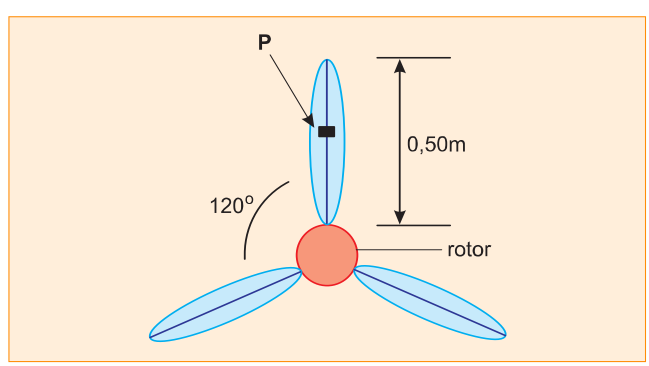
*d) De P = V . I, vem:*

$$P = 5 \cdot 2,5 \ (W)$$

$$\boxed{P = 12,5\ W}$$

***Respostas:*** *a) gráfico acima*
*b) 2,5A*
*c) 10 V*
*d) 12,5 W*

## 5




Um ventilador de teto, com eixo vertical, é constituído por três pás iguais e rígidas, encaixadas em um rotor de raio R = 0,10 m, formando ângulos de 120° entre si. Cada pá tem massa M = 0,20 kg e comprimento L = 0,50 m. No centro de uma das pás foi fixado um prego **P**, com massa $m_p$ = 0,020 kg, que desequilibra o ventilador, principalmente quando este se movimenta. Suponha, então, o ventilador **girando** com uma velocidade de 60 rotações por minuto e determine:

a) A intensidade da força radial horizontal **F**, em newtons, exercida pelo prego sobre o rotor.

b) A massa $\mathbf{M_0}$, em kg, de um pequeno contrapeso que deve ser colocado em um ponto $\mathbf{D_0}$, sobre a borda do rotor, para que a resultante das forças horizontais, agindo sobre o rotor, seja nula.

c) A posição do ponto $\mathbf{D_0}$, localizando-a no esquema da folha de respostas.

(Se necessário, utilize $\pi \approx 3$)

**Resolução**

*Seja f a freqüência com que "giram" os pontos do ventilador.*

$$f = 60 \text{ rpm} = \frac{60}{60} \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f = 1,0 \text{ Hz}}$$

*a) A força que o prego transmite ao eixo do rotor tem intensidade igual à da resultante centrípeta requerida pelo prego para realizar movimento circular e uniforme:*

$$F = F_{cp} \Rightarrow F = m_p\, \omega^2\, r_p$$

$$F = m_p\, (2\pi f)^2\, (R + \frac{L}{2})$$

$$F = 0,020 \,.\, 4\pi^2 \,.\, 1,0\, (0,10 + \frac{0,50}{2})\ (N)$$

$$F = 0,028\pi^2\ (N)$$

*Fazendo-se $\pi \cong 3$, temos:*

$$F = 0,028\, (3)^2\ (N) \Rightarrow \boxed{F \cong 0,252 N}$$

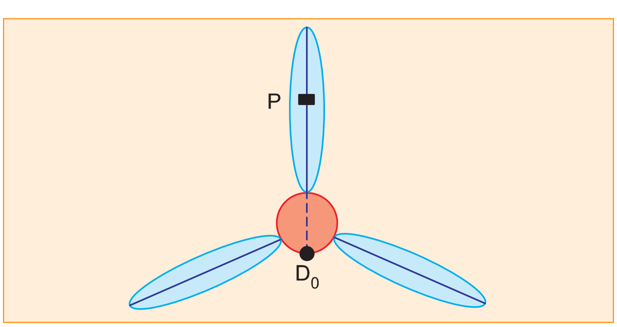
*b) Para que a força resultante horizontal no rotor seja nula, o sistema rotor-eixo deve receber do contrapeso uma força de intensidade igual à da força recebida do prego, porém em sentido oposto.*

$$m_p \,.\, \omega^2 \,.\, r_p = M_0 \,.\, \omega^2 \,.\, R$$

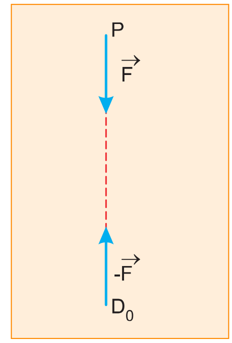
$$0,020 \,.\, 0,35 = M_0 \,.\, 0,10$$

$$\boxed{M_0 = 0,070 \text{ kg}}$$

*c)*

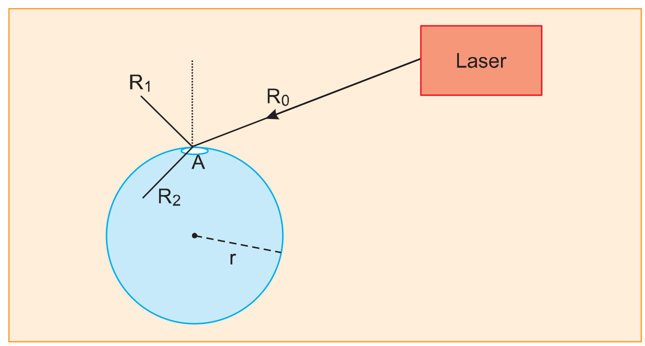



*O ponto $D_0$, na borda do rotor, deve estar radialmente oposto à posição do prego.*




***Respostas:*** *a) 0,252 N*
*b) 0,070 kg*
*c) ver figura*

## 6




Uma pequena esfera de material sólido e transparente é utilizada para produzir, a partir de um pulso de luz laser, vários outros pulsos. A esfera, de raio r = 2,2 cm, é espelhada, exceto em uma pequena região (ponto A). Um pulso de luz, de pequena duração, emitido pelo laser, segue a trajetória $\mathbf{R_0}$, incidindo em A com ângulo de incidência de 70°. Nesse ponto, o pulso é, em parte, refletido, prosseguindo numa trajetória $\mathbf{R_1}$, e, em parte, refratado, prosseguindo numa trajetória $\mathbf{R_2}$ que penetra na esfera com um ângulo de 45° com a normal. Após reflexões sucessivas dentro da esfera, o pulso atinge a região A, sendo em parte, novamente refletido e refratado. E assim sucessivamente. Gera-se, então, uma série de pulsos de luz, com intensidades decrescentes, que saem da esfera por A, na mesma trajetória $R_1$. Considere sen 70° = 0,94; sen 45° = 0,70. Nessas condições,

a) Represente, na figura da folha de respostas, toda a trajetória do pulso de luz dentro da esfera.

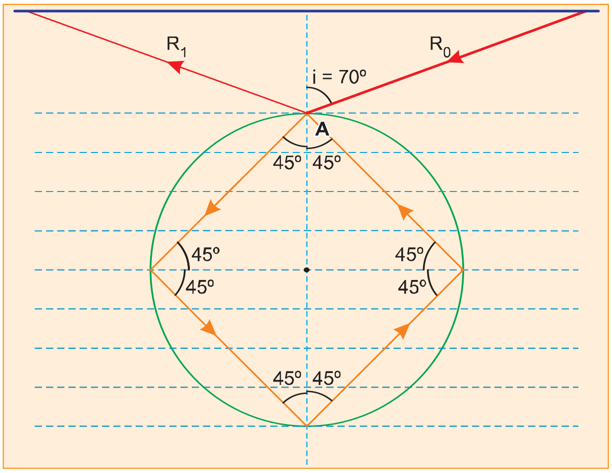
b) Determine, em **m/s**, o valor **V** da velocidade de propagação da luz no interior da esfera.

c) Determine, em segundos, a separação (temporal) $\mathbf{\Delta t}$, entre dois pulsos sucessivos na trajetoria $\mathbf{R_1}$.

O índice de refração de um material é igual à razão entre a velocidade da luz no vácuo e a velocidade da luz nesse material.

**Resolução**

a)




*A trajetória do pulso de luz no interior da esfera obedece a 2ª lei da reflexão onde os ângulos de incidência e reflexão devem ser iguais.*

b) *Utilizando-se a lei de Snell, na entrada do pulso de luz pelo ponto A, e adotando-se o meio externo como sendo o ar, de índice de refração absoluto aproximadamente igual a 1,0, vem:*

$n_{ar} \, sen_i = n \, . \, sen \, r$

$1{,}0 \, . \, sen \, 70° = n \, . \, sen \, 45°$

$1{,}0 \, . \, 0{,}94 = n \, . \, 0{,}70$

$$n = \frac{0{,}94}{0{,}70}$$

*Da definição de índice de refração absoluto de um meio, temos:*

$$n = \frac{c}{V}$$

$$\frac{0{,}94}{0{,}70} = \frac{3{,}0 \, . \, 10^8}{V}$$

$$\boxed{V = 2{,}2 \, . \, 10^8 \, m/s}$$

c) *A separação temporal ($\Delta t$) pedida corresponde ao intervalo de tempo necessário para que o pulso de luz percorra a trajetória no interior da esfera.*
*Da figura apresentada, temos:*

$L = r\sqrt{2}$

*A distância total percorrida pelo pulso de luz no interior da esfera será dada por:*

$\Delta s = 4L = 4\, r\sqrt{2}$

*Assim:*

$$V = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$2{,}2 \, . \, 10^8 = \frac{4 \, . \, 2{,}2 \, . \, 10^{-2} \, . \sqrt{2}}{\Delta t}$$

$$\boxed{\Delta t = 4\sqrt{2} \, . \, 10^{-10} s \cong 5{,}7 \, . \, 10^{-10} s}$$

***Respostas:*** *a) ver esquema*
*b) $2{,}2 \, . \, 10^8 m/s$*
*c) $5{,}7 \, . \, 10^{-10} s$*

## 7

Um motor de combustão interna, semelhante a um motor de caminhão, aciona um gerador que fornece 25 kW de energia elétrica a uma fábrica. O sistema motor-gerador é resfriado por fluxo de água, permanentemente renovada, que é fornecida ao motor a 25°C e evaporada, a 100°C, para a atmosfera. Observe as características do motor na tabela. Supondo que o sistema só dissipe calor pela água que aquece e evapora, determine:

| | |
|---|---|
| Consumo de combustível | 15 litros/hora |
| Energia liberada por um litro de combustível | $36 \times 10^6$J |
| Calor de vaporização da água | $2{,}2 \times 10^6$ J/kg |
| Calor específico da água | 4000 J/(kg . °C) |

a) A potência **P**, em kW, fornecida à água, de forma a manter a temperatura do sistema constante.

b) A vazão **V** de água, em kg/s, a ser fornecida ao sistema para manter sua temperatura constante.

c) A eficiência **R** do sistema, definida como a razão entre a potência elétrica produzida e a potência total obtida a partir do combustível.

**Resolução**

a) *A queima do combustível gera uma potência total calculada por:*

$$Pot_{Total} = \frac{Energia}{\Delta t} = \frac{15 \, . \, 36 \, . \, 10^6 \, J}{1h} = \frac{15 \, . \, 36 \, . \, 10^6 \, J}{3600s}$$

$$Pot_{Total} = 150\,000 \, W = 150 \, kW$$

*A potência fornecida para a água é dada por:*

$$Pot_{água} = Pot_{Total} - Pot_{útil}$$

$$Pot_{água} = (150 - 25) \, kW$$

$$\boxed{Pot_{água} = 125 \, kW}$$

b) *A potência fornecida para a água é dada por:*

$$Pot_{água} = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{m \, c \, \Delta\theta + m \, L_V}{\Delta t}$$

$$125\,000 = \frac{m}{\Delta t} \, . \, 4000 \, . \, (100 - 25) + \frac{m}{\Delta t} \, . \, 2{,}2 \, . \, 10^6$$

Como a razão $\dfrac{m}{\Delta t}$ corresponde à vazão V (em kg/s), vem:

$$125\,000 = V \cdot 300\,000 + V \cdot 2\,200\,000$$

$$125\,000 = 2\,500\,000\, V$$

$$V = 0{,}05 \text{ kg/s}$$

$$\boxed{V = 5{,}0 \cdot 10^{-2} \text{ kg/s}}$$

*c) Para calcularmos a eficiência R do sistema, temos:*

$$R = \frac{Pot_{útil}}{Pot_{Total}} = \frac{25}{150} \cong 0{,}17$$

$$\boxed{R \cong 0{,}17}$$

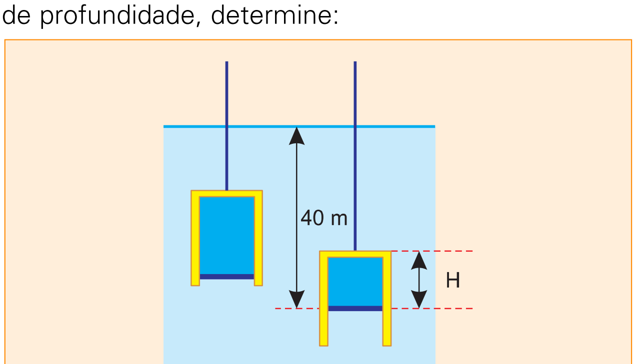
*ou*

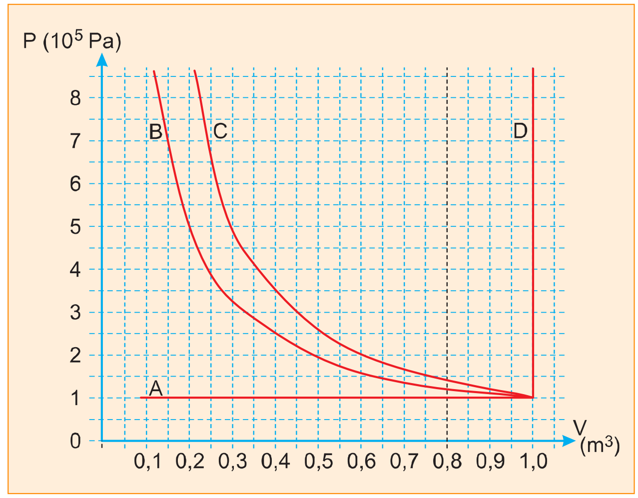
$$\boxed{R(\%) \cong 17\%}$$

***Respostas:*** *a) 125 kW*
*b) $5{,}0 \cdot 10^{-2}$ kg/s*
*c) 0,17*

## 8

Um compartimento cilíndrico, isolado termicamente, é utilizado para o transporte entre um navio e uma estação submarina. Tem altura $H_0$ = 2,0 m e área da base $S_0$ = 3,0 m². Dentro do compartimento, o ar está inicialmente à pressão atmosférica ($P_{atm}$) e a 27°C, comportando-se como gás ideal. Por acidente, o suporte da base inferior do compartimento não foi travado e a base passa a funcionar como um pistão, subindo dentro do cilindro à medida que o compartimento desce lentamente dentro d'água, sem que ocorra troca de calor entre a água, o ar e as paredes do compartimento. Considere a densidade da água do mar igual à densidade da água. Despreze a massa da base. Quando a base inferior estiver a 40 m de profundidade, determine:




a) A pressão **P** do ar, em Pa, dentro do compartimento
b) A altura **H**, em m, do compartimento, que permanece não inundado.
c) A temperatura **T** do ar, em °C, no compartimento.

Curvas P x V para uma massa de ar que, à $P_{atm}$ e 27°C, ocupa 1m³: (A) isobárica, (B) isotérmica, (C) sem troca de calor, (D) volume constante.
$P_{atm} = 10^5$ Pa ; 1 Pa = 1 N/m²

**Resolução**

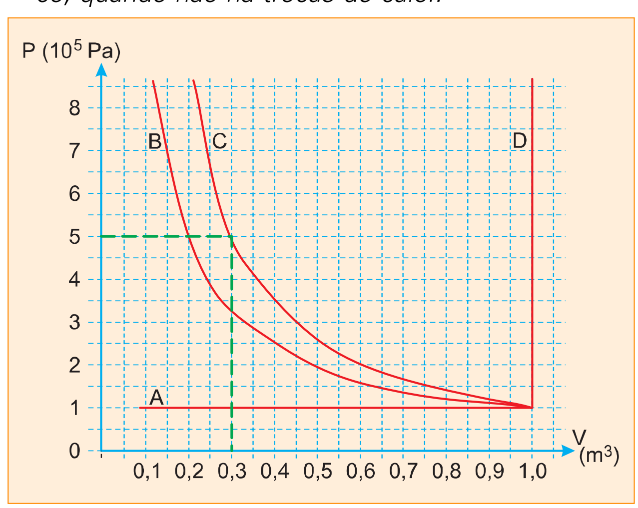
*a) A pressão final do ar é igual à pressão total a 40m de profundidade.*

$$P = P_{atm} + \mu\, g\, h$$

$$P = 1 \cdot 10^5 + 1000 \cdot 10 \cdot 40 \ \ (Pa)$$

$$\boxed{P = 5 \cdot 10^5 \text{ Pa}}$$

*b) A situação descrita corresponde à curva C do gráfico, quando não há trocas de calor.*




*No gráfico, notamos que na pressão de $5 \cdot 10^5$ Pa, cada 1m³ de ar original (a $1 \cdot 10^5$ Pa de pressão) ocupa um volume de 0,3m³. Assim, o volume original 6,0m³ de ar está, no final, confinado a um volume igual a 1,8m³.*

*Portanto, a 40m de profundidade, temos:*

$$V = A \,.\, H$$

$$1{,}8 = 3{,}0 \,.\, H$$

$$\boxed{H = 0{,}6m}$$

*c) Usando-se a Lei Geral dos Gases, vem:*

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

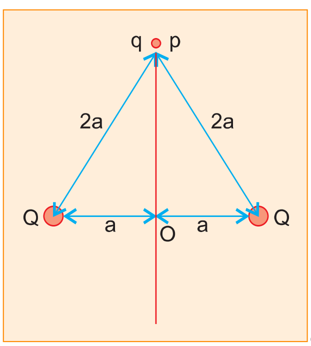
$$\frac{1 \,.\, 10^5 \,.\, 6{,}0}{(27 + 273)} = \frac{5 \,.\, 10^5 \,.\, 1{,}8}{T_2}$$

$$T_2 = 450K = 177°C$$

$$\boxed{T_2 = 177°C}$$

**Respostas:** *a) $5 \,.\, 10^5$ Pa*
*b) 0,6m*
*c) 177°C*

## 9




Duas pequenas esferas, com cargas positivas e iguais a **Q**, encontram-se fixas sobre um plano, separadas por uma distância 2a. Sobre esse mesmo plano, no ponto P, a uma distância 2a de cada uma das esferas, é abandonada uma partícula com massa **m** e carga **q** negativa. Desconsidere o campo gravitacional e efeitos não eletrostáticos. Determine, em função de **Q**, **K**, **q**, **m** e **a**,

a) A diferença de potencial eletrostático $\mathbf{V} = \mathbf{V_0} - \mathbf{V_p}$, entre os pontos O e P.

b) A velocidade **v** com que a partícula passa por O.

c) A distância máxima $\mathbf{D_{max}}$, que a partícula consegue afastar-se de **P**. Se essa distância for muito grande, escreva $\mathbf{D_{max}}$ = infinito.

> A força F entre duas cargas $Q_1$ e $Q_2$ é dada por $F = K\, Q_1 \,.\, Q_2/r^2$ onde r é a distância entre as cargas.
> O potencial V criado por uma carga Q, em um ponto P, a uma distância r da carga, é dado por: $V = K\, Q/r$.

**Resolução**

*a) Para o cálculo da diferença de potencial entre os pontos O e P vamos apenas considerar o campo elétrico gerado pelas duas cargas Q.*

*Potencial resultante no ponto O:*

$$V_O = \frac{KQ}{a} + \frac{KQ}{a} = \frac{2KQ}{a}$$

*Potencial resultante no ponto P:*

$$V_P = \frac{KQ}{2a} + \frac{KQ}{2a} = \frac{2KQ}{2a} = \frac{KQ}{a}$$

*Diferença de potencial entre O e P*

$$V = V_O - V_P \Rightarrow V = \frac{2KQ}{a} - \frac{KQ}{a}$$

$$\boxed{V = \frac{KQ}{a}}$$

*b) O trabalho da força elétrica para deslocar a carga q de P a O, vale:*

$$\tau_{PO} = q(V_P - V_O) = -\, q(V_O - V_P) \Rightarrow \tau_{PO} = \frac{-\,KQq}{a}$$

*Usemos o teorema da energia cinética:*

$$\tau_{PO} = E_{cin_O} - E_{cin_P}$$

$$\frac{-KQq}{a} = \frac{m \,.\, v_O^2}{2} - \frac{m \,.\, v_P^2}{2}$$

*(Observação: $v = v_O$)*

*Sendo nula a velocidade inicial em P:*

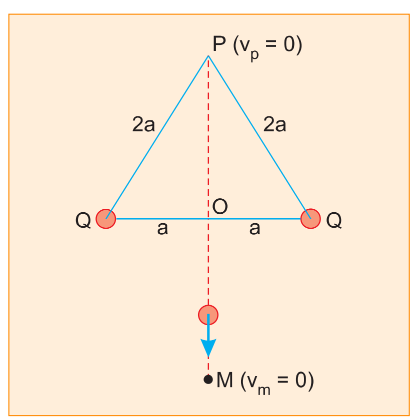
$$\frac{-K \,.\, Q \,.\, q}{a} = \frac{m \,.\, v^2}{2} - 0$$

$$v^2 = \frac{-\,2\,KQq}{am} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{-\,2KQq}{a\,m}}}$$

*Observemos que a expressão contida no radicando é positiva, pois $q < 0$ e $Q > 0$.*

*c) A máxima distância atingida pela carga q ocorre quando sua energia cinética se anular. Seja M o ponto onde isso ocorre.*

*Sendo:* $\tau_{PM} = Ecin_M - Ecin_P$
*concluímos que $\tau_{PM} = O$.*




*Como $\tau_{PM} = q(V_P - V_M)$, decorre que $V_P = V_M$. Isso nos leva a concluir que há uma simetria entre os pontos P e M em relação à reta das cargas Q e Q.*

$$\overline{PO}^2 = (2a)^2 - (a)^2 = 3a^2$$

$$\overline{PO} = \sqrt{3}\ a$$

Então: $\overline{PM} = 2\overline{PO} \Rightarrow \boxed{\overline{PM} = 2a\sqrt{3}}$

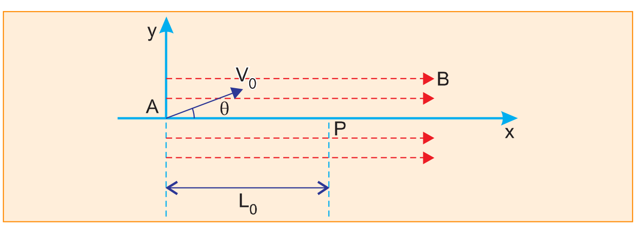
*Respostas:* a) $V = \dfrac{KQ}{a}$

b) $v = \sqrt{\dfrac{-2KQq}{a\ m}}$

c) $D_{max} = 2a\sqrt{3}$

## 10

Um próton de massa $M \cong 1{,}6 \times 10^{-27}$ kg, com carga elétrica $Q = 1{,}6 \times 10^{-19}$C, é lançado em A, com velocidade $V_0$, em uma região onde atua um campo magnético uniforme B, na direcão x. A velocidade $V_0$, que forma um ângulo $\theta$ com o eixo x, tem componentes $V_{0x} = 4{,}0 \times 10^6$ m/s e $V_{0y} = 3{,}0 \times 10^6$ m/s. O próton descreve um movimento em forma de hélice, voltando a cruzar o eixo x, em P, com a mesma velocidade inicial, a uma distância $L_0 = 12$ m do ponto A. Desconsiderando a acão do campo gravitacional e utilizando $\pi \cong 3$, determine:




a) O intervalo de tempo $\Delta t$, em s, que o próton leva para ir de A a P.
b) O raio R, em m, do cilindro que contém a trajetória em hélice do próton.
c) A intensidade do campo magnético B, em tesla, que provoca esse movimento.

> Uma partícula com carga Q, que se move em um campo B, com velocidade V, fica sujeita a uma força de intensidade $F = QxV_n$ x B, normal ao plano formado por B e $V_n$ sendo $V_n$ a componente da velocidade V normal a B.

### Resolução

*a) O movimento resultante do próton é a composição de um movimento circular uniforme de velocidade $V_{0y}$ com um movimento retilíneo e uniforme de velocidade $V_{0x}$.*

$$\text{De } V_{0x} = \frac{L_0}{\Delta t}, \text{ vem:}$$

$$4{,}0 \cdot 10^6 = \frac{12}{\Delta t}$$

$$\boxed{\Delta t = 3{,}0 \cdot 10^{-6} s}$$

*b) No mesmo intervalo de tempo $\Delta t$ anteriormente calculado, o próton descreve uma circunferência de raio R, com velocidade $V_{0y}$:*

$$\text{De } V_{0y} = \frac{2\pi R}{\Delta t}, \text{ vem:}$$

$$3{,}0 \cdot 10^6 = \frac{2 \cdot 3 \cdot R}{3{,}0 \cdot 10^{-6}}$$

$$\boxed{R = 1{,}5\ m}$$

*c) No movimento circular, uniforme a força magnética é centrípeta:*

$$F_m = F_{cp}$$

$$Q \cdot V_{0y} \cdot B = m \cdot \frac{V_{0y}^2}{R}$$

$$B = \frac{m \cdot V_{0y}}{Q \cdot R}$$

$$B = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-27} \cdot 3{,}0 \cdot 10^6}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}5} (T)$$

$$\boxed{B = 2{,}0 \cdot 10^{-2}\ T}$$

***Respostas:*** *a) $3{,}0 \cdot 10^{-6}$s*
*b) 1,5 m*
*c) $2{,}0 \cdot 10^{-2}$ T*

### Comentário

*A prova de Física da 2ª fase da Fuvest apresentou um nível adequado aos alunos que necessitam desta disciplina em suas futuras carreiras. Abordando praticamente toda Física lecionada no curso colegial, a prova apresentou questões com formulações inéditas e muito bem elaboradas. Esta prova não surpreendeu o aluno bem preparado.*