Limites: Gabarito e Resoluções

Sumário

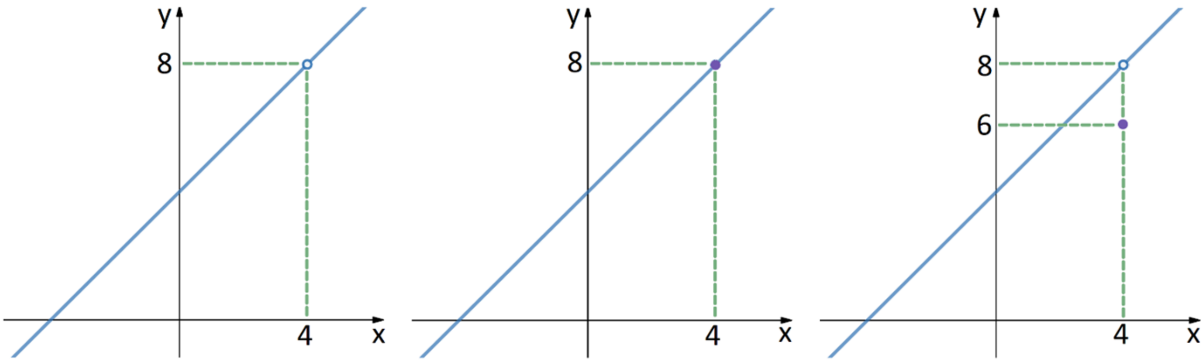
1.1 *Questões para casa*

1.1.1 *Limites Triviais ou Imediatos*

a) Quando já se tem o gráfico ou quando ele é facilmente esboçável

1) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 3$; $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 2$; $\lim_{x\to 5^-} f(x) = 3$; $\lim_{x\to 5^+} f(x) = 3$; $f(2) = 1$; $f(5) = 2$

2) *A associação correta é a que segue abaixo: cada função está abaixo do seu respectivo gráfico.*



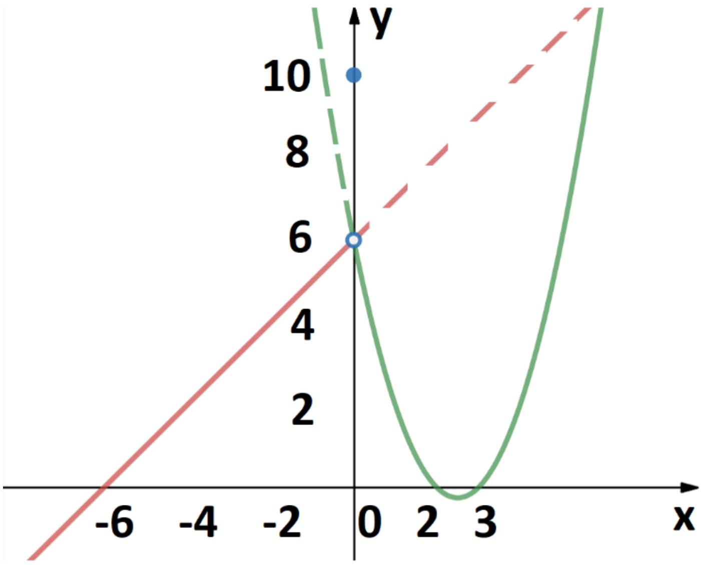
$$a)\ h(x) = y = \frac{x^2-16}{x-4}, \quad g(x) = \begin{cases} y = \dfrac{x^2-16}{x-4}, x \neq 4 \\ y = 8, \ \ x = 4 \end{cases}, \quad f(x) = \begin{cases} y = \dfrac{x^2-16}{x-4}, x \neq 4 \\ y = 6, \ \ x = 4 \end{cases}$$

$$b)\ \lim_{x\to 4} h(x) = \lim_{x\to 4} g(x) = \lim_{x\to 4} f(x) = 8$$

$c)$ *Domínios Máximos: de h é $R - \{4\}$, de g é R, de f é R*
h é contínua em seu domínio, mas descontínua nos Reais quando $x = 4$
(lembre – se de que aqui o 4 não pertence ao domínio de h)
g é contínua em $x = 4$
f é descontínua em seu domínio quando $x = 4$

3) *Dada a função:*

$$f(x) = \begin{cases} y = x + 6, x < 0 \\ y = 10, \ \ x = 0 \\ y = x^2 - 5x + 6, x > 0 \end{cases}$$



$a)\ f(-6) = 0$, $f(0) = 10$,

$f(2) = 0$ *e* $f(3) = 0$

$b)$ *O Gráfico está desenhado ao lado*

(Desconsidere as linhas tracejadas)

$c)\ \lim_{x\to 0^-} f(x) = 6$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 6$

e $\lim_{x\to 0} f(x) = 6$

b) ***Funções Contínuas***

Para calcular o Limite L basta calcular $f(a)$:

*Uma **função** $\boldsymbol{f(x)}$ é contínua no **ponto** $\boldsymbol{(a, L)}$ se* $\boldsymbol{\lim_{x \to a} f(x) = f(a) = L}$

4) $\lim_{x \to 5}(2) = 2$

5) $\lim_{\Delta x \to 0}(x^5 - x^3) = x^5 - x^3$

$(pois\ x^5 - x^3\ independe\ do\ valor\ \Delta x)$ $\boldsymbol{(IMPORTANTÍSSIMO)}$

6) $\lim_{x \to -1}(x^2 - 2x + 2) = (-1)^2 - 2.(-1) + 2 = \mathbf{5}$

7) $\lim_{x \to 1}\left(5x^3 + \frac{3}{x} + \sqrt[7]{x^{-8} + 9x - 9} + \frac{x^3 - 9}{-x^5 + 5}\right) = 5.1^3 + \frac{3}{1} + \sqrt[7]{1 + 9.1 - 9} + \frac{1 - 9}{-1 + 5} =$

$= 5 + 3 + 1 - 2 = \mathbf{7}$

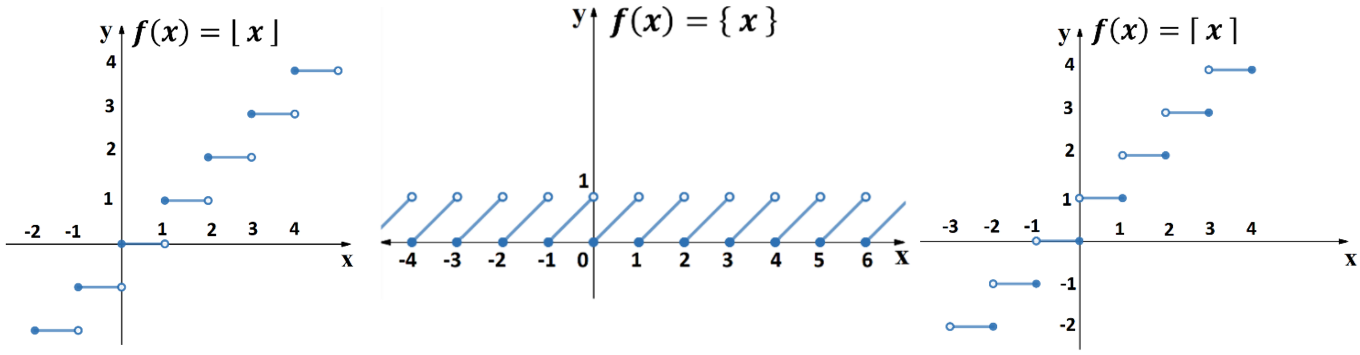
8) $\lim_{x \to \pi}\left(\frac{ln(x)sen(x)}{x^2} + 3^{log_7 x}\right) = \frac{ln(\pi)sen(\pi)}{\pi^2} + 3^{log_7 \pi} = \frac{ln(\pi).0}{\pi^2} + 3^{log_7 \pi} = \boldsymbol{3^{log_7 \pi}}$

9) $\lim_{x \to 0}\left(\frac{tg(x) + sec(x) + ctg\left(x + \frac{\pi}{4}\right)}{sen(x) + cos(x) + csc\left(x + \frac{\pi}{2}\right)}\right) = \frac{tg(0) + sec(0) + ctg\left(0 + \frac{\pi}{4}\right)}{sen(0) + cos(0) + csc\left(0 + \frac{\pi}{2}\right)} = \frac{0 + 1 + 1}{0 + 1 + 1} = \frac{2}{2} = \mathbf{1}$

10) $\boldsymbol{\lim_{x \to \frac{\pi}{3}}\left([cos(x)]^{sen(x)}\right) = \left[cos\left(\frac{\pi}{3}\right)\right]^{sen\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}}$

Funções Descontínuas em seus Domínios

11)



12)

$1^{\underline{a}}$ *Parte: cálculo dos limites pedidos pela esquerda:*

$\lim_{x \to -1^-} \lfloor x \rfloor = -2$	$\lim_{x \to -1^-} \{ x \} = 1$	$\lim_{x \to -1^-} \lceil x \rceil = -1$
$\lim_{x \to 0^-} \lfloor x \rfloor = -1$	$\lim_{x \to 0^-} \{ x \} = 1$	$\lim_{x \to 0^-} \lceil x \rceil = 0$
$\lim_{x \to 1^-} \lfloor x \rfloor = 0$	$\lim_{x \to 1^-} \{ x \} = 1$	$\lim_{x \to 1^-} \lceil x \rceil = 1$
$\lim_{x \to -n^-} \lfloor x \rfloor = -n - 1$	$\lim_{x \to -n^-} \{ x \} = 1$	$\lim_{x \to -n^-} \lceil x \rceil = -n$
$\lim_{x \to n^-} \lfloor x \rfloor = n - 1$	$\lim_{x \to n^-} \{ x \} = 1$	$\lim_{x \to n^-} \lceil x \rceil = n$
$\lim_{x \to (-2{,}3)^-} \lfloor x \rfloor = -3$	$\lim_{x \to (-2{,}3)^-} \{ x \} = 0{,}7$	$\lim_{x \to (-2{,}3)^-} \lceil x \rceil = -2$
$\lim_{x \to (2{,}3)^-} \lfloor x \rfloor = 2$	$\lim_{x \to (2{,}3)^-} \{ x \} = 0{,}3$	$\lim_{x \to (2{,}3)^-} \lceil x \rceil = 3$
$\lim_{x \to (-n+q)^-} \lfloor x \rfloor = -n$	$\lim_{x \to (-n+q)^-} \{ x \} = q$	$\lim_{x \to (-n+q)^-} \lceil x \rceil = -n + 1$
$\lim_{x \to (n+q)^-} \lfloor x \rfloor = n$	$\lim_{x \to (n+q)^-} \{ x \} = q$	$\lim_{x \to (n+q)^-} \lceil x \rceil = n + 1$

$\lim_{x \to -1^+} \lfloor x \rfloor = -1$	$\lim_{x \to -1^+} \{ x \} = 0$	$\lim_{x \to -1^+} \lceil x \rceil = 0$
$\lim_{x \to 0^+} \lfloor x \rfloor = 0$	$\lim_{x \to 0^+} \{ x \} = 0$	$\lim_{x \to 0^+} \lceil x \rceil = 1$
$\lim_{x \to 1^+} \lfloor x \rfloor = 1$	$\lim_{x \to 1^+} \{ x \} = 0$	$\lim_{x \to 1^+} \lceil x \rceil = 2$
$\lim_{x \to -n^+} \lfloor x \rfloor = -n$	$\lim_{x \to -n^+} \{ x \} = 0$	$\lim_{x \to -n^+} \lceil x \rceil = -n + 1$
$\lim_{x \to n^+} \lfloor x \rfloor = n$	$\lim_{x \to n^+} \{ x \} = 0$	$\lim_{x \to n^+} \lceil x \rceil = n + 1$
$\lim_{x \to (-2{,}3)^+} \lfloor x \rfloor = -3$	$\lim_{x \to (-2{,}3)^+} \{ x \} = 0{,}7$	$\lim_{x \to (-2{,}3)^+} \lceil x \rceil = -2$
$\lim_{x \to (2{,}3)^+} \lfloor x \rfloor = 2$	$\lim_{x \to (2{,}3)^+} \{ x \} = 0{,}3$	$\lim_{x \to (2{,}3)^+} \lceil x \rceil = 3$
$\lim_{x \to (-n+q)^+} \lfloor x \rfloor = -n$	$\lim_{x \to (-n+q)^+} \{ x \} = q$	$\lim_{x \to (-n+q)^+} \lceil x \rceil = -n + 1$
$\lim_{x \to (n+q)^+} \lfloor x \rfloor = n$	$\lim_{x \to (n+q)^+} \{ x \} = q$	$\lim_{x \to (n+q)^+} \lceil x \rceil = n + 1$

Perceba que, nas funções anteriores, dentre as abscissas fornecidas, somente as abscissas $(-2,3\ ;\ 2,3\ ;\ -n+q\ ;\ n+q)$ admitem limite bilateral.
Pois, somente nestas abscissas, o Limite à Esquerda coincide com o Limite à Direita!

1.1.2 *Limites Não – Imediatos*

a) *Técnicas Algébricas Básicas*

Questões Clássicas:

13) $\mathbf{10}$

14) $\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\sqrt{7}}}$

15) $\dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$

16) $\mathbf{3x^2}$

17) $\mathbf{2.8+\frac{1}{2.\sqrt{19}}+\frac{4}{3}+4x^3=16+\frac{1}{2\sqrt{19}}+\frac{3}{4}+4x^3}$

b) *Limites Inexistentes*

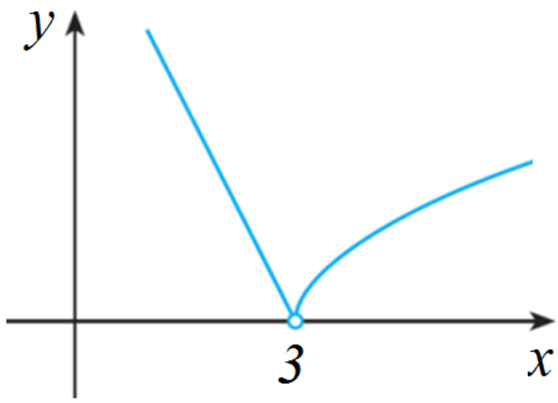
18) (V) $x=3$ ***não pertence ao domínio da função*** y.

19) (V) $y=0$ ***não pertence à imagem da função*** y, ***pois*** 3 ***não pertence ao domínio***.

20) (F) 0 ***pode pertencer ao contradomínio da função*** y, (***apesar de*** 0 ***não pertencer à imagem***).

21) (F) $\lim\limits_{x\to 3}(y)$ ***existe e vale*** 0.

22) (F) ***Apesar do limite bilateral em torno*** 3 ***existir e valer*** 0, ***a função*** y ***é descontínua no ponto*** $(0,3)$.



23) (F) *O seguinte Limite* ***Bilateral*** *não existe,* ***NEM*** *pode ser escrito como:* $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}\right)=+\infty$

24) (V) *O seguinte Limite Bilateral* ***não existe***, *mas* ***possui a representação***: $\lim\limits_{x\to 2}\left(\frac{1}{(x-2)^2}\right)=+\infty$

25) (V) $y=4$ é ***uma Assíntota Horizontal de*** f, *pois*:

$$\lim_{x\to\pm\infty}(f(x))=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{1}{x^2-4}-4\left(\frac{2x^3-3}{-2x^3+5}\right)\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{1}{x^2-4}\right)+\lim_{x\to\pm\infty}\left(-4\left(\frac{2x^3}{-2x^3}\right)\right)=0+4=4$$

26) (V) ***Não faz sentido escrever***: $\lim\limits_{x\to\infty^-}\left(\frac{1}{x^2-4}\right)=0$ *nem* $\lim\limits_{x\to\infty^+}\left(\frac{1}{x^2-4}\right)=0$

27) (V) ***Os seguintes limites existem***: $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{1}{x^2-4}\right)=0$ *e* $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x^2-4}\right)=0$

28) (F) É *verdade que*: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}(sen(x))\nexists$ ***e que*** $\lim\limits_{x\to 0}\left(sen\left(\frac{1}{x}\right)\right)\nexists$ ***e que*** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(sen\left(\frac{1}{x}\right)\right)=0$

29) (F) É ***verdade*** *que*: $\lim\limits_{x\to 0}(\cos(x))=1$ *e* $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(cos\left(\frac{1}{x}\right)\right)=1$

30) (F) *A forma correta de calcular é esta*: $\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{1}{t^2-1}-\frac{1}{t(t^2-1)}\right)=\lim\limits_{x\to 1}\left(\frac{t}{t(t^2-1)}-\frac{1}{t(t^2-1)}\right)=$

$$=\lim_{x\to 1}\left(\frac{t-1}{t(t-1)(t+1)}\right)=\lim_{x\to 1}\left(\frac{1}{t(t+1)}\right)=\frac{1}{1.2}=\frac{1}{2}$$

c) Assíntotas

Calcule os limites e identifique se eles representam Assíntotas Horizontais ou Verticais

31) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3+5}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x)=+\infty$ (*Não determina nenhum tipo de Assíntota*)

32) $\lim\limits_{x\to2}\left(\frac{x^2+5x+9}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to2}\left(\frac{2^2+5(2)+9}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to2}\left(\frac{23}{x^2-4}\right)\nexists,$

pois: $\lim\limits_{x\to2^-}\left(\frac{23}{x^2-4}\right)=-\infty$ *e* $\lim\limits_{x\to2^+}\left(\frac{23}{x^2-4}\right)=+\infty$ (*mas*, $x=2$ é *uma Assíntota Vertical*)

33) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x-7}{x^2-4}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{x^2}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{x}\right)=0$ ($y=0$ é *uma Assíntota Horizontal*)

34) $\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{x^4+5}}{\sqrt[3]{x^2+9}}=\lim\limits_{x\to0}\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{9}}=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{9}}$ (*Não determina nenhum tipo de Assíntota*)

35) $\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{x^3+2x^2}{x^5-3x^3}\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{2x^2}{-3x^3}\right)=\lim\limits_{x\to0^+}\left(\frac{2}{-3x}\right)=-\infty$ ($x=0$ é *uma Assíntota Vertical*)

36) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[8]{x^8+25}}{\sqrt[6]{x^{18}+9}}.2x^2=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{x^3}.2x^2\right)=2$ ($y=2$ é *uma Assíntota Horizontal*)

37) ***Para conseguir resolver esta soma de limites de cabeça e em menos de 10 segundos, é necessário que o aluno consiga olhar para a 1ª linha abaixo e já consiga enxergar, de cara, a 3ª linha!!***

$$\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{7x^{39}-5x^4+8}{5x^{41}+3x^{15}+x^5}\right)+\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{9x^{77}+\sqrt{\pi}.x^{19}}{3x^{77}-\sqrt[7]{e}}\right)+\lim_{x\to0}\left(\frac{7x^{109}-\pi^5}{5x^{108}+\pi^5}\right)+\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{6x^{79}-6}{2x^{77}+x^{38}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{7x^{39}}{5x^{41}}\right)+\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{9x^{77}}{3x^{77}}\right)+\lim_{x\to0}\left(\frac{-\pi^5}{+\pi^5}\right)+\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{6x^{79}}{2x^{77}}\right)=$$

$$=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{7}{5x^2}\right)+\lim_{x\to+\infty}(3)+\lim_{x\to0}(-1)+\lim_{x\to+\infty}(3x^2)=0+3-1+\infty=+\infty$$

d) Limites Fundamentais

38) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[xsen\left(\frac{1}{x}\right)\right]=1$

39) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[xtg\left(\frac{1}{x}\right)\right]=1$

40) $\lim\limits_{t\to+\infty}(1+t)^{\frac{1}{t}}=1$

41) $\lim\limits_{k\to0^+}\left(1+\frac{1}{k}\right)^k=1$

42) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x}{sen\left(\frac{1}{x}\right)}\right)=+\infty$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x}{sen\left(\frac{1}{x}\right)}\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{\frac{x}{\left(\frac{1}{x}\right)}}{\frac{sen\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(\frac{1}{x}\right)}}\right)=\lim_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x^2}{\frac{sen\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(\frac{1}{x}\right)}}\right)=\left(\frac{\lim\limits_{x\to\pm\infty}x^2}{\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{sen\left(\frac{1}{x}\right)}{\left(\frac{1}{x}\right)}}\right)=\frac{+\infty}{1}=+\infty$$

43) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[cos\left(\frac{1}{x}\right)\right]=1$

44) $\lim\limits_{u\to0}(1+u)^{\frac{1}{u}}=e$

45) $\lim\limits_{v\to\pm\infty}\left(1+\frac{1}{v}\right)^v=e$

46) $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to0}(1+u)^{\frac{1}{u}}=(1+u)^{\frac{1}{u}}}$ ***(Atenção ao Limitante $x\neq u$)***

47) $\boldsymbol{\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{7^x-1}{x}\right)+\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{\left(\frac{1}{e}\right)^x-1}{x}\right)+\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{x}{7^x-1}\right)=\overbrace{\ln 7+\ln e^{-1}}+\frac{1}{\ln 7}=\overbrace{\ln\left(\frac{7}{e}\right)}+\frac{1}{\ln 7}}$

1.2 Teoremas

48) C 49) C 50) C 51) C 52) C

53) $E, pois\ \lim_{x\to 0} log_{10}(x) \nexists$, $porém\ perceba\ que\ \lim_{x\to 0^+} log_{10}(x) = -\infty$

54) $E,\ pois\ \lim_{x\to \frac{\pi}{2}} \left[\frac{sen(x)}{cos(x)}\right] \nexists,\ todavia\ \lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^-} \left[\frac{sen(x)}{cos(x)}\right] = +\infty\ e\ \lim_{x\to\left(\frac{\pi}{2}\right)^+} \left[\frac{sen(x)}{cos(x)}\right] = -\infty$

55) C

56) $E\ (Temos\ aqui\ uma\ indeterminação\ que\ poderia\ ser\ dissolvida\ por\ l'Hospital)$

57) $E\ (Temos\ aqui\ um\ Limite\ Indeterminado)$

58) $E\ (Temos\ aqui\ um\ Limite\ Indeterminado)$

59) $C\ (Como\ este\ limite\ L\ cresce\ indefinidamente\ com\ o\ aumentar\ do\ x, ele\ é\ chamado$

$de\ inexistente.\ Porém, a\ seguinte\ notação\ é\ aceita\ L = +\infty)$

60) $Sabendo\ que\ -1 \leq sen\left(\frac{1}{x^2}\right) \leq +1\ e, sabendo\ que\ x^2 > 0, temos: -x^2 \leq x^2.sen\left(\frac{1}{x^2}\right) \leq x^2$

$Calculando\ os\ limites:\ \lim_{x\to 0} -x^2 = 0\ \ e\ \ \lim_{x\to 0} x^2 = 0, daí:\ \lim_{x\to 0} x^2 sen\left(\frac{1}{x^2}\right) = 0$

61) $Se\ \lim_{x\to a^-} f(x) = \lim_{x\to a^+} f(x) = L\ \ e\ f(a) = L\ então\ a\ função\ f\ é\ contínua\ no\ ponto\ a?$

$Verdade: essa\ é\ a\ própria\ definição\ de\ continuidadade\ em\ um\ ponto.$

62) $Considerando\ a\ Função\ Parte\ Inteira\ de\ x, temos:$

$a)\ (F)\ Esta\ Função\ é\ Descontínua\ à\ esqueda\ do\ 0$

$b)\ (V)\ Esta\ Função\ é\ Contínua\ à\ Direita\ do\ 0$

$c)\ (F)\ Esta\ Função\ é\ Descontínua\ no\ Intervalo\ [-1{,}0]$

$d)\ (V)\ Esta\ Função\ é\ Contínua\ no\ Intervalo\ [0, 1)$

63) $i)\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+9}-\sqrt{9}}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+9}-\sqrt{9}}{x}\right)\left(\frac{\sqrt{x+9}+\sqrt{9}}{\sqrt{x+9}+\sqrt{9}}\right) = \lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{x\left(\sqrt{x+9}+\sqrt{9}\right)}\right)$

$$= \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sqrt{x+9}+\sqrt{9}}\right) = \frac{1}{\sqrt{0+9}+\sqrt{9}} = \frac{1}{2\sqrt{9}} = \frac{1}{2.3} \to \lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\sqrt{x+9}+\sqrt{9}}\right) = \frac{1}{6}$$

$ii)\ Para\ que\ f\ seja\ contínua, devemos\ ter:\ \lim_{x\to 0}\left(\frac{\sqrt{x+9}-\sqrt{9}}{x}\right) = \frac{k}{12}, ou\ seja:\ \frac{1}{6} = \frac{k}{12} \to k = 2$

1.3 Revisão Final

Agora vamos calcular os seguintes limites mesmo sem esboçar os gráficos:

Neste Momento iremos aplicar a Propriedade: O Limite da Soma é a Soma dos Limites!

64) $\lim\limits_{x\to 0^-}\left(x+|x|+\frac{|x|}{x}+sgn(x)\right)+\lim\limits_{x\to 0^+}\left(x+|x|+\frac{|x|}{x}+sgn(x)\right)=$
$= \mathbf{(0+0-1-1)} + \mathbf{(0+0+1+1)} = \mathbf{0}$

65) $\lim\limits_{x\to(-40)^-}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) + \lim\limits_{x\to(40)^+}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) =$
$= \mathbf{(-41+1-40)} + \mathbf{(40+0+41)} = \mathbf{1}$

66) $\lim\limits_{x\to(-40)^+}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) + \lim\limits_{x\to(40)^-}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) =$
$= \mathbf{(-40+0-39)} + \mathbf{(39+1+40)} = \mathbf{1}$

67) $\lim\limits_{x\to(-39,3)^-}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) + \lim\limits_{x\to(39,3)^+}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) =$
$= \mathbf{(-40+0,7-39)} + \mathbf{(39+0,3+40)} = \mathbf{1}$

68) $\lim\limits_{x\to(-39,3)^+}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) + \lim\limits_{x\to(39,3)^-}(\lfloor x\rfloor+\{x\}+\lceil x\rceil) =$
$= \mathbf{(-40+0,7-39)} + \mathbf{(39+0,3+40)} = \mathbf{1}$

69) $i)$ *Sabendo que* $-\mathbf{1}\le \mathbf{sen}\left(\frac{1}{x^5}\right)\le +\mathbf{1}$ *e, considerando* $\boldsymbol{x}>\mathbf{0}$, *temos*: $-\boldsymbol{x^3}\le \mathbf{x^3 sen}\left(\frac{1}{x^5}\right)\le \boldsymbol{x^3}$

$ii)$ *Calculando os limites à direita do* 0: $\lim\limits_{x\to 0^+} -x^3 = 0$ *e* $\lim\limits_{x\to 0^+} x^3 = 0$, *daí*:

Pelo Teorema do Confronto: $\lim\limits_{x\to 0^+} x^3 sen\left(\frac{1}{x^5}\right) = 0$

$iii)$ ***Considerando agora*** $\boldsymbol{x}<\mathbf{0}$, *temos*: $-\boldsymbol{x^3}\ge \lim\limits_{x\to 0^+} x^3 sen\left(\frac{1}{x^5}\right)\ge \boldsymbol{x^3}$

$iv)$ *Calculando os limites à esquerda do* 0: $\lim\limits_{x\to 0^-} -x^3 = 0$ *e* $\lim\limits_{x\to 0^-} x^3 = 0$, *daí*:

Pelo Teorema do Confronto: $\lim\limits_{x\to 0^-} x^3 sen\left(\frac{1}{x^5}\right) = 0$

Daí, como: $\lim\limits_{x\to 0^-} x^3 sen\left(\frac{1}{x^5}\right) = \lim\limits_{x\to 0^+} x^3 sen\left(\frac{1}{x^5}\right) = \mathbf{0}$, *temos que*: $\lim\limits_{x\to 0} x^3 sen\left(\frac{1}{x^5}\right) = \mathbf{0}$

70) *Se* $\boldsymbol{P(x)} = \boldsymbol{x^3} - \mathbf{1,5}\boldsymbol{x^2} - \mathbf{0,25}\boldsymbol{x} + \mathbf{0,375}$, *então*:

$P(-1) = (-1)^3 - 1{,}5(-1)^2 - 0{,}25(-1) + 0{,}375 = -1 - 1{,}5 + 0{,}25 + 0{,}375 < \mathbf{0}$

$P(0) = (0)^3 - 1{,}5(0)^2 - 0{,}25(0) + 0{,}375 = 0 + 0 + 0 + 0{,}375 > \mathbf{0}$

$P(1) = (1)^3 - 1{,}5(1)^2 - 0{,}25(1) + 0{,}375 = 1 - 1{,}5 - 0{,}25 + 0{,}375 < \mathbf{0}$

$P(2) = (2)^3 - 1{,}5(2)^2 - 0{,}25(2) + 0{,}375 = 8 - 6 - 0{,}5 + 0{,}375 > \mathbf{0}$

$\boldsymbol{Pelo\ Teorema\ do\ Valor\ Intermedi\acute{a}rio\ e, sabendo\ que\ P(x)\ \acute{e}\ do\ 3^{\underline{o}}\ e\ que, portanto,}$

$\boldsymbol{possui\ 3\ ra\acute{i}zes, devemos\ ter\ obrigatoriamente\ 1\ raiz\ real\ em\ cada\ intervalo:}$

$$\boldsymbol{(-1,0),(0,1),(1,2)}$$

71) $\boldsymbol{N\tilde{a}o\ existe\ tal\ Limite\ Bilateral.}$

72) $-\infty$ 73) $+\infty$ 74) $\boldsymbol{\frac{8}{5}}$ 75) $\boldsymbol{0}$ 76) $+\infty$

77) $\boldsymbol{t=5\ ou\ t=7\ e\ w=8\ ou\ w=9}$

78) $\boldsymbol{0+4-1-\infty=-\infty}$

79) $\boldsymbol{0-0-1+1-1-1+0=-2}$

80) $\boldsymbol{0+0+\infty=+\infty}$

Qualquer dúvida, perguntem no nosso Grupo Exclusivo do Telegram!!