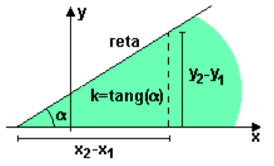
ESTUDO ANALÍTICO DA RETA

Na Geometria Euclidiana, dados dois pontos $P_1=(x_1,y_1)$ e $P_2=(x_2,y_2)$ no plano cartesiano, existe uma única reta que passa por esses pontos. Para a determinação da equação de uma reta existe a necessidade de duas informações e dois conceitos importantes são: o coeficiente angular da reta e o coeficiente linear da reta.

Define-se como coeficiente angular da reta o valor obtido calculando a tangente do ângulo

de inclinação.



.

Determinação do coeficiente angular

1º caso : Com 2 pontos distintos

Tg $\alpha = y_2 - y_1 / x_2 - x_1$

2º caso: com ângulo de inclinação

$M_1 = \text{tg } \alpha$

3º caso: equação da reta

Dada a reta (t) de equação ax +bx+c = 0 com b≠0, $m_1 = -\frac{a}{b}$

IPC: Se o ângulo está no primeiro quadrante ou no terceiro quadrante, o sinal do coeficiente angular é positivo e se o ângulo está no segundo quadrante ou no quarto quadrante, o sinal do coeficiente angular é negativo.

Coeficiente linear de uma reta: é a ordenada onde a reta corta o eixo das ordenadas.

Equação geral da reta:

Toda reta do plano cartesiano pode ser representada por uma equação de forma

ax + by + c = 0, com a, b e c reais, a e b não nulos simultaneamente

Determinação da equação da reta

1. Por dois pontos distintos

Dado A (x_a,y_a) e B (x_b, y_b)

$$\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

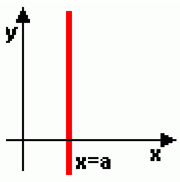
2.Por um ponto e o coeficiente angular

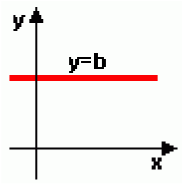
$$m_t = \text{tg}\alpha = \frac{\Delta_y}{\Delta_x} \Rightarrow m_t = \frac{y - y_0}{x - x_0} \Rightarrow$$

$$\underbrace{y - y_0 = m\ (x - x_0)}_{\text{equação fundamental da reta}}$$

Retas horizontais e verticais:

Se uma reta é vertical ela não possui coeficiente linear e coeficiente angular. Assim, a reta é indicada apenas por x=a, a abscissa do ponto onde a reta cortou o eixo OX.





Se uma reta é horizontal, o seu coeficiente angular é nulo e a equação desta reta é dada por y=b, ordenada do ponto onde está reta corta o eixo OY.

Equação reduzida da reta

Toda reta (t : ax + by + c = 0) não vertical pode

ser escrita como abaixo:

t:$y = -\frac{a}{b} - \frac{c}{b}$, em que $-\frac{a}{b}$ representa o coeficiente angular da reta t e $-\frac{c}{b}$ representa o coeficiente linear

Equação segmentária da reta

Toda reta não horizontal e não vertical pode

ser escrita como abaixo.

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$

, em que p e q são os pontos interceptos.

(P representa o ponto de encontro da reta com o eixo x e q representa o ponto de encontro da reta com o eixo y).

Posição entre duas retas

Considere duas retas r e s não verticais, com

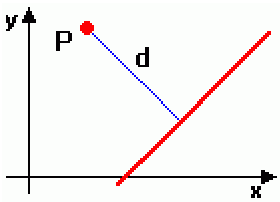
coeficientes angulares, respectivamente, iguais a m_r e m_s .

_ As retas r e s são paralelas quando r $m_r = m_s$
._ As retas são concorrentes quando $m_r \neq m_s$
._ As retas são perpendiculares quando

$M_r . m_s = -1$.

Distância de um ponto a uma reta no plano

Seja um ponto P=(x_o,y_o) e uma reta r no plano definida por ax+by+c=0.



A distância d=d(P,r) do ponto P à reta r pode ser obtida pela fórmula abaixo:

$$d(P,r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Exercícios

1) O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos A = (-1,2) e B = (3,6) é:

a) -1 b)1/2 c)2/3 d) 3 e) 1

2) A equação da reta que passa pelo ponto

(-1,-2) e tem coeficiente angular -1 é:

a) x + y -1 = 0

b) x + y +1 = 0

c) x + y -3 = 0

d) x + y +3 = 0

e) x – y + 3 = 0

3) A equação da reta que passa pelos pontos (2,-3) e (8, 1) é:

a) 2x – 3y – 13 = 0

b) -2x – 3y + 13 = 0

c) 3x – 2y + 13 = 0

d) 2x – 3y + 13 = 0

e) 2x + 3y – 13 = 0

4) A equação da reta suporte do segmento

AB, dados A(7, 11) e B(15, -1), é:

a) 2y-3y -24=0

b) 3y-2x+17=0

c) 3y-2x+7=0

d) 2y+3x -43=0

5) A equação da reta que passa pelo ponto A (3,4) , e cujo coeficiente angular é 1/2, é:

a) x+2y+11=0

b) x-y+11=0

c) 2x-y+10=0

d) x-2y+11=0

6) A equação da reta com coeficiente angular igual a – 4/5 ,e que passa pelo ponto P(2,-5), é:

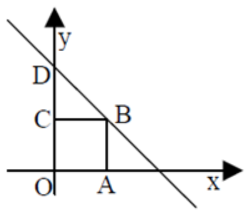
a) 4x+5y+12=0

b) 4x+5y+14=0

c) 4x+5y+17=0

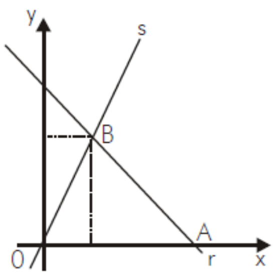
d) 4x+5y+16=0

7) Na figura,OABC é um quadrado de lado 3.Sabendo que o ponto D tem coordenada (0,6), o coeficiente angular da reta r é:



a) -6 b) -4 c) -2 d) -1

8) Na figura abaixo, a reta r tem equação $x+3y-6=0$, e a reta s passa pela origem e tem coeficiente angular 2/ 3.



A área do triângulo OAB, em unidade de área, é igual a:

a) 1   b) 2   c) 3   d) 4   e) 5

9) As retas $2x - y = 3$ e $2x + ay = 5$ são perpendiculares. Então:

a) a = -1   b) a = 1   c) a = -4   d) a = 4

10) Determinar o ponto B simétrico de A(-4; 3) em relação à reta $x + y + 3 = 0$.

a)(-6,1)   b) (-7,2)   c) (4,-3)   d) (6,-1) e) (2,0)

11) Determinar a reta perpendicular à reta de equação $x + 2y - 3 = 0$ no seu ponto de abscissa igual a 5.

a) $2x - y - 11 = 0$

b) $x + y + 1 = 0$

c) $2x + y + 11 = 0$

d) $x + 3y + 3 = 0$

e) $x - y + 3 = 0$

12) Determinar a equação da mediatriz do segmento de extremos A(-3; 1) e B(5; 7).

a) $2x - y - 11 = 0$

b) $4x + 3y - 16 = 0$

c) $4x + 3y + 11 = 0$

d) $4x + 3y + 3 = 0$

e) $x - y + 3 = 0$

13) As retas (r) $2x + 7y = 3$ e (s) $3x - 2y = -8$ se cortam num ponto P. Achar a equação da reta perpendicular a r pelo ponto P.

a) $7x - 2y + 16 = 0$

b) $x - y + 11 = 0$

c) $7x - y + 10 = 0$

d) $x - 2y + 11 = 0$

14) As retas (r)$3x + 2y - 1 = 0$ e (s)$-4x + 6y - 10 = 0$ são:

a) paralelas
b) coincidentes
c) perpendiculares
d) concorrentes e não perpendiculares

15) A equação da reta passando pela origem e paralela à reta determinada pelos pontos A(2; 3) e B(1; -4) é:

a) $y = x$
b) $y = 3x - 4$
c) $x = 7y$
d) $y = 7x$

16) Seja o triângulo de vértices A(1,1) , B(2,3) e C(5,2).A mediatriz do lado AB encontra o eixo das abscissas no ponto de coordenada:

a)(0,11/2) b) (-5/2,0) c) (1/2,0)

d) (-11/2,0) e) (11/2,0)

17) Qual é a distância entre as retas
$3x + 4y - 12 = 0$ e $3x + 4y + 8 = 0$?
a)4 b)5 c)2 d)3 e) 6

18) A medida da altura do triângulo ABC relativa ao lado BC sendo A (3, 5), B (0, -1) e C (4,2) é:
a)3 b)4 c)5 d)6

19) Os vértices de um triângulo são A(2,5), B(0,0) e C (4,-2). A altura desse triângulo, relativa a BC, é:

a)$10\sqrt{5}$ b)$\sqrt{5}/5$ c)$12\sqrt{5}/5$ d)$\sqrt{5}$

20) Seja r a reta que passa pelo ponto (3, 2) e é paralela a reta $x - y + 2 = 0$. Então, a distância do ponto (-3, 0) à reta r é:

a)$\sqrt{2}$ b)$4\sqrt{2}$ c)$\sqrt{2}/2$ d) $2\sqrt{2}$