Professor: Rômulo Garcia
Email: machadogarcia@gmail.com
Conteúdo Programático: Probabilidade

1) Definições

Experimentos Aleatórios:
Experimentos aleatórios são aqueles que não são previsíveis e que repetidos em condições idênticas não produzem sempre o mesmo resultado. A palavra ale significa, em latim, sorte. Iremos realizar um estudo com resultados equiprováveis (aqueles que possuem a mesma chance de ocorrência) em um número finito.

Espaço Amostral:
É o conjunto de todos os possíveis resultados do experimento aleatório. Notaremos o conjunto formado por um espaço amostral de U.

Evento:
É o fato desejado, ou seja, é qualquer subconjunto de um espaço amostral. Notaremos o conjunto formado por um evento de A.
Observação:
É fundamental diante de um problema de probabilidade, identificar, claramente, o que é o espaço amostral e o que vem a ser o evento. E, depois, determinar a quantidade de elementos de cada um deles. Deve-se, em muitos casos, definir de quantas formas podemos determinar o total de elementos do espaço amostral – n(U) – e o total de elementos do evento – n(A).

A Análise Combinatória estará sempre ao lado da Probabilidade!

2) Probabilidade Teórica de um Evento:

A probabilidade de acontecer um evento (A) em um espaço amostral (U) é dado por $P(A) = \frac{n(A)}{n(U)}$, isto é, é a razão entre o total de casos favoráveis e o total de casos possíveis.
Obs.:
$0 \leq P(A) \leq 1$
$P(A) = 0 \Longrightarrow A = \emptyset$
$P(A) = 1 \Longrightarrow A = U$

Exemplos:
1) Uma caixa contém 3 bolas verdes, 4 bolas amarelas e 2 bolas pretas. Duas bolas são retiradas ao acaso e sem reposição. Qual a probabilidade de ambas serem da mesma cor?

n(U): De quantas formas podemos retirar 2 bolas quaisquer de uma caixa que contém 9 bolas (3 bolas verdes, 4 bolas amarelas e 2 bolas pretas)?
n(A): De quantas formas podemos retirar 2 bolas da mesma cor de uma caixa que contém 3 bolas verdes, 4 bolas amarelas e 2 bolas pretas?

Para isso, devemos retirar:

V e V ou A e A ou P e P

$$\frac{3}{9}\cdot\frac{2}{8} + \frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8} + \frac{2}{9}\cdot\frac{1}{8} = \frac{5}{18}$$

Lembre-se que ao retirar uma bola da urna você terá uma a menos nela. Isso é evidente, mas tenha atenção!

2) Retiram-se 3 bolas de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas. Se P_1 é a probabilidade de não sair bola azul e P_2 é a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor, então a alternativa que mais se aproxima de $P_1 + P_2$ é:
a) 0,21 b) 0,25 c) 0,28 d) 0,35 e) 0,40

Do que foi proposto, segue:

Espaço Amostral (U): Retirar 3 bolas de uma urna que contém 16 bolas (4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas).
Isso pode ser feito de $C_{16,\,3}$ modos distintos. Logo, $n(U) = C_{16,\,3} = 16!/3!.13! = 560$.
Cálculo de P_1:
Queremos, inicialmente, determinar a probabilidade de não sair bola azul.
Evento (A_1): Retirar 3 bolas (não pode ser azul) de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas, ou seja, retirar 3 bolas dentre11 bolas (4 bolas verdes e 7 bolas brancas).
Isso pode ser feito de $C_{11,\,3}$ formas diferentes. Logo, $n(A_1) = C_{11,\,3} = 11!/3!.8! = 165$. Assim, temos que $P(A_1) = P_1 = \frac{165}{560} \cong 0{,}295$.

Cálculo de P_2:
Agora, iremos determinar a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor.
Evento (A_2): Retirar 3 bolas da mesma cor de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas, ou seja, retirar 3 bolas verdes, 3 bolas azuis ou 3 bolas brancas dentre 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas.
Podemos fazer isso de $C_{4,\,3} + C_{5,\,3} + C_{7,\,3}$ formas distintas. Logo, $n(A_2) = C_{4,\,3} + C_{5,\,3} + C_{7,\,3} = 4 + 10 + 35 = 49$. Com isso, segue que $P(A_2) = P_2 = \frac{49}{560} \cong 0{,}087$.
Portanto, $P_1 + P_2 \cong 0{,}382$. Alternativa e.

<u>Outro modo:</u>

Cálculo de P_1:
Retirar 3 bolas (não pode ser azul) de uma urna que contém 4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas, ou seja:
Para a 1ª bola são 11casos favoráveis (4 bolas verdes e 7 bolas brancas) em 16 (4 bolas verdes, 5 bolas azuis e 7 bolas brancas), o que nos dá uma probabilidade de 11/16. Para a 2ª bola, visto que uma já foi retirada, temos uma probabilidade de 10/15 e, para a 3ª, uma probabilidade de 9/14. Logo, a probabilidade desejada é dada por $\frac{11}{16}.\frac{10}{15}.\frac{9}{14}$ $\cong 0{,}295$.

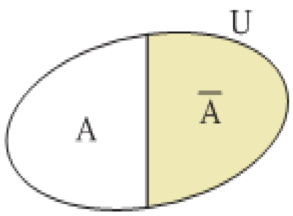
Cálculo de P_2:
Agora, iremos determinar a probabilidade de todas as bolas saírem com a mesma cor.

$$\overset{V}{\frac{4}{16}}.\overset{V}{\frac{3}{15}}.\overset{V}{\frac{2}{14}} \;\overset{ou}{+}\; \overset{A}{\frac{5}{16}}.\overset{A}{\frac{4}{15}}.\overset{A}{\frac{3}{14}} \;\overset{ou}{+}\; \overset{B}{\frac{7}{16}}.\overset{B}{\frac{6}{15}}.\overset{B}{\frac{5}{14}} = 0{,}087$$

Portanto, $P_1 + P_2 \cong 0{,}382$. Alternativa e.

<u>3) Probabilidade de um Evento Complementar</u>

Dado um conjunto U, $U \neq \emptyset$, notaremos como $\bar{A}$ o conjunto complementar ao conjunto A. Assim, temos que a união entre esses dois conjuntos, A e $\bar{A}$, é o conjunto U.



Como $n(U) = n(A) + n(\bar{A})$, dividindo essa equação por n(U), segue $\frac{n(U)}{n(U)} = \frac{n(A)}{n(U)} + \frac{n(\bar{A})}{n(U)}$. Assim, temos que $1 = P(A) + P(\bar{A})$, ou seja, $P(A) = 1 - P(\bar{A})$.

Exemplo:

1) Numa caixa existem 6 canetas pretas, 4 azuis e 3 vermelhas. Se 3 canetas são retiradas ao acaso, e sem reposição, a probabilidade de que pelo menos duas tenham cores distintas é:

a) $\frac{261}{286}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{C8,3}{C13,3}$ d) $1 - \frac{C8,3}{C13,3}$

Do que foi proposto, segue:
Espaço Amostral (U): Retirar 3 canetas de uma caixa que contém 13 canetas (6 canetas pretas, 4 azuis e 3 vermelhas). Isso pode ser feito de $C_{13,\,3}$ modos distintos. Logo, $n(U) = C_{13,\,3} = 286$.

Evento (A): Retirar 3 canetas, pelo menos duas com cores distintas, de uma caixa que contém 6 canetas pretas, 4 azuis e 3 vermelhas.

Evento Complementar ($\bar{A}$): Retirar 3 canetas com cores iguais de uma caixa que contém 6 canetas pretas, 4 azuis e 3 vermelhas, ou seja, deve-se escolher 3 canetas pretas, 3 canetas azuis ou 3 canetas vermelhas de um total de 6 canetas pretas, 4 azuis e 3 vermelhas.
Isso pode ser feito de $C_{6,\,3} + C_{4,\,3} + C_{3,\,3} = 20 + 4 + 1 = 25$ modos distintos. Logo, $n(\bar{A}) = 25$. Com isso, segue que $P(\bar{A}) = \frac{25}{286}$.
Como $P(A) = 1 - P(\bar{A})$ segue que $P(A) = 1 - \frac{25}{286} = \frac{265}{286}$. Alternativa a.

Podemos resolver esse problema de um modo bem mais simples, como nos exemplos anteriores. Utilize, assim como no modo anterior resolvido, o evento complementar. Calcule isso e encontre o mesmo resultado!

4) Probabilidade da União de 2 Eventos

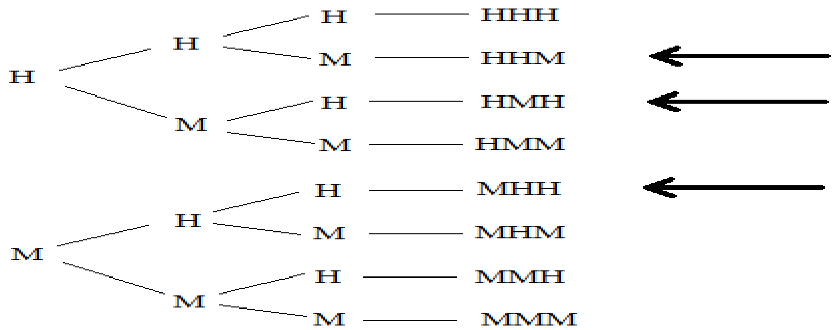
Sendo A e B dois eventos, segue que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Quando $A \cup B = \varnothing$, temos $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
Podemos estender esse raciocínio para determinarmos, com o auxílio da propriedade de inclusão-exclusão, a probabilidade da união de vários eventos. Por exemplo:
$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$

Exemplo:
No lançamento de um dado de 6 faces, qual a probabilidade de se obter um número par ou um valor maior que 3?

Do que foi proposto, segue:
Espaço Amostral (U): U = {1,2,3,4,5,6}
Evento (A): Retirada de um número par, ou seja, A = {2, 4, 6}
Evento (B): Retirada de um número maior que 3, isto é, B = {4, 5, 6}
Evento ($A \cap B$): Retirada de um número par e um valor maior que 3, ou seja, $A \cap B = \{4, 6\}$.
Como $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$, segue que $P(A \cup B) = 3/6 + 3/6 - 2/6 = 4/6 = 2/3$.

5) Probabilidade Binomial

Exemplo: No nascimento de 3 crianças, qual a probabilidade de obtermos 2 homens e 1 mulher?



Observe que a probabilidade de nascer 2 homens e 1 mulher não é, simplesmente, $\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$. Seria isso se fosse solicitado a probabilidade de obtermos 2 homens e 1 mulher NESSA ORDEM. Como podemos mudar essa ordem (pode nascer HHM, HMH e MHH), a probabilidade é dada por 3/8.

2) Um repórter pretende entrevistar apenas 4 dos integrantes de um conjunto musical, composto por 7 rapazes e 5 garotas. Qual a probabilidade de que o grupo selecionado para a entrevista tenha pelo menos um representante de cada sexo?

R1 R2 R3 R4 R5 R6 R7 G1 G2 G3 G4 G5

Temos 3 casos a serem analisados:

i) 1 R e 3 G

A probabilidade de escolher 1° um rapaz é 7/12. Escolhido um rapaz, sobram 11 pessoas e a probabilidade de escolher agora uma garota fica sendo 5/11, a probabilidade de escolher a 2ª garota passa a ser 4/10 e, finalmente, a probabilidade de escolher a 3ª garota é 3/9. Assim, a probabilidade de escolher R G G G é dada por $\frac{7}{12}.\frac{5}{11}.\frac{4}{10}.\frac{3}{9}$. Mas é muito importante observarmos que esse resultado nos dá a probabilidade de retirarmos 1 rapaz e 3 garotas na ordem R G G G, mas não é apenas essa ordem, podemos ter as ordens G R G G ou ainda G G R G ou, até mesmo, G G G R. Isto é, devemos multiplicar $\frac{7}{12}.\frac{5}{11}.\frac{4}{10}.\frac{3}{9}$ por 4, que é o total de possibilidades para mudarmos a ordem G R R R (isso pode ser calculado como a permutação entre 4 elementos onde um deles aparece repetido 3 vezes, ou seja, 4!/3! = 4). Logo, a probabilidade de selecionarmos 1 rapaz e 3 garotas é $\frac{7}{12}.\frac{5}{11}.\frac{4}{10}.\frac{3}{9}.4=\frac{14}{99}$.

ii) 2 R e 2 G

De forma análoga, a probabilidade de escolhermos 2 rapazes e 2 garotas na ordem R R G G é dada por: $\frac{7}{12}.\frac{6}{11}.\frac{5}{10}.\frac{4}{9}$. Como podemos mudar a ordem R R G G de 6 modos distintos (isso pode ser calculado como a permutação entre 4 elementos onde um deles aparece repetido 2 vezes e outro, também 2 vezes, ou seja, 4!/2!.2! = 6). Logo, a probabilidade de selecionarmos 2 rapazes e 2 garotas é $\frac{7}{12}.\frac{6}{11}.\frac{5}{10}.\frac{4}{9}.6=\frac{42}{99}$.

iii) 3 R e 1 G

De forma análoga, a probabilidade de escolhermos 3 rapazes e 1 garota na ordem R R R G é dada por: $\frac{7}{12}.\frac{6}{11}.\frac{5}{10}.\frac{5}{9}$. Como podemos mudar a ordem R R R G de 4 modos distintos (isso pode ser calculado como a permutação entre 4 elementos onde um deles aparece repetido 3 vezes, ou seja, 4!/3! = 4). Logo, a probabilidade de selecionarmos 2 rapazes e 2 garotas é $\frac{7}{12}.\frac{6}{11}.\frac{5}{10}.\frac{5}{9}.4=\frac{35}{99}$.

Portanto, a probabilidade de que o grupo selecionado para a entrevista tenha pelo menos um representante de cada sexo é dada por $\frac{14}{99}+\frac{42}{99}+\frac{35}{99}=\frac{91}{99}$.

Podemos resolver esse problema de um modo bem mais simples. Basta calcularmos a probabilidade dos 4 entrevistados serem rapazes e, também, a probabilidade dos 4 serem garotas. Com isso, estaremos determinando a probabilidade de acontecer algo que não desejamos (evento complementar). Com isso, a solução passa a ser 1 menos o resultados obtido com a probabilidade dos 4 entrevistados serem rapazes e, também, a probabilidade dos 4 serem garotas. Calcule isso e encontre o mesmo resultado!

Atenção: Acabamos de resolver um problema referente à probabilidade binomial sem usar as fórmulas que virão agora.

Notações:

Probabilidade de ocorrer o evento A: P(A) = p.

Probabilidade de ocorrer o evento complementar $\overline{A} = P(\overline{A}) = q$

Temos que p + q = 1, ou seja, q = 1 – p.

Caso o experimento for repetido n vezes nas mesmas condições, então a probabilidade do evento A ocorrer exatamente k vezes será dada por:

P(n, k) = $\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$ = $C_{n,p}.p^k (1-p)^{n-k}$

Notação: P(n, k) – probabilidade de ocorrer exatamente k vezes o evento A após n repetições.

Exemplo:
1) Lança-se um dado 8 vezes. Qual a probabilidade de sair exatamente 5 números iguais a 3?

Do que foi proposto, segue:
Evento (A): obter o número 3.
Evento complementar ($\bar{A}$): não obter o número 3.
Temos:
P(A) = 1/6 = p
P($\bar{A}$) = 1 – p = 1 – 1/6 = 5/6

Portanto, a probabilidade desejada é dada por $P(8,5) = C_{8,5} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 \left(\frac{5}{6}\right)^3 = 0{,}15$.

<u>Outro modo:</u>

Evento (A): obter o número 3.
Evento complementar ($\bar{A}$): não obter o número 3

A	A	A	A	A	$\bar{A}$	$\bar{A}$	$\bar{A}$
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{5}{6}$

Agora, devemos, como no exemplo anterior, permutar esses elementos, pois acabamos de calcular a probabilidade de sair o números 3 cinco vezes consecutivas e, depois, sair três números diferentes de 3. Essa ordem pode ser mudada de 8!/5!.3! (permutar 8 elementos, onde uma deles aparece repetido 5 vezes e o outro 3 vezes). Logo, a probabilidade desejada é dada por $\left(\frac{1}{6}\right)^5 . \left(\frac{5}{6}\right)^3 . \frac{8!}{5!.3!} = 0{,}15$.

6) Probabilidade Condicional

O nosso objetivo nesse módulo é estudar a probabilidade de ocorrer um determinado evento A, sabendo-se que ocorreu um evento B qualquer. A probabilidade de A é obtida, dividindo-se o total de elementos do evento A que pertencem ao evento B, pelo número de elementos de B.
A probabilidade de ocorrer um evento A, sabendo-se que um evento B ocorreu é denominada Probabilidade Condicional.

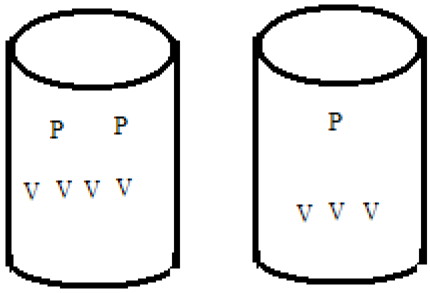
Notação: P(A/B) – Probabilidade de ocorrer um evento A, sabendo-se que um evento B ocorreu.

Assim, segue que P(A/B) = n(A∩B)/n(B) e dividindo o numerador e o denominador por n(U), obtemos P(A/B) = [n(A∩B)/n(U)]/[n(B)/n(U)], ou seja, P(A/B) = P(A∩B)/P(B) ou P(A∩B) = P(A/B).P(B).

P(A∩B) = P(A/B).P(B) nos permite calcular a probabilidade da ocorrência simultânea dos eventos A e B, sabendo-se que o evento B já ocorreu.
Se a ocorrência do evento B, não mudar a probabilidade da ocorrência do evento A, então, P(A/B) = P(A) e, neste caso, os eventos são ditos INDEPENDENTES e, assim, segue que P(A∩B) = P(A).P(B), isto é, a probabilidade de ocorrência simultânea de eventos independentes é o produto das probabilidades entre esses eventos.

Exemplos:

1) Suponha que uma caixa possui duas bolas pretas e quatro verdes, e, outra caixa possui uma bola preta e três bolas verdes. Passa-se uma bola da primeira caixa para a segunda e retira-se uma bola da segunda caixa. Qual a probabilidade de que a bola retirada da segunda caixa seja verde?



Inicialmente, devemos calcular a probabilidade de retirar uma bola verde da 2ª caixa sendo que a bola que foi retirada da 1ª para ser colocada na 2ª é preta:

Como a probabilidade de retirar a bola preta da 1ª caixa é $\frac{2}{6}$ e, colocando essa bola preta na 2ª caixa, segue que a probabilidade de retirar uma bola verde da 2ª caixa passa ser $\frac{2}{6}.\frac{3}{5}$.

Agora, devemos calcular a probabilidade de retirar uma bola verde da 2ª caixa sendo que a bola que foi retirada da 1ª para ser colocada na 2ª é verde:

Como a probabilidade de retirar a bola verde da 1ª caixa é $\frac{4}{6}$ e, colocando essa bola verde na 2ª caixa, segue que a probabilidade de retirar uma bola verde da 2ª caixa passa ser $\frac{4}{6}.\frac{4}{5}$.

Logo, a probabilidade de que a bola retirada da segunda caixa seja verde, nas condições impostas pelo problema, é dada por $\frac{2}{6}.\frac{3}{5}+\frac{4}{6}.\frac{4}{5}=\frac{11}{15}$

2) (AFTN - ESAF) Em uma cidade, 10% das pessoas possuem carro importado. Dez pessoas dessa cidade são selecionadas, ao acaso e com reposição. A probabilidade de que exatamente 7 das pessoas selecionadas possuam carro importado é:

a) $(0,1)^7(0,9)^3$ b) $(0,1)^3(0,9)^7$ c) $120\ (0,1)^7(0,9)^3$ d) $120\ (0,1)\ (0,9)^7$ e) $120\ (0,1)^7(0,9)$

Queremos, das 10 pessoas, calcular a probabilidade pra que 7 tenham carros importados (I) e 3 não tenham carros importados (N). Sabemos que a probabilidade para escolhermos uma pessoa que tem carro importado é de $\frac{1}{10}$ e a probabilidade dela não ter um carro importado é, evidentemente, $\frac{9}{10}$ Com isso, segue:

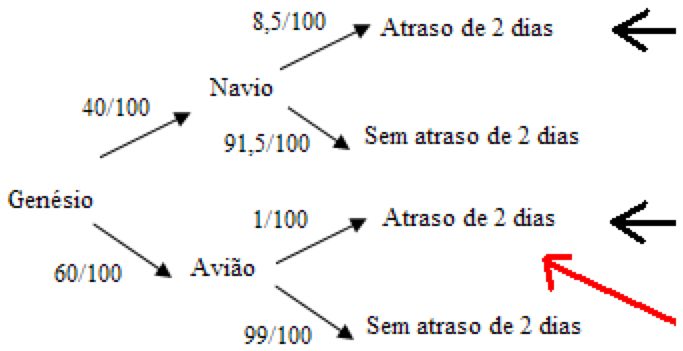
I	I	I	I	I	I	I	N	N	N
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{9}{10}$

Agora, devemos, como em alguns exemplos anteriores, permutar esses elementos, pois acabamos de calcular a probabilidade de escolhermos uma pessoa que tem carro importado 7 vezes consecutivas e, depois, a probabilidade de escolhermos uma pessoa que não tem carro importado 3 vezes consecutivas. Essa ordem pode ser mudada de 10!/7!.3! (permutar 10 elementos, onde uma deles aparece repetido 7 vezes e o outro 3 vezes). Logo, a probabilidade desejada é dada por $\frac{10!}{7!.3!}.\left(\frac{1}{10}\right)^7.\left(\frac{9}{10}\right)^3 = 120.(0,1)^7.(0,9)^3$

3) (SERPRO - ESAF) Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Genésio ir para Genebra participar de um congresso: ou de navio ou de avião. A probabilidade de Genésio ir de navio é de 40% e de ir de avião é de 60%. Se ele for de navio, a probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 8,5%. Se ele for de avião a

probabilidade de chegar ao congresso com dois dias de atraso é de 1%. Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. A probabilidade de ele ter ido de avião é:

Para resolver esses tipos de problemas sem usar a "chata" fórmula de probabilidade condicional, é preciso construir uma árvore de probabilidades:



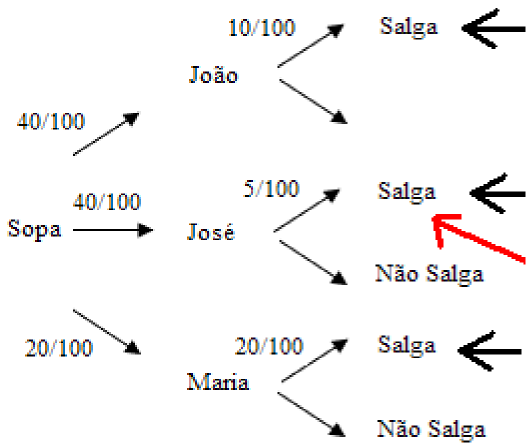
O que está em questão é: Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. Determine a probabilidade de ele ter ido de avião.

Sabe-se que Genésio chegou com dois dias de atraso para participar do congresso em Genebra. O que sabemos que ocorreu passa a ser o nosso espaço amostral de probabilidades. Nesse caso, como sabemos que ele chegou com 2 dias de atraso (marcado com a seta preta), temos que a probabilidade para que isso aconteça é dada por $\frac{40}{100}\cdot\frac{8,5}{100}+\frac{60}{100}\cdot\frac{1}{100}$.

Determine a probabilidade de ele ter ido de avião. O que queremos determinar é o nosso evento, que nesse caso é a probabilidade dele ter chegado atrasado 2 dias, mas ter vindo de avião (marcado com a seta vermelha). Essa probabilidade é dada por $\frac{60}{100}\cdot\frac{1}{100}$.

Logo, a probabilidade desejada é dada por $\dfrac{\frac{60}{100}\cdot\frac{1}{100}}{\frac{40}{100}\cdot\frac{8,5}{100}+\frac{60}{100}\cdot\frac{1}{100}}=\frac{3}{20}$.

4) (Analista MPU) Carlos diariamente almoça um prato de sopa no mesmo restaurante. A sopa é feita de forma aleatória por um dos três cozinheiros que lá trabalham: 40% das vezes a sopa é feita por João; 40% das vezes por José, e 20% das vezes por Maria. João salga demais a sopa 10% das vezes; José o faz em 5% das vezes, e Maria 20% das vezes. Como de costume, um dia qualquer Carlos pede a sopa e, ao experimentá-la, verifica que está salgada demais. A probabilidade de que essa sopa tenha sido feita por José é igual a?



O que está em questão é: Como de costume, um dia qualquer Carlos pede a sopa e, ao experimentá-la, verifica que está salgada demais. Determine a probabilidade de que essa sopa tenha sido feita por José.

Sabe-se que a sopa está salgada demais. O que sabemos que ocorreu passa a ser o nosso espaço amostral de probabilidades. Nesse caso, como sabemos que a sopa está salgada (marcado com a seta preta), temos que a probabilidade para que isso aconteça é dada por $\frac{40}{100}.\frac{10}{100}+\frac{40}{100}.\frac{5}{100}+\frac{20}{100}.\frac{20}{100}$.

Determine a probabilidade de que essa sopa tenha sido feita por José. O que queremos determinar é o nosso evento, que nesse caso é a probabilidade da sopa salgada ter sido feita por José (marcado com a seta vermelha). Essa probabilidade é dada por $\frac{40}{100}.\frac{5}{100}$.

Logo, a probabilidade desejada é dada por $\dfrac{\frac{40}{100}.\frac{5}{100}}{\frac{40}{100}.\frac{10}{100}+\frac{40}{100}.\frac{5}{100}+\frac{20}{100}.\frac{20}{100}}=\frac{1}{5}$.

Lista 1 - Exercícios:

1) ***FCC*** - 2011 - Banco do Brasil - Escriturário

Para disputar a final de um torneio internacional de natação, classificaram-se 8 atletas: 3 norte-americanos, 1 australiano, 1 japonês, 1 francês e 2 brasileiros. Considerando que todos os atletas classificados são ótimos e têm iguais condições de receber uma medalha (de ouro, prata ou bronze), a probabilidade de que pelo menos um brasileiro esteja entre os três primeiros colocados é igual a:

a) 5/4
b) 3/7
c) 4/7
d) 9/14
e) 5/7

2) ***FUNIVERSA*** - 2009 - IPHAN - Analista

Em um instituto de pesquisa trabalham, entre outros funcionários, 3 físicos, 6 biólogos e 2 matemáticos. Deseja-se formar uma equipe com 4 desses 11 estudiosos, para realizar uma pesquisa. Se essa equipe for composta escolhendo-se os pesquisadores de forma aleatória, a probabilidade de todos os físicos serem escolhidos é um número cujo valor está compreendido entre

a) 0,00 e 0,01.
b) 0,01 e 0,02.
c) 0,02 e 0,03.
d) 0,03 e 0,04.
e) 0,04 e 0,05.

3) ***IADES*** - 2010 - CFA - Analista de Sistemas

Na Copa do Mundo 2010 da FIFA, o Brasil ficou no Grupo G junto com as seleções da Coréia do Norte, da Costa do Marfim e de Portugal. Analisando os resultados de jogos anteriores entre Brasil e Portugal, um torcedor concluiu que a chance do Brasil ganhar é 3 vezes a chance de perder, e que a chance de empatar é metade da chance de o Brasil perder. Para aquele torcedor, a probabilidade de o Brasil perder um jogo contra Portugal é

a) 1/9.
b) 2/9.
c) 3/9.
d) 4/9.
e) 5/9

Texto para as questões 4 a 6

CESPE - 2010 - TRT - 21ª Região (RN) - Analista Judiciário - Área Administrativa

Suponha que determinado partido político pretenda ter candidatos próprios para os cargos de governador, senador e deputado federal e que tenha, hoje, 5 possíveis nomes para o cargo de governador, 7 para o cargo de senador e 12 para o cargo de deputado federal. Como todos os pré-candidatos são muito bons, o partido decidiu que a escolha da chapa (governador, senador e deputado federal) será por sorteio. Considerando que todos os nomes têm chances iguais de serem escolhidos, julgue os itens seguintes.

4) A probabilidade de uma chapa ser sorteada é maior que $(1/20)^2$
Certo ou errado?

5) Considerando que José seja um dos pré-candidatos ao cargo de governador, a probabilidade de que José esteja na chapa sorteada será maior que 0,1.
Certo ou errado?

6) Caso João e Roberto sejam pré-candidatos ao cargo de senador e Maria e Ana sejam pré-candidatas ao cargo de deputado federal, a chance de que a chapa sorteada tenha qualquer um desses nomes será maior que 49%.
Certo ou errado?

7) ***CESPE*** - 2011 - PREVIC - Técnico Administrativo
Estimou-se que, na região Norte do Brasil, em 2009, havia1.074.700 analfabetos com 15 anos de idade ou mais, em uma população total de, aproximadamente, 10.747.000 habitantes, e que na região Centro-Oeste, no mesmo ano, havia 840.433 analfabetos com 15 anos de idade ou mais, em uma população total de, aproximadamente, 10.505.415 habitantes. A partir dessas informações, julgue o item subsequente.
A probabilidade de uma pessoa com 15 anos de idade ou mais escolhida ao acaso em 2009, na região Norte ou na região Centro-Oeste, ser analfabeta é inferior a 20%.
Certo ou errado?

8) ***ESAF*** - 2004 - MPU - Técnico Administrativo
Luís é prisioneiro do temível imperador Ivan. Ivan coloca Luís à frente de três portas e lhe diz: "Atrás de uma destas portas encontra-se uma barra de ouro, atrás de cada uma das outras, um tigre feroz. Eu sei onde cada um deles está. Podes escolher uma porta qualquer. Feita tua escolha, abrirei uma das portas, entre as que não escolheste, atrás da qual sei que se encontra um dos tigres, para que tu mesmo vejas uma das feras. Aí, se quiseres, poderás mudar a tua escolha". Luís, então, escolhe uma porta e o imperador abre uma das portas não-escolhidas por Luís e lhe mostra um tigre. Luís, após ver a fera, e aproveitandose do que dissera o imperador, muda sua escolha e diz: "Temível imperador, não quero mais a porta que escolhi; quero, entre as duas portas que eu não havia escolhido, aquela que não abriste". A probabilidade de que, agora, nessa nova escolha, Luís tenha escolhido a porta que conduz à barra de ouro é igual a
a) 1/2.
b) 1/3.
c) 2/3.
d) 2/5.
e) 1.

9) ***FUNIVERSA*** - 2011 - EMBRATUR
Ao se realizar um lançamento de um par de dados não viciados, com faces numeradas de 1 a 6, qual é a probabilidade de a soma dos pontos ser 3 ou 7?
a) 4/9
b) 3/11
c) 5/7
d) 2/11
e) 2/9

10) ***ESAF*** - MPU - Técnico Administrativo
Marcelo Augusto tem cinco filhos: Primus, Secundus, Tertius, Quartus e Quintus. Ele sorteará, entre seus cinco filhos, três entradas para a peça Júlio César, de Sheakespeare. A probabilidade de que Primus e Secundus, ambos, estejam entre os sorteados, ou que Tertius e Quintus, ambos, estejam entre os sorteados, ou que sejam sorteados Secundus, Tertius e Quartus, é igual a
a) 0,500.
b) 0,375.
c) 0,700.
d) 0,072.
e) 1,000.

11) ***FCC*** - 2011 - Banco do Brasil - Escriturário
Para disputar a final de um torneio internacional de natação, classificaram-se 8 atletas: 3 norte-americanos, 1 australiano, 1 japonês, 1 francês e 2 brasileiros. Considerando que todos os atletas classificados são ótimos e têm iguais condições de receber uma medalha (de ouro, prata ou bronze), a probabilidade de que pelo menos um brasileiro esteja entre os três primeiros colocados é igual a:
a) 5/14
b) 3/7
c) 4/7
d) 9/14
e) 5/7

12) ***ESAF*** - 2010 - SMF-RJ - Fiscal de Rendas
Em cada um de um certo número par de cofres são colocadas uma moeda de ouro, uma de prata e uma de bronze. Em uma segunda etapa, em cada um de metade dos cofres, escolhidos ao acaso, é colocada uma moeda de ouro, e em cada um dos cofres restantes, uma moeda de prata. Por fi m, em cada um de metade dos cofres, escolhidos ao acaso, coloca-se uma moeda de ouro, e em cada um dos cofres restantes, uma moeda de bronze. Desse modo, cada cofre fi cou com cinco moedas. Ao se escolher um cofre ao acaso, qual é a probabilidade de ele conter três moedas de ouro?
a) 0,15
b) 0,20
c) 0,5
d) 0,25
e) 0,7

13) ***CESPE*** - 2011 - PC-ES

A questão da desigualdade de gênero na relação de pode entre homens e mulheres é forte componente no crime do tráfico d pessoas para fins de exploração sexual, pois as vítimas são, na su maioria, mulheres, meninas e adolescentes. Uma pesquisa realizad pelo Escritório das Nações Unidas sobre Drogas e Crim (UNODC), concluída em 2009, indicou que 66% das vítimas erar mulheres, 13% eram meninas, enquanto apenas 12% eram homen e 9% meninos.

Com base no texto acima, julgue os itens a seguir.
Se for escolhida ao acaso uma das vítimas indicadas na pesquisa, a probabilidade de que ela seja ou do sexo feminino ou um menino será inferior a 80%.
Certo ou errado?

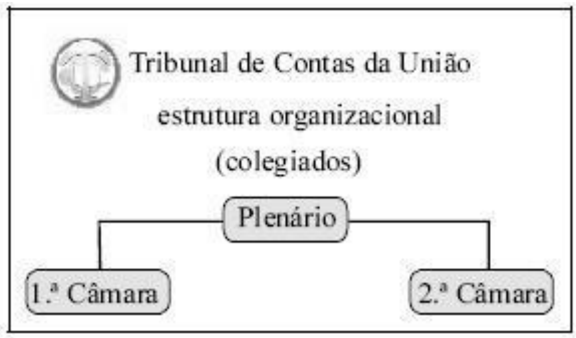
14) ***UPENET*** - 2010 - SERES-PE - Agente Penitenciário
Para ter acesso a um dado setor, um visitante precisa passar por 4 verificações independentes de segurança, dispostas uma após a outra em sequência. A probabilidade de um visitante mal intencionado qualquer passar pela primeira verificação é de 50%; de passar pela segunda verificação é de 12%; de passar pela terceira verificação é de 25% e de passar pela quarta verificação é de 15%. Nessas condições, é CORRETO afirmar que
a) a probabilidade de o visitante mal intencionado ter acesso a esse setor é maior que 1%
b) a probabilidade de o visitante mal intencionado ter seu acesso negado a esse setor é de, no máximo, 85%.
c) em média, 12% dos visitantes mal intencionados terão acesso a esse setor.
d) em média, 88% dos visitantes mal intencionados terão seu acesso negado a esse setor.
e) a probabilidade de o visitante mal intencionado ter acesso a esse setor é menor que 1%.

15) ***FUNIVERSA*** - 2010 - CEB
O mau funcionamento de uma das máquinas de uma indústria fez com que 10% das peças produzidas em um determinado lote apresentassem defeito. Escolhendo-se aleatoriamente cinco peças desse lote, a probabilidade aproximada de que menos de três delas apresentem esse defeito, se cada peça retirada é reposta antes de se retirar a próxima, é de
a) 90%.
b) 91%.
c) 93%.
d) 96%.

e) 99%.

16) ***FEC*** - 2010 - MPA - Agente Administrativo
Se anotarmos em pedaços de papel todos os anagramas que podem ser obtidos a partir da palavra BRASIL, escrevendo um anagrama em cada pedaço de papel, podemos dizer que a probabilidade de sortearmos um desses papéis e sair um anagrama começado por uma vogal, é de, aproximadamente:
a) 25%
b) 33,3%
c) 40%
d) 50%
e) 60%

17) ***CESPE*** - 2008 - TCU



Dentro da estrutura organizacional do TCU, o colegiado mais importante é o Plenário, que é composto por 9 ministros, 2 auditores e 7 procuradores. A ele, seguem-se as 1.ª e 2.ª Câmaras, compostas, respectivamente, por 3 ministros, 1 auditor e 1 procurador, escolhidos entre os membros que compõe o Plenário do TCU, sendo que as duas câmaras não têm membros em comum. Considerando que, para a composição das duas câmaras, todos os ministros, auditores e procuradores que compõem o Plenário possam ser escolhidos, e que a escolha seja feita de maneira aleatória, julgue o item seguinte.
Considere que as duas Câmaras tenham sido formadas. Nessa situação, a probabilidade de um ministro, membro do Plenário, selecionado ao acaso, fazer parte de uma das duas câmaras é superior a 0,7.
Certo ou errado?

18) (TCE-RN - ***ESAF***)
A probabilidade de um gato estar vivo daqui a 5 anos é 3/5. A probabilidade de um cão estar vivo daqui a 5 anos é 4/5. Considerando os eventos independentes, a probabilidade de somente o cão estar vivo daqui a 5 anos é de:
a) 12/25
b) 8/25
c) 7/25
d) 6/15
e) 12/15

19) (MPOG - ***ESAF***)
Paulo e Roberto foram indicados para participarem de um torneio de basquete. A probabilidade de Paulo ser escolhido para participar do torneio é 3/5. A probabilidade de Roberto ser escolhido para participar do mesmo torneio é 1/5. Sabendo que a escolha de um deles é independente da escolha do outro, a probabilidade de somente Paulo ser escolhido para participar do torneio é igual a:
a) 4/5
b) 10/25
c) 12/25
d) 3/5
e) 4/5

20) (***ESAF*** MPU)

Carlos sabe que Ana e Beatriz estão viajando pela Europa. Com as informações que dispõe, ele estima corretamente que a probabilidade de Ana estar hoje em Paris é 3/7, que a probabilidade de Beatriz estar hoje em Paris é 2/7, e que a probabilidade de ambas, Ana e Beatriz, estarem hoje em Paris é 1/7. Carlos então recebe um telefonema de Ana, informando que ela está hoje em Paris. Com a informação recebida pelo telefonema de Ana, Carlos agora estima corretamente que a probabilidade de Beatriz também estar hoje em Paris é igual a:
a) 1/7
b) 1/3
c) 2/3
d) 5/7
e) 4/7

21) (***ESAF*** MPU)
Os registros mostram que a probabilidade de um vendedor fazer uma venda em uma visita a um cliente potencial é 0,4. Supondo que as decisões de compra dos clientes são eventos independentes, então a probabilidade de que o vendedor faça no mínimo uma venda em três visitas é igual a:
a) 0,624
b) 0,064
c) 0,216
d) 0,568
e) 0,784

22) (***ESAF*** MPU)
André está realizando um teste de múltipla escolha, em que cada questão apresenta 5 alternativas, sendo uma e apenas uma correta. Se André sabe resolver a questão, ele marca a resposta certa. Se ele não sabe, ele marca aleatoriamente uma das alternativas. André sabe 60% das questões do teste. Então, a probabilidade de ele acertar uma questão qualquer do teste (isto é, de uma questão escolhida ao acaso) é igual a:
a) 0,62
b) 0,60
c) 0,68
d) 0,80
e) 0,56

23) (***ESAF*** MPU)
Quando Lígia pára em um posto de gasolina, a probabilidade de ela pedir para verificar o nível de óleo é de 0,28; a probabilidade de ela pedir para verificar a pressão dos pneus é 0,11 e a probabilidade de ela pedir para verificar ambos, óleo e pneus, é de 0,04. Portanto, a probabilidade de Lígia parar em um posto de gasolina e não pedir nem para verificar o nível de óleo e nem para verificar a pressão nos pneus é igual a:
a) 0,25
b) 0,35
c) 0,45
d) 0,15
e) 0,65

24) (MPOG - ***ESAF***)
A probabilidade de ocorrer cara no lançamento de uma moeda viciada é igual a 2/3. Se ocorrer cara, seleciona-se aleatoriamente um número X do intervalo $\{X \in N \mid 1 \leq X \leq 3\}$; se ocorrer coroa, seleciona-se aleatoriamente um número Y do intervalo $\{Y \in N \mid 1 \leq Y \leq 4\}$, onde N representa o conjunto dos números naturais. Assim, a probabilidade de ocorrer um número par é igual a:
a) 7/18
b) 1/2
c) 3/7
d) 1/27
e) 2/9

25) (AFC - STN - ***ESAF***)
Uma companhia preocupada com sua produtividade costuma oferecer cursos de treinamento a seus operários. A partir da experiência, verificou-se que um operário, recentemente admitido, que tenha freqüentado o curso de treinamento tem 82% de probabilidade de cumprir sua quota de produção. Por outro lado, um operário, também recentemente admitido, que não tenha freqüentado o mesmo curso de treinamento, tem apenas 35% de probabilidade de cumprir com sua quota de produção. Dos operários recentemente admitidos, 80% freqüentaram o curso de treinamento. Selecionando-se,

aleatoriamente, um operário recentemente admitido na companhia, a probabilidade de que ele não cumpra sua quota de produção é
a) 11,70%
b) 27,40%
c) 35%
d) 83%
e) 85%

26) (AFC - SFC - ***ESAF***)
Há apenas dois modos, mutuamente excludentes, de Ana ir para o trabalho: ou de carro ou de metrô. A probabilidade de Ana ir de carro é de 60% e de ir de metrô é de 40%. Quando ela vai de carro, a probabilidade de chegar atrasada é de 5%. Quando ela vai de metrô a probabilidade de chegar atrasada é de 17,5%. Em um dado dia, escolhido aleatoriamente, verificou-se que Ana chegou atrasada ao seu local de trabalho. A probabilidade de ela ter ido de carro nesse dia é:
a) 10%
b) 30%
c) 40%
d) 70%
e) 82,5%

27) (***SERPRO***)
Uma clinica especializada trata apenas de três tipos de doentes: dos que sofrem de problemas cardíacos, dos que tem calculo renal e dos hipertensos. Temos que 50% dos pacientes que procuram a clinica são cardíacos, 40% são portadores de calculo renal e apenas 10% são hipertensos. Os problemas cardíacos são curados em 80% das vezes, os problemas de calculo renal em 90% das vezes e os hipertensos em 95% das vezes. Um enfermo saiu curado da clinica. Qual a probabilidade de ele sofresse de calculo renal?
a) 43,1%
b) 42,1%
c) 45,1%
d) 44,1%
e) 46,1%

28) (AFCE TCU - ***ESAF***)
Um dado viciado, cuja probabilidade de se obter um número par é 3/5, é lançado juntamente com uma moeda não viciada. Assim, a probabilidade de se obter um número ímpar no dado ou coroa na moeda é:
a) 1/5
b) 3/10
c) 2/5
d) 3/5
e) 7/10

29) (Anal. Orçamento - ***ESAF***)
São lançadas 4 moedas distintas e não viciadas. Qual é a probabilidade de resultar exatamente 2 caras e 2 coroas?
a) 25%
b) 37,5%
c) 42%
d) 44,5%
e) 50%

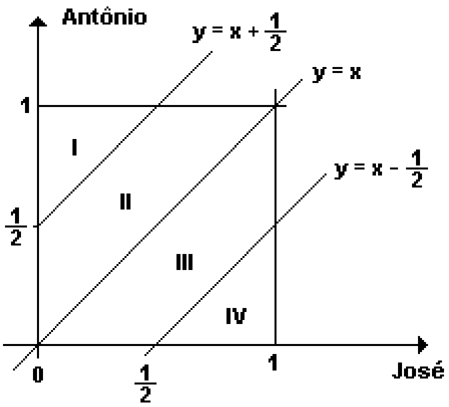
30) (***TFC***)
Um casal pretende ter quatro filhos. A probabilidade de nascerem dois meninos e duas meninas é:
a) 3/8
b) 1/2
c) 6/8
d) 8/6
e) 8/3

Gabarito
1) D
2) C

3) B
4) E
5) C
6) E
7) C
8) C
9) E
10) C
11) D
12) D
13) E
14) E
15) E
16) B
17) E
18) B
19) C
20) B
21) E
22) C
23) E
24) A
25) B
26) B
27) B
28) E
29) B
30) A

Lista 2 – Preparatória para o ENEM e vestibulares em geral

1. (Enem) José Antônio viajarão em seus carros com as respectivas famílias para a cidade de Serra Branca. Com a intenção de seguir viagem juntos, combinam um encontro no marco inicial da rodovia, onde chegarão, de modo independente, ente meio-dia e 1 hora da tarde. Entretanto, como não querem ficar muito tempo esperando um pelo outro, combinam que o primeiro que chegar ao marco inicial esperará pelo outro, no máximo, meio hora; após esse tempo, seguirá viagem sozinho.
Chamando de x o horário de chegada de José e de y o horário de chegada de Antônio, e representando os pares (x; y) em um sistema de eixos cartesianos, a região OPQR a seguir indicada corresponde ao conjunto de todas as possibilidades para o par (x; y):



Segundo o combinado, para que José e Antônio viajem juntos, é necessário que $y - x \leq 1/2$ ou que $x - y \leq 1/2$
De acordo com o gráfico e nas condições combinadas, as chances de José e Antônio viajarem juntos são de:
a) 0 %
b) 25 %
c) 50 %
d) 75 %
e) 100 %

2. (Cesgranrio) Uma turma tem 25 alunos, dos quais 40% são meninas. Escolhendo-se, ao acaso, um dentre todos os grupos de 2 alunos que se pode formar com os alunos dessa turma, a probabilidade de que este seja composto por uma menina e um menino é de:
a) 1/6
b) 1/5
c) 1/4
d) 1/3
e) 1/2

3. (Enem) Uma estação distribuidora de energia elétrica foi atingida por um raio. Este fato provocou escuridão em uma extensa área. Segundo estatísticas, ocorre em média a cada 10 anos um fato desse tipo. Com base nessa informação, pode-se afirmar que

a) a estação está em funcionamento há no máximo 10 anos.
b) daqui a 10 anos deverá cair outro raio na mesma estação.
c) se a estação já existe há mais de 10 anos, brevemente deverá cair outro raio na mesma.
d) a probabilidade de ocorrência de um raio na estação independe do seu tempo de existência.
e) é impossível a estação existir há mais de 30 anos sem que um raio já a tenha atingido anteriormente.

4. (Fei) Uma caixa contém 3 bolas verdes, 4 bolas amarelas e 2 bolas pretas. Duas bolas são retiradas ao acaso e sem reposição. A probabilidade de ambas serem da mesma cor é:
a) 13/72
b) 1/18
c) 5/18
d) 1/9
e) 1/4

5. (Fuvest) Ao lançar um dado muitas vezes, uma pessoa percebeu que a face 6 saía com o dobro de freqüência da face 1, e que as outras faces saíam com a freqüência esperada em um dado não viciado. Qual a freqüência da face 1?
a) 1/3.
b) 2/3.
c) 1/9.
d) 2/9.
e) 1/12.

6. (Mackenzie) Num grupo de 12 professores, somente 5 são de matemática. Escolhidos ao acaso 3 professores do grupo, a probabilidade de no máximo um deles ser de matemática é:
a) 3/11.
b) 5/11.
c) 7/11.
d) 8/11.
e) 9/11.

7. (Mackenzie) 4 homens e 4 mulheres devem ocupar os 8 lugares de um banco. A probabilidade de que nunca fiquem lado a lado duas pessoas do mesmo sexo é:
a) 1/56
b) 1
c) 1/16
d) 1/32
e) 1/35

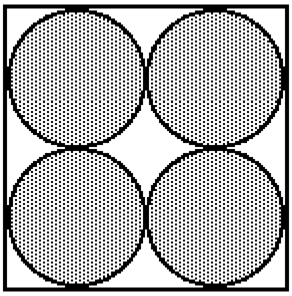
8. (Puccamp) Em uma urna há 10 bolas, numeradas de 1 a 10. Um amigo me propõe o seguinte jogo: - "Sorteie 3 bolas. Se a soma dos números nelas marcados for menor que ou igual a 9, você ganha. Caso contrário, você perde." Nesse jogo, a probabilidade de que eu ganhe é
a) 1/30
b) 1/24
c) 1/20
d) 7/120
e) 7/720

9. (Pucsp) Um repórter pretende entrevistar apenas 4 dos integrantes de um conjunto musical, composto por 7 rapazes e 5 garotas. A probabilidade de que o grupo selecionado para a entrevista tenha pelo menos um representante de cada sexo é
a) 76/99
) 26/33
c) 85/99
d) 29/33
e) 91/99

10. (Uel) Contra certa doença podem ser aplicadas as vacinas I ou II. A vacina I falha em 10% dos casos e a vacina II em 20% dos casos, sendo esses eventos totalmente independentes. Nessas condições, se todos os habitantes de uma

cidade receberam doses adequadas das duas vacinas, a probabilidade de um indivíduo NÃO estar imunizado contra a doença é
a) 30 %
b) 10 %
c) 3 %
d) 2 %
e) 1 %

11. (Ufrs) A figura a seguir representa uma parede quadrada na qual estão pintados discos de raio r. Se uma bola é lançada totalmente ao acaso contra a parede, a probabilidade de ela tocar fora dos discos está entre
a) 14% e 16%
b) 17% e 19%
c) 20% e 22%
d) 23% e 25%
e) 26% e 28%



12. (Cesgranrio) Uma urna contém 4 bolas brancas e 5 bolas pretas. Duas bolas, escolhidas ao acaso, são sacadas dessa urna, sucessivamente e sem reposição. A probabilidade de que ambas sejam brancas vale:
a) 1/6
b) 2/9
c) 4/9
d) 16/81
e) 20/81

13. (Cesgranrio) Numa caixa são colocadas vários cartões, alguns amarelos, alguns verdes e os restantes pretos. Sabe-se que 50% dos cartões são pretos, e que, para cada três cartões verdes, há 5 cartões pretos. Retirando-se ao acaso um desses cartões, a probabilidade de que este seja amarelo é de:
a) 10 %
b) 15 %
c) 20 %
d) 25 %
e) 40 %

14. (Fatec) Numa eleição para prefeito de uma certa cidade, concorreram somente os candidatos A e B. Em uma seção eleitoral votaram 250 eleitores. Do número total de votos dessa seção, 42% foram para o candidato A, 34% para o candidato B, 18% foram anulados e os restantes estavam em branco. Tirando-se, ao acaso, um voto dessa urna, a probabilidade de que seja um voto em branco é:
a) 1/100
b) 3/50
c) 1/50
d) 1/25
e) 3/20

15. (Fei) Numa urna foram colocadas 30 bolas: 10 bolas azuis numeradas de 1 a 10, 15 bolas brancas numeradas de 1 a 15 e 5 bolas cinzas numeradas de 1 a 5. Ao retirar-se aleatoriamente uma bola, a probabilidade de obter-se uma bola par ou branca é:
a) 29/30

b) 7/15
c) 1/2
d) 11/15
e) 13/15

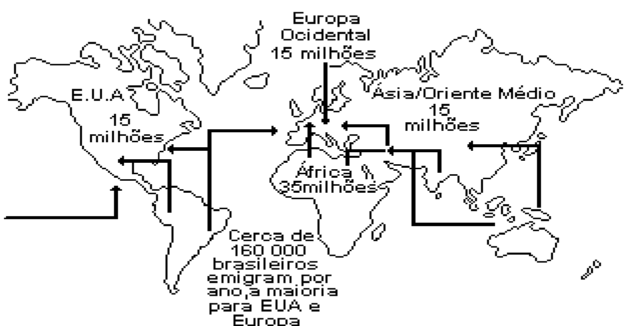
16. (Fuvest) Escolhe-se ao acaso três vértices distintos de um cubo. A probabilidade de que estes vértices pertençam a uma mesma face é:
a) 3/14
b) 2/7
c) 5/14
d) 3/7
e) 13/18

17. (Mackenzie) Numa caixa A, temos um dado preto e outro branco e, numa caixa B, dois dados brancos e um preto. Escolhida ao acaso uma caixa, se retirarmos dela, também ao acaso, um dado, então a probabilidade de termos um dado branco com o número 2 é:
a) 1/12
b) 1/36
c) 5/72
d) 7/72
e) 3/24

18. (Mackenzie) No lançamento de 4 moedas "honestas", a probabilidade de ocorrerem duas caras e duas coroas é:
a) 1/16
b) 3/16
c) 1/4
d) 3/8
e) 1/2

19. (Uel) Num baralho comum, de 52 cartas, existem quatro cartas "oito". Retirando-se duas cartas desse baralho, sem reposição, qual a probabilidade de se obter um par de "oitos"?
a) 1/2704
b) 1/2652
c) 1/1352
d) 1/221
e) 1/442

20. (Uerj) Um mundo em movimento. Cerca de 100 milhões de pessoas, ou 2% da população mundial, vivem fora de seus países de origem. Vinte milhões são refugiados na África, Ásia, América Latina e Europa. Veja onde estão os 80 milhões de imigrantes e os principais fluxos migratórios no mundo.



(Revista Veja, 14/07/93.)

Suponha que, dos imigrantes que chegaram aos Estados Unidos, 120 mil fossem brasileiros. Um dos 15 milhões de imigrantes teve sorte grande naquele país: ficou rico.
A probabilidade de que esse imigrante NÃO seja brasileiro é de:
a) 0,80%
b) 9,92%
c) 80,00%
d) 99,20%

21. (Unb) Um estacionamento pago tem um preço fixo de R$ 1,50 por entrada, e seu portão é gerenciado por um controlador automático. O pagamento deve ser feito depositando-se uma moeda de R$1,00 e uma de R$ 0,50 ou três moedas de R$0,50. O portão abre somente se todas as moedas necessárias forem aceitas. A probabilidade de que uma moeda depositada seja rejeitada pelo controlador é de 0,1, para as moedas de R$ 0,50, e de 0,2, para as moedas de R$ 1,00. Além disso, caso seja rejeitada na primeira vez, a moeda sempre será rejeitada em outras tentativas.
Com o auxílio das informações contidas no texto, julgue os itens que se seguem.
(0) Se três moedas de R$ 0,50 são depositadas no controlador, a probabilidade de que, pelo menos, uma seja aceita é igual a 0,999.
(1) Se um motorista tem somente uma moeda de R$ 1,00 e uma de R$ 0,50, a probabilidade de que ele consiga abrir o portão é de 0,85.
(2) Se um motorista, com uma moeda de R$ 1,00 e três moedas de R$ 0,50, inserir primeiro a moeda de R$ 1,00, a probabilidade de que ele consiga abrir o portão será maior que 0,94.

22. (Unb) Em um trajeto urbano, existem sete semáforos de cruzamento, cada um deles podendo-se estar vermelho (R), verde (V) ou amarelo (A). Denomina-se percurso a uma seqüência de estados desses sinais com que um motorista se depararia ao percorrer o trajeto. Por exemplo, (R, V, A, A, R, V, R) é um percurso. Supondo que todos os percursos tenham a mesma probabilidade de ocorrência, julgue os itens seguintes.
(1) O número de possíveis percursos é 7!.
(2) A probabilidade ocorrer o percurso (R, V, A, A, R, V, R) é igual a $1/3^3 + 1/3^2 + 1/3^2$.
(3) A probabilidade de que o primeiro semáforo esteja verde é igual a 1/3.
(4) A probabilidade de que, à exceção do primeiro, todos os demais semáforos estejam vermelhos é inferior a 0,0009.
(5) A probabilidade de que apenas um semáforo esteja vermelho é inferior a 0,2.

23. (Fatec) Numa aula inaugural para alunos ingressantes do turno da manhã havia 72 alunos de Edifícios, 72 de Processos de Produção e 36 de Processamento de Dados. Desses alunos, a porcentagem de mulheres em cada uma dessas modalidades é 50% em Edifícios e em Processamento de Dado, 25% em Processo de Produção.
Sorteando-se um desses alunos, a probabilidade de o mesmo ser mulher e ter ingressado no curso de Processos de Produção é
a) 1/25
b) 2/25
c) 1/10
d) 1/5
e) 2/5

24. (Fei) Uma moeda viciada apresenta probabilidade de ocorrer face cara quatro vezes maior que a probabilidade de ocorrer face coroa. Em 2 lançamentos consecutivos dessa moeda qual a probabilidade de ocorrer 2 vezes a face coroa?
a) 0,2
b) 0,1
c) 0,01
d) 0,02
e) 0,04

25. (Fuvest-gv) No jogo da sena seis números distintos são sorteados dentre os números 1, 2,....., 50. A probabilidade de que, numa extração, os seis números sorteados sejam ímpares vale aproximadamente:
a) 50 %
b) 1 %
c) 25 %
d) 10 %
e) 5 %

26. (Mackenzie) Uma pessoa A concorre com você neste Concurso Vestibular com 40% de chance de ser aprovada. A probabilidade de que pelo menos um de vocês dois seja aprovado é 64%. Então, relativamente à pessoa A, a probabilidade de você ser aprovado é:
a) a mesma.
b) o dobro.
c) o triplo.
d) a metade.
e) um quarto.

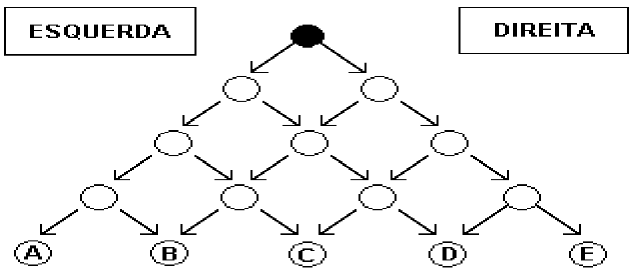
27. (Puccamp) O número de fichas de certa urna é igual ao número de anagramas da palavra VESTIBULAR. Se em cada ficha escrevermos apenas um dos anagramas, a probabilidade de sortearmos uma ficha dessa urna e no anagrama marcado as vogais estarem juntas é
a) 1/5040
b) 1/1260
c) 1/60
d) 1/30
e) 1/15

28. (Pucsp) Os 36 cães existentes em um canil são apenas de três raças: poodle, dálmata e boxer. Sabe-se que o total de cães das raças poodle e dálmata excede o número de cães da raça boxer em 6 unidades, enquanto que o total de cães das raças dálmata e boxer é o dobro do número dos de raça poodle. Nessas condições, escolhendo-se, ao acaso, um cão desse canil, a probabilidade de ele ser da raça poodle é
a) 1/4
b) 1/3
c) 5/12
d) 1/2
e) 2/3

29. (Uel) Devido à ameaça de uma epidemia de sarampo e rubéola, os 400 alunos de uma escola foram consultados sobre as vacinas que já haviam tomado. Do total, 240 haviam sido vacinados contra sarampo e 100 contra rubéola, sendo que 80 não haviam tomado dessas vacinas. Tomando-se ao acaso um aluno dessa escola, a probabilidade dele ter tomado as duas vacinas é
a) 2%
b) 5%
c) 10%
d) 15%
e) 20%

30. (Ufpr) Cem bolas iguais estão identificadas, cada uma delas por um número; para essa identificação foram utilizados os vinte primeiros números da seqüência 2, 4, 8, 16,... e os oitenta primeiros da seqüência 1, 3, 5, 7,... . Assim, é correto afirmar:
(01) O maior número par utilizado é igual a 2^{20}.
(02) O maior número ímpar utilizado é 161.
(04) Se todas as bolas estiverem numa urna e for retirada aleatoriamente apenas uma delas, então a probabilidade de que esta bola tenha número par é 1/5.
(08) Se todas as bolas estiverem numa urna e forem retiradas aleatoriamente apenas duas delas, uma de cada vez e sem recolocação na urna, então a probabilidade de que estas duas bolas tenham número ímpar é 64%.
(16) Do conjunto das cem bolas podem ser formados 9900 subconjuntos distintos, cada um contendo somente duas bolas.
Soma (   )

31. (Unb) A figura adiante ilustra um jogo que tem as seguintes regras:
- uma ficha é posicionada pelo jogador sobre o círculo preto;
- a ficha é movida para as demais posições de acordo com os resultados dos lançamentos de um dado, seguindo as setas;
- se o resultado de um lançamento for 1, 2, 3 ou 4, a ficha será deslocada para a posição imediatamente inferior à esquerda;
- se o resultado de um lançamento for 5 ou 6, a ficha será deslocada para a posição imediatamente inferior à direita;
- vence o jogo aquele competidor que, após 4 lançamentos do dado, colocar a sua ficha na posição mais à direita.



Julgue os itens a seguir.

(1) Partindo da posição inicial do jogo, o número total de percursos diferentes, para que uma ficha atinja uma das posições A, B, C, D ou E, é igual a 16.
(2) Em um lançamento do dado, a probabilidade de a ficha ser deslocada para a esquerda é de 2/3.
(3) Uma vez que a probabilidade de cada percurso depende de quantos avanços são feitos à direita e de quantos avanços são feitos à esquerda, então, para se chegar a D partindo da posição inicial, a probabilidade de cada percurso é igual a $(1/3)^3$ x 2/3.
(4) A probabilidade de que a ficha alcance a posição C após 4 jogadas é igual a 4 x $(2/3)^2$ x $(1/3)^2$.

32. (Unesp) Lançando-se simultaneamente dois dados não viciados, a probabilidade de que suas faces superiores exibam soma igual a 7 ou 9 é:
a) 1/6
b) 4/9
c) 2/11
d) 5/18
e) 3/7

Gabarito

1. d
2. e
3. d
4. c
5. c
6. c
7. e
8. d
9. e
10. d
11. c
12. A
13. C
14. B
15. D
16. D
17. D
18. D
19. D
20. D
21. V F V
22. F F V F F
23. C
24. E
25. B
26. A
27. D
28. B
29. B
30. 01 + 04 = 05
31. V V V F
32. D

Lista 3 – AFA e ITA

AFA:
1. Um dado honesto é lançado duas vezes. Determine a probabilidade de ocorrer um “4”, “5” ou “6” no primeiro lance e um “1”, “2” ou “3” no segundo lance.
a) 1/2
b) 1/3
c) 1/4
d) 1/6

2. Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos uma cara em dois lances de uma moeda não viciada.
a) 3/4
b) 1/3
c) 1/2
d) 1/4

3. Escolha aleatoriamente dois objetos de um lote contendo doze, dos quais quatro são defeituosos. Seja o evento A = {ambos os objetos são defeituosos}. Determine a probabilidade de ocorrer o evento A.
a) 1/11
b) 1/9
c) 1/3
d) 3/11

4. Determine a probabilidade de ocorrer pelo menos uma coroa no lançamento de três moedas não viciadas.
a) 1/8
b) 3/8
c) 4/8
d) 7/8

5. Dois dados são lançados simultaneamente. Qual a probabilidade da soma ser menor do que 4 ?
a) 1/6
b) 1/8
c) 1/12
d) 1/16

6. Uma urna contém bolas numeradas de 1 a 9. Sorteiam-se, com reposição, duas bolas. A probabilidade de o número da segunda bola ser estritamente menor que o da primeira é:
a) 10/27
b) 4/9
c) 5/9
d) 8/9

7. Numa urna são depositadas 145 etiquetas numeradas de 1 a 145. Três etiquetas são sorteadas, sem reposição. A probabilidade de os números sorteados serem consecutivos é:
a) $\dfrac{1}{145.144}$
b) $\dfrac{1}{145.144.143}$
c) $\dfrac{1}{24.145}$
d) $\dfrac{1}{72.145.143}$

8. A probabilidade de observarmos um número na face superior de um dado viciado é diretamente proporcional a esse número. Ao lançarmos esse dado, a probabilidade de ocorrer um número par é:
a) 1/2.
b) 11/21.
c) 4/7.
d) 13/21.

9. Uma urna contém 1 bola preta e 9 brancas. Uma segunda urna contém x bolas pretas e as restantes brancas, num total de 10 bolas. Em um primeiro experimento, retira-se ao acaso uma bola de cada urna. Em um segundo experimento, todas as bolas são reunidas em uma única urna e duas são retiradas, ao acaso, uma seguida à outra, sem reposição.
O menor valor de x, tal que a probabilidade de se obterem duas bolas pretas seja estritamente maior no segundo experimento, é:
a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

10. Seja S o espaço amostral de um experimento aleatório e A um evento de S. A probabilidade de ocorrer o evento A é dada por $P(A) = \dfrac{n-10}{4}$. O número máximo de elementos de A é:
a) 10
b) 11
c) 14
d) 15

11. Na Academia da Força Aérea, existem 8 professores de matemática e 6 de física. Para participar de um congresso no Rio de Janeiro, deverá ser formada uma comissão de 4 professores. A probabilidade de participarem dessa comissão 3 professores de matemática e 1 de física é de:

a) 3/1001
b) 48/143
c) 21/286
d) 4/13

12. Em um balcão de supermercado, foram esquecidas 2 sacolas. Uma continha 3 latas de atum, 2 latas de ervilha e 5 de sardinha; a outra, x latas de atum, 3 latas de ervilha e 3 de sardinha. Escolhe-se ao acaso uma sacola e retira-se uma lata. Qual é o menor valor de x para que a probabilidade de tratar-se de uma lata de atum seja, no mínimo, 50%?

a) 13
b) 14
c) 15
d) 16

13. Lançam-se dois dados e observa-se as faces voltadas para cima. A soma dos números obtidos nessas faces é oito. Dessa forma, a probabilidade de que as faces apresentem por produto dos números obtidos um número par é
a) 2/5
b) 3/5
c) 1/12
d) 1/18

ITA:
14. Uma amostra de estrangeiros, em que 18% são proficientes em inglês, realizou um exame para classificar a sua proficiência nesta língua. Dos estrangeiros que são proficientes em inglês, 75% foram classificados como proficientes. Entre os não proficientes em inglês, 7% foram classificados como proficientes. Um estrangeiro desta amostra, escolhido ao acaso, foi classificado como proficiente em inglês. A probabilidade deste estrangeiro ser efetivamente proficiente nesta língua é de aproximadamente
a) 73%.
b) 70%.
c) 68%.
d) 65%.
e) 64%

15. Um determinado concurso é realizado em duas etapas. Ao longo dos últimos anos, 20% dos candidatos do concurso têm conseguido na primeira etapa nota superior ou igual à nota mínima necessária para poder participar da segunda etapa. Se tomarmos 6 candidatos dentre os muitos inscritos, qual é a probabilidade de no mínimo 4 deles conseguirem nota para participar da segunda etapa?

16. Considere uma população de igual número de homens e mulheres, em que sejam daltônicos 5% dos homens e 0,25% das mulheres. Indique a probabilidade de que seja mulher uma pessoa daltônica selecionada ao acaso nessa população.
a) 1/21
b) 1/8
c) 3/21
d) 5/21
e) 5/4

17. Considere o conjunto $D = \{n \in N;\ 1 \leq n \leq 365\}$ e $H \subset P(D)$ formado por todos os subconjunto de D com 2 elementos. Escolhendo ao acaso um elemento $B \in H$, a probabilidade de a soma de seus elementos ser 183 é igual a:
a) 1/730
b) 46/33215
c) 1/365
d) 92/33215
e) 71/730

18. Em um espaço amostral com uma probabilidade P, são dados os eventos A, B e C, tais que: $P(A) = P(B) = ½$, com A e B independentes. Observa-se que $P(A \cap B \cap C) = 1/16$ e que $P((A \cap B) \cup (A \cap C)) = 3/10$. Calcule as probabilidades condicionais $P(C| A \cap B)$ e $P(C|A \cap B^C)$.

19. São dados dois cartões, sendo que um deles tem ambos os lados na cor vermelha, enquanto o outro tem um lado na cor vermelha e o outro lado na cor azul. Um dos cartões é escolhido ao acaso e colocado sobre uma mesa. Se a cor exposta é vermelha, calcule a probabilidade de o cartão escolhido ter a outra cor também vermelha.

20. Uma caixa branca contém 5 bolas verdes e 3 azuis, e uma caixa preta contém 3 bolas verdes e 2 azuis. Pretende-se retirar uma bola de uma das caixas. Para tanto, 2 dados são atirados. Se a soma resultante dos dois dados for menor que 4, retira-se uma bola da caixa branca. Nos demais casos, retira-se uma bola da caixa preta. Qual é a probabilidade de se retirar uma bola verde?

Gabarito:

1. C
2. A
3. A
4. D
5. C
6. C
7. C
8. C
9. C
10. C
11. B
12. B
13. D
14. B
15. 1,696%
16. A
17. A
18. 1/4; 9/40
19. 2/3
20. 289/480