

1ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Em um triângulo ABC, \hat{A} e \hat{B} são ângulos complementares. Calcule o valor numérico da expressão:

$$(\cos \hat{A} - \cos \hat{B})^2 + (\sin \hat{A} + \sin \hat{B})^2$$

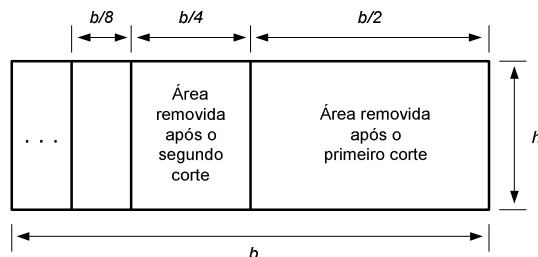
2ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Determine todos os números naturais n tais que:

$$(1+i)^{2n} + (2i)^n + 16i = 0 \text{ onde } i = \sqrt{-1}.$$

3ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Uma placa metálica com base b e altura h sofre sucessivas reduções da sua área, em função da realização de diversos cortes, conforme ilustrado na figura abaixo. A cada passo, a área à direita é removida e a placa sofre um novo corte. Determine a soma das áreas removidas da placa original após serem realizados n cortes.

**4ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} 1+x & 1 & 0 \\ 2x & 1 & -1 \\ -x & 2 & 1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} x & -1 & 1 \\ 2+x & 1 & 0 \\ x-1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Calcule o valor de x , sabendo que existe uma matriz inversível P tal que $A = P^{-1}BP$.

5ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Sabendo que a , b e c são constantes reais, resolva o sistema simplificando o máximo possível a expressão obtida.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ cx + ay + bz = 0 \\ ax - by - bz = a^2 - b^2 \end{cases}$$

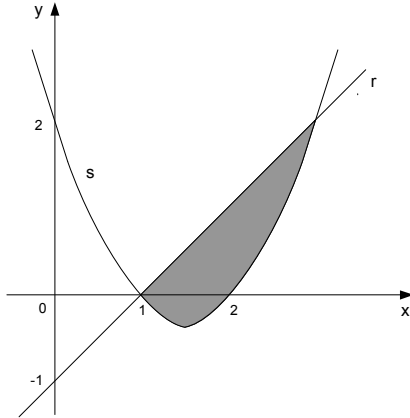
6ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Considere o polinômio $P(x) = ax^3 + bx + c$ tal que $P(1) = 1$, $P(2) = 4$ e $P(3) = 9$. Determine:

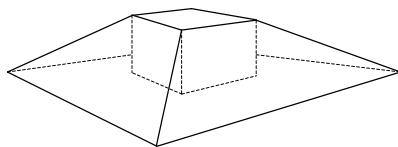
- o valor de a , b e c ;
- o número de raízes reais desse polinômio.

7ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

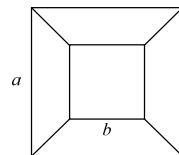
Sabendo que na figura abaixo r é uma reta e s é uma parábola do 2º grau simétrica em relação a um eixo vertical, calcule a área sombreada.

**8ª QUESTÃO****Valor: 1,0**

Um cubo de aresta b é colocado sobre um quadrado de lado a de forma que o centro da face inferior do cubo coincide com o centro do quadrado e os lados da face inferior do cubo são paralelos aos lados do quadrado. Une-se cada vértice da face superior do cubo ao vértice mais próximo do quadrado, conforme a figura. Sabendo que $b < a$, determine o volume do sólido obtido.



Visão em perspectiva



Vista superior

9ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

Dados dois pontos A e B num plano com $A \neq B$ e um ponto P , que se move neste plano de maneira que a razão entre as distâncias \overline{PA} e \overline{PB} seja uma constante não negativa, determine a equação do lugar geométrico (LG) do ponto P e as possíveis figuras que esse LG pode representar.

10ª QUESTÃO**Valor: 1,0**

A função $g(x)$ possui derivada $g'(x)$ para todo x real e satisfaz as seguintes equações:

$$g'(0) = 2$$

$$g(x + y) = e^y g(x) + e^x g(y) \text{ para quaisquer } x \text{ e } y \text{ reais.}$$

- Mostre que $g(2x) = 2e^x g(x)$ e encontre uma fórmula similar para $g(3x)$.
- Generalize o resultado do item anterior, encontrando uma fórmula para $g(nx)$ em função de $g(x)$, válida para todo inteiro positivo n . Demonstre essa fórmula por indução matemática.
- Mostre que $g(0) = 0$ e calcule $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h)}{h}$.

RASCUNHO

RASCUNHO

