Estratégia
Militares

Aula 00

Teoria Elementar dos Conjuntos e Intervalos Reais

EEAR – 2021/2

Prof. Ismael Santos

Sumário

Fale comigo!

@profismael_santos *Ismael Santos* *@IsmaelSantos*

Apresentação

Olá, querido aluno! Meu nome é **Ismael Santos**, professor de **Matemática do Estratégia Militares**. Estarei com você nesta caminhada rumo à gloriosa **EEAR**. Tenho certeza que faremos uma excelente parceria, que tem como objetivo: **a sua tão sonhada APROVAÇÃO.**

Deixe que me apresente: sou servidor público federal há 14 anos, natural do Rio de Janeiro – RJ, Graduado em Gestão Financeira, Graduando em Matemática pela UFF-RJ, Pós-graduado em Orçamento Público.

Iniciei meus estudos para concursos muito cedo, aos 14 anos. Naquela época, meu objetivo principal era o certame do Colégio Naval. Essa batalha teve início em 2002. Não foi nada fácil! Tive muita dificuldade nesta preparação, em especial devido à falta de base sólida de conhecimento teórico. O resultado já era esperado: **REPROVADO** em meu primeiro concurso.

Em 2003, consegui focar mais nos estudos. Ver a matéria pela segunda vez foi, certamente, um facilitador. Neste ano, minha evolução foi muito grande. Estava confiante! Pois bem! Chegou a prova! Mais uma reprovação! Este resultado não foi o esperado. Foi duro suportar. No entanto, não podia perder tempo, tinha que voltar a estudar o mais rápido possível, já para o próximo ano.

Chegamos em 2004! Neste ano, além de me preocupar com a parte teórica, resolvi preparar também minha cabeça (psicológico), para que no dia da prova, não fosse surpreendido. Eis que chegou a APROVAÇÃO. Neste certame, obtive a **4ª maior nota do Brasil na primeira fase**. Dia inesquecível! Neste mesmo ano, obtive a aprovação também na **EPCAr (Escola Preparatória de Cadetes do Ar).**

Já em 2005, tive a oportunidade de prestar outros concursos, os quais obtive aprovação: **EEAr, UFRJ, UERJ, EsSA, CMRJ e UFFRJ.**

Em 2008, fui morar no Paraná. Cidade na qual servi por 5 anos. Ao fim deste período, fui transferido para o Rio de Janeiro.

Entre os anos de 2014 a 2016, obtive outras aprovações, desta vez, para cargos públicos civis, tais como: **Agente da Polícia Civil –RJ, Papiloscopista da Polícia Civil –RJ, Técnico da Assembleia Legislativa – RJ e Fiscal de Posturas de Niterói.**

Ufa! Quanta coisa, não? Pois é! Tudo serviu de experiência! Conhecimento não ocupa espaço! **Nunca pare de estudar!**

Perceba que minha experiência com concursos militares já vem desde 2002. São mais de 15 anos respirando essa área. Não à toa, é a que mais me identifico para lecionar. Por este motivo, aceitei o convite para assumir a Matemática das Carreiras Militares. Tenha certeza que verás essa fascinante matéria com uma linguagem bem acessível. Digo ainda que a abordagem será totalmente focada no edital seu último concurso - 2019.

Metodologia do Curso

Olá, futuro **ESPECIALISTA!** Tudo bem? Seja bem-vindo ao nosso curso de **ÁLGEBRA**, do Estratégia Militares. Nesse primeiro momento, vamos conversar sobre a metodologia do nosso curso. Isso se faz muito importante pois, só assim, poderemos extrair a melhor preparação para você!

A matemática do seu edital foi dividida, didaticamente, da seguinte forma: **ÁLGEBRA, ARITMÉTICA e GEOMETRIA.** Essa divisão irá facilitar seus estudos, no sentido de crescer de forma equitativa (equilibrada) em cada uma das frentes, não deixando nenhuma delas por último.

Dentro desta divisão, o seu edital foi particionado de forma que os tópicos (aulas) dentro de cada uma das três frentes sejam dependentes entre si. Ou seja, deve ser estudada na forma cronológica proposta, ou seja, estude a aula 01 somente depois de já ter passado pela 00. A organização é 70% do seu concurso. Não dê mole! OK?

Saiba que cada tópico do seu edital de ÁLGEBRA **será repassado por meio de livros eletrônicos + videoaulas, que estão sob minha responsabilidade**. Vale ressaltar que, antes de iniciarmos os pontos efetivos referentes ao edital, decidi por bem dar uma **revisada na Matemática Básica**, para que você possa relembrar pontos muito importantes para o bom desempenho do nosso curso. Confie em mim! Tudo fará diferença na sua aprovação. Leia cada detalhe! Não irá se arrepender.

Os Livros Eletrônicos do Estratégia Militar **são materiais completos**, com todo o arcabouço **teórico e prático**, tudo isso para otimizar seu tempo de estudo. É importante, além de saber estudar por eles, também ter uma excelente disciplina de estudos. É de suma importância a leitura atenta a todos os pontos teóricos, ainda que "ache" saber tudo. Antes de fazer as questões propostas, que possuem um grau mais elevado, oriento a **refazer os possíveis exercícios resolvidos, bem como os exercícios-modelo**. Eles farão você pegar uma base mais sólida.

Além dos Livros que irão explicar cada ponto do edital, na profundidade necessária ao seu concurso, lembro-vos ainda do acesso às videoaulas. Este material será complementar ao "PDF". **Para você que tem uma certa dificuldade em matemática, segue uma dica importante**: **ASSISTIR ÀS VIDEOAULAS FACILITARÁ MUITO A SUA VIDA.**

Além das aulas teóricas gravadas, farei também correção de questões de provas anteriores, para que fique um nível acima da prova. Tentarei esgotar, ao máximo, questões do seu certame, no entanto, utilizarei questões de fixação (modelo) e questões de outros concursos militares, para que tenha uma quantidade razoável de exercícios de cada tópico.

Nossa estratégia é trabalhar com uma teoria simples e aplicada àquilo que sua banca realmente cobra! Nada de perda de tempo. O negócio é atingir o que cai na prova.

Análise dos Concursos Anteriores

1. Da prova de Álgebra

Ainda que seja sua primeira tentativa, pode ter certeza da possibilidade de ser aprovado já no concurso de **2020.** O primeiro passo que você precisa dar é conhecer como é sua prova! Saber o que vem pela frente é o melhor ponto de partida, servindo assim como uma excelente base de planejamento de estudos! Assim, destaco alguns pontos da sua prova:

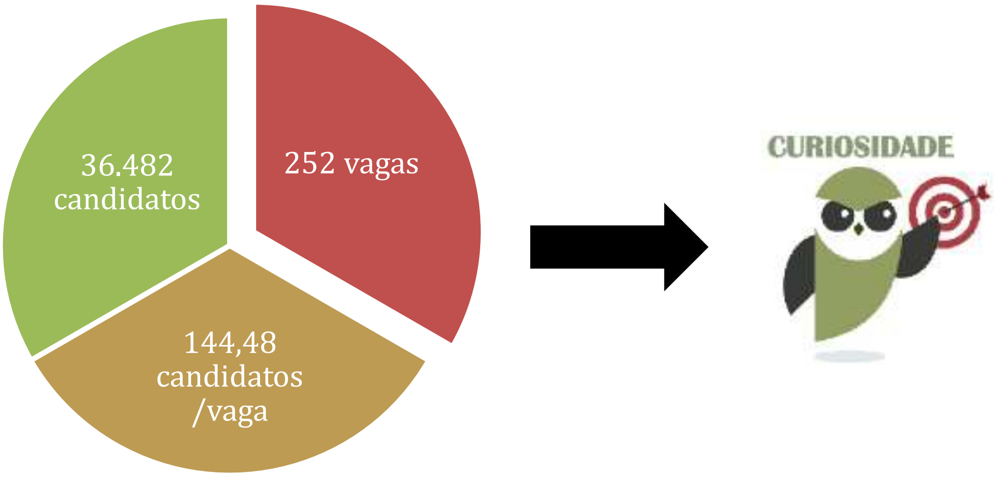
- **Composição:**
  - ✓ 24 questões: separadas nas partes de ÁLGERBA, GEOMETRIA e ARITMÉTICA.
    - **Matemática (só álgebra):**

Álgebra: *Funções: definição de função; funções definidas por fórmulas; domínio, imagem e contradomínio; gráficos; funções injetora, sobrejetora e bijetora; funções crescente e decrescente; função inversa; funções polinomial do 1.º grau, quadrática, modular, exponencial e logarítmica; resolução de equações, inequações e sistemas.*

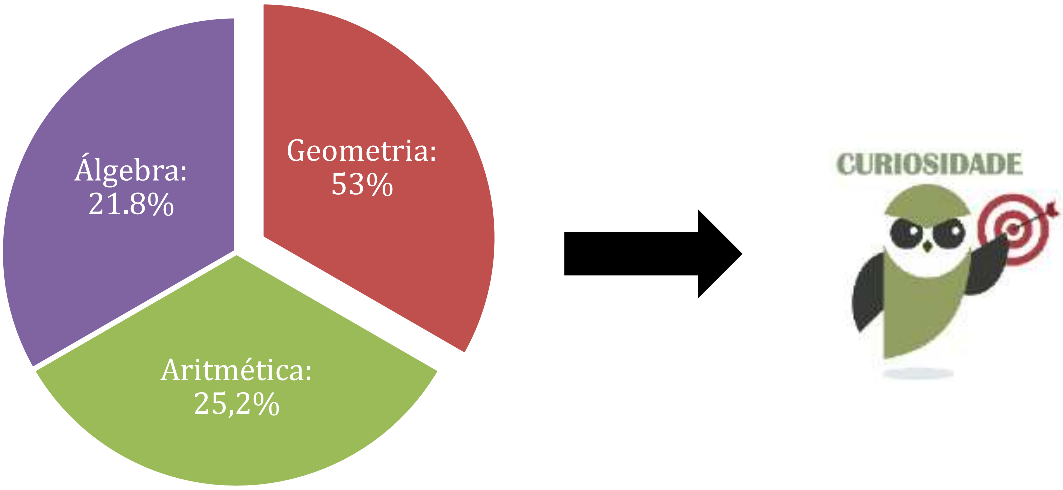
Perceba que o conteúdo de **álgebra** é uma parte pequena, ainda assim é necessário darmos uma atenção especial. Essa atenção se faz necessária não só pelo conteúdo programática, mas também por ser uma parte da matemática que será base para as outras (aritmética e geometria). **Em seu último concurso, a álgebra compôs 20% da sua prova, então, foco na missão!**

2. Concorrência

Na prova de **2020.2,** tivemos a seguinte estatística:



3. Raio-X da Matemática



No gráfico acima, destaco a percentagem de incidência de cada parte da matemática dos últimos 10 anos da prova para a **EEAR. Perceba que a álgebra pura cai menos, justamente pelo fato de aparecer nas outras de forma implícita.**

Cronograma de Aulas

Aula 0	Notações matemáticas; Teoria dos Conjuntos (representação de conjuntos e subconjuntos, união, interseção e diferença de conjuntos); Intervalos Reais.
Aula 1	Potenciação; Radiciação; Produtos Notáveis; Fatoração; Racionalização.
Aula 2	Equação do 1º grau e Equação do 2º grau
Aula 3	Introdução às Funções: definição de função; funções definidas por fórmulas; domínio, imagem e contradomínio; gráficos; funções injetora, sobrejetora e bijetora; funções crescente e decrescente; função inversa.
Aula 4	Função polinomial do 1.º grau
Aula 5	Função quadrática
Aula 6	Inequações
Aula 7	Equações Biquadradas, Irracionais; Redutíveis ao 2º grau
Aula 8	Função exponencial. Equações e inequações exponenciais. Função logarítmica. Equações e inequações logarítmicas.
Aula 9	Função modular. Equações e inequações modulares.

Sobre a prova da EEAR 2021.1

Na parte de álgebra, sem surpresas. Questões acessíveis que poderiam ser resolvidas sem maiores problemas usando nosso material de forma exclusiva. Isso mesmo: NÃO HÁ NECESSIDADE DE MATERIAL COMPLEMENTAR.

Muito importante também ressaltar que, das 5 questões de álgebra que caíram na prova passada, TODAS, eu disse SÓ TODAS, foram abordadas em aulas em pdf, ou em vídeos, nos simulados etc. Ou seja, de uma forma ou de outra, a preparação foi suficiente. Assim, acredite em nosso trabalho. O material irá suprir com tranquilidade a sua prova.

Veja, abaixo, alguns prints de mensagens que ratificam essa informação!

Mensagens de alunos:

Vc viu a questão q cobrou a teoria dos conjuntos

Do futebol

Do vôlei

Tem gente q erra questão assim

E sobre hoje, realizei a prova da EEAR e tirei
22/24 Port
21/24 Inglês
24/24 mat
16/24 física
Acredito que a média gire em torno de 85/86...
Acho que o curso de vcs me refinou bastante, pena que encontrei vcs só esse ano 😆

Dois alunos diferentes: o print da esquerda retrata a mensagem de um aluno que acertou 86 questões para a opção 1, já a aluna da esquerda, acertou 83 para BCT. Detalhe: OLHE A NOTA EM MATEMÁTICA DESTA ALUNA!!!!!!!!!! Essa será a sua nesta prova que se aproxima!

Veja agora, **alguns** prints das questões que foram abordadas durante a preparação e caíram de forma parecida na prova passada!

16. (Estratégia Militares 2020 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Em uma escola de 150 estudantes , sabe-se que 60 são mulheres, 80 estudam biologia, 20 são mulheres que não estudam biologia. Qual a probabilidade de escolher, aleatoriamente, um homem que não estuda biologia?

(A) 1/2

Estratégia Militares

Seja a inequação $|-2x+6| \leq 4$, no conjunto dos números reais. A quantidade de número inteiros contidos em seu conjunto solução é____.

a) 3

b) 4

c) 5

d) 6

Militares   Estratégia Militares – 06/09/2020   Militares

18. (Estratégia Militares 2020 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Qual o número de valores inteiros que não verificam a inequação abaixo:

$$|2x + 3| \geq 7$$

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 5

❑ Álgebra e Aritmética

Estratégia

52.(EEAR/2021)

Em um grupo de jovens, 25 praticam futebol, 20 praticam vôlei, 5 praticam futebol e vôlei e 10 não praticam nenhum esporte. Ao selecionar, aleatoriamente, um jovem desse grupo, a probabilidade dele praticar apenas futebol é:

a) 0,6

b) 0,5

c) 0,4

d) 0,3

➢ INEQUAÇÃO MODULAR

Estratégia

b) $|2x-3| \leq 1$

Condição $1 \geq 0$ → $\overset{+3}{-1} \leq 2x - \overset{+3}{\cancel{3}} \leq \overset{+3}{1}$

$2 \leq 2x \leq 4 \quad :2$

$1 \leq x \leq 2$

É meu querido!! Só estudar!! Vai dar BOM!

Conte comigo!

Sem mais, vamos a nossa TEORIA?

Simbora!!!

Introdução

O primeiro dos assuntos é: **TEORIA ELEMENTAR DOS CONJUNTOS**. Por mais que este tema não caia todo ano, é um tópico basilar para outras questões trabalhadas em sua prova. Diante disso, vamos passar por todos os pontos necessários para que faça uma excelente prova!

Preparado, futuro SARGENTO?! Sigamos em frente! Vamos à nossa aula!

"O segredo do sucesso é a constância no objetivo"

2 – Notação Matemática

1 – Introdução

Na Matemática, a ***Simbologia*** tem um papel fundamental. Em diversas questões, por exemplo, se você não tiver um bom domínio da linguagem matemática, a feitura das mesmas torna-se praticamente impossível. **Costumo dizer que essas notações são uma extensão do nosso alfabeto.**

Veremos a seguir algumas das principais notações. Ressalto que não faz sentido trazer todas as existentes, por fugir do intuito do seu curso. Não se preocupe em decorar todas num primeiro momento. Este aprendizado vem com o decorrer do curso, alinhado a muita prática de exercícios. Beleza?

Caso, durante o nosso curso, apareça algum não mencionado na tabela abaixo, fique tranquilo, pois farei o comentário necessário. Ok?

Vamos entender a dinâmica da tabela? Simbora!

2 – Principais Notações

A tabela abaixo conta com as principais notações da nossa querida matemática. Vale ressaltar que a mesma foi dividida em três colunas, a saber:

1ª Coluna - preocupei-me em apresentar a forma simbólica.

2ª Coluna - preocupei-me em descrever o nome da respectiva notação e as possíveis variações.

3ª Coluna – preocupei-me em citar em qual tópico da matemática você terá um possível contato.

Veremos agora um esquematizado! Preparado? Vamos nessa, guerreiro!

SÍMBOLO	NOMENCLATURA	UTILIDADE
$\neq$	Desigual ou Diferente	Condições de existência de equações fracionárias.
$=$	Igual	Operações algébricas.
$+$	Adição	Operações algébricas.
$-$	Subtração	Operações algébricas.
$\times$	Multiplicação	Operações algébricas.
$\div$	Divisão	Operações algébricas.
$>$	Maior que	Inequações.
$<$	Menor que	Inequações.
$\geq$	Maior que ou igual a	Inequações.
$\leq$	Menor que ou igual a	Inequações.
$\cup$	União	Teoria dos Conjuntos
$\cap$	Interseção	Teoria dos Conjuntos
$\equiv$	Equivalente ou congruente	Operações algébricas.
$\cong$	Aproximadamente	Operações algébricas.
$\wedge$	Operador lógico “e”	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\vee$	Operador lógico “ou”	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$!$	Fatorial	Análise Combinatória e Binômio de Newton.
$\forall$	Qualquer, ou para todo	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\in$	Pertence	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\notin$	Não pertence	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\exists$	Existe pelo menos um	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\exists\mathrm{I}$	Existe um único	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.

$\nexists$	Não existe	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\supset /$	Contém	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\subset$	Está contido	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\not\supset$	Não contém	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\not\subset$	Não está contido	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\longrightarrow$	Operador lógico Se então	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\Longrightarrow$	Implicação	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\longleftrightarrow$	Operador lógico Se e somente se	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\therefore$	Portanto	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\because$	Porque	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\sum$	Somatório	Somas Telescópicas
$/$	Tal que	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\neg$	Negação	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\underline{\vee}$	Operador lógico Ou ... ou	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\subseteq$	Está contido ou igual	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$\supseteq$	Contém ou igual	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
$(\ )$	Parênteses	Operações Algébricas.
$\{\ \}$	Chaves	Operações Algébricas.
$[\ ]$	Colchetes	Operações Algébricas.
$\emptyset$	Vazio	Teoria dos Conjuntos e Raciocínio Lógico.
∞	Infinito	Intervalos Reais.
Δ	Delta ou discriminante	Equações Polinomiais.

f: A⟶B	Função ou Aplicação de A em B	Função.
AxB	Produto cartesiano	Teoria dos Conjuntos e Função.
$A - B = A \setminus \boldsymbol{B}$	Diferença de Conjuntos	Teoria dos Conjuntos e Inequações
$\boldsymbol{C_A^B}$ = A – B	Complementar de B em A	Teoria dos Conjuntos
$\bar{A} = A' = AC = \sim A$	Complementar em relação ao universo	Teoria dos Conjuntos
$n(A)\,\boldsymbol{ou}\,\#(\boldsymbol{A})$	Nº de elementos ou Cardinalidade do conjunto A	Teoria dos Conjuntos
$P(A)$	Conjunto das Partes de A	Teoria dos Conjuntos

Ufa! Quanta coisa! Como disse anteriormente: *não se preocupe em gravar, neste primeiro momento.* ***Atenha-se apenas em saber que existe! Ok?***

Ressalto que para esse capítulo, não selecionamos questões, tendo em vista ser apenas informações a serem utilizadas nas resoluções de problemas mais à frente.

3 – Teoria dos Conjuntos

1 – Introdução

Vamos iniciar nossos estudos revendo e reforçando noções elementares de Teoria dos Conjuntos. Esse tópico será muito útil na resolução de questões no decorrer do nosso curso, em especial nos tópicos: *função, inequação e nas próprias questões sobre Conjuntos!*

Por já termos visto, no capítulo anterior, os símbolos matemáticos mais usados e úteis para o seu concurso, daqui para frente não irei me preocupar muito em explicá-los. Excepcionalmente, farei um breve comentário caso determinado símbolo não tenha sido objeto de explicação em momento anterior. Isso vai ajudar vocês a se acostumarem com o linguajar matemático.

A linguagem de conjuntos é base para a fundamentação de boa parte da matemática, além de ser um facilitador para a interpretação de problemas matemáticos. Podemos dizer que é uma espécie de alfabetização matemática.

Por isso, faz-se necessário uma abordagem detalhada, antes de vermos todos os tópicos do edital em potencial.

2 – Conceitos Básicos

Noções Primitivas são aquelas aceitas sem uma certa definição formal, ou seja, sua construção é feita a partir do cotidiano alinhado aos exemplos ilustrativos, que definem suas principais características.

Em outras palavras, ***tudo que tem um conceito de caráter primitivo, sua definição é vaga (não existe).*** Por este motivo, são feitas convenções para atender esta falta de informação. Não entrarei em discussões axiomáticas para determinar certas definições, pois isto não cabe ao objetivo do nosso curso.

Dentro da Teoria de Conjuntos, a linguagem matemática aceita ***três conceitos primitivos****, são eles:* ***conjunto, elemento e pertinência de elemento a um conjunto.***

Vamos entender cada um deles?

a) Conjuntos:

Por ser um conceito primitivo, ou seja, não possuir uma definição precisa, entendemos que é **toda reunião ou agrupamento de coisas bem definidas. Sua representação matemática, usualmente, é feita por letras maiúsculas do nosso alfabeto.**

Uma outra característica dos Conjuntos, bastante útil na resolução de questões, é o fato de todos os conjuntos não vazios, ao serem listados, serem escritos com um par de chaves em suas extremidades. ***Preste bastante atenção: sempre o par de chaves mais ao extremo da representação é que determinará o conjunto. Em outras palavras, tudo que estiver entre este par será considerado elemento.***

Imaginemos um determinado conjunto *A formado* pelos números naturais maiores que 0 e menores que 6. Uma das possíveis formas de representação matemática seria:$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$. Perceba que a letra maiúscula *A* representa o nosso conjunto. Observe ainda que o par de chaves delimita quais elementos pertence a ele.

Resumindo:

- ***A***: conjunto nomeado por uma letra maiúscula do alfabeto.
- ***Par de chaves***: delimita o conjunto dado.

- ***1, 2, 3, 4, 5***: são elementos do conjunto A.

Você deve estar se perguntando o porquê dos números 0 e 6 não pertencerem ao conjunto A. Explico da seguinte forma: o enunciado pediu números naturais maiores que 0, ou seja, o próximo será o 1, assim como menores que 6, que por consequência é o 5. Tranquilo? Show!

Imaginemos outro conjunto, agora representado pela letra *B*, formado pelos números pertencentes ao conjunto dos números inteiros compreendidos no intervalo fechado (quando se diz fechado, entende-se que inclui as extremidades) de 0 a 5. Assim, uma das possíveis formas de representação matemática é: $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$. Perceba que a letra maiúscula *B* representa o nosso conjunto. Observe ainda que o par de chaves delimita quais elementos pertence a ele.

Resumindo:

- ***B***: conjunto.
- ***Par de chaves***: delimita o conjunto dado.
- ***0, 1, 2, 3, 4 , 5***: são elementos do conjunto *B*, que são separados por vírgulas.

Você deve estar se perguntando o porquê dos números 0 e 5, nesse caso, pertencerem ao conjunto. Explico da seguinte forma: o enunciado pediu números naturais compreendidos no intervalo fechado de 0 a 5, ou seja, quando se diz fechado, subtende-se que inclui as extremidades do intervalo. De modo diverso, se a questão pedisse com base em um intervalo aberto nas extremidades, estes números não entrariam no cômputo da questão.

b) Elemento:

São os objetos (coisas ou seres) bem definidos, que compõe um conjunto não vazio. Comumente, as representações destes elementos são feitas por letras minúsculas. Uma outra característica na descrição dos elementos de cada conjunto é a de separá-los por meio de vírgulas ou ponto e vírgula. Perceba que, no seguinte exemplo, o conjunto *C* é formado por elementos que são as vogais do nosso alfabeto: $C = \{a; e; i; o; u\}$.

Resumindo:

- ***C***: conjunto
- ***Par de chaves***: delimita o conjunto dado
- ***a, e, i, o, u***: são elementos do conjunto *C*.

Deixo aqui uma observação bastante valiosa: um conjunto pode assumir também, a depender do contexto, a característica de um elemento. Esse é um ponto que muitos dos alunos escorregam em prova, mas você, aluno do Estratégia, não cairá nessa, certo? Vamos entender com um exemplo motivacional.

Imaginemos o seguinte conjunto: $D = \{2; 3; 5; \{7\}\}$. É fácil perceber que o conjunto acima possui quatro elementos, *sendo que um deles é representado com uma característica diferente dos demais, qual seja, está descrito por meio de um par de chaves.* Este elemento é essencialmente um conjunto, que assumiu no exemplo acima, a característica de elemento do conjunto *D.*

Resumindo:

- ***D***: conjunto.
- ***Par de chaves mais ao extremo***: delimita o conjunto dado.
- ***2, 3, 5, {7}***: são elementos do conjunto *D*.

c) Pertinência de Elemento a um Conjunto:

Essa relação serve para verificar se determinado objeto é ou não elemento de um dado conjunto. A pertinência de um elemento a um determinado conjunto é representado pelos *símbolos* $\in$ *(pertence) ou* $\notin$ *(não pertence), respectivamente.*

Não existe relação de pertinência de subconjunto para conjunto. Essa relação só é utilizada para avaliações de elemento para conjunto.

Imaginemos o seguinte conjunto: $A = \{0; 1; 2; \{3\}\}$. A partir do exemplo, podemos extrair as seguintes informações: ***um conjunto nunca será elemento dele mesmo e nos casos de um conjunto, por suas características, ser também elemento de outro conjunto, podemos sim, de forma excepcional e ponderada, fazer a relação de pertinência.***

Resumindo:

- **A ∉ A:** (Pois a Pertinência não é utilizada de Conjunto para Conjunto)
- **{3}** ∈ **A:** (Relação direta de Elemento para Conjunto)
- **{1}** ∉ **A:** (Pois a Pertinência não é utilizada de Subconjunto para Conjunto)

Vejamos alguns exemplos desta relação muito recorrente em provas, com base nos conceitos vistos anteriormente, ok?

---

1. (Exercício - Modelo)

Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas sentenças abaixo sabendo-se que

$A = \{1, 2, 3, 4\}$,
$B = \{4, 5, 6\}$,
$C = \{\{1\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}\}$,
$D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

a) $1 \in D$ ( )
b) $3 \notin B$ ( )
c) $1 \in C$ ( )
d) $4 \in A$ ( )
e) $\{1\} \in C$ ( )
f) $\{2, 3\} \in C$ ( )
g) $\{\{1\}\} \in C$ ( )
h) $\{1\} \in D$ ( )
i) $\{4{,}5\} \in D$ ( )
j) $5 \notin B$ ( )

Comentários:

Observe que a questão nos traz assertivas com relações de pertinência, ou seja, análises de elementos para conjuntos. Desta forma, basta sabermos se o tal "elemento" é ou não objeto dos conjuntos apresentados.

Na letra *a,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 1 está de fato descrito no conjunto D, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *b,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 3 de fato NÃO está descrito no conjunto B, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *c,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento 1 NÃO está descrito no conjunto C. Observe ainda, que o elemento 1 é diferente de {1}. Este último sim, é elemento do conjunto mencionado.

Na letra *d,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 4 está de fato descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *e,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {1} está de fato descrito no conjunto C, ou seja, pertence ao conjunto mencionado. Fique atento que apesar do elemento aparecer com um par de chaves, ele possui característica de elemento, por estra descrito, separado por um par de vírgulas e possuir um par de chaves mais ao extremo, que delimita o conjunto C.

Na letra *f,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {2,3} está de fato descrito no conjunto C, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *g,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {{1}} NÃO está descrito no conjunto C, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que o elemento {1} que pertence ao conjunto. Digo ainda que {{1}} é subconjunto de C, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *h,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {1} NÃO está descrito no conjunto D, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que o elemento 1 que pertence ao conjunto. Digo ainda que {1} é subconjunto de D, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *i,* temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento {4,5} NÃO está descrito no conjunto D, ou seja, não pertence ao conjunto mencionado. Observe que os elementos 4 e 5 que pertencem ao conjunto. Digo ainda que {4,5} é subconjunto de D, mas este ponto será apresentado mais à frente.

Na letra *j*, temos: assertiva **falsa**, tendo em vista que o elemento 5 de fato está descrito no conjunto B, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Gabarito: a) V b) V c) F d) V e) V f) V g) F h) F i) F j) F

---

2. (Exercício - Modelo)

Dado o conjunto $P = \{0, \{0\}, \emptyset, \{\emptyset\}\}$, considere as afirmativas:

$I)$ $\{0\} \in P$

$II)$ $\{0\} \subset P$

$III)$ $\emptyset \in P$

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:

a) todas são verdadeiras.

b) apenas a I é verdadeira.

c) apenas a II é verdadeira.

d) apenas a III é verdadeira.

e) todas são falsas.

Comentário:

Observe, abaixo, quais dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ P → é o conjunto a ser analisado
- ✓ 0, {0}, Ø, {Ø} → são elementos do conjunto P

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA.

Passaremos analisando cada item, ok?

No item I, temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {0} está de fato descrito no conjunto P, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

No item II, temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {0} está contido no conjunto P, ou seja, ele é um subconjunto. Perceba que ele deriva do elemento 0.

No item III, temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento Ø está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Gabarito: A

---

3 – Descrição e Representação de Conjuntos

Em linhas gerais, existem três formas de representação de conjuntos, quais sejam:

a) Enumeração, Listagem ou Forma Tabular:

Nessa forma de representação, ***os conjuntos são descritos, listando todos seus elementos, que estarão sempre entre chaves.***

$$\boldsymbol{A = \{a; b; c\}}$$

Das aplicações acima, podemos deduzir que, cada par de chaves, mais ao extremo possível, representa um determinado conjunto. Vamos a outro exemplo:

$$\boldsymbol{B = \{1; \{2\}; 3\}}$$

O conjunto acima possui os elementos: 1; {2}; 3. Perceba que o elemento {2} também é um conjunto, que, excepcionalmente, está sendo tratado como elemento de B, ou seja: {2} ∈ A. ***Observe que o conceito de elemento é relativo. Por exemplo, um conjunto pode ser elemento de outro conjunto.***

b) Característica, Propriedade, Compreensão ou Forma Construtiva:

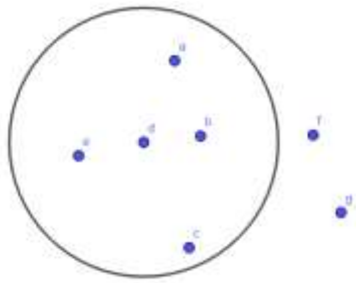
É uma forma sintética de listagem. Nesse caso, ***o conjunto é representado por uma propriedade ou característica comum a todos os elementos***. Veja!

$$\boldsymbol{A = \{x/x \text{ é vogal}\} \text{ ou } B = \{x \in \mathbb{Z}/1 \le x \le 5\}}$$

É de fácil percepção que o conjunto A é formado pelas vogais do nosso alfabeto. Por sua vez, o conjunto B, é formado pelos números naturais pertencentes ao intervalo fechado de 1 a 5. Essa é a leitura correta feita nas representações dos conjuntos acima. Perceba que a representação por Característica ou Propriedade é uma forma bem reduzida de apresentar um conjunto com muitos elementos. Ou seja:$A = \{a; e; i; o; u\}$ ou $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$

c) Diagrama de Venn-Euler

Nada mais é que o diagrama que possui os elementos descritos dentro de uma linha poligonal fechada, em regra, um círculo que os contorna.



Cada objeto descrito dentro do diagrama pertencerá ao conjunto mencionado. Por sua vez, não pertencerão ao conjunto, aqueles elementos descritos fora desta linha poligonal.

4 – Conjuntos Notáveis

a) Conjunto Vazio:

É aquele conjunto que ***não possui elemento algum***. Isso se faz possível pelo fato deste conjunto ser definido por uma sentença contraditória. Observe!

$$\begin{cases} A = \emptyset \\ A = \{\ \} \\ A = \{x/x \text{ é aluno do Estratégia que não passa na PROVA}\} \end{cases}$$

Muito cuidado com as pegadinhas de prova. O Vazio dentro de um par de chaves TORNA-SE ELEMENTO, ou seja, o dado conjunto deixa de ser *Conjunto Vazio e passa a ser Conjunto Unitário. Veja:*

$$A = \{\emptyset\} \Rightarrow \text{ Conjunto Unitário com o } \emptyset \text{ (vazio) como elemento}$$

b) Conjunto Unitário:

É o conjunto no qual apenas um elemento satisfaz as características apresentadas.

$$B = \{x/x \text{ é par e primo}\} \Rightarrow B = \{2\}$$

c) Conjunto Universo:

É o conjunto fundamental para a determinação das soluções de um problema. Este conjunto possui todos os elementos possíveis, por ser o mais amplo. Sua representação, em regra, é dada pela letra maiúscula U. Observe a resolução do exemplo abaixo no campo do Reais:

$$x^2 - \frac{4}{9} = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow x = \pm\frac{2}{3} \;\therefore\; S = \left\{-\frac{2}{3}; +\frac{2}{3}\right\}$$

Ou seja, a equação acima possui duas soluções nos reais (conjunto universo), que possui todos os tipos de números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Perceba que, caso o conjunto universo da questão fosse o conjunto dos naturais, o problema não possuiria solução, pelo simples fato de as soluções não pertencerem a este conjunto.

Quando determinada questão não mencionar o conjunto universo, deve-se considerar o mais amplo possível, para fins de resolução.

d) Conjunto Finito:

É todo conjunto que ***possui uma quantidade limitada de elemento***, ou seja, fazendo-se o processo de contagem comum destes elementos, chega-se ao fim. Um exemplo simples seria o conjunto$E = \{x \in \mathbb{Z}/1 < x < 5\}$, que possui 3 elementos: 2, 3 e 4.

e) Conjunto Infinito:

É todo conjunto que ***possui uma quantidade ilimitada de elementos***, ou seja, não se dá para contar pelo processo comum. Como por exemplo: $E = \{x \in \mathbb{Z}/\, x > 2\}$

f) Conjunto Solução:

Também chamado de conjunto verdade, ***é o conjunto das respostas (soluções) de um problema dado.*** Sua representação é dada pela letra maiúscula S.

$$2x - 4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2 \;\therefore S = \{2\}$$

g) Conjuntos Iguais:

Por definição, dois conjuntos são ditos iguais quando ***possuírem os mesmos elementos***, independente da ordem que estejam listados, bem como da quantidade apresentada. Veja um exemplo de conjuntos iguais.

$$\begin{cases} A = \{1,2,3,4\} \\ B = \{2,3,4,1\} \end{cases}$$

Assim, para dois conjuntos serem iguais, deve-se ocorrer a seguinte relação:

$$\boldsymbol{A = B \Leftrightarrow A \subset B \wedge B \subset A}$$

Vejamos agora um exemplo bem ilustrativo para que você não caia nesta pegadinha em prova. Ok?

Imagine o conjunto K, formado pelos elementos (letras) da palavra AMAR:

$$\boldsymbol{E = \{a;\ m;\ a;\ r\},}$$

Imagine ainda o conjunto W, formado pelos elementos (letras) da palavra AMARRAR:

$$\boldsymbol{W = \{a;\ m;\ a;\ r;\ r;\ a;\ r\}}$$

Este exemplo é bastante prático para que possa observar que não há necessidade de repetir elementos de um mesmo conjunto; basta indicar uma só vez. Ou seja, podemos perceber que os conjuntos mencionados são iguais entre si. Observe!

$$\boldsymbol{E = W = \{a;\ m;\ a;\ r\} = \{a;\ m;\ a;\ r;\ r;\ a;\ r\} = \{a;\ m;\ r\}}$$

h) Conjuntos Diferentes ou Desiguais:

Dois conjuntos são ditos diferentes ***quando pelo menos um dos elementos que pertença a um dos conjuntos não pertença ao outro conjunto.***

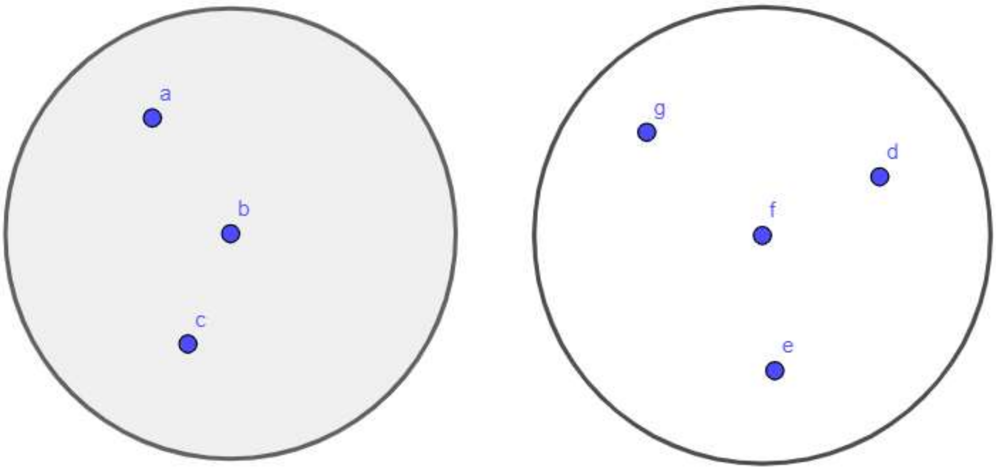
$$\begin{cases} C = \{1; 2; 3; 4\} \\ D = \{2; 3; 4\} \end{cases} \Rightarrow C \neq D$$

Observe que o elemento 1 não pertence ao conjunto *D*, logo, $C \neq D$. Assim, para dois conjuntos serem diferentes, deve-se ocorrer a seguinte relação:

$$A \neq B \Rightarrow \{\exists x / x \in A \wedge x \notin B\} \vee \{\exists x / x \notin A \wedge x \in B\}$$

i) Conjuntos Disjuntos:

Dois conjuntos ***são ditos disjuntos quando não possuem interseção, ou seja, não existe elemento em comum.***



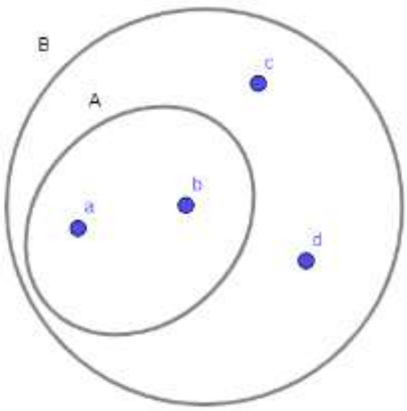
Dessa forma, sua interseção é vazia.

j) Subconjunto:

Diz-se que **A é subconjunto de B se, e somente se, todo elemento de A for também elemento de B.** Em notação matemática, tem-se:

$$A \subset B \Leftrightarrow \{\forall x / x \in A \rightarrow x \in B\}$$

Quando *A* é subconjunto de B, dizemos que **A está contido em *B* (*A* ⊂ B), *B* contém *A* (*B* ⊃ *A*), todo A é B, sempre que ocorre A ocorre B, quando ocorre A ocorre B, ou até *A* é parte de *B***. Fique ligado! Os símbolos acima representam as relações de inclusão/continência. Relações essas que só podem ser feitas de subconjunto para conjunto e vice-versa. Veja um exemplo prático!



$$A = \{a; b\} \wedge B = \{a; b; c; d\} \longrightarrow A \subset B$$

TOME NOTA!

Todo subconjunto também é considerado um conjunto e todo conjunto é subconjunto, no mínimo, do conjunto Universo.

Esse tema, subconjuntos, é muito recorrente em provas, por esse motivo, elenco abaixo algumas propriedades de inclusão.

- P_1: $A \subset U \rightarrow$ Todo conjunto é subconjunto ao menos do conjunto Universo;
- P_2: $\emptyset \subset A$;
  $\forall A \rightarrow$ O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto, inclusive dele mesmo;
- P_3: $A \subset A \rightarrow$ Todo conjunto é subconjunto dele mesmo;
- P_4: $A \subset B \wedge B \subset A \rightarrow A = B$;
- P_5: Se $n(A) = K$, então $2^K \longrightarrow$ será o número de subconjuntos de A; e
- P_6: Se $A \subset B \wedge B \subset C \rightarrow A \subset C$.

k) Conjunto das Partes ou Conjunto Potência:

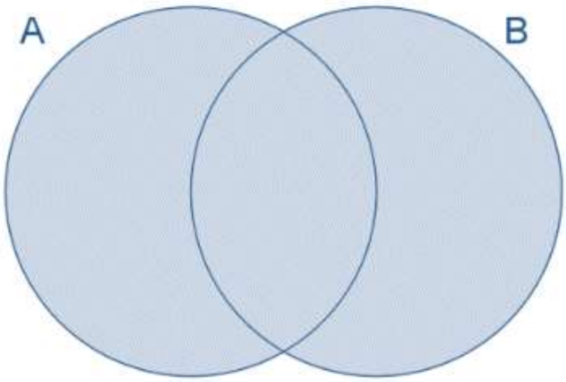
É o conjunto ***formado pelos subconjuntos de dado conjunto***. Sua representação é dada pela letra maiúscula P.

Imaginemos o conjunto *A* formado pelos elementos *1, 2 e 3*, assim o Conjunto das Partes de *A* será: $P(A) = \{\emptyset; \{1\}; \{2\}; \{3\}; \{1;2\}; \{1;3\}; \{2;3\}; \{1;2;3\}\}$. Observe que o $\emptyset$ é subconjunto de qualquer conjunto. Repare ainda que todo conjunto é subconjunto dele próprio e que todo subconjunto (elemento do conjunto das partes) fica listado com um par de parênteses mais ao extremo.

5 – Operações entre Conjuntos

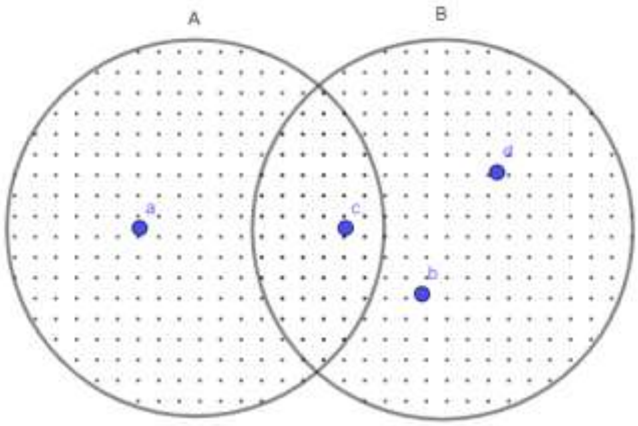
a) União ou Reunião:

Dados dois conjuntos A e B, define-se A ∪ B como o conjunto ***formado por todos os elementos que pertencem ao conjunto A OU B.***



$$A \cup B \Leftrightarrow \{x/x \in A \text{ ou } x \in B\}$$

Fique atento ao conectivo “ou”, pois não possui caráter exclusivo, ou seja, o elemento x pode pertencer somente a A, somente a B ou a ambos. Veja no diagrama como ficaria a representação da operação entre dois conjuntos A e B.



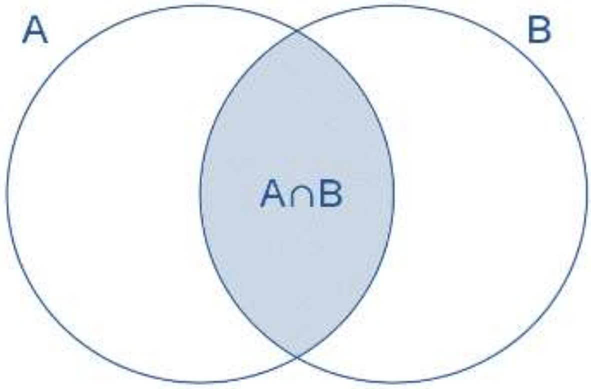
$$A = \{a; c\} \wedge B = \{b; c; d\} \longrightarrow A \cup B = \{a; b; c; d\}$$

Para fins de prova, vale ressaltar algumas propriedades da União de Conjuntos:

- P_1: $A \cup A = A \rightarrow$ Propriedade Idempotente;
- P_2: $A \cup \emptyset = A \rightarrow$ Propriedade do Elemento Neutro;
- P_3: $A \cup B = B \cup A \rightarrow$ Propriedade Comutativa;
- P_4: $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C) \rightarrow$ Propriedade Associativa; e
- P_5: $A \cup U = U \rightarrow$ Lei da Absorção.

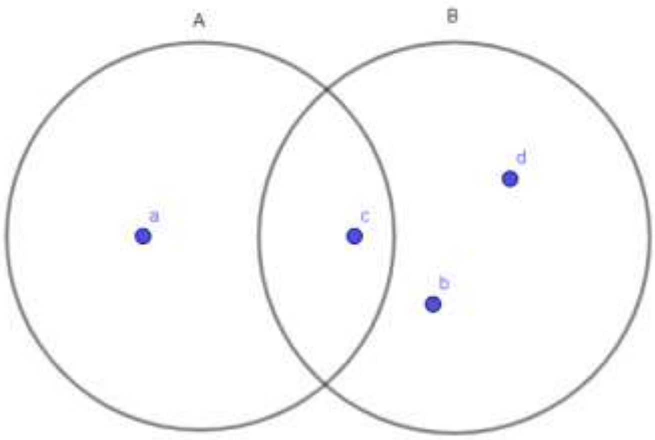
b) Interseção ou Intersecção:

Esta operação, representada por A ∩ B, define o conjunto formado pelos elementos comuns ao conjunto A e ao conjunto B.



$$\boldsymbol{A \cap B \Leftrightarrow \{x/x \in A \text{ e } x \in B\}}$$

Fique atento ao conectivo “e”. Este possui caráter concomitante, ou seja, o elemento *x* deve pertencer tanto ao conjunto A quanto ao conjunto B. Veja no diagrama como ficaria a representação da operação entre dois conjuntos A e B.



$$A = \{a; c\} \wedge B = \{b; c; d\} \longrightarrow A \cap B = \{c\}$$

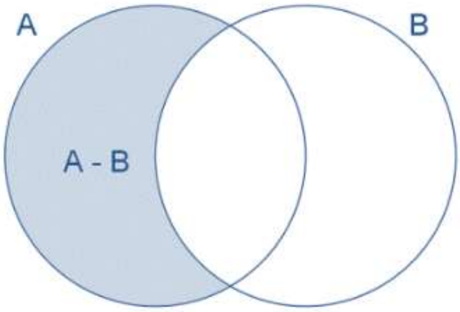
Perceba, abaixo, algumas das propriedades da Interseção de Conjuntos:

- P_1: $A \cap A = A \rightarrow$ Propriedade Idempotente;
- P_2: $A \cap \emptyset = \emptyset \rightarrow$ Propriedade do Elemento Neutro;
- P_3: $A \cap B = B \cap A \rightarrow$ Propriedade Comutativa;
- P_4: $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C) \rightarrow$ Propriedade Associativa; e
- P_5: $A \cap U = A$

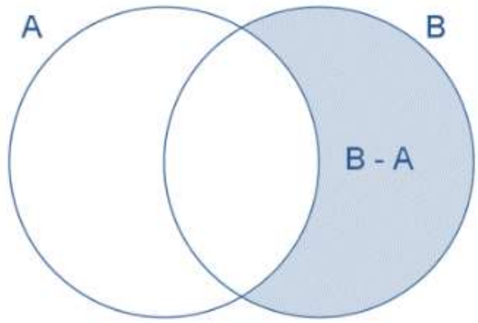
Dois conjuntos são disjuntos quando sua interseção for VAZIA, ou seja, quando não possuir elemento.

c) Diferença:

Considere dois conjuntos A e B quaisquer, define-se A – B o ***conjunto formado por elementos de A que não pertencem a B***. Ou seja:



$A - B = \{x/x \in A \wedge x \notin B\}$



$B - A = \{x/x \notin A \wedge x \in B\}$

Seguem, abaixo, algumas propriedades da diferença de conjuntos.

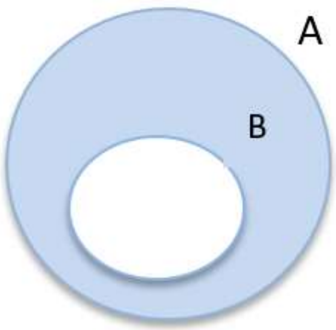
- P_1: $A - \emptyset = A$
- P_2: $A - U = \emptyset$
- P_3: $A - A = \emptyset$
- P_4: $A - B = B - A \Leftrightarrow A = B$
- P_5: $A - B \neq B - A \Leftrightarrow A \neq B$
- P_6: $A - B = A \Leftrightarrow$ Os conjuntos A e B forem disjuntos.

A diferença de conjuntos não exige que $B \subset A$. Essa condição só se faz presente na operação complementar de conjuntos, que será vista a seguir.

c) Complementar:

Sejam A e B dois conjuntos quaisquer, ***com a seguinte condição $B \subset A$***, denomina-se complementar de B em relação a A, ***o conjunto dos elementos que se deve acrescentar a B para que este fique igual ao A.***

Note que o complementar de B em A, representado por C_A^B ou C_A(B) , só está definido quando $B \subset A$.



$$C_A^B = A - B$$

Esse tópico é muito delicado, tendo em vista as suas diversas representações. Vamos a elas!

$$C_U^A = \cup - A = A^C = A' = \sim A = \neg A$$

Todas essas representações são sinônimas, ou seja, representam o complementar de A em relação ao universo. Cabe ressaltar que esse complementar está definido tendo em vista A ser subconjunto de $\cup$ (Conjunto Universo). Vamos nos atentar às propriedades do complementar

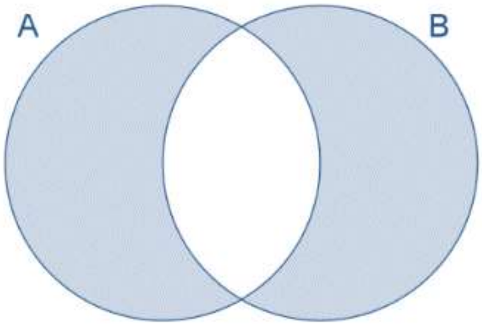
- P_1: $\overline{\emptyset} = U$
- P_2: $\overline{U} = \emptyset$

Por meio dessas propriedades surgem duas propriedades que caem muito em prova: as Leis de De Morgan.

$$\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B} = A^C \cap B^C$$
$$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B} = A^C \cup B^C$$

d) Diferença Simétrica:

Dados dois conjuntos A e B, define-se A Δ B, o conjunto formado por todos os elementos dos conjuntos A e B, mas que não pertençam a ambos ao mesmo tempo. Assim, na diferença simétrica, o conjunto é formado por elementos que pertencem só ao conjunto A e só ao conjunto B.



$$A\Delta B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$$

Vejamos algumas de suas propriedades:

- P_1: $A\Delta B = \emptyset \Leftrightarrow A = B$
- P_2: $A\Delta B = B\Delta A$
- P_3: $A\Delta\emptyset = A$

6 – Cardinalidade da União entre Conjuntos – Princípio da Inclusão e Exclusão

Cardinalidade da União de Conjuntos:

Chama-se cardinalidade de um conjunto A (finito), o ***número de elementos desse dado conjunto.*** Podemos ainda encontrar, segundo o Princípio da Inclusão e Exclusão, a cardinalidade da União de dois ou mais conjuntos. Irei apresentar somente até três conjuntos, tendo em vista ser o suficiente para o seu certame. Antes de tudo, quero destacar algumas formas de representação, veja: $n(A)$; N_A ; $\#A$; $\text{Card } A$.

É fácil notar que a ***cardinalidade do conjunto vazio é zero***. Podemos ainda perceber que, se A e B forem disjuntos, temos a cardinalidade da União dada por:

$$A \cap B = \emptyset \rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

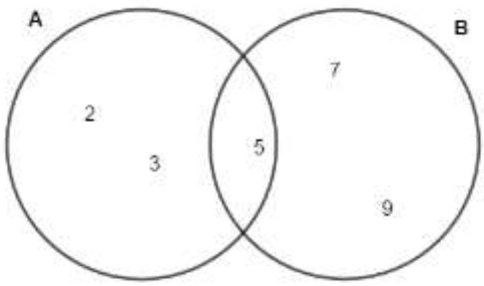
Por sua vez, nos casos de A e B não serem disjuntos, temos que:

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

Vejamos um exemplo prático:

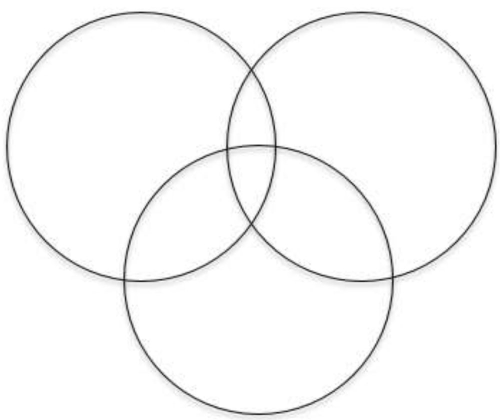
$A = \{2, 3, 5\}$

$B = \{5, 7, 9\}$



$A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\} \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = (3 + 3) - 1 = \boxed{5\ elementos}$

Analogicamente, temos, a equação para calcular a cardinalidade de três conjuntos finitos. Vamos a ela? Imaginemos três conjuntos finitos A, B e C, conforme o diagrama abaixo:



A cardinalidade da União dos conjuntos A, B e C, será representada pela seguinte equação:

$$\boldsymbol{n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)}$$

Importante saber também que, podemos calcular a cardinalidade do Conjunto das Partes, ou seja, saber a quantidade de subconjuntos de determinado conjunto. Para descobrir essa quantidade, basta calcular uma potenciação. Vamos a ela?

$$\boldsymbol{\#\,(P\,(A))\ =\ 2\#(A)}$$

Vejamos um exemplo prático:

Imaginemos um conjunto A com 4 elementos. Para calcular a quantidade de subconjuntos de A, basta fazer:

$$\#\,(P\,(A))\ =\ 2\#(A)\ -> \#\,(P\,(A))\ =\ 24\ \ =\ 2.2.2.2\ =\boxed{16\,subconjuntos.}$$

Fácil, não? Pois é! Nunca esqueça dessa dica!

Imaginemos dois conjuntos A e B, tais que sua união é dada por: $A \cup B$. Já foi objeto de prova a pergunta sobre a quantidade de subconjuntos da união de dois conjuntos, como os mencionados acima. Não dê mole!! Preste atenção na dica abaixo:

$$\#\left[P\left(A \cup B\right)\right] = 2^{\#(A \cup B)} \Rightarrow 2^{\#A\ +\ \#B\ -\ \#(A \cap B)}$$

Vamos dar uma olhada como esses tópicos são cobrados?

3. (Exercício - Modelo)

Considere os seguintes conjuntos: $A = \{1, 2, \{1,2\}\}$ $B = \{\{1\}, 2\}$ e $C = \{1, \{1\}, \{2\}\}$

Assinale abaixo a alternativa falsa:

a) $A \cap B = \{2\}$

b) $B \cap C = \{\{1\}\}$

c) $B - C = A \cap B$

d) $B \subset A$

e) $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}, onde\ P(A)$ é $o\ conjunto\ dos\ subconjuntos\ de\ A.$

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A = {1, 2, {1,2}}** → é um dos conjuntos serem analisados
- ✓ **B = {{1}, 2}** → é um dos conjuntos serem analisados
- ✓ **C = {1, {1}, {2}}** → é um dos conjuntos serem analisados

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA.

Passaremos analisando cada alternativa, para acharmos a falsa, ok?

Na letra a, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap B = \{2\}$, que é o elemento em comum.

Na letra b, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $B \cap C = \{\{1\}\}$, que é o elemento em comum. Perceba que a resposta tem um duplo par de chaves, isto se dá pelo fato da resposta da operação Interseção ser sempre precedida de um par de chaves, que somada a já existente do elemento, torna-se um duplo par.

Na letra c, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $B - C = \{2\} = A \cap B$, que são conjuntos iguais.

Na letra d, temos: assertiva falsa, pois, $B \not\subset A$, tendo em vista nem todos os elementos de B pertencerem ao conjunto A.

Na letra e, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde P(A) é o conjunto dos subconjuntos de A.

Gabarito: D

---

4. (Exercício - Modelo)

Sobre A, B, C, três subconjuntos quaisquer do universo, considere as proposições:

1) $A \cup \varnothing = \varnothing$

2) $A \cup U = U$

3) $A \cap A = A$

4) $A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$

5) $\varnothing \subset A$

6) $A - B = \{x \in U \,/\, x \in A \; e \; x \in B\}$

Das proposições acima são verdadeiras:

a) 3, 5 e 6

b) 2, 3 e 5

c) 1, 3 e 5

d) 2, 3 e 4

e) todas

Comentário:

Já conhecemos algumas propriedades da Teoria dos Conjuntos. Podemos então, analisar cada assertiva.

Na 1, temos: assertiva falsa, pois, $A \cup \varnothing = A$, tendo em vista que na União o conjunto Vazio é elemento neutro.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cup U = U$, tendo em vista que todo conjunto, a exemplo do conjunto A, é subconjunto do Universo, assim, a operação União resulta o maior deles.

Na 3, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap A = A$, devido a propriedade da Idempotência.

Na 4, temos: assertiva falsa, pois, $A \cap (B \cap C) = A \cap B \cap C$. O que difere da afirmativa do enunciado.

Na 5, temos: assertiva **verdadeira**, pois, o conjunto vazio está contido em qualquer outro conjunto.

Na 6, temos: assertiva falsa, pois, A – B = {x ∈ U / x ∈ A e x ∉ B}. Ou seja, a diferença de conjuntos A – B, resulta elementos que pertençam a A, mas não a B.

Gabarito: B

---

5. (Exercício - Modelo)

Considerando os conjuntos A= {x; y; z} e B= {p; u; v; x}, assinale a alternativa que apresenta o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

$a)\ \{x\}$

$b)\ \{p;\ u;\ v\}$

$c)\ \{v;\ x;\ y;\ z\}$

$d)\ \{\ \}$

$e)\ \{p; u; v; x; y; z\}$

Comentário:

Já conhecemos algumas Operações de Conjuntos. Podemos então, analisar a questão sem mais problemas.

Quando o enunciado diz: conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B, ele está querendo que encontre os elementos da União destes dois conjuntos.

Assim, temos:

A∪B = {x; y; z} ∪ **{p; u; v; x} =** {p;u;v;x;y;z}

Gabarito: E

---

6. (Exercício - Modelo)

Dados os conjuntos A, B e C. Sabendo que A ∩ B = Ø e C = A ∪ B, é correto afirmar que

a) $B\ \cap\ C\ =\ C.$

b) $A\ \cap\ C\ =\ A.$

c) $A\ \cup\ C\ =\ A.$

d) $B\ \cup\ C\ =\ \emptyset.$

e) $A \in C.$

Comentário:

Quando o enunciado nos diz que $A \cap B = \emptyset$, isso implica que os conjuntos são disjuntos, ou seja, não possuem elementos em comum. Assim, a União destes conjuntos nada mais será que a junção de todos os elementos. Desta forma, podemos afirmar que o conjunto C possui todos os elementos de A e de B, ao mesmo tempo.

Com as informações acima, podemos concluir que o conjunto C contém os conjuntos A e B.

Vamos ilustrar elementos para estes conjuntos, para ficar mais simples. Simbora!

- ✓ $A = \{1\}$
- ✓ $B = \{2\}$
- ✓ $C = A \cup B = \{1, 2\}$

Opa! Ficou mais simples, né! Vamos agora analisar cada assertiva.

Na letra a, temos: assertiva falsa, pois, $B \cap C = \{2\}$.

Na letra b, temos: assertiva **verdadeira**, pois, $A \cap C = \{1\}$.

Na letra c, temos: assertiva falsa, pois, $A \cup C = \{1, 2\}$.

Na letra d, temos: assertiva falsa, pois, $B \cup C = \{1, 2\}$.

Na letra e, temos: assertiva falsa, pois, $A \subset C$, pois trata-se de relação entre conjuntos.

Gabarito: B

---

7. (Exercício - Modelo)

Considere os conjuntos $A = \{1, 2, 3\}$ e $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. O número de elementos de C_B^A é:

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 3.

e) 5.

Comentário:

Quando o enunciado nos diz C_B^A, ele quer saber o complementar de A em relação a B. Ou seja, quais elementos faltam ao A para que ele se iguale ao conjunto B.

Assim, temos que:

$$CBA = B - A = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{\mathbf{4}, \mathbf{5}\}.$$

Ou seja, faltam dois elementos.

Gabarito: C

---

8. (Exercício - Modelo)

Dado o conjunto A = {1, 2, {1}, {2}, {3}, {1,2}} e as afirmações:

$I)\ \{1\} \subset A$

$II)\ \{1\} \in A$

$III)\ \{1,2,3\} \subset A$

$IV)\ 3 \in A$

Considerando V (verdadeiro) e F (falso) pode-se dizer que as afirmações I, II, III e IV são, respectivamente:

a) V, F, V, V

b) V, V, F, F

c) V, F, F, V

d) V, V, V, F

Comentário:

Vamos analisar cada assertiva. OK?

Na 1, temos: assertiva **verdadeira**, pois, se 1 ∈ A, então {1} ⊂ A, que é subconjunto de A.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, {1} ∈ A. Este elemento está de fato descrito no conjunto.

Na 3, temos: assertiva **falsa**, pois o subconjunto {1,2,3} não é possível ser formado com os elementos pertencentes a A.

Na 4, temos: assertiva **falsa**, pois o elemento 3 não está descrito no conjunto A. Fique atento: 3 é diferente de {3}.

Gabarito: B

---

9. (Exercício - Modelo)

Dados três conjuntos M, N e P não vazios, tais que M – N = P. Considere as afirmativas:

I) $P \cap N = \emptyset$

II) $M \cap P = P$

III) $P \cup (M \cap N) = M$

Com relação a estas afirmativas, conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras

b) Somente a II e a III são verdadeiras

c) Somente a I e a II são verdadeiras

d) Somente a I e a III são verdadeiras

e) Nenhuma é verdadeira

Comentário:

Vamos utilizar a técnica de inclusão de valores para os conjuntos, para que possa ficar mais simples a explicação. Blz?

Imaginemos, então:

- ✓ M = {1, 2}
- ✓ N = {2}

Assim, a diferença entre esses conjuntos ficaria: M – N = P = {1}

Passaremos agora a analisar cada assertiva apresentada pela banca.

Na 1, temos: assertiva **verdadeira**, pois, P ∩ N = ∅. Isso se verifica pelo fato dos conjuntos serem disjuntos.

Na 2, temos: assertiva **verdadeira**, pois, M ∩ P = {1}.

Na 3, temos: assertiva **verdadeira**, pois, P ∪ (M ∩ N) = {1} ∪ {2} = {1, 2} = M

Gabarito: A

---

10. (Exercício - Modelo)

Se $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}, A \cap B = \{2, 3\}$ e $A - B = \{0, 1\}$, então A e B serão:

a) $A = \{1,2,3\}\ e\ B = \{0,2,3,4\}$

b) $A = \{2, 3\}\ e\ B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

c) $A = \{2, 3, 4\}\ e\ B = \{0, 1, 2, 3\}$

d) $A = \{0, 1, 2, 3\}\ e\ B = \{2, 3, 4\}$

e) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}\ e\ B = \{2, 3\}$

Comentário:

Vamos analisar cada dado fornecido pelo enunciado.

- ✓ A – B = {0, 1} → mostra os elementos que só pertencem ao conjunto A
- ✓ A ∩ B = {2, 3} → mostra os elementos comuns aos dois conjuntos.

Podemos concluir que:

A = {0, 1, 2, 3}

Sabendo que A ∪ B = {0, 1, 2, 3, 4}, e que A = {0, 1, 2, 3}, pode-se concluir que o elemento 4 pertence ao conjunto B. Assim, B = {2, 3, 4}.

Gabarito: D

Segue agora dois pontos muito importante: Operações com Intervalos e Ordenação de Reais.

Estamos chegando ao fim de nossa aula. Não desanime! Fé na missão, AUDAZ!

3 – Intervalos Reais

1 – Introdução

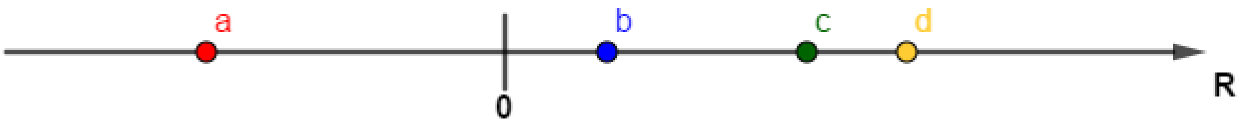
A partir de agora entramos nos estudos dos intervalos reais. Você deve estar pensando: “Mas o que tem a ver intervalos reais com Teoria dos Conjuntos? ” Eu respondo: TUDO!

Neste novo tópico, iremos trabalhar em especial, com: subconjuntos dos números reais, representados por meio de retas, que são (levando em consideração o conceito geométrico) um conjunto de pontos.

Perceba que uma reta real numérica possui infinitos pontos e cada ponto desse representa um número real. Assim, é de suma importância saber realizar operações entre esses conjuntos, em especial para soluções de equações, inequações, funções etc.

Imaginemos uma reta orientada para a direita, ou seja, os números crescem à medida em que se afastam da origem (ZERO) em direção à orientação da reta. A partir dessa reta e dessa origem, vamos selecionar quatro pontos quaisquer **a**, **b**, **c** e **d** de modo que eles sejam distintos entre si.

Lembre-se que, se estamos diante de uma reta numérica, ou seja, cada ponto selecionado representa um número real. Assim, temos a seguinte constatação:



A partir deste exemplo modelo, podemos tirar algumas conclusões, quais sejam:

$$\begin{cases} a \in R \wedge b \in R \wedge c \in R \wedge d \in R \\ a < 0 \\ 0 < b < c < d \\ a \Rightarrow \text{ menor elemento por está mais distante à esquerda da origem (zero).} \\ d \Rightarrow \text{maior elemento por está mais distante à direita da origem (zero)} \\ a \cdot b \cdot c \cdot d < 0 \\ b \cdot c \cdot d > 0 \end{cases}$$

Ainda pensando na ordenação dos reais, podemos entender que, dados dois números reais x e y, uma e apenas uma das três seguintes é verdadeira.

$$\boldsymbol{x = y \quad ou \quad x > y \quad ou \quad x < y}$$

Estas relações formam a Tricotomia dos Números Reais. A partir delas recorrem algumas propriedades, quais sejam:

$$\begin{cases} x = y \Leftrightarrow x - y = 0 \\ x > y \Leftrightarrow x - y > 0 \\ x < y \Leftrightarrow x - y < 0 \end{cases}$$

Pensando agora em Intervalos Reais, vamos partir de uma reta real com três elementos em destaque: os elementos a e b, bem como a origem (zero). Preparados?!

Para o nosso estudo de Intervalos Reais, tenha em mente que os elementos **a** e **b** que representam as extremidades superiores e inferiores, respectivamente. Saiba que o espaço delimitado por estas extremidades é chamado de INTERVALO REAL, o qual possui infinitos números reais

Na figura acima temos:

- ***b*: extremidade inferior**
- ***a*: Extremidade superior**
- **0: Origem**
- **Segmento em vermelho: intervalo real que possui infinitos elementos (números)**

Em outras palavras, o intervalo real é o modo mais prático de se representar um conjunto numérico com muitos elementos. Vamos estudar cada um deles? Então, vamos!

2 – Intervalos

Para entendermos os diversos tipos de intervalos, precisamos adotar dois números reais *a* e *b*, sendo *a* < *b*. A partir de agora, vamos considerar alguns subconjuntos importantes dos reais. Beleza?

*1º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre **a** e **b**, não incluindo **a** e **b**, é denominado intervalo aberto e representado por]a ; b[ou (a ; b). Assim:*

$$]a, b[= (a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a < x < b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo aberto, as extremidades ficam com a "bolinha aberta".

*2º) O conjunto formado por **a** e **b** e pelos reais compreendidos entre **a** e **b** é denominado intervalo fechado e representado por [a ; b]. Assim:*

$$[a, b] = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x \leq b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo que inclui os elementos a e b, as extremidades ficam com a "bolinha fechada".

3º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre ***a*** *e* ***b, não incluindo a,*** *é denominado intervalo aberto à esquerda e fechado à direita e representado por (a ; b]. Assim:*

$$]a, b] = a, b = \{x \in \mathbb{R} | a < x \leq b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento b, esta extremidade fica com a "bolinha fechada".

4º) O conjunto formado pelos reais compreendidos entre ***a*** *e* ***b, não incluindo b,*** *é denominado intervalo aberto à direita e fechado à esquerda e representado por [a ; b). Assim:*

$$[a, b[= [a, b) = \{x \in \mathbb{R} | a \leq x < b\}$$

Representação Gráfica:

Note que, por se tratar de intervalo que inclui somente o elemento *a*, esta extremidade fica com a "bolinha fechada"

5º) Intervalo fechado à esquerda e ***aberto em mais infinito****:*

$$[a, +\infty[= a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x \geq a\}$$

Representação Gráfica:

6º) Intervalo aberto à esquerda e ***aberto em mais infinito****:*

$$]a, +\infty[\; = (a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} | x > a\}$$

Representação Gráfica:

7º) Intervalo ***aberto em menos infinito*** *e fechado à direita:*

$$]-\infty, a] = -\infty, a = \{x \in \mathbb{R} | x \leq a\}$$

Representação Gráfica:

8º) Intervalo ***aberto em menos infinito*** *e aberto à direita:*

$$]-\infty, a[\; = (-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} | x < a\}$$

Representação Gráfica:

Os símbolos -∞ (lê-se : menos infinito) e +∞ (lê-se: mais infinito) não representam números reais. Note nos intervalos acima que eles sempre são abertos nessas "extremidades"

Observe o intervalo abaixo:

A partir dele podemos extrair algumas conclusões muito importantes para sua prova. Supondo que essa reta real seja a representação de um interval real que chamaremos de conjunto A, então:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x < 0 \text{ ou } x > 0\} \text{ ou } A = \{x \in \mathbb{R} \,/\, x \neq 0\}$$

É, meu querido. Muita coisa, não?? Mas não se preocupe! Basta praticar bastante. Sem medo de ser feliz. Resolva todas as questões de provas anteriores bem como as questões similares. Fazendo assim, IMPOSSÍVEL dar errado!

Preparado para mais? Vamos que vamos!

3 – Operações entre intervalos

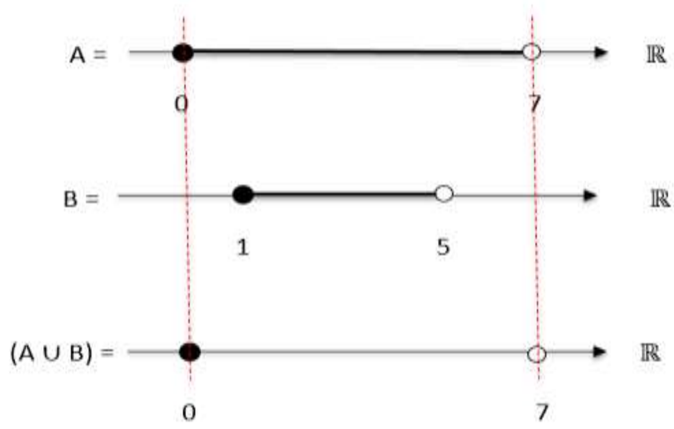
Assim como na Teoria dos Conjuntos, na qual aprendemos operações entre conjuntos finitos, neste capítulo iremos entender como realizar as operações de união, interseção e diferença de intervalos reais. Para um bom entendimento, é necessário que a teoria seja explícita a partir de um exemplo prático. Assim, tomemos os exercícios abaixo como motivadores.

Imaginemos dois intervalos reais A e B, tais que:

$$A = [0\,;\,7[\qquad\qquad B = [1\,;\,5[$$

a) União de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da União em si. Já é sabido que, na União, o "maior" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as maiores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, além do dos elementos do conjunto vencedor, o resultado deverá também possuir os elementos que não são comuns a ele. Vejamos um exemplo!

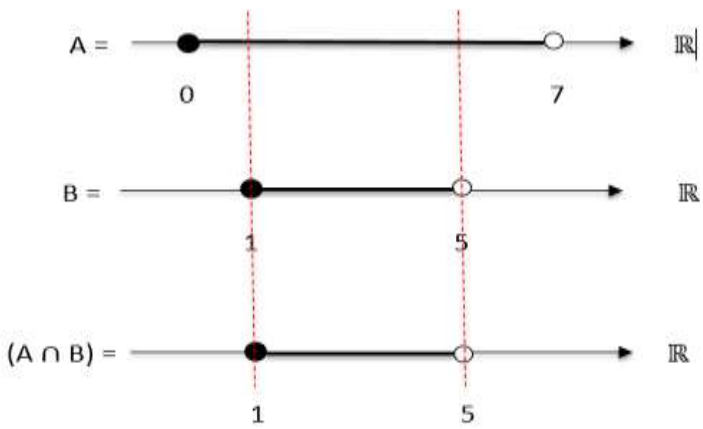


Assim, $(A \cup B) = [0\,;\,7[$, que representa o conjunto de maior extremidade.

b) Interseção de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação da Interseção em si. Já é sabido que, na Interseção, o "menor" conjunto sempre vence. Ou seja, aquele que possui as menores extremidades em valores absolutos. Vale destacar que, no resultado desta operação, todos os elementos deverão pertencer a todos os conjuntos mencionados.

Vejamos um exemplo!

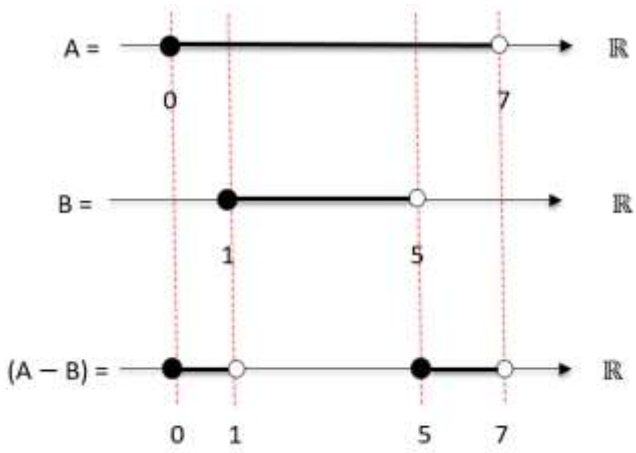


Assim, $(A \cap B) = [1\,;\,5[$, que representa o intervalo comum aos dois conjuntos.

c) Diferença de Intervalos:

Nesta operação, devemos descrever cada conjunto em sua respectiva reta real, para que a partir daí possamos fazer a Operação Diferença em si. Já é sabido que, na Diferença de Conjuntos, o que interessa são os elementos que pertençam a somente um dos conjuntos mencionados. Vale destacar que, o resultado deverá possuir os elementos que pertençam ao primeiro, mas não ao segundo conjunto.

Vejamos um exemplo!



Assim, $(A - B) = [0;\ 1[\cup [5;\ 7[$, que representa os intervalos só pertencentes ao conjunto A, ou seja, que não estão em B.

Pronto, meu querido!!! Chegamos ao fim da parte teórica desta aula. Lembro-vos da importância de recorrer aos vídeos para sanar quaisquer dúvidas, bem como ao fórum de dúvidas, para que tudo fique mais claro e, assim, possa chegar a NOSSA tão sonhada aprovação.

Vamos partir, antes mesmo de resolver questões mais elaboradas, desenvolver o conhecimento adquirido a partir de questões INÉDITAS de fixação. Isso mesmo, antes de tudo, vamos testar seus conhecimentos nessas questões mais "simples". Ressalto que, ao final da lista, temos um relatório sobre a mesma e os respectivos comentários, para que possa sanar suas dúvidas. Se essas ainda persistirem não relute em mandar mensagem no fórum, ESTOU À SUA DISPOSIÇÃO!

Se você tiver um desempenho de mais de 80%, considere-se apto a prosseguir nas outras listas da aula.

Fé na missão!

4 - Lista de Fixação

Nível 1

1. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$A = \{1,2,3,4\}\ e\ B = \{3,9,14\}$$

Podemos afirmar que:

a) O conjunto A possui 3 elementos
b) O elemento 9 pertence ao conjunto A
c) O conjunto B possui 3 elementos
d) O elemento 1 pertence aos dois conjuntos

2. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Se os conjuntos $X = \{1,2,x\}$ e $Y = \{y,4,5\}$ são iguais, podemos dizer que:

a) $x = 2\ e\ y = 5$
b) $x = 5\ e\ y = 1$
c) $x = y = 3$
d) $x = 3\ e\ y = 1$

3. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere os mesmos conjuntos da questão 1. Analisando o conjunto $C = A\ U\ B$ pode-se afirmar que:

a) O elemento 3 aparece duas vezes dentro do conjunto C.
b) O conjunto C possui 6 elementos
c) O conjunto C não contém o elemento 14.
d) O conjunto C representa a interseção dos conjuntos A e B.

4. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$X = \{1,3,5\}\ e\ Y = \{5,7,14\}$$

Podemos afirmar sobre o conjunto $Z = X \cap Y$:

a) O conjunto Z possui 3 elementos
b) Os elementos 1,3 e 7 pertencem ao conjunto Z.
c) O conjunto Z possui apenas 1 elemento, o 5.
d) O conjunto Z é igual ao conjunto X.

5. (Estratégia Militares 2021 - Inédita) Observe o conjunto:

$$A = \{1,2,3,4\}$$

Sobre esse conjunto **NÃO** podemos afirmar que:

a) O conjunto vazio não está contido em A.

b) O conjunto A está contido nele mesmo.
c) O conjunto A possui 4 elementos
d) O conjunto $A \cup A$ é igual ao próprio conjunto A.

6. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$C = \{45,46,47\} \ e \ D = \{12,14,49\}$$

O conjunto $K = C \backslash D$ é da forma:

a) $K = \{33,32,-2\}$
b) $K = \{63\}$
c) $K = \{\emptyset\}$
d) $K = \{45,46,47\}$

7. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere os 3 conjuntos:

$$U = \{1,3,7,15,24,25\}$$

$$M = \{1,3,7\}$$

$$N = \{15,24\}$$

O conjunto U é o conjunto *Universo*. Podemos dizer que:

a) $U = M \cap N$
b) $M^c = U \backslash M$
c) $M^c = N$
d) $N^c = M$

8. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Seja o conjunto:

$$X = \{a, b, c, d\}$$

"S" é um ***subconjunto*** de X, da forma: $S = \{a, b\}$. Podemos afirmar que S:

a) $S \subset X$
b) $S \supset X$
c) $S > X$
d) $S < X$

9. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos R com 7 elementos e o conjunto S com 10 elementos. Sabendo que o conjunto $R \cap S$ possui 4 elementos, quantos elementos possui o conjunto $R \cup S$?

a) 14
b) 15
c) 16
d) 13

10. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere o conjunto:

$$X = \{m, n, p\}$$

Determine $n(P(X))$:

a) 9
b) 8
c) 10
d) 7

Nível 2

11. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$A = \{7,15,16\}, B = \{7,12,13\}\ e\ C = \{5,12,13\}$$

Calcule $A \cup (B \cap C)$:

a) $\{7,12,13\}$
b) $\{12,13\}$
c) $\{7,12,13,15,16\}$
d) $\{15,16\}$

12. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Para os conjuntos

$$A = \{7,15,16\}, B = \{7,12,13\}\ e\ C = \{5,12,13\}$$

Calcule o número de elementos do conjunto das partes de $A \cup (B \cap C)$.

a) 16
b) 17
c) 31
d) 32

13. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Dados os conjuntos $A = \{\ 0,1,2\}$, $B = \{6,7\ \}$ e $C = \{\ 4,5,6,8\}$, calcule

$$(A - C) \cap (B - C)$$

a) $\{\emptyset\}$
b) $\{0,1,2,7\}$
c) $\{0,1,2\}$
d) $\{7\}$

14. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$X = \{4,21,41\}, Y = \{9,10,20,41,45\}\ e\ Z = \{10,20,41\}$$

Determine o número de elementos de $X \backslash (Y \cap Z)$:

a) 4
b) 3

c) 2
d) 1

15. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere os conjuntos:

$$X = \{1, \{5\}, 2,3, \{6,7\}\}$$

Sobre esse conjunto, podemos afirmar que:

a) 1 está contido em X
b) {5} e {6,7} pertencem a X.
c) 1,2 e 3 estão contidos em X
d) X possui 2 subconjuntos.

16. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Determine o número de subconjuntos do conjunto:

$$H = \{1,2, \{3,4\}, 7, \{8,9,10\}\}$$

a) 8
b) 16
c) 32
d) 64

17. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam:

$$X = \{p, k, \{m\}\} \; e \; Y = \{p, \{m\}\}$$

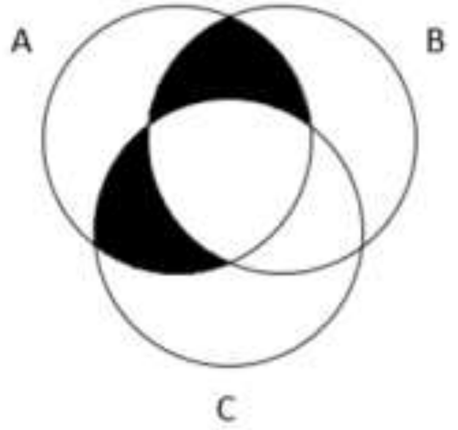
É possível afirmar que:

a) $Y \subset X$
b) $Y \supseteq X$
c) $Y \in X$
d) $Y \cap X = \{p, m\}$

18. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Uma pesquisa mostrou que 45% dos entrevistados tomam o refrigerante A, 31% tomam do B, 12% tomam do C, 8% tomam A e B, 4% tomam B e C, 11% tomam A e C e 3% tomam os três refrigerantes. Quantos por cento não bebem nenhum desses refrigerantes?

a) 20%
b) 24%
c) 32%
d) 48%

19. (Estratégia Militares 2021 – Adaptada – Prof. Ismael Santos) Observe os diagramas a seguir e, assinale a alternativa que representa, corretamente, a região pintada.



a) $(A \cup B) - C$
b) $(A \cup C) - B$
c) $(C \cup B) - (B \cap C)$
d) $[(A \cap B) \cup (A \cap C)] - (A \cap B \cap C)$

20. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Seja U o conjunto universo com 40 elementos. Se o conjunto $(A \cup B)$ possui 32 elementos, determine o número de elementos de $(A^c \cap B^c)$.

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10

21. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Num restaurante há 10 cozinheiros, sendo que 3 deles são especialistas em frango, 9 são especialistas em carne vermelha, 6 são especialistas em sobremesas, 4 são especialistas em sobremesas e frango, 2 são especialistas em carne e frango e apenas 1 é especialista nas 3 opções. Quantos chefes conseguem preparar um prato principal de carne vermelha e uma sobremesa?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

22. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere:

$$A = \{a, b, c, d, j, k, l, m\}$$

$$B = \{c, d, f, g, h, j, k\}$$

$$C = \{j, k, l, m, n\}$$

Calcule:

a) $A \cup B \cup C$

b) $A \cap (B \cup C)$
c) $(C \cap B^c) \cap A$

23. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Se o conjunto universo numa aula de matemática, é o conjunto dos números naturais maiores do que 1 e menores do que 10 e se A é o conjunto $A = \{3, 4, 5, 8, 9, 10\}$ então o complementar de A é o conjunto:

a) {1,2,3,4,5,6}
b) {7,8,9,10}
c) {1}
d) {1,2,6,7}

24. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Na matemática temos os conjuntos dos números naturais (N) e o conjunto dos números inteiros (Z). Sobre esses conjuntos, é possível afirmar que:

a) $N \subset Z$
b) $Z \subset N$
c) $Z \cap N = \emptyset$
d) $Z \cup N = N$

25. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere o conjunto $X = \{a, b, \{c\}\}$ e assinale a alternativa que contém um subconjunto de X.

a) $\{a, c\}$
b) $\{a, \{c\}\}$
c) $\{a, b, c\}$
d) $\{c\}$

Nível 3 Desafio!

26. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) K é um conjunto com "n" elementos. Determine o número de subconjuntos de K que possuem menos que 2 elementos.

a) 2^{n-1}
b) 2^n
c) $n + 1$
d) n

27. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam 2 conjuntos A e B, com $k + 2$ e $k + 4$ elementos respectivamente. Sabendo que $n(A \cap B) = k$,calcule:

a) $n\big(P(A \cup B)\big)$
b) $n\big(P(A \cap B)\big)$

28. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U. Das afirmações:

I. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$;

II. $(A \cap C) \setminus B = A \cap B^c \cap C$;

é (são) verdadeira(s):

a) I
b) II
c) I e II
d) Nenhuma

29. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam 2 conjuntos X e Y, com k e p elementos respectivamente. Sabendo que $n(X \cap Y) = s$ e $n\big(P(X) \cap P(Y)\big) = 2^3$, calcule $n(P(X) \cup P(Y))$.

30. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere as seguintes afirmações sobre o conjunto $X = \{2,3,4,7,8,15,95,97\}$

I. $\emptyset \in X\ e\ n(X) = 8$
II. $\emptyset \subset X\ e\ n(X) = 8$
III. $95 \in X\ e\ \{95\} \subset X$
IV. $\{2,3,15\} \cap \{15\} = 15.$

Pode-se dizer que é (são) verdadeira(s):

a) Apenas I, II e III
b) Apenas II e III
c) Apenas II e IV
d) Apenas I, III e IV.

5 - Relatório das Questões de Fixação

Assuntos abordados:

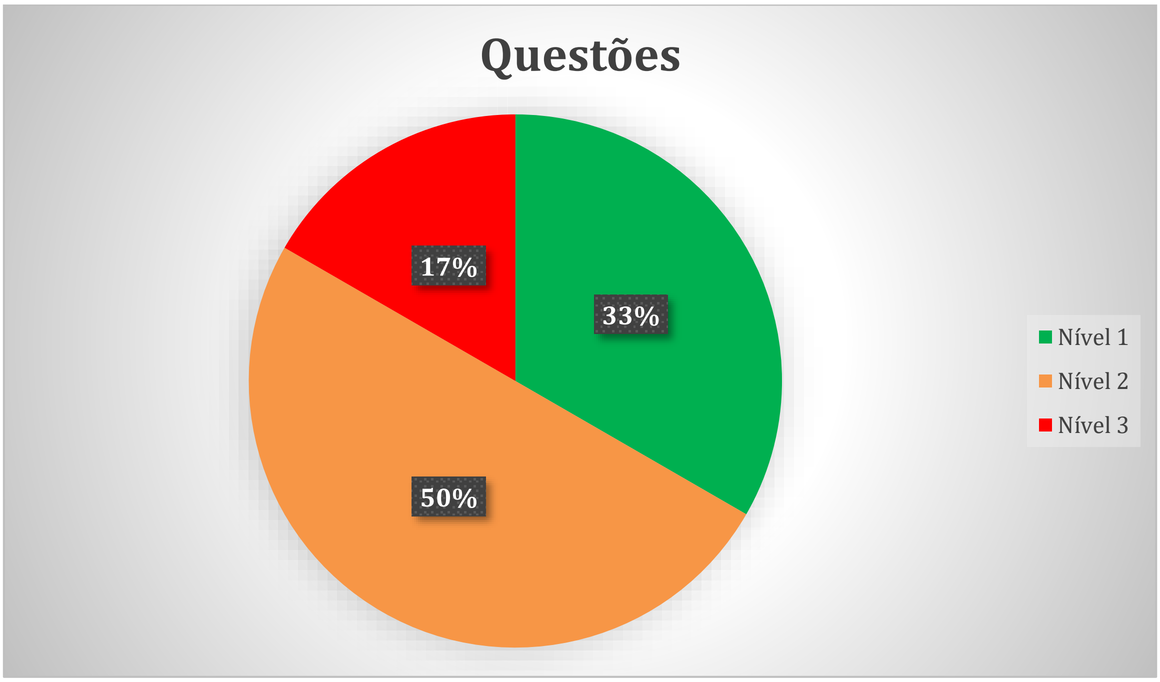
- Noção de pertencimento
- Noções de "contido" e contém.
- União
- Interseção
- Subconjuntos
- Conjunto das partes
- Número de elementos da união

- Conjunto Vazio
- Diferença entre conjuntos
- Conjunto Universo
- Complemento de um conjunto

Questões

1. Nível 1 – Noção de pertencimento
2. Nível 1 – Noção de pertencimento
3. Nível 1 – União
4. Nível 1 – Interseção
5. Nível 1 – Conjunto Vazio
6. Nível 1 – Diferença entre conjuntos
7. Nível 1 – Conjunto Universo e Complementar
8. Nível 1 – Noções de “contido” e “contém”
9. Nível 1 – Número de elementos da união
10. Nível 1 – Conjunto das partes
11. Nível 2 – União e Interseção
12. Nível 2 – Conjunto das partes
13. Nível 2 – Diferença entre conjuntos e Interseção
14. Nível 2 – Diferença entre conjuntos e Interseção
15. Nível 2 – Noções de “contido” e “contém”
16. Nível 2 – Conjunto das partes
17. Nível 2 – Noções de “contido” e “contém”
18. Nível 2 – Número de elementos da união
19. Nível 2 – União, Interseção e Noções de “contido” e “contém”
20. Nível 2 – Complementar, União e Interseção
21. Nível 2 – Número de elementos da união
22. Nível 2 – Noção de pertencimento, União e Interseção
23. Nível 2 – Conjunto Universo e Complementar
24. Nível 2 – Noções de “contido” e “contém” em conjuntos matemáticos
25. Nível 2 – Noções de “contido” e “contém”
26. Nível 3 – Conjunto das partes e Número de elementos
27. Nível 3 – Conjunto das partes e Número de elementos
28. Nível 3 – União, Interseção e diferença
29. Nível 3 – Conjunto das partes e Número de elementos
30. Nível 3 – Noções de “contido” e “contém” e pertencimento

Resumo:



Conclusão:

"Lista nível médio, com exercícios que trabalham os conceitos básicos. A dificuldade cresce conforme o número da questão, tendo a sua maioria o nível 2. As questões de nível 3 são bem acima do nível 1 e devem ser feitas somente após concluir o nível 2, pois trabalham ideias e não conceitos sobre o assunto."

6 - Lista de Fixação - Comentários

Nível 1

1. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$A = \{1,2,3,4\} \ e \ B = \{3,9,14\}$$

Podemos afirmar que:

a) O conjunto A possui 3 elementos
b) O elemento 9 pertence ao conjunto A
c) O conjunto B possui 3 elementos
d) O elemento 1 pertence aos dois conjuntos

Comentário:

Quando analisamos os conjuntos, podemos concluir que:

$$Os\ elementos: 1\ ,2\ ,3\ e\ 4\ pertencem\ a\ A$$

$$Os\ elementos\ :\ 3\ ,9\ e\ 14\ pertencem\ a\ B$$

Assim, podemos observar que o conjunto A possui 4 elementos e o conjunto B possui 3 elementos.

Gabarito: C

---

2. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Se os conjuntos $X = \{1,2,x\}$ e $Y = \{y,4,5\}$ são iguais, podemos dizer que:

a) $x = 2\ e\ y = 5$
b) $x = 5\ e\ y = 1$
c) $x = y = 3$
d) $x = 3\ e\ y = 1$

Comentário:

Se os conjuntos são iguais, podemos afirmar que possuem os mesmo elementos, portanto:

$$x = 5\ e\ y = 1$$

Pois assim teremos os conjuntos:

$$\{1,2,5\}\ e\ \{1,2,5\}$$

Gabarito: B

---

3. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere os mesmos conjuntos da questão 1. Analisando o conjunto $C = A\ U\ B$ pode-se afirmar que:

a) O elemento 3 aparece duas vezes dentro do conjunto C.
b) O conjunto C possui 6 elementos
c) O conjunto C não contém o elemento 14.
d) O conjunto C representa a interseção dos conjuntos A e B.

Comentário:

Inicialmente perceba que:

$$C = A\ U\ B$$

Lê-se: "*O conjunto C é igual ao conjunto A união com o conjunto B.*"

Perceba que *União* não é a mesma coisa que *Soma*. Tanto o conjunto A quanto o conjunto B possuem o número "3" como elemento. Quando realizamos a união desses conjuntos, não somamos os elemento, nem "aglomeramos" dentro do conjunto resultante. Observe:

$$A\ U\ B = \{1,2,3,9,14\} \rightarrow 6\ elementos$$

A palavra "ou" representa muito bem a união de conjuntos. Tanto elementos de A **OU** elementos de B pertencem à União AUB.

Gabarito: B

---

4. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$X = \{1,3,5\}\ e\ Y = \{5,7,14\}$$

Podemos afirmar sobre o conjunto $Z = X \cap Y$:

a) O conjunto Z possui 3 elementos
b) Os elementos 1,3 e 7 pertencem ao conjunto Z.

c) O conjunto Z possui apenas 1 elemento, o 5.
d) O conjunto Z é igual ao conjunto X.

Comentário:

Inicialmente perceba que:

$$Z = X \cap Y$$

Lê-se: “ *O conjunto Z é igual à interseção dos conjuntos X e Y”.*

O conjunto interseção é aquele que contém elementos tanto de X como de Y.

$$Z = X \cap Y = \{5\} \rightarrow 1\ elemento$$

A palavra “e” descreve muito bem o que esse conjunto significa. O conjunto interseção contem elementos que estão em X **e** Y.

Gabarito: C

---

5. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Observe o conjunto:

$$A = \{1,2,3,4\}$$

Sobre esse conjunto **NÃO** podemos afirmar que:

a) O conjunto vazio não está contido em A.
b) O conjunto A está contido nele mesmo.
c) O conjunto A possui 4 elementos
d) O conjunto $A \cup A$ é igual ao próprio conjunto A.

Comentário:

Queremos encontrar a afirmativa incorreta sobre o conjunto A. Pulemos a alternativa a) ☺

• Na alternativa b):

Todo conjunto está contido nele mesmo. Portanto a alternativa é verdadeira.

•Na alternativa c):

O conjunto A possui como elementos os números: 1,2,3 e 4. Portanto temos 4 elementos, o que torna afirmativa verdadeira.

•Na alternativa d):

Perceba que do conceito de União, $A \cup A$ resulta no próprio conjunto A. Afirmativa verdadeira.

•Na alternativa a):

O conjunto vazio está contido em **QUALQUER** conjunto, sempre. Portanto a alternativa é falsa

Gabarito: A

---

6. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$C = \{45,46,47\}\ e\ D = \{12,14,49\}$$

O conjunto $K = C \backslash D$ é da forma:

a) $K = \{33,32,-2\}$
b) $K = \{63\}$
c) $K = \{\emptyset\}$

d) $K = \{45,46,47\}$

Comentário:

O conjunto K é definido no enunciado como:

$$K = C \backslash D$$

Lê-se: *"O conjunto K é igual à diferença entre os conjuntos C e D"*

Assim, a ideia é "retirar" todos os elementos que estão em C e D:

$$C \backslash D = C - C \cap D$$

Portanto, quando analisamos $C \cap D$:

$$C \cap D = \{\emptyset\} \rightarrow Vazio$$

Logo:

$$C \backslash D = C \rightarrow Próprio\ C$$

Gabarito: D

---

7. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere os 3 conjuntos:

$$U = \{1,3,7,15,24,25\}$$

$$M = \{1,3,7\}$$

$$N = \{15,24\}$$

O conjunto U é o conjunto *Universo*. Podemos dizer que:

a) $U = M \cap N$
b) $M^c = U \backslash M$
c) $M^c = N$
d) $N^c = M$

Comentário:

Conjunto Universo é aquele que contém todos os outros conjuntos do problema. Além disso, é importante estarmos cientes da seguinte notação:

$$M^c = Conjunto\ \text{"Complementar"}\ de\ M$$

Ou seja, o complementar de um conjunto é o conjunto que contém tudo que não está contido em M.

$$M = \{1,3,7\} \rightarrow M^c = \{15,24,25\}$$

Assim, podemos concluir que:

$$M^c = U \backslash M$$

Gabarito: B

---

8. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Seja o conjunto:

$$X = \{a, b, c, d\}$$

"S" é um ***subconjunto*** de X, da forma: $S = \{a, b\}$. Podemos afirmar que S:

a) $S \subset X$

b) $S \supset X$
c) $S > X$
d) $S < X$

Comentário:

Se “S” é um subconjunto de X então ele está contido em X, perceba:

$$S = \{a, b\}$$

$$X = \{a, b, c, d\}$$

Perceba que os elementos a e b pertencem à ambos os conjuntos. Perceba também que **TODOS** os elementos de S pertencem ao conjunto X, quando isso ocorre, dizemos que o conjunto S está contido no conjunto X.

$$S \subset X$$

Gabarito: A

---

9. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos R com 7 elementos e o conjunto S com 10 elementos. Sabendo que o conjunto $R \cap S$ possui 4 elementos, quantos elementos possui o conjunto $R \cup S$?

a) 14
b) 15
c) 16
d) 13

Comentário:

Quando analisamos a união de conjuntos, podemos notar o seguinte:

$$n(R \cup S) = n(R) + n(S) - n(R \cap S)$$

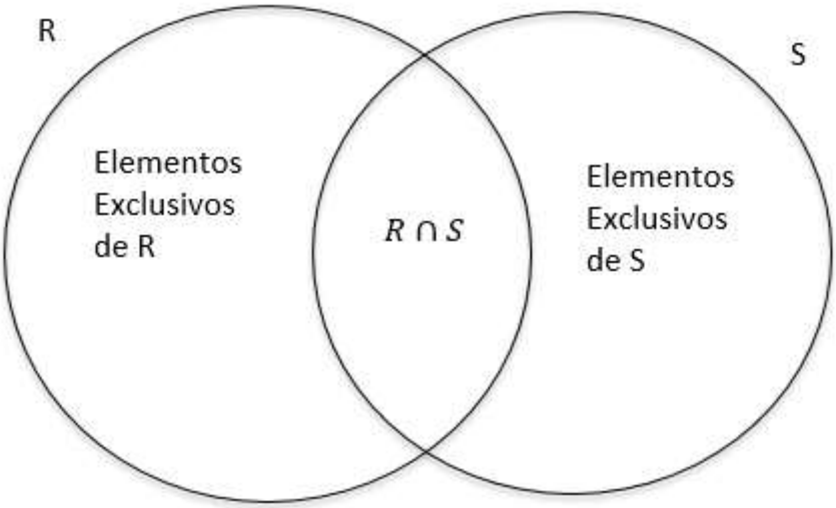
Por que?

$$n(R) = Elementos\ que\ estão\ em\ R$$

Porém, perceba que os “elementos que estão em R” são:

$$Elementos\ que\ pertencem\ apenas\ ao\ R + Elementos\ que\ pertencem\ a\ R \cap S$$

O mesmo ocorre com o conjunto S. Perceba pelo esquema:



Assim, do enunciado temos:

$$n(R) = Elementos\ Exclusivos\ de\ R + n(R \cap S) = 7$$

$$n(S) = Elementos\ Exclusivos\ de\ S + n(R \cap S) = 10$$

Quando realizamos a união, queremos:

$$n(R \cup S) = Exclusivos\ de\ R + Exclusivos\ de\ S + n(R \cap S)$$

Porém, perceba que:

$$n(R) + n(S) = Exclusivos\ de\ R + Exclusivos\ de\ S + 2n(R \cap S)$$

Assim, para chegarmos no valor desejado, basta subtrair de cada lado o número de elementos da interseção dos conjuntos:

$$n(R) + n(S) - n(R \cap S) = Exclusivos\ de\ R + Exclusivos\ de\ S + n(R \cap S)$$

Assim:

$$n(R \cup S) = n(R) + n(S) - n(R \cap S) = 7 + 10 - 4 = 13$$

Gabarito: D

---

10. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere o conjunto:

$$X = \{m, n, p\}$$

Determine $n(P(X))$:

a) 9
b) 8
c) 10
d) 7

Comentário:

Observe que $P(X)$ é o ***Conjunto das partes*** de X, isto é, o conjunto cujos elementos são todos os subconjuntos de X ☺

Como são apenas 3 elementos, podemos determinar esse conjunto e seus elementos:

$$P(X) = \{\emptyset, \{m\}, \{n\}, \{p\}, \{m,n\}, \{m,p\}, \{n,p\}, \{m,n,p\}\}$$

Perceba que o subconjunto:

$$X_1 = \{m\}$$

Pertence ao conjunto $P(X)$, assim como todos os outros subconjuntos.

Como são 3 elementos no conjunto X, é bem simples montar o conjunto das partes e calcular o seu número de elementos. Porém, e se forem 45 elementos no conjunto X, já fica bem mais complicado.

Portanto, podemos dizer que:

$$n(P(X)) = 2^{n(X)}$$

Como são 3 elementos, temos:

$$n(P(X)) = 2^3 = 8$$

OBS: Observe que os conjuntos $\emptyset(vazio)$ e $X = \{m,n,p\}$ estão contidos no próprio X ☺

Gabarito: B

Nível 2

11. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$A = \{7,15,16\}, B = \{7,12,13\}\ e\ C = \{5,12,13\}$$

Calcule $A \cup (B \cap C)$:

a) $\{7,12,13\}$
b) $\{12,13\}$
c) $\{7,12,13,15,16\}$
d) $\{15,16\}$

Comentário:

Inicialmente iremos calcular $B \cap C$:

$$B \cap C = \{12,13\}$$

Em seguida, calcularemos a união:

$$A \cup (B \cap C) = \{7,15,16\} \cup \{12,13\} \to \{7,12,13,15,16\}$$

Gabarito: C

---

12. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Para os conjuntos

$$A = \{7,15,16\}, B = \{7,12,13\}\ e\ C = \{5,12,13\}$$

Calcule o número de elementos do conjunto das partes de $A \cup (B \cap C)$.

a) 16
b) 17
c) 31
d) 32

Comentário:

Sabemos da questão anterior, o conjunto $A \cup (B \cap C) = \{7,12,13,15,16\}$

Assim:

$$n(P(A \cup (B \cap C)) = 2^5 = 32$$

Gabarito: D

---

13. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Dados os conjuntos $A = \{ 0,1,2\}$, $B = \{6,7\}$ e $C = \{4,5,6,8\}$, calcule

$$(A - C) \cap (B - C)$$

a) {∅}
b) {0,1,2,7}
c) {0,1,2}
d) {7}

Comentário:

Inicialmente iremos calcular $A - C = A \setminus C$:

$$A - C = \{0,1,2\}$$

Em seguida, calcularemos $(B - C)$:

$$B - C = \{7\}$$

Por fim, perceba que os conjuntos não possuem nenhum elemento em comum, portanto a interseção é vazia!! ☺

Gabarito: A

---

14. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam os conjuntos:

$$X = \{4,21,41\}, Y = \{9,10,20,41,45\} \; e \; Z = \{10,20,41\}$$

Determine o número de elementos de $X \setminus (Y \cap Z)$:

a) 4
b) 3
c) 2
d) 1

Comentário:

Inicialmente iremos calcular a interseção dos conjuntos:

$$Y \cap Z = \{10,20,41\}$$

Em seguida calcularemos a diferença entre o conjunto X e a interseção:

$$X \setminus (Y \cap Z) = \{4,21,41\} - \{10,20,41\} \rightarrow \{4,21\} \rightarrow 2 \; elementos$$

Gabarito: C

---

15. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere os conjuntos:

$$X = \{1, \{5\}, 2,3, \{6,7\}\}$$

Sobre esse conjunto, podemos afirmar que:

a) 1 está contido em X
b) {5} e {6,7} pertencem a X.

c) 1,2 e 3 estão contidos em X
d) X possui 2 subconjuntos.

Comentário:

A noção de "pertence" e "contido" é bem próxima uma da outra. A diferença é que uma se refere a elemento e outra se refere à conjuntos.

•O elemento "1" pertence ao conjunto X.

•O conjunto S={1} está contido no conjunto X.

Porém, nessa questão há conjuntos os quais são elementos de X, perceba que:

$$\{5\}\ e\ \{6,7\}\ pertencem\ ao\ conjunto\ X$$

Obs: Não estão contidos!!!! Perceba:

$$S=\{1,2,3\} \rightarrow está\ contido\ em\ X$$

$$M=\{\{5\},\{6,7\}\} \rightarrow está\ contido\ em\ X$$

$$P=\{5,6,7\} \rightarrow \boldsymbol{NÃO}\ está\ contido\ nem\ pertence\ a\ X$$

$$K=\{5\}\ pertence\ a\ X$$

Gabarito: B

---

16. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Determine o número de subconjuntos do conjunto:

$$H=\{1,2,\{3,4\},7,\{8,9,10\}\}$$

a) 8
b) 16
c) 32
d) 64

Comentário:

Para calcularmos o número de subconjuntos, basta calcularmos o número de elementos do conjunto das partes:

$$n(P(H))=2^{n(H)}$$

Perceba que:

$$\{3,4\}\ \text{é}\ elemento\ de\ H$$

$$3,4\ não\ são\ elementos\ de\ H$$

Isto é , o **CONJUNTO** $\{3,4\}$ é um elemento do conjunto H mas os **ELEMENTOS** 3 e 4 não são elementos de H, o mesmo é válido para o conjunto $\{8,9,10\}$. Portanto:

$$n(H)=5$$

$$n(P(H))=2^5=32$$

Gabarito: C

---

17. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam:

$$X = \{p, k, \{m\}\} \; e \; Y = \{p, \{m\}\}$$

É possível afirmar que:

a) $Y \subset X$
b) $Y \supseteq X$
c) $Y \in X$
d) $Y \cap X = \{p, m\}$

Comentário:

Inicialmente, devemos descrever cada elemento dos conjuntos:

$$p \rightarrow é\ elemento\ de\ X\ e\ de\ Y$$

$$k \rightarrow é\ elemento\ de\ X$$

$$\{m\} \rightarrow é\ elemento\ de\ X\ e\ Y$$

Assim, podemos perceber que todos os elementos de Y pertencem a X também, logo:

$$Y \subset X\ (\ Y\ está\ contido\ em\ X)$$

Obs: O elemento "m" não pertence a X e Y. O elemento **{m} pertence** aos conjuntos X e Y.

Gabarito: A

---

18. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Uma pesquisa mostrou que 45% dos entrevistados tomam o refrigerante A, 31% tomam do B, 12% tomam do C, 8% tomam A e B, 4% tomam B e C, 11% tomam A e C e 3% tomam os três refrigerantes. Quantos por cento não bebem nenhum desses refrigerantes?

a) 20%
b) 24%
c) 32%
d) 48%

Comentário:

Para calcularmos a porcentagem, devemos supor uma base de cálculo. Para isso, considere "P" como a quantidade total de entrevistados. Portanto:

$$n(A) = 0{,}45.P$$

$$n(B) = 0{,}31.P$$

$$n(C) = 0{,}12.P$$

$$n(A \cap B) = 0{,}08.P$$

$$n(B \cap C) = 0{,}04.P$$

$$n(A \cap C) = 0{,}11.P$$

$$n(A \cap B \cap C) = 0{,}03.P$$

Perceba que queremos o complementar da União destes 3 conjuntos, isto é, todos os entrevistados que não bebem nenhum dos 3 refrigerantes. Logo:

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$$\rightarrow n(A \cup B \cup C) = 0{,}45P + 0{,}31.P + 0{,}12.P - 0{,}08.P - 0{,}04.P - 0{,}11.P + 0{,}03.P$$

$$\rightarrow n(A \cup B \cup C) = 0{,}68.P$$

Assim, encontramos que 68% dos entrevistados bebem pelo menos 1 tipo de refrigerante, logo:

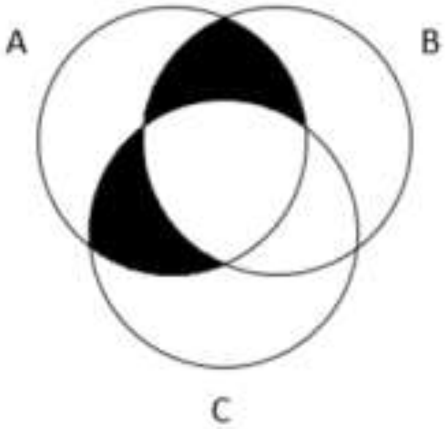
$$n(A \cup B \cup C)^c = 1 - 0{,}68 = 32\%$$

Como se trata de uma porcentagem, podemos dizer que o conjunto universo representa 100% dos entrevistados, que em decimal é representado como o número 1. ☺

Gabarito: C

---

19. (Estratégia Militares 2021 – Adaptada – Prof. Ismael Santos) Observe os diagramas a seguir e, assinale a alternativa que representa, corretamente, a região pintada.



a) $(A \cup B) - C$
b) $(A \cup C) - B$
c) $(C \cup B) - (B \cap C)$
d) $[(A \cap B) \cup (A \cap C)] - (A \cap B \cap C)$

Comentário:

Perceba que:

$$A \cap B \rightarrow Região\ hachurada\ superior\ mais\ a\ interseção\ dos\ 3\ conjuntos$$

$$A \cap C \rightarrow Região\ hachurada\ da\ esquerda\ mais\ a\ interseção\ dos\ 3\ conjuntos$$

Portanto, basta retirarmos a interseção dos 3 conjuntos que teremos exatamente a região hachurada.

$$Região\ Hachurada = [(A \cap B) \cup (A \cap C)] - (A \cap B \cap C)$$

Gabarito: D

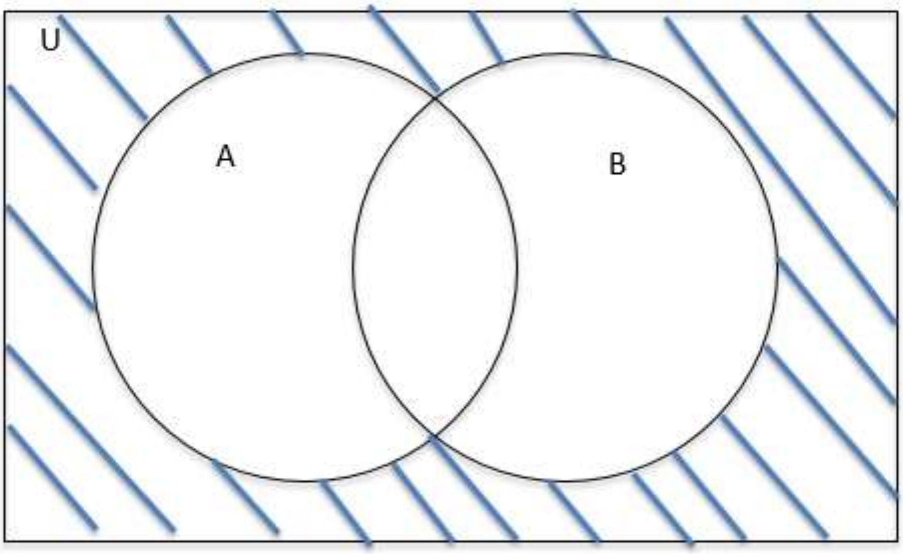
---

20. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Seja U o conjunto universo com 40 elementos. Se o conjunto $(A \cup B)$ possui 32 elementos, determine o número de elementos de $(A^c \cap B^c)$.

a) 7
b) 8
c) 9
d) 10

Comentário:

Inicialmente perceba, pelo diagrama de Venn explicitado abaixo, que:



O conjunto hachurado em azul é exatamente o complementar da União.

Pela Lei de De Morgan, temos que o complementar da união é definido como:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

Portanto:

$$n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A \cup B)$$
$$\rightarrow n(A^c \cap B^c) = 40 - 32 = 8$$

Gabarito: B

---

21. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Num restaurante há 10 cozinheiros, sendo que 3 deles são especialistas em frango, 9 são especialistas em carne vermelha, 6 são especialistas em sobremesas, 4 são especialistas em sobremesas e frango, 2 são especialistas em carne e frango e apenas 1 é especialista nas 3 opções. Quantos chefes conseguem preparar um prato principal de carne vermelha e uma sobremesa?

a) 1
b) 2
c) 3
d) 4

Comentário:

Perceba que podemos separar em 3 conjuntos. Seja F os conjuntos dos cozinheiros especialistas em frango, C os de carne vermelha e S os de sobremesa. Do enunciado, temos:

$$n(F) = 3$$
$$n(C) = 9$$
$$n(S) = 6$$
$$n(F \cap S) = 4$$

$$n(C \cap F) = 2$$
$$n(F \cap S \cap C) = 1$$

Porém, temos também do enunciado que:

$$n(F \cup C \cup S) = 10$$

Assim, podemos utilizar a expressão da união:

$$n(F \cup C \cup S) = n(F) + n(C) + n(S) - n(F \cap S) - n(C \cap F) - n(C \cap S) + n(F \cap S \cap C)$$
$$\rightarrow 10 = 3 + 9 + 6 - 4 - 2 - n(C \cap S) + 1$$
$$\rightarrow n(C \cap S) = 3$$

Portanto, 3 dos 10 chefes são especialistas em carne vermelha e sobremesa.

Gabarito: C

---

22. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere:

$$A = \{a, b, c, d, j, k, l, m\}$$
$$B = \{c, d, f, g, h, j, k\}$$
$$C = \{j, k, l, m, n\}$$

Calcule:

a) $A \cup B \cup C$
b) $A \cap (B \cup C)$
c) $(C \cap B^c) \cap A$

Comentário:

Começaremos pela letra a)

• Calculando a união dos conjuntos, temos:

$$A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, f, g, h, j, k, l, m, n\}$$

Basta unirmos todos os elementos, de forma que qualquer elemento da união pertença a pelo menos um dos conjuntos da união.

• Calculando $A \cap (B \cup C)$

Para a união de B com C, temos:

$$B \cup C = \{c, d, f, g, h, j, k, l, m, n\}$$

Analisando agora a interseção desse conjunto com A, temos:

$$A \cap (B \cup C) = \{c, d, j, k, l, m\}$$

• Calculando $(C \cap B^c) \cap A$

Perceba que o complementar de B é tudo aquilo que não está em B, logo:

$$B^c = \{a, b, l, m, n\}$$

Portanto, calculando a interseção com C, temos:

$$C \cap B^c = \{l, m, n\}$$

Por fim, calculando a interseção com A, temos:

$$(C \cap B^c) \cap A = \{l, m\}$$

Gabarito: a) {a,b,c,d,f,g,h,j,k,l,m,n} b) {c,d,j,k,l,m} c) {l,m}

---

23. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Se o conjunto universo numa aula de matemática, é o conjunto dos números naturais maiores do que 1 e menores do que 10 e se A é o conjunto $A = \{3, 4, 5, 8, 9, 10\}$ então o complementar de A é o conjunto:

a) {1,2,3,4,5,6}
b) {7,8,9,10}
c) {1}
d) {1,2,6,7}

Comentário:

Do enunciado, temos:

$$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$$

Assim, como queremos o complementar, temos:

$$A^c = U - A$$

$$\rightarrow A^c = \{1,2,6,7\}$$

Gabarito: D

---

24. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Na matemática temos os conjuntos dos números naturais (N) e o conjunto dos números inteiros (Z). Sobre esses conjuntos, é possível afirmar que:

a) $N \subset Z$
b) $Z \subset N$
c) $Z \cap N = \emptyset$
d) $Z \cup N = N$

Comentário:

Perceba que os números naturais são:

$$N = \{0,1,2,3,4,5,6, \dots\}$$

E os números inteiros são:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1,0,1,2,3, \dots\}$$

Assim, é possível perceber que qualquer natural é inteiro e, portanto o conjunto dos números naturas está contido no conjunto dos números inteiros:

$$N \subset Z$$

Gabarito: A

---

25. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere o conjunto $X = \{a, b, \{c\}\}$ e assinale a alternativa que contém um subconjunto de X.

a) $\{a, c\}$

b) $\{a, \{c\}\}$
c) $\{a, b, c\}$
d) $\{c\}$

Comentário:

O subconjunto de um conjunto é formado por **ELEMENTOS** desse conjunto. A partir de X, temos:

$$a \to elemento\ de\ X$$

$$b \to elemento\ de\ X$$

$$\{c\} \to elemento\ de\ X$$

$$c \to não\ é\ elemento\ de\ X \text{ !!!!}$$

Assim, temos que os subconjuntos possíveis são:

$$\{a\}, \{b\}, \{\{c\}\}, \{a, b\}, \{a, \{c\}\}, \{b, \{c\}\}, \{a, b, \{c\}\}$$

Gabarito: B

Nível 3 Desafio!

26. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) K é um conjunto com “n” elementos. Determine o número de subconjuntos de K que possuem menos que 2 elementos.

a) 2^{n-1}
b) 2^n
c) $n + 1$
d) n

Comentário:

Primeiro “escreveremos” um K genérico com “n” elementos:

$$K = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-1}, a_n\}$$

Perceba que $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ assumem qualquer valor, o valor deles não importa para o problema. O único ponto que devemos ressaltar é que são distintos, isto é, a_1 é diferente de a_2, por exemplo.

Assim, podemos pensar em seus subconjuntos:

$$\underbrace{\{\emptyset\}, \{a_1\}, \{a_2\}, \dots, \{a_n\}}_{Menos\ que\ 2\ elementos}, \underbrace{\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \dots, \{a_1, a_n\}, \{a_1, a_2, a_3\} \dots, \dots, \dots, \{a_1, a_2, \dots, a_n\}}_{2\ elementos\ ou\ mais}$$

Portanto, veja que temos “n” subconjuntos com 1 elementos + o conjunto vazio.

Logo, temos:

$$n + 1\ subconjuntos\ com\ menos\ de\ 2\ elementos$$

Gabarito: C

27. (Estratégia Militares 2021 - Inédita) Sejam 2 conjuntos A e B, com $k + 2$ e $k + 4$ elementos respectivamente. Sabendo que $n(A \cap B) = k$,calcule:

a) $n(P(A \cup B))$
b) $n(P(A \cap B))$

Comentário:

a) Primeiro, calcularemos o número de elementos da união:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$n(A \cup B) = k + 2 + k + 4 - k + 3 = k + 9$$

Agora, calcularemos o número de elementos do conjunto das partes dessa união:

$$n\big(P(A \cup B)\big) = 2^{n(A \cup B)} = 2^{k+9} = 512^k$$

b) Basta calcularmos o número de elementos do conjunto das partes da interseção de A e B:

$$n\big(P(A \cap B)\big) = 2^{n(A \cap B)} = 2^k$$

Gabarito: a) 512^k b) 2^k

---

28. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam A, B e C subconjuntos de um conjunto universo U. Das afirmações:

I. $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$;

II. $(A \cap C) \setminus B = A \cap B^c \cap C$;

é (são) verdadeira(s):

a) I
b) II
c) I e II
d) Nenhuma

Comentário:

I. Perceba que:

$$A \backslash B = A - (A \cap B)$$
$$A \backslash C = A - (A \cap C)$$

Portanto:

$$(A \backslash B) \cup (A \backslash C) \neq A(B \cap C)$$

Falsa!

II. Perceba que:

$$A \cap B^c = Exclusivos\ de\ A + (A \cap C) - (A \cap B \cap C)$$
$$\to A \cap B^c \cap C = (A \cap C) - (A \cap B \cap C)$$
$$\to (A \cap C) \backslash B = (A \cap B) - (A \cap B \cap C)$$

Verdadeira!

Gabarito: B

---

29. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Sejam 2 conjuntos X e Y, com k e p elementos respectivamente. Sabendo que $n(X \cap Y) = s$ e $n\big(P(X) \cap P(Y)\big) = 2^3$, calcule $n(P(X) \cup P(Y))$.

Comentário:

Inicialmente calcularemos a quantidade de elementos dos conjuntos das partes de A e B, separadamente.

$$n\big(P(X)\big) = 2^{n(X)} = 2^k$$

$$n\big(P(Y)\big) = 2^{n(Y)} = 2^{P}$$

Agora, basta tratarmos como a união de dois conjuntos normais:

$$n\big(P(X) \cup P(Y)\big) = n\big(P(X)\big) + n\big(P(Y)\big) - n\big(P(X) \cap P(Y)\big)$$
$$n\big(P(X) \cup P(Y)\big) = 2^k + 2^p - 2^3 = 2^k + 2^p - 8$$

Gabarito: $\mathbf{2^k + 2^p - 8}$

---

30. (Estratégia Militares 2021 – Inédita – Prof. Ismael Santos) Considere as seguintes afirmações sobre o conjunto $X = \{2,3,4,7,8,15,95,97\}$

V. $\emptyset \in X \; e \; n(X) = 8$
VI. $\emptyset \subset X \; e \; n(X) = 8$
VII. $95 \in X \; e \; \{95\} \subset X$
VIII. $\{2,3,15\} \cap \{15\} = 15.$

Pode-se dizer que é (são) verdadeira(s):

a) Apenas I, II e III
b) Apenas II e III
c) Apenas II e IV
d) Apenas I, III e IV.

Comentário:

Iremos analisar cada afirmação:

I. Falsa! ∅ é um conjunto e portanto está contido em X.

$$\emptyset \in X \rightarrow \emptyset \subset X$$

Conjunto X possui 8 elementos, logo:

$$n(X) = 8$$

II. Verdadeira! Explicitado acima.

III. Verdadeira! 95 é um elemento de X e, portanto, PERTENCE ao conjunto X. Enquanto o conjunto $\{95\}$ está contido em X pois todos seus elementos pertencem a X.

IV. Falsa!

$$\{2,3,15\} \cap \{15\} = \{15\}$$

A interseção de conjuntos resulta em um conjunto e não em um elemento!

Gabarito: B

---

7 - Lista de Embasamento

01. Coloque V (verdadeiro) ou F (falso) nas sentenças abaixo sabendo-se que
A = {1, 2, 3, 4},
B = {4, 5, 6},
C = {{1}, {2, 3}, {1, 2, 3, 4}},
D = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

a) $1 \in$ D ( )

b) $3 \notin$ B ( )

c) $1 \in$ C ( )

d) $4 \in$ A ( )

e) $\{1\} \in$ C ( )

f) $\{2, 3\} \in$ C ( )

g) $\{\{1\}\} \in$ C ( )

h) $\{1\} \in$ D ( )

i) $\{4,5\} \in$ D ( )

j) $5 \notin$ B ( )

---

02. Dado o conjunto $P = \{0, \{0\}, \emptyset, \{\emptyset\}\}$, considere as afirmativas:

$I)\ \{0\} \in P$

$II)\ \{0\} \subset P$

$III)\ \varnothing \in P$

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:

a) todas são verdadeiras.

b) apenas a I é verdadeira.

c) apenas a II é verdadeira.

d) apenas a III é verdadeira.

e) todas são falsas.

---

03. Considere os seguintes conjuntos: A = {1, 2, {1,2}} B = {{1}, 2} e C = {1, {1}, {2}}
Assinale abaixo a alternativa falsa:

a) $A \cap B = \{2\}$

b) $B \cap C = \{\{1\}\}$

c) $B - C = A \cap B$

d) $B \subset A$

e) $A \cap P(A) = \{\{1,2\}\}$, onde P(A) é o conjunto dos subconjuntos de A.

---

04. Sobre A, B, C, três subconjuntos quaisquer do universo, considere as proposições:

1) $A \cup \varnothing = \varnothing$
2) $A \cup U = U$
3) $A \cap A = A$
4) $A \cap (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cap C)$
5) $\varnothing \subset A$
6) $A - B = \{x \in U\ /\ x \in A \text{ e } x \in B\}$

Das proposições acima são verdadeiras:

a) 3, 5 e 6

b) 2, 3 e 5

c) 1, 3 e 5

d) 2, 3 e 4

e) todas

---

05. Considerando os conjuntos A= {x; y; z} e B= {p; u; v; x}, assinale a alternativa que apresenta o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou pertencem a B.

a) {x}

b) {p; u; v}

c) {v; x; y; z}

d) { }

e) {p ;u; v; x; y; z}

---

06. Dados os conjuntos A, B e C. Sabendo que $A \cap B = \emptyset$ e $C = A \cup B$, é correto afirmar que

a) $B \cap C = C$.

b) $A \cap C = A$.

c) $A \cup C = A$.

d) $B \cup C = \emptyset$.

e) $A \in C$.

---

07. Considere os conjuntos A = {1, 2, 3} e B = {1, 2, 3, 4, 5}. O número de elementos de C_B^A é:

a) 0.

b) 1.

c) 2.

d) 3.

e) 5.

---

08. Dado o conjunto A = {1, 2, {1}, {2}, {3}, {1,2}} e as afirmações:

I) $\{1\} \subset A$

II) $\{1\} \in A$

III) $\{1,2,3\} \subset A$

IV) $3 \in A$

Considerando V (verdadeiro) e F (falso) pode-se dizer que as afirmações I, II, III e IV são, respectivamente:

a) V, F, V, V

b) V, V, F, F

c) V, F, F, V

d) V, V, V, F

---

09. Dados três conjuntos M, N e P não vazios, tais que M – N = P. Considere as afirmativas:

IV) $P \cap N = \emptyset$

V) $M \cap P = P$

VI) $P \cup (M \cap N) = M$

Com relação a estas afirmativas, conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras

b) Somente a II e a III são verdadeiras

c) Somente a I e a II são verdadeiras

d) Somente a I e a III são verdadeiras

e) Nenhuma é verdadeira

---

10. Se $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2, 3\}$ e $A - B = \{0, 1\}$, então A e B serão :

a) A = {1,2,3} e B = {0,2,3,4}
b) A = {2, 3} e B = {0, 1, 2, 3, 4}
c) A = {2, 3, 4} e B = {0, 1, 2, 3}
d) A = {0, 1, 2, 3} e B = {2, 3, 4}
e) A = {0, 1, 2, 3, 4} e B = {2, 3}

---

11. Numa escola existem 195 alunos, 55 estudam física, 63 estudam química e 100 alunos não estudam nenhuma das duas matérias. Os alunos que estudam as duas matérias são:
a) 23

b) 25

c) 95

d) 32

e) 40

---

12. Marcelo resolveu corretamente 90% das questões da prova e André 70%. Se nenhuma questão da prova ficou sem ser resolvida pelo menos por um deles, e 18 delas foram resolvidas corretamente pelos dois podemos concluir que a prova constava de:

a) 148 questões

b) 100 questões

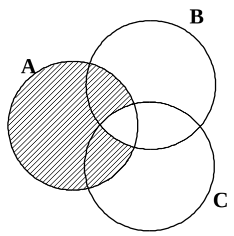
c) 50 questões

d) 30 questões

e) 20 questões

---

13. No diagrama seguinte a região hachurada representa o conjunto.



a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(B \cap C) - A$

c) $(A \cap B) \cup C$

d) $A - (B \cap C)$

e) $A - (B - C)$

---

14. Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?

a) 100

b) 120

c) 140

d) 160

e) 180

15. Sejam A , B e C conjuntos finitos, o número de elementos de $A \cap B$ é 25 , o número de elementos de $A \cap C$ é 15 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 10. Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é :

a) 30

b) 10

c) 40

d) 20

e) 15

---

16. Numa pesquisa feita junta a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:

1) 80 universitários leem apenas um jornal.
2) O número dos que não leem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que leem ambos os jornais.
3) O número dos que leem o jornal A é o mesmo dos que leem apenas o jornal B.

Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que leem o jornal B é:

a) 160
b) 140
c) 120
d) 100
e) 80

---

17. Sejam A o conjunto dos candidatos a cabo, B o conjunto de candidatos a sargentos, C o conjunto de candidatos a oficial e U o conjunto de alunos de um curso preparatório às escolas militares. O conjunto que representa os alunos que são candidatos a oficial e que não são nem para cabos e nem para sargentos é:

a) $C-(\mathrm{B}\cup\mathrm{A})$

b) $C-(\mathrm{B}\cap\mathrm{A})$

c) $(A\cup B)\cap\mathrm{C}$

d) $(B\cap C)\cup(A\cap B)$

---

18. Em uma escola foi feita uma pesquisa entre os alunos para saber que revista costumavam ler.

O resultado foi:

- 42% leem a revista "Veja"
- 35% leem a revista "Época"
- 17% leem as revistas "Veja" e "Época"

Sendo assim, o percentual de alunos que leem apenas uma das duas revistas é:

a) 94

b) 70

c) 43

d) 40

e) 17

---

19. Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja.

O número de pessoas pesquisadas foi:

a) 620
b) 470
c) 320
d) 280

---

20. Se A é o conjunto dos números naturais múltiplos de 15 e B o conjunto dos números naturais múltiplos de 35, então $A \cap B$ é o conjunto dos números naturais múltiplos de:

a) 15
b) 35
c) 105
d) 525

---

21. Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos e C com 4 elementos. O número de elementos do conjunto $C - [(A \cap B) \cap C]$ pode variar entre:

a) 2 e 4

b) 2 e 3

c) 0 e 4

d) 0 e 3

e) 0 e 2

---

22. Considerando-se que:

$A \cup B \cup C = \{n \in IN / 1 \leq n \leq 10\}$

$A \cap B = \{2, 3, 8\}$

$A \cap C = \{2, 7\}$

$B \cap C = \{2, 5, 6\}$

$A \cup B = \{n \in IN / 1 \leq n \leq 8\}$

Pode-se afirmar que o conjunto C é :

a) {9, 10}

b) {5, 6, 9, 10}

c) 2, 5, 6, 7, 9, 10}

d) 2, 5, 6, 7}

e) A∪B

---

23. Considere os conjuntos A, B e C tais que $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$, $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$, $B \cap C=\{1\}$, $A \cap C = \{1,4\}$ e $A \cap B = \{1,2\}$. Podemos, então, afirmar que:

a) O conjunto A tem 3 elementos

b) O conjunto B tem 3 elementos

c) O conjunto C tem 4 elementos

d) O número de elementos do conjunto B é igual ao número de elementos do conjunto A, mas não é três.

e) O número de elementos do conjunto A é igual ao número de elementos do conjunto C.

---

24. Se A={1,{9},9,2}, assinale a afirmativa errada.

a) $1 \in A$

b) $9 \in A$

c) $\{9\} \in A$

d) $\{9\} \subset A$

e) $2 \subset A$

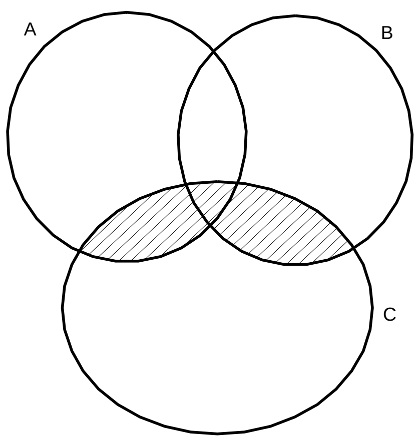
---

25. Sejam A e B conjuntos quaisquer, $A \cup B = A \cap B$, se e somente se :

a) $A = \emptyset$
b) $A \supset B$
c) $A \not\subset B$
d) $A \supset B$ ou $B \supset A$
e) $A \subset B$ e $B \subset A$

---

26. A parte hachurada no desenho abaixo é igual a:



a) $A \cap C$

b) $(A \cup B) \cap C$

c) $(A \cap C) \cup C$

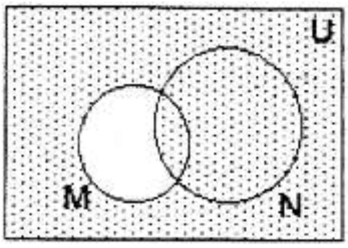
d) $B \cap C$

e) $(A \cup C) \cap B$

---

8 - Lista de Questões da EEAR

1. No diagrama, o hachurado é o conjunto:



a) complementar de (M ∪ N) em relação a U.

b) complementar de (M – N) em relação a U.

c) complementar de (M ∩ N) em relação a U.

d) (M – N) ∪ (N – M).

---

2. (EEAR 2001) Numa cidade X, é consumido leite dos tipos: A e B. Dos consumidores consultados, 30 consomem dos tipos A e B, 100 somente do tipo A, 200 somente do tipo B e 40 nenhum dos dois tipos. Quantas pessoas foram consultadas?

a) 300

b) 310

c) 330

d) 370

---

3. (EEAR 2001) Considere os conjuntos $A=[1,2]\cup[3,4]$; $B=]1,4]-\{3\}$; $C=[2,3[\cup\{4\}$ e $X=(A-B)\cup(A\cap C)$. Assinale a alternativa correta:

a) $X\cup A=B$

b) $X\cup C=X$

c) $X\cap A=X$

d) $X\cap B=C$

---

4. (EEAR 2001) Sejam os conjuntos $A=[-1,2]$, $B=[-2,4]$ e $C=[-5,0[$. É falso afirmar que:

a) $(B-C)-A=[2,4]$

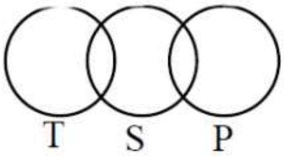
b) $(A\cap B)\cap(B-C)=[0,2]$

c) $(B-A)\cup(A\cap B)=[-2,4]$

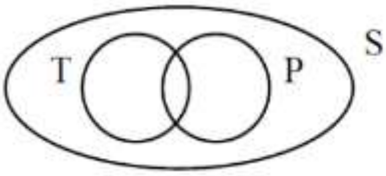
d) $(B\cup C)-(A\cap B)=]-5,-1[\cup]2,4]$

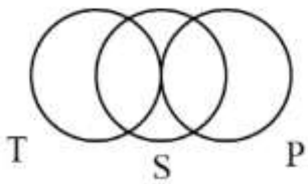
---

5. (EEAR 2002) Os conjuntos S, T e P são tais que todo elemento de S é elemento de T ou P. O diagrama que pode representar esses conjuntos é:

a) 

c) 

b) 

d) 

---

6. (EEAR 2002) Dados os conjuntos $A=\{1,2,3,4\}$, $B=\{3,4,5\}$ e $C=\{1,2,5\}$. Ao determinar o conjunto M, tal que: $A\cup M=\{1,2,3,4\}$, $B\cup M=\{3,4,5\}$, $C\cup M=A\cup B$, podemos concluir que M é um conjunto:

a) vazio.

b) unitário.

c) que possui dois elementos.

d) que possui três elementos.

---

7. (EEAR 2002) Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja. O número de pessoas pesquisadas foi:

a) 620

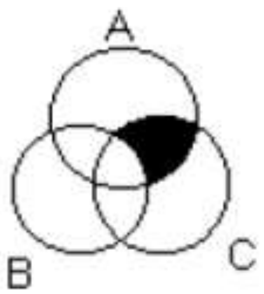
b) 470

c) 320

d) 280

---

8. (EEAR 2004) A região assinalada no diagrama corresponde a:



a) $(B \cup C) \cap A$.

b) $(B \cap C) \cup A$.

c) $(A - B) \cap C$.

d) $C - (A \cap B)$.

---

9. (EEAR 2005) Do conjunto dos números naturais menores ou iguais a 100 retiram-se os múltiplos de 5 e, em seguida, os múltiplos de 6. O número de elementos que permanecem no conjunto é:

a) 66.

b) 67.

c) 68.

d) 69.

10. (EEAR 2020) Em um grupo de jovens, 25 praticam futebol, 20 praticam vôlei, 5 praticam futebol e vôlei e 10 não praticam nenhum esporte. Ao selecionar, aleatoriamente, um jovem desse grupo, a probabilidade dele praticar apenas futebol é:

a) 0,6

b) 0,5

c) 0,4

d) 0,3

9 – Lista de Aprofundamento

01. (EPCAr – 2002) No concurso para o CPCAR foram entrevistados 979 candidatos dos quais 527 falam a língua inglesa, 251 a língua francesa e 321 não falam nenhum desses idiomas. O número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é

a) 778

b) 658

c) 120

d) 131

---

02. (EPCAR 2000) Numa cidade residem n famílias e todas leem jornais. Nela há três jornais, A, B e C, e sabe-se que 250 famílias leem jornal A, 180leem o jornal B, 150 leem C, 110leem A e B, 95 leem A e C, 80 leem B e C e 40 leem A, B e C. O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é

a) 70

b) 185

c) 320

d) 280

---

03. (EPCAR 2004) Dados os conjuntos A, B e C tais que $\left[A-(A\cap B)\right]\cap B=C$, pode-se afirmar, necessariamente, que

a) $C\not\subset(A\times B)$

b) $n(A-B)<n(B)$

c) $n(A\cap C)>n(A\cup B)-n(B)$

d) $n(B\cap C)=n(C)$

---

04. (EPCAR 2006) Para uma turma de 80 alunos do CPCAR, foi aplicada uma prova de matemática valendo 9,0 pontos distribuídos igualmente em 3 questões sobre:

1ª) FUNÇÃO

2ª) GEOMETRIA

3ª) POLINÔMIOS

Sabe-se que:

• apesar de 70% dos alunos terem acertado a questão sobre FUNÇÃO, apenas $\frac{1}{10}$ da turma conseguiu nota 9,0;

• 20 alunos acertaram as questões sobre FUNÇÃO e GEOMETRIA;

•22 acertaram as questões sobre GEOMETRIA e POLINÔMIOS; e

• 18 acertaram as questões sobre FUNÇÃO e POLINÔMIOS.

A turma estava completa nessa avaliação, ninguém tirou nota zero, no critério de correção não houve questões com acertos parciais e o número de acertos apenas em GEOMETRIA é o mesmo que o número de acertos apenas em POLINÔMIOS.
Nessas condições, é correto afirmar que

a) o número de alunos que só acertaram a 2ª questão é o dobro do número de alunos que acertaram todas as questões.
b) metade da turma só acertou uma questão.
c) mais de 50% da turma errou a terceira questão.
d) apenas $\frac{3}{4}$ da turma atingiu a média maior ou igual a 5,0

---

05. (CMRJ 2011) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

a) 48
b) 45
c) 40
d) 36
e) 30

---

06. (CN 1999) Dados dois conjuntos A e B tais que $n(A \cup B) = 10$, $n(A \cap B) = 5$ e $n(A) > n(B)$, pode-se afirmar que a soma dos valores possíveis para $n(A - B)$ é:

(A) 10
(B) 11
(C) 12
(D) 13
(E) 14

---

07. (CN 2001) Sejam os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 6n + 3, n \in \mathbb{Z}\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 3n, n \in \mathbb{Z}\}$, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros. Então $A \cap B$ é igual a:

(A) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é par e múltiplo de } 3\}$
(B) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$
(C) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$
(D) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é múltiplo de } 6\}$
(E) $\{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ é ímpar}\}$

---

08. (EFOMM 2002) Na Bienal do Livro realizada no Riocentro, Rio de Janeiro, os livros A, B e C de um determinado autor apresentaram os seguintes percentuais de vendas aos leitores:

- 48% compraram o livro A;
- 45% compraram o livro B;
- 50% compraram o livro C;
- 18% compraram os livros A e B;
- 25% compraram os livros B e C;
- 15% compraram os livros A e C; e
- 5% não compraram nenhum dos livros.

Qual o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros?

a) 10%
b) 18%
c) 29%
d) 38%
e) 57%

---

09. (EPCAr 2012) Uma pessoa foi realizar um curso de aperfeiçoamento. O curso foi ministrado em x dias nos períodos da manhã e da tarde desses dias. Durante o curso foram aplicadas 9 avaliações que ocorreram em dias distintos, cada uma no período da tarde ou no período da manhã, nunca havendo mais de uma avaliação no mesmo dia. Houve 7 manhãs e 4 tardes sem avaliação. O número x é divisor natural de

a) 45
b) 36
c) 20
d) 18

---

10. (EAM 2004) – Em uma viagem foram colocados dois tipos de revistas para que os tripulantes de uma fragata desfrutassem de uma boa leitura. Ao final da viagem foi feita uma pesquisa com todos os tripulantes para saber das preferências com relação às revistas “saúde à bordo” ou “vida marinha”, verificou-se que:

• 20 tripulantes leram “saúde a bordo”
• 30 tripulantes leram “vida marinha”
• 8 tripulantes leram as duas revistas
• 14 tripulantes não leram nenhuma dessas revistas

Qual o número de tripulantes da fragata nesta viagem?

a) 56
b) 58
c) 64
d) 68
e) 72

---

11. (EAM 2009) – Numa pesquisa de mercado sobre a preferência dos consumidores entre duas operadoras de telefonia móvel, verificou-se que 3003 dessas pessoas utilizam as operadoras A e B. A operadora A é utilizada por 9376 das pessoas pesquisadas, e a operadora B por 12213 delas. Se todas as pessoas pesquisadas utilizam pelo menos uma operadora, o número de pessoas que responderam à pesquisa é:

a) 24592
b) 22623
c) 21589

d) 18586
e) 17658

---

12. (EAM 2016) – Uma pesquisa sobre a preferência de leitura dos jornais A e B revelou que, dos 400 entrevistados, 190 leem o jornal A e 250 o jornal B. Sabendo que todos os entrevistados leem pelo menos um dos jornais, quantos leem os dois jornais?

a) 20
b) 40
c) 60
d) 80
e) 100

---

13. (EAM 2017) – Sabendo-se que A e B são subconjuntos finitos de U, que $\overline{A}$ é a notação para a operação complementar de A em relação a U, que $\overline{A} = \{q, r, s, t, u\}$, $A \cap B = \{o, p\}$ e $A \cup B = \{m, n, o, p, q, r\{\}\}$, é correto afirmar que:
a) A tem dois elementos e B tem quatro elementos.
b) A tem quatro elementos e B tem dois elementos.
c) A tem três elementos e B tem três elementos.
d) A tem quatro elementos e B tem quatro elementos.
e) A tem um elemento e B tem cinco elementos.

---

14. (EAM 2017) – Considerando n(P) como a notação que determina o número de elementos de um conjunto P, $A \times B$ como o produto cartesiano entre dois conjuntos finitos A e B e sabendo-se ainda que $n(A) = 2x - 3$, $n(B) = x - 5$ e $n(A \times B) = x^2 + 10x - 27$, é correto afirmar que o valor numérico de x é:

a) um número primo.

b) um múltiplo de 5.

c) um múltiplo de 7.

d) um múltiplo de 11.

e) um múltiplo de 13.

---

15. (EAM 2019) – Sejam os conjuntos $a=\{x\in R;1\leq x\leq 4\}$, $B=\{y\in\mathbb{R};3\leq y\leq 7\}$. Considerando o conjunto $A\times B$, (A cartesiano B) pode-se afirmar que a diagonal do polígono formado por esse conjunto é representada numericamente por:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

É, meu querido!! Muita coisa, não?? E olha que não coloquei MUITAS questões!!

Ainda que o tema conjuntos não esteja, EXPLICITAMENTE, em seu edital, acho de suma importante batermos essa parte teórica, tendo em vista ter ligação total com inequações, funções, probabilidade.

Agora, vou passar as questões vistas em aula, com suas respectivas sugestões de resoluções.

Preparados? Vamos nessa então!

10 - Lista de Embasamento - Comentário

OBS: AS QUESTÕES DE 1 A 10 FORMA COMENTADAS DURANTE A NOSSA TEORIA.

---

11. (EsSA - 1991**)**

Numa escola existem 195 alunos, 55 estudam física, 63 estudam química e 100 alunos não estudam nenhuma das duas matérias. Os alunos que estudam as duas matérias são:

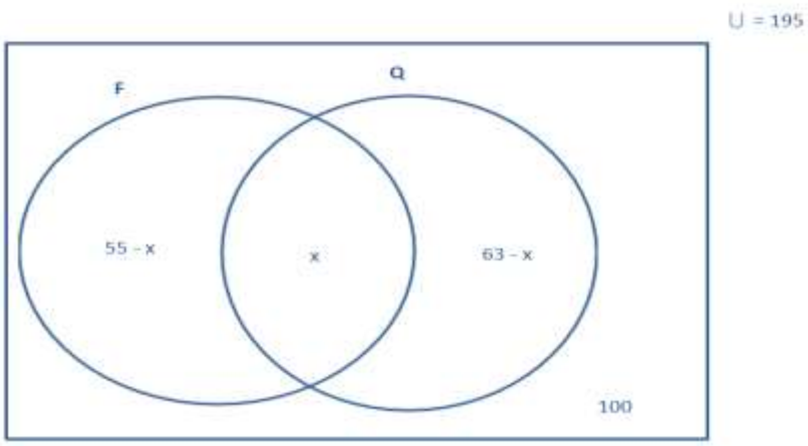
a) 23
b) 25
c) 95
d) 32
e) 40

Comentário:

Sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão!

- ✓ O enunciado nos diz que o conjunto universo é $\bigcup$ = 195. Sabemos ainda que o conjunto universo é a soma de todas as partes.
- ✓ Diz ainda que: Física = 55 alunos; Química = 63 alunos; Nenhuma disciplina = 100 alunos
- ✓ Questão sobre conjuntos, em que **F (conjunto dos alunos de física), Q (conjuntos dos alunos de química), U (conjunto dos alunos da escola).**
- ✓ Não sabemos quantos alunos estudam as duas disciplinas, que inclusive é o que a banca nos pede, então: chamamos de *"x" alunos*
- ✓ Estudam **SÓ FÍSICA**: *55 - x alunos*
- ✓ Estudam **SÓ QUÍMICA**: *63 – x alunos*
- ✓ Não estudam **NENHUMA DAS DISCIPLINAS**: *100 alunos*

Construindo o diagrama, ficamos com:



$$(55 - x) + x + (63 - x) + 100 = 195$$
$$55 + 63 - x + 100 = 195$$
$$118 + 100 - 195 = x$$
$$\therefore x = 23$$

Gabarito: A

---

12. (EsSA - 1992**)**

Marcelo resolveu corretamente 90% das questões da prova e André 70%. Se nenhuma questão da prova ficou sem ser resolvida pelo menos por um deles, e 18 delas foram resolvidas corretamente pelos dois podemos concluir que a prova constava de:

a) 148 questões

b) 100 questões

c) 50 questões

d) 30 questões

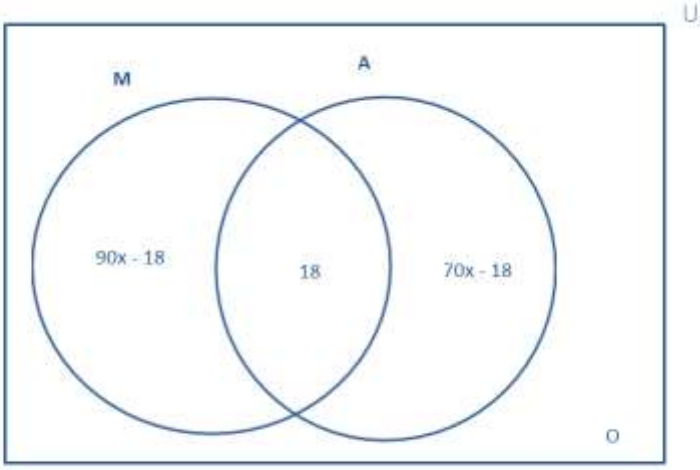
e) 20 questões

Comentário:

Como disse na questão anterior, sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado não nos fornece o conjunto universo. Porém, pelo simples fato da questão tratar de percentagem, isso nos dá certa segurança para atribuir um valor múltiplo de 100 para o nosso Universo. Assim, ficamos com $\cup$ = 100x. Desta forma podemos inferir que Marcelo resolveu 90x e André resolveu 70x, respectivamente, 90% e 70%.
- ✓ Diz ainda o percentual de acerto de cada: Marcelo = 90% das questões; André = 70% das questões; Questões não resolvidas por eles = 0 questões e Marcelo e André = 18 questões
- ✓ Questão sobre conjuntos, em que **M (total de questões resolvidas por Marcelo), Q (total de questões resolvidas por André), M∩A(total de questões resolvidas por Marcelo e André).**
- ✓ Questões resolvidas **SÓ POR MARCELO**: *90x - 18 questões*
- ✓ Questões resolvidas **SÓ POR ANDRÉ**: *70x – 18 questões*
- ✓ Questões resolvidas **POR MARCELO E ANDRÉ**: *18 questões*
- ✓ Questões não resolvidas: *0*

Construindo o diagrama, ficamos com:



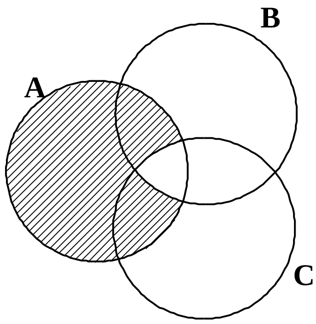
$$\cup = 100x \rightarrow (90x - 18) + 70x - 18 + 18 = 100x \rightarrow$$
$$\rightarrow 90x + 70x - 100x = 18$$
$$\rightarrow 60x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{60}$$
$$\therefore x = \frac{3}{10}$$
$$\cup = 100x \Rightarrow 100.\left(\frac{3}{10}\right) = 30 \text{ questões.}$$

Gabarito: D

---

13. (EsSA - 1991**)**

No diagrama seguinte a região hachurada representa o conjunto.



a) $(A \cup B) \cup C$

b) $(B \cap C) - A$

c) $(A \cap B) \cup C$

d) $A - (B \cap C)$

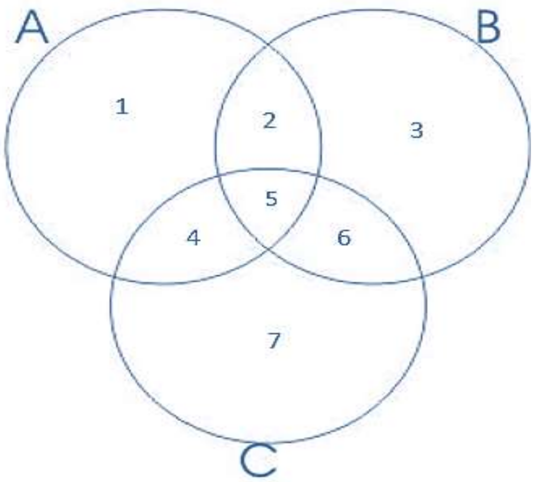
e) $A - (B - C)$

Comentário:

Estamos diante de uma questão de Diagrama, na qual a banca do Exército pede qual alternativa representa a parte hachurada da figura. Tudo bem, até aqui? Então, prossigamos!

Neste tipo de questão, basta considerarmos que dentro de cada pedaço do diagrama exista um determinado elemento, que na resolução do problema utilizarei números de 1 a 7, conforme a figura abaixo. Isso irá facilitar sobremaneira a análise. Vamos nessa?

Imagine os conjuntos A, B e C, com o seguinte diagrama:



A partir dele, podemos extrair algumas informações, quais sejam:

- $A = \{1, 2, 4, 5\}$ → parte que pertence a TODO CONJUNTO A.
- $B = \{2, 3, 5, 6\}$ → parte que pertence a TODO CONJUNTO B.
- $C = \{4, 5, 6, 7\}$ → parte que pertence a TODO CONJUNTO C.
- $A \cap B = \{2, 5\}$ → parte que pertence aos conjuntos A e B.
- $A \cap C = \{4, 5\}$ → parte que pertence aos conjuntos A e C.
- $B \cap C = \{5, 6\}$ → parte que pertence aos três conjuntos B e C.
- $A \cap B \cap C = \{5\}$ → parte que pertence aos três conjuntos A, B e C.
- $(B - C) = \{2, 3\}$ → parte que pertence a B mas não a C.

Pegando-se o diagrama da questão e sobrepondo-se a este que montamos, fica de fácil percepção que a área hachurada representa um conjunto K, tal que:

$$K = \{1, 2, 4\}$$

A partir daí, basta analisarmos cada alternativa e verificar qual delas possui conjunto igual ao conjunto K.

Analisando uma a uma:

a) $(A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C =$ **{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}**
b) $(B \cap C) - A = \{5, 6\} - \{1, 2, 4, 5\} =$ **{6}**
c) $(A \cap B) \cup C = \{2, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\} =$ **{2, 4, 5, 6, 7}**
d) $A - (B \cap C) = \{1, 2, 4, 5\} - \{5, 6\} =$ **{1, 2, 4} = K**
e) $A - (B - C) = \{1, 2, 4, 5\} - \{2, 3\} =$ **{1, 4, 5}**

Gabarito: D

---

14. (EsSA-2008**)**

Quantos múltiplos de 9 ou 15 há entre 100 e 1000?
a) 100
b) 120
c) 140
d) 160
e) 180

Comentário:

Questão bem interessante, envolvendo Teoria de Conjuntos e Múltiplos de Naturais. Por mais que não tenhamos aprendido o conteúdo de MMC (Menor Múltiplo Comum) achei por bem abordar esta questão. Sem mais, vamos à resolução!

Como disse em questões anteriores, sempre ao iniciar a resolução de qualquer questão de matemática, tenha em mente que se deve anotar os principais dados do enunciado, para que possa trabalhar na resolução do problema. Assim, vamos aos dados que podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado nos fornece o conjunto universo, que é representado pelos números entre 100 a 1000.
- ✓ Imaginemos que **N = conjunto dos múltiplos de 9**
- ✓ Imaginemos que **Q = conjunto dos múltiplos de 15**
- ✓ Imaginemos **N∩Q = conjunto dos múltiplos de 9 e 15, ao mesmo tempo. Ou seja, este conjunto é composto pelos números múltiplos de 45, que é o MMC de 9 e 15**.
- ✓ Vamos calcular a quantidade de múltiplos de 9 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 9 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos:

$$9 \cdot 12 = 108$$

$$9 \cdot 111 = 999$$

Observe que: de 12 a 111 temos, 100 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 9 é 100.

- ✓ Vamos calcular, agora, a quantidade de múltiplos de 15 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 15 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos:

$$15 \,.\, 7 = 105$$

$$15 \,.\, 66 = 990$$

Observe que: de 7 a 66 temos, 60 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 15 é 60.

- ✓ Por fim, iremos calcular a quantidade de múltiplos de 45 dentro do intervalo dado.

Para isso temos que encontrar o múltiplo de 45 mais próximo de 100 que o ultrapassa, e o múltiplo mais próximo de 1000 que não o ultrapasse. Assim, temos

$$45 \,.\, 3 = 135$$

$$45 \,.\, 22 = 990$$

Observe que: de 3 a 22 temos, 20 números. Assim, a quantidade de múltiplos de 45 é 20.

Resumindo:

- ✓ $N = 100$
- ✓ $Q = 60$
- ✓ $N \cap Q = 20$

$$\#(N \cup Q) = \#(N) + \#(Q) - \#(N \cap Q) \rightarrow (100 + 60) - 20 = 140 \text{ elementos}$$

Gabarito: C

---

15. (EsPCEx)

Sejam A , B e C conjuntos finitos, o número de elementos de $A \cap B$ é 25 , o número de elementos de $A \cap C$ é 15 e o número de elementos de $A \cap B \cap C$ é 10. Então o número de elementos de $A \cap (B \cup C)$ é :

a) 30

b) 10

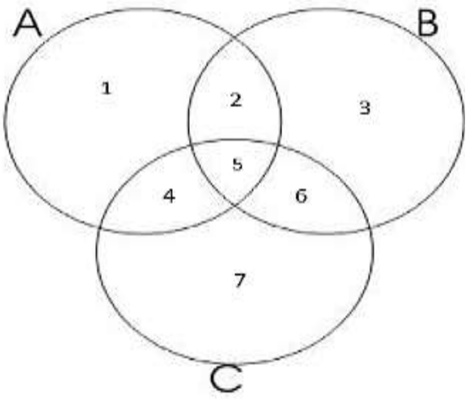
c) 40

d) 20

e) 15

Comentário:

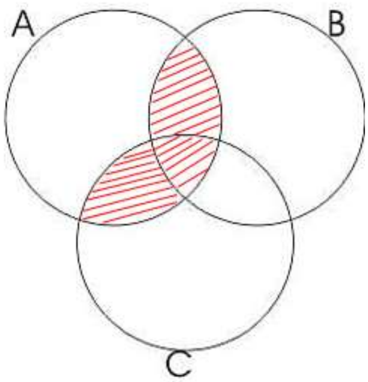
Observe o diagrama – modelo, criado para entender o que se pede pela banca:



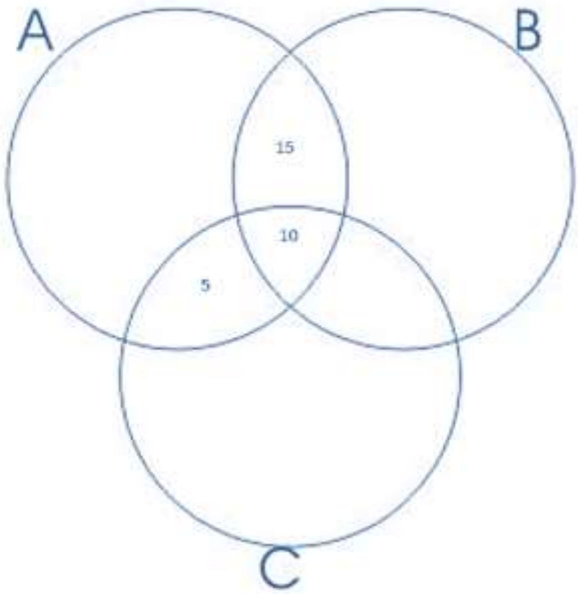
É fácil perceber que $(B \cup C) = \{2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ .No entanto, a questão nos pede $A \cap (B \cup C)$, assim:

$$A \cap (B \cup C) = \{2; 4; 5\}$$

Podemos observar que este conjunto {2, 4, 5}, pode ser visualizado numa forma hachurada, conforme o diagrama:



Observe agora os dados do enunciado:



Logo: $n(A \cap (B \cup C)) = 5 + 10 + 15 = 30\ elementos$

Gabarito: A

---

16. (EsPCEx**)**

Numa pesquisa feita junta a 200 universitários sobre o hábito de leitura de dois jornais (A e B), chegou-se às seguintes conclusões:

1) 80 universitários leem apenas um jornal.

2) O número dos que não leem nenhum dos jornais é o dobro do número dos que leem ambos os jornais.

3) O número dos que leem o jornal A é o mesmo dos que leem apenas o jornal B.

Com base nesses dados, podemos afirmar que o número de universitários que leem o jornal B é:

a) 160
b) 140
c) 120
d) 100
e) 80

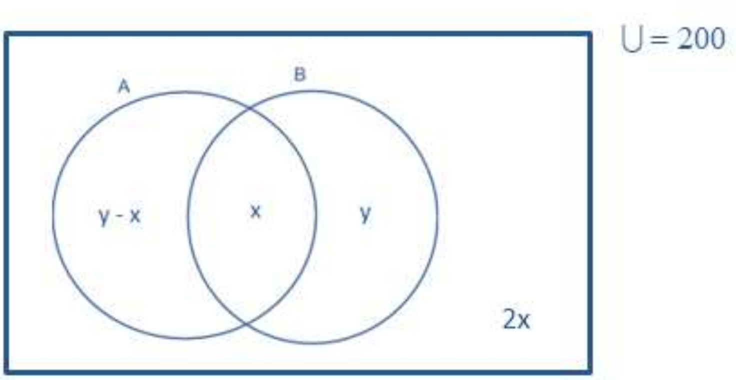
Comentário:

Há casos em que a questão irá te dar mais dados que o necessário. Isso se você observar a solução mais curta. Vamos a ela?

Dados da questão:

- ✓ Conjunto Universo: $\bigcup = 200$ universitários. Ou seja, soma de todas as partes.
- ✓ A e B: jornais lidos pelos universitários
- ✓ Número dos que leem ambos os jornais: *x universitários*
- ✓ Não leem nenhum dos jornais: *2x universitários*
- ✓ Número dos que leem SOMENTE B: *y universitários*
- ✓ Número dos que leem SOMENTE A: *y – x universitários*
- ✓ Número dos que leem B: *x + y universitários*

Observe agora o diagrama:



Assim:

$$(y-x)+x+y+2x=200 \rightarrow$$
$$\rightarrow 2y+2x=200 \rightarrow 2(x+y)=2.100$$
$$y+x=100$$
$$\therefore n(B)=x+y=100 \text{ eleitores}$$

Gabarito: D

---

17. (EEAr**)**

Sejam A o conjunto dos candidatos a cabo, B o conjunto de candidatos a sargentos, C o conjunto de candidatos a oficial e U o conjunto de alunos de um curso preparatório às escolas militares. O conjunto que representa os alunos que são candidatos a oficial e que não são nem para cabos e nem para sargentos é:

a) $C-(B\cup A)$

b) $C-(B\cap A)$

c) $(A \cup B) \cap C$

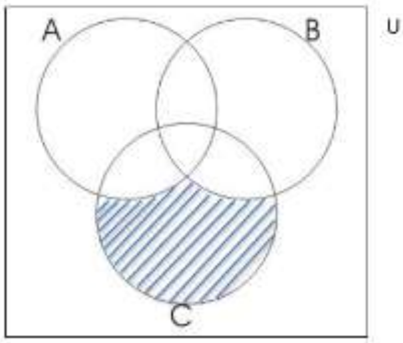
d) $(B \cap C) \cup (A \cap B)$

Comentário:

Perceba que, nesta questão, por já possuirmos um certo conhecimento, podemos analisar o que se pede e verificar qual assertiva é a correspondente. Vamos nessa?

- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a oficial**: C
- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a cabo**: A
- ✓ Conjunto dos alunos **candidatos a sargento**: B
- ✓ Conjunto dos alunos candidatos a **oficiais e não a sargento**: C - B
- ✓ Conjunto dos alunos candidatos a **oficiais e não a cabo**: C - A

Por meio da propriedade, podemos dizer que: **C – (B ∪ A) = (C – B) ∪ (C – A)**



Assim, a única alternativa que representa o que se pede na questão é a alternativa *a.*

Gabarito: A

---

18. (EAM-2000**)**

Em uma escola foi feita uma pesquisa entre os alunos para saber que revista costumavam ler.

O resultado foi:
- 42% leem a revista “Veja”
- 35% leem a revista “Época”
- 17% leem as revistas “Veja” e “Época”
Sendo assim, o percentual de alunos que leem apenas uma das duas revistas é:

a) 94

b) 70

c) 43

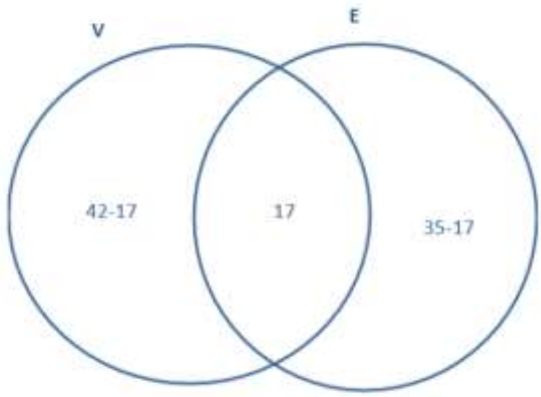
d) 40

e) 17

Comentário:

Vamos ver que dados podemos extrair desta questão! OK?

- ✓ O enunciado não nos fornece o conjunto universo. Porém, pelo simples fato da questão tratar de percentagem, isso nos dá certa segurança para atribuir um valor múltiplo de 100 para o nosso Universo. Assim, ficamos com $\cup$ = 100.
- ✓ Leem "Veja": *42 alunos*
- ✓ Leem "Época": *35 alunos*
- ✓ Leem as revistas "Veja" e "Época": *17 alunos*
- ✓ Leem só "Veja": 42 – 17 = 25
- ✓ Leem só "Época": 35-17 = 18



Podemos observar que, os alunos que leem apenas uma das duas revistas é: 25 + 18 = 43

Obs.: Perceba que poderíamos resolver a questão utilizando a Operação Diferença Simétrica.

Gabarito: C

---

19. (EEAr-2002**)**

Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja.

O número de pessoas pesquisadas foi:

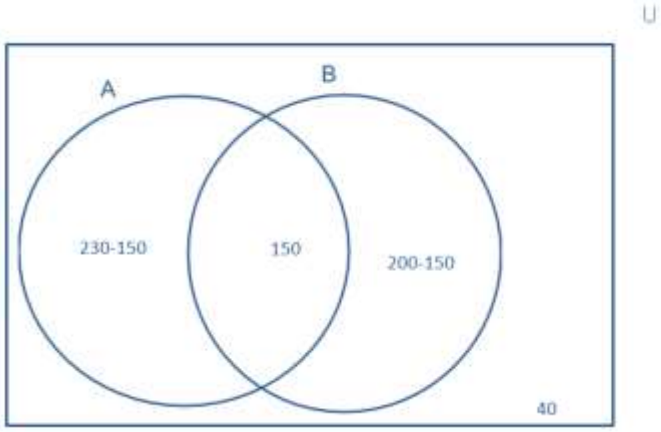
a) 620
b) 470
c) 320
d) 280

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ O enunciado não nos fornece o Conjunto Universo - U. Inclusive é o que se pede na questão.
- ✓ Consomem a marca A: *230 alunos*
- ✓ Consomem a marca B: *200 alunos*
- ✓ Consomem ambas as marcas: *150 alunos*
- ✓ Não consomem cerveja: *40 alunos*

Observe o diagrama abaixo:



Só A: 230 – 150 → 80

Só B: 200 – 150 → 80

A e B: 150 → 150

U$= 80 + 50 + 150 + 40 = 320$

Gabarito: C

---

20. (EsPCEx**)**

Se A é o conjunto dos números naturais múltiplos de 15 e B o conjunto dos números naturais múltiplos de 35, então A ∩ B é o conjunto dos números naturais múltiplos de:

a) 15
b) 35
c) 105
d) 525

Comentário:

- ✓ A → Conjuntos dos múltiplos de 15
- ✓ B → Conjuntos dos múltiplos de 35

Assim, $A \cap B$ $\rightarrow$ múltiplos de 15 e 35, ao mesmo tempo. Ou seja, mmc (15;35) = 105.

Gabarito: C

---

21. (EsPCEx**)**

Sejam os conjuntos A com 2 elementos, B com 3 elementos e C com 4 elementos. O número de elementos do conjunto C – [(A ∩ B) ∩ C] pode variar entre:

a) 2 e 4

b) 2 e 3

c) 0 e 4

d) 0 e 3

e) 0 e 2

Comentário:

Questão bem interessante. Vamos a sua resolução!

- ✓ Conjunto A = 2 elementos
- ✓ Conjunto B = 3 elementos
- ✓ Conjunto C = 4 elementos

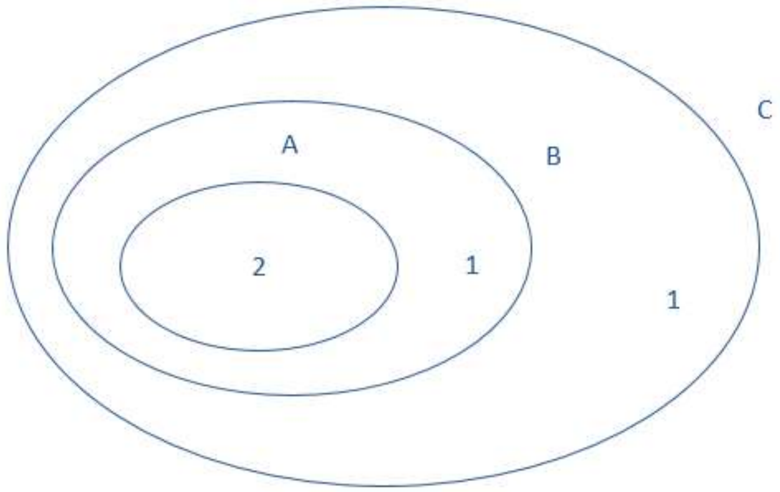
Observe que a questão pede a cardinalidade, ou seja, a quantidade de elementos do conjunto:

$$n(\mathrm{C} - [(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) \cap \mathrm{C}].$$

Para resolvermos esta questão, temos que pensar em duas situações, ou seja, duas possibilidades. Uma que retornará a menor cardinalidade e outra que resultará na maior cardinalidade.

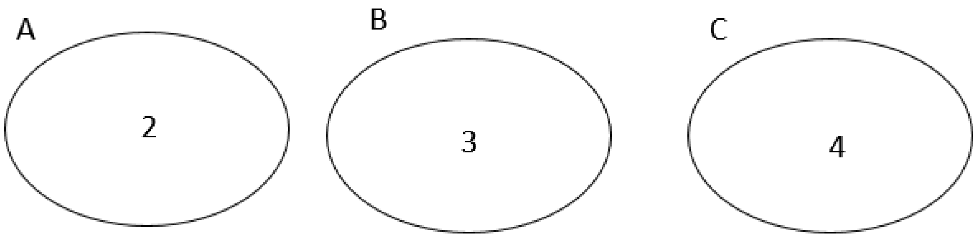
Assim:

1ª situação: A menor cardinalidade, no caso em questão, ocorre para conjuntos que possuam interseção como a do diagrama abaixo.



Assim: $n(\boldsymbol{C} - [(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) \cap \boldsymbol{C}] = n(C) - n(A \cap B \cap C) = 4 - 2 = \mathbf{2}\ elementos$

2ª Situação: A maior cardinalidade, no caso em questão, ocorre para conjuntos que sejam disjuntos, ou seja, não possam interseção.



Assim: $n(\boldsymbol{C} - [(\boldsymbol{A} \cap \boldsymbol{B}) \cap \boldsymbol{C}] = n(C) - n(A \cap B \cap C) = 4 - 0 = \mathbf{4}\ elementos$

Dessa forma, a cardinalidade do conjunto mencionado pode variar de 2 a 4.

Gabarito: A

---

22. (EsPCEx**)**

Considerando-se que:

$A \cup B \cup C = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 10\}$

$A \cap B = \{2, 3, 8\}$

$A \cap C = \{2, 7\}$

$B \cap C = \{2, 5, 6\}$

$A \cup B = \{n \in IN \ / \ 1 \leq n \leq 8\}$

Pode-se afirmar que o conjunto C é :

a) {9, 10}

b) {5, 6, 9, 10}

c) 2, 5, 6, 7, 9, 10}

d) 2, 5, 6, 7}

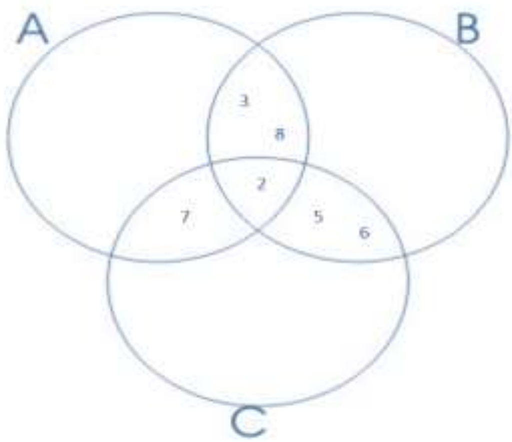
e) A∪B

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

$$A \cup B \cup C = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$$
$$A \cap B = \{2; 3; 8\}$$
$$A \cap C = \{2; 7\}$$
$$B \cap C = \{2; 5; 6\}$$
$$A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$$

Observe, abaixo, o diagrama que possui por base as informações extraídas das interseções dos três conjuntos:



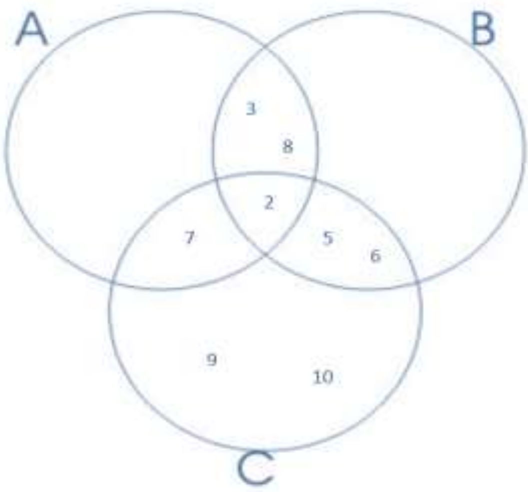
Podemos perceber ainda que:

(A∪B∪C) – (A∪B) = “SÓ C”

{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} – {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8} = “SÓ C“

“SÓ C” = {9, 10}

Observe como fica a solução no diagrama abaixo:



C = {2, 5, 6, 7, 9, 10}

Gabarito: C

---

23. (CMRJ**)**

Considere os conjuntos A, B e C tais que $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$, $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$, $B \cap C=\{1\}$, $A \cap C = \{1,4\}$ e $A \cap B = \{1,2\}$. Podemos, então, afirmar que:

a) O conjunto A tem 3 elementos

b) O conjunto B tem 3 elementos

c) O conjunto C tem 4 elementos

d) O número de elementos do conjunto B é igual ao número de elementos do conjunto A, mas não é três.

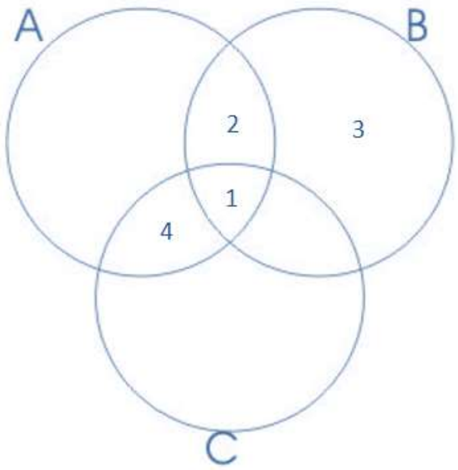
e) O número de elementos do conjunto A é igual ao número de elementos do conjunto C.

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ $A \cup B = \{1,2,3,4,6\}$
- ✓ $A \cup C = \{1,2,4,5,6\}$
- ✓ $B \cap C=\{1\}$
- ✓ $A \cap C = \{1,4\}$
- ✓ $A \cap B = \{1,2\}$

Adaptando estas informações no diagrama abaixo, ficamos com:



É fácil perceber que o conjunto B ficou com 3 elementos: B = {1, 2, 3}

Gabarito: B

---

24. (CMRJ**)**

Se A={1,{9},9,2}, assinale a afirmativa errada.

a) $1 \in A$

b) $9 \in A$

c) $\{9\} \in A$

d) $\{9\} \subset A$

e) $2 \subset A$

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A → é o conjunto a ser analisado**
- ✓ **1, {9}, 9, 2 → são elementos do conjunto A**

Já sabemos que para fazer relações de elemento para conjunto deve-se utilizar a PERTINÊNCIA. Passaremos analisando cada alternativa, ok?

Na letra *a,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 1 está de fato descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *b,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento 9 de fato está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *c,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o elemento {9} está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado.

Na letra *d,* temos: assertiva **verdadeira**, tendo em vista que o **subconjunto** {9} está de fato contido no conjunto A. Este subconjunto surge quando listamos os conjuntos das partes de A.

Na letra *e,* temos: assertiva falsa, tendo em vista que o elemento 2 está descrito no conjunto A, ou seja, pertence ao conjunto mencionado, mas NÃO ESTÁ CONTIDO, como assertiva nos mostra.

Gabarito: E

---

25. (CMRJ**)**

Sejam A e B conjuntos quaisquer, $A \cup B = A \cap B$, se e somente se :

a) $A = \emptyset$

b) $A \supset B$

c) $A \not\subset B$

d) $A \supset B$ ou $B \supset A$

e) $A \subset B$ e $B \subset A$

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ **A e B → são os conjuntos a serem analisados**
- ✓ **A∪B → União de Conjuntos**
- ✓ **A∩B → Interseção de Conjuntos**

Quando se fala em Interseção, estamos querendo passar que são elementos em COMUM a todos os conjuntos mencionados.

Porém, quando se fala em União, estamos querendo passar que são elementos em COMUM E NÃO COMUNS a todos os conjuntos mencionados.

O enunciado diz que a União é igual a Interseção, ou seja, todos os elementos devem ser comuns a todos os conjuntos mencionados. Desta forma, o conjunto A deve ser igual ao conjuntos B.

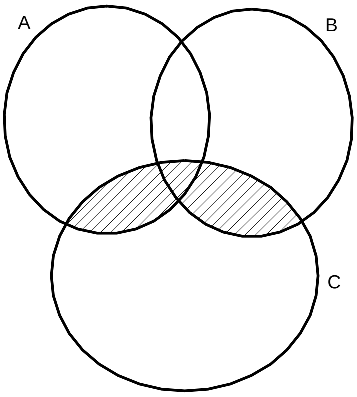
Para que isso aconteça, A = B, devemos ter a seguinte relação de inclusão: $A \subset B$ e $B \subset A$

Gabarito: E

---

26. (EAM-2000**)**

A parte hachurada no desenho abaixo é igual a:



a) $A \cap C$

b) $(A \cup B) \cap C$

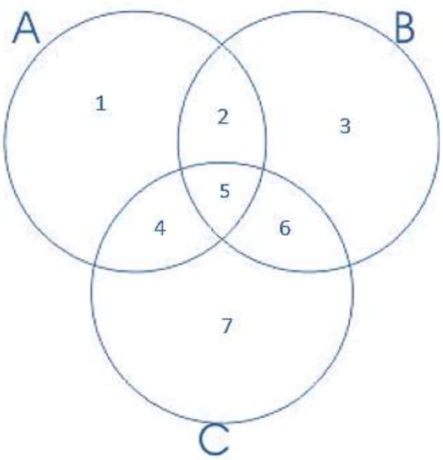
c) $(A \cap C) \cup C$

d) $B \cap C$

e) $(A \cup C) \cap B$

Comentário:

Observe o diagrama – modelo, criado para entender o que se pede pela banca:



Podemos perceber que a região que se pede na questão é representada pelo conjunto formado pelos elementos {4, 5, 6}. Tudo bem até aqui? Show!

A partir de agora iremos analisar alternativa a alternativa, para encontrar qual delas coincide com o conjunto da parte hachurada. OK? Vamos nessa!

- ✓ $A \cap C = \{4, 5\}$
- ✓ $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6\}$
- ✓ $(A \cap C) \cup C = \{4, 5\} \cup \{4, 5, 6, 7\} = \{4, 5, 6, 7\}$
- ✓ $B \cap C = \{5, 6\}$
- ✓ $(A \cup C) \cap B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7\} \cap \{2, 3, 5, 6\} = \{2, 5, 6\}$

Observe que a única alternativa que representa um conjunto com os mesmos elementos da parte hachurada é a assertiva b.

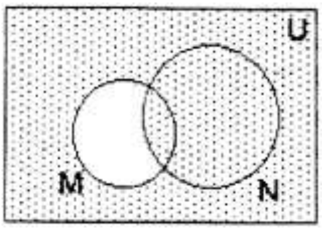
Gabarito: B

---

11 - Lista de Questões da EEAR - Comentada

1. (EEAr-2004**)**

No diagrama, o hachurado é o conjunto:



a) complementar de $(M \cup N)$ em relação a U.

b) complementar de $(M - N)$ em relação a U.

c) complementar de $(M \cap N)$ em relação a U.

d) $(M - N) \cup (N - M)$.

Comentário:

Vamos ver que dados podemos inferir do enunciado da questão.

- ✓ M e N → Conjuntos quaisquer
- ✓ U → Conjunto Universo que contém os subconjuntos M e N.
- ✓ Parte do diagrama que está em brando, ou seja NÃO HACHURADO → (M – N)

Já aprendemos na teoria que, quando falamos de Complementar, a ideia que se passa é de achar quais elementos falta para chegar ao maior conjunto. Perceba que, no diagrama, o que está hachurado é exatamente o que falta ao conjunto (M - N) para chegar ao Universo. Assim, temos que a região representa o complementar de (M – N) em relação a U.

Gabarito: B

---

2. (EEAR 2001) Numa cidade X, é consumido leite dos tipos: A e B. Dos consumidores consultados, 30 consomem dos tipos A e B, 100 somente do tipo A, 200 somente do tipo B e 40 nenhum dos dois tipos. Quantas pessoas foram consultadas?

a) 300

b) 310

c) 330

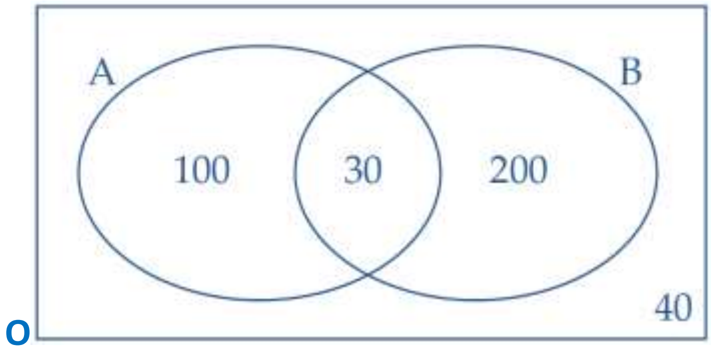
d) 370

Comentário:

Levando-se em consideração os dados passados pelo comando da questão, podemos observar que:

- 40 não consomem nenhum dos leites, logo deve ser posto fora dos diagramas de A e B , porém dentro do conjunto universo.
- 30 consomem os dois tipos, logo deve estar dentro da interseção.
- 100 consomem somente o leite A, logo, não pode ser de B.
- 200 consomem somente o leite B, logo, não pode ser de A.

Colocando esses dados no diagrama de Venn, temos que :



Total de pessoas será sempre igual a soma das partes do gráfico, assim:

$$U = 100 + 30 + 200 + 40$$
$$U = 370$$

Gabarito: D

---

3. (EEAR 2001) Considere os conjuntos $A = [1, 2] \cup [3, 4]$; $B =]1, 4] - \{3\}$; $C = [2, 3[\cup \{4\}$ e $X = (A - B) \cup (A \cap C)$. Assinale a alternativa correta:

a) $X \cup A = B$

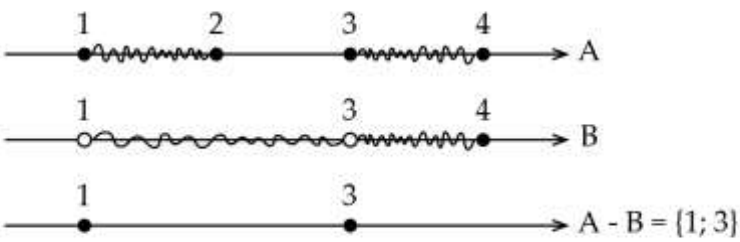
b) $X \cup C = X$

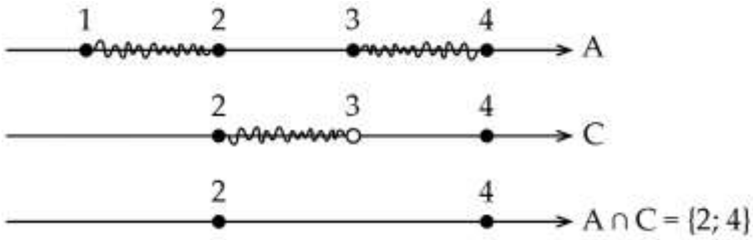
c) $X \cap A = X$

d) $X \cap B = C$

Comentário:

Vamos resolver a partir de operações entre intervalos reais. Mas antes, lembre-se sempre: a diferença entre conjuntos resulta sempre em elementos exclusivos do primeiro, ou seja, na diferença (A – B), você terá sempre no resultado os elementos que são só de A. Desta forma, veja:





Assim:

$$x=(A-B)\cup(A\cap C)$$

$$x=\{1;3\}\cup\{2;4\}$$

$$x=\{1;2;3;4\}$$

Logo, podemos perceber que o conjunto x é finito, desta forma sua interseção com outros conjuntos será sem finita.

Assim: $x\cap A=x$, de fato é verdade, tendo em vista que os elementos de x também pertencem ao A.

Gabarito: C

---

4. (EEAR 2001) Sejam os conjuntos $A=[-1,2]$, $B=[-2,4]$ e $C=[-5,0[$. É falso afirmar que:

a) $(B-C)-A=[2,4]$

b) $(A\cap B)\cap(B-C)=[0,2]$

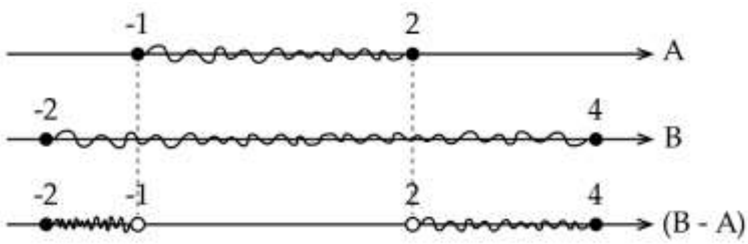
c) $(B-A)\cup(A\cap B)=[-2,4]$

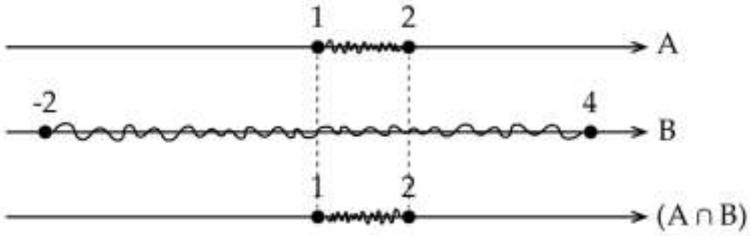
d) $(B\cup C)-(A\cap B)=]-5,-1[\cup]2,4]$

Comentário:

Vamos analisar a assertiva c, de forma a ganharmos tempo, ok?

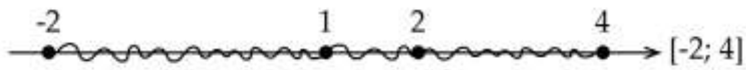
c) $(B-A)\cup(A\cap B)=[-2;4]$





Assim:

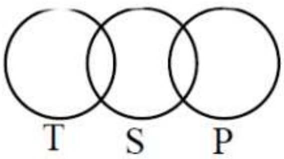
$(B-A)\cup(A\cap B)$

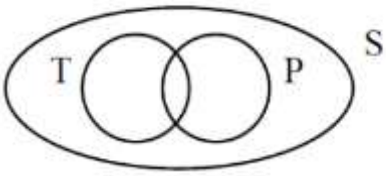


Gabarito: C

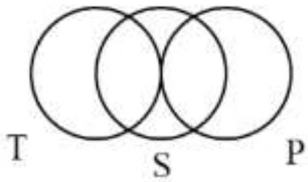
---

5. (EEAR 2002) Os conjuntos S, T e P são tais que todo elemento de S é elemento de T ou P. O diagrama que pode representar esses conjuntos é:

a) 

b) 

c) 

d) 

Comentário:

Pelo enunciado temos que os possíveis elementos de S podem ser só de T, só de P ou dos dois. Assim, o melhor diagrama é o da letra C.

Nas outras opções existe a possibilidade de termos elementos de S que não são de T ou P.

Gabarito: C

---

6. (EEAR 2002) Dados os conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ e $C = \{1, 2, 5\}$. Ao determinar o conjunto M, tal que: $A \cup M = \{1, 2, 3, 4\}$, $B \cup M = \{3, 4, 5\}$, $C \cup M = A \cup B$, podemos concluir que M é um conjunto:

a) vazio.

b) unitário.

c) que possui dois elementos.

d) que possui três elementos.

Comentário:

Temos que: $C \cup M = A \cup B$.

Assim:

$$C = \{1;\ 2;\ 5\} \cup M\{1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5\}$$

Veja que para ocorrer a igualdade é necessário que o M seja $\{3;\ 4\}$.

Gabarito: C

---

7. (EEAR 2002) Numa pesquisa de mercado sobre o consumo de cerveja, obteve-se o seguinte resultado: 230 pessoas consomem a marca A; 200 pessoas, a marca B; 150, ambas as marcas; e 40 não consomem cerveja. O número de pessoas pesquisadas foi:

a) 620

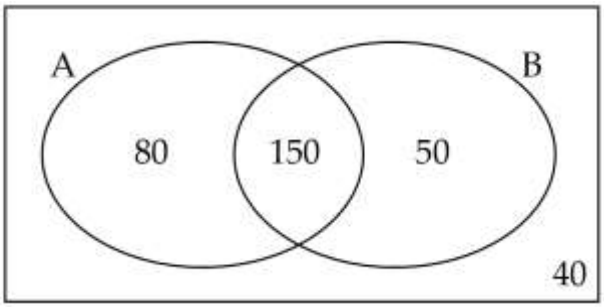
b) 470

c) 320

d) 280

Comentário:

Seguindo a mesma ideia de uma questão anterior da própria EEAR, temos que:



Assim:

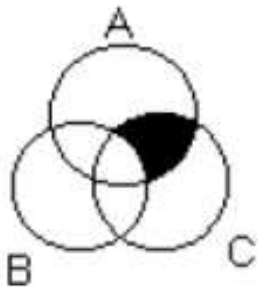
$$U = 80 + 150 + 50 + 40$$

$$U = 200 + 120 \Rightarrow U = 320$$

Gabarito: C

---

8. (EEAR 2004) A região assinalada no diagrama corresponde a:



a) $(B \cup C) \cap A$.

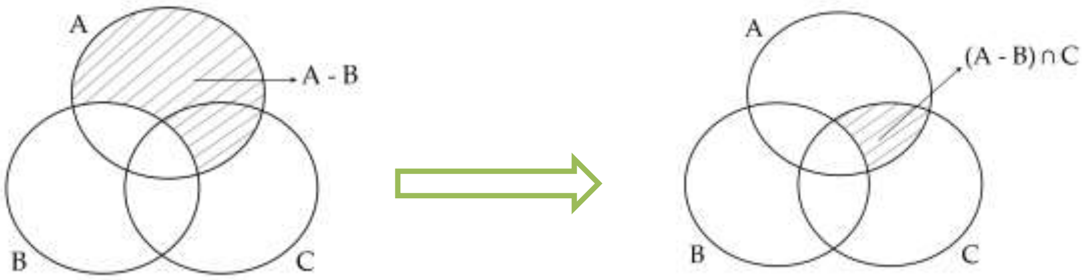
b) $(B \cap C) \cup A$.

c) $(A - B) \cap C$.

d) $C - (A \cap B)$.

Comentário:

Perceba que: o diagrama acima pode ser achado a partir de duas partes. Analise os diagramas abaixo.



Perceba que fiz num primeiro momento, a diferença A –B. Logo em seguida, verifiquei a interseção deste gráfico com o conjunto C. Encontrando assim, o diagrama desejado!

Logo, gabarito C.

Gabarito: C

---

9. (EEAR 2005) Do conjunto dos números naturais menores ou iguais a 100 retiram-se os múltiplos de 5 e, em seguida, os múltiplos de 6. O número de elementos que permanecem no conjunto é:

a) 66.

b) 67.

c) 68.

d) 69.

Comentário:

Vamos encontrar cada quantidade de múltiplos de 5, 6 e 30 (pois são os números dos dois ao mesmo tempo.

$$M(5) = \{0,\ 5,\ 10,\ 15,\ \dots,\ 95,\ 100\}$$

Perceba que:$\{5 \cdot 0;\ \ 5 \cdot 1;\ \ 5 \cdot 2; \dots;\ \ 5 \cdot 19;\ \ 5 \cdot 20\}$. Logo $M(5) = 21$ elementos.

$$M(6) = \{0,\ 6,\ 12,\ 18,\ \dots,\ 96\}.$$

Perceba que o conjunto dos múltiplos de 6 pode ser reescrito da seguinte forma: $\{6 \cdot 0;\ \ 6 \cdot 1;\ \ 6 \cdot 2; \dots;\ \ 6 \cdot 16\}$.

Logo $M(6) = 17$ elementos.

Assim: $M(5) + M(6) = 21 + 16 = 37$

Porém, nessa quantidade estão os múltiplos de 5 e 6, logo foi contado duas vezes. Assim: $M(30) = \{0;\ \ 30;\ \ 60;\ \ 90\}$. Logo:$37 - 4 = 33$ elementos múltiplos de 5 ou 6. Dessa forma: 1 a 100 = 100 números. Logo: $100 - 33 = 68$

Gabarito: C

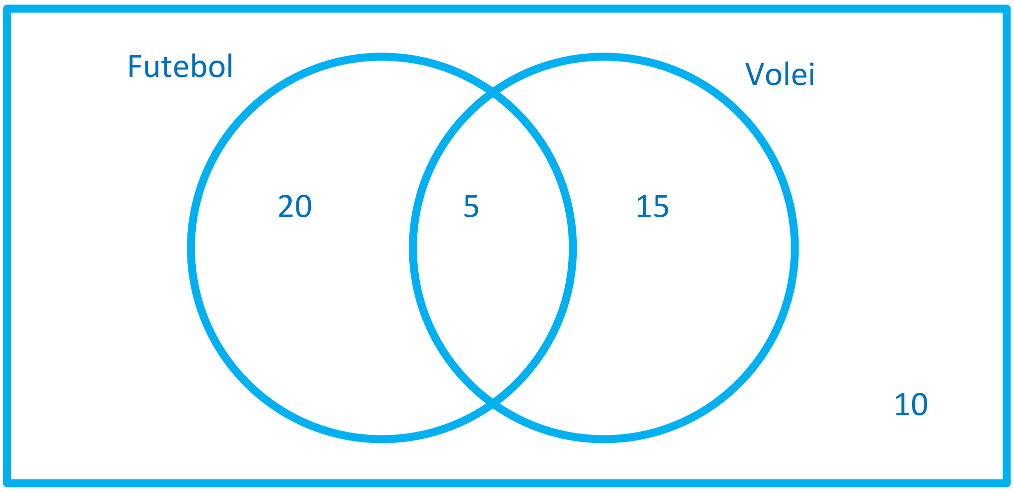
---

10. (EEAR 2020) Em um grupo de jovens, 25 praticam futebol, 20 praticam vôlei, 5 praticam futebol e vôlei e 10 não praticam nenhum esporte. Ao selecionar, aleatoriamente, um jovem desse grupo, a probabilidade dele praticar apenas futebol é:

e) 0,6
f) 0,5
g) 0,4
h) 0,3

Comentário:

Montando o Diagrama de Venn, temos que:



Com isso, temos um total de 50 jovens. Portanto, ao calcular a probabilidade de um jovem desse grupo praticar apenas futebol é:

$$P = \frac{20}{50} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

Gabarito: C

12 – Lista de Aprofundamento - Comentário

1. (EPCAr – 2002) No concurso para o CPCAR foram entrevistados 979 candidatos dos quais 527 falam a língua inglesa, 251 a língua francesa e 321 não falam nenhum desses idiomas. O número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é

a) 778

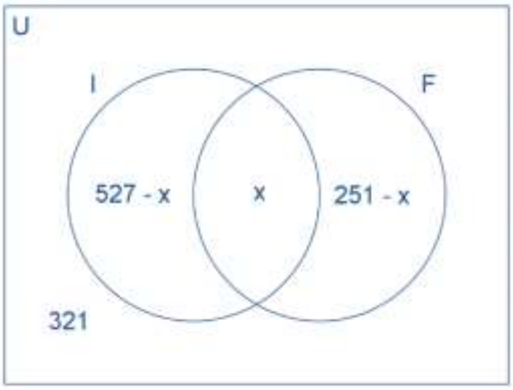
b) 658

c) 120

d) 131

Comentário:

O diagrama a seguir representa a situação descrita no enunciado. O preenchimento do diagrama deve sempre começar pela interseção dos conjuntos. Sabemos ainda que o conjunto Universo é soma das partes, então:



$$979 = 321 + (527 - x) + (251 - x) + x \Leftrightarrow x = 120$$

Outra forma é observar que $\#(I \cup F) = 979 - 321 = 658$ e que:

$$\#(I \cup F) = \#(I) + \#(F) - \#(I \cap F) \rightarrow 658 = 527 + 251 - \#(I \cap F) \Leftrightarrow \#(I \cap F) = 120$$

Assim, o número de candidatos que falam as línguas inglesas e francesas é $\#(I \cap F) = 120$.

Gabarito: C

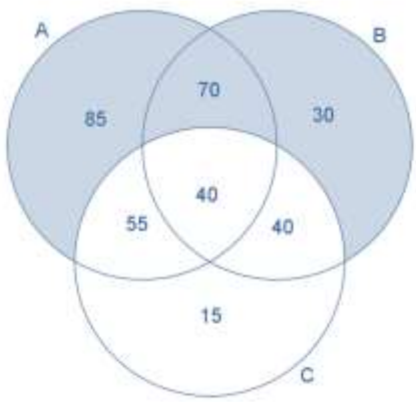
---

2. (EPCAR 2000) Numa cidade residem n famílias e todas leem jornais. Nela há três jornais, A, B e C, e sabe-se que 250 famílias leem jornal A, 180leem o jornal B, 150 leem C, 110 leem A e B, 95 leem A e C, 80 leem B e C e 40 leem A, B e C. O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é

a) 70

b) 185
c) 320
d) 280

Comentário:
O diagrama a seguir representa a situação descrita no enunciado. O preenchimento do diagrama deve começar pela interseção dos três conjuntos.



O número de famílias que leem SOMENTE os jornais A ou B é $\#((A\cup B)-C)=85+70+30=185$ que é a região sombreada do diagrama. Desta forma, não pode entrar no cômputo da questão os elementos pertencentes a C.

Gabarito: B

---

3. (EPCAR 2004) Dados os conjuntos A, B e C tais que $[A-(A\cap B)]\cap B = C$, pode-se afirmar, necessariamente, que
a) $C \not\subset (A\times B)$
b) $n(A-B) < n(B)$
c) $n(A\cap C) > n(A\cup B) - n(B)$
d) $n(B\cap C) = n(C)$

Comentário:

Note que $[A-(A\cap B)]$ não possui nenhum elemento do conjunto B, portanto a sua interseção com B é o conjunto vazio, ou seja, $C=\emptyset$, ou seja, conjuntos são disjuntos! Assim, $B\cap C = B\cap\emptyset=\emptyset \Rightarrow n(B\cap C)=n(C)=0$. A conclusão também segue das propriedades das operações entre conjuntos:

$$C=[A-(A\cap B)]\cap B=\left[A\cap\overline{(A\cap B)}\right]\cap B=$$
$$=\left[A\cap\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)\right]\cap B=\left[\left(A\cap\overline{A}\right)\cup\left(A\cap\overline{B}\right)\right]\cap B=$$

$$= [\emptyset \cup (A \cap \overline{B})] \cap B = (A \cap \overline{B}) \cap B = A \cap (B \cap \overline{B}) =$$
$$= A \cap \emptyset = \emptyset$$

Esta forma, porém, um pouco mais complicada de se chegar!

Gabarito: D

---

4. (EPCAR 2006) Para uma turma de 80 alunos do CPCAR, foi aplicada uma prova de matemática valendo 9,0 pontos distribuídos igualmente em 3 questões sobre:

1ª) FUNÇÃO
2ª) GEOMETRIA
3ª) POLINÔMIOS
Sabe-se que:

- apesar de 70% dos alunos terem acertado a questão sobre FUNÇÃO, apenas $\frac{1}{10}$ da turma conseguiu nota 9,0;
- 20 alunos acertaram as questões sobre FUNÇÃO e GEOMETRIA;
- 22 acertaram as questões sobre GEOMETRIA e POLINÔMIOS; e
- 18 acertaram as questões sobre FUNÇÃO e POLINÔMIOS.

A turma estava completa nessa avaliação, ninguém tirou nota zero, no critério de correção não houve questões com acertos parciais e o número de acertos apenas em GEOMETRIA é o mesmo que o número de acertos apenas em POLINÔMIOS.

Nessas condições, é correto afirmar que

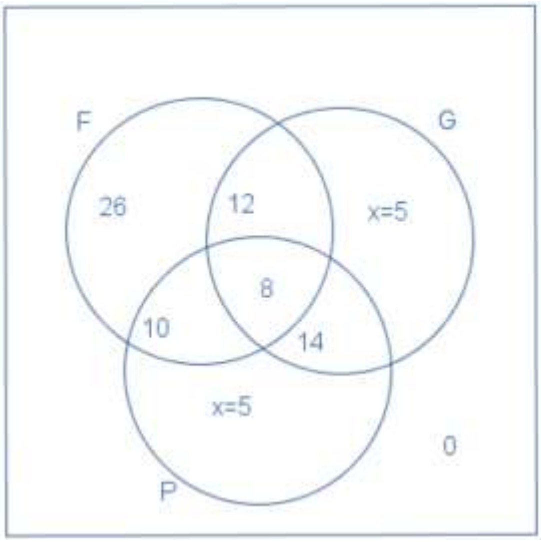
a) o número de alunos que só acertaram a 2ª questão é o dobro do número de alunos que acertaram todas as questões.
b) metade da turma só acertou uma questão.
c) mais de 50% da turma errou a terceira questão.
d) apenas $\frac{3}{4}$ da turma atingiu a média maior ou igual a 5,0

Comentário:

Corresponde aos alunos acertaram a questão de função: $\frac{70}{100} \cdot 80 = 56$

Corresponde aos alunos acertaram todas as questões: $\frac{1}{10} \cdot 80 = 8$

Colocando todas as informações num diagrama de Venn:



$$x + x + 8 + 10 + 12 + 14 + 26 = 80 \Leftrightarrow x = 5$$

Analisando as opções, verifica-se que apenas a **opção c é correta**, pois $26+12+5=43$ alunos erraram a 3ª questão o que é mais de 50% da turma.

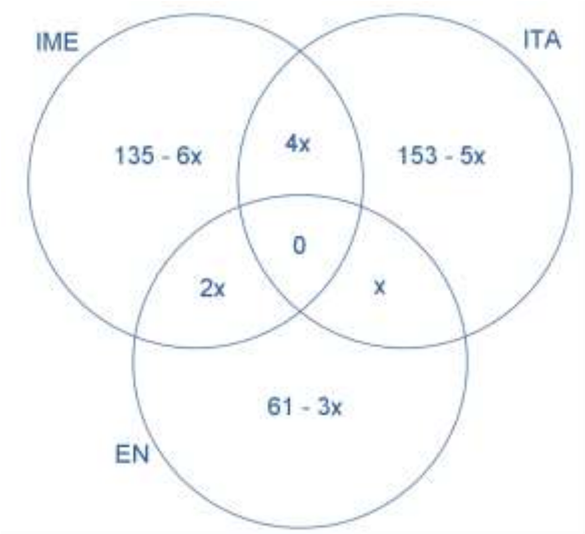
Gabarito: C

---

5. (CMRJ 2011) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do Prevest do CMRJ revelou que 135, 153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para o IME, o ITA e a Escola Naval, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum dos entrevistados pretende prestar vestibular para as três instituições; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para o IME e o ITA é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para o IME e a Escola Naval que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para o ITA e a Escola Naval, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

a) 48
b) 45
c) 40
d) 36
e) 30

Comentário:



Como há um total de 300 entrevistados e que todos os entrevistados farão **ao menos** um dos vestibulares, então:

$$(135 - 6x) + (153 - 5x) + (61 - 3x) + 4x + 2x + x = 300 \Leftrightarrow x = 7.$$

Logo, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para a Escola Naval é igual a:

$$61 - 3x = 61 - 3 \cdot 7 = 40.$$

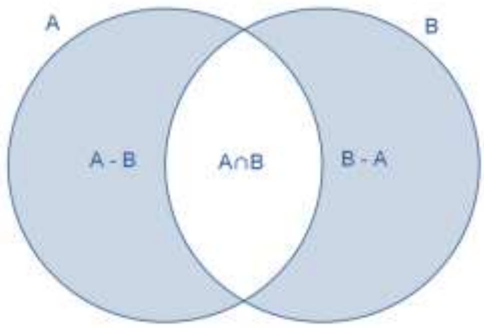
Gabarito: C

---

6. (CN 1999) Dados dois conjuntos A e B tais que $n(A \cup B) = 10$, $n(A \cap B) = 5$ e $n(A) > n(B)$, pode-se afirmar que a soma dos valores possíveis para $n(A - B)$ é:

a) 10
b) 11
c) 12
d) 13
e) 14

Comentário:



$$n(A-B)+n(B-A)=n(A\cup B)-n(A\cap B)=$$
$$=10-5=5\Rightarrow n(A-B)\leq 5$$

Sabemos do enunciado que:

$$n(A)>n(B)\Rightarrow n(A-B)+n(A\cap B)>n(B-A)+n(A\cap B)\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow n(A-B)>n(B-A)$$
$$5=n(A-B)+n(B-A)<n(A-B)+n(A-B)\Leftrightarrow 2{,}5<n(A-B)\Rightarrow n(A-B)\geq 3$$

Assim:$\Rightarrow n(A-B)\in\{3,4,5\}$.
Logo, a soma dos valores possíveis de $n(A-B)$ é $3+4+5=12$.

Gabarito: C

---

7. (CN 2001) Sejam os conjuntos $A=\{x\in\mathbb{Z}\mid x=6n+3, n\in\mathbb{Z}\}$ e $B=\{x\in\mathbb{Z}\mid x=3n, n\in\mathbb{Z}\}$, onde $\mathbb{Z}$ é o conjunto dos números inteiros. Então $A\cap B$ é igual a:

a) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é par e múltiplo de } 3\}$

b) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$

c) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é múltiplo de } 3\}$

d) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é múltiplo de } 6\}$

e) $\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é ímpar}\}$

Comentário:

Todos os elementos de A são múltiplos de 3, então $A\subset B\Rightarrow A\cap B=A$.

Perceba que o fator 3 divide e o fator 2 não divide, ou seja:

$$x\in A\Rightarrow x=6n+3=3\cdot(2n+1)\Rightarrow 3\mid x \;\wedge\; 2\nmid x$$
$$\Rightarrow A\cap B=A=\{x\in\mathbb{Z}\mid x \text{ é ímpar e múltiplo de } 3\}$$

É necessário perceber que o elemento (2n+1) SEMPRE SERÁ ÍMPAR PARA "n" inteiros.

Gabarito: B

---

8. (EFOMM 2002) Na Bienal do Livro realizada no Riocentro, Rio de Janeiro, os livros A, B e C de um determinado autor apresentaram os seguintes percentuais de vendas aos leitores:

- 48% compraram o livro A;
- 45% compraram o livro B;
- 50% compraram o livro C;
- 18% compraram os livros A e B;
- 25% compraram os livros B e C;
- 15% compraram os livros A e C; e
- 5% não compraram nenhum dos livros.

Qual o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros?

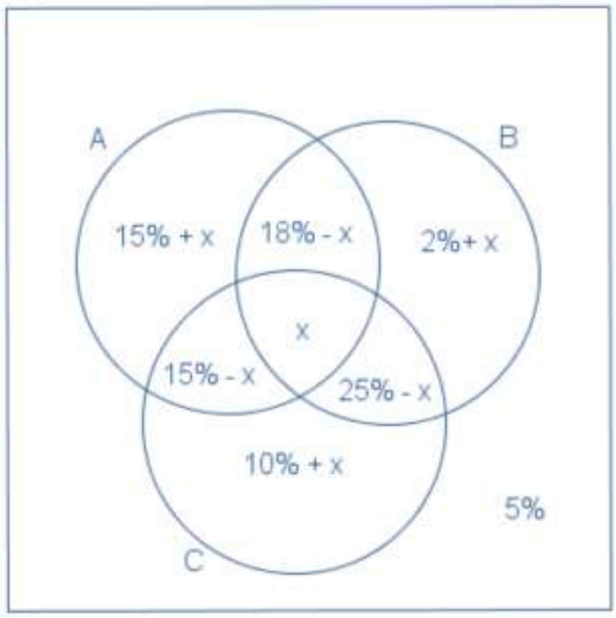
a) 10%
b) 18%
c) 29%
d) 38%
e) 57%

Comentário:

Questão bem interessante. Na qual trabalha somente com percentual e solicita o percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros.

Fique sempre atento ao que se é pedido na questão! OK?

Vamos a sua resolução:



$$15\% + x + 2\% + x + 10\% + x + 18\% - x + 15\% - x + 25\% - x + x + 5\% = 100\% \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 90\% + x = 100\% \Leftrightarrow x = 10\%$$

Percentual de leitores que compraram um, e apenas um, dos três livros:

$$15\% + x + 2\% + x + 10\% + x = 27\% + 3x = 57\%$$

Gabarito: E

---

9. (EPCAr 2012) Uma pessoa foi realizar um curso de aperfeiçoamento. O curso foi ministrado em x dias nos períodos da manhã e da tarde desses dias. Durante o curso foram aplicadas 9 avaliações que ocorreram em dias distintos, cada uma no período da tarde ou no período da manhã, nunca havendo mais de uma avaliação no mesmo dia. Houve 7 manhãs e 4 tardes sem avaliação. O número x é divisor natural de

a) 45
b) 36
c) 20
d) 18

Comentário:

Observe que o número de manhãs e o número de tardes é o igual ao número X de dias.

- Se houve 7 manhãs sem avaliação, então houve (x – 7) manhãs com avaliação.

- Se houve 4 tardes sem avaliação, então houve (x - 4) tardes com avaliação.

Como foram aplicadas 9 avaliações, então:

$$(x-7)+(x-4)=9 \Leftrightarrow 2x=20 \Leftrightarrow x=10.$$

Logo, o número x = 10 é um divisor natural de 20.

Gabarito: C

---

10. (EAM 2004) – Em uma viagem foram colocados dois tipos de revistas para que os tripulantes de uma fragata desfrutassem de uma boa leitura. Ao final da viagem foi feita uma pesquisa com todos os tripulantes para saber das preferências com relação às revistas “saúde à bordo” ou “vida marinha”, verificou-se que:

• 20 tripulantes leram “saúde a bordo”
• 30 tripulantes leram “vida marinha”
• 8 tripulantes leram as duas revistas
• 14 tripulantes não leram nenhuma dessas revistas

Qual o número de tripulantes da fragata nesta viagem?

a) 56
b) 58
c) 64
d) 68
e) 72

Comentário:
1ª Sugestão de Solução

A = saúde a bordo

B = vida marinha

Assim: $$\begin{aligned} &n(A)=20\\ &n(B)=30\\ &n(A\cap B)=8 \end{aligned}$$

Não leram A ou B = 14.

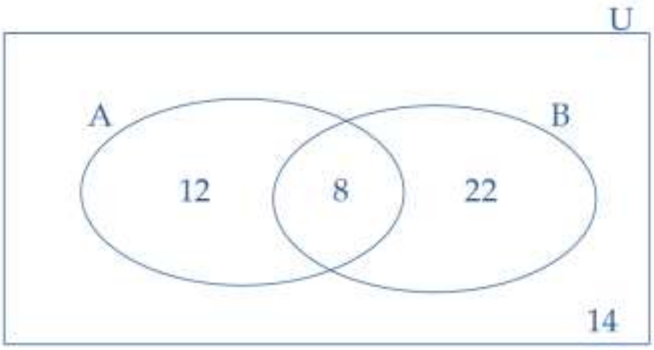
Logo:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) + n(A \cap B)$$
$$n(A \cup B) = 20 + 30 - 8$$
$$n(A \cup B) = 42$$

Total = $n(A \cup B) + 14 \Rightarrow 42 + 14 = 56$

Vamos agora a segunda possível solução!

2ª solução



Total = 12 + 8 + 22 + 14

Total = 56

Gabarito: A

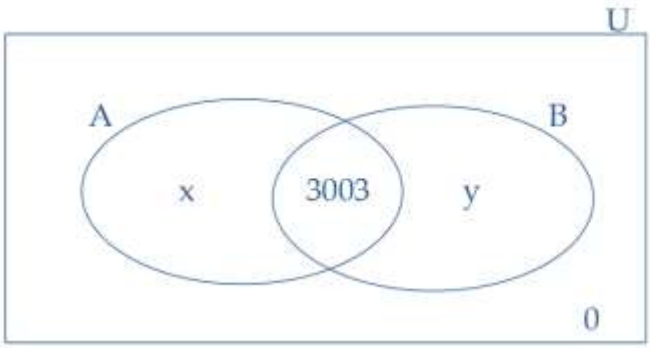
---

11. (EAM 2009) – Numa pesquisa de mercado sobre a preferência dos consumidores entre duas operadoras de telefonia móvel, verificou-se que 3003 dessas pessoas utilizam as operadoras A e B. A operadora A é utilizada por 9376 das pessoas pesquisadas, e a operadora B por 12213 delas. Se todas as pessoas pesquisadas utilizam pelo menos uma operadora, o número de pessoas que responderam à pesquisa é:

a) 24592
b) 22623
c) 21589
d) 18586
e) 17658

Comentário:

A partir do enunciado, podemos extrair as informações abaixo, postadas num diagrama de Venn.



$$x = n(A) - 3003 \Rightarrow x = 9376 - 3003 \Rightarrow x = 6373$$

$$y = n(B) - 3003 \Rightarrow y = 12213 = 3003 \Rightarrow y = 9210$$

Assim:

Total = $6373 + 9210 + 3003 = 18.586.$

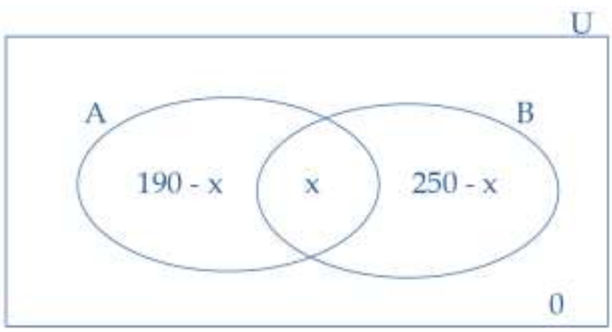
Gabarito: D

---

12. (EAM 2016) – Uma pesquisa sobre a preferência de leitura dos jornais A e B revelou que, dos 400 entrevistados, 190 leem o jornal A e 250 o jornal B. Sabendo que todos os entrevistados leem pelo menos um dos jornais, quantos leem os dois jornais?

a) 20
b) 40
c) 60
d) 80
e) 100

Comentário:
A partir do enunciado, podemos extrair as informações abaixo, postadas num diagrama de Venn.



Assim:

$$400 = (190 - x) + x + (250 - x)$$

$$400 = 190 + 250 - x$$

$$x = 400 - 400 \Rightarrow x = 40$$

Logo, $n(A \cap B) = 40$

Gabarito: B

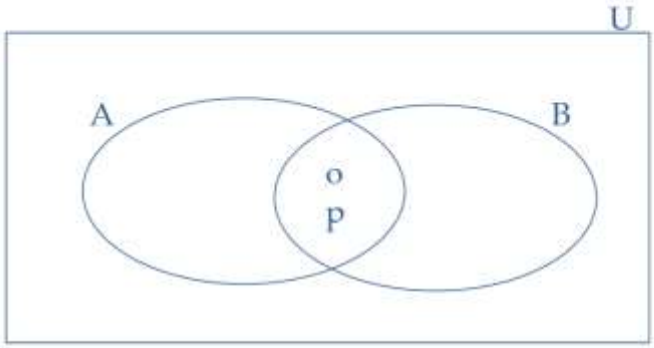
---

13. (EAM 2017) – Sabendo-se que A e B são subconjuntos finitos de U, que $\overline{A}$ é a notação para a operação complementar de A em relação a U, que $\overline{A} = \{q, r, s, t, u\}$, $A \cap B = \{o, p\}$ e $A \cup B = \{m, n, o, p, q, r\}$, é correto afirmar que:

a) A tem dois elementos e B tem quatro elementos.
b) A tem quatro elementos e B tem dois elementos.
c) A tem três elementos e B tem três elementos.
d) A tem quatro elementos e B tem quatro elementos.
e) A tem um elemento e B tem cinco elementos.

Comentário:

A partir do enunciado, podemos extrair as informações abaixo, postadas num diagrama de Venn.



$\overline{A} = \{q, r, s, t, u\} \Rightarrow$ elementos que não estão em A, mas está no conjunto universo.

$A \cup B = \{m, n, o, p, q, r\}$, então:

$$A = \{m, n, o, p\} \Rightarrow$$

$$B = \{o, p, q, r\}$$

$$U - (A \cup B) = \{s, t, u\}$$

Assim:

$$\boldsymbol{n(A) = 4}$$
$$\boldsymbol{n(B) = 4}$$

Gabarito: D

---

14. (EAM 2017) – Considerando n(P) como a notação que determina o número de elementos de um conjunto P, $A \times B$ como o produto cartesiano entre dois conjuntos finitos A e B e sabendo-se ainda

que $n(A) = 2x - 3$, $n(B) = x - 5$ e $n(A \times B) = x^2 + 10x - 27$, é correto afirmar que o valor numérico de x é:

a) um número primo.

b) um múltiplo de 5.

c) um múltiplo de 7.

d) um múltiplo de 11.

e) um múltiplo de 13.

Comentário:

Como: $n(A \times B) = n(A) \times n(B)$, então:

$$x^2 + 10x - 27 = (2x - 3)(x - 5)$$
$$x^2 + 10x - 27 = 2x^2 - 10x - x + 15$$
$$x^2 - 23x + 42 = 0$$

Usando Báskara: $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, temos:

$$\frac{23 \pm \sqrt{529 - 4 \cdot 1 \cdot 42}}{2 \cdot (1)} \Rightarrow \frac{23 \pm \sqrt{592 - 168}}{2 \cdot (1)}$$

$$\Rightarrow \frac{23 \pm \sqrt{361}}{2} \Rightarrow \frac{23 \pm 19}{2} \begin{array}{l} \nearrow \frac{23 + 19}{2} = 21 \\ \quad ou \\ \searrow \frac{23 - 19}{2} = 2 \end{array}$$

Podemos dizer que não pode ser 2, pois $n(B) = x - 5$ ficaria com uma quantidade negativa.

Assim, x = 21.

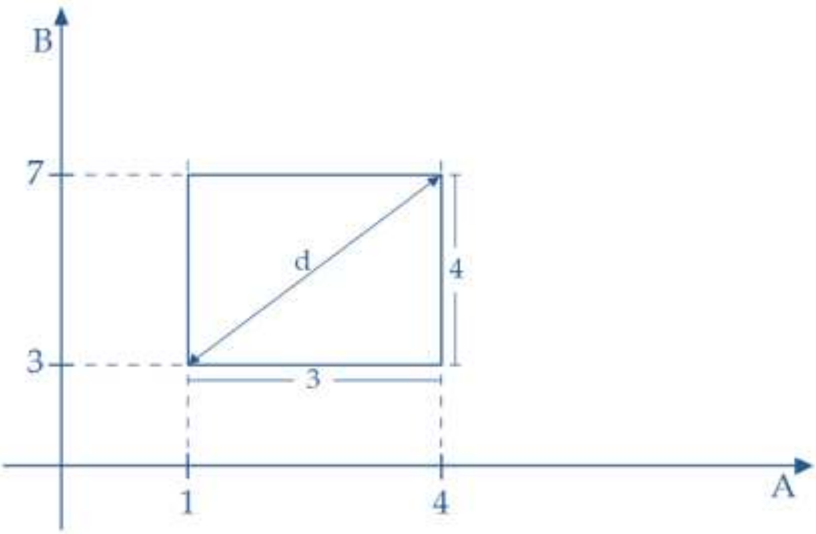
Gabarito: C

15. (EAM 2019) – Sejam os conjuntos $a = \{x \in R;\ 1 \leq x \leq 4\}$, $B = \{y \in \mathbb{R};\ 3 \leq y \leq 7\}$. Considerando o conjunto $A \times B$, (A cartesiano B) pode-se afirmar que a diagonal do polígono formado por esse conjunto é representada numericamente por:

a) 2
b) 3
c) 4
d) 5
e) 6

Comentário:

Perceba que o conjunto A aparece por primeiro no produto cartesiano, logo este conjunto deve estará representado no eixo X. Por consequência, o conjunto B estará representado no eixo Y. Observe ainda que, como estamos falando de um produto cartesiano de um conjunto infinito com outro conjunto infinito, o resultado desta operação apresentará um retângulo, cujos lados são respectivamente as diferenças das extremidades de cada conjunto. Veja:



Como ele pedi a diagonal do retângulo formado, basta aplicarmos Pitágoras, veja:

$$d^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = 5$$

Gabarito: D

É isso, meu querido! Finalizamos a nossa Aula 00. Espero que tenham gostado!

Restando qualquer dúvida, estou à disposição no fórum de dúvidas. Pode usar sem moderação!!

Mantenham a pegada, a sua aprovação está mais perto que imagina!

Qualquer crítica, sugestão ou elogio, só entrar em contato pelas redes sociais abaixo:

Fale comigo!

@profismael_santos	*Ismael Santos*	*@IsmaelSantos*

Vamos que vamos! Fé na missão, FUTURO ESPCIALISTA!