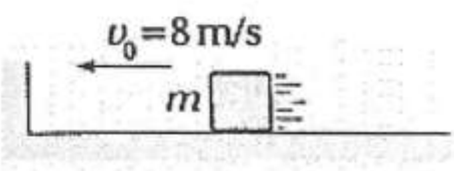
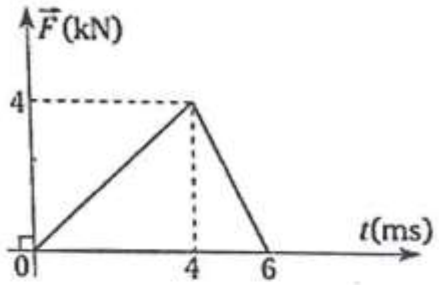
PROBLEMA RESOLVIDO__________________________

Considere um pequeno bloco com 1Kg de massa e velocidade inicial V_0 = 8m/s se aproximando de um anteparo fixo, como mostra a figura a seguir.



Durante o contato, a força que o anteparo exerce sobre o bloco varia linermente com o tempo de acordo com o gráfico abaixo:



A partir do exposto, determine:

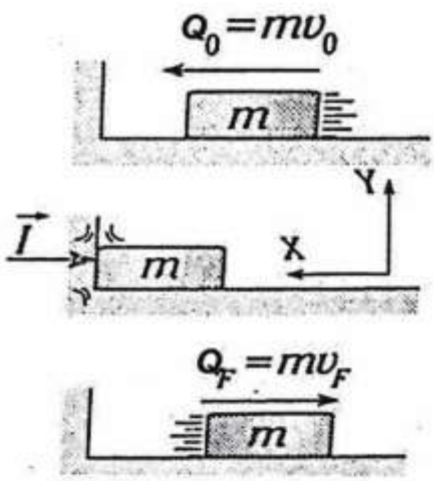
a) o módulo do impulso recebido pela bolinha;
b) o módulo da velocidade da bolinha imediatamente após o choque;
c) a força média durante o choque

Resolução:

a) O contato entre o anteparo e o bloco se divide em duas etapas: deformação do bloco e reconstituição de suas dimensões. O gráfico acima mostra a variação linear desta força com o tempo, e para calcularmos o impulso, basta computarmos a área sob a curva F x t. Assim,

$$|\vec{I}|_{res} = \frac{4.10^3.610^{-3}}{2}$$
$$|\vec{I}|_{res} = 12\text{Ns}$$

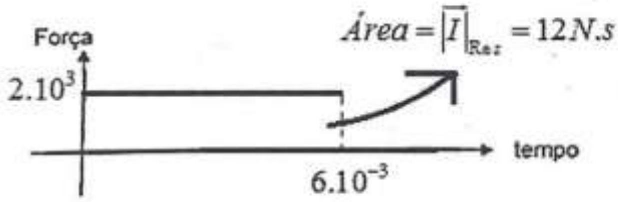
b) O impulso sobre o bloco diminui o módulo da quantidade de movimento inicial do bloco, de forma que podemos escrever:



$$\vec{Q}_{final} = \vec{Q}_{inicial} + \vec{F}.\Delta t$$
$$(\rightarrow)m.V_{final} = (\leftarrow)m.V_{inicial} + (\rightarrow)F.\Delta t$$
$$-1Kg.V_{final} = 1Kg.8m/s - 12N.s$$
$$|V_{final}| = 4m/s(\rightarrow)$$

c) Este item é particularmente importante pois aborda o conceito de força média, que corresponde a uma força de módulo constante que, atuando durante o mesmo intervalo de tempo, promove o mesmo impulso resultante sobre o bloco. Para cálculo da força média, façamos:

$$12 = |\vec{F}_{média}|.6.10^{-3}$$



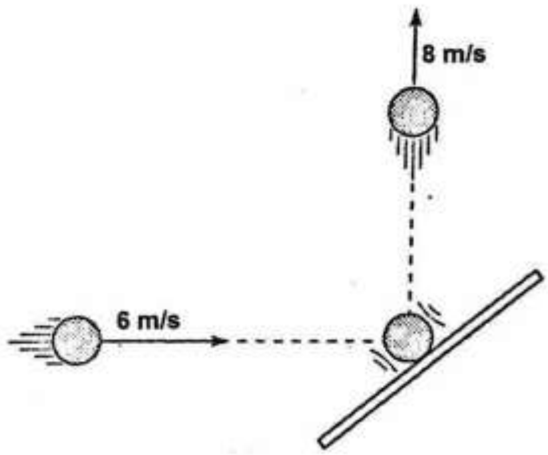
$$|\vec{F}_{média}| = 2.10^3\text{N}$$

Quando as forças e impulsos provocados passam a um plano bi ou tridimencional devemos nos valor do formalismo vetorial para a correta resolução dos problemas. No exercício resolvido a seguir vamos nos desparar com uma situação em que os vetores quantidade de movimento estão em planos diferentes.

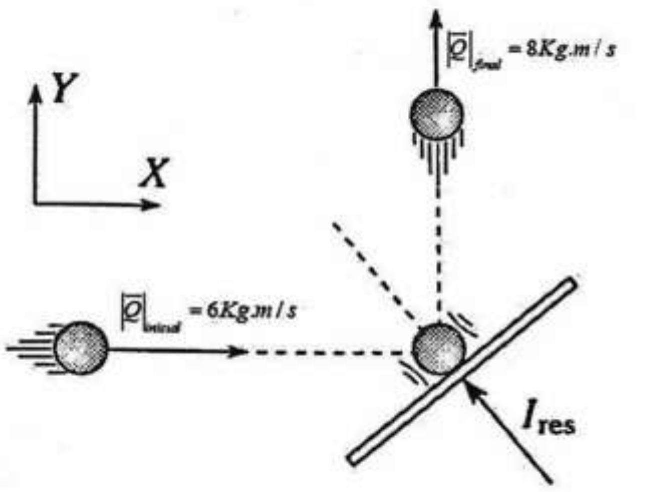
PROBLEMA RESOLVIDO___________________________

Uma bola de tênis de 1 Kg e velocidade de 6m/s choca-se contra um anteparo como mostra a figura abaixo. Após o choque, a bola de tênis se afasta com velocidade de 8m/s perpendicularmente a direção inicial de aproximação. Determine:

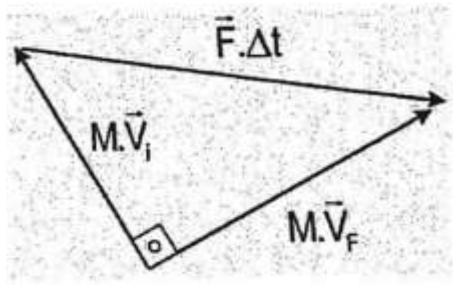
a) o módulo do impulso resultante sobre a bola de tênis durante o impacto;
b) o módulo da força média sobre a bolinha, considerando que o contato se deu durante 0.01s;



Resolução:
Durante o impacto com o anteparo, a força de contato impusliva (agindo em um curto intervalo de tempo) altera a quantidade de movimento inicial da bolinha.



Para calcularmos o impulso resultante sobre a bolinha, devemos fazer a soma vetorial. Desta forma temos:



$$m.\vec{V}_i = m\vec{V}_F + \vec{F}\Delta t$$

O item (a) do exercício exige o módulo do impulso resultante.

$$|I|^2 = \overrightarrow{|Q|}^2_{inicial} + \overrightarrow{|Q|}^2_{final}$$

$$|I|^2 = (6)^2 + (8)^2 = 100$$
$$|I| = 10N.s$$

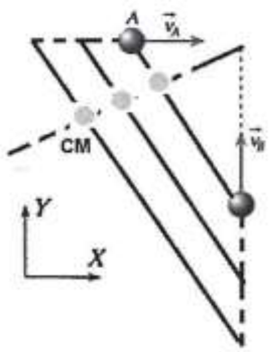
Assim como no exercício resolvido anterior, aqui temos a fase de deformação e a fase de reconstituição da forma da bolinha, de forma que a força varia com o tempo. A força média calculada deve apresentar módulo constante e agindo durante o mesmo intervalo de tempo, promover o mesmo módulo para o impulso resultante. Assim

$$\overrightarrow{|I|}_{res} = |\vec{F}_{média}|.\Delta t$$
$$10 = |\vec{F}_{média}|.1.10^{-2}$$
$$|\vec{F}_{média}| = 1.10^3\ N$$

PROBLEMA RESOLVIDO___________________________

O sistema mecânico abaixo é composto por duas partículas de massas $m_A = 2M$ e $m_B = M$ que se movem sobre uma superfície horizontal isenta de atrito com velocidades $\vec{v}_A = 5\hat{\imath} m/s$ e $\vec{v}_B = 10\hat{\jmath} m/s$. Determine:

a) a velocidade do centro de massa;
b) a quantidade de movimento total do sistema;



Resolução:

O sistema deste exercício é composto por apenas duas partículas, no entanto, independente da quantidade de corpos que compõe o sistema em estudo, a velocidade do CM pode ser determinada a partir da média ponderada das velocidades de todos os participantes do sistema, tendo como pesos suas respectivas massas. Desta, forma, temos:

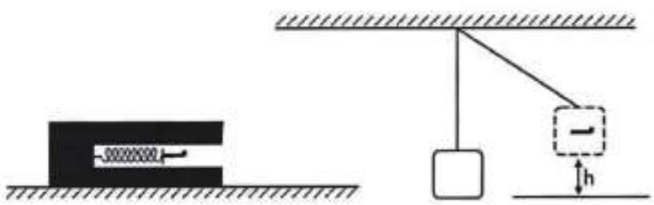
$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_1.\vec{v}_A + m_B.\vec{v}_B}{m_A + m_B} = \frac{2M.5\hat{\imath} + M.10j}{2M + M}$$
$$\vec{v}_{CM} = \frac{10}{3}\hat{\imath} + \frac{10}{3}j$$

Para a quantidade de movimento total vamos encarar o sistema a partir do movimento do seu centro de massa. Desta forma, o sistema será equivalente ao movimento de uma massa 3M se movendo com a velocidade do CM calculada anteriormente

$$\vec{Q}_{sistema} = M_{total}.\vec{v}_{CM}$$
$$\vec{Q}_{sistema} = 3M\left(\frac{10}{3}.\hat{\imath} + \frac{10}{3}j\right) = 10\hat{\imath} + 10j$$

PROBLEMA RESOLVIDO

A figura mostra um projétil de massa m, repousando no cano de uma espingarda de mola constante k_0, e um pêndulo de massa M. O projétil comprime a mola de uma distância X_0, medida a partir da posição de repouso da mola. Ao ser disparado, o projétil atinge o pêndulo, ficando nele encravando. Como consequência, o pêndulo sobe até a altura h. Atritos são desprezados.



a) Classifique a colisão ocorrida entre o pêndulo e o projétil.
b) Calcule a velocidade do projétil, ao deixar a espingarda.
c) Calcule a velocidade comum, do pêndulo e do projétil, imediatamente após a colisão.
d) Calcule a altura h.

Resolução:

a) choque inelástico

b) A energia elástica é transformada em energia cinética do projétil. Assim:

$$\frac{m.V^2}{2} = \frac{k_0.x_0^2}{2} \Rightarrow V = (k_0x_0/m)^{1/2}$$

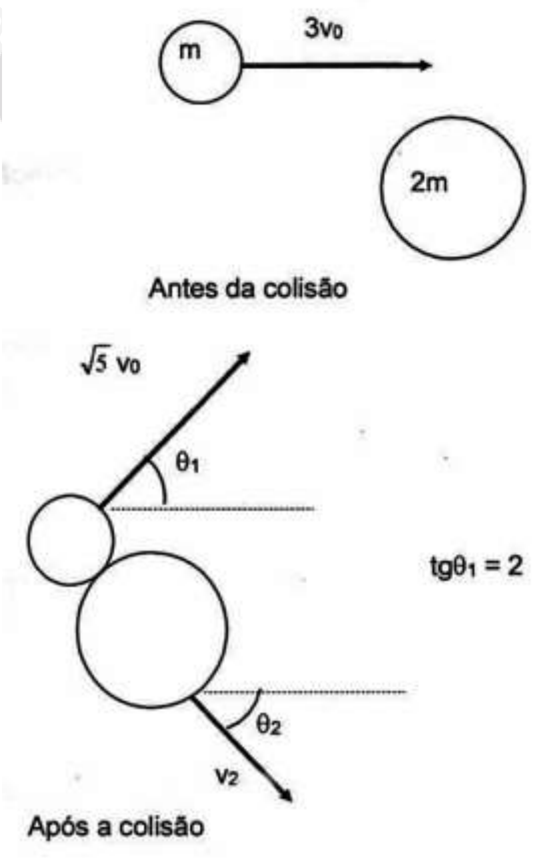
c) Sendo V a velocidade comum após a colisão, podemos obtê-la a partir da conservação da quantidade de movimento:

$$Q_{antes} = Q_{depois}$$
$$mV = (m + M)V' \Rightarrow V' = mV/(M + m)$$
$$V' = \frac{m}{m + M}\sqrt{\frac{k_0}{m}x_0}$$

d) $(m + M)g.h = (m + M)V^2/2$
$$h = V^2/2g$$
$$h = \frac{m.k_0.V_0^2}{2g(m + M)^2}$$

PROBLEMA RESOLVIDO

Dois corpos de massas m e 2m colidem conforme a figura abaixo:



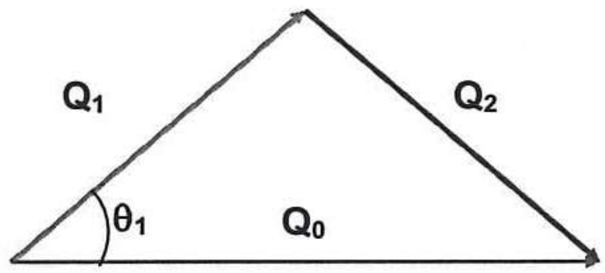
a) Determine a velocidade v_2 do corpo de maior massa (2m) após a colisão.

b) Determinar o ângulo θ_2

c) Mostrar que esta colisão é perfeitamente elástica.

Resolução:

a) Pela conservação do momento linear do sistema, as quantidades de movimento formam um triângulo:



$$\mathrm{tg}\theta_1 = 2 \Rightarrow \mathrm{sen}\theta_1 = 2\cos\theta_1$$

$$\mathrm{sen}\theta_1 = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{e} \quad \cos\theta_1 = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

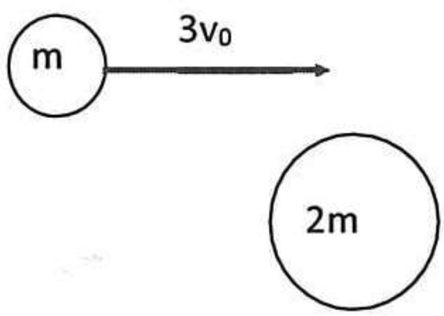
A partir das leis do cossenos:

$$Q_2{}^2 = Q_1{}^2 + Q_0{}^2 - 2Q_1Q_0\cos\theta_1$$

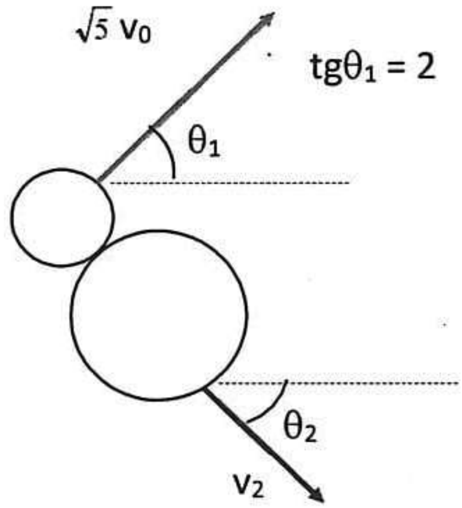
$$(2mv_2)^2 = (m\sqrt{5}v_0)^2 + (3mv_0)^2 - 2m\sqrt{5}v_0 3mv_0\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$v_2 = \sqrt{2}v_0$$

b) Para este problema fica mais simples traçar dois eixos de referência, um vertical e outro horizontal. Pela natureza deste problema não será necessário utilizar o conceito de coeficiente de restituição, na situação em que há esta necessidade o melhor seria traçar um eixo tangente ao contato e outra perpendicular ao mesmo.



Antes da colisão



Após a colisão

Pela conservação da quantidade de movimento do centro de massa:

$$Q_{0X} = Q_X$$

$$3mv_0 = \sqrt{5}mv_0\cos\theta_1 + 2v_2\cos\theta_2$$

$$3v_0 = v_0\cos\theta_1 - 2v_2\cos\theta_2$$

$$Q_{0y} = Q_y$$

$$0 = \sqrt{5}mv_0\mathrm{sen}\theta_1 - 2mv_2\mathrm{sen}\theta_2$$

$$v_0\mathrm{sen}\theta_1 = 2v_2\mathrm{sen}\theta_2$$

Substituindo θ_1 e v_2 em qualquer das equações acima:

$$v_0\mathrm{sen}\theta_1 = 2v_2\mathrm{sen}\theta_2$$

$$\sqrt{5}v_0\frac{2\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{2}v_0\mathrm{sen}\theta_2$$

$$\mathrm{sen}\theta_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta_2 = 45°$$

c) Seja E_{C0} a energia cinética inicial e E_C a energia cinética final. Assim:

$$E_{C0} = \frac{m(3v_0)^2}{2} = \frac{9mv_0{}^2}{2}$$

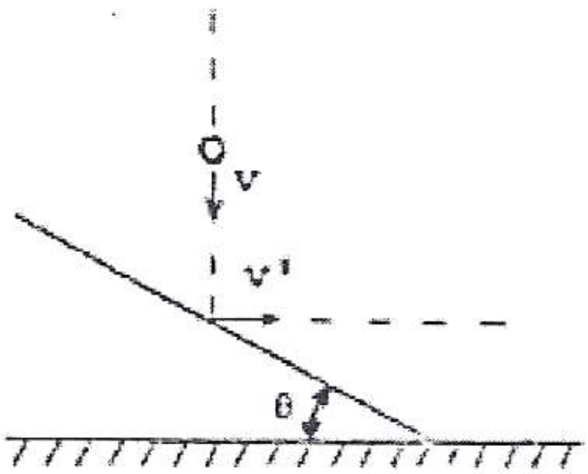
$$E_C = \frac{m(\sqrt{5}v_0)^2}{2} + \frac{2mv_2{}^2}{2} =$$

$$E_C = \frac{5mv_0{}^2}{2} + \frac{2m(\sqrt{2}v_0)^2}{2} = \frac{9mv_0{}^2}{2}$$

Então $E_{C0} = E_C$ (choque elástico)

PROBLEMA RESOLVIDO

Calcule o ângulo θ em relação ao plano horizontal que deve formar uma placa rígida lisa e fixa na posição mostrada na figura, para que uma esfera ao cair verticalmente sobre ela seja rebatida horizontalmente. O coeficiente de restituição entre a placa e a esfera é **e**.



Resolução:

Conservando a quantidade de movimento na direção tangente ao choque, temos:

$$m.v.\operatorname{sen}\theta = m.v'.\cos\theta \Rightarrow \frac{v'}{v} = \operatorname{tg}\theta$$

Coeficiente de restituição **e** é dado por:

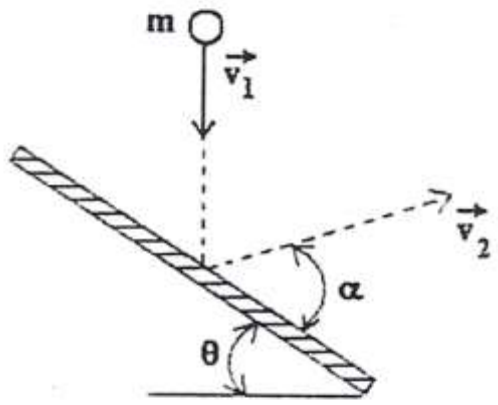
$$e = \frac{v'\operatorname{sen}\theta}{v.\cos\theta} \Rightarrow e = \frac{v'}{v}\operatorname{tg}\theta \Rightarrow \operatorname{tg}^2\theta$$

Então:

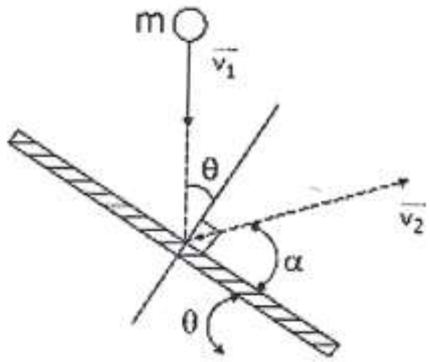
$$\theta = \operatorname{arctg}\sqrt{e}$$

PROBLEMA RESOLVIDO

A figura mostra uma bola de massa m que cai com velocidade $\overline{v_1}$ sobre a superfície de um suporte rígido, inclinada de um ângulo O em relação ao plano horizontal. Sendo e o coeficiente de restituição para esse impacto, calcule o módulo da velocidade $\overline{v_2}$ com com que a bola é ricocheteada, em função de v1, θ e e. Calcule também o ângulo α.



Resolução:



A componente da velocidade na direção perpendicular à direção do choque (normal ao plano) se mantém constante:

$$v_1\operatorname{sen}\theta = v_2\cos\alpha \qquad \text{(i)}$$

Na direção do choque:

$$\frac{v_2\operatorname{sen}\alpha}{v_1\cos\theta} = e \therefore v_2\operatorname{sen}\alpha = ev_1\cos\theta \qquad \text{(ii)}$$

De (i) e (ii), vem:

$$\left.\begin{array}{r} {v_2}^2\cos^2\alpha = (v_1\operatorname{sen}\theta)^2 \\ {v_2}^2\operatorname{sen}^2\alpha = (ev_1\cos\theta)^2 \end{array}\right\} \Rightarrow {v_2}^2 = (v_1\operatorname{sen}\theta)^2 + (ev_1\cos\theta)^2$$

$$v_2 = v_1\sqrt{\operatorname{sen}^2\theta + e^2\cos^2\theta}$$

De (ii) e (i), vem:

$$\left.\begin{array}{r} v_2\operatorname{sen}\alpha = ev_1\cos\theta \\ v_2\cos\alpha = v_1\operatorname{sen}\theta \end{array}\right\}$$

$$\tan\alpha = e\cot\theta$$