

CHAMA O FÍSICO

# MATEMÁTICA APLICADA À FÍSICA

**PROF. THALES RODRIGUES**





## AO ESTUDANTE

Seja bem-vindo ao curso CHAMA O FÍSICO!! Eu sou o professor Thales Rodrigues, especialista em preparar alunos para os vestibulares mais concorridos do país.

Nascido e criado em Belo Horizonte (MG), me formei em física na Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Sempre fui apaixonado pela física e por ensinar. Aos 21 anos de idade eu já estava lecionando para alunos de alto nível na melhor escola do país, segundo o ranking do ENEM.

Sempre tive o sonho de poder ensinar para mais pessoas. Pessoas que estavam além da região centro-sul de Belo Horizonte. Eu queria compartilhar da minha didática com os alunos de todos os cantos do Brasil. Em 2017 eu iniciei um canal no YOUTUBE. É provável que você já tenha visto alguma coisa por lá! Se você não conhece, passe por lá! Tenho certeza que você irá aprender e se divertir bastante! No momento que escrevo esse material, 30 mil pessoas estão inscritas no canal. Aos poucos, meu sonho vai se tornando realidade!

Durante todos esses anos em sala de aula eu percebi e solucionei as dificuldades dos alunos para entender a física. Nosso curso será dividido em três frentes (A, B e C).

A – Cinemática, Dinâmica e Estática.

B – Óptica, Ondulatória e Termologia.

C – Eletrostática, Eletrodinâmica e Eletromagnetismo.

Porém, a estrutura tradicional de ensino de física não é favorável para o aprendizado do aluno! Neste curso, você aprenderá algo totalmente novo. Você irá se surpreender!

Antes de você iniciar os estudos da física, é importantíssimo que você conclua nossos dois módulos EXTRAS:

– Matemática Aplicada à Física

– Fundamentos da Mecânica

Confie em mim! Esses módulos extras serão fundamentais para o seu desempenho esse ano.

O primeiro módulo extra – Matemática Aplicada à Física – foi totalmente elaborado por mim, e não por um professor de matemática. E daí? Quando preparei esse material eu fiz um filtro das habilidades matemáticas que você precisa para desenvolver os conhecimentos de física. Os tópicos selecionados são essenciais para resolução de exercícios de física e, por isso, serão trabalhados no início desse curso. Por exemplo: é preciso saber tudo que a matemática ensina sobre triângulos para resolver exercícios de física? Não! Basta saber algumas coisas fundamentais que você será capaz de caminhar na física. Compreendeu o quão poderoso é esse material? Faça-o com muita atenção. Eu não quero que você agarre em questões de física daqui alguns meses por não saber matemática. Confio em você!

O segundo módulo extra – Fundamentos da Mecânica – é o diferencial desse curso. Muitos alunos começam o ano tentando aprender conceitos da cinemática. Porém, percebi que se você não tiver uma base conceitual sólida de fundamentos da mecânica, você cairá em todas as pegadinhas! Por isso preparei esse módulo especial. Talvez esse seja o módulo mais importante do ano. Faça-o com MUITA atenção. NENHUMA dúvida pode passar.

Você escolheu fazer diferente em 2019. Tenho certeza que esse curso será o catalisador para o seu aprendizado em física. Muito obrigado por me escolher! Esteja sempre à vontade para tirar suas dúvidas. Será um prazer trabalhar junto com você!

Conte sempre comigo,

Prof. Thales Rodrigues.



## UNIDADES DE MEDIDAS

Muitas vezes na física um número por si só não tem significado. Por exemplo: durante a manhã uma pessoa andou 30. Você deve ter se perguntado: 30 o que? As unidades de medidas são fundamentais para dar sentido às informações. Por isso, começaremos esse módulo extra abordando as unidades e suas transformações.

Para efetuar medidas é necessário fazer uma padronização, escolhendo unidades para cada grandeza. Antes da instituição do Sistema Internacional de Unidades (SI), as unidades de medida eram definidas de maneira arbitrária, variando de um país para outro, dificultando as transações comerciais e o intercâmbio científico entre eles. As unidades de comprimento, por exemplo, eram quase sempre derivadas das partes do corpo do rei de cada país: a jarda, o pé, a polegada e outras. Até hoje, estas unidades são usadas nos Estados Unidos, embora definidas de uma maneira menos individual, mas através de padrões restritos às dimensões do meio em que vivem e não mais as variáveis desses indivíduos.

O Sistema Internacional de Unidades define para comprimento, massa e tempo as seguintes unidades básicas: metro (m), quilograma (kg) e segundos (s). Porém, é importantíssimo que você saiba transformar algumas dessas unidades! Observe a formação dos múltiplos e submúltiplos das unidades de medida mediante o emprego dos prefixos SI.

Prefixo	Símbolo	Significado
Giga	G	$10^9$
Mega	M	$10^6$
Quilo	k	$10^3$
Hecto	h	$10^2$
deca	da	$10^1$
deci	d	$10^{-1}$
centi	c	$10^{-2}$
milli	m	$10^{-3}$
micro	$\mu$	$10^{-6}$
nano	n	$10^{-9}$
pico	p	$10^{-12}$

### MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Comprimento é, talvez, a medida mais utilizada no cotidiano. Por isso, acredito que todos devem ter facilidade para entender essa grandeza e sua unidade de medida.

Quilômetros  $\rightarrow 1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$

Hectômetro  $\rightarrow 1 \text{ hm} = 100 \text{ m}$

Decâmetro  $\rightarrow 1 \text{ dam} = 10 \text{ m}$

Decímetro  $\rightarrow 1 \text{ dm} = 0,1 \text{ m}$

Centímetro  $\rightarrow 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$

Milímetro  $\rightarrow 1 \text{ mm} = 0,001 \text{ m}$

### Exercício Resolvido .....

A) Converter 10 dam em cm:

dam  $\rightarrow$  m  $\rightarrow$  dm  $\rightarrow$  cm

10 dam = 100 m = 1.000 dm = 10.000 cm

É o mesmo que deslocar a vírgula três casas para a direita.

B) Converter 320 dm em km:

km  $\leftarrow$  hm  $\leftarrow$  dam  $\leftarrow$  m  $\leftarrow$  dm

É o mesmo que deslocar a vírgula quatro casas à esquerda.

320 dm = 0,0320 km

### MEDIDAS DE MASSA

As unidades de massa seguem a mesma lógica de comprimento.

Quilograma  $\rightarrow 1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$

Hectograma  $\rightarrow 1 \text{ hg} = 100 \text{ g}$

Decagrama  $\rightarrow 1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$

Decigrama  $\rightarrow 1 \text{ dg} = 0,1 \text{ g}$

Centigrama  $\rightarrow 1 \text{ cg} = 0,01 \text{ g}$

Miligramas  $\rightarrow 1 \text{ mg} = 0,001 \text{ g}$

Dizemos 1.000 kg corresponde a 1 tonelada.

1 t = 1.000 kg

### Exercício Resolvido .....

A) Converter 32 g em hg:

hg  $\leftarrow$  dag  $\leftarrow$  g

Deveremos deslocar a vírgula duas casas decimais para a esquerda.

32 g = 0,32 hg

B) Converter 782 kg em toneladas:

Uma tonelada (1 t) equivale a 1.000 kg. Assim, deveremos dividir a quantidade de kg por 1.000, que é o mesmo que deslocar a vírgula três casas decimais à esquerda.

Logo, 782 kg = 0,782 t

### MEDIDAS DE ÁREA

Para transformações de unidades em área deve-se tomar cuidado! Veja: para converter 5 m<sup>2</sup> para cm<sup>2</sup> devemos lembrar que cada metro corresponde a 100 cm (1 m = 10<sup>2</sup> cm). Logo:

5 m<sup>2</sup> = 5 (10<sup>2</sup>cm)<sup>2</sup> = 5 x 10<sup>4</sup> cm<sup>2</sup>

Para agilizar basta usar a regra prática: quando a unidade for "ao quadrado" você anda duas vezes mais casas. Se de m  $\rightarrow$  cm você andaria duas casas para a direita, de m<sup>2</sup>  $\rightarrow$  cm<sup>2</sup> você andarás quatro casas para a direita! Ok?

1 km<sup>2</sup> = 1.000.000 m<sup>2</sup> = 10<sup>6</sup> m<sup>2</sup>

1 hm<sup>2</sup> = 10.000 m<sup>2</sup> = 10<sup>4</sup> m<sup>2</sup>

1 dam<sup>2</sup> = 100 m<sup>2</sup> = 10<sup>2</sup> m<sup>2</sup>

1 dm<sup>2</sup> = 0,01 m<sup>2</sup> = 10<sup>-2</sup> m<sup>2</sup>

1 cm<sup>2</sup> = 0,0001 m<sup>2</sup> = 10<sup>-4</sup> m<sup>2</sup>

1 mm<sup>2</sup> = 0,000001 m<sup>2</sup> = 10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup>

## Exercício Resolvido

A) Converter 3,2 hm<sup>2</sup> em m<sup>2</sup>:

$$\text{hm}^2 \rightarrow \text{dam}^2 \rightarrow \text{m}^2$$

$$3,2 \text{ hm}^2 = 320 \text{ dam}^2 = 32.000 \text{ m}^2$$

É o mesmo que deslocar a vírgula quatro casas decimais à direita, pois as unidades são quadradas.

B) Converter 48,6 dm<sup>2</sup> em m<sup>2</sup>:

$$\text{m}^2 \leftarrow \text{dm}^2$$

$$48,6 \text{ dm}^2 = 0,486 \text{ m}^2$$

Deveremos deslocar a vírgula duas casas decimais à esquerda.

## MEDIDAS DE VOLUME

Utilizando do mesmo argumento que usamos em medidas de áreas, para transformar unidades de volume também teremos uma regra prática: quando a unidade for "ao cubo" você anda três vezes mais casas. Se de m → cm você andaria duas casas para a direita, de m<sup>3</sup> → cm<sup>3</sup> você andará seis casas para a direita! Ok?

$$1 \text{ km}^3 = 10^9 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ hm}^3 = 10^6 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ dam}^3 = 10^3 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ mm}^3 = 10^{-9} \text{ m}^3$$

## Exercício Resolvido

A) Converta 2578 mm<sup>3</sup> em dm<sup>3</sup>:

$$\text{dm}^3 \leftarrow \text{cm}^3 \leftarrow \text{mm}^3$$

$$2578 \text{ mm}^3 = 2,578 \text{ cm}^3 = 0,002 578 \text{ dm}^3$$

Na prática, é o mesmo que deslocar a vírgula três casas decimais para esquerda.

B) Converta 28,3 m<sup>3</sup> em dm<sup>3</sup>:

$$\text{m}^3 \rightarrow \text{dm}^3$$

$$28,3 \text{ m}^3 = 28.300 \text{ dm}^3$$

Deveremos deslocar a vírgula três casas decimais para a direita.

Apesar de não ser do SI, volume frequentemente é dado em litro (L). É importantíssimo que você domine as conversões abaixo:

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ L}$$

$$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ L}$$

$$1 \text{ cm}^3 = 0,001 \text{ dm}^3 = 0,001 \text{ L} = 1 \text{ mL}$$

## Exercício Resolvido

A) Converta 3,5 m<sup>3</sup> em L:

$$3,5 \text{ m}^3 = 3500 \text{ L}$$

B) Converta 5,8 mL em m<sup>3</sup>:

$$5,8 \text{ mL} = 5,8 \text{ cm}^3 = 5,8 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

## MEDIDAS DE TEMPO

A medida de tempo não segue o sistema decimal, mas sim o sistema sexagesimal. Não se preocupe com isso! É bem tranquilo de entender!

$$1 \text{ milissegundo} = 10^{-3} \text{ segundos}$$

$$1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos}$$

$$1 \text{ hora} = 60 \text{ minutos}$$

$$1 \text{ hora} = 3.600 \text{ segundos}$$

$$1 \text{ dia} = 24 \text{ horas}$$

## Exercício Resolvido

A) 1,25 horas em minutos:

$$1,25 \text{ h} \times 60 = 75 \text{ min}$$

B) Converta 15 minutos em horas:

$$15 \text{ min} \div 60 = 1/4 \text{ hora}$$

## MEDIDAS COMPOSTAS

Agora que você já sabe converter as unidades básicas, vamos aprender a converter unidades compostas! Essa habilidade é muito importante para a física. Para converter unidades compostas basta converter separadamente cada uma das unidades e depois efetuar o produto/divisão entre elas.

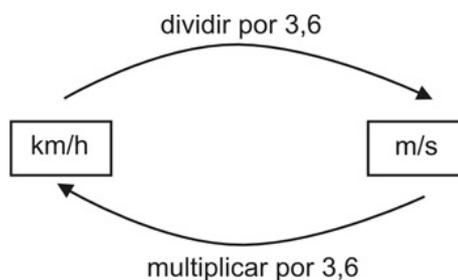
## Exercício Resolvido

A) Converta 108 km/h para m/s:

Vamos converter separadamente o quilometro para metros e horas para segundos. Depois, vamos efetuar a razão entre eles.

$$\frac{108 \text{ km}}{\text{h}} = \frac{108 \times 10^3 \text{ m}}{3,6 \times 10^3 \text{ s}} = 30 \text{ m/s}$$

Aqui existe uma regra prática muito comum na física!



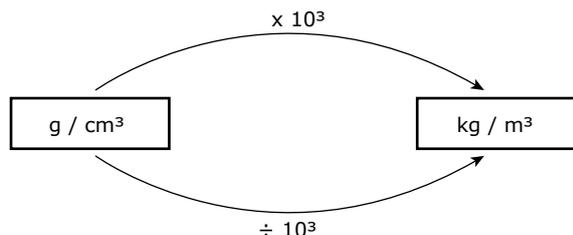
B) Converta 0,8 g/cm<sup>3</sup> para kg/m<sup>3</sup>:

Vamos converter separadamente o grama para quilograma e o cm<sup>3</sup> para m<sup>3</sup>. Depois, vamos efetuar a razão entre eles.

$$\frac{0,8 \text{ g}}{\text{cm}^3} = \frac{0,8 \times 10^{-3} \text{ kg}}{1 \times 10^{-6} \text{ m}^3} = 800 \text{ kg/m}^3$$



Aqui existe uma outra regra prática muito comum na física!



**Exercício Resolvido** .....

A) Faça a conta e dê a resposta no SI:  $3/4 \text{ h} + 5 \text{ min}$

Convertendo hora para minuto temos:

$$3/4 \text{ h} + 5 \text{ min} = 45 \text{ min} + 5 \text{ min} = 50 \text{ min}$$

No SI seria  $50 \times 60 = 3000$  segundos

B) Faça a conta e dê a resposta no SI:  $1,6 \times 10^4 \text{ cm}^2 + 2 \text{ m}^2$

Sempre devemos trabalhar as operações matemáticas entre grandezas do mesmo tipo na mesma unidade! Logo,

$$1,6 \times 10^4 \text{ cm}^2 + 2 \text{ m}^2 = 1,6 \text{ m}^2 + 2 \text{ m}^2 = 3,6 \text{ m}^2$$

### NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Ao escrevermos um número em notação científica utilizamos o seguinte formato:  $a \times 10^b$ .

O módulo de  $a$  deve ser igual ou maior que 1 e menor que 10 e o expoente  $b$ , chamado de ordem de grandeza, é um número inteiro.

Veja como fica 2048 escrito na forma de notação científica:  $2,048 \times 10^3$ . 2048 foi escrito como 2,048, pois  $1 \leq 2,048 < 10$ . Como deslocamos a vírgula três posições para a esquerda, devemos multiplicar 2,048 por  $10^3$  como compensação.

Veja agora o caso do número 0,0049 escrito na forma de notação científica:  $4,9 \times 10^{-3}$ . Neste caso deslocamos a vírgula três posições à direita, então devemos multiplicar  $10^{-3}$ . Neste caso a ordem de grandeza é negativa.

Outros exemplos:

$$0,000391 = 3,91 \times 10^{-4}$$

$$0,004675 = 4,675 \times 10^{-3}$$

$$-0,012 = -1,2 \times 10^{-2}$$

$$75300 = 7,53 \times 10^4$$

Resumindo: Mudando a Posição da Vírgula e Ajustando o Expoente

Em um número escrito em notação científica a vírgula sempre deve ser posicionada à direita do primeiro algarismo diferente de zero. Se não for este o caso o procedimento a ser realizado é o seguinte:

Se deslocarmos a vírgula  $n$  posições para a direita, devemos subtrair  $n$  unidades do expoente.

Ao deslocarmos a vírgula  $n$  posições para a esquerda, devemos somar  $n$  unidades ao expoente.

Exemplo:

$0,0078 \times 10^5$  precisamos deslocar a vírgula 3 posições para a direita e subtrair 3 unidades do expoente, resultando em  $7,8 \times 10^2$ .

### EQUAÇÕES

#### EQUAÇÃO DO 1º GRAU

O maior expoente da incógnita em uma equação algébrica é denominado do grau da equação. Uma equação do primeiro grau é uma igualdade matemática em que as incógnitas possuem expoente igual a 1. Podemos ver que toda equação tem:

I) Uma ou mais letras indicando valores desconhecidos, que são denominadas variáveis ou incógnitas;

II) Um sinal de igualdade.

III) Uma expressão à esquerda da igualdade, denominada primeiro membro ou membro da esquerda;

IV) Uma expressão à direita da igualdade, denominada segundo membro ou membro da direita.

Quando adicionamos (ou subtraímos) valores iguais em ambos os membros da equação, ela permanece em equilíbrio. Da mesma forma, se multiplicamos ou dividimos ambos os membros da equação por um valor não nulo, a equação permanece em equilíbrio. Este processo nos permite resolver uma equação. E aproveitando! Sei que é óbvio, mas vou comentar: se o lado direito da equação é igual ao lado esquerdo, então o lado esquerdo é igual ao lado direito (ah vá!). Se  $15 - 3 = 2x$  então  $2x = 15 - 3$ , ok?

**Exercício Resolvido** .....

A) Resolva a equação:  $5(X - 2) - 10$

Podemos resolver como  $5X - 10 = 10 \rightarrow 5X = 20 \rightarrow X = 4$

$$\text{ou } x - 2 = \frac{10}{5} \rightarrow x - 2 = 2 \rightarrow x = 4$$

B) Resolva a equação:  $\frac{x}{5} + \frac{3x}{4} = 38$

Podemos resolver como  $\frac{4x + 15x}{20} = 38 \rightarrow 19x = 38 \cdot 20 \rightarrow x = 40$

#### EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Uma equação do segundo grau é uma igualdade matemática em que as incógnitas possuem o maior expoente igual a 2. Uma equação do segundo grau na incógnita  $x$  é da forma:

$$a x^2 + b x + c = 0$$

onde os números reais  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os coeficientes da equação, sendo que  $a$  deve ser diferente de zero. Uma equação do segundo grau possui duas soluções. Para encontrar essas soluções temos dois métodos bastante utilizados:

I) Fórmula de Bhaskara

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \therefore \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Se  $\Delta < 0$ , não há solução real, pois não existe raiz quadrada real de número negativo.

Se  $\Delta = 0$ , há duas soluções iguais.

Se  $\Delta > 0$ , há duas soluções reais e diferentes.

## Exemplo Resolvido

Encontre as soluções para a equação:  $x^2 - 5x + 6 = 0$

Calculando o delta:  $\Delta = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = 1$

Usando a fórmula:

$$x' = \frac{-(-5) + \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = 3$$

$$x'' = \frac{-(-5) - \sqrt{1}}{2 \cdot 1} = 2$$

## II) Soma e Produto das Raízes

Podemos encontrar as soluções de uma equação do segundo grau a partir do valor da soma (S) e do produto (P) delas.

$$S = x' + x'' = -\frac{b}{a} \quad \therefore \quad P = x' \cdot x'' = \frac{c}{a}$$

## Exemplo Resolvido

Encontre as soluções para a equação:  $x^2 - 5x + 6 = 0$

Calculando a soma e o produto das soluções temos:

$$S = -\frac{(-5)}{1} = 5 \quad \therefore \quad P = \frac{6}{1} = 6$$

Logo, as soluções são 3 e 2.

## PROPORÇÕES

Caso duas grandezas sejam proporcionais, variar a medida de uma delas faz com que a medida observada na segunda também varie. Se essa variação é direta, então essas grandezas são diretamente proporcionais; se essa variação for inversa, então as grandezas serão inversamente proporcionais.

Considere as variáveis A e B e a constante K. Dizemos que A e B são diretamente proporcionais quando se relacionam conforme a igualdade abaixo:

$$\frac{A}{B} = K \quad \therefore \quad A = K \cdot B$$

Mas o que isso significa? Significa dizer que se A dobrar, B também irá dobrar. Se A cair pela metade, B também cairá pela metade. O que acontece com A, acontece diretamente com B.

Dizemos que A e B são inversamente proporcionais quando se relacionam da seguinte forma:

$$A \cdot B = K \quad \therefore \quad A = \frac{K}{B}$$

Ou seja, se A dobrar, B cairá pela metade. A relação entre A e B é inversa. O que acontece com A, acontece ao inverso com B.

Porém, na física, é comum situações envolvendo expoentes, raízes. Veja os exemplos abaixo:

$$A = K \cdot B^2$$

Neste caso, A é diretamente proporcional ao quadrado de B. Se B dobra, A sentirá esse efeito "direto ao quadrado". Logo, A aumentaria quatro vezes!

$$A = \frac{K}{B^2}$$

Agora, A é inversamente proporcional ao quadrado de B. Se B dobra, A diminuirá quatro vezes.

$$A = K \cdot \sqrt{B}$$

Nesse exemplo A é diretamente proporcional à raiz quadrada de B. Se B aumentar quatro vezes, A aumentaria a raiz de quatro, ou seja, duas vezes.

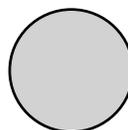
## GEOMETRIA

Na física é preciso ter conhecimentos básicos de geometria: cálculo de perímetro, áreas e volumes. Abaixo coloquei um resumo desses cálculos.

### PERÍMETRO:



$$\text{Perímetro} = 4 \cdot \ell$$



$$\text{Perímetro} = 2 \cdot \pi \cdot r$$

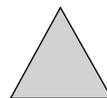
### ÁREA:



$$A = \ell^2$$



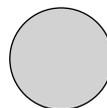
$$A = b \cdot h$$



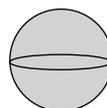
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



$$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$



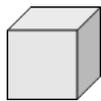
$$A = \pi \cdot r^2$$



$$A = 4 \cdot \pi \cdot r^2$$



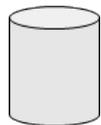
### VOLUME:



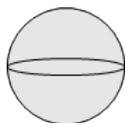
$$V = \ell^3$$



$$V = a \cdot b \cdot c$$



$$V = A \cdot h$$



$$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$$

### MEDIDAS DE ÂNGULOS

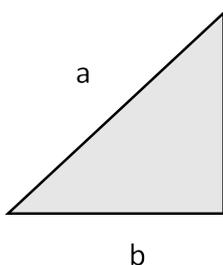
Grau	Radiano
0°	0 rad
30°	$\frac{\pi}{6}$ rad
45°	$\frac{\pi}{4}$ rad
60°	$\frac{\pi}{3}$ rad
90°	$\frac{\pi}{2}$ rad
180°	$\pi$ rad
360°	$2\pi$ rad



## TRIGONOMETRIA

Como havia dito, nosso objetivo aqui não é te tornar um *expert* em trigonometria. O nosso objetivo é apenas ter os conhecimentos básicos que serão utilizados durante o curso de física.

### TEOREMA DE PITÁGORAS (TRIÂNGULO RETÂNGULO)

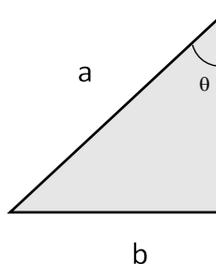


$$a^2 = b^2 + c^2$$

### Casos comuns:

Cateto	Cateto	Hipotenusa
3	4	5
6	8	10
9	12	15
12	16	20
15	20	25
5	12	13
7	24	25
8	15	17

### RAZÕES TRIGONOMÉTRICAS



$$\text{sen} \theta = \frac{\text{oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{c}$$

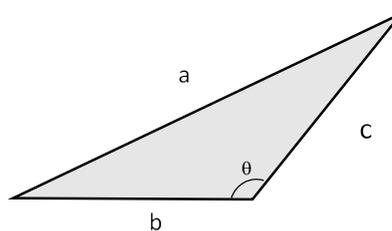
$$\text{cos} \theta = \frac{\text{adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{c}$$

$$\text{tg} \theta = \frac{\text{oposto}}{\text{adjacente}} = \frac{\text{sen} \theta}{\text{cos} \theta} = \frac{a}{b}$$

### ÂNGULOS NOTÁVEIS:

	30°	45°	60°
Seno	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
Cosseno	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
Tangente	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

### LEI DOS COSENOS (TRIÂNGULO QUALQUER)



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \text{cos} \theta$$

### RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

$$\text{sen}^2 \theta + \text{cos}^2 \theta = 1$$

$$\text{sen}(a \pm b) = \text{sen} a \cdot \text{cos} b \pm \text{sen} b \cdot \text{cos} a$$

$$\text{cos}(a \pm b) = \text{cos} a \cdot \text{cos} b \mp \text{sen} a \cdot \text{sen} b$$

## Exercício Resolvido

Se  $\sin(x) = 0,8$  determine  $\cos(x)$ .

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$0,8^2 + \cos^2 x = 1$$

$$\cos^2 x = 1 - 0,64$$

$$\cos^2 x = 0,36$$

$$\cos x = 0,6$$

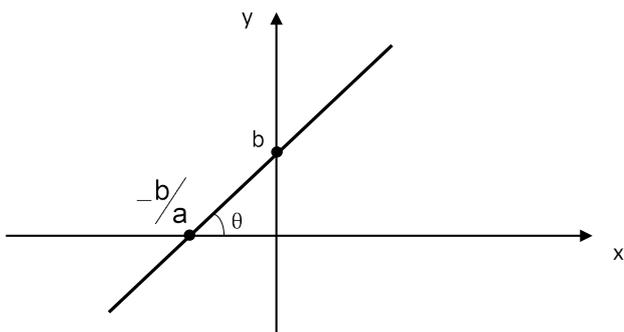
## GRÁFICOS E FUNÇÕES

O conceito de função é um dos mais importantes em toda a matemática. O conceito básico é o seguinte: toda vez que temos dois conjuntos e algum tipo de associação entre eles, que faça corresponder a todo elemento do primeiro conjunto um único elemento do segundo, ocorre uma função.

### FUNÇÃO DO 1º GRAU

$$f(x) = ax + b \text{ ou } y = ax + b$$

onde  $\left\{ \begin{array}{l} a \text{ é o coeficiente angular (inclinação da reta)} \\ b \text{ é o coeficiente linear (intercepta o eixo } y) \end{array} \right.$



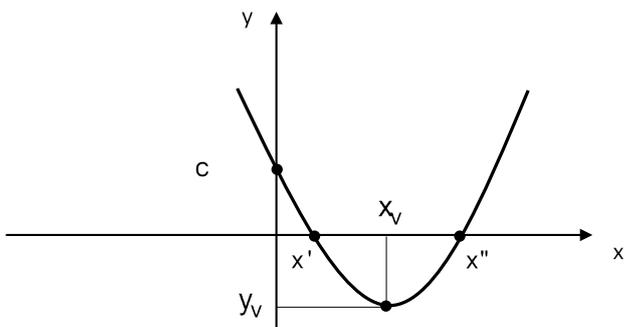
Inclinação da reta =  $\text{tg}\theta = a$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } a > 0 : \text{reta crescente} \\ \text{Se } a < 0 : \text{reta decrescente} \end{array} \right.$

Zero ou Raiz de uma função:

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Algebricamente: é o valor de } x \text{ que torna } y \text{ igual a zero } (-b/a) \\ \text{Gráficamente: é a interseção da reta com o eixo } x. \end{array} \right.$

### FUNÇÃO DO 2º GRAU

$$f(x) = ax^2 + bx + c \text{ ou } y = ax^2 + bx + c$$



Concavidade da Parábola:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Se } a > 0 : \text{parábola côncava para cima} \\ \text{Se } a < 0 : \text{parábola côncava para baixo} \end{array} \right.$$

Raízes da Função:

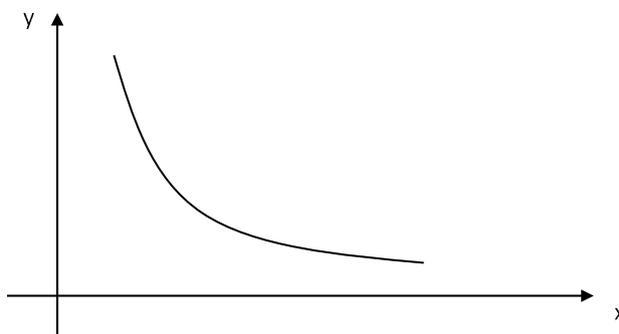
$$ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Vértice da Função:

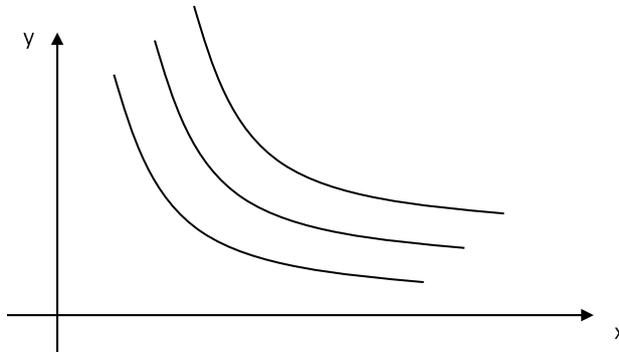
$$x_v = \frac{x' + x''}{2} = \frac{-b}{2a} \quad \therefore \quad y_v = f(x_v) = \frac{-\Delta}{4a}$$

### FUNÇÃO RACIONAL

$$f(x) = \frac{a}{x} \text{ ou } y = \frac{a}{x}$$



Quanto maior for o valor da constante  $a$ , mais afastada do eixo será a hipérbole equilátera.



### PROPRIEDADES GRÁFICAS

Os gráficos usados na física são os mesmos empregados na matemática. A diferença é que, na física, eles são usados para apresentar a relação entre duas variáveis físicas. Assim, os eixos são denominados de acordo com as variáveis que eles representam.

Duas análises gráficas são fundamentais:

1) Se o produto dos eixos ( $y \cdot x$ ) representar uma grandeza física, essa grandeza será a área entre o gráfico e o eixo horizontal.

2) Se a razão dos eixos ( $y/x$ ) representar uma grandeza física, essa grandeza física será a inclinação da reta tangente ao gráfico.



## VETORES

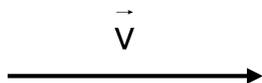
A física lida com um amplo conjunto de grandezas. Podemos dividir essas grandezas em dois grupos:

1) Grandezas escalares: são aquelas que, para ficarem completamente definidas, precisam de módulo (valor) e unidade de medida. Exemplo: massa, temperatura, tempo.

2) Grandezas vetoriais: são aquelas que, para ficarem completamente definidas, precisam de módulo (valor), direção, sentido e unidade de medida. Exemplo: velocidade, aceleração, força.

Você sabe trabalhar muito bem com grandezas escalares. Por exemplo: qual é o resultado da soma de 3 kg e 2 kg? Obviamente, 5 kg. Entretanto, trabalhar com grandezas vetoriais não é tão simples assim.

Como podemos definir uma grandeza vetorial? Utilizaremos um vetor (seta).



Acima temos representado o vetor  $\vec{v}$ . A representação da seta carrega três informações:

- 1) Módulo (valor): está associado ao tamanho da seta.
- 2) Direção: horizontal.
- 3) Sentido: da esquerda para a direita.

**Atenção! Se QUALQUER uma dessas informações alterarem, o vetor mudou!**

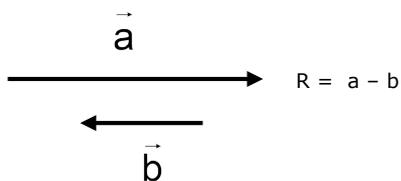
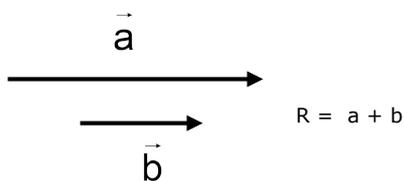
O símbolo que representa o vetor (completo, com essas três informações) é  $\vec{v}$ .

Caso queira se referir apenas ao módulo do vetor representaremos por  $|\vec{v}|$  ou  $v$ .

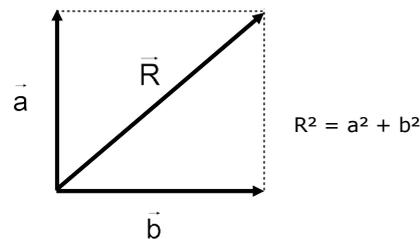
Os vetores  $\vec{v}$  e  $-\vec{v}$  possuem mesmo módulo e direção, mas sentidos contrários.

### SOMA VETORIAL

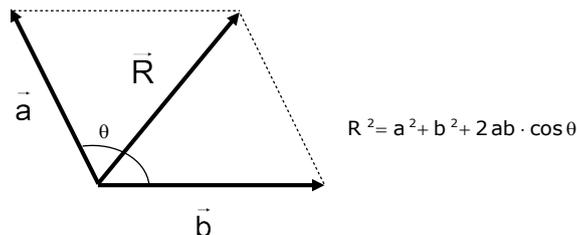
1) Vetores na mesma direção:



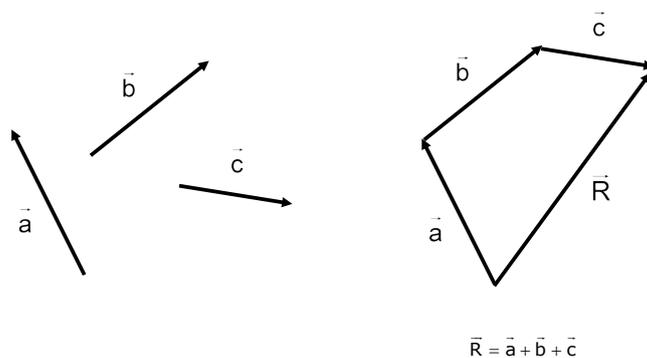
2) Direções perpendiculares (regra do paralelogramo)



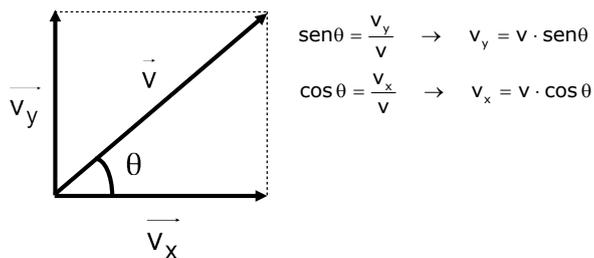
3) Caso Geral (Regra do Paralelogramo)



4) Regra do Polígono



### DECOMPOSIÇÃO VETORIAL



## EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01

► Transforme as unidades escrevendo o resultado em notação científica.

- A) 250 km em m
- B) 12 m em km
- C) 460 cm em mm
- D) 380  $\mu\text{m}$  em m
- E) 0,0060 g em kg
- F) 0,12 nm em m
- G) 8,6 mg em kg
- H)  $2 \times 10^{-5}$  pF em F
- I) 450 cm em km
- J) 0,10 mC em  $\mu\text{C}$
- K)  $3 \times 10^4$  toneladas em kg
- L)  $1,8 \times 10^6$  MW em W
- M) 340 kJ em MJ
- N) 2,5 GHz em Hz
- O) 0,15 MV em mV

02

► Transforme as unidades escrevendo o resultado em notação científica.

- A) 12  $\text{cm}^2$  em  $\text{m}^2$
- B) 45,8  $\text{mm}^2$  em  $\text{m}^2$
- C)  $1,6 \times 10^{-4}$   $\text{km}^2$  em  $\text{mm}^2$
- D) 10,5  $\text{m}^2$  em  $\text{mm}^2$
- E) 0,10  $\text{cm}^2$  em  $\text{mm}^2$
- F) 10  $\text{km}^2$  em  $\text{m}^2$
- G)  $3 \times 10^2$   $\text{cm}^2$  em  $\text{km}^2$

03

► Transforme as unidades escrevendo o resultado em notação científica.

- A)  $3 \times 10^6$   $\text{cm}^3$  em  $\text{m}^3$
- B) 12  $\text{mm}^3$  em  $\text{m}^3$
- C) 1,8  $\text{km}^3$  em  $\text{mm}^3$
- D) 0,20  $\text{m}^3$  em  $\text{mm}^3$
- E) 16  $\text{cm}^3$  em  $\text{mm}^3$
- F)  $2 \times 10^2$   $\text{km}^3$  em  $\text{m}^3$
- G) 40.000  $\text{cm}^3$  em  $\text{km}^3$
- H) 8  $\text{dm}^3$  em L
- I) 5600  $\text{m}^3$  em L
- J) 30 L em  $\text{cm}^3$
- K) 0,200 L em  $\text{m}^3$
- L)  $2 \times 10^{-3}$  L em  $\text{mm}^3$
- M) 500 mL em  $\text{mm}^3$
- N) 325 mL em  $\text{m}^3$
- O) 0,12 mL em  $\text{cm}^3$

04

Transforme as unidades de tempo.

- A) 12 h em s
- B) 0,10 h em s
- C) 1,5 dia em h
- D) 90 ms em s
- E) 1,8  $\mu\text{s}$  em s
- F) 500 s em ms
- G) 5400 s em h
- H) 12 min em h
- I) 1,25 hora em min
- J) 20 min em s
- K)  $3/5$  h em min
- L) 15 min em h

05

Escreva os resultados em unidades do SI.

- A) (0,10 kg) + (0,10 kg)
- B) (5,6 m) + (20 cm)
- C) ( $3 \times 10^8$  J) + ( $5 \times 10^7$  J)
- D) ( $2,4 \times 10^{-5}$  kg) - ( $1 \times 10^{-6}$  kg)
- E) (4 min) + (55 s)
- F) ( $3/4$  h) + (15 min)

06

► Transforme as unidades escrevendo o resultado em notação científica.

- A) 72 km/h em m/s
- B) 40 m/s em km/h
- C) 120 m/min em cm/s
- D) 18 km/dia em m/h
- E)  $2 \times 10^{-2}$  km/s em mm/s
- F) 4,5 kg/L em  $\text{g/cm}^3$
- G) 1,0 g/mL em  $\text{kg/m}^3$
- H) 2200  $\text{kg/m}^3$  em  $\text{g/cm}^3$

## EQUAÇÕES

07

Resolva as equações abaixo.

- A)  $x + 6 = 20$
- B)  $10 - x = 4 + 5x$
- C)  $5 \cdot (x + 6) = 10$
- D)  $3 \cdot (x - 2) = 2 \cdot (5x + 3) + 2$
- E)  $3F + 5 \cdot (F - 4) = 4$
- F)  $20 - 5m = -3m + 4$
- G)  $\frac{x}{20} = \frac{3}{4}$
- H)  $\frac{5x}{20} = \frac{3}{4} + 1$
- I)  $\frac{3t + 5}{16} = \frac{t}{4}$
- J)  $\frac{v}{5} + \frac{2v}{6} = \frac{1}{2}$



K)  $5 = \frac{3}{4} - \frac{y}{20}$

L)  $\frac{x}{20} - \frac{1}{4} = \frac{5}{20}$

M)  $5 \cdot \left(4 + \frac{s}{10}\right) = 3$

N)  $\frac{x+2}{2} + \frac{3x}{4} = 2 + 1,5x$

O)  $\frac{1}{f} = -\frac{1}{60} + \frac{1}{20}$

P)  $\frac{2x+5}{3x} = \frac{1}{4}$

Q)  $\frac{3 \cdot (x-1) - 2x}{5} = \frac{5 \cdot (x-3)}{6}$

R)  $2 + 3 \cdot [x - (3x+1)] = 5 \cdot [x - (2x-1)]$

S)  $\frac{4}{5d+1} = \frac{9}{10d+1}$

T)  $\frac{8x-1}{2} - 2x = 3$

08

▶ Resolva as equações abaixo.

A)  $x^2 - 5x = -6$

B)  $x^2 + 2x - 8 = 0$

C)  $2x^2 - 8x = -8$

D)  $12 + t = t^2$

E)  $5v^2 + v = 0$

F)  $7x^2 = 28$

G)  $(d-3)^2 = -2d^2 + 18$

H)  $y^2 + 6y = -9$

I)  $(x-3) \cdot (x+3) = 7$

## PROPORÇÕES

09

▶ Escreva a relação de proporcionalidade entre as variáveis e responda as perguntas. Considere K um constante.

A)  $d = k \cdot t$

Se  $t$  dobra, o que ocorre com  $d$ ?

B)  $E = k \cdot v^2$

Se  $v$  triplica, o que ocorre com  $E$ ?

C)  $k = \frac{c}{t}$

Se  $C$  diminui duas vezes, o que ocorre com  $T$ ?

D)  $F = \frac{k}{d^2}$

Se  $d$  dobra, o que ocorre com  $F$ ?

E)  $E = \frac{k}{d^2}$

Se  $d$  aumenta  $\sqrt{2}$  vezes, o que ocorre com  $E$ ?

F)  $V = \frac{k}{d}$

Se  $V$  dobra, o que ocorre com  $d$ ?

G)  $P \cdot V = k$

Se  $P$  aumenta 5 vezes, o que ocorre com  $V$ ?

H)  $P \cdot V^2 = k$

Se  $P$  aumenta 3 vezes, o que ocorre com  $V$ ?

I)  $U \cdot k = T$

Se  $U$  é multiplicado por  $3/2$ , o que ocorre com  $T$ ?

J)  $T^2 = k \cdot R^3$

Se  $R$  aumenta 2 vezes, o que ocorre com  $T$ ?

K)  $F = \frac{q^2}{k}$

Se  $q$  diminui  $\sqrt{10}$  vezes, o que ocorre com  $F$ ?

L)  $T = \sqrt{\frac{L}{k}}$

Se  $L$  dobra, o que ocorre com  $T$ ?

M)  $T = \sqrt{\frac{k}{g}}$

Se  $g$  dobra, o que ocorre com  $T$ ?

N)  $E = k \cdot V$

Se  $V$  aumenta 20%, o que ocorre com  $E$ ?

O)  $V = \frac{1}{f}$

Se  $f$  diminui 3 vezes, o que ocorre com  $V$ ?

P)  $V = \frac{1}{T}$

Se  $T$  aumenta 25%, o que ocorre com  $V$ ?

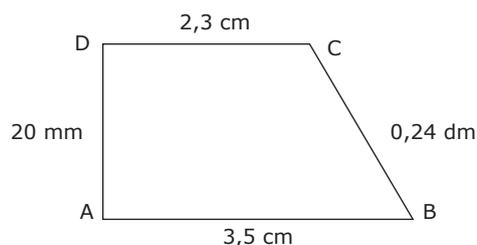
Q)  $k = m \cdot v$

Se  $m$  diminui 20%, o que ocorre com  $v$ ?

## GEOMETRIA

10

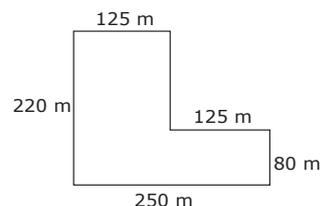
Calcule o perímetro do polígono abaixo, dando a resposta em centímetros:



11

A chácara do senhor Luís tem o formato e as medidas da figura abaixo.

Quantos metros de arame farpado ele precisa comprar para cercar a chácara com 6 voltas de fio?



12 

---

---

 Calcule a área de um terreno quadrado com 41,6 m de lado.

13 

---

---

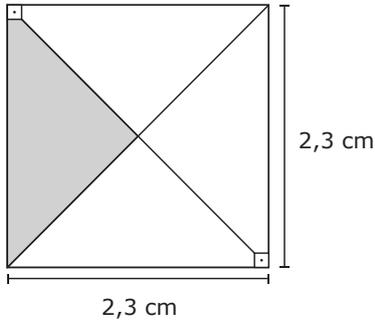
 Ache a medida do lado de um quadrado cuja área é de  $121 \text{ cm}^2$ .

14 

---

---

 Calcule a área da região mais escura.



15 

---

---

 Um quadrado tem área de  $25 \text{ cm}^2$ . O que acontece com a área desse quadrado, se os lados forem duplicados?

16 

---

---

 A aresta de um cubo mede 8 cm. Quanto mede a área de uma face desse cubo? Quanto mede a área total desse cubo?

17 

---

---

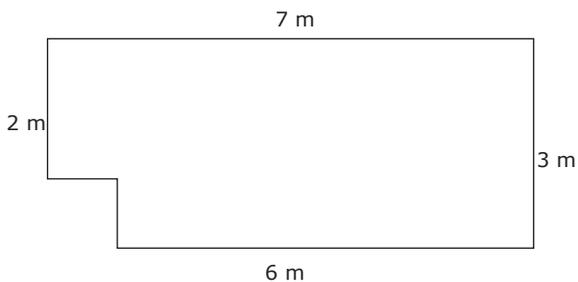
 Quanto mede a altura de um retângulo, cuja base é igual a 26 cm e a área é igual a  $364 \text{ cm}^2$  ?

18 

---

---

 A área da região representada na figura é?

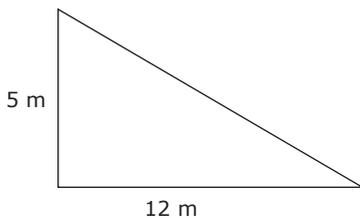


19 

---

---

 Calcule a área do triângulo abaixo.

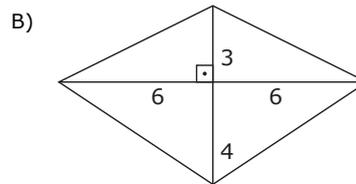
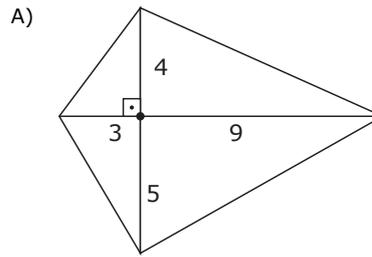


20 

---

---

 Calcule a área dos quadriláteros a seguir.

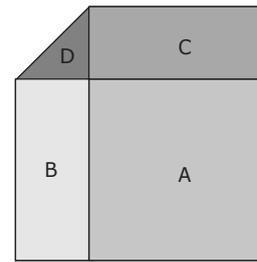


21 

---

---

 Na figura, o quadrado A tem área de  $25 \text{ cm}^2$ , e os retângulos B e C têm área de  $10 \text{ cm}^2$  cada um. Calcule a área do triângulo D.

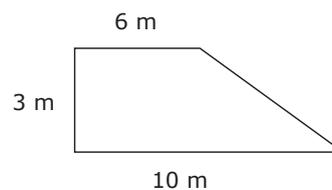


22 

---

---

 Calcule a área da seguinte região.

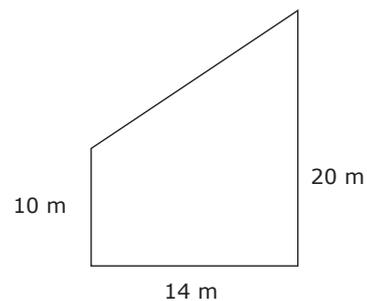


23 

---

---

 Calcule o valor de um lote que possui o formato de um trapézio, considerando que o valor do  $\text{m}^2$  é de R\$ 42,00.



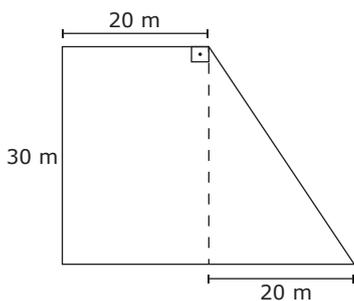


- 24 

---

---

 Calcule a área do terreno cuja planta é a da seguinte figura:

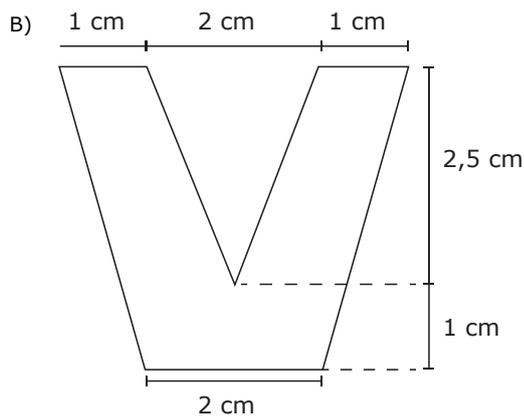
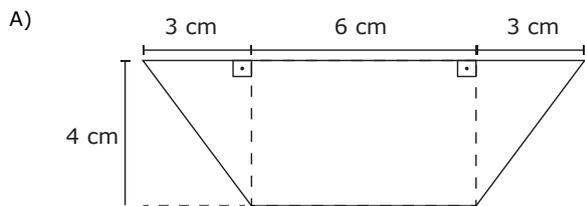


- 25 

---

---

 Calcule a área das superfícies:

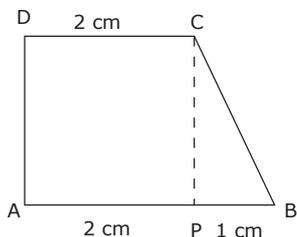


- 26 

---

---

 A área do quadrado APCD representa que fração da área do trapézio ABCD?



- 27 

---

---

 Uma roda gigante tem 8 metros de raio. Quanto percorrerá uma pessoa na roda gigante em 6 voltas? Use  $\pi = 3$ .

- 28 

---

---

 Calcule a área do círculo que tem diâmetro igual a 20 cm. Use  $\pi = 3$ .

- 29 

---

---

 Calcule o perímetro e a área de um setor circular de  $30^\circ$  e raio 2 cm.

- 30 

---

---

 Calcule a área de uma coroa circular onde o raio menor mede 2 cm e o raio maior é o triplo do raio menor.

- 31 

---

---

 Calcule o volume de uma sala em formato de um paralelepípedo cujas dimensões são 2m x 3m x 4m.

- 32 

---

---

 Determine o volume de uma esfera cujo raio é 60 cm. Use  $\pi = 3$ .

- 33 

---

---

 Calcule a área superficial de uma esfera cujo diâmetro é 20 cm. Use  $\pi = 3$ .

- 34 

---

---

 Determine o volume de um cilindro cujo raio é 50 cm e altura é 2 m. Use  $\pi = 3$ .

- 35 

---

---

 Transforme para graus as seguintes medidas de arcos em radianos.

- A)  $\pi$   
 B)  $\pi/3$   
 C)  $\pi/4$   
 D)  $\pi/6$   
 E)  $3\pi/4$

- 36 

---

---

 Transforme para radianos as seguintes medidas de arcos em graus.

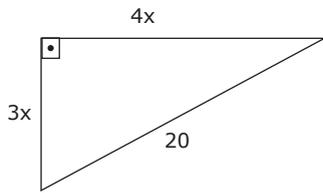
- A)  $30^\circ$   
 B)  $300^\circ$   
 C)  $20^\circ$   
 D)  $15^\circ$   
 E)  $1080^\circ$

TRIGONOMETRIA

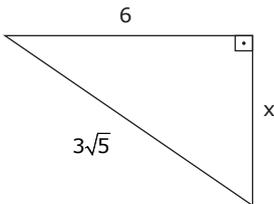
37

► Determine o valor de  $x$  nos triângulos retângulos.

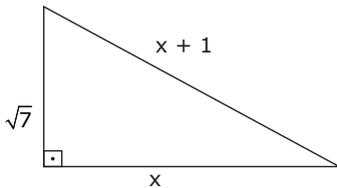
A)



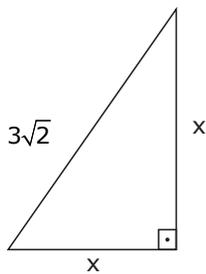
B)



C)

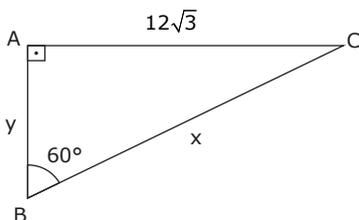


D)



38

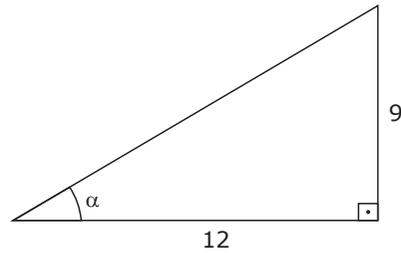
Um terreno tem a forma de um triângulo retângulo. Algumas de suas medidas estão indicadas, em metros, na figura. Determine as medidas  $x$  e  $y$  dos lados desse terreno.



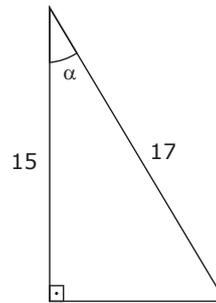
39

► No triângulo retângulo da figura, calcular:  $\text{sen } \alpha$ ,  $\text{cos } \alpha$  e  $\text{tg } \alpha$ .

A)



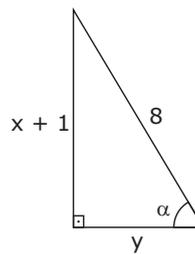
B)



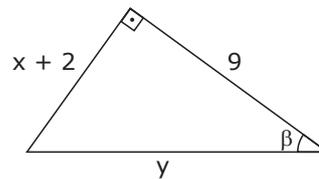
40

► Determine os valores de  $x$  e  $y$  nos triângulos abaixo:

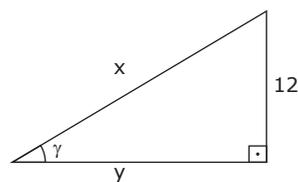
A)  $\text{sen } \alpha = \frac{1}{4}$



B)  $\text{tg } \beta = \frac{1}{3}$



C)  $\text{cos } \gamma = \frac{3}{5}$

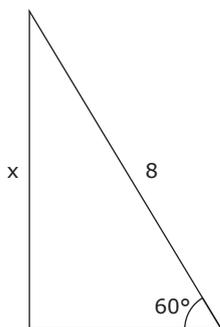




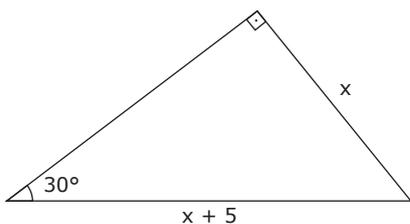
41

Em cada um dos triângulos retângulos, calcule o valor de  $x$ .

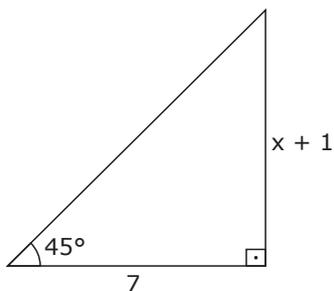
A)



B)

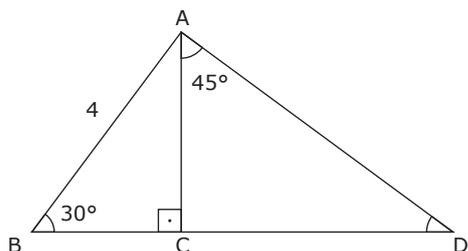


C)



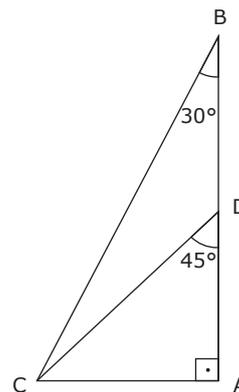
42

Determine as medidas de AD e BD no triângulo abaixo.



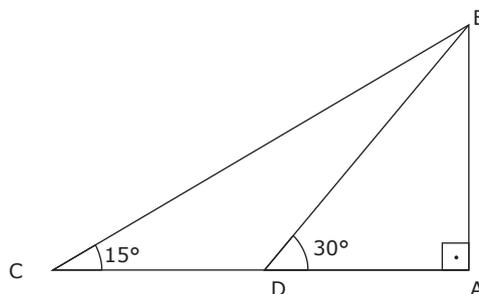
43

Calcule as medidas de CD e BD, sendo  $BC = 18$  cm.



44

Determine os lados AB e AD, sendo  $CD = 12$  cm.



45

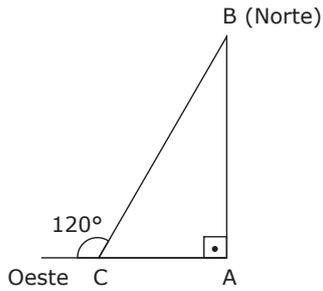
Uma rampa lisa de 20 m de comprimento faz ângulo de  $30^\circ$  com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe essa rampa inteira eleva-se verticalmente de:

- A) 17 m
- B) 10 m
- C) 15 m
- D) 5 m
- E) 8 m

46

Um pequeno avião deveria partir de uma cidade A rumo a uma cidade B ao norte, distante 60 quilômetros de A. Por um problema de orientação, o piloto seguiu erradamente rumo ao oeste. Ao perceber o erro, ele corrigiu a rota, fazendo um giro de  $120^\circ$  à direita em um ponto C, de modo que o seu trajeto, juntamente com o trajeto que deveria ter sido seguido, formaram, aproximadamente, um triângulo retângulo ABC, como mostra a figura.

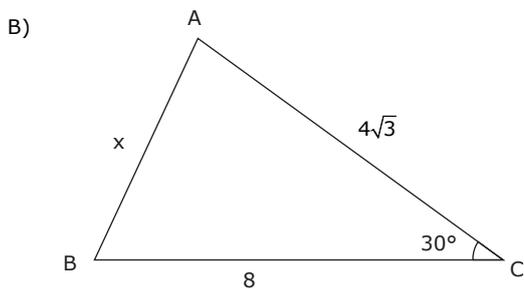
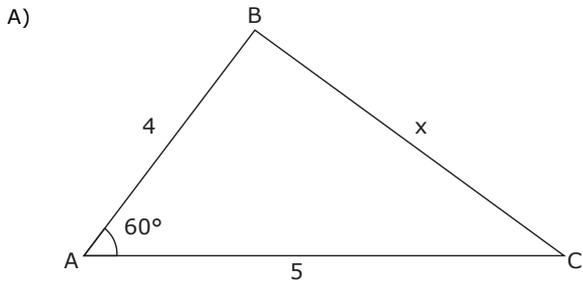
Com base na figura, a distância em quilômetros que o avião voou, partindo de A até chegar a B, é:



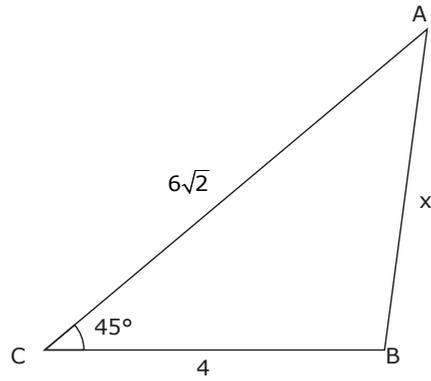
- A)  $30\sqrt{3}$
- B)  $40\sqrt{3}$
- C)  $60\sqrt{3}$
- D)  $80\sqrt{3}$

47

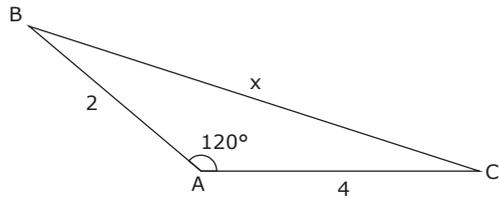
► Determine o valor de x nos triângulos abaixo:



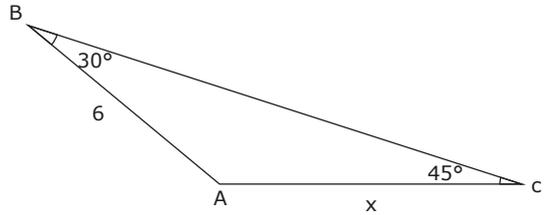
C)



D)

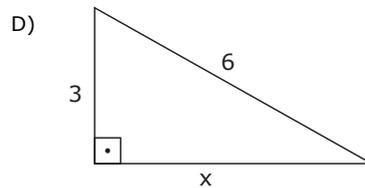
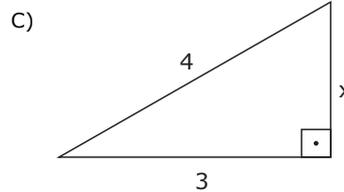
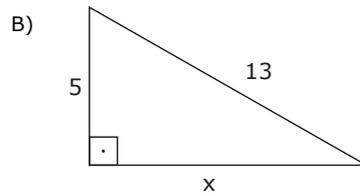
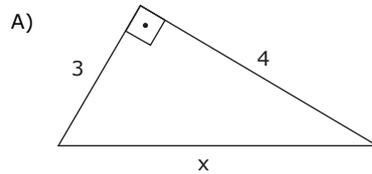


E)



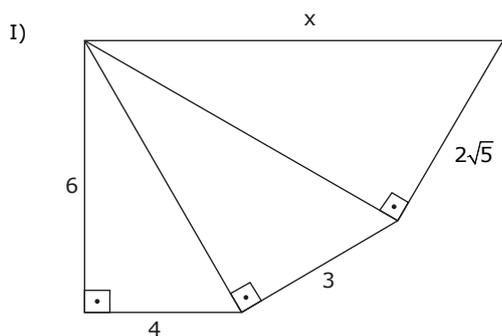
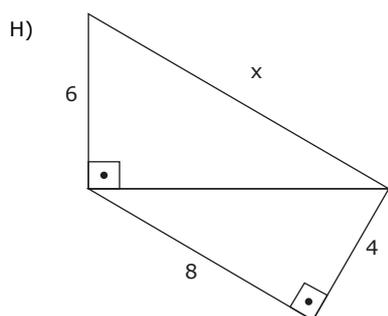
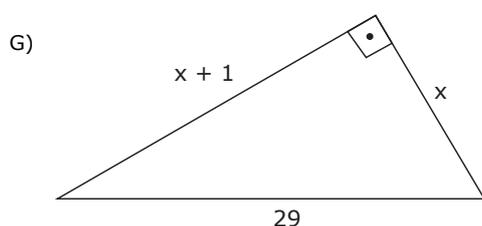
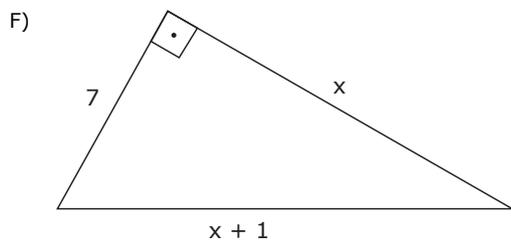
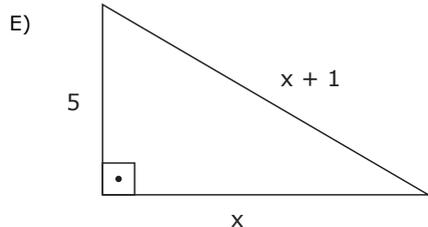
48

Determine o valor de x nos triângulos retângulos a seguir.





## GRÁFICOS E FUNÇÕES



49

▶ Dada a função  $f(x) = -2x + 3$ , determine  $f(1)$ .

50

▶ Dada a função  $f(x) = 4x + 5$ , determine  $f(x) = 7$ .

51

▶ Escreva a função afim  $f(x) = ax + b$ , sabendo que:

A)  $f(1) = 5$  e  $f(-3) = -7$

B)  $f(-1) = 7$  e  $f(2) = 1$

C)  $f(1) = 5$  e  $f(-2) = -4$

52

▶ A reta, gráfico de uma função afim, passa pelos pontos  $(-2, -63)$  e  $(5, 0)$ . Determine essa função e calcule  $f(16)$ .

53

▶ Considere a função definida por  $f(x) = 5x - 3$ .

A) Verifique se a função é crescente ou decrescente

B) Determine o zero (ou raiz) da função;

C) Determine o ponto onde a função intercepta o eixo  $y$ ;

D) Esboce o gráfico da função;

54

▶ Considere uma função cuja reta intercepta os eixos em  $(-8, 0)$  e  $(0, 4)$ .

A) Verifique se a função é crescente ou decrescente;

B) Determine a raiz da função;

C) Esboce o gráfico da função;

D) Calcule  $f(-1)$ .

55

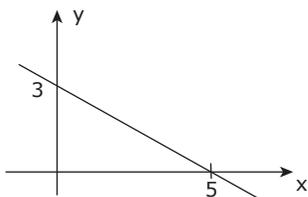
▶ Dadas às funções  $f$  e  $g$ , construa o gráfico das funções e descubra o ponto de intersecção dessas retas:

A)  $f(x) = -2x + 5$  e  $g(x) = 2x + 5$

B)  $f(x) = 5x$  e  $g(x) = 2x - 6$

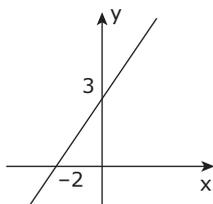
C)  $f(x) = 4x$  e  $g(x) = -x + 3$

56 A função definida por  $y = f(x) = ax + b$  tem o gráfico esboçado.



Determine o coeficiente angular e linear da função.

57 Na figura mostrada tem-se o gráfico da função do 1º grau definida por  $y = ax + b$ .



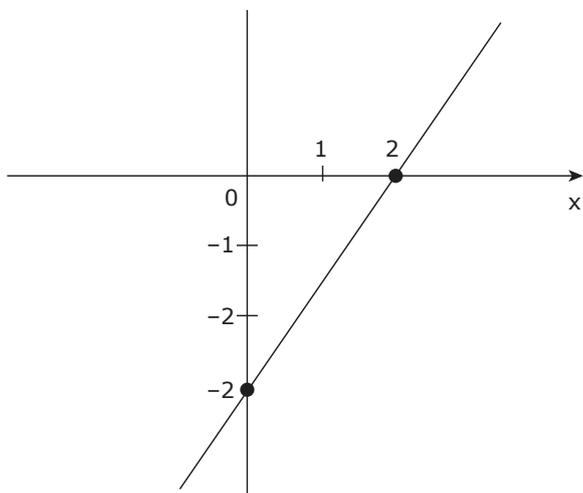
Determine o coeficiente angular e linear da função.

58 A tabela abaixo foi usada na construção do gráfico de uma função do 1º grau.

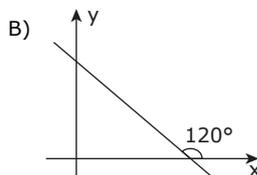
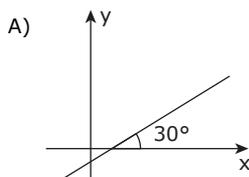
X	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

- A) Qual é o zero ou raiz da função?
- B) Qual é o ponto de intersecção da reta com eixo y ?
- C) Qual o valor da função nos pontos  $f(2)$  e  $f(-2)$  ?
- D) Escreva a função.

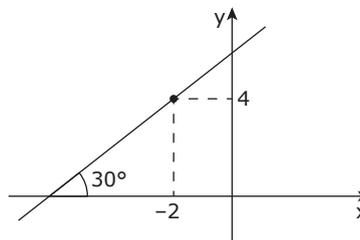
59 A partir do gráfico abaixo, escreva a função e determine o coeficiente angular e linear.



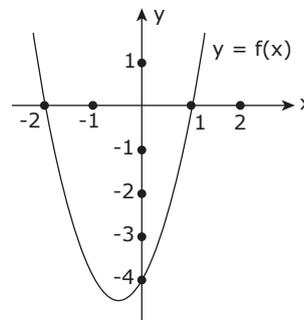
60 Determine o coeficiente angular das retas abaixo:



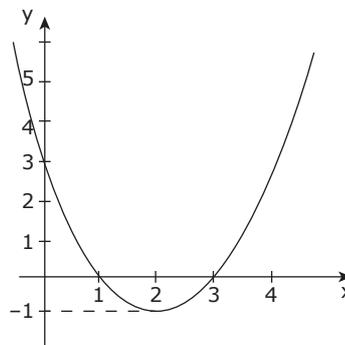
61 Determine a função associada ao gráfico abaixo.



62 Encontre a expressão que define a função quadrática  $f(x)$ , cujo gráfico está esboçado abaixo.



63 Encontre a lei que determina o gráfico abaixo.





64

Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão:  $h(t) = 3t - 3t^2$ , onde  $h$  é a altura atingida em metros.

- A) Em que instante  $t$  o grilo retorna ao solo?  
 B) Qual a altura máxima em metros atingida pelo grilo?

65

Indique o tipo de gráfico (reta, parábola ou hipérbole) das seguintes expressões físicas.

- A) Gráfico:  $d \times t$       Fórmula:  $d = vt$   
 Considere  $v$  constante.  
 B) Gráfico:  $s \times t$       Fórmula:  $s = s_0 + v_0t + \frac{1}{2}at^2$   
 Considere  $s_0$ ,  $v_0$  e  $a$  constantes.  
 C) Gráfico:  $v \times t$       Fórmula:  $v = v_0 + at$   
 Considere  $v_0$  e  $a$  constantes.  
 D) Gráfico:  $P \times T$       Fórmula:  $PV = nRT$   
 Considere  $V$ ,  $n$  e  $R$  constantes.  
 E) Gráfico:  $P \times V$       Fórmula:  $PV = nRT$   
 Considere  $n$ ,  $R$  e  $T$  constantes.  
 F) Gráfico:  $F \times a$       Fórmula:  $F = ma$   
 Considere  $m$  constantes.  
 G) Gráfico:  $F \times d$       Fórmula:  $F = \frac{GMm}{d^2}$   
 Considere  $G$ ,  $M$  e  $m$  constantes.  
 H) Gráfico:  $V \times d$       Fórmula:  $V = \frac{kQ}{d}$   
 Considere  $k$  e  $Q$  constantes.  
 I) Gráfico:  $V \times i$       Fórmula:  $V = Ri$   
 Considere  $R$  constante.  
 J) Gráfico:  $Q \times \Delta T$       Fórmula:  $Q = mc\Delta T$   
 Considere  $m$  e  $c$  constantes.  
 K) Gráfico:  $L \times \Delta T$       Fórmula:  $L = L_0 + L_0\alpha\Delta T$   
 Considere  $L_0$  e  $\alpha$  constantes.

66

Determine as grandezas físicas que podem ser obtidas a partir da área e/ou inclinação dos gráficos abaixo.

- A) Distância ( $d$ ) x Tempo ( $t$ )  
 B) Velocidade ( $v$ ) x Tempo ( $t$ )  
 C) Força ( $F$ ) x Aceleração ( $a$ )  
 D) Carga Elétrica ( $C$ ) x Tempo ( $t$ )  
 E) Corrente Elétrica ( $i$ ) x Tempo ( $t$ )  
 F) Potência ( $P$ ) x Tempo ( $t$ )  
 G) Força ( $F$ ) x Deslocamento ( $d$ )  
 H) Força ( $F$ ) x Tempo ( $t$ )

## VETORES

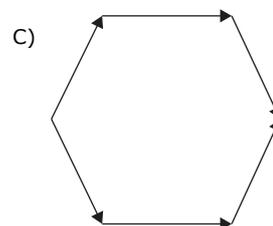
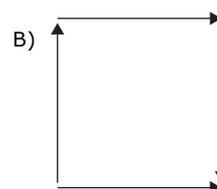
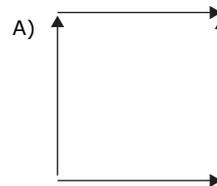
67

Coloque (V) nas grandezas vetoriais e (E) nas grandezas escalares.

- A) Massa  
 B) Temperatura  
 C) Força  
 D) Velocidade  
 E) Deslocamento  
 F) Aceleração  
 G) Área  
 H) Volume  
 I) Tempo  
 J) Energia  
 K) Comprimento  
 L) Densidade  
 M) Pressão  
 N) Carga elétrica

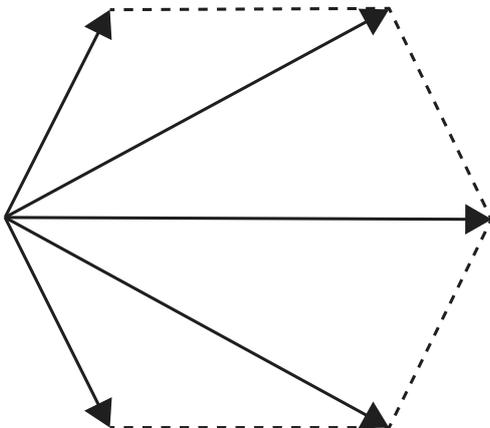
68

Determine o módulo do vetor resultante em cada um dos sistemas abaixo. Todos os vetores tem o mesmo módulo igual a 1.



69

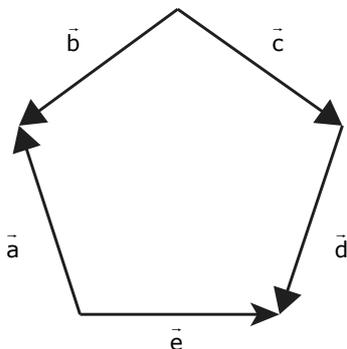
► A figura mostra um hexágono regular de lado  $a$  sobre o qual se apoiam 5 vetores. A resultante desses vetores tem módulo dado por:



- A)  $3 \cdot a \cdot \sqrt{3}$
- B)  $4 \cdot a$
- C)  $6 \cdot a$
- D)  $6 \cdot a \cdot \sqrt{3}$
- E)  $12 \cdot a$

70

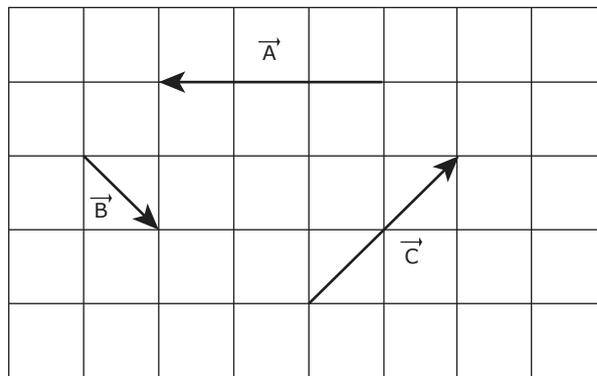
► O esquema a seguir mostra cinco vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ ,  $\vec{d}$  e  $\vec{e}$  apoiados sobre um pentágono regular. A relação vetorial que existe entre eles é:



- A)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d} + \vec{e}$
- B)  $\vec{a} + \vec{e} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$
- C)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = 0$
- D)  $\vec{a} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{e}$
- E)  $\vec{a} + \vec{e} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$

71

► (Fatec) Considere os vetores  $\vec{A}$ ,  $\vec{B}$  e  $\vec{C}$ , representados na figura em que cada quadrícula apresenta lado correspondente a uma unidade de medida.

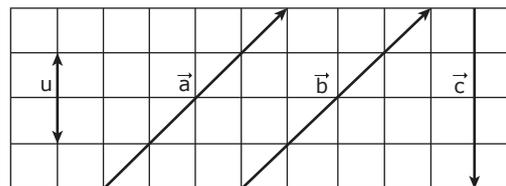


É correto afirmar que a resultante dos vetores tem módulo

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) 6

72

(Unifesp) Na figura, são dados os vetores  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  e  $\vec{c}$ .



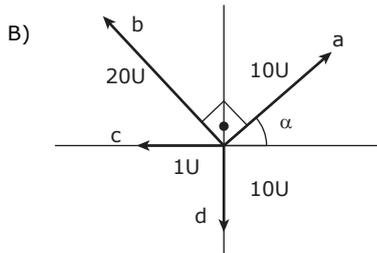
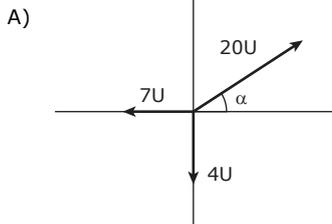
Sendo  $u$  a unidade de medida do módulo desses vetores, pode-se afirmar que o vetor  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$  tem módulo

- A)  $2u$ , e sua orientação é vertical, para cima.
- B)  $2u$ , e sua orientação é vertical, para baixo.
- C)  $4u$ , e sua orientação é horizontal, para a direita.
- D)  $2u$ , e sua orientação forma  $45^\circ$  com a horizontal, no sentido horário.
- E)  $2u$ , e sua orientação forma  $45^\circ$  com a horizontal, no sentido anti-horário.



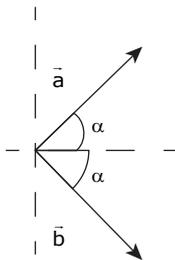
78

► Determine a resultante dos vetores nos sistemas abaixo. Considere  $\text{sen}\alpha = 0,8$  e  $\text{cos}\alpha = 0,6$ .



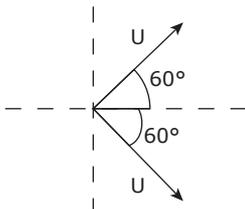
79

► Determine o vetor resultante sabendo que  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 15$  cm e  $\alpha = 30^\circ$ .



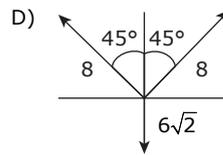
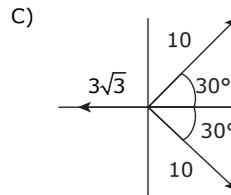
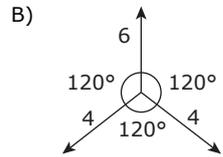
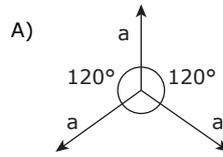
80

► Dois vetores de mesma intensidade U formam um ângulo de  $120^\circ$ . Determine a intensidade da resultante deles.



81

► Determine (mentalmente) a resultante dos vetores abaixo.



82

► Dois vetores possuem módulos iguais a 6 e 10. Assim, o módulo do vetor resultante R entre eles só pode assumir valores no intervalo:

- A)  $4 \leq R \leq 12$
- B)  $6 \leq R \leq 12$
- C)  $6 \leq R \leq 16$
- D)  $4 \leq R \leq 16$

83

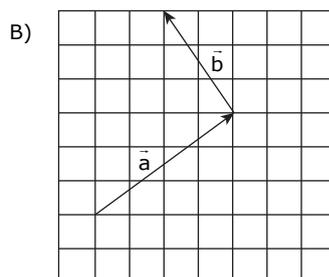
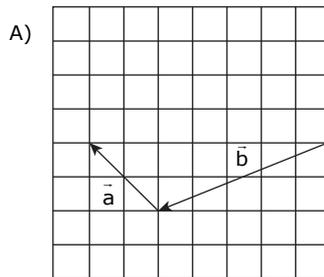
Dois vetores  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$ , de intensidades respectivamente iguais a 5 cm e 3 cm, formam entre si um ângulo de  $\alpha = 60^\circ$ . O vetor resultante da soma desses dois vetores tem módulo:

- A) 8 cm
- B) 7 cm
- C) 6 cm
- D) 9 cm
- E) 4 cm



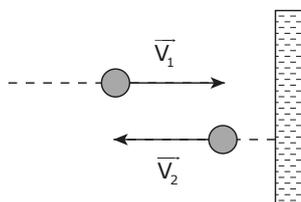
84

- Determine o módulo do vetor diferença  $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$  em cada um dos sistemas abaixo. Considere que as células são quadrados de lado 1.



85

- Suponha que uma bola que se movia horizontalmente com velocidade  $\vec{v}_1$ , de módulo 30 m/s, colide com uma parede de acordo com a figura e retorna com velocidade  $\vec{v}_2$  de módulo 20 m/s.



Colisão da bola

Qual dos vetores abaixo melhor representa a variação da velocidade vetorial  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$  da bola durante a colisão?

- A) 60 m/s  
 B) 50 m/s  
 C) 10 m/s  
 D) 10 m/s

## Gabarito

### UNIDADES DE MEDIDAS

- 01.** A)  $2,5 \times 10^5$  m I)  $4,5 \times 10^{-3}$  km  
 B)  $1,2 \times 10^{-2}$  km J)  $1 \times 10^2$   $\mu$ c  
 C)  $4,6 \times 10^3$  mm K)  $3 \times 10^7$  kg  
 D)  $3,8 \times 10^{-4}$  m L)  $1,8 \times 10^{12}$  w  
 E)  $6,0 \times 10^{-6}$  kg M)  $3,4 \times 10^{-1}$  mj  
 F)  $1,2 \times 10^{-10}$  m N)  $2,5 \times 10^9$  hz  
 G)  $8,6 \times 10^{-6}$  kg O)  $1,5 \times 10^8$  mv  
 H)  $2,0 \times 10^{-17}$  f
- 02.** A)  $1,2 \times 10^{-3}$  m<sup>2</sup> E)  $1 \times 10^1$  mm<sup>2</sup>  
 B)  $4,58 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup> F)  $1 \times 10^7$  m<sup>2</sup>  
 C)  $1,6 \times 10^8$  mm<sup>2</sup> G)  $3 \times 10^{-8}$  km<sup>2</sup>  
 D)  $1,05 \times 10^7$  mm<sup>2</sup>
- 03.** A) 3 m<sup>3</sup> I)  $5,6 \times 10^6$  l  
 B)  $1,2 \times 10^{-8}$  m<sup>3</sup> J)  $3 \times 10^4$  cm<sup>3</sup>  
 C)  $1,8 \times 10^{18}$  mm<sup>3</sup> K)  $2 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>  
 D)  $2,0 \times 10^8$  mm<sup>3</sup> L)  $2 \times 10^3$  mm<sup>3</sup>  
 E)  $1,6 \times 10^4$  mm<sup>3</sup> M)  $5 \times 10^5$  mm<sup>3</sup>  
 F)  $2,0 \times 10^{11}$  m<sup>3</sup> N)  $3,25 \times 10^{-4}$  m<sup>3</sup>  
 G)  $4 \times 10^{-11}$  km<sup>3</sup> O)  $1,2 \times 10^{-1}$  cm<sup>3</sup>  
 H) 8 l
- 04.** A) 43.200 S G) 1,5 h  
 B) 360 s H) 0,2 h  
 C) 36 h I) 75 min  
 D)  $9 \times 10^{-2}$  s J) 1200 s  
 E)  $1,8 \times 10^{-6}$  s K) 36 min  
 F)  $5 \times 10^5$  ms L) 0,25 h
- 05.** A) 0,20 Kg  
 B) 5,8 M  
 C)  $3,5 \times 10^8$  J  
 D)  $2,3 \times 10^{-5}$  Kg  
 E) 295 S  
 F) 3600 S
- 06.** A) 20 m/s  
 B) 144 km/h  
 C) 200 cm/s  
 D) 750 m/h  
 E)  $2,0 \times 10^4$  mm/s  
 F) 4,5 g/cm<sup>3</sup>  
 G)  $1 \times 10^3$  kg/m<sup>3</sup>  
 H) 2,2 g/cm<sup>3</sup>

**EQUAÇÕES**

- 07.** A)  $x = 14$                       K)  $y = -85$   
 B)  $x = 1$                           L)  $x = 20$   
 C)  $x = -4$                         M)  $s = -34$   
 D)  $x = -2$                         N)  $x = -4$   
 E)  $f = 3$                             O)  $f = 30$   
 F)  $m = 8$                         P)  $x = -4$   
 G)  $x = 15$                         Q)  $x = 3$   
 H)  $x = 7$                          R)  $x = -6$   
 I)  $t = 5$                           S)  $d = -1$   
 J)  $v = 15/16$                     T)  $x = 7/4$

- 08.** A)  $x' = 2$  e  $x'' = 3$   
 B)  $x' = -4$  e  $x'' = 2$   
 C)  $x = 2$   
 D)  $x' = 4$  e  $x'' = -3$   
 E)  $v' = 0$  e  $v'' = -1/5$   
 F)  $x' = 2$  e  $x'' = -2$   
 G)  $x' = 3$  e  $x'' = -1$   
 H)  $y = -3$   
 I)  $x' = 4$  e  $x'' = -4$

**PROPORÇÕES**

- 09.** A)  $d \propto t$ . Dobra  
 B)  $E \propto v^2$ . Aumenta 9 vezes.  
 C)  $C \propto T$ . Diminui 2 vezes.  
 D)  $F \propto 1/d^2$ . Diminui 4 vezes.  
 E)  $E \propto 1/d^2$ . Diminui 2 vezes.  
 F)  $V \propto 1/d$ . Diminui 2 vezes.  
 G)  $P \propto 1/V$ . Diminui 5 vezes.  
 H)  $P \propto 1/V^2$ . Diminui  $\sqrt{3}$  vezes.  
 I)  $U \propto T$ . Multiplicado por  $3/2$ .  
 J)  $T^2 \propto R^3$ . Aumenta  $2\sqrt{2}$  vezes.  
 K)  $F \propto q^2$ . Diminui 10 vezes.  
 L)  $T \propto \sqrt{L}$ . Aumenta  $\sqrt{2}$  vezes.  
 M)  $T \propto \sqrt{1/g}$ . Diminui  $\sqrt{2}$  vezes.  
 N)  $E \propto V$ . Aumenta 20%.  
 O)  $V \propto 1/f$ . Aumenta 3 vezes.  
 P)  $f \propto 1/T$ . Diminui 20%.  
 Q)  $m \propto 1/v$ . Aumenta 25%.

**GEOMETRIA**

- 10.** 10,2 cm  
**11.** 5640 m  
**12.** 1730,56 m<sup>2</sup>  
**13.** 11 cm  
**14.** 1,3225 cm<sup>2</sup>  
**15.** Aumenta 4 vezes ( 100 cm<sup>2</sup>).  
**16.** 64 cm<sup>2</sup> e 384 cm<sup>2</sup>  
**17.** 14 cm

- 18.** 20 m<sup>2</sup>  
**19.** 30 m<sup>2</sup>  
**20.** A) 54  
           B) 42  
**21.** 2 cm<sup>2</sup>  
**22.** 24 m<sup>2</sup>  
**23.** R\$ 8820,00  
**24.** 900 m<sup>2</sup>  
**25.** A) 36 cm<sup>2</sup>  
           B) 8 cm<sup>2</sup>  
**26.** 4/5  
**27.** 288 m  
**28.** 300 cm<sup>2</sup>  
**29.** Perímetro = 5 cm e Área = 1 cm<sup>2</sup>  
**30.** 96 cm<sup>2</sup>  
**31.** 24 m<sup>3</sup>  
**32.** 864.000 cm<sup>3</sup>  
**33.** 1200 cm<sup>2</sup>  
**34.** 1,5 m<sup>3</sup>  
**35.** A) 180°                            C) 45°  
           B) 60°                            D) 30°  
   E) 135°  
**36.** A)  $\pi/6$                             D)  $\pi/12$   
           B)  $5\pi/3$                         E)  $6\pi$   
           C)  $\pi/9$

**TRIGONOMETRIA**

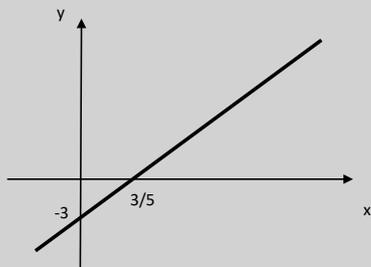
- 37.** A)  $x = 4$                             C)  $x = 3$   
           B)  $x = 3$                             D)  $x = 3$   
**38.**  $x = 24$  e  $y = 12$   
**39.** A)  $\text{sen}\alpha = 3/5$ ;  $\text{cos}\alpha = 4/5$ ;  $\text{tg}\alpha = 3/4$   
           B)  $\text{sen}\alpha = 8/17$ ;  $\text{cos}\alpha = 15/17$ ;  $\text{tg}\alpha = 8/15$   
**40.** A)  $x = 1$  e  $y = 2\sqrt{15}$   
           B)  $x = 1$  e  $y = 3\sqrt{10}$   
           C)  $x = 15$  e  $y = 9$   
**41.** A)  $x = 4\sqrt{3}$   
           B)  $x = 5$   
           C)  $x = 6$   
**42.**  $AD = 2\sqrt{2}$  e  $BD = 2\sqrt{3} + 2$   
**43.**  $CD = 9\sqrt{2}$  e  $BD = 9(\sqrt{3} - 1)$   
**44.**  $AB = 6$  cm e  $AD = 6\sqrt{3}$  cm  
**45.** Letra B  
**46.** Letra C  
**47.** A)  $x = \sqrt{21}$   
           B)  $x = 4$   
           C)  $x = 2\sqrt{10}$   
           D)  $x = 2\sqrt{7}$   
           E)  $x = 3\sqrt{2}$



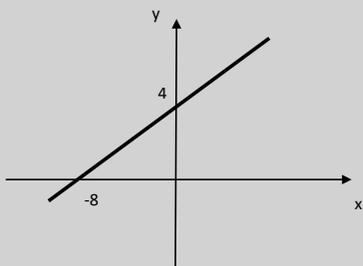
48. A)  $x = 5$                       F)  $x = 24$   
 B)  $x = 12$                       G)  $x = 20$   
 C)  $x = \sqrt{7}$                       H)  $x = 2\sqrt{29}$   
 D)  $x = 3\sqrt{3}$                     I)  $x = 9$   
 E)  $x = 12$

## GRÁFICOS E FUNÇÕES

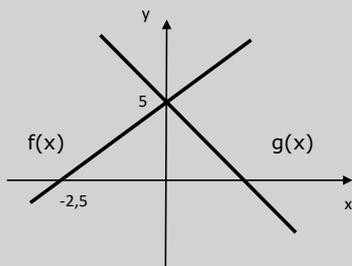
49.  $f(1) = 1$   
 50.  $f(x) = 1/2$   
 51. A)  $f(x) = 3x + 2$   
 B)  $f(x) = -2x + 5$   
 C)  $f(x) = 3x + 2$   
 52.  $f(x) = 9x - 45$  e  $f(16) = 99$   
 53. A) Crescente  
 B)  $3/5$   
 C)  $-3$   
 D)



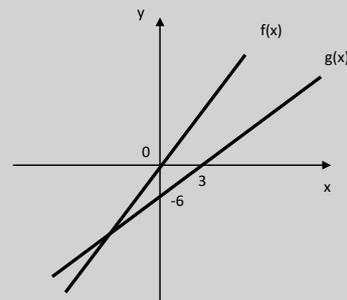
54. A) Crescente  
 B)  $-8$   
 C)



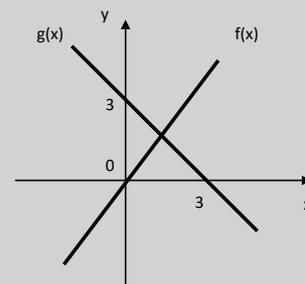
- D)  $f(-1) = 3,5$   
 55. A)  $(0,5)$



- B)  $(-2, -10)$



- C)  $(3/5, 12/5)$



56.  $a = -3/5$  e  $b = 3$   
 57.  $a = 3/2$  e  $b = 3$   
 58. A) 1  
 B) 1  
 C)  $f(2) = -1$  e  $f(-2) = 3$   
 D)  $f(x) = -x + 1$   
 59.  $f(x) = x - 2$  com  $a = 1$  e  $b = -2$   
 60. A)  $\sqrt{3} / 3$   
 B)  $-\sqrt{3}$   
 61.  $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{2\sqrt{3}}{3} + 4$   
 62.  $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$   
 63.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$   
 64. A)  $t = 1$  s  
 B) 0,75 m  
 65. A) Reta                              F) Reta  
 B) Parábola                        G) Hipérbole  
 C) Reta                                H) Hipérbole  
 D) Reta                                I) Reta  
 E) Hipérbole                        J) Reta  
     K) Reta  
 66. A) Inclinação = velocidade  
 B) Inclinação = aceleração e área = deslocamento  
 C) Inclinação = massa  
 D) Inclinação = corrente elétrica  
 E) Área = carga elétrica  
 F) Área = Energia  
 G) Área = Trabalho  
 H) Área = Impulso

**VETORES**

67. A) E                      H) E  
 B) E                      I) E  
 C) V                      J) E  
 D) V                      K) E  
 E) V                      L) E  
 F) V                      M) V  
 G) E                      N) E

68. A)  $2\sqrt{2}$   
 B) 2  
 C) 4

69. Letra C

70. Letra D

71. Letra A

72. Letra B

73. Letra E

74. Letra C

75. Letra D

76. Letra D

77. Letra A

78. A) 13U

B)  $\sqrt{221}U$

79.  $15\sqrt{3}$

80. U

81. A) zero

B) 2

C)  $7\sqrt{3}$

D)  $2\sqrt{2}$

82. Letra D

83. Letra B

84. A) 5

B) 6

85. Letra B

**Anotações**



