MATEMÁTICA

FRENTE A | MÓDULO 20

Probabilidades I

INTRODUÇÃO

Há dois tipos de fenômenos que são objeto de estudo científico: os fenômenos **determinísticos** e os fenômenos **aleatórios**.

Em um fenômeno determinístico, os resultados dos experimentos correspondentes podem ser determinados de antemão. Conhecemos as leis que os governam a ponto de afirmarmos que tais experimentos, repetidos nas mesmas condições, vão produzir resultados idênticos. Podemos, por exemplo, descrever o movimento de um corpo em queda livre, determinando o tempo gasto para atingir o solo.

Já em um fenômeno aleatório, os experimentos correspondentes, repetidos nas mesmas condições, não necessariamente produzem os mesmos resultados. Apesar de não sabermos com exatidão qual resultado será obtido, geralmente somos capazes de descrever o conjunto de todos os resultados possíveis para esses experimentos. A seguir, dizemos que um desses possíveis resultados apresenta uma determinada "chance" de ocorrer. Essa "chance" é denominada **probabilidade de ocorrência de um evento**. Como exemplo, temos o experimento "lançar uma moeda e observar a face superior". A probabilidade de obtermos "cara" na face superior é igual a $\frac{1}{2}$, ou seja, 50%.

EXPERIMENTO ALEATÓRIO

É todo experimento que pode ser feito nas mesmas condições sem previsão de resultado finalístico.

Exemplos:

1º) Lançar um dado e observar o número obtido na face superior.

2º) Sortear uma das bolas numeradas de uma urna.

3º) Retirar duas cartas de um baralho e observar os seus naipes.

ESPAÇO AMOSTRAL

É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório, que será indicado por **E**. Denotamos por n(E) o número de elementos do espaço amostral.

Exemplos:

1º) Experimento: lançar uma moeda e observar a face superior.

$$E = \{\text{cara, coroa}\} \text{ e } n(E) = 2$$

2º) Experimento: lançar simultaneamente duas moedas e observar as faces superiores obtidas.
Indicamos cara por **C** e coroa por **K**.

Assim, temos $E = \{(C, C), (C, K), (K, C), (K, K)\}$ e $n(E) = 4$.

Podemos utilizar o Princípio Fundamental da Contagem na obtenção de n(E), como segue:

$$\begin{array}{ccc} & \text{Moeda 1} \quad \text{e} \quad \text{Moeda 2} \\ & \downarrow \qquad\qquad\quad \downarrow \\ n(E) = & 2 \text{ possibilidades} \;.\; 2 \text{ possibilidades} \Rightarrow \end{array}$$

$n(E) = 4$ resultados possíveis

3º) Experimento: lançar simultaneamente dois dados e observar as faces superiores obtidas.

Seja cada parênteses um experimento, no qual o primeiro valor foi obtido no primeiro dado, e o segundo valor, obtido no segundo dado. Assim, temos:

$$E = \begin{Bmatrix} (1, 1), & (1, 2), & (1, 3), & (1, 4), & (1, 5), & (1, 6) \\ (2, 1), & (2, 2), & (2, 3), & (2, 4), & (2, 5), & (2, 6) \\ (3, 1), & (3, 2), & (3, 3), & (3, 4), & (3, 5), & (3, 6) \\ (4, 1), & (4, 2), & (4, 3), & (4, 4), & (4, 5), & (4, 6) \\ (5, 1), & (5, 2), & (5, 3), & (5, 4), & (5, 5), & (5, 6) \\ (6, 1), & (6, 2), & (6, 3), & (6, 4), & (6, 5), & (6, 6) \end{Bmatrix}$$

$n(E) = 36$

Utilizando o Princípio Fundamental da Contagem, temos:

$$\begin{array}{ccc} & \text{Dado 1} \quad \text{e} \quad \text{Dado 2} \\ & \downarrow \qquad\qquad\quad \downarrow \\ n(E) = & 6 \text{ possibilidades} \;.\; 6 \text{ possibilidades} \Rightarrow \end{array}$$

$n(E) = 36$ resultados possíveis

4º) Experimento: sortear uma comissão de 3 alunos entre 10 alunos de uma turma.
Descrever tal espaço amostral é trabalhoso. Portanto, vamos determinar apenas n(E). Temos que o total de comissões de 3 alunos é dado por:

$$n(E) = C_{10,\,3} = \frac{10!}{7!\,.\,3!} = 120 \text{ comissões}$$

EVENTO

Chama-se de evento qualquer subconjunto do espaço amostral.

Exemplos:

1º) Evento **A**: No lançamento de um dado, obter um número ímpar.

$A = \{1; 3; 5\}$

$n(A) = 3$

2º) Evento **B**: No lançamento simultâneo de dois dados distinguíveis, obter soma das faces igual a 7.

$B = \{(1, 6), (6, 1), (2, 5), (5, 2), (3, 4), (4, 3)\}$

$n(B) = 6$

EVENTO COMPLEMENTAR

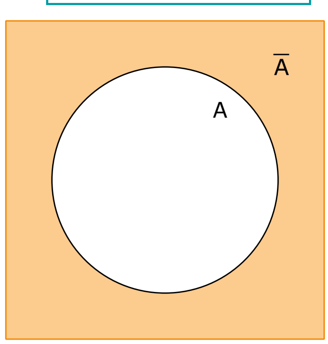
Sejam **E** um espaço amostral finito e não vazio e **A** um evento de **E**. Chama-se de evento complementar do evento **A** aquele formado pelos resultados que não fazem parte do evento **A** (indicamos por $\overline{A}$).

Como exemplo, sendo $A = \{1; 3; 5\}$ o evento "sair um número ímpar no lançamento de um dado", temos:

$$\overline{A} = \{2; 4; 6\}$$

Esquematicamente:

$$\boxed{n(A) + n(\overline{A}) = n(E)}$$



ESPAÇO AMOSTRAL EQUIPROVÁVEL

Chamamos de espaço amostral equiprovável aquele cujos resultados apresentam a mesma chance de ocorrerem. Em termos de frequências relativas, supomos que, ao aumentarmos indefinidamente o número de experimentos, os diferentes resultados tendem a aparecer na mesma frequência.

PROBABILIDADE DE OCORRÊNCIA DE UM EVENTO

Consideremos um experimento aleatório com espaço amostral equiprovável **E**, com n(E) elementos. Seja **A** um determinado evento de **E** com n(A) elementos.

A probabilidade de ocorrência do evento **A** é dada por:

$$\boxed{P(A) = \frac{n(A)}{n(E)}}$$

Exemplo:

No lançamento simultâneo de dois dados distinguíveis, qual é a probabilidade de obtermos uma soma das faces igual a 10?

Temos $n(E) = 6 \cdot 6 = 36$.

Seja **A** o evento de **E** "obter uma soma igual a 10".

$A = \{(4, 6), (6, 4), (5, 5)\}$ e $n(A) = 3$

$P(A) = \dfrac{n(A)}{n(E)} = \dfrac{3}{36} = \dfrac{1}{12}$ ou, aproximadamente, 8,3%.

Propriedades

i) $P(U) = 1$

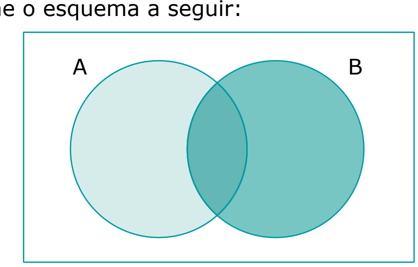
ii) $P(\varnothing) = 0$

iii) $0 \leq P(A) \leq 1$

iv) $P(A) + P(\overline{A}) = 1$

ADIÇÃO DE PROBABILIDADES

Sejam **A** e **B** dois eventos de um espaço amostral **E**, conforme o esquema a seguir:



Sabemos que o número de elementos da união de dois conjuntos **A** e **B** é dado por:

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

Dividindo os dois membros por n(E), temos:

$$\frac{n(A \cup B)}{n(E)} = \frac{n(A)}{n(E)} + \frac{n(B)}{n(E)} - \frac{n(A \cap B)}{n(E)}$$

Ou seja:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$$

OBSERVAÇÃO

Se $A \cap B = \varnothing$, dizemos que **A** e **B** são **mutuamente exclusivos.**

Assim, $P(A \cap B) = 0$.

Logo, para eventos mutuamente exclusivos, temos:

$$\boxed{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$$

EXERCÍCIOS DE APRENDIZAGEM

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. (UFRGS-RS–2020) Um jogador, ao marcar números em um cartão de aposta, como o representado na figura a seguir, decidiu utilizar apenas seis números primos.

[01]	[02]	[03]	[04]	[05]	[06]	[07]	[08]	[09]	[10]
[11]	[12]	[13]	[14]	[15]	[16]	[17]	[18]	[19]	[20]
[21]	[22]	[23]	[24]	[25]	[26]	[27]	[28]	[29]	[30]
[31]	[32]	[33]	[34]	[35]	[36]	[37]	[38]	[39]	[40]
[41]	[42]	[43]	[44]	[45]	[46]	[47]	[48]	[49]	[50]
[51]	[52]	[53]	[54]	[55]	[56]	[57]	[58]	[59]	[60]

A probabilidade de que os seis números sorteados no cartão premiado sejam todos números primos é:

A) $\frac{C_{17,6}}{C_{60,6}}$

B) $\frac{1}{C_{60,6}}$

C) $\frac{C_{60,6}}{C_{17,6}}$

D) $\frac{A_{17,6}}{A_{60,6}}$

E) $\frac{A_{60,6}}{A_{17,6}}$

02. (PUC RS) Dois dados são jogados simultaneamente. A probabilidade de se obter soma igual a 10 nas faces de cima é

A) $\frac{1}{18}$.

B) $\frac{1}{12}$.

C) $\frac{1}{10}$.

D) $\frac{1}{6}$.

E) $\frac{1}{5}$.

03. U1VM (FMP-RJ–2017) Um grupo é formado por três homens e duas mulheres. Foram escolhidas, ao acaso, três pessoas desse grupo. Qual é a probabilidade de as duas mulheres do grupo estarem entre as três pessoas escolhidas?

A) $\frac{3}{10}$

B) $\frac{1}{10}$

C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{2}{3}$

E) $\frac{1}{3}$

04. 76CX (UNISC-RS) Dentre um grupo formado por 2 engenheiros e 4 matemáticos, três pessoas são escolhidas ao acaso. A probabilidade de que sejam escolhidos um engenheiro e dois matemáticos é de

A) 25%.

B) 35%.

C) 39%.

D) 50%.

E) 60%.

05. PVFH (PUC Rio) Sejam os conjuntos A = {1, 2, 3, 4} e B = {8, 9, 10}. Escolhendo-se ao acaso um elemento de **A** e um elemento de **B**, a probabilidade de que a soma dos dois números escolhidos seja um número ímpar é

A) $\frac{1}{2}$.

B) $\frac{3}{5}$.

C) $\frac{12}{25}$.

D) $\frac{6}{25}$.

E) $\frac{7}{10}$.

06. MHE1 (UEPA) Uma empresa realizou uma pesquisa com 300 candidatos sobre os fatores de risco de um infarto agudo do miocárdio (IAM) ou enfarte agudo do miocárdio (EAM). Foi observado que 20% dessas pessoas possuíam esses fatores de risco. A probabilidade de essa empresa contratar ao acaso dois candidatos do grupo pesquisado e eles apresentarem esses fatores de risco é

A) $\frac{60}{1\,597}$.

B) $\frac{59}{1\,495}$.

C) $\frac{69}{1\,695}$.

D) $\frac{74}{1\,797}$.

E) $\frac{77}{1\,898}$.

07. KXTJ (Unisinos-RS) Em uma gaveta, há 12 meias brancas e 8 meias cinzas. Retiram-se duas meias, sem reposição. Qual a probabilidade de as duas meias que foram retiradas serem de cores diferentes?

A) $\frac{1}{4}$

B) $\frac{24}{95}$

C) $\frac{10}{17}$

D) $\frac{1}{2}$

E) $\frac{48}{95}$

08. 3LGN (UPE) Um cadeado está protegido pela combinação dos números em três cilindros numerados de 0 a 9 cada um, conforme a figura a seguir. Qual é a probabilidade de, numa única tentativa, se acertar uma senha formada apenas por números primos?

A) 6,0%

B) 6,4%

C) 7,2%

D) 7,8%

E) 8,0%

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

RESOLUÇÕES NO Bernoulli Play

01. DZ07 (UNIFESP–2018) Em uma classe de 16 alunos, todos são fluentes em português. Com relação à fluência em línguas estrangeiras, 2 são fluentes em francês e inglês, 6 são fluentes apenas em inglês e 3 são fluentes apenas em francês.

A) Dessa classe, quantos grupos compostos por 2 alunos podem ser formados sem alunos fluentes em francês?

B) Sorteando ao acaso 2 alunos dessa classe, qual é a probabilidade de que ao menos um deles seja fluente em inglês?

02. (IFCE–2020) Foi feita uma pesquisa entre 500 alunos do IFPE campus Barreiros sobre a preferência por um novo curso Superior. Os votos foram agrupados no quadro a seguir:

Curso de preferência	Número de votos
Zootecnia	137
Medicina Veterinária	192
Engenharia Agrícola	152
Zootecnia e Medicina Veterinária	80
Medicina Veterinária e Engenharia Agrícola	88
Engenharia Agrícola e Zootecnia	62
Os três cursos	28
Nenhum dos três cursos	19

Considerando que os estudantes poderiam votar em uma ou mais opções, se escolhermos, ao acaso, uma das pessoas que participou dessa pesquisa, qual a probabilidade de ela ter votado em somente um curso?

A) 43%

B) 96,2%

C) 10,5%

D) 21%

E) 15%

03. SEON (ESPM-SP) Num programa de televisão, cada um dos dois competidores retira um cartão de uma urna contendo 50 cartões numerados de 1 a 50. Em seguida, o apresentador retira um dos 48 cartões restantes. O prêmio será dado ao competidor cujo número mais se aproxima do número do apresentador. Se Ana tirou o número 8 e Pedro tirou o 31, a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é

A) 22,5%.
B) 27%.
C) 33,5%.
D) 37,5%.
E) 42%.

04. (UFRGS-RS) No jogo de xadrez, cada jogador movimenta as peças de uma cor: brancas ou pretas. Cada jogador dispõe de oito peões, duas torres, dois cavalos, dois bispos, um rei e uma rainha. Escolhendo ao acaso duas peças pretas, a probabilidade de escolher dois peões é de

A) $\frac{7}{30}$.
B) $\frac{7}{20}$.
C) $\frac{7}{15}$.
D) $\frac{14}{15}$.
E) $\frac{14}{9}$.

05. 185A (UFPE) Escolhendo aleatoriamente um dos anagramas da palavra COVEST, qual a probabilidade de suas primeira e última letras serem consoantes?

A) $\frac{1}{5}$
B) $\frac{2}{5}$
C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{4}{7}$
E) $\frac{5}{7}$

06. 61IK (ESPM-SP) Apenas 40% dos hóspedes de um hotel de São Paulo são estrangeiros, sendo que 70% deles são ingleses e os demais franceses. Sabe-se que 25% dos franceses e 50% dos ingleses falam português. Escolhendo-se, ao acaso, um dos hóspedes desse hotel, a probabilidade de que ele fale português é

A) 65%.
B) 72%.
C) 68%.
D) 77%.
E) 82%.

07. K56H (PUC Rio) Em uma urna, existem 10 bolinhas de cores diferentes, das quais sete têm massa de 300 gramas e as outras três têm massa de 200 gramas cada. Serão retiradas 3 bolinhas, sem reposição. A probabilidade de que as 3 bolinhas retiradas sejam as mais leves é de

A) $\frac{1}{120}$.
B) $\frac{3}{10}$.
C) $\frac{3}{5}$.
D) $\frac{1}{30}$.
E) $\frac{3}{50}$.

08. JEOK (Albert Einstein) Em uma urna vazia foram colocadas fichas iguais, em cada uma das quais foi escrito apenas um dos anagramas da palavra HOSPITAL. A probabilidade de que, ao sortear-se uma única ficha dessa urna, no anagrama nela marcado as letras inicial e final sejam ambas consoantes é

A) $\frac{5}{14}$.
B) $\frac{3}{7}$.
C) $\frac{4}{7}$.
D) $\frac{9}{14}$.

09. ZS4M (Unesp) Um dado convencional e uma moeda, ambos não viciados, serão lançados simultaneamente. Uma das faces da moeda está marcada com o número 3, e a outra com o número 6. A probabilidade de que a média aritmética entre o número obtido da face do dado e o da face da moeda esteja entre 2 e 4 é igual a

A) $\frac{1}{3}$.
B) $\frac{2}{3}$.
C) $\frac{1}{2}$.
D) $\frac{3}{4}$.
E) $\frac{1}{4}$.

10. (UNISC-RS) O pelotão de elite da prova final de uma maratona é composto por corredores que representam 3 equipes. As equipes **A**, **B** e **C** possuem, respectivamente, 9, 5 e 6 atletas classificados. Se todos os participantes têm a mesma chance de vencer a corrida, então a probabilidade (expressa percentualmente) de as medalhas de ouro, prata e bronze serem entregues a uma mesma equipe está no intervalo:

A) [0, 10[
B) [10, 12[
C) [12, 14[
D) [14, 20[
E) [20, 100[

11. TJ5M (UPE) Nove cartões, com os números de 11 a 19 escritos em um dos seus versos, foram embaralhados e postos um sobre o outro de forma que as faces numeradas ficaram para baixo. A probabilidade de, na disposição final, os cartões ficarem alternados entre pares e ímpares é de

A) $\frac{1}{126}$.
B) $\frac{1}{140}$.
C) $\frac{1}{154}$.
D) $\frac{2}{135}$.

12. 2DM9 (UFTM-MG) Em certo jogo de perguntas e respostas, o jogador ganha 3 pontos a cada resposta correta e perde 5 pontos a cada resposta errada. Paulo respondeu 30 perguntas e obteve um total de 50 pontos. Selecionando-se aleatoriamente uma das perguntas feitas a Paulo, a probabilidade de que ela seja uma das que tiveram resposta incorreta é de

A) $\frac{2}{5}$.
B) $\frac{1}{3}$.
C) $\frac{2}{7}$.
D) $\frac{1}{6}$.
E) $\frac{1}{8}$.

13. (UEL–2020) Um estudante decide pôr à prova a frase "vida é código e combinação". Sabendo que os indivíduos de uma determinada espécie apresentam um DNA com exatos 150 milhões de bases nitrogenadas em cada cadeia, o estudante cria um programa para gerar, aleatoriamente, uma sequência de 150 milhões de letras que serão sorteadas honestamente dentre A, C, G e T.

Fixada uma cadeia do DNA de um determinado indivíduo desta espécie, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a probabilidade de esse programa gerar uma sequência que represente essa cadeia do DNA.

A) $2^{-3 \,.\, 10^7}$
B) $2^{-3 \,.\, 10^8}$
C) $4^{-3 \,.\, 10^8}$
D) $60^{-1} \,.\, 10^{-7}$
E) $60^{-1} \,.\, 10^{-8}$

14. 7JJQ (Mackenzie-SP) Antônio, José, Pedro, Maria e Renata foram comemorar o aniversário de Antônio em uma churrascaria da cidade. O garçom que os recebeu acomodou-os prontamente em uma mesa redonda para 5 pessoas e, assim que todos se sentaram, Antônio percebeu que, sem querer, haviam sentado em volta da mesa por ordem de idade, isto é, a partir do segundo mais novo até o mais velho, cada um tinha como vizinho do mesmo lado, o colega imediatamente mais novo. A probabilidade de isso ocorrer se os cinco amigos sentassem aleatoriamente é

A) $\frac{1}{2}$.
B) $\frac{1}{4}$.
C) $\frac{1}{6}$.
D) $\frac{1}{12}$.
E) $\frac{1}{24}$.

15. IOTT (FUVEST-SP) Considere todos os pares ordenados de números naturais (a, b), em que $11 \leq a \leq 22$ e $43 \leq b \leq 51$. Cada um desses pares ordenados está escrito em um cartão diferente. Sorteando-se um desses cartões ao acaso, qual é a probabilidade de que se obtenha um par ordenado (a, b) de tal forma que a fração $\frac{a}{b}$ seja irredutível e com denominador par?

A) $\frac{7}{27}$
B) $\frac{13}{54}$
C) $\frac{6}{27}$
D) $\frac{11}{54}$
E) $\frac{5}{27}$

16. (Unicamp-SP) Uma urna contém 50 bolas que se distinguem apenas pelas seguintes características:

I. **x** delas são brancas e numeradas sequencialmente com os números naturais de 1 a **x**.
II. x + 1 delas são azuis e numeradas sequencialmente com os números naturais de 1 a x + 1.
III. x + 2 delas são amarelas e numeradas sequencialmente com os números naturais de 1 a x + 2.
IV. x + 3 delas são verdes e numeradas sequencialmente de 1 a x + 3.

A) Qual é o valor numérico de **x**?

B) Qual a probabilidade de ser retirada, ao acaso, uma bola azul ou uma bola com o número 12?

SEÇÃO ENEM

01. (Enem–2020) O Estatuto do Idoso, no Brasil, prevê certos direitos às pessoas com idade avançada, concedendo a estas, entre outros benefícios, a restituição de imposto de renda antes dos demais contribuintes. A tabela informa os nomes e as idades de 12 idosos que aguardam suas restituições de imposto de renda. Considere que, entre os idosos, a restituição seja concedida em ordem decrescente de idade e que, em subgrupos de pessoas com a mesma idade, a ordem seja decidida por sorteio.

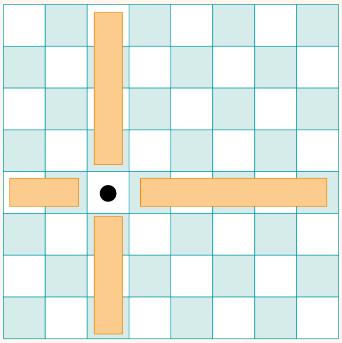
Nome	Idade (em ano)
Orlando	89
Gustavo	86
Luana	86
Teresa	85
Márcia	84
Roberto	82
Heloisa	75
Marisa	75
Pedro	75
João	75
Antônio	72
Fernanda	70

Nessas condições, a probabilidade de João ser a sétima pessoa do grupo a receber sua restituição é igual a:

A) $\frac{1}{12}$
B) $\frac{7}{12}$
C) $\frac{1}{8}$
D) $\frac{5}{6}$
E) $\frac{1}{4}$

MATEMÁTICA

02. (Enem–2018) Um *designer* de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão n × n, com n ≥ 2, no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão 8 × 8.



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a $\frac{1}{5}$.

A dimensão mínima que o *designer* deve adotar para esse tabuleiro é

A) 4 × 4.
B) 6 × 6.
C) 9 × 9.
D) 10 × 10.
E) 11 × 11.

03. (Enem–2017) Um projeto para incentivar a reciclagem de lixo de um condomínio conta com a participação de um grupo de moradores, entre crianças, adolescentes e adultos, conforme dados do quadro.

Participantes	Número de pessoas
Crianças	x
Adolescentes	5
Adultos	10

Uma pessoa desse grupo foi escolhida aleatoriamente para falar do projeto. Sabe-se que a probabilidade de a pessoa escolhida ser uma criança é igual a dois terços.

Diante disso, o número de crianças que participa desse projeto é

A) 6.
B) 9.
C) 10.
D) 30.
E) 45.

04. (Enem) Em uma central de atendimento, cem pessoas receberam senhas numeradas de 1 até 100. Uma das senhas é sorteada ao acaso.

Qual é a probabilidade de a senha sorteada ser um número de 1 a 20?

A) $\frac{1}{100}$
B) $\frac{19}{100}$
C) $\frac{20}{100}$
D) $\frac{21}{100}$
E) $\frac{80}{100}$

05. (Enem) Uma competição esportiva envolveu 20 equipes com 10 atletas cada. Uma denúncia à organização dizia que um dos atletas havia utilizado substância proibida. Os organizadores, então, decidiram fazer um exame *antidoping*. Foram propostos três modos diferentes para escolher os atletas que iriam realizá-lo:

Modo I: sortear três atletas dentre todos os participantes;

Modo II: sortear primeiro uma das equipes e, desta, sortear três atletas;

Modo III: sortear primeiro três equipes e, então, sortear um atleta de cada uma dessas três equipes.

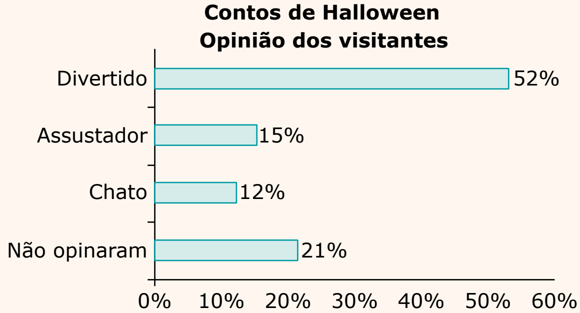
Considere que todos os atletas têm igual probabilidade de serem sorteados e que P(I), P(II) e P(III) sejam as probabilidades de que o atleta que utilizou a substância proibida seja um dos escolhidos para o exame no caso do sorteio ser feito pelo modo I, II ou III.

Comparando-se essas probabilidades, obtêm-se:

A) P(I) < P(III) < P(II)
B) P(II) < P(I) < P(III)
C) P(I) < P(II) = P(III)
D) P(I) = P(II) < P(III)
E) P(I) = P(II) = P(III)

06. (Enem) Em um *blog* de variedades, músicas, mantras e informações diversas, foram postados "Contos de Halloween". Após a leitura, os visitantes poderiam opinar, assinalando suas reações em "Divertido", "Assustador" ou "Chato". Ao final de uma semana, o blog registrou que 500 visitantes distintos acessaram esta postagem.

O gráfico a seguir apresenta o resultado da enquete.



O administrador do *blog* vai sortear um livro entre os visitantes que opinaram na postagem "Contos de Halloween". Sabendo que nenhum visitante votou mais de uma vez, a probabilidade de uma pessoa escolhida ao acaso entre as que opinaram ter assinalado que o conto "Contos de Halloween" é "Chato" é mais aproximada por

A) 0,09.
B) 0,12.
C) 0,14.
D) 0,15.
E) 0,18.

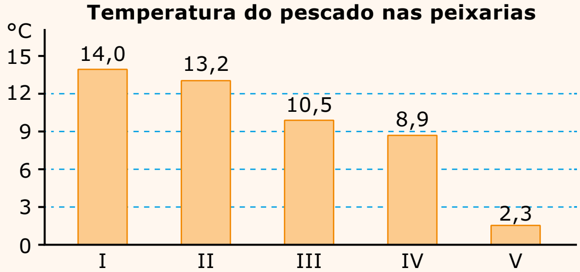
07. (Enem) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente. José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é

A) Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.
B) José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.
C) José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.
D) José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.
E) Paulo, já que sua soma é a menor de todas.

08. (Enem)

Temperatura do pescado nas peixarias



Associação Brasileira de Defesa do Consumidor (Adaptação).

Uma das principais causas da degradação de peixes frescos é a contaminação por bactérias. O gráfico apresenta resultados de um estudo acerca da temperatura de peixes frescos vendidos em cinco peixarias. O ideal é que esses peixes sejam vendidos com temperaturas entre 2 °C e 4 °C. Selecionando-se aleatoriamente uma das cinco peixarias pesquisadas, a probabilidade de ela vender peixes frescos na condição ideal é igual a

A) $\frac{1}{2}$.
B) $\frac{1}{3}$.
C) $\frac{1}{4}$.
D) $\frac{1}{5}$.
E) $\frac{1}{6}$.

09. (Enem) A tabela a seguir indica a posição relativa de quatro times de futebol na classificação geral de um torneio, em dois anos consecutivos. O símbolo • significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2004, à frente do indicado na coluna. O símbolo * significa que o time indicado na linha ficou, no ano de 2005, à frente do indicado na coluna.

	A	B	C	D
A				*
B	• *		•	• *
C	• *	*		*
D	•		•	

A probabilidade de que um desses quatro times, escolhido ao acaso, tenha obtido a mesma classificação no torneio, em 2004 e 2005, é igual a

A) 0,00.
B) 0,25.
C) 0,50.
D) 0,75.
E) 1,00.

10. (Enem) Um time de futebol amador ganhou uma taça ao vencer um campeonato. Os jogadores decidiram que o prêmio seria guardado na casa de um deles. Todos quiseram guardar a taça em suas casas. Na discussão para se decidir com quem ficaria o troféu, travou-se o seguinte diálogo:

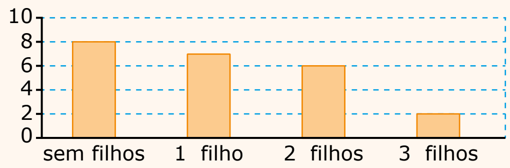
Pedro, camisa 6: – Tive uma ideia. Nós somos 11 jogadores e nossas camisas estão numeradas de 2 a 12. Tenho dois dados com as faces numeradas de 1 a 6. Se eu jogar os dois dados, a soma dos números das faces que ficarem para cima pode variar de 2 (1 + 1) até 12 (6 + 6). Vamos jogar os dados, e quem tiver a camisa com o número do resultado vai guardar a taça. Tadeu, camisa 2: – Não sei não... Pedro sempre foi muito esperto... Acho que ele está levando alguma vantagem nessa proposta... Ricardo, camisa 12: – Pensando bem... Você pode estar certo, pois, conhecendo o Pedro, é capaz que ele tenha mais chances de ganhar que nós dois juntos...

Desse diálogo, conclui-se que

A) Tadeu e Ricardo estavam equivocados, pois a probabilidade de ganhar a guarda da taça era a mesma para todos.
B) Tadeu tinha razão e Ricardo estava equivocado, pois, juntos, tinham mais chances de ganhar a guarda da taça do que Pedro.
C) Tadeu tinha razão e Ricardo estava equivocado, pois, juntos, tinham a mesma chance que Pedro de ganhar a guarda da taça.
D) Tadeu e Ricardo tinham razão, pois os dois juntos tinham menos chances de ganhar a guarda da taça do que Pedro.
E) não é possível saber qual dos jogadores tinha razão, por se tratar de um resultado probabilístico, que depende exclusivamente da sorte.

MATEMÁTICA

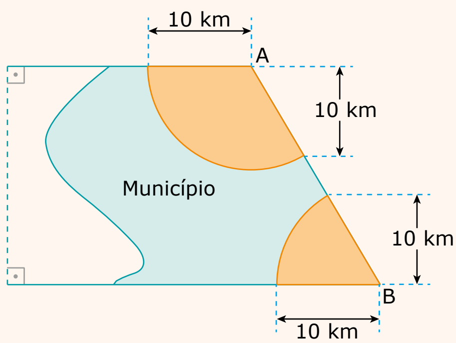
11. (Enem) As 23 ex-alunas de uma turma que completou o Ensino Médio há 10 anos se encontraram em uma reunião comemorativa. Várias delas haviam se casado e tido filhos. A distribuição das mulheres, de acordo com a quantidade de filhos, é mostrada no gráfico a seguir:



Um prêmio foi sorteado entre todos os filhos dessas ex-alunas. A probabilidade de que a criança premiada tenha sido um(a) filho(a) único(a) é

A) $\frac{1}{3}$.
B) $\frac{1}{4}$.
C) $\frac{7}{15}$.
D) $\frac{7}{23}$.
E) $\frac{7}{25}$.

12. (Enem) Um município de 628 km² é atendido por duas emissoras de rádio cujas antenas **A** e **B** alcançam um raio de 10 km do município, conforme mostra a figura.



Para orçar um contrato publicitário, uma agência precisa avaliar a probabilidade que um morador tem de, circulando livremente pelo município, encontrar-se na área de alcance de pelo menos uma das emissoras. Essa probabilidade é de, aproximadamente,

A) 20%.
B) 25%.
C) 30%.
D) 35%.
E) 40%.

SEÇÃO FUVEST / UNICAMP / UNESP

GABARITO

Meu aproveitamento

Aprendizagem

Acertei ______ Errei ______

- 01. A
- 02. B
- 03. A
- 04. E
- 05. A
- 06. B
- 07. E
- 08. B

Propostos

Acertei ______ Errei ______

- 01.
  - A) 55 grupos
  - B) $\frac{23}{30}$
- 02. D
- 03. D
- 04. A
- 05. B
- 06. D
- 07. A
- 08. A
- 09. A
- 10. B
- 11. A
- 12. D
- 13. B
- 14. D
- 15. E
- 16.
  - A) x = 11
  - B) $\frac{7}{25}$

Seção Enem

Acertei ______ Errei ______

- 01. E
- 02. D
- 03. D
- 04. C
- 05. E
- 06. D
- 07. D
- 08. D
- 09. A
- 10. D
- 11. E
- 12. B

Total dos meus acertos: _____ de _____ . _______ %