

1. Um satélite artificial está descrevendo uma órbita elíptica estável ao redor da Terra, como é mostrado na figura abaixo:

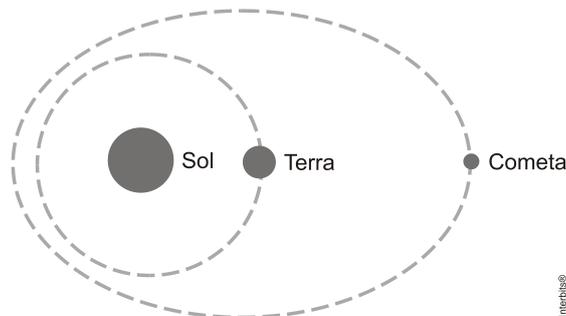


Os pontos A e B pertencem à trajetória do satélite, sendo que a distância da Terra ao ponto A é menor do que a distância do planeta ao ponto B.

Analisando a trajetória do satélite, é correto afirmar que sua

- aceleração diminui de B para A.
- velocidade aumenta de A para B.
- velocidade é maior quando está em A.
- aceleração é maior quando está em B.

2. Os avanços nas técnicas observacionais têm permitido aos astrônomos rastrear um número crescente de objetos celestes que orbitam o Sol. A figura mostra, em escala arbitrária, as órbitas da Terra e de um cometa (os tamanhos dos corpos não estão em escala). Com base na figura, analise as afirmações:

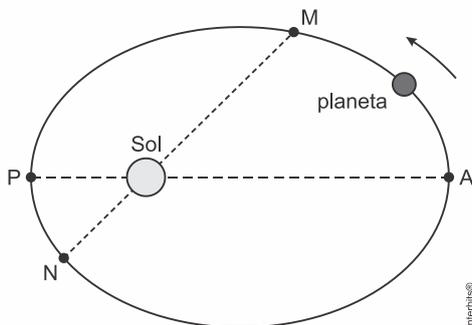


- Dada a grande diferença entre as massas do Sol e do cometa, a atração gravitacional exercida pelo cometa sobre o Sol é muito menor que a atração exercida pelo Sol sobre o cometas.
- O módulo da velocidade do cometa é constante em todos os pontos da órbita.
- O período de translação do cometa é maior que um ano terrestre.

Está(ão) correta(s)

- apenas I.
- apenas III.
- apenas I e II.
- apenas II e III.
- I, II e III.

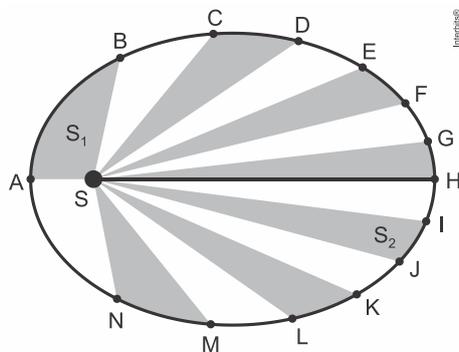
3. A figura representa a trajetória elíptica de um planeta em movimento de translação ao redor do Sol e quatro pontos sobre essa trajetória: M, P (periélio da órbita), N e A (afélio da órbita).



O módulo da velocidade escalar desse planeta

- sempre aumenta no trecho MPN.
- sempre diminui no trecho NAM.
- tem o mesmo valor no ponto A e no ponto P.
- está aumentando no ponto M e diminuindo no ponto N.
- é mínimo no ponto P e máximo no ponto A.

4. A elipse, na figura abaixo, representa a órbita de um planeta em torno de uma estrela S. Os pontos ao longo da elipse representam posições sucessivas do planeta, separadas por intervalos de tempo iguais. As regiões alternadamente coloridas representam as áreas varridas pelo ralo da trajetória nesses intervalos de tempo. Na figura, em que as dimensões dos astros e o tamanho da órbita não estão em escala, o segmento de reta \overline{SH} representa o raio focal do ponto H, de comprimento p .



Considerando que a única força atuante no sistema estrela-planeta seja a força gravitacional, são feitas as seguintes afirmações.

- As áreas S_1 e S_2 , varridas pelo raio da trajetória, são iguais.
- O período da órbita é proporcional a p^3 .
- As velocidades tangenciais do planeta nos pontos A e H, V_A e V_H , são tais que $V_A > V_H$.

Quais estão corretas?

- Apenas I.
- Apenas I e II.
- Apenas I e III.
- Apenas II e III.
- I, II e III.

5. Johannes Kepler (1571-1630) foi um cientista dedicado ao estudo do sistema solar. Uma das suas leis enuncia que as órbitas dos planetas, em torno do Sol, são elípticas, com o Sol situado em um dos focos dessas elipses. Uma das consequências dessa lei resulta na variação

- do módulo da aceleração da gravidade na superfície dos planetas.
- da quantidade de matéria gasosa presente na atmosfera dos planetas.
- da duração do dia e da noite em cada planeta.
- da duração do ano de cada planeta.
- da velocidade orbital de cada planeta em torno do Sol.

6. Analise as proposições com relação às Leis de Kepler sobre o movimento planetário.

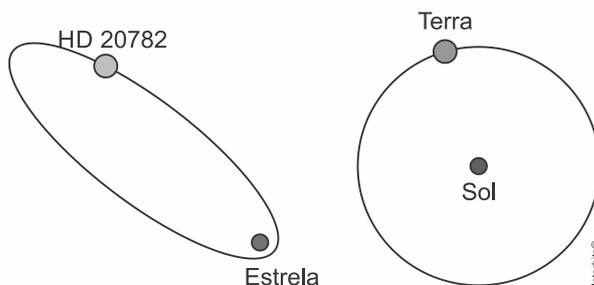
- A velocidade de um planeta é maior no periélio.
- Os planetas movem-se em órbitas circulares, estando o Sol no centro da órbita.
- O período orbital de um planeta aumenta com o raio médio de sua órbita.
- Os planetas movem-se em órbitas elípticas, estando o Sol em um dos focos.
- A velocidade de um planeta é maior no afélio.

Assinale a alternativa **correta**.

- Somente as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
- Somente as afirmativas II, III e V são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I, III e IV são verdadeiras.
- Somente as afirmativas III, IV e V são verdadeiras.
- Somente as afirmativas I, III e V são verdadeiras.

7. Foi encontrado pelos astrônomos um exoplaneta (planeta que orbita uma estrela que não o Sol) com uma excentricidade muito maior que o normal. A excentricidade revela quão alongada é sua órbita em torno de sua estrela. No caso da Terra, a excentricidade é 0,017, muito menor que o valor 0,96 desse planeta, que foi chamado HD 20782.

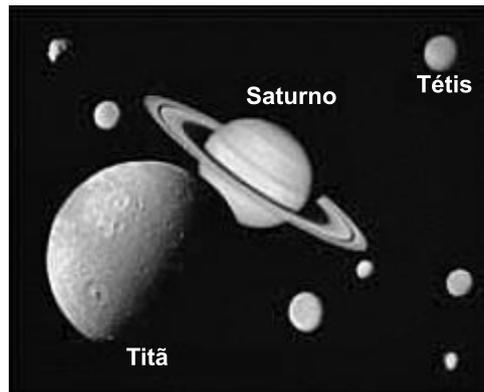
Nas figuras a seguir pode-se comparar as órbitas da Terra e do HD 20782.



Nesse sentido, assinale a **correta**.

- As leis de Kepler não se aplicam ao HD 20782 porque sua órbita não é circular como a da Terra.
- As leis de Newton para a gravitação não se aplicam ao HD 20782 porque sua órbita é muito excêntrica.
- A força gravitacional entre o planeta HD 20782 e sua estrela é máxima quando ele está passando no afélio.
- O planeta HD 20782 possui um movimento acelerado quando se movimenta do afélio para o periélio.

8. Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior, em tamanho, do sistema solar. Hoje, são conhecidos mais de sessenta satélites naturais de Saturno, sendo que o maior deles, Titã, está a uma distância média de 1 200 000 km de Saturno e tem um período de translação de, aproximadamente, 16 dias terrestres ao redor do planeta.

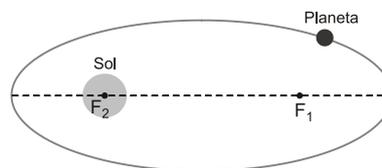


fora de escala

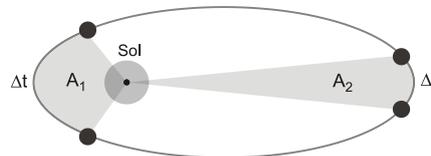
(<http://caronteiff.blogspot.com.br>. Adaptado.)

Tétis é outro dos maiores satélites de Saturno e está a uma distância média de Saturno de 300 000 km. Considere:

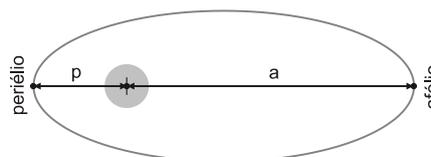
1.ª Lei de Kepler - Lei das Órbitas



2.ª Lei de Kepler - Lei das Áreas



3.ª Lei de Kepler - Lei dos Períodos



$$r = \frac{a + p}{2} \quad \text{e} \quad \frac{r^3}{T^2} = Kp \quad \text{Inchis®}$$

O período aproximado de translação de Tétis ao redor de Saturno, em dias terrestres, é

- a) 4.
- b) 2.
- c) 6.
- d) 8.
- e) 10.

9. Um satélite artificial, em uma órbita geoestacionária em torno da Terra, tem um período de órbita de 24 h. Para outro satélite artificial, cujo período de órbita em torno da Terra é de 48 h, o raio de sua órbita, sendo R_{Geo} o raio da órbita geoestacionária, é igual a:

- a) $3 \cdot R_{\text{Geo}}$
- b) $3^{\frac{1}{4}} \cdot R_{\text{Geo}}$
- c) $2 \cdot R_{\text{Geo}}$
- d) $4^{\frac{1}{3}} \cdot R_{\text{Geo}}$
- e) $4 \cdot R_{\text{Geo}}$

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

A(s) questão(ões) a seguir refere(m)-se ao texto abaixo.

Em seu livro *O pequeno príncipe*, Antoine de Saint-Exupéry imaginou haver vida em certo planeta ideal. Tal planeta teria dimensões curiosas e grandezas gravitacionais inimagináveis na prática. Pesquisas científicas, entretanto, continuam sendo realizadas e não se descarta a possibilidade de haver mais planetas no sistema solar, além dos já conhecidos.

Imagine um hipotético planeta, distante do Sol 10 vezes mais longe do que a Terra se encontra desse astro, com massa 4 vezes maior que a terrestre e raio superficial igual à metade do raio da Terra. Considere a aceleração da gravidade na superfície da Terra expressa por g .

10. Esse planeta completaria uma volta em torno do Sol em um tempo, expresso em anos terrestres, mais próximo de
- a) 10.
 - b) 14.
 - c) 17.
 - d) 28.
 - e) 32.
11. Um planeta orbita em um movimento circular uniforme de período T e raio R , com centro em uma estrela. Se o período do movimento do planeta aumentar para $8T$, por qual fator o raio da sua órbita será multiplicado?
- a) $1/4$
 - b) $1/2$
 - c) 2
 - d) 4
 - e) 8
12. A tabela a seguir resume alguns dados sobre dois satélites de Júpiter.

Nome	Diâmetro aproximado (km)	Raio médio da órbita em relação ao centro de Júpiter (km)
Io	$3,64 \cdot 10^3$	$4,20 \cdot 10^5$
Europa	$3,14 \cdot 10^3$	$6,72 \cdot 10^5$

Sabendo-se que o período orbital de Io é de aproximadamente 1,8 dia terrestre, pode-se afirmar que o período orbital de Europa expresso em dia(s) terrestre(s), é um valor mais próximo de

- a) 0,90

**NÃO SE ESQUEÇA
DE NOS SEGUIR**



- b) 1,50
- c) 3,60
- d) 7,20

13. Um planeta tem dois satélites naturais, A e B, em diferentes órbitas circulares. Sabendo que A orbita a uma distância r_A do centro do planeta com um período de translação T e que a distância média da órbita de B é r_B , qual é a velocidade orbital v_B de B em torno do planeta?

- a) $\frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{r_A^3}{r_B}}$
- b) $\frac{4\pi}{T} r_A \sqrt{\frac{1}{r_B}}$
- c) $\frac{2\pi}{T} r_A \sqrt{\frac{1}{r_B}}$
- d) $\frac{4\pi}{T} \sqrt{\frac{r_A^3}{r_B}}$
- e) $\frac{4\pi}{T \cdot r_B} \sqrt{r_A^3}$

14. Muitas teorias sobre o Sistema Solar se sucederam, até que, no século XVI, o polonês Nicolau Copérnico apresentou uma versão revolucionária. Para Copérnico, o Sol, e não a Terra, era o centro do sistema. Atualmente, o modelo aceito para o Sistema Solar é, basicamente, o de Copérnico, feitas as correções propostas pelo alemão Johannes Kepler e por cientistas subsequentes.

Sobre Gravitação e as Leis de Kepler, considere as afirmativas, a seguir, **verdadeiras (V)** ou **falsas (F)**.

- I. Adotando-se o Sol como referencial, todos os planetas movem-se descrevendo órbitas elípticas, tendo o Sol como um dos focos da elipse.
- II. O vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.
- III. O vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas proporcionais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.
- IV. Para qualquer planeta do Sistema Solar, o quociente do cubo do raio médio da órbita pelo quadrado do período de revolução em torno do Sol é constante.

Assinale a alternativa **CORRETA**.

- a) Todas as afirmativas são verdadeiras.
- b) Apenas as afirmativas I, II e III são verdadeiras.
- c) Apenas as afirmativas I, II e IV são verdadeiras.
- d) Apenas as afirmativas II, III e IV são verdadeiras.
- e) Apenas as afirmativas I e II são verdadeiras.

15. Um planeta possui distância ao Sol no afélio que é o dobro de sua distância ao Sol no periélio. Considere um intervalo de tempo Δt muito pequeno e assuma que o deslocamento efetuado pelo planeta durante esse pequeno intervalo de tempo é praticamente retilíneo. Dessa forma, a razão entre a velocidade média desse planeta no afélio e sua velocidade média no periélio, ambas calculadas durante o mesmo intervalo Δt , vale aproximadamente



PROFESSOR
**DANIEL
CATALDO**

MATERIAL DE ESTUDOS

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
- d) $\frac{1}{\sqrt{8}}$
- e) 2

**NÃO SE ESQUEÇA
DE NOS SEGUIR**



WWW.PROFCATALDO.COM.BR



@PROF.CATALDO

Gabarito

Resposta da questão 1:

[C]

De acordo com a segunda lei de Kepler (lei das áreas), a velocidade do satélite é máxima no perigeu (ponto A) e mínima no apogeu (ponto B)

À mesma conclusão se chega pela lei de Newton da Gravitação. Enquanto o satélite desloca-se de B para A, a componente tangencial da força gravitacional está no sentido da velocidade, acarretando um movimento acelerado.

Resposta da questão 2:

[B]

[I] INCORRETA. Pelo Princípio da Ação-Reação, essas forças têm a mesma intensidade.

[II] INCORRETA. De acordo com a 2ª Lei de Kepler, se a trajetória do cometa é elíptica, seu movimento é acelerado quando ele se aproxima do Sol e, retardado, quando se afasta.

[III] CORRETA. A 3ª Lei de Kepler garante que corpos mais afastados do Sol têm maior período de translação.

Resposta da questão 3:

[D]

De acordo com as leis de Kepler, o planeta acelera de A até P, após passar o afélio (ponto de menor velocidade escalar) e desacelera de P até A, após passar o periélio (ponto de maior velocidade escalar), ou seja, a velocidade escalar está aumentando no ponto M e diminuindo no ponto N.

Resposta da questão 4:

[C]

[I] **Correta.** A segunda lei de Kepler afirma que o segmento de reta Sol-planeta varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais.

[II] **Incórrreta.** O **quadrado** do período (T) da órbita é proporcional ao **cu**bo do raio médio (r) da trajetória (semieixo maior da elipse): $T^2 = k r^3$.

[III] **Correta.** O movimento do planeta é acelerado de H para A e retardado de A para H. Portanto, $V_A > V_H$.

Resposta da questão 5:

[E]

A velocidade orbital do planeta varia na órbita, pois quando este se aproxima da estrela, sua velocidade cresce e quando se afasta sua velocidade diminui.

Resposta da questão 6:

[C]

[I] Verdadeira. Quando o planeta passa mais próximo do Sol (periélio) sua velocidade é maior, resultado do movimento acelerado do afélio até o periélio.

[II] Falsa. Kepler postulou em sua primeira lei que os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, ocupando este um dos focos da elipse.

[III] Verdadeira. A terceira lei de Kepler relaciona o período de revolução dos planetas com a distância média ao Sol, de acordo com a equação:

[IV] Verdadeira. Corresponde à primeira lei de Kepler.

[V] Falsa. Sendo o afélio o ponto mais longe do Sol, os planetas possuem sua menor velocidade.

Resposta da questão 7:

[D]

**NÃO SE ESQUEÇA
DE NOS SEGUIR**



WWW.PROFCATALDO.COM.BR



O periélio é a região da órbita mais próxima da estrela sendo o local onde a força gravitacional é maior, portanto o planeta acelera do afélio (ponto mais afastado da estrela) ao periélio.

Resposta da questão 8:

[B]

Dados: $r_1 = 1.200.000 \text{ km} = 12 \times 10^5 \text{ km}$; $r_2 = 300.000 \text{ km} = 3 \times 10^5 \text{ km}$; $T_1 = 16 \text{ dias}$.

Aplicando a Terceira Lei de Kepler:

$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \Rightarrow \left(\frac{T_2}{16}\right)^2 = \left(\frac{3 \times 10^5}{12 \times 10^5}\right)^3 \Rightarrow$$

$$\frac{T_2^2}{256} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 \Rightarrow T_2^2 = \frac{256}{64} = 4 \Rightarrow$$

$$T_2 = 2 \text{ dias.}$$

Resposta da questão 9:

[D]

Aplicando a 3ª lei de Kepler ao sistema Terra-satélites, podemos relacionar os períodos de revolução às suas distâncias médias em relação ao centro da Terra.

$$\frac{T_1^2}{R_1^3} = \frac{T_2^2}{R_2^3} \Rightarrow \frac{(24h)^2}{R_{Geo}^3} = \frac{(48h)^2}{R_2^3} \Rightarrow R_2 = \sqrt[3]{\frac{(48h)^2}{(24h)^2} \cdot R_{Geo}^3} \therefore R_2 = 4^{\frac{1}{3}} \cdot R_{Geo}$$

Resposta da questão 10:

[E]

Sabendo que:

$$\begin{cases} R_x = 10 \cdot R_T \\ T_T = 1 \text{ ano} \\ T_x = ? \end{cases}$$

Utilizando a 3ª Lei de Kepler:

$$\frac{R_x^3}{T_x^2} = \frac{R_T^3}{T_T^2}$$

$$\frac{(10 \cdot R_T)^3}{T_x^2} = \frac{R_T^3}{1^2}$$

$$\frac{1000}{T_x^2} = 1$$

$$T_x^2 = 1000$$

$$T_x = \sqrt{1000}$$

$$T_x \approx 32 \text{ anos}$$

Resposta da questão 11:

[D]

**NÃO SE ESQUEÇA
DE NOS SEGUIR**



WWW.PROFCATALDO.COM.BR



@PROF.CATALDO

Analisando a questão com base na terceira lei de Kepler, temos:

$$\frac{T_A^2}{R_A^3} = \frac{T_D^2}{R_D^3} \Rightarrow \frac{T_A^2}{R_A^3} = \frac{(8T_A)^2}{R_B^3} \Rightarrow \frac{1}{R_A^3} = \frac{64}{R_B^3} \Rightarrow \frac{R_B^3}{R_A^3} = 64 \Rightarrow \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^3 = 64 \Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \sqrt[3]{64} \Rightarrow \therefore \frac{R_B}{R_A} = 4$$

Resposta da questão 12:

[C]

Matematicamente, a terceira lei de Kepler pode ser expressa por: $\frac{T^2}{r^3} = K$, em que T representa o período orbital, r o raio médio orbital e K uma constante de proporcionalidade.

Como os satélites Io e Europa giram em torno do mesmo centro, que é Júpiter, devido à força gravitacional trocada com o planeta, podemos escrever que:

$$\frac{T_{Europa}^2}{r_{Europa}^3} = \frac{T_{Io}^2}{r_{Io}^3} \rightarrow \frac{T_{Europa}^2}{(6,72 \cdot 10^5)^3} = \frac{(1,8)^2}{(4,20 \cdot 10^5)^3} \rightarrow T_{Europa}^2 \approx 13,27$$

$$T_{Europa} \approx 3,64 \text{ dias terrestres.}$$

Resposta da questão 13:

[A]

Período do satélite B:

$$\frac{T^2}{r_A^3} = \frac{T_B^2}{r_B^3} \Rightarrow T_B = T \sqrt{\frac{r_B^3}{r_A^3}}$$

Sendo assim, sua velocidade orbital é de:

$$v_B = \frac{2\pi r_B}{T_B}$$

$$v_B = \frac{2\pi r_B}{T \sqrt{\frac{r_B^3}{r_A^3}}} = \frac{2\pi r_B}{T} \frac{1}{r_B} \sqrt{\frac{r_A^3}{r_B}}$$

$$\therefore v_B = \frac{2\pi}{T} \sqrt{\frac{r_A^3}{r_B}}$$

Resposta da questão 14:

[C]

A afirmativa [III] viola a segunda lei de Kepler (ou lei das áreas), onde o vetor posição do centro de massa de um planeta do Sistema Solar, em relação ao centro de massa do Sol, varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais, não importando a posição do planeta em sua órbita.

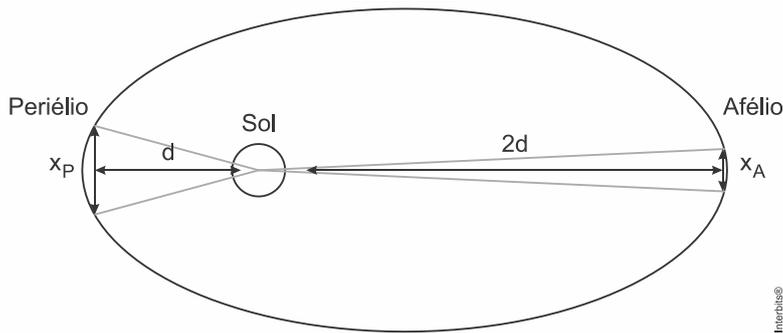
Resposta da questão 15:

[A]

Pela 2ª lei de Kepler, temos que:

**NÃO SE ESQUEÇA
DE NOS SEGUIR**





$$\Delta t_P = \Delta t_A \Leftrightarrow A_P = A_A$$

$$\frac{x_P \cdot d}{2} = \frac{x_A \cdot 2d}{2} \Rightarrow \frac{x_A}{x_P} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{v_A}{v_P} = \frac{1}{2}$$

**NÃO SE ESQUEÇA
DE NOS SEGUIR**



WWW.PROFCATALDO.COM.BR



@PROF.CATALDO