CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

Equações Polinomiais

Equação polinomial ou algébrica é toda equação da forma p(x)=0, em que p(x) é um polinômio.

Exemplo:

> $x^4+9x^2-10x+3=0$.

> $x^8-x^6-6x+2=0$.

Raízes dos Polinômios

As raízes de uma equação polinomial constituem o conjunto solução da equação.

Para as equações em que o grau é 1 ou 2, o método de resolução é simples. Nos casos em que o grau dos polinômios é maior que 2, existem expressões para a obtenção da solução.

→ **Raízes múltiplas:**

Pode ocorrer que uma ou mais raízes sejam iguais, nesse caso essas raízes são definidas como múltiplas.

Exemplo:

$$P(x) = 4(x-1)(x-1)(x-2)(x-2)(x-2)(x-8)$$

Observe a multiplicidade da raiz 1 (2 vezes) e da raiz 2 (3 vezes). Denomina-se P(x) que a equação polinomial possui a raiz 1 com multiplicidade 2, a raiz 2 de multiplicidade 3 e a raiz 8 de multiplicidade 1.

→ **Raízes complexas:**

Qualquer equação polinomial, de grau n, com $n \geq 1$ possui pelo menos 1 raiz complexa (real ou imaginário).

Obs.: Lembrar que os números complexos contêm os números reais, ou seja, um número real é também um número complexo.

As equações polinomiais que possua uma raiz imaginária possuirá também o conjugado dessa raiz como raiz. Assim, se z=a+bi é raiz de uma equação polinomial z=a-bi também será raiz. Sendo a,b $\in$ R e $i^2=-1$.

→ **Raízes racionais:**

Se uma equação polinomial $a_n.x^n+a_{n-1}.x^{n-1}+ ... + a^1.x+a_0=0$ de **coeficientes inteiros** admite uma raiz racional p/q, p e q primos entre si, então p é divisor de a_0 e q é divisor de a_n.

Exemplo:

> $2x^3-x^2-2x+1=0$ então:

> p é divisor de 1, logo: ± 1.

> q é divisor de 2, logo: ± 2, ± 1.

> Assim os valores possíveis para p/q são: ± 1, ± 1/2.

> Testando esses valores tem-se:

> $p(1)=2.1^3-1^2-2.1+1=2.1-1-2+1=3-3=0$

> $p(-1)=2.(-1)^3-(-1)^2-2.(-1)+1=2.(-1)-(1)+2+1=-2-1+3=0$

> $p(1/2)=2.(1/2)^3-(1/2)^2-2.(1/2)+1=2.(1/8)-(1/4)-1+1=1/4-1/4=0$

> Nem precisa testar o – 1/2, pois a equação só tem 3 raízes e já foram encontradas.

Teorema Fundamental da Álgebra

Toda equação polinomial p(x)=0, de grau "n" cujo $n \geq 1$, admite pelo menos uma raiz complexa.

Obs.: O teorema fundamental da álgebra apenas garante a existência de pelo menos uma raiz, ele não demonstra qual o número de raízes de uma equação nem como achar tais raízes.

O teorema somente tem valor para C, já para R este teorema não é válido.

Por exemplo, a equação $x^2+1=0$ não possui raiz real, porém aceita no campo complexo os números i e – i como raízes.

→ **Teorema da Decomposição:**

Todo o polinômio de grau n tem exatamente n raízes reais e complexas.

Exemplo:

Compor o polinômio, sabendo que suas raízes são 1, 2 e 4.

Como existem 3 raízes, n=3, então o polinômio é da forma: $P(x)=a_n.(x-r_1).(x-r_2).(x-r_3)$

Fazendo $a_n=1$, temos que:

> $P(x)=1.(x-1).(x-2).(x-4)$

> $P(x)=x^3-7x^2+14x-8$

→ **Relação entre Coeficientes e Raízes:**

> Relações de Girard:

São as relações existentes entre os coeficientes e as raízes de uma equação algébrica.

Para uma equação do 2º grau, da forma $ax^2+bx+c=0$, já se conhece as seguintes relações entre os coeficientes e as raízes x^1 e x^2:

> $x^1+x^2=-b/a$ e $x_1.x_2=c/a$.

Para uma equação do 3º grau, da forma $ax^3+bx^2+cx+d=0$, sendo x_1, x_2 e x_3 as raízes, temos as seguintes relações de Girard:

> $x_1+x_2+x_3=-b/a$; $x_1.x_2+x_1.x_3+x_2.x_3=c/a$ e $x_1.x_2.x_3=-d/a$

Obs.: observe que os sinais se alternam a partir de (-), tornando fácil a memorização das relações.

EXERCÍCIOS

01. A soma das soluções da equação $x^3+4x^2-x-4=0$ é:

a) 4.
b) 2.
c) -1.
d) -4.
e) 1.

02. Sejam p, q, r as raízes distintas da equação $x^3-2x^2+x-2=0$. A soma dos quadrados dessas raízes é igual a:

a) 1.
b) 2.
c) 4.
d) 8.
e) 9.

03. Dada a equação $x^3-7x^2+14x+k=0$, o valor de k de modo que as raízes da equação sejam inteiras positivas e estejam em progressão geométrica é:

a) -8.

b) -10.

c) 6.

d) 8.

e) 10.

GABARITO

01 - D

02 - B

03 - A