KSF 2012 – Nível C (9º ano) - Soluções

Problemas de 3 pontos

1. Quatro barras de chocolate custam 6 reais a mais do que uma barra de chocolate. Quantos reais custa uma barra de chocolate?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

1. Resposta: alternativa B

Quatro barras de chocolate custam o mesmo que uma barra mais 6 reais, ou seja, três barras custam 6 reais. Logo uma barra custa $\frac{6}{3}=2$ reais.

2. $11{,}11-1{,}111=$

(A) 9,009 (B) 9,0909 (C) 9,99 (D) 9,9909 (E) 9,999

2. Resposta: alternativa E

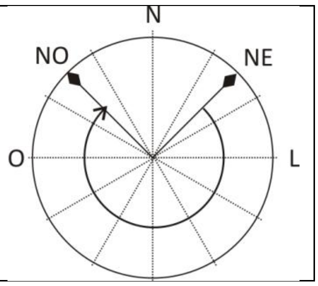
$11{,}11-1{,}111=11{,}110-1{,}111=11{,}111-1{,}111-0{,}001=10{,}000-0{,}001=9{,}999$

3. Um relógio foi colocado sobre uma mesa de forma que seu ponteiro maior, o dos minutos, aponta para o nordeste. Quantos minutos deverão se passar até que esse ponteiro aponte para o noroeste pela primeira vez?

(A) 45 (B) 40 (C) 30 (D) 20 (E) 15

3. Resposta: alternativa A

No relógio comum, cada um dos 12 setores corresponde a 5 minutos. Ao girar da posição NE (nordeste) para a posição NO (noroeste), o ponteiro dos minutos cobre 8 setores mais duas metades, ou seja, 9 setores, o que equivale a $9\times5=45$ minutos.

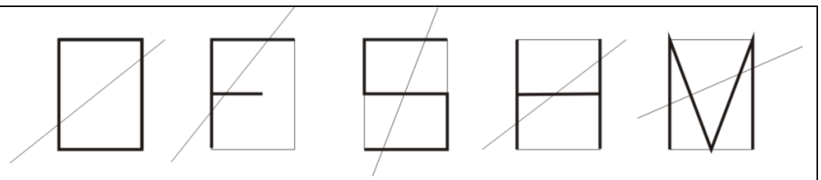


4. Maria tem uma tesoura e cinco letras de papelão. Ela corta cada letra com um único corte reto, de modo a produzir a quantidade máxima de pedaços. Qual das letras vai produzir o maior número de pedaços?

(A) O (B) F (C) S (D) H (E) M

4. Resposta: alternativa E

As letras consistem em figuras formadas por segmentos de reta. Quanto maior o número de intersecções de uma reta com a figura representando a letra, maior o número de pedaços que Maria irá obter ao cortar suas letras de papelão com um único corte reto. No caso, a letra que irá produzir o maior número de pedaços é a letra M.



5. Um dragão tem cinco cabeças. Logo que uma cabeça é cortada, nascem cinco novas cabeças. Se cortarmos consecutivamente seis cabeças desse dragão, com quantas cabeças ele ficará?

(A) 27 (B) 29 (C) 30 (D) 31 (E) 35

5. Resposta: alternativa B
A cada corte, o número de cabeças do dragão aumenta de 4. Começando com 5 cabeças, com 6 cortes, o número de cabeças aumentará de $6 \times 4 = 24$. Portanto, o dragão ficará com 5 + 24 = 29 cabeças.

6. Em quatro das expressões abaixo podemos substituir cada ocorrência do número 8 por outro número positivo, usando sempre o mesmo número para cada substituição, obtendo o mesmo resultado final. Qual das expressões não tem essa propriedade?

(A) $8-(8:8)+8$ (B) $8+(8:8)-8$ (C) $8:(8-8+8)$ (D) $(8+8-8):8$ (E) $8\cdot(8:8):8$

6. Resposta: alternativa A
Podemos substituir o numeral 8 pela letra *x*, representando qualquer número positivo. Temos

$(A)\, x-(x:x)+x = x-1+x = 2x-1;$

$(B)\; x+(x:x)-x = x+1-x = 1;$

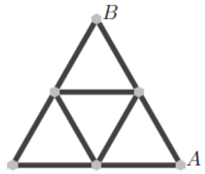
$(C)\; x:(x-x+x) = x:x = 1;$

$(D)\, (x+x-x):x = x:x = 1;$

$(E)\; x\cdot(x:x):x = x\cdot 1:x = x:x = 1$

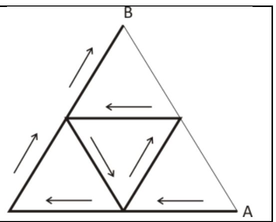
A única expressão que depende de *x* é a (A).

7. Cada uma das nove trilhas de um parque tem 100 m de comprimento. Ana quer ir do ponto A ao ponto B desse parque, sem passar pela mesma trilha mais de uma vez. Qual é o comprimento do maior percurso que ela pode fazer?

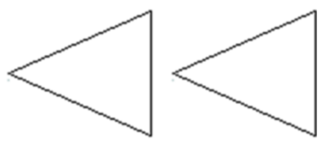


(A) 700 m (B) 800 m (C) 900 m (D) 600 m (E) 400 m

7. Resposta: alternativa A
Ana não irá passar pelo ponto A nem pelo ponto B duas vezes. Portanto, o percurso não poderá incluir dois segmentos: um com extremidade A e outro com extremidade B, restando 7 segmentos possíveis. De fato há caminhos de A a B passando por 7 trilhas, conforme mostrado no desenho, cujo comprimento é 700 metros, o maior possível.

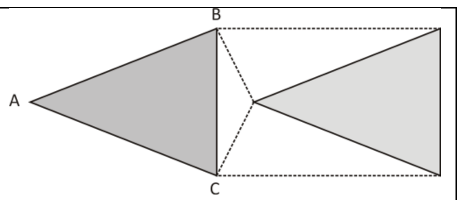


8. De quantas maneiras podemos escolher dois vértices, um em cada um dos dois triângulos congruentes ao lado, de forma que o segmento que liga esses dois vértices não cruze nenhum dos triângulos?

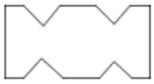


(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) mais de 4

8. Resposta: alternativa D
Admitindo que as intersecções sejam visíveis no desenho, verificamos que do vértice A nenhum segmento pode ser traçado. Dos vértices B e C podem ser traçados dois segmentos que não intersectam o interior do triângulo da direita. No total, podem ser traçados 4 segmentos.

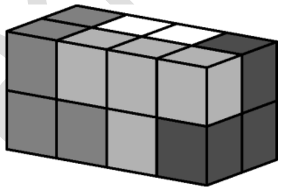


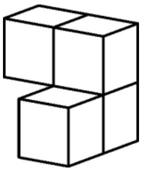
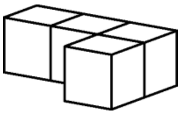
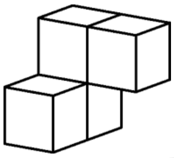
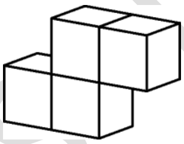
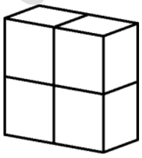
9. Vera dobrou uma folha de papel, conforme mostrado na figura, e fez dois cortes retos na folha dobrada. Ao desdobrar o papel depois dos cortes, qual das formas a seguir não pode ser o resultado?

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

9. Resposta: alternativa A
Com a folha foi dobrada pela metade, qualquer corte reto vai aparecer como dois cortes depois que a folha for desdobrada. Portanto a figura que aparece na folha desdobrada deve conter quatro cortes retos, o que não ocorre na figura (A), com oito cortes retos visíveis.

10. Um paralelepípedo foi montado com três peças de cores diferentes, conforme o desenho. Cada uma das peças é formada por 4 cubos. A peça branca do paralelepípedo se parece com qual das peças a seguir?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

10. Resposta: alternativa D
A peça branca não tem cubos na face da frente do paralelepípedo, logo ficam eliminadas as opções (A) e (C). Ela tem dois cubos visíveis na parte de cima, eliminando-se a alternativa (B). A peça mais escura tem três cubos visíveis, logo está faltando um, que deve estar sob um dos cubos brancos. Portanto, a peça branca é a da alternativa (D). Note que um cubo branco está sob um cubo cinza escuro, na peça à esquerda.

Problemas de 4 pontos

11. Gregório quer usar uma vez cada um dos algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8 para escrever dois números de quatro algarismos cada um. Ele deseja somar os dois números assim obtidos e achar a menor soma possível. Qual é essa soma?

(A) 2468 (B) 3333 (C) 3825 (D) 4734 (E) 6912

11. Resposta: alternativa C
Para que a soma dos dois números seja a menor possível, os dois números devem ser os menores possíveis e isso é obtido fazendo-se com que os algarismos à esquerda sejam os menores para os dois número. Assim, se um número tem 1 como a casa à esquerda, o algarismo 2 deve ir para a esquerda do outro número e assim por diante. Portanto, no milhar devem figurar os algarismos 1 e 2, na centena os algarismos 3 e 4, na dezena os algarismos 5 e 6 e como unidades os algarismos 7 e 8. A soma dos dois números tem unidade 5, como dezena 2, como centena 8 e como unidade 3. É o número 3 825.

12. Dona Alice cultiva peras e morangos. Neste ano ela transformou o pomar retangular de peras em um quadrado, ao aumentar um de seus lados em 3 metros. Em consequência, o terreno para os morangos foi reduzido de uma área de 15 m^2. Qual era a área do pomar de peras antes da mudança?

(A) 8 m^2 (B) 10 m^2 (C) 12 m^2 (D) 15 m^2 (E)18m^2

12. Resposta: alternativa B

O retângulo correspondente ao aumento do pomar de peras tem largura 3m e área 15 m^2, logo tem largura $\frac{15}{3}=5$ m. Como o pomar de peras agora é um quadrado, seus lados medem 5 m. Assim, antes da mudança, o pomar de peras tinha largura igual a 5 – 3 = 2m e sua área era $2\times 5=10$ m^2.

13. Bárbara deseja completar a tabela abaixo escrevendo três números, um em cada casa vazia. Ela quer que a soma dos três primeiros números seja 100, a soma dos três do meio seja 200 e a soma dos três últimos números seja 300. Qual número Bárbara deverá escrever no centro da tabela?

10				130

(A) 50 (B) 60 (C) 70 (D) 75 (E) 100

13. Resposta: alternativa B

Sejam x, y e z os três números escritos, da esquerda para a direita. Então $\begin{cases} 10+x+y=100 \\ x+y+z=200 \\ y+z+130=300 \end{cases}$

Somando a primeira com a terceira equação no sistema acima, obtemos $10+x+y+y+z+130=100+300 \Leftrightarrow 140+x+y+z+y=400 \Leftrightarrow x+y+z+y=400-160=260$. Substituindo nesta equação o valor expresso na segunda equação, temos $y+200=260 \Leftrightarrow y=260-200=60$

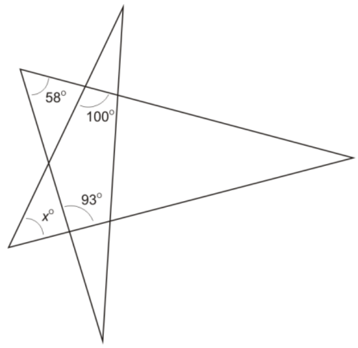
14. Os números 2, 5, 7 e 12 foram escritos em quatro cartões, um número em cada cartão. No verso desses cartões foram escritas as frases “divisível por 7”, “primo”, “ímpar” e “maior do que 100”. Sabe-se que o número escrito em cada cartão não corresponde à frase que está no verso do seu cartão. Qual número está escrito no cartão com a frase “maior do que 100”?

(A) 2 (B) 5 (C) 7 (D) 12 (E) impossível saber

14. Resposta: alternativa C

Como 7 é divisível por 7, é primo e é ímpar, o verso do seu cartão só pode conter a frase “maior do que 100”.

15. Na figura, qual é o valor de *x*?



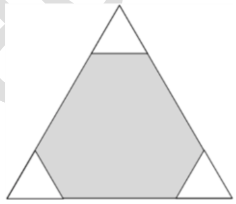
(A) 35° (B) 42° (C) 51° (D) 65° (E) 109°

15. Resposta: alternativa C

Lembrando que ângulos opostos pelo vértice são congruentes e que num triângulo um ângulo externo é a soma dos ângulos internos não adjacentes, da figura ao lado podemos escrever:

$$\begin{vmatrix} y+58^{o}=100^{o} \\ x+y=93^{o} \end{vmatrix} \Rightarrow x-58^{o}=93^{o}-100^{o} \Leftrightarrow x=51^{o}.$$

16. Três triângulos equiláteros iguais foram cortados das pontas de um triângulo equilátero maior, cujos lados mede 6 cm, conforme figura ao lado. Esses três triângulos juntos têm o mesmo perímetro que o hexágono cinzento. Quanto medem os lados dos triângulos menores?



(A) 1 cm (B) 1,2 cm (C) 1,25 cm (D) 1,5 cm (E) 2 cm

16. Resposta: alternativa D

Se *x* é a medida dos lados dos triângulos menores, então cada um deles tem perímetro 3*x*. O hexágono cinza tem três lados de medida *x* e três lados de medida 6 – 2*x* . Portanto

$$3\cdot 3x=3x+3(6-2x)\Leftrightarrow 9x=3x+18-6x\Leftrightarrow 12x=18\Leftrightarrow x=\frac{18}{12}=1{,}5\,\text{cm}.$$

17. Um queijo foi cortado em muitos pedaços. Dudu, o gato preguiçoso, viu vários ratinhos surrupiarem vários desses pedaços, cada ratinho com uma quantia diferente, menor do que 10 pedaços. Além disso, nenhum ratinho pegou o dobro de pedaços de algum outro ratinho. No máximo, quantos ratinhos o gato Dudu viu?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

17. Resposta: alternativa C

A situação equivale a fazer uma lista de números de 1 a 9, excluindo os números que são o dobro de outros números na lista. Há quatro casos em que um número é o dobro do outro: 2 é dobro de 1, 4 é dobro de 2, 6 é dobro de 3 e 8 é dobro de 4. Para que a lista seja a maior possível, 3 ou 6 deve sair; devem sair 1 e 4 ou 2 e 8. De qualquer forma, 3 desses números devem sair, restando 6 números. Logo, Dudu viu no máximo 6 ratinhos.

18. Num aeroporto há uma esteira horizontal de 500 metros de comprimento, que se move com uma velocidade constante de 4 quilômetros por hora. Ana e Beto entram juntos na esteira. Ana anda com a velocidade constante de 6 quilômetros por hora, enquanto Beto fica parado. Ao sair da esteira, Ana estará quantos metros adiante de Beto?

(A) 100 m (B) 160 m (C) 200 m (D) 250 m (E) 300 m

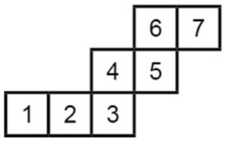
18. Resposta: alternativa E
Enquanto permanece sobre a esteira, Ana se desloca em relação ao solo com uma velocidade de 6 + 4 = 10 quilômetros por hora. Assim, ela permanece sobre a esteira durante $\frac{500\,\text{m}}{10000\,\text{m/h}} = \frac{1}{20}\,\text{h}$. Durante esse tempo, Beto, que fica parado sobre a esteira, desloca-se em relação ao solo com uma velocidade de 4 quilômetros por hora, percorrendo então $4000\,(\text{m/h}) \times \frac{1}{20}\,(\text{h}) = 200$ metros. Portanto, ao deixar a esteira, Ana estará 500 – 200 = 300 metros adiante de Beto.

19. O lado de um quadrado mágico falante mede 8 cm. Quando o quadrado diz a verdade, seu lado diminui 2 cm, mas quando mente seu lado duplica. Se o quadrado enunciar quatro sentenças, duas verdadeiras e duas falsas, em alguma ordem , qual será o maior perímetro possível do quadrado mágico após sua fala?

(A) 28 (B) 80 (C) 88 (D) 112 (E) 120

19. Resposta: alternativa D
As duplicações provocam maior mudança que as subtrações. Portanto, se o quadrado mágico falante quiser ter o maior perímetro possível após dizer duas verdades e duas mentiras, deve dizer primeiro as mentiras e depois as verdades. Seu lado irá crescer de 8 para 16, depois para 32, em seguida diminuir 2 e finalmente diminuir 2, ficando com 28 cm. O maior perímetro possível será então $4 \times 28 = 112$ cm.

20. Um cubo rola no plano, girando ao redor de suas arestas. Suas faces de apoio passam pelas posições 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 (nessa ordem), conforme a figura ao lado. Quais das duas posições foram ocupadas pela mesma face do cubo?



(A) 1 e 7 (B) 1 e 6 (C) 1 e 5 (D) 2 e 7 (E) 2 e 6

20. Resposta: alternativa B
Pelo desenho, concluímos que as faces 1 e 3 são opostas. Quando o cubo estiver na posição 3, a face que estava na posição 1 estará no topo. Quando o cubo rolar pelas posições 4 e 5 essa face estará de lado e voltará a tocar o plano quando estiver na posição 6. Portanto, as posições ocupadas pela mesma face são 1 e 6. A única dúvida que poderia permanecer seriam as posições 2 e 7, mas a face da posição 2 estará no topo na posição 5 e de lado nas posições 6 e 7.

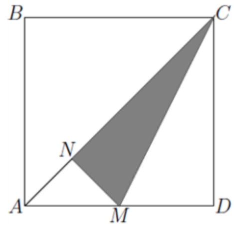
Problemas de 5 pontos

21. Tina tem 5 cubos. Quando ela os empilha, do maior para o menor, verifica que dois cubos vizinhos quaisquer têm alturas cuja diferença é de 2 cm. O cubo maior tem a mesma altura que uma torre formada pelos dois cubos menores. Qual será a altura da torre formada com os 5 cubos?

(A) 6 cm (B) 14 cm (C) 22 cm (D) 44 cm (E) 50 cm

21. Resposta: alternativa E
Se x é a altura do menor cubo, então as alturas dos demais, em ordem crescente de valor, são $x+2$, $x+4$, $x+6$ e $x+8$. Temos $x+x+2=x+8 \Leftrightarrow x=6$. Portanto a torre formada com os 5 cubos tem altura igual a $x+x+2+x+4+x+6+x+8=5x+20=5\cdot 6+20=50$ cm.

22. Calcule a razão entre a área da região cinza (triângulo MNC) e a área do quadrado ABCD, sabendo que M é o ponto médio de $\overline{AD}$ e $\overline{MN}$ é perpendicular a $\overline{AC}$, na figura ao lado.



(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{7}{40}$ (E) $\frac{3}{16}$

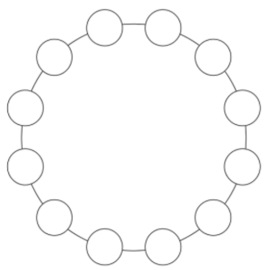
22. Resposta: alternativa E
Seja *x* a medida do lado do quadrado. O triângulo ANM é retângulo em N e seus ângulos internos medem45^{O}. Como $AM = \frac{x}{2}$, temos $AN = NM = \frac{\frac{x}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{x}{2\sqrt{2}}$ e a área do triângulo ANM é igual a $\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{x}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{x^2}{16}$. A área do triângulo ACM é igual a $\frac{1}{2}\cdot\frac{x}{2}\cdot x = \frac{x^2}{4}$. Assim, a área da região cinza é igual a $\frac{x^2}{4} - \frac{x^2}{16} = \frac{3x^2}{16}$ e a razão entre sua área e a área do quadrado é $\frac{3x^2}{16} : x^2 = \frac{3}{16}$.

23. O tango é dançado em pares, um homem e uma mulher. Num salão de baile não há mais do que 50 pessoas e ao tocar um tango, $\frac{3}{4}$ dos homens dançam com $\frac{4}{5}$ das mulheres. Quantas pessoas estão dançando o tango?

(A) 20 (B) 24 (C) 30 (D) 32 (E) 46

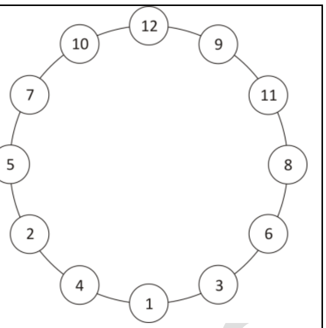
23. Resposta: alternativa B
Sejam x e y, respectivamente, o número de homens e mulheres no salão. Sabemos que $x + y \leq 50$ e que $\frac{3}{4}x = \frac{4}{5}y \Leftrightarrow 15x = 16y$. Os valores inteiros positivos que satisfazem a essa última equação são $x = 16 \text{ e } y = 15$, $x = 32 \text{ e } y = 30$, etc. Portanto, *x* = 16 e *y* = 15 de modo $\frac{3}{4}\times 16 = \frac{4}{5}\times 15 = 12$ e estão dançando o tango 12 + 12 =24 pessoas.

24. Escrevemos os números de 1 a 12, um em cada círculo do diagrama ao lado, de modo que dois números em círculos vizinhos diferem de 2 ou de 3 unidades. Quais dos dois números a seguir serão necessariamente vizinhos?



(A) 5 e 8 (B) 3 e 5 (C) 7 e 9 (D) 6 e 8 (E) 4 e 6

24. Resposta: alternativa D
O número 1 é o menor. Logo seus vizinhos são 3 e 4. O outro vizinho do número 3 é 5 ou 6 e o outro vizinho do 4 é 2 ou 6. O número 2 deve entrar como vizinho do 4, pois não poderá ser colocado em outro lugar. E o outro vizinho do 2 só poderá ser o 5, logo o vizinho de 3 é o número 6. Os possíveis vizinhos de 6 são 8 ou 9. Se colocarmos 9 como vizinho de 6, o número 7 será vizinho de 9 ou de 5 e, em ambos os casos, a sequência ficará bloqueada. Portanto, o 8 é vizinho de 6.
O desenho ao lado mostra uma forma de dispor os números.



25. Há alguns números de 3 algarismos com a seguinte propriedade: se você remover o primeiro algarismo, sobra um quadrado perfeito e se, em vez disso, você remover o último algarismo, também sobra um quadrado perfeito. Qual é a soma de todos os números com esta propriedade?

(A) 1013 (B) 1177 (C) 1465 (D) 1993 (E) 2016

25. Resposta: alternativa D
Os dois primeiros algarismos devem formar um quadrado perfeito. Esses quadrados perfeitos são 16, 25, 36, 49, 64 e 81. Devemos acrescentar à direita desses números um algarismo, de modo que o número formado pelos dois últimos algarismos seja também quadrado perfeito. Há somente as possibilidades seguintes: 64, 49 e 16. Portanto, os números são 164, 364, 649 e 816, cuja soma é 1993.

26. Um livro contém 30 estórias, de tamanhos diferentes: 1, 2, 3, ..., 30 páginas. Cada estória começa numa nova página. A primeira estória começa na página 1. No máximo, quantas estórias podem começar numa página ímpar?

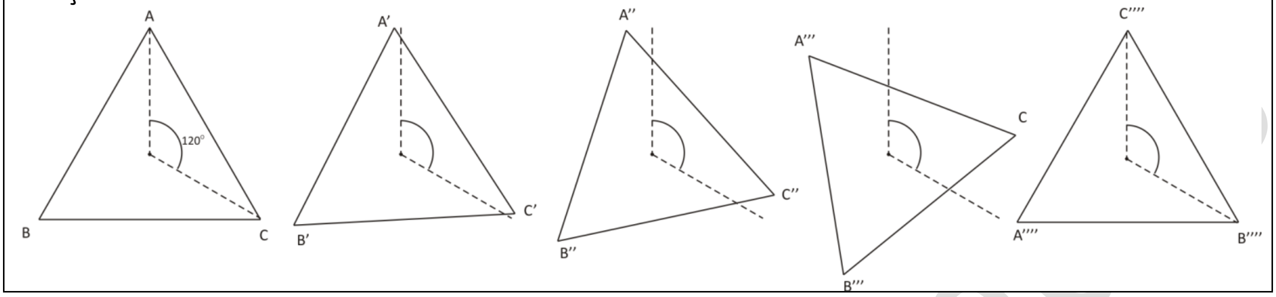
(A) 15 (B) 18 (C) 20 (D) 21 (E) 23

26. Resposta: alternativa E
Se uma história começa na página *x* e termina na página *y*, então a história tem *y* – *x* + 1 páginas. Isto significa que se o número de páginas da história é par, então x e y têm paridades diferentes e se o número de páginas da história é ímpar, então x e y tem paridades iguais. Assim, as paridades das páginas iniciais de duas estórias sucessivas são iguais quando o número de páginas da primeira história é par s são diferentes quando o número de páginas for ímpar. Assim, para que o número de estórias que começam em página ímpar seja o maior possível, basta montar o livro fazendo as 15 estórias com número par de páginas começarem em páginas ímpares e, das 15 estórias com número ímpar de páginas, fazer 8 delas começarem em página ímpar (forçosamente 7 estórias começarão em páginas pares). Logo, a maior quantidade de história que começam em página ímpar é 15 + 8 = 23.

27. Gira-se no plano um triângulo equilátero ao redor do seu centro: primeiramente de 3°, depois de 9°, em seguida de 27°, e assim sucessivamente, de forma que no *n*-ésimo passo o mesmo é girado de $(3^{n})^{\circ}$. No mínimo quantas rotações o triângulo deverá dar para ocupar a mesma posição em que estava no início?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

27. Resposta: alternativa C
Em relação à posição inicial, o triângulo gira 3^o na primeira rotação, gira 9^o na segunda, totalizando $3^o + 9^o = 12^o$ depois da segunda, gira 27^o na terceira, totalizando $3^o + 9^o + 27^o = 39^o$ depois da terceira, gira 81^o na quarta rotação, totalizando $3^o + 9^o + 27^o + 81^o = 120^o$ depois da quarta. Ao completar 120^o de rotação, o vértice A do triângulo coincide com o vértice B, o vértice B coincide com o C e o vértice C coincide com o A, ou seja, o triângulo volta a ocupar a posição inicial, conforme ilustração abaixo, com rotações no sentido anti-horário.

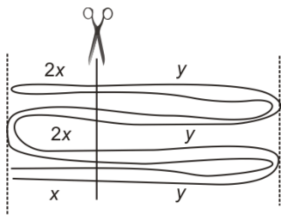


28. Dobra-se seguidamente uma corda pela metade 3 vezes. O feixe formado pela corda dobrada é então cortado de um só golpe, formando-se vários pedaços, um dos quais tem 9 m e o outro 4 m de comprimento. Qual dos números a seguir NÃO pode ser o comprimento inicial da corda?

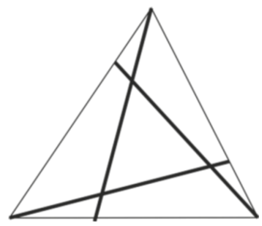
(A) 52 m (B) 68 m (C) 72 m (D) 88 m (E) todos são comprimentos possíveis

28. Resposta: alternativa C
Depois de cortada a corda dobrada de um só golpe, aparecem dois pedaços de tamanho *x*, três pedaços de tamanho 2*x* e quatro pedaços de tamanho *y*, conforme mostrado na figura. Como há pedaços de 4 m e pedaços de 9 m, temos várias possibilidades para o comprimento da corda antes do corte,na tabela ao lado. O único comprimento que não é possível é 72 m.

x	y	Total = $8x+4y$
4	9	68
2	9	52
9	4	88
4,5	4	52



29. Um triângulo é dividido por três segmentos em quatro triângulos e três quadriláteros. A soma dos perímetros dos triângulos é igual a 20 cm e a soma dos perímetros dos quadriláteros é igual a 25 cm. O perímetro do triângulo original é igual a 19 cm. Qual é a soma das medidas dos três segmentos, em centímetros?



(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 15 (E) 16

29. Resposta: alternativa C
Quando somamos todos os perímetros, somamos duas vezes cada um dos pedaços em que cada um dos três segmentos internos foram seccionados e uma vez cada um dos lados do triângulo original. Se *x* é a soma das medidas de todos os pedaços desses segmentos, então *x* é a soma das medidas dos três segmentos. Temos então $2x + 19 = 20 + 25 \Leftrightarrow 2x = 45 - 19 = 26 \Leftrightarrow x = 13$ cm.

30. Alguns números positivos são escritos num quadriculado 3×3 de forma que o produto dos números em cada linha e em cada coluna é o mesmo e igual a 1. E em qualquer quadriculado 2×2 nele contido, o produto dos quatro números é igual a 2. Qual é o número do quadrado central do quadriculado?

(A) 16 (B) 8 (C) 4 (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{8}$

30. Resposta: alternativa A

Na primeira linha, como o produto dos números é 1, podemos escrever

x	y	$\frac{1}{xy}$

Na segunda linha, podemos introduzir uma nova variável, apenas para auxiliar os cálculos, lembrando que o produto dos quatro números do quadrado 2×2 à esquerda é 2:

x	y	$\frac{1}{xy}$
z	$\frac{2}{xyz}$	$\frac{xy}{2}$

Note que o último elemento da segunda linha foi obtido lembrando que o produto dos elementos da linha é 1. No segundo quadrado 2×2 à direita, temos $y\cdot\frac{1}{xy}\cdot\frac{2}{xyz}\cdot\frac{xy}{2}=2\Leftrightarrow z=\frac{1}{2x}$. Reescrevendo as duas primeiras linhas, temos a tabela à direita. No segundo quadrado à direita, o produto dos elementos é 2, logo $y\cdot\frac{1}{xy}\cdot\frac{4}{y}\cdot\frac{xy}{2}=2\Leftrightarrow y=\frac{1}{2x}$. Assim, podemos reescrever as linhas com uma única variável, introduzindo a 3ª linha, lembrando que os produtos nas linhas e colunas é 1:

x	y	$\frac{1}{xy}$
$\frac{1}{2x}$	$\frac{4}{y}$	$\frac{xy}{2}$

x	$\frac{1}{2x}$	2
$\frac{1}{2x}$	$8x$	$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{4}$	2

Note que o produto dos elementos do terceiro quadrado 2×2 é 2 e o mesmo deve ocorrer para os elementos do quarto quadrado 2×2, de modo que $8x\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot2=2\Leftrightarrow x=2$. Portanto, no quadrado central deve estar escrito o número $8\cdot2=16$.