



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

## PROVAS RESOLVIDAS - 1999

- Física
- Matemática
- Português
- Química

# Física

Caso necessário, utilize os seguintes valores para constantes:

aceleração da gravidade =  $9,8 \text{ m/s}^2$

massa específica da água =  $1,0 \text{ g/cm}^3$

carga do elétron =  $-1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$

massa de repouso do elétron =  $9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$

raio da Terra =  $6,38 \times 10^6 \text{ m}$

As soluções das questões de números 01 a 15 **NÃO PRECISAM SER JUSTIFICADAS** no Caderno de Respostas.

Basta marcar as respostas na Folha de Respostas (verso do Caderno de Respostas) e na Folha de Leitura Óptica.

## 1 b

Os valores de  $x$ ,  $y$  e  $z$  para que a equação: (força) $^x$  (massa) $^y$  = (volume) (energia) $^z$  seja dimensionalmente correta, são, respectivamente:

a)  $(-3, 0, 3)$ . b)  $(-3, 0, -3)$ . c)  $(3, -1, -3)$ .

d)  $(1, 2, -1)$ . e)  $(1, 0, 1)$ .

### Resolução

$$F^x M^y = \text{Vol} \cdot E^z$$

As equações dimensionais em relação à massa (M), ao comprimento (L) e ao tempo (T) são dadas por:

$$[F] = M L T^{-2}$$

$$[\text{Vol}] = L^3$$

$$[E] = M L^2 T^{-2}$$

$$(M L T^{-2})^x \cdot M^y = L^3 \cdot (M L^2 T^{-2})^z$$
$$M^{x+y} L^x T^{-2x} = M^z L^{3+2z} T^{-2z}$$

Identificando-se os expoentes:

$$x + y = z \quad (1)$$

$$3 + 2z = x \quad (2)$$

$$-2x = -2z \quad (3)$$

De (3):  $x = z$

$$\text{Em (2): } 3 + 2x = x \Rightarrow \boxed{x = -3 = z}$$

$$\text{Em (1): } -3 + y = -3 \Rightarrow \boxed{y = 0}$$

## 2 e

Considere a Terra uma esfera homogênea e que a aceleração da gravidade nos pólos seja de  $9,8 \text{ m/s}^2$ . O número pelo qual seria preciso multiplicar a velocidade de rotação da Terra de modo que o peso de uma pessoa no Equador ficasse nulo é:

a)  $4\pi$ . b)  $2\pi$ . c) 3. d) 10. e) 17.

### Resolução

Levando-se em conta a rotação da Terra, o peso de uma pessoa na linha do Equador é dado por:

$$P_E = F_G - F_{cp}$$

$$P_E = mg_p - m \omega^2 R$$

$g_p$  = módulo da aceleração da gravidade nos pólos =  $9,8 \text{ m/s}^2$ .

$\omega$  = módulo da velocidade angular de rotação da Terra

$R$  = raio da Terra =  $6,38 \cdot 10^6 \text{ m}$

Para que o peso no Equador seja nulo, devemos ter:

$$mg_p = m \omega^2 R$$

$$\omega^2 = \frac{g_p}{R} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g_p}{R}} = \sqrt{\frac{9,8}{6,38 \cdot 10^6}} \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)$$

$$\omega = 1,24 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$$

A velocidade angular da Terra tem módulo  $\omega_T$  dado por:

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{86400} \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) = 7,26 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$$

$$\text{Portanto: } \frac{\omega}{\omega_T} = \frac{1,24 \cdot 10^{-3}}{7,26 \cdot 10^{-5}}$$

$$\boxed{\frac{\omega}{\omega_T} \cong 17}$$

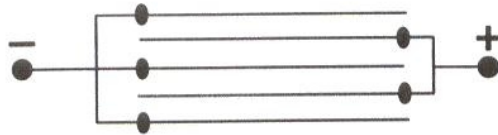
## 3 c

Dois conjuntos de capacitores de placas planas e paralelas são construídos como mostram as montagens 1 e 2 abaixo. Considere que a área de cada placa seja igual a  $A$  e que as mesmas estejam igualmente espaça-

das de uma distância  $d$ . Sendo  $\epsilon_0$  a permissividade elétrica do vácuo, as capacitâncias equivalentes  $c_1$  e  $c_2$  para as montagens 1 e 2, respectivamente, são:



montagem 1

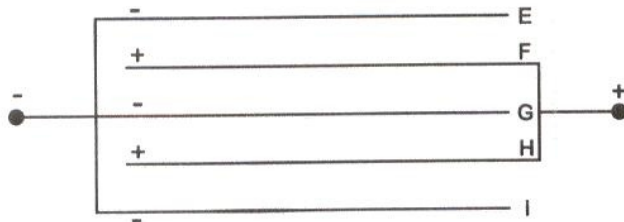
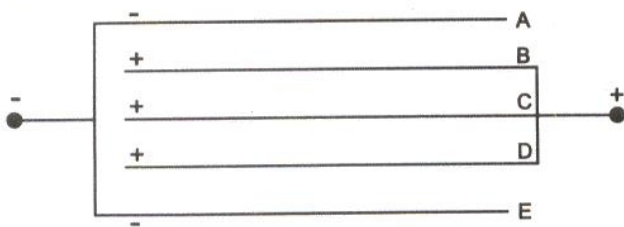


montagem 2

- a)  $c_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ ;  $c_2 = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$ .
- b)  $c_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ ;  $c_2 = \frac{4\epsilon_0 A}{d}$ .
- c)  $c_1 = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$ ;  $c_2 = \frac{4\epsilon_0 A}{d}$ .
- d)  $c_1 = \frac{\epsilon_0 A}{2d}$ ;  $c_2 = \frac{2\epsilon_0 A}{4d}$ .
- e)  $c_1 = c_2 = \frac{4\epsilon_0 A}{d}$ .

**Resolução**

Analisando-se as montagens 1 e 2, temos:



Na montagem 1, as placas A e B e as placas D e E constituem dois capacitores ligados em paralelo. As placas B, C e D estão sob mesmo potencial elétrico, logo não constituem capacitores. Assim a capacitância equivalente na montagem um ( $C_1$ ) será dada por:

$$C_1 = C_{AB} + C_{DE}$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_0 A}{d} + \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$C_1 = \frac{2\epsilon_0 A}{d}$$

Na montagem 2, as placas EF, FG, GH e HI constituem quatro capacitores associados em paralelo. Assim, a capacitância equivalente na montagem dois ( $C_2$ ) será dada por:

$$C_2 = C_{EF} + C_{FG} + C_{GH} + C_{HI}$$

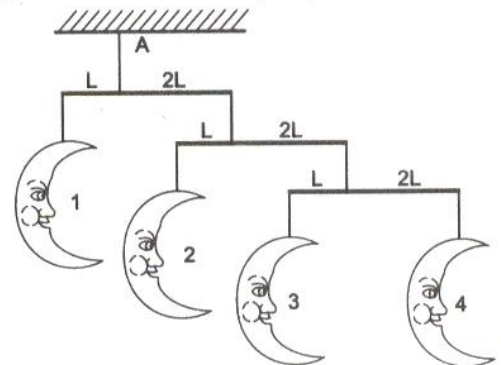
$$C_2 = \frac{\epsilon_0 A}{d} + \frac{\epsilon_0 A}{d} + \frac{\epsilon_0 A}{d} + \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

$$\therefore C_2 = \frac{4\epsilon_0 A}{d}$$

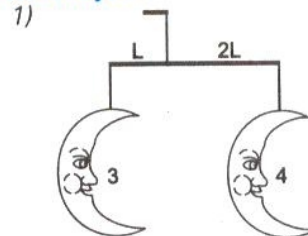
**4 d**

Um brinquedo que as mães utilizam para enfeitar quartos de crianças é conhecido como "mobile". Considere o "mobile" de luas esquematizado na figura abaixo. As luas estão presas por meio de fios de massas desprezíveis a três barras horizontais, também de massas desprezíveis. O conjunto todo está em equilíbrio e suspenso num único ponto A. Se a massa da lua 4 é de 10 g, então a massa em quilogramas da lua 1 é:

- a) 180.
- b) 80.
- c) 0,36.
- d) 0,18.
- e) 9.



**Resolução**



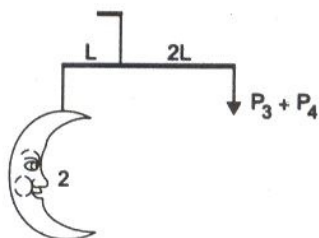
Para o equilíbrio do sistema acima, temos:

$$P_3 \cdot L = P_4 \cdot 2L$$

$$m_3 g L = m_4 g \cdot 2L$$

$$m_3 = 2 m_4 = 20 \text{ gramas}$$

2)



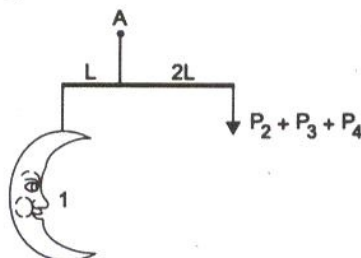
Para o equilíbrio do sistema acima, temos:

$$P_2 L = (P_3 + P_4) 2L$$

$$m_2 = (m_3 + m_4) \cdot 2$$

$$m_2 = 2 (20 + 10) \text{ gramas} \Rightarrow m_2 = 60 \text{ gramas}$$

3)



Para o equilíbrio do sistema acima, temos:

$$P_1 \cdot L = 2 (P_2 + P_3 + P_4)$$

$$m_1 = 2 (m_2 + m_3 + m_4)$$

$$m_1 = 2 (60 + 20 + 10) \text{ gramas}$$

$$m_1 = 180 \text{ gramas} = 0,18 \text{ kg}$$

## 5 d

A tabela abaixo mostra os níveis de energia de um átomo do elemento **X** que se encontra no estado gasoso.

$E_0$	0
$E_1$	7,0 eV
$E_2$	13,0 eV
$E_3$	17,4 eV
ionização	21,4 eV

Dentro das possibilidades abaixo, a energia que poderia restar a um elétron com energia de 15 eV, após colidir com um átomo de **X**, seria de:

- a) 0 eV.      b) 4,4 eV.      c) 16,0 eV.  
d) 2,0 eV.    e) 14,0 eV.

### Resolução

O elétron pode transferir para o átomo uma quantidade de energia que corresponda a um salto quântico entre

dois de seus níveis de energia possíveis.

Portanto uma possibilidade seria o átomo se energizar passando do estado  $E_0$  para o estado  $E_2$ , absorvendo 13,0 eV do elétron incidente que ficaria com uma energia remanescente de 2,0 eV.

## 6 c

No final de uma tarde de céu límpido, quando o sol está no horizonte, sua cor parece "avermelhada". A melhor explicação para esse belo fenômeno da natureza é que:

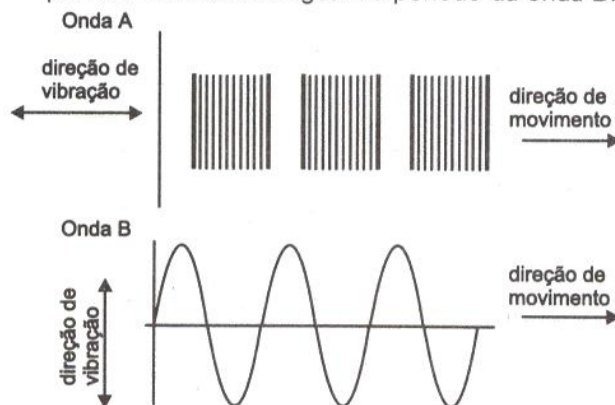
- o Sol está mais distante da Terra.
- a temperatura do Sol é menor no final da tarde.
- a atmosfera da Terra espalha comprimentos de ondas mais curtos, como por exemplo o da luz azul.
- a atmosfera da Terra absorve os comprimentos de onda azul e verde.
- a atmosfera da Terra difrata a luz emitida pelo Sol.

Ao entardecer, a luz do Sol que atinge os olhos do observador deve atravessar uma extensa região da atmosfera terrestre, e as cores de maior frequência (azul, anil e violeta) são mais difundidas, porque as moléculas que estão na atmosfera entram em ressonância com estas cores. Com isto, a luz remanescente que chega ao observador apresenta predominância das cores de menor frequência (vermelho, alaranjado e amarelo) resultando na tonalidade "avermelhada" do céu.

## 7 a

Considere as seguintes afirmações relativas às formas de ondas mostradas na figura abaixo:

- A onda **A** é conhecida como onda longitudinal e seu comprimento de onda é igual à metade do comprimento de onda da onda **B**.
- Uma onda sonora propagando-se no ar é melhor descrita pela onda **A**, onde as regiões escuras são chamadas de regiões de compressão e as regiões claras, de regiões de rarefação.
- Se as velocidades das ondas **A** e **B** são iguais e permanecem constantes e ainda, se o comprimento de onda da onda **B** é duplicado, então o período da onda **A** é igual ao período da onda **B**.



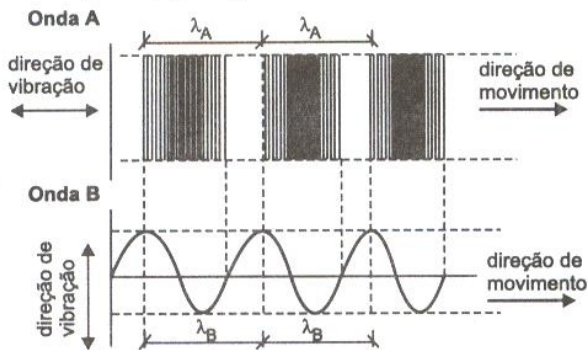
Então, pode-se concluir que:

- a) somente II é correta.
- b) I e II são corretas.
- c) todas são corretas.
- d) II e III são corretas.
- e) I e III são corretas.

**Resolução**

(I) Errada

Observando as figuras, notamos que os comprimentos de onda das ondas A e B (distância que separa dois pontos vibrantes intercalados por um ciclo) são iguais ( $\lambda_A = \lambda_B$ ).



**Onda A:** A direção da vibração coincide com a direção da propagação – **onda longitudinal**.

(II) Correta

Uma onda sonora propagando-se no ar é uma onda de pressão longitudinal, como a caracterizada pela onda A. Num determinado instante, podem ser observadas no ar regiões de compressão intercaladas por regiões de rarefação.

(III) Errada

Sendo  $V$  a velocidade de propagação e  $T$  o período, temos:

$$V = \frac{\lambda}{T}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Onda A: } V_A &= \frac{\lambda_A}{T_A} \\ \text{Onda B: } V_B &= \frac{\lambda_B}{T_B} \end{aligned} \right\} \text{ Como } V_B = V_A, \text{ vem: } \frac{\lambda_B}{T_B} = \frac{\lambda_A}{T_A}$$

Sendo  $\lambda_B = 2 \lambda_A$ , calculemos a relação entre os períodos:

$$\frac{2 \lambda_A}{T_B} = \frac{\lambda_A}{T_A} \Rightarrow T_B = 2 T_A$$

**8 d**

O pneu de um automóvel é calibrado com ar a uma pressão de  $3,10 \times 10^5$  Pa a  $20^\circ\text{C}$ , no verão.

Considere que o volume não varia e que a pressão atmosférica se mantém constante e igual a  $1,01 \times 10^5$  Pa: A pressão do pneu, quando a temperatura cai a  $0^\circ\text{C}$ , no inverno, é:

- a)  $3,83 \times 10^5$  Pa.
- b)  $1,01 \times 10^5$  Pa.
- c)  $4,41 \times 10^5$  Pa.
- d)  $2,89 \times 10^5$  Pa.
- e)  $1,95 \times 10^5$  Pa.

**Resolução**

Usando-se a Lei Geral dos Gases, vem:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2}$$

Substituindo-se os valores fornecidos, temos:

$$\frac{3,10 \cdot 10^5 \cdot V}{(20 + 273)} = \frac{p_2 \cdot V}{(0 + 273)}$$

$$p_2 = \frac{273 \cdot 3,10 \cdot 10^5}{293} \text{ (Pa)}$$

$$p_2 = 2,89 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Se interpretarmos que a pressão indicada ( $3,10 \cdot 10^5$  Pa) é a pressão efetiva (acima da pressão atmosférica), teremos:

$$p_{ef} = p_1 - p_{atm}$$

$$p_1 = p_{ef} + p_{atm} = 4,11 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Sendo o volume constante, temos:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow \frac{p_2}{4,11 \cdot 10^5} = \frac{273}{293}$$

$$p_2 \cong 3,83 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Nesse caso a alternativa correta seria (a). Contudo, acreditamos que a interpretação pretendida pela banca examinadora seja a primeira.

**9 b**

Incide-se luz num material fotoelétrico e não se observa a emissão de elétrons. Para que ocorra a emissão de elétrons do mesmo material basta que se aumente(m):

- a) a intensidade da luz.
- b) a frequência da luz.

- c) o comprimento de onda da luz.  
 d) a intensidade e a frequência da luz.  
 e) a intensidade e o comprimento de onda da luz.

### Resolução

Para que ocorra o efeito fotoelétrico, a energia transportada por cada fóton de luz ( $E = hf$ ) deve ser maior que a energia de ligação ( $\tau$ ) entre o elétron que vai ser emitido e o núcleo do átomo.

Portanto, para que haja emissão, devemos aumentar a frequência da luz incidente.

### 10 e

Considere uma mistura de gases  $H_2$  e  $N_2$  em equilíbrio térmico. Sobre a energia cinética média e sobre a velocidade média das moléculas de cada gás, pode-se concluir que:

- a) as moléculas de  $N_2$  e  $H_2$  têm a mesma energia cinética média e a mesma velocidade média.  
 b) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de  $N_2$  têm maior energia cinética média.  
 c) ambas têm a mesma velocidade média, mas as moléculas de  $H_2$  têm maior energia cinética média.  
 d) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de  $N_2$  têm maior velocidade média.  
 e) ambas têm a mesma energia cinética média, mas as moléculas de  $H_2$  têm maior velocidade média.

### Resolução

A temperatura absoluta de um gás perfeito está diretamente relacionada com a energia cinética média das partículas desse gás:

$$\bar{E}_c = K T$$

Assim, no equilíbrio térmico (mesma temperatura), tanto as moléculas de nitrogênio ( $N_2$ ) como as de hidrogênio ( $H_2$ ) terão a mesma energia cinética média.

A energia cinética média, das moléculas do gás, depende da massa da partícula e da sua velocidade média:

$$\bar{E}_c = \frac{m \bar{V}^2}{2}$$

$$\text{Assim: } \bar{E}_{c(N_2)} = \bar{E}_{c(H_2)}$$

$$\left( \frac{m \bar{V}^2}{2} \right)_{N_2} = \left( \frac{m \bar{V}^2}{2} \right)_{H_2}$$

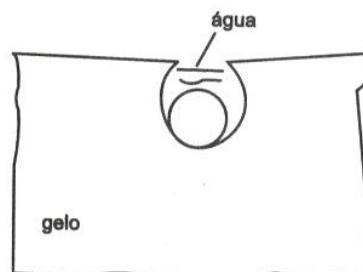
Mas, a massa da molécula de nitrogênio é maior do que a massa da molécula de hidrogênio, portanto:

$$\bar{V}_{(N_2)} < \bar{V}_{(H_2)}$$

### 11 a

Numa cavidade de  $5 \text{ cm}^3$  feita num bloco de gelo, introduz-se uma esfera homogênea de cobre de  $30 \text{ g}$  aquecida a  $100^\circ\text{C}$ , conforme o esquema abaixo. Sabendo-se que o calor latente de fusão do gelo é de  $80 \text{ cal/g}$ , que o calor específico do cobre é de  $0,096 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$  e que a massa específica do gelo é de  $0,92 \text{ g/cm}^3$ , o volume total da cavidade é igual a:

- a)  $8,9 \text{ cm}^3$ .  
 b)  $3,9 \text{ cm}^3$ .  
 c)  $39,0 \text{ cm}^3$ .  
 d)  $8,5 \text{ cm}^3$ .  
 e)  $7,4 \text{ cm}^3$ .



### Resolução

Supondo-se que o bloco é de gelo fundente ( $0^\circ\text{C}$ ), a energia liberada pela esfera de cobre para esfriar até  $0^\circ\text{C}$  provocou a fusão de uma massa  $m$  de gelo:

$$Q_{\text{cedido}} + Q_{\text{recebido}} = 0$$

(cobre)                  (gelo)

$$(m c \Delta \theta)_{\text{cobre}} + (mL)_{\text{gelo}} = 0$$

$$30 \cdot 0,096 \cdot (0 - 100) + m_g \cdot 80 = 0$$

$$80 m_g = 288$$

$$m_g = 3,60 \text{ g}$$

Usando-se a expressão de densidade absoluta, para o gelo, vem:

$$d = \frac{m}{V} \Rightarrow 0,92 = \frac{3,60}{V_g}$$

$$V_g = 3,9 \text{ cm}^3$$

Portanto, no equilíbrio térmico, o volume da cavidade passa a ser:

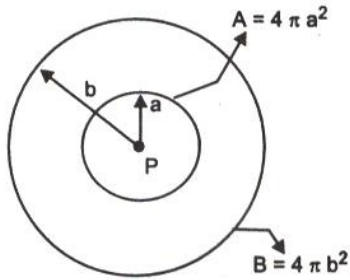
$$V = 5 \text{ cm}^3 + 3,9 \text{ cm}^3$$

$$\boxed{V = 8,9 \text{ cm}^3}$$

### 12 e

Uma carga puntual  $P$  é mostrada na figura adiante com duas superfícies gaussianas  $A$  e  $B$ , de raios  $a$  e  $b = 2a$ , respectivamente. Sobre o fluxo elétrico que passa pelas

superfícies de áreas **A** e **B**, pode-se concluir que:



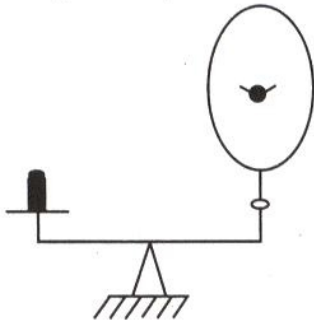
- o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é duas vezes maior que o fluxo que passa pela área **A**.
- o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é a metade do fluxo que passa pela área **A**.
- o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é 1/4 do fluxo que passa pela área **A**.
- o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é quatro vezes maior que o fluxo que passa pela área **A**.
- o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é igual ao fluxo que atravessa a área **A**.

### Resolução

O Teorema de Gauss afirma que "o fluxo elétrico através de uma superfície gaussiana é diretamente proporcional à soma algébrica das cargas internas à superfície e independe das cargas externas". Nestas condições, concluímos que o fluxo elétrico que atravessa a área **B** é igual ao fluxo elétrico que atravessa a área **A**.

### 13 a

Um balão preenchido com gás tem como hóspede uma mosca. O balão é conectado a uma balança por meio de um fio inextensível e de massa desprezível, como mostra a figura abaixo. Considere que o balão se move **somente na direção vertical** e que a balança fica em equilíbrio quando a mosca não está voando. Sobre a condição de equilíbrio da balança, pode-se concluir que:



- se a mosca voar somente na direção horizontal, a balança ficará em equilíbrio.
- o equilíbrio da balança independe da direção de vôo da mosca.
- a balança só ficará em equilíbrio se a mosca permanecer no centro do balão.
- se a mosca voar somente na direção vertical a balança jamais ficará em equilíbrio.
- a balança só ficará em equilíbrio se a mosca não estiver voando.

### Resolução

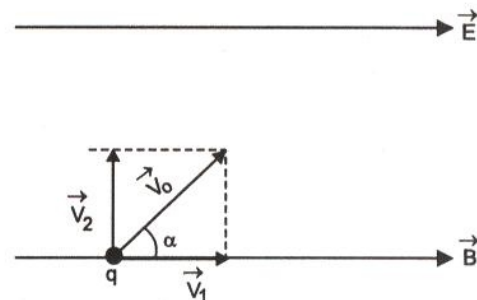
Para manter o equilíbrio da balança, a força que o ar aplica sobre ela deve ter uma componente vertical dirigida para cima e de intensidade igual à do peso da mosca, isto é, a mosca em seu vôo não pode ter aceleração na direção vertical, o que ocorre, **por exemplo**, se a mosca voar apenas na direção horizontal. A opção **d** não está correta porque a mosca poderá voar verticalmente com movimento uniforme e a balança continuar em equilíbrio.

### 14 d

Uma partícula de carga **q** e massa **m** é lançada numa região com campo elétrico  $\vec{E}$  e campo magnético  $\vec{B}$ , uniformes e paralelos entre si. Observa-se, para um determinado instante, que a partícula está com a velocidade  $\vec{V}_0$  formando um ângulo  $\alpha$  com o campo magnético  $\vec{B}$ . Sobre o movimento dessa partícula, pode-se concluir que a partir deste instante:

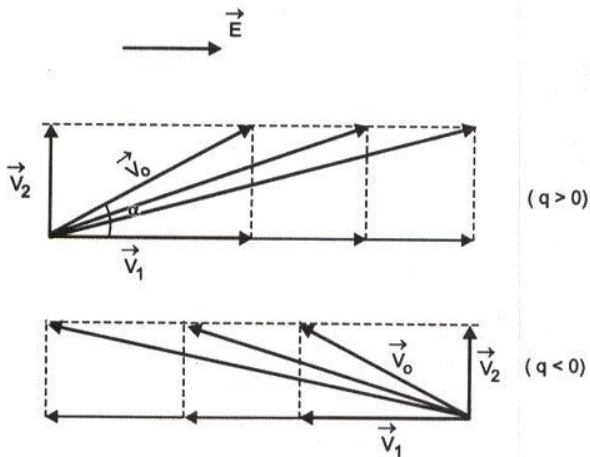
- a partícula descreverá um movimento giratório de raio  $\frac{m V_0}{q B}$ .
- o ângulo entre a velocidade e o campo  $\vec{B}$  variará com o passar do tempo até atingir o valor de  $90^\circ$ , mantendo-se constante daí em diante.
- a energia cinética da partícula será uma função sempre crescente com o tempo e independente do valor de **B**.
- a velocidade  $\vec{V}$  da partícula tenderá a ficar paralela ao campo  $\vec{E}$ , se a carga for positiva, e antiparalela a  $\vec{E}$ , se a carga for negativa.
- a partícula tenderá a atingir um movimento puramente circular com raio crescente com o tempo.

### Resolução



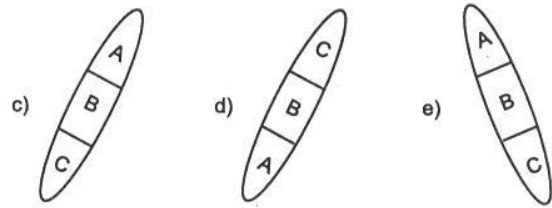
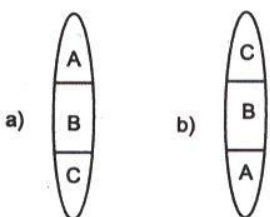
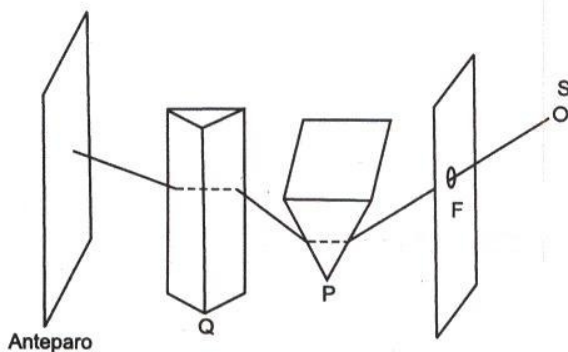
Sendo  $\vec{V}$  oblíquo em relação a  $\vec{B}$ , concluímos que se existisse somente o campo magnético a partícula descreveria um movimento helicoidal uniforme que seria a composição de um movimento circular uniforme ( $\vec{V}_2$  perpendicular a  $\vec{B}$ ) com um movimento retilíneo uni-

forme ( $\vec{V}_1$  paralelo a  $\vec{B}$ ). A existência do campo elétrico uniforme  $\vec{E}$  fará com que a partícula adquira, na direção de  $\vec{E}$ , um movimento retilíneo e uniformemente variado. A componente  $\vec{V}_1$  tende a adquirir módulo cada vez maior no sentido de  $\vec{E}$  se  $q > 0$  e oposto ao de  $\vec{E}$  se  $q < 0$ . Nestas condições, a velocidade resultante  $\vec{V}$  tende a ficar paralela a  $\vec{E}$  (no sentido de  $\vec{E}$  se  $q > 0$  e oposto ao de  $\vec{E}$  se  $q < 0$ ).



### 15 c

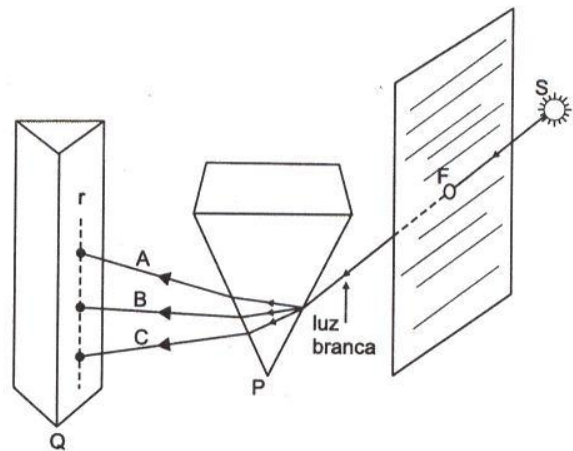
Isaac Newton, no início de 1666, realizou a seguinte experiência: Seja **S** o Sol e **F** um orifício feito na janela de um quarto escuro. Considere **P** e **Q** dois prismas de vidro colocados em posição cruzada em relação ao outro, ou seja, com suas arestas perpendiculares entre si, conforme mostra a figura abaixo. Represente por **A** a cor violeta, por **B** a amarela e **C** a cor vermelha. Após a passagem dos raios luminosos pelo orifício e pelos dois prismas, a forma da imagem e a disposição das cores formadas no anteparo são melhor representadas por:



### Resolução

Depois de transpor o orifício **F**, a luz branca proveniente do Sol – policromática – incide no prisma **P**, sofrendo **dispersão** (decomposição da luz branca nas cores fundamentais).

A luz violeta (**A**) atravessa esse prisma sofrendo o maior desvio angular, enquanto que a luz vermelha (**C**) faz a travessia sofrendo o menor desvio angular, conforme representa a figura abaixo.



A luz emergente do prisma **P** incide agora no prisma **Q** sobre uma reta **r** paralela à base desse prisma. Na travessia do prisma **Q**, não ocorrerá mais o fenômeno da dispersão, uma vez que a luz já está decomposta. Os feixes monocromáticos emergirão de **Q** em pontos situados em alturas diferentes em relação à base desse prisma, projetando no anteparo uma figura semelhante à apresentada na alternativa **c**.

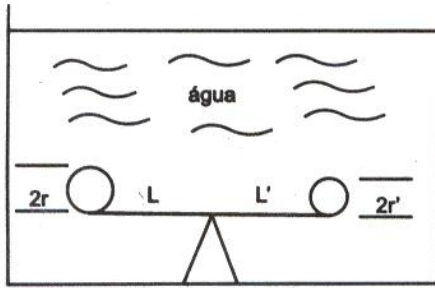
**ATENÇÃO:** As questões de 16 a 25 devem ter suas soluções justificadas no caderno de respostas. Na folha de leitura óptica assinale as alternativas das 25 questões. Ao terminar a prova, entregue ao fiscal o caderno de respostas e a folha de leitura óptica.

### 16 c

Duas esferas metálicas homogêneas de raios **r** e **r'** e massas específicas de 5 e 10 g/cm<sup>3</sup>, respectivamente, têm mesmo peso **P** no vácuo. As esferas são colocadas nas extremidades de uma alavanca e o sistema todo mergulhado em água, como mostra a figura adiante. A razão entre os dois braços da alavanca (**L / L'**) para que haja equilíbrio é igual a:

- a) 1/2.    b) 9/4.    c) 9/8.    d) 1.    e) 9/2.





### Resolução

O peso  $P$  e o empuxo  $E$  são dados por:

$$P = \mu_S V g$$

$$E = \mu_L V g$$

Portanto:  $\frac{E}{P} = \frac{\mu_L}{\mu_S} \Rightarrow E = \frac{\mu_L}{\mu_S} P$

O peso aparente é dado por:

$$P_{ap} = P - E = P - \frac{\mu_L}{\mu_S} P = P \left( 1 - \frac{\mu_L}{\mu_S} \right)$$

Para o equilíbrio da alavanca temos:

$$P_{ap} \cdot L = P'_{ap} \cdot L'$$

$$P \left( 1 - \frac{1}{5} \right) L = P \left( 1 - \frac{1}{10} \right) L'$$

$$\frac{4}{5} L = \frac{9}{10} L'$$

$$\boxed{\frac{L}{L'} = \frac{9}{8}}$$

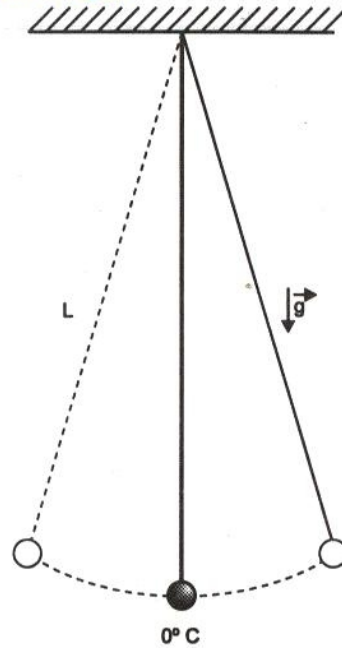
### 17 b

Um relógio de pêndulo, construído de um material de coeficiente de dilatação linear  $\alpha$ , foi calibrado a uma temperatura de  $0^\circ\text{C}$  para marcar um segundo exato ao pé de uma torre de altura  $h$ . Elevando-se o relógio até o alto da torre observa-se um certo atraso, mesmo mantendo-se a temperatura constante. Considerando  $R$  o raio da Terra,  $L$  o comprimento do pêndulo a  $0^\circ\text{C}$  e que o relógio permaneça ao pé da torre, então a temperatura para a qual obtém-se o mesmo atraso é dada pela relação:

a)  $\frac{2h}{\alpha R}$       b)  $\frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}$       c)  $\frac{(R+h)^2 - LR}{\alpha L R}$

d)  $\frac{R(2h+R)}{\alpha(R+h)^2}$       e)  $\frac{2R+h}{\alpha R}$

### Resolução



O período inicial do pêndulo ( $T = 1\text{s}$ ) pode ser expresso em função do seu comprimento  $L$  a  $0^\circ\text{C}$  e do módulo da aceleração da gravidade na superfície da Terra ( $g$ ) por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Na superfície terrestre:  $g = \frac{GM}{R^2}$

$G$  = constante de gravitação universal

$M$  = massa da Terra

$R$  = raio da Terra

Na altitude  $h$ :  $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$

Portanto:  $\frac{T'}{T} = \sqrt{\frac{g}{g'}} = \frac{R+h}{R}$

Com a temperatura variando junto à superfície terrestre:

$$\frac{T''}{T} = \sqrt{\frac{L'}{L}} \text{ onde } L' = L(1 + \alpha\theta)$$

$$\frac{T''}{T} = \sqrt{1 + \alpha\theta}$$

Para  $T'' = T'$  vem:

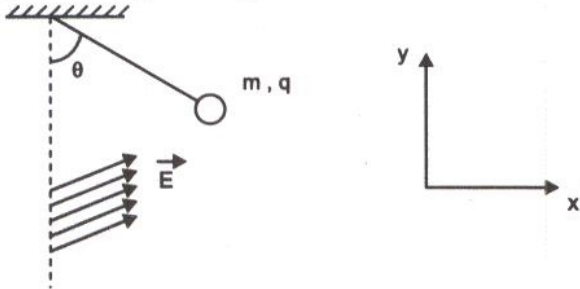
$$\sqrt{1 + \alpha\theta} = \frac{R+h}{R}$$

$$1 + \alpha\theta = \frac{R^2 + 2Rh + h^2}{R^2}$$

$$\boxed{\theta = \frac{h(2R+h)}{\alpha R^2}}$$

**18 b**

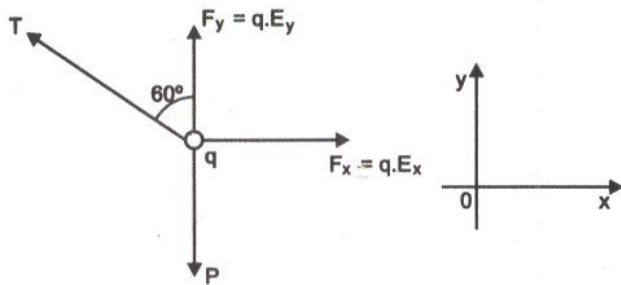
Uma esfera homogênea de carga  $q$  e massa  $m$  de 2 g está suspensa por um fio de massa desprezível em um campo elétrico cujas componentes  $x$  e  $y$  têm intensidades  $E_x = \sqrt{3} \times 10^5$  N/C e  $E_y = 1 \times 10^5$  N/C, respectivamente, como mostra a figura abaixo. Considerando que a esfera está em equilíbrio para  $\theta = 60^\circ$ , qual é a força de tração no fio?



- a)  $9,80 \times 10^{-3}$  N.
- b)  $1,96 \times 10^{-2}$  N.
- c) nula.
- d)  $1,70 \times 10^{-3}$  N.
- e)  $7,17 \times 10^{-3}$  N.

**Resolução**

As forças que agem na esfera estão representadas abaixo:



Na direção do eixo  $x$ , temos:

$$F_x = T \cdot \sin 60^\circ$$

$$q \cdot E_x = T \cdot \sin 60^\circ$$

$$q \cdot \sqrt{3} \cdot 10^5 = T \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \therefore$$

$$q \cdot 10^5 = \frac{T}{2} \quad \textcircled{1}$$

Na direção do eixo  $y$ :

$$T \cdot \cos 60^\circ + F_y = P$$

$$T \cdot \frac{1}{2} + q \cdot E_y = mg$$

$$T \cdot \frac{1}{2} + q \cdot 10^5 = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8$$

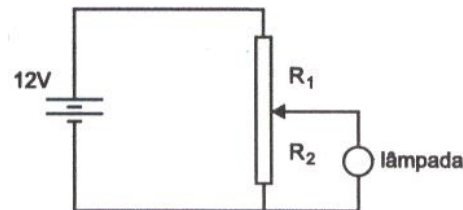
Levando-se em conta  $\textcircled{1}$ , vem:

$$T \cdot \frac{1}{2} + \frac{T}{2} = 2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8$$

$$T = 1,96 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

**19 d**

A força eletromotriz (f.e.m.) da bateria do circuito abaixo é de 12 V. O potenciômetro possui uma resistência total de  $15 \Omega$  e pode ser percorrido por uma corrente máxima de 3 A. As correntes que devem fluir pelos resistores  $R_1$  e  $R_2$ , para ligar uma lâmpada projetada para funcionar em 6 V e 3 W, são, respectivamente:



- a) iguais a 0,50 A.
- b) de 1,64 A e 1,14 A.
- c) de 2,00 A e 0,50 A.
- d) de 1,12 A e 0,62 A.
- e) de 2,55 A e 0,62 A.

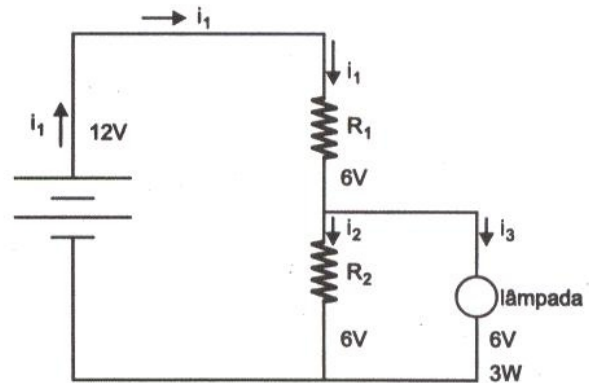
**Resolução**

**Lâmpada:**

$$P = U \cdot i_3$$

$$3 = 6 \cdot i_3$$

$$i_3 = 0,5 \text{ A}$$



De  $i_1 = i_2 + i_3$  e sendo  $6 = R_1 i_1$  e  $6 = R_2 i_2$ , vem:

$$\frac{6}{R_1} = \frac{6}{R_2} + 0,5$$

Sendo  $R_1 + R_2 = 15 \Omega$  ou  $R_1 = 15 - R_2$ , temos

$$\frac{6}{15 - R_2} = \frac{6}{R_2} + 0,5$$

$$\frac{6 \cdot (2R_2 - 15)}{(15 - R_2) \cdot R_2} = 0,5$$

$$12R_2 - 90 = \frac{1}{2} (15R_2 - R_2^2)$$

$$R_2^2 + 9R_2 - 180 = 0$$

Resolvendo a equação, obtemos  $R_2 = 9,65\Omega$

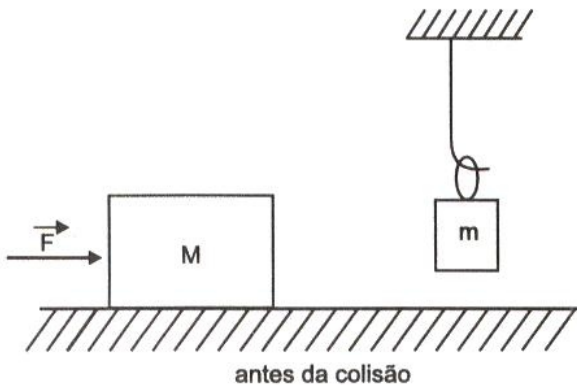
De  $R_1 = 15 - R_2$ , vem  $R_1 = 5,35\Omega$

$$\text{De } i_1 = \frac{6}{R_1} = \frac{6}{5,35} \text{ (A), vem: } \boxed{i_1 = 1,12\text{A}}$$

$$i_2 = \frac{6}{R_2} = \frac{6}{9,65} \text{ (A), vem: } \boxed{i_2 = 0,62\text{A}}$$

**20 e**

Um bloco de massa  $M$  desliza sobre uma superfície horizontal sem atrito, empurrado por uma força  $\vec{F}$ , como mostra a figura abaixo. Esse bloco colide com outro de massa  $m$  em repouso, suspenso por uma argola de massa desprezível e também sem atrito. Após a colisão, o movimento é mantido pela mesma força  $\vec{F}$ , tal que o bloco de massa  $m$  permanece unido ao de massa  $M$  em equilíbrio vertical, devido ao coeficiente de atrito estático  $\mu_e$  existente entre os dois blocos. Considerando  $g$  a aceleração da gravidade e  $\vec{V}_0$  a velocidade instantânea do primeiro bloco logo antes da colisão, a potência requerida para mover o conjunto, logo após a colisão, tal que o bloco de massa  $m$  não deslize sobre o outro, é dada pela relação:



a)  $\frac{g(M+m)V_0}{\mu_e}$

b)  $\frac{gmV_0}{\mu_e}$

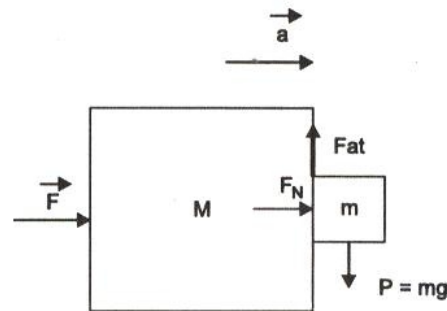
c)  $\frac{gMV_0}{\mu_e(M+m)}$

d)  $\frac{gmV_0}{\mu_e(M+m)}$

e)  $\frac{gMV_0}{\mu_e}$

**Resolução**

1) Para que, após a colisão, o bloco de massa  $m$  não deslize em relação ao bloco de massa  $M$ , devemos ter:



1)  $fat = P = mg$

2)  $F_N = ma$

3)  $fat \leq \mu_e F_N$

$$mg \leq \mu_e ma \Rightarrow \boxed{a \geq \frac{g}{\mu_e}} \quad (1)$$

2) A força  $\vec{F}$  que acelera o sistema será dada por:

$$\text{PFD } (M+m): F = (M+m)a \Rightarrow \boxed{a = \frac{F}{M+m}} \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1), vem:

$$\frac{F}{M+m} \geq \frac{g}{\mu_e} \Rightarrow \boxed{F \geq (M+m) \frac{g}{\mu_e}} \quad (3)$$

Desprezando-se a intensidade de  $F$  durante o breve intervalo de tempo em que ocorre a colisão, teremos:

$$Q_{\text{imediatamente após}} = Q_{\text{imediatamente antes}}$$

$$(m+M)V_1 = MV_0$$

$$\boxed{V_1 = \frac{MV_0}{m+M}}$$

A potência de  $\vec{F}$ , imediatamente após a colisão, será dada por:

$$Pot_F = FV_1 = F \frac{MV_0}{m+M}$$

$$F = Pot_F \left( \frac{m+M}{MV_0} \right) \quad (4)$$

Substituindo-se (4) em (3), vem:

$$\left( \frac{m + M}{MV_0} \right) Pot_F \geq (M + m) \frac{g}{\mu_e}$$

$$Pot_F \geq \frac{MV_0 g}{\mu_e}$$

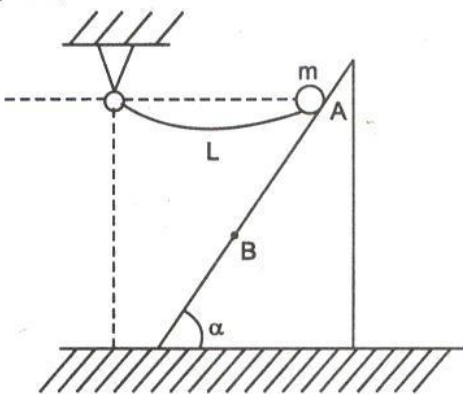
Portanto:

$$Pot_{F(\min)} = \frac{MV_0 g}{\mu_e}$$

A potência **mínima** requerida para mover o sistema é dada por  $\frac{MV_0 g}{\mu_e}$ .

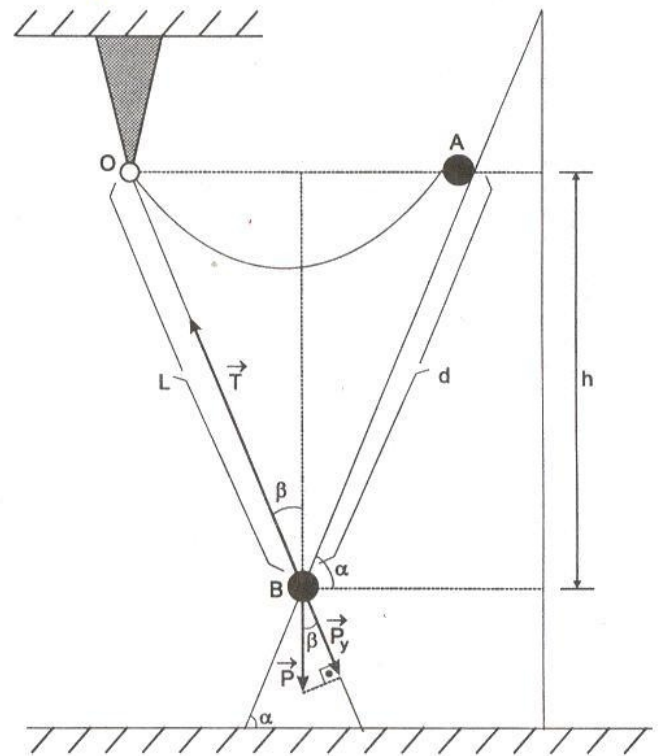
### 21 c

Um pêndulo é constituído por uma partícula de massa  $m$  suspensa por um fio de massa desprezível, flexível e inextensível, de comprimento  $L$ . O pêndulo é solto a partir do repouso, na posição **A**, e desliza sem atrito ao longo de um plano de inclinação  $\alpha$ , como mostra a figura. Considere que o corpo abandona suavemente o plano no ponto **B**, após percorrer uma distância  $d$  sobre ele. A tração no fio, no instante em que o corpo deixa o plano, é:



- $m g \left( \frac{d}{L} \right) \cos \alpha$ .
- $m g \cos \alpha$ .
- $3 m g \left( \frac{d}{L} \right) \sin \alpha$ .
- $m g \left( \frac{d}{L} \right) \sin \alpha$ .
- $3 m g$ .

### Resolução



**Descida de A para B:** Sistema conservativo

$$E_{m_B} = E_{m_A} \Rightarrow \frac{mV_B^2}{2} = mgh$$

$$V_B^2 = 2gh \quad (1)$$

No ponto B, apenas duas forças agem na partícula: o peso  $\vec{P}$  e a tração  $\vec{T}$  aplicada pelo fio. A força normal de contato com o plano inclinado é nula.

$$T - P_y = F_{cp} \Rightarrow T - mg \cos \beta = \frac{mV_B^2}{L} \quad (2)$$

$$(1) \text{ em } (2): T - mg \cos \beta = \frac{m \ 2gh}{L} \quad (3)$$

Da figura, temos:  $h = d \sin \alpha$  e  $\cos \beta = \frac{h}{L} = \frac{d \sin \alpha}{L}$ .

Substituindo  $h$  e  $\cos \beta$  em (3), temos:

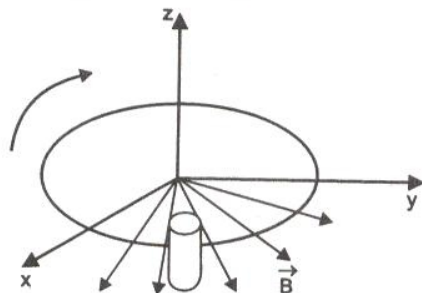
$$T - mg \frac{d \sin \alpha}{L} = \frac{2 mg d \sin \alpha}{L}$$

$$\therefore T = 3 mg \left( \frac{d}{L} \right) \sin \alpha$$

### 22 d

Um condutor reto, de 1cm de comprimento, é colocado paralelo ao eixo  $z$  e gira com uma frequência de 1000 revoluções por minuto, descrevendo um círculo de diâmetro de 40 cm no plano  $xy$ , como mostra a figura. Esse condutor está imerso num campo magnético

radial  $\vec{B}$  de módulo igual a 0,5 T. A tensão induzida nos terminais do condutor é de:



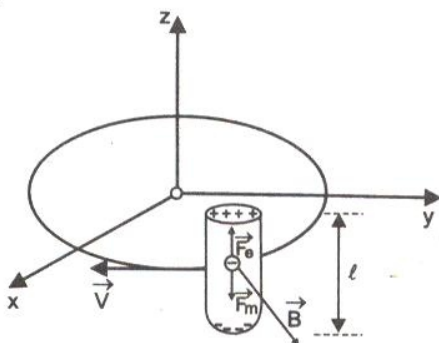
- a) 0,017 V.                      b) 1,0 V.                      c) 0,52 V.  
d) 0,105 V.                      e) 1,0 V.

### Resolução

A tensão elétrica induzida nos terminais do condutor é dada por:

$$U = B \cdot \ell \cdot v$$

De fato, a força magnética  $\vec{F}_m$  que age nos elétrons livres do condutor desloca-os para baixo. Na parte superior temos um excesso de cargas elétricas positivas:



No interior do condutor estabelece-se um campo elétrico uniforme de sentido oposto ao do eixo z e os elétrons livres ficam sujeitos também a forças elétricas  $\vec{F}_e$ .

No instante em que  $F_e = F_m$ , a tensão elétrica entre os terminais do condutor mantém-se constante:

$$F_e = F_m$$

$$|q| \cdot E = |q| \cdot v \cdot B$$

Considerando o campo elétrico uniforme, temos  $U = E \cdot \ell$

Portanto:  $|q| \cdot \frac{U}{\ell} = |q| \cdot v \cdot B$

$$U = B \cdot \ell \cdot v$$

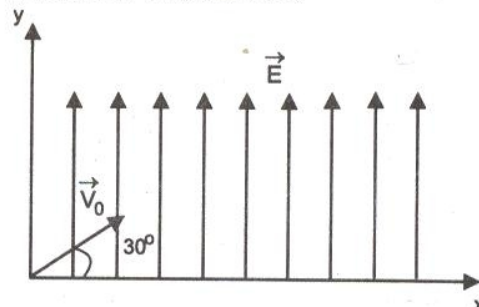
$$U = B \cdot \ell \cdot 2\pi f \cdot R$$

$$U = 0,5 \cdot 10^{-2} \cdot 2\pi \cdot \frac{1000}{60} \cdot 0,2 \text{ (V)}$$

$$U = 0,105 \text{ V}$$

### 23 c

No instante  $t = 0$  s, um elétron é projetado em um ângulo de  $30^\circ$  em relação ao eixo x, com velocidade  $v_0$  de  $4 \times 10^5$  m/s, conforme o esquema abaixo. Considerando que o elétron se move num campo elétrico constante  $E = 100$  N/C, o tempo que o elétron levará para cruzar novamente o eixo x é de:



- a) 10 ns.                      b) 15 ns.                      c) 23 ns.  
d) 12 ns.                      e) 18 ns.

### Resolução

O elétron, durante o movimento, ficará sujeito a uma força resultante de natureza elétrica com direção vertical e sentido oposto ao do vetor campo elétrico.

A aceleração resultante do elétron, em módulo, será dada por:

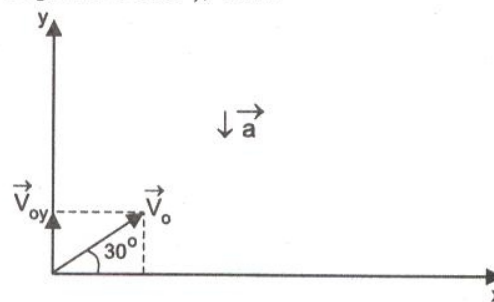
$$F_{res} = F_{elétrica}$$

$$ma = |q| E$$

$$a = \frac{|q| E}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 100}{9,11 \cdot 10^{-31}} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a \approx 17,6 \cdot 10^{12} \text{ m/s}^2$$

Analisando-se o movimento descrito pela partícula, segundo o eixo y, vem:



Em relação ao eixo y, a partícula descreverá um movimento uniformemente variado e assim podemos determinar o tempo de subida ( $t_s$ ) por:

$$V_y = V_{0y} - a t_s$$

$$0 = V_0 \text{ sen } 30^\circ - a t_s$$

$$t_s = \frac{V_0 \sin 30^\circ}{a}$$

$$t_s = \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0,5}{17,6 \cdot 10^{12}} \text{ (s)}$$

$$t_s \cong 11,4 \cdot 10^{-9} \text{ s}$$

O tempo  $T$  que o elétron levará para cruzar novamente o eixo  $x$  será o dobro do tempo de subida, assim:

$$T = 2t_s$$

$$T \cong 23 \text{ ns}$$

## 24 b

Um excitador pulsado que gera faíscas a uma frequência de  $10^6$  Hz está localizado no centro de curvatura  $C$  de um espelho côncavo de 1 m de raio de curvatura. Considere que o tempo de duração de cada faísca seja desprezível em relação ao intervalo de tempo entre duas faíscas consecutivas. A 2 m do centro de curvatura do espelho está situado um anteparo normal aos raios refletidos. O espelho gira em torno de  $C$  com uma frequência de 500 rotações por segundo, formando faixas luminosas equidistantes no anteparo. O comprimento do intervalo entre duas faixas luminosas formadas pelos raios refletidos no anteparo é de, aproximadamente:

- a) 3,1 mm.                      b) 6,3 mm.                      c) 12,6 mm.  
d) 1,0 mm.                      e) 9,4 mm.

### Resolução

O espelho é iluminado de  $10^{-6}$ s em  $10^{-6}$ s. Neste intervalo de tempo  $\Delta t$ , ele se desloca de uma distância  $\Delta s$ , que pode ser calculada por:

$$v = 2\pi f \cdot R = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\Delta s = 2\pi f \cdot R \cdot \Delta t$$

$$\Delta s = 2\pi \cdot 500 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \text{ (m)}$$

$$\Delta s = 10^{-3} \pi \text{ m}$$

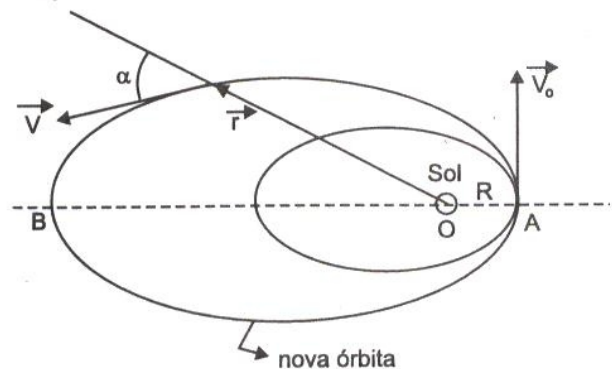
$$\Delta s = \pi \text{ mm}$$

Como a distância do anteparo ao centro é o dobro da distância do espelho ao centro, podemos concluir que o comprimento do intervalo entre duas faixas luminosas é de  $2\pi$  mm ou aproximadamente 6,3 mm.

## 25 a

Suponha um cenário de ficção científica em que a Terra é atingida por um imenso meteoro. Em consequência do impacto, somente o módulo da velocidade da Terra é alterado, sendo  $V_0$  seu valor imediatamente após o impacto, como mostra a figura adiante. O meteoro colide com a Terra exatamente na posição onde a

distância entre a Terra e o Sol é mínima (distância  $OA = R$  na figura). Considere a atração gravitacional exercida pelo Sol, tido como referencial inercial, como a única força de interação que atua sobre a Terra após a colisão, e designe por  $M$  a massa do Sol e por  $G$  a constante da gravitação universal. Considere ainda que o momento angular da Terra seja conservado, isto é, a quantidade de módulo  $m |\vec{r}| |\vec{V}| \sin(\alpha)$  permanece constante ao longo da nova trajetória elíptica da Terra em torno do Sol (nessa expressão,  $m$  é a massa da Terra,  $|\vec{r}|$  é o módulo do vetor posição da Terra em relação ao Sol,  $|\vec{V}|$  o módulo da velocidade da Terra e  $\alpha$  o ângulo entre  $\vec{r}$  e  $\vec{V}$ ). A distância  $(OB)$ , do apogeu ao centro do Sol, da trajetória que a Terra passa a percorrer após o choque com o meteoro, é dada pela relação:



- a)  $\frac{R^2 V_0^2}{2GM - R V_0^2}$   
b)  $\frac{R^2 V_0^2}{2GM + R V_0^2}$   
c)  $\frac{R^2 V^2 \sin^2(\alpha)}{2GM + R V_0^2}$   
d)  $\frac{R^2 V_0^2}{2GM + R V^2 \sin^2(\alpha)}$   
e) R

### Resolução

1) Dada a conservação da quantidade de movimento angular entre A e B ( $\alpha = 90^\circ$ ), temos:

$$m V_0 R = m V_B x \quad (x = OB)$$

$$V_B = \frac{V_0 R}{x}$$

2) Dada a conservação da energia mecânica entre A e

B, vem:

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{mV_0^2}{2} = -\frac{GMm}{x} + \frac{mV_B^2}{2}$$

$$\frac{V_0^2}{2} + \frac{GM}{x} - \frac{GM}{R} - \frac{V_B^2}{2} = 0$$

Substituindo-se o valor de  $V_B$ , vem:

$$\frac{V_0^2}{2} + \frac{GM}{x} - \frac{GM}{R} - \frac{V_0^2 R^2}{2x^2} = 0$$

Multiplicando-se por  $2x^2$ :

$$V_0^2 x^2 + 2GMx - \frac{2GM}{R}x^2 - V_0^2 R^2 = 0$$

$$\left(V_0^2 - \frac{2GM}{R}\right)x^2 + 2GMx - V_0^2 R^2 = 0$$

O discriminante  $\Delta = b^2 - 4ac$  é dado por:

$$\Delta = 4G^2M^2 + 4\left(V_0^2 - \frac{2GM}{R}\right)(V_0^2 R^2)$$

$$\Delta = 4[G^2M^2 + V_0^4 R^2 - 2GMV_0^2 R]$$

$$\Delta = 4[GM - V_0^2 R]^2$$

$$\text{Portanto: } x = \frac{-2GM \pm 2(GM - V_0^2 R)}{2\left(V_0^2 - \frac{2GM}{R}\right)}$$

$$x = \frac{-GM \pm GM - V_0^2 R}{V_0^2 - \frac{2GM}{R}}$$

$$x = \frac{-GMR \pm R(GM - V_0^2 R)}{V_0^2 R - 2GM}$$

$$x_1 = \frac{-GMR + GMR - V_0^2 R^2}{V_0^2 R - 2GM}$$

$$x_1 = \frac{R^2 V_0^2}{2GM - V_0^2 R}$$

Nota:

A outra solução

$$x_2 = \frac{-GMR + GMR + V_0^2 R^2}{V_0^2 R - 2GM}$$

$$x_2 = \frac{R(-2GM + V_0^2 R^2)}{V_0^2 R - 2GM} \Rightarrow \boxed{x_2 = R}$$

Esta outra solução corresponde ao periélio e a solução pedida corresponde ao afélio.

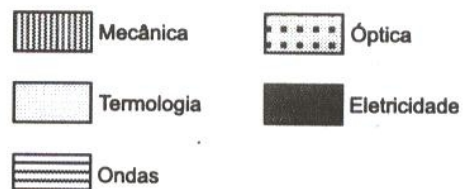
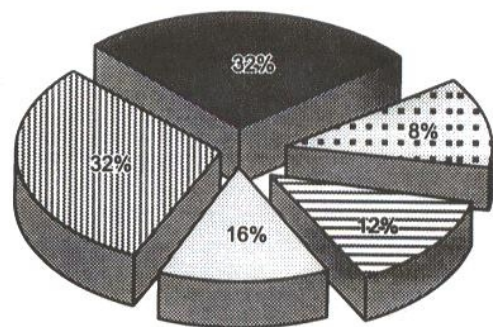
## COMENTÁRIO

Seguindo a tradição, a prova de Física do vestibular ITA-99 foi difícil e extremamente trabalhosa, exigindo do aluno um conhecimento profundo da matéria.

As questões na sua maioria foram originais, obrigando os vestibulandos a interpretar adequadamente as situações propostas.

Não houve formulações dúbias, a não ser uma ou outra frase redigida sem muito rigor ou precisão.

A prova buscou selecionar candidatos que atendem ao perfil requisitado pelo ITA: inteligentes, com um conhecimento acima do padrão médio e com uma vigorosa disposição para resolver situações complicadas com cálculos numéricos exaustivos.



# Matemática

## Principais Notações

**Z** – o conjunto de todos os números inteiros  
**R** – o conjunto de todos os números reais  
**C** – o conjunto de todos os números complexos

$[a, b] = \{x \in \mathbf{R} : a \leq x \leq b\}$      $]-\infty, b] = \{x \in \mathbf{R} : x \leq b\}$   
 $]a, b[ = \{x \in \mathbf{R} : a \leq x < b\}$      $]-\infty, b[ = \{x \in \mathbf{R} : x < b\}$   
 $]a, b] = \{x \in \mathbf{R} : a < x \leq b\}$      $[a, +\infty[ = \{x \in \mathbf{R} : a \leq x\}$   
 $]a, b[ = \{x \in \mathbf{R} : a < x < b\}$      $]a, +\infty[ = \{x \in \mathbf{R} : a < x\}$   
 $(a, b)$  – par ordenado     $g \circ f$  – função composta de  $g$  e  $f$

$A^{-1}$  – matriz inversa da matriz  $A$   
 $A^t$  – matriz transposta da matriz  $A$

### 1 e

Sejam  $E, F, G$  e  $H$  subconjuntos não vazios de  $\mathbf{R}$ . Considere as afirmações:

- I. Se  $(E \times G) \subset (F \times H)$ , então  $E \subset F$  e  $G \subset H$ .
  - II. Se  $(E \times G) \subset (F \times H)$ , então  $(E \times G) \cup (F \times H) = F \times H$ .
  - III. Se  $(E \times G) \cup (F \times H) = F \times H$ , então  $(E \times G) \subset (F \times H)$ .
- Então:
- a) Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
  - b) Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
  - c) Apenas as afirmações (II) e (III) são verdadeiras.
  - d) Apenas as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.
  - e) Todas as afirmações são verdadeiras.

#### Resolução

I) Verdadeira pois

$$\begin{aligned} (E \times G) \subset (F \times H) &\Rightarrow ((x, y) \in (E \times G) \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x, y) \in (F \times H), \forall (x, y)) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left( \left( \begin{matrix} x \in E \\ y \in G \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} x \in F \\ y \in H \end{matrix}, \forall x, \forall y \right) \Rightarrow (E \subset F \text{ e } G \subset H). \end{aligned}$$

- II) Verdadeira, pois se  $A \subset B$  então  $A \cup B = B$   
 III) Verdadeira, pois se  $A \cup B = B$  então  $A \subset B$

### 2 d

Listando-se em ordem crescente todos os números de cinco algarismos distintos, formados com os elementos do conjunto  $\{1, 2, 4, 6, 7\}$ , o número 62417 ocupa o  $n$ -ésimo lugar. Então  $n$  é igual a:  
 a) 74    b) 75    c) 79    d) 81    e) 92

#### Resolução

Listando-se em ordem crescente tem-se  
 $80 = 24 + 24 + 24 + 6 + 2$  números anteriores a 62417 pois existem:

$P_4 = 24$  números da forma  $\boxed{1}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}$

$P_4 = 24$  números da forma  $\boxed{2}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}$

$P_4 = 24$  números da forma  $\boxed{4}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}$

$P_3 = 6$  números da forma  $\boxed{6}\boxed{1}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}$

$P_2 = 2$  números da forma  $\boxed{6}\boxed{2}\boxed{1}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}$

Logo, 62417 é o 81º número.

### 3 e

Sejam  $f, g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  funções definidas por  $f(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$  e

$$g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x.$$

Considere as afirmações:

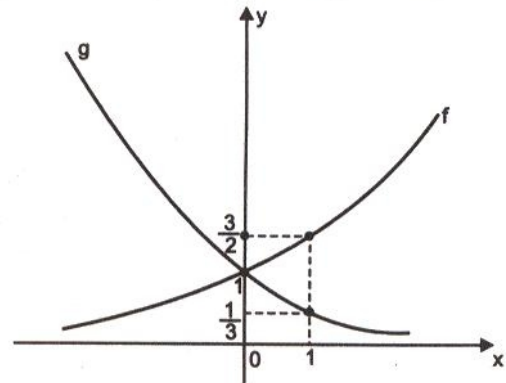
- I. Os gráficos de  $f$  e  $g$  não se interceptam.
- II. As funções  $f$  e  $g$  são crescentes.
- III.  $f(-2)g(-1) = f(-1)g(-2)$ .

Então:

- a) Apenas a afirmação (I) é falsa.
- b) Apenas a afirmação (III) é falsa.
- c) Apenas as afirmações (I) e (II) são falsas.
- d) Apenas as afirmações (II) e (III) são falsas.
- e) Todas as afirmações são falsas.

#### Resolução

Esboçando-se os gráficos de  $f$  e  $g$  tem-se



1)  $f(-1) = \frac{2}{3}$

3)  $g(-1) = 3$

2)  $f(-2) = \frac{4}{9}$

4)  $g(-2) = 9$

- I. Falsa pois  $f$  e  $g$  se interceptam em  $(0, 1)$
- II. Falsa pois  $f$  é estritamente crescente e  $g$  é estritamente decrescente



III. Falsa pois  $f(-2) \cdot g(-1) = \frac{4}{9} \cdot 3 = \frac{4}{3} \neq e$

$$f(-1) \cdot g(-2) = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$$

**4 c**

Seja  $a \in \mathbf{R}$  com  $a > 1$ . O conjunto de todas as soluções reais da inequação  $a^{2x(1-x)} > a^{x-1}$  é:

- a)  $] -1, 1[$                       b)  $] 1, +\infty[$
- c)  $] -\frac{1}{2}, 1[$                       d)  $] -\infty, 1[$
- e) vazio

Se  $a \in \mathbf{R}$  com  $a > 1$  então

$$a^{2x(1-x)} > a^{x-1} \Leftrightarrow 2x(1-x) > x-1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$$

O conjunto solução é, pois,  $] -\frac{1}{2}, 1[$

**5 b**

Seja  $S$  o conjunto de todas as soluções reais da equação  $\log_{\frac{1}{4}}(x+1) = \log_4(x-1)$ .

Então:

- a)  $S$  é um conjunto unitário e  $S \subset ]2, +\infty[$ .
- b)  $S$  é um conjunto unitário e  $S \subset ]1, 2[$ .
- c)  $S$  possui dois elementos distintos e  $S \subset ]-2, 2[$ .
- d)  $S$  possui dois elementos distintos e  $S \subset ]1, +\infty[$ .
- e)  $S$  é o conjunto vazio.

**Resolução**

Para  $x+1 > 0$  e  $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$  tem-se:

$$\log_{\frac{1}{4}}(x+1) = \log_4(x-1) \Leftrightarrow \frac{\log_4(x+1)}{\log_4 1/4} = \log_4(x-1)$$

$$\Leftrightarrow \log_4(x+1)^{-1} = \log_4(x-1) \Leftrightarrow \frac{1}{x+1} = x-1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 1 = 1 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} \text{ pois } x > 1$$

Assim sendo:  $S = \{\sqrt{2}\} \subset ]1; 2[$

**6 d**

Sejam  $f, g, h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  funções tais que a função composta  $hogof: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  é a função identidade.

Considere as afirmações:

- I. A função  $h$  é sobrejetora.
- II. Se  $x_0 \in \mathbf{R}$  é tal que  $f(x_0) = 0$ , então  $f(x) \neq 0$  para todo  $x \in \mathbf{R}$  com  $x \neq x_0$ .
- III. A equação  $h(x) = 0$  tem solução em  $\mathbf{R}$ .

Então:

- a) Apenas a afirmação (I) é verdadeira.
- b) Apenas a afirmação (II) é verdadeira.
- c) Apenas a afirmação (III) é verdadeira.
- d) Todas as afirmações são verdadeiras.
- e) Todas as afirmações são falsas.

**Resolução**

**I) Verdadeira**

Se  $h$  não for sobrejetora existe  $a \in CD(h) = \mathbf{R}$  tal que  $h[g[f(x)]] \neq a$  para todo  $x \in D(hogof) = \mathbf{R}$ .

Assim, tem-se  $hogof(a) = h[g[f(a)]] \neq a$  contrariando a hipótese de  $hogof$  ser a função identidade.

**II) Verdadeira**

Se existir  $a \in \mathbf{R}$  tal que  $a \neq x_0$  e  $f(a) = 0$  então:

$$f(a) = f(x_0) = 0 \text{ e}$$

$$f(a) = f(x_0) \Rightarrow h[g[f(a)]] = h[g[f(x_0)]] \Rightarrow a = x_0$$

(pois  $hogof$  é a função identidade), o que contraria a hipótese formulada de  $a \neq x_0$ .

**III) Verdadeira**

Pois sendo  $h$  uma função sobrejetora de  $\mathbf{R}$  em  $\mathbf{R}$ , existe  $x \in \mathbf{R}$  tal que  $h(x) = 0$ .

**7 d**

Considere as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Se  $x$  e  $y$  são soluções do sistema  $(A \cdot A^t - 3I) X = B$ , então  $x + y$  é igual a:

- a) 2                                      b) 1                                      c) 0
- d) -1                                    e) -2

**Resolução**

$$(A \cdot A^t - 3I) \cdot X = B \Rightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left( \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -x - 2y = 1 \\ -2x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + y = -1$$

**8 c**

Sejam  $x$ ,  $y$  e  $z$  números reais com  $y \neq 0$ . Considere a matriz inversível

$$A = \begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 0 & 0 \\ z & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Então:

- A soma dos termos da primeira linha de  $A^{-1}$  é igual a  $x + 1$ .
- A soma dos termos da primeira linha de  $A^{-1}$  é igual a 0.
- A soma dos termos da primeira coluna de  $A^{-1}$  é igual a 1.
- O produto dos termos da segunda linha de  $A^{-1}$  é igual a  $y$ .
- O produto dos termos da terceira coluna de  $A^{-1}$  é igual a 1.

**Resolução**

$$1) A = \begin{bmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 0 & 0 \\ z & -1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \det A = -y \cdot \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2y$$

$$2) \text{ A matriz dos cofatores é } A' = \begin{bmatrix} 0 & -y & -y \\ -2 & x-z & x+z \\ 0 & y & -y \end{bmatrix}$$

$$3) \text{ A matriz adjunta é } \bar{A} = A'^t = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ -y & x-z & y \\ -y & x+z & -y \end{bmatrix}$$

$$4) \text{ A matriz inversa é } A^{-1} = \frac{\bar{A}}{\det A} =$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{y} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{-x+z}{2y} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{-x-z}{2y} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Logo, a soma dos termos da primeira coluna de  $A^{-1}$  é  $0 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

**09 b**

Se  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  [é tal que  $4 \operatorname{tg}^4 x = \frac{1}{\cos^4 x} + 4$ , então o valor de  $\operatorname{sen} 2x + \operatorname{sen} 4x$  é:

$$a) \frac{\sqrt{15}}{4} \quad b) \frac{\sqrt{15}}{8} \quad c) \frac{3\sqrt{5}}{8}$$

$$d) \frac{1}{2} \quad e) 1$$

**Resolução**

Se  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$  [então:

$$4 \cdot \operatorname{tg}^4 x = \frac{1}{\cos^4 x} + 4 \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{\operatorname{sen}^4 x}{\cos^4 x} = \frac{1 + 4 \cdot \cos^4 x}{\cos^4 x} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot (\cos^4 x - \operatorname{sen}^4 x) = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot (\cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x) \cdot (\cos^2 x - \operatorname{sen}^2 x) = -1 \Leftrightarrow \therefore$$

$$\Leftrightarrow 4 \cdot 1 \cdot \cos(2x) = -1 \Leftrightarrow \cos(2x) = -\frac{1}{4}$$

Para  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$  [e  $\cos(2x) = -\frac{1}{4}$ , resulta:

$$\operatorname{sen}^2(2x) = 1 - \cos^2(2x) = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}(2x) = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

Portanto:

$$\operatorname{sen}(2x) + \operatorname{sen}(4x) = \operatorname{sen}(2x) + 2 \cdot \operatorname{sen}(2x) \cdot \cos(2x) =$$

$$= \frac{\sqrt{15}}{4} + 2 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4} \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{\sqrt{15}}{8}$$

**10 a**

O conjunto de todos os números reais  $q > 1$ , para os quais  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão  $q$  e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

$$a) ]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[ \quad b) ]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[$$

$$c) ]1, \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}[ \quad d) ]1, \frac{1+\sqrt{5}}{4}[$$

$$e) ]1, 1 + \sqrt{5}[$$

**Resolução**

1) Se  $(a_1, a_2, a_3)$  é P.G. de razão  $q > 1$  então  $a_3 = a_1 q^2$  e  $a_2 = a_1 \cdot q$

2) Se  $a_3$  é o maior lado então  $a_3 < a_1 + a_2$

3) De (1) e (2) tem-se:  $a_1 q^2 < a_1 + a_1 q \Leftrightarrow q^2 - q - 1 < 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1-\sqrt{5}}{2} < q < \frac{1+\sqrt{5}}{2} \text{ pois o gráfico da função}$$



Assim:

$$\left(\frac{h^2}{r}\right)^2 = h^2 + r^2 \Leftrightarrow \frac{h^4}{r^2} = h^2 + r^2 \Leftrightarrow \frac{h^4}{r^4} = \frac{h^2}{r^2} + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{h}{r}\right)^4 - \left(\frac{h}{r}\right)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow \left(\frac{h}{r}\right)^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\frac{h}{r} = \sqrt{\frac{\sqrt{5} + 1}{2}}$$

### 14 a

Dois círculos  $C_1$  e  $C_2$ , ambos com 1 m de raio, são tangentes. Seja  $C_3$  outro círculo cujo raio mede  $(\sqrt{2} - 1)$  m e que tangencia externamente  $C_1$  e  $C_2$ . A área, em  $m^2$ , da região limitada e exterior às três circunferências dadas, é:

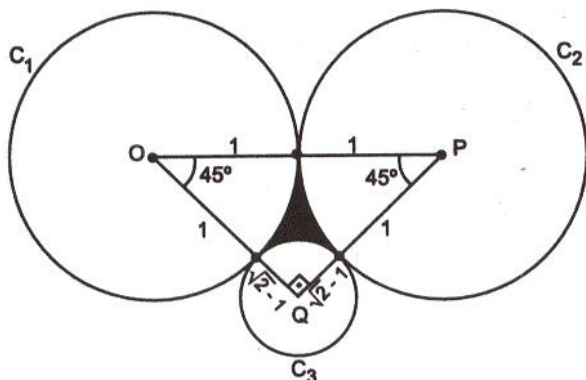
a)  $1 - \pi \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$       b)  $\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{\pi}{6}$

c)  $(\sqrt{2} - 1)^2$       d)  $\frac{\pi}{16} \left(\sqrt{2} - \frac{1}{2}\right)$

e)  $\pi(\sqrt{2} - 1) - 1$

#### Resolução

Seja  $S$  a área, em metros quadrados, da região assinalada na figura seguinte:



O triângulo isósceles  $OPQ$  é retângulo em  $Q$ , pois

$$OQ = PQ = \sqrt{2} \text{ m e } OP = 2 \text{ m}$$

A região interna à esse triângulo pode ser decomposta em dois setores circulares de  $45^\circ$  e raio 1 m, um setor circular de  $90^\circ$  e raio  $(\sqrt{2} - 1)$  m e a região assinalada.

Assim:

$$\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2} = 2 \cdot \frac{45^\circ}{360^\circ} \pi \cdot 1^2 + \frac{90^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (\sqrt{2} - 1)^2 + S \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 = \frac{\pi}{4} + \frac{(3 - 2\sqrt{2})\pi}{4} + S \Leftrightarrow 1 = \frac{\pi(4 - 2\sqrt{2})}{4} + S \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow S = 1 - \pi \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

### 15 c

Um poliedro convexo de 10 vértices apresenta faces triangulares e quadrangulares. O número de faces quadrangulares, o número de faces triangulares e o número total de faces formam, nesta ordem, uma progressão aritmética. O número de arestas é:  
a) 10      b) 17      c) 20      d) 22      e) 23

#### Resolução

Seja  $V$  o número de vértices,  $A$  o número de arestas,  $F$  o número total de faces e  $T$  o número de faces triangulares do poliedro convexo, pode-se afirmar que  $(F - T)$  é o número de faces quadrangulares e assim, como  $(F - T)$ ,  $T$  e  $F$  estão em P.A. nessa ordem, tem-se:

$$1^\circ) T = \frac{(F - T) + F}{2} \Leftrightarrow 3T = 2F \Leftrightarrow T = \frac{2F}{3}$$

$$2^\circ) A = \frac{3T}{2} + \frac{4 \cdot (F - T)}{2} \Leftrightarrow A = \frac{4F - T}{2}$$

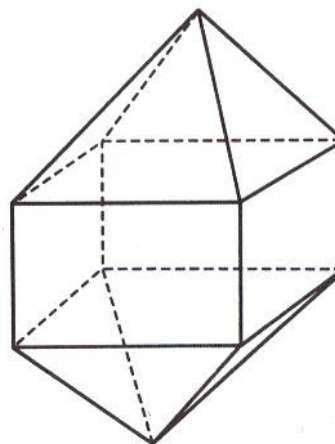
$$\Leftrightarrow 2A = 4F - \frac{2F}{3} \Leftrightarrow 6A = 10F \Leftrightarrow F = \frac{3A}{5}$$

$$3^\circ) V - A + F = 2 \text{ (relação de Euler)}$$

$$\text{Assim: } 10 - A + \frac{3A}{5} = 2 \Leftrightarrow 50 - 2A = 10 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2A = 40 \Leftrightarrow A = 20$$

Observação: Um poliedro convexo que "satisfaz" tais condições é o da figura seguinte. Apresenta 8 faces triangulares e 4 faces quadrangulares.



**16 e**

Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas por  $f(x) = x - \frac{2}{x}$ , para  $x \neq 0$  e  $g(x) = \frac{x^2}{x+1}$ , para  $x \neq -1$ . O conjunto de todas as soluções da inequação

$$(g \circ f)(x) < g(x)$$

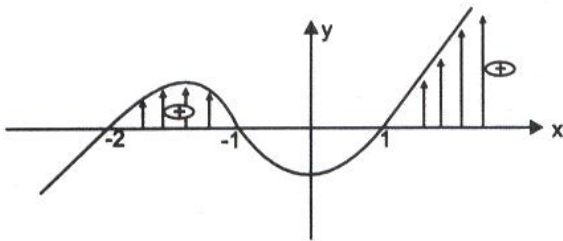
- é:
- a)  $[1, +\infty[$
  - b)  $] -\infty, -2[$
  - c)  $[-2, -1[$
  - d)  $] -1, 1[$
  - e)  $] -2, -1[ \cup ] 1, +\infty[$

**Resolução**

Seja  $f(x) = x - \frac{2}{x}$ , para  $x \neq 0$  e  $g(x) = \frac{x^2}{x+1}$ , para  $x \neq -1$ , temos:

$$\begin{aligned} (g \circ f)(x) < g(x) &\Leftrightarrow \frac{x - \frac{2}{x}}{x - \frac{2}{x} + 1} < \frac{x^2}{x+1} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{x^2 - 2}{x^2 + x - 2} < \frac{x^2}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x^2 - 2}{x^2 + x - 2} - \frac{x^2}{x+1} < 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{(x^2 - 2) \cdot (x+1) - x^2 \cdot (x^2 + x - 2)}{(x^2 + x - 2) \cdot (x+1)} < 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{-2}{(x^2 + x - 2) \cdot (x+1)} < 0 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{-2}{(x+2) \cdot (x-1) \cdot (x+1)} < 0 \Leftrightarrow (x+2) \cdot (x-1) \cdot (x+1) > 0 \end{aligned}$$

A partir do gráfico da função  $h(x) = (x+2) \cdot (x-1) \cdot (x+1)$



podemos concluir que  $h(x) > 0 \Leftrightarrow -2 < x < -1$  ou  $x > 1$ . Portanto o conjunto solução da inequação

$$(g \circ f)(x) < g(x) \text{ é}$$

$$S = ] -2, -1[ \cup ] 1, +\infty[.$$

**17 d**

Seja  $a \in \mathbf{R}$  com  $a > 1$ . Se  $b = \log_2 a$ , então o valor de  $\log_4 a^3 + \log_2 4a + \log_2 \frac{a}{a+1} + (\log_8 a)^2 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{a^2-1}{a-1}$  é:

- a)  $2b - 3$
- b)  $\frac{65}{18}b + 2$
- c)  $\frac{2b^2 - 3b + 1}{2}$
- d)  $\frac{2b^2 + 63b + 36}{18}$
- e)  $\frac{b^2 + 9b + 7}{9}$

**Resolução**

Se  $a \in \mathbf{R}$ ,  $a > 1$  e  $b = \log_2 a$ , temos:

$$\begin{aligned} \log_4 a^3 + \log_2 4a + \log_2 \frac{a}{a+1} + (\log_8 a)^2 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{a^2-1}{a-1} &= \\ &= \frac{\log_2 a^3}{\log_2 4} + \log_2 4a + \log_2 \frac{a}{a+1} + \frac{(\log_2 a)^2}{(\log_2 8)^2} - \frac{\log_2 \frac{a^2-1}{a-1}}{\log_2 \frac{1}{2}} = \\ &= \frac{3}{2} \cdot \log_2 a + \log_2 4 + \log_2 a + \log_2 a - \log_2(a+1) + \\ &+ \frac{(\log_2 a)^2}{9} + \log_2(a+1) = \frac{(\log_2 a)^2}{9} + \frac{7}{2} \cdot \log_2 a + 2 = \\ &= \frac{b^2}{9} + \frac{7}{2} \cdot b + 2 = \frac{2b^2 + 63b + 36}{18} \end{aligned}$$

**18 c**

Seja  $p(x)$  um polinômio de grau 3 tal que  $p(x) = p(x+2) - x^2 - 2$ , para todo  $x \in \mathbf{R}$ . Se  $-2$  é uma raiz de  $p(x)$ , então o produto de todas as raízes de  $p(x)$  é:

- a) 36
- b) 18
- c) -36
- d) -18
- e) 1

**Resolução**

1) Se  $p$  é um polinômio de 3º grau então

$$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

2) Se  $p(x) = p(x+2) - x^2 - 2$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$  e  $-2$  é raiz então para  $x = -2$  tem-se:

$$p(-2) = p(-2+2) - (-2)^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow p(0) = 6 \Rightarrow d = 6$$

3) Para  $x = 0$  tem-se:  $p(0) = p(0+2) - 0^2 - 2 = 6 \Leftrightarrow p(2) = 8 \Leftrightarrow 8a + 4b + 2c + d = 8$

4) Para  $x = 2$  tem-se:  $p(2) = p(2+2) - 2^2 - 2 = 8 \Leftrightarrow p(4) = 14 \Leftrightarrow 64a + 16b + 4c + d = 14$

5) Para  $x = -4$  tem-se:  $p(-4) = p(-4+2) - (-4)^2 - 2 \Leftrightarrow p(-4) = -18 \Leftrightarrow -64a + 16b - 4c + d = -18$

6) Resolvendo-se o sistema

$$\begin{cases} d = 6 \\ 8a + 4b + 2c + d = 8 \\ 64a + 16b + 4c + d = 14 \\ -64a + 16b - 4c + d = -18 \end{cases} \text{ obtém-se } \begin{cases} a = \frac{1}{6} \\ b = -\frac{1}{2} \\ c = \frac{4}{3} \\ d = 6 \end{cases}$$

Logo, o produto das raízes do polinômio  $p$  é  $-\frac{d}{a} = -36$

### 19 c

A equação polinomial  $p(x) = 0$  de coeficientes reais e grau 6 é recíproca de 2ª espécie e admite  $i$  como raiz.

Se  $p(2) = -\frac{105}{8}$  e  $p(-2) = \frac{255}{8}$ , então a soma de

todas as raízes de  $p(x)$  é igual a:

- a) 10      b) 8      c) 6      d) 2      e) 1

#### Resolução

I) A equação  $p(x) = 0$ , de coeficientes reais, admite  $i$  como raiz e, portanto,  $-i$  também é.

II) A equação  $p(x) = 0$  é recíproca de 2ª espécie, tem grau par, e, portanto, 1 e  $-1$  são raízes.

De (I) e (II) concluímos que

$$p(x) = (x - i)(x + i)(x - 1)(x + 1)(ax^2 + bx + a) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow p(x) = (x^4 - 1)(ax^2 + bx + a)$$

Assim,

$$\begin{cases} p(2) = 15 \cdot (4a + 2b + a) = -\frac{105}{8} \\ p(-2) = 15 \cdot (4a - 2b + a) = \frac{255}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a + 2b = -\frac{7}{8} \\ 5a - 2b = \frac{17}{8} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{1}{8} \text{ e } b = -\frac{3}{4}$$

Logo,  $p(x) = (x^4 - 1)\left(\frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{8}\right) = 0$ , cujas raízes

são os números  $i, -i, 1, -1, 3 + 2\sqrt{2}$  e  $3 - 2\sqrt{2}$ .

A soma de todas as raízes é 6.

### 20 a

O conjunto de todos os números complexos  $z, z \neq 0$ , que satisfazem à igualdade  $|z + 1 + i| = ||z| - |1 + i||$  é:

a)  $\{z \in \mathbf{C} : \arg z = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$

b)  $\{z \in \mathbf{C} : \arg z = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$

c)  $\{z \in \mathbf{C} : |z| = 1 \text{ e } \arg z = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$

d)  $\{z \in \mathbf{C} : |z| = \sqrt{2} \text{ e } \arg z = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$

e)  $\{z \in \mathbf{C} : \arg z = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$

#### Resolução

Para  $z = x + yi, x, y \in \mathbf{R}$ , temos:

$$|z + 1 + i| = ||z| - |1 + i|| \Leftrightarrow |x + yi + 1 + i| =$$

$$= ||x + yi| - |1 + i|| \Leftrightarrow |(x + 1) + (y + 1)i| =$$

$$= ||x + yi| - |1 + i|| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 1)^2 + (y + 1)^2} = |\sqrt{x^2 + y^2} - \sqrt{1 + 1}| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 + 2y + 1 = x^2 + y^2 - 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2} + 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(x + y) = -2\sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + y = -\sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

Para  $x + y < 0$  resulta:

$$x^2 + y^2 + 2xy = 2x^2 + 2y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (x - y)^2 = 0 \Rightarrow x = y.$$

Logo,  $z = x + yi = x + xi$ , com  $x < 0$ .

Assim,  $\arg z = \frac{5\pi}{4} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}$ .

### 21 a

Seja  $a \in \mathbf{R}$  com  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ . A expressão

$$\left[ \sin\left(\frac{3\pi}{4} + a\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{4} - a\right) \right] \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right)$$

é idêntica a:

a)  $\frac{\sqrt{2} \cotg^2 a}{1 + \cotg^2 a}$       b)  $\frac{\sqrt{2} \cotg a}{1 + \cotg^2 a}$

c)  $\frac{\sqrt{2}}{1 + \cotg^2 a}$       d)  $\frac{1 + 3 \cotg a}{2}$

e)  $\frac{1 + 2 \cotg a}{1 + \cotg a}$

## Resolução

Se  $a \in \mathbb{R}$ , com  $0 < a < \frac{\pi}{2}$ , temos:

$$\begin{aligned} & \left[ \sin\left(\frac{3\pi}{4} + a\right) + \sin\left(\frac{3\pi}{4} - a\right) \right] \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - a\right) = \\ & = 2 \cdot \sin\left[\frac{\left(\frac{3\pi}{4} + a\right) + \left(\frac{3\pi}{4} - a\right)}{2}\right] \cdot \cos\left[\frac{\left(\frac{3\pi}{4} + a\right) - \left(\frac{3\pi}{4} - a\right)}{2}\right] \cdot \cos a = \\ & = 2 \cdot \sin\frac{3\pi}{4} \cdot \cos a \cdot \cos a = \\ & = 2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \cos^2 a = \sqrt{2} \cdot \cos^2 a = \\ & = \frac{\sqrt{2} \cdot \cos^2 a}{\frac{1}{\sin^2 a}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \cotg^2 a}{\operatorname{cosec}^2 a} = \frac{\sqrt{2} \cdot \cotg^2 a}{1 + \cotg^2 a} \end{aligned}$$

## 22 a

A soma de todos os valores de  $a \in [0, 2\pi[$  que tornam o sistema

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x \sin a + y \cos a + z(2 \sin a + \cos a) = 0 \\ x \sin^2 a + y \cos^2 a + z(1 + 3 \sin^2 a + 2 \sin 2a) = 0 \end{cases}$$

possível e indeterminado é:

- a)  $5\pi$       b)  $4\pi$       c)  $3\pi$   
d)  $2\pi$       e)  $\pi$

## Resolução

Como o sistema é homogêneo e possui 3 incógnitas, a condição para que o sistema seja possível e indeterminado, é que a característica da matriz incompleta seja menor que 3.

Assim devemos ter:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \sin a & \cos a & 2 \cdot \sin a + \cos a \\ \sin^2 a & \cos^2 a & 1 + 3 \cdot \sin^2 a + 2 \cdot \sin 2a \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \sin a & \cos a & 2 \cdot \sin a + \cos a \\ \sin^2 a & \cos^2 a & (2 \sin a + \cos a)^2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow (\cos a - \sin a) \cdot (2 \sin a + \cos a - \cos a) \cdot \\ & \quad \cdot (2 \sin a + \cos a - \sin a) = 0 \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow (\cos a - \sin a) \cdot 2 \sin a \cdot (\sin a + \cos a) = 0 \end{aligned}$$

Para  $a \in [0; 2\pi[$ , temos:

I)  $\sin a = 0 \Leftrightarrow a = 0$  ou  $a = \pi$

II)  $\cos a - \sin a = 0 \Leftrightarrow \sin a = \cos a \Leftrightarrow \operatorname{tg} a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{\pi}{4}$  ou  $a = \frac{5\pi}{4}$

III)  $\sin a + \cos a = 0 \Leftrightarrow \sin a = -\cos a \Leftrightarrow \operatorname{tg} a = -1 \Leftrightarrow a = \frac{3\pi}{4}$  ou  $a = \frac{7\pi}{4}$

Dessa forma a soma de todos os valores de  $a \in [0; 2\pi[$  que tornam o sistema possível e indeterminado é:  $0 + \pi + \frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{4} + \frac{3\pi}{4} + \frac{7\pi}{4} = 5 \cdot \pi$ .

## 23 c

Pelo ponto  $C: (4, -4)$  são traçadas duas retas que tangenciam a parábola

$y = (x - 4)^2 + 2$  nos pontos  $A$  e  $B$ . A distância do ponto  $C$  à reta determinada por  $A$  e  $B$  é:

- a)  $6\sqrt{12}$       b)  $\sqrt{12}$       c) 12      d) 8      e) 6

## Resolução

a) A parábola  $y = (x - 4)^2 + 2$  tem vértice  $V(4; 2)$

b) A reta tangente à parábola, que passa pelo ponto  $C(4; -4)$  e não é vertical, tem equação

$$y + 4 = m \cdot (x - 4) \Rightarrow x = \frac{y + 4}{m} + 4, \text{ com } m \neq 0.$$

c) A intersecção das curvas é obtida pelo sistema

$$\begin{cases} y = (x - 4)^2 + 2 \\ x = \frac{y + 4}{m} + 4 \end{cases} \Rightarrow y = \left( \frac{y + 4}{m} \right)^2 + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y^2 + (8 - m^2)y + (16 + 2m^2) = 0$$

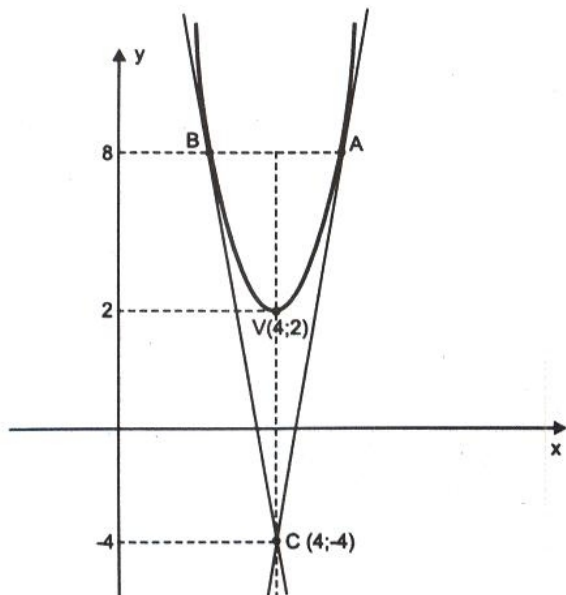
A condição para que a reta e a parábola sejam tangentes é que tenhamos  $\Delta = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (8 - m^2)^2 - 4(16 + 2m^2) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow m = \pm 2\sqrt{6}.$$

Para  $m^2 = 24$ , a equação resulta  $y^2 - 16y + 64 = 0 \Leftrightarrow y = 8$ , donde se conclui que os pontos de tangencia têm a mesma ordenada (igual a 8) e a reta  $AB$  tem equação  $y = 8$ .

Temos, então, o seguinte gráfico:



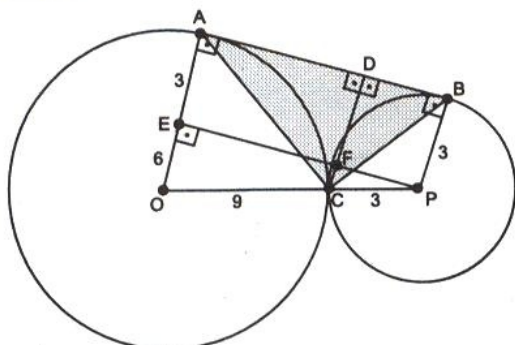
A distância do ponto  $C(4; -4)$  à reta  $\overleftrightarrow{AB}$ , de equação  $y = 8$ , é 12.

### 24 b

Duas circunferências de raios iguais a 9 m e 3 m são tangentes externamente num ponto  $C$ . Uma reta tangência estas duas circunferências nos pontos distintos  $A$  e  $B$ . A área, em  $m^2$ , do triângulo  $ABC$  é:

- a)  $27\sqrt{3}$       b)  $\frac{27\sqrt{3}}{2}$       c)  $9\sqrt{3}$   
 d)  $27\sqrt{2}$       e)  $\frac{27\sqrt{2}}{2}$

### Resolução



Se  $D \in \overline{AB}$  e  $\overline{CD} \perp \overline{AB}$ ,  $E \in \overline{OA}$  e  $\overline{EP} \perp \overline{OA}$ ,

$(F) = \overline{CD} \cap \overline{EP}$ , então:

- 1º)  $AB = EP$
- 2º)  $EA = FD = PB = 3$  m
- 3º)  $OE = OA - EA = 6$  m
- 4º)  $OP = OC + CP = 12$  m

$$5^\circ) \frac{CF}{OE} = \frac{CP}{OP} \Leftrightarrow \frac{CF}{6 \text{ m}} = \frac{3 \text{ m}}{12 \text{ m}} \Leftrightarrow CF = \frac{3}{2} \text{ m}$$

$$6^\circ) CD = CF + FD = \frac{3}{2} \text{ m} + 3 \text{ m} = \frac{9}{2} \text{ m}$$

$$7^\circ) (EP)^2 + (OE)^2 = (OP)^2 \Leftrightarrow (AB)^2 + (6 \text{ m})^2 = (12 \text{ m})^2 \Leftrightarrow (AB)^2 = 108 \text{ m}^2 \Leftrightarrow AB = 6\sqrt{3} \text{ m}$$

Assim, a área  $S$ , em metros quadrados, do triângulo  $ABC$  é dada por:

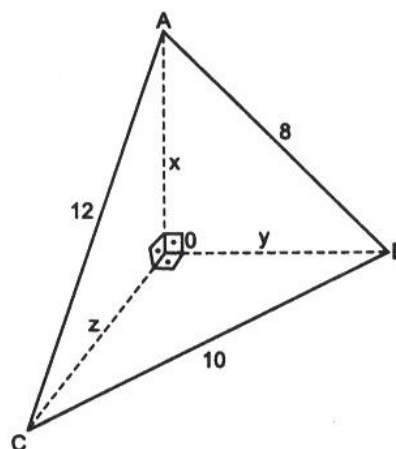
$$S = \frac{AB \cdot CD}{2} = \frac{6\sqrt{3} \cdot \frac{9}{2}}{2} = \frac{54\sqrt{3}}{4} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

### 25 a

Um triedro tri-retângulo é cortado por um plano que intercepta as três arestas, formando um triângulo com lados medindo 8 m, 10 m e 12 m. O volume, em  $m^3$ , do sólido formado é:

- a)  $15\sqrt{6}$       b)  $5\sqrt{30}$       c)  $6\sqrt{15}$   
 d)  $30\sqrt{6}$       e)  $45\sqrt{6}$

### Resolução



O sólido formado é uma pirâmide de altura  $x$ , cuja base é um triângulo retângulo de catetos  $y$  e  $z$ .

a) Do Teorema de Pitágoras temos:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 64 & \text{(I)} \\ x^2 + z^2 = 144 & \text{(II)} \\ y^2 + z^2 = 100 & \text{(III)} \end{cases}$$

b) Somando as equações (I), (II) e (III) membro a membro, temos:

$$2x^2 + 2y^2 + 2z^2 = 308 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 154 \text{ (IV)}$$



c) Substituindo (I) em (IV), temos:

$$64 + z^2 = 154 \Leftrightarrow z^2 = 90 \Rightarrow z = 3\sqrt{10} \text{ m}$$

d) Substituindo  $z^2 = 90$  em (II), temos:

$$x^2 + 90 = 144 \Leftrightarrow x^2 = 54 \Rightarrow x = 3\sqrt{6} \text{ m}$$

e) Substituindo  $z^2 = 90$  em (III), temos:

$$y^2 + 90 = 100 \Leftrightarrow y^2 = 10 \Rightarrow y = \sqrt{10} \text{ m}$$

f) Sendo  $V$  o volume da pirâmide, temos:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{z \cdot y}{2} \cdot x = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}}{2} \cdot 3\sqrt{6} \Rightarrow$$

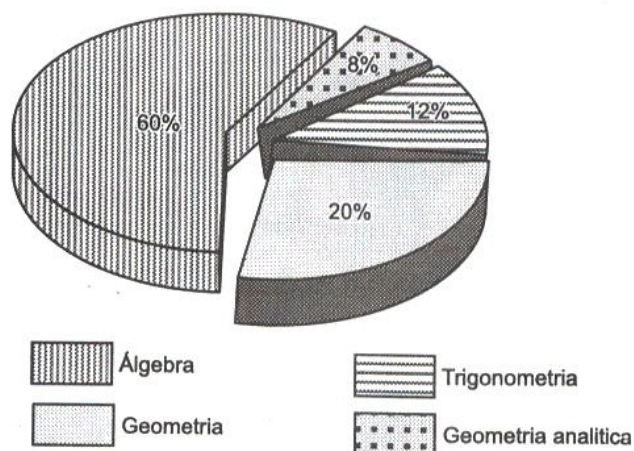
$$\Rightarrow V = 15\sqrt{6} \text{ m}^3$$

## COMENTÁRIO

Com 15 questões de Álgebra, 5 de Geometria, 3 de Trigonometria e 2 de Geometria Analítica, os examinadores propuseram uma prova de Matemática com alto grau de dificuldade, o que demandou, acima de tudo, muita paciência e determinação por parte dos candidatos.

Como é tradicional, a prova foi extremamente extensa e cansativa, e as questões elaboradas foram, em geral, de alto nível e, além de muita atenção, exigiram dos vestibulandos um profundo conhecimento teórico dos temas abordados.

Mesmo os candidatos mais bem preparados provavelmente não tiveram tempo suficiente para trabalhar todas as questões, e devem ter deixado o local da prova completamente exauridos.



# Português

As questões 01 e 02 referem-se ao seguinte texto:

O tempo do pescador é medido pelos ciclos da natureza, pelo decorrer dos dias e noites no ambiente marítimo e pelo comportamento das espécies. Na pesca tradicional os róis, sob a orientação dos capitães e mestres de pesca, dividem tarefas através do tempo de trabalho por eles estipulado. O senso de liberdade, tão caro aos homens do mar, está muito ligado à autonomia sobre o tempo, podendo-se mesmo dizer que decorre dela.

Quando os pescadores são incorporados à pesca empresarial, a autoridade do mestre, que lhe é conferida pelo conhecimento que detém e pela tradição, vê-se substituída pelas ordens dos patrões e dissolvida pela interferência do pessoal de terra no trabalho dos embarcados.

(Maldonado, S.C. *Pescadores do mar*. São Paulo: Ática, 1986.)

1 d

Assinale a opção cuja frase apresenta a palavra “caro(a)” com o mesmo sentido expresso em “... tão caro aos homens do mar...” (linha 3):

- a) No próximo verão, faremos uma viagem à Austrália, mesmo sendo cara.
- b) Ele pagou tão caro pela decisão que tomou!
- c) Exercer a profissão saiu-lhe caro.
- d) Roubaram-lhe a jóia tão cara a ela.
- e) Ganhar o concurso literário custou-lhe tão caro!

#### Resolução

No texto, o adjetivo **caro** significa **querido, estimado, amado**. Esse mesmo sentido ocorre em “Roubaram-lhe a jóia tão **cara** a ela”. Em **a, b e c**, **caro** equivale a: de alto custo, dispendioso; em **e**, obtido com grande sacrifício, com muita luta.

2 c

Assinale a opção que apresenta as respectivas funções da palavra “se” empregada em: “...podendo-se mesmo dizer.....” (linha 4) e “.....vê-se substituída.....” (linha 6)?

- a) Partícula de realce; pronome reflexivo.
- b) Índice de indeterminação do sujeito; partícula de realce.
- c) Pronome apassivador; pronome apassivador.
- d) Parte integrante do verbo; parte integrante do verbo.
- e) Parte integrante do verbo; pronome apassivador.

#### Resolução

Nas duas ocorrências, a palavra **se** constrói a voz passiva sintética; trata-se, portanto, de **pronome apassivador** (ou partícula apassivadora).

3 d

Em relação ao texto abaixo, assinale a opção que preenche corretamente as lacunas:

Nos ecossistemas naturais, como as matas, os cerrados e os campos nativos, há um perfeito equilíbrio entre os seres vivos, e entre estes e o meio. Esta condição resulta da interação entre as espécies, e da adaptação destas ao meio ao longo de extensos períodos de tempo. São sistemas quase fechados (1), devido a razões pouco conhecidas, novas espécies dificilmente se estabelecem neles de modo natural. Em qualquer deles, a densidade populacional de um inseto fitófago, isto é, que se alimenta de plantas, é controlada principalmente pela densidade populacional da espécie de planta (2) ele tem preferência e por seus inimigos naturais (parasitos, predadores e patógenos, ou seja, seres que (3) causam doenças), além evidentemente dos fatores físicos como a temperatura, a umidade e a luz, entre outros.

(Ciência hoje. N.6, maio/junho/1983.)

- a) que – que – os
- b) por que – a qual – lhe
- c) porque – na qual – lhes
- d) porque – pela qual – lhe
- e) por que – pela qual – os

#### Resolução

A primeira lacuna deve ser preenchida pela conjunção **porque**, introduzindo oração que indica justificativa: “porque novas espécies dificilmente se estabelecem neles de modo natural”; a segunda, pelo pronome relativo **o qual**, regido pela preposição **por**, exigida pelo substantivo **referência**; a terceira, pelo pronome oblíquo **lhe**, substituindo o substantivo **inseto**, complemento (objeto indireto) de **causam**.

As questões 04 e 05 referem-se ao seguinte texto:

Parei num cruzamento. Lembrei-me do garoto do porão. Se um dia eu precisasse fugir, tentaria levá-lo comigo. Queria dar a ele uma chance. Atravessei a rua e me lembrei de como eu era diferente, apenas algumas semanas atrás. Não vacilava ao receber uma ordem, por mais incompreensível que fosse. Ler algumas páginas do diário do Dr. Bertoni foi o mesmo que virar o mundo pelo avesso. Eu tinha direito a razão, casa e trabalho. Pensava que fosse feliz por isso. Enquanto desvendava a história do mundo, através dos antigos jornais e pelo diário, era tomado pelo medo. Muitas vezes pensei ter perdido a felicidade por saber tanto. Mas agora eu percebo: meses atrás eu não era feliz, mas apenas ignorante.

(Costa, Marcos Túlio. *O canto da ave maldita*. Rio de Janeiro: Record, 1986.)

#### 4 b

Nesse texto, o narrador demonstra estar tomando consciência das mudanças pelas quais está passando. Assinale a opção que apresenta a(s) causa(s) de tais mudanças:

- a) O fato de receber ordens e cumpri-las sem vacilar.
- b) A leitura de algumas páginas do diário do Dr. Berttonni e de jornais antigos.
- c) A lembrança do garoto do porão que ele gostaria de levar consigo, caso um dia precisasse fugir.
- d) Sua percepção de que o direito a ração, casa e trabalho era insuficiente para deixá-lo feliz.
- e) O medo e a sensação de perda da felicidade que sentiu ao conhecer a história do mundo por meio da leitura do diário do Dr. Berttonni e de jornais antigos.

#### Resolução

As causas da mudança estão claramente colocadas no texto, na passagem "Ler algumas páginas do diário do Dr. Berttonni foi o mesmo que virar o mundo pelo avesso" e "Enquanto desvendava a história do mundo, através dos antigos jornais e pelo diário, era tomado pelo medo".

#### 5 a

Nesse mesmo texto, assinale a opção correspondente à função da conjunção "mas" na última linha do texto:

- a) Estabelece uma oposição entre felicidade e ignorância.
- b) Opõe o tempo presente ao tempo passado.
- c) Opõe perceber a conhecer.
- d) Complementa a idéia de felicidade com a idéia de ignorância.
- e) Contrapõe a vida pregressa do narrador a uma certa noção de ignorância.

#### Resolução

Em "... meses atrás eu não era feliz, **mas** apenas ignorante", a conjunção coordenativa adversativa **mas** estabelece **oposição** entre a felicidade do momento e a ignorância que marcava o passado da personagem.

#### 6 sem resposta

Assinale a opção correta quanto ao uso do acento grave:

(Estes exemplos foram observados em cartazes de lojas, academia de esportes e oficina mecânica.)

- a) alinhamentos à frio; calças à partir de R\$ 19,00.
  - b) livros de 5ª à 8ª séries; vendas à vista.
  - c) vendas à vista; vendas à prazo.
  - d) calças à partir de R\$ 19,90; entregas à domicílio.
- e) inscrições para o curso de natação: de 20 à 30 de maio; livros de 5ª à 8ª séries.

#### Resolução

Não há resposta correta. Todas as alternativas apresentam erros. Não ocorre crase em **a frio, a partir de, vendas a vista, vendas a prazo, de 5ª a 8ª séries**, já que são expressões que não admitem emprego de artigo definido **a**; em **à domicílio**, o correto é **em domicílio**.

#### 7 d

Assinale a opção em que a palavra "onde" está corretamente empregada:

- a) Após o comício, houve briga onde estavam envolvidos estudantes de duas escolas diferentes.
- b) Os músicos criaram um clima de alegria onde o anfitrião foi responsabilizado.
- c) Foi importante a reforma do estatuto da escola, de onde resultou melhoria no ensino.
- d) Viver em um país onde saúde e educação são valorizadas é direito de qualquer cidadão.
- e) Na reunião de segunda-feira, várias decisões foram tomadas pelos sócios da empresa, onde também foi decidido o reajuste das tarifas.

#### Resolução

**Onde** como pronome relativo equivale a **lugar em que, no qual**, indicando sempre um lugar **físico**.

#### 8 c

Assinale a opção que **não** apresenta impropriedades em relação às regras da escrita formal:

- a) Desde o início do século, tem sido realizados estudos visando à erradicação do analfabetismo em países pobres.
- b) O candidato ao governo do Estado entrevistou na apresentação de um dos seus expositores.
- c) Aquele analista econômico, cujo livro foi um sucesso, previu a crise econômica pela qual passamos.
- d) Este medicamento vem sendo testado em animais a um ano aproximadamente.
- e) É salutar que o diretor devirja de nossa proposta.

#### Resolução

Em **a**, ocorre erro de concordância verbal: o sujeito **estudos**, no plural, faz com que o verbo também vá para o plural (**têm**); em **b**, a forma correta é **entrevistou**; em **d**, tem-se tempo decorrido: **há** um ano; a flexão correta para **divergir** é **divirja**.

#### 9 b

Assinale a opção que apresenta somente palavras formadas por derivação parassintética:

- a) desvalorização, avistar, resfriado, reintegração, infelizmente.
- b) expropriar, entortar, amanhecer, desalmado, ensurdecer.
- c) escolarização, antiinflação, retrospectivo, comilão, corpanzil.
- d) desigualdade, endurecer, alfabetizar, abençoar, chuveirar.
- e) administração, entretela, contrabalançar, semicondutor, lembrar.

#### Resolução

Derivação parassintética é o processo de formação de palavras com acréscimo **simultâneo** de prefixo e sufixo ao radical da palavra primitiva. Isso ocorre em "ex propri **ar**", "en tort **ar**", "a manh **ecer**", "des alm **ado**" e "en surd **ecer**".

As questões 10 e 11 referem-se ao seguinte texto:

É terminantemente proibido animais circulando nas áreas comuns a todos, principalmente para fazerem suas necessidades fisiológicas no jardim do condomínio, onde pode por em risco a saúde das crianças que ali brincam descalças.

(Extraído de um *Relatório de prestação de contas* da administração de um prédio.)

**10 e**

Assinale a opção em que os dois itens apresentam impropriedades com relação às normas gramaticais:

- |                                    |                         |
|------------------------------------|-------------------------|
| (1)                                | (2)                     |
| a) Flexão de "circular" e "fazer"; | emprego de "onde".      |
| b) Acentuação de "ali";            | regência de "circular". |
| c) Flexão de "comum";              | emprego de "onde".      |
| d) Acentuação de "por" e "ali";    | flexão de "comum".      |
| e) Acentuação de "por" e "ali";    | emprego de "onde".      |

#### Resolução

**Pôr**, verbo, leva acento para diferenciar-se de **por**, preposição; **ali** não se acentua, por ser palavra oxítona terminada em -i; **onde** só deve ser usado como relativo para indicar lugar físico. No caso, a oração indica **causa**. Logo, em lugar de **onde** deve ser usado "já que", "uma vez que", "porque".

**11 a**

Assinale a opção que apresenta as figuras de linguagem presentes no texto:

- Pleonasma e eufemismo.
- Metonímia e eufemismo.
- Pleonasma e polissíndeto.
- Pleonasma e metonímia.
- Eufemismo e polissíndeto.

#### Resolução

Ocorre **pleonasma** (redundância) em "áreas comuns a todos" e **eufemismo** (atenuação) em "necessidades fisiológicas".

**12 d**

Assinale a opção cujas formas verbais preenchem corretamente as respectivas lacunas do texto:

É notável o fato de que as civilizações clássicas – gregos e romanos – não marcaram a história da humanidade por contribuições práticas ou inventos que (1) o esforço humano no desempenho do trabalho. Isso não significa que não (2) exemplos de dispositivos que se (3) a essa finalidade e que (4) a essa época. Em contraposição, as contribuições dessas civilizações no desenvolvimento da Filosofia, da ciência pura, das artes, da Política e do Direito (5) os fundamentos e os rumos de parte considerável do conhecimento humano.

(Youssef, A.N.; Fernandez, V.P. *Informática e sociedade*. São Paulo: Ática, 1988.)

- atenuassem – existissem – prestem – remontam – estabelecem
- atenuem – existem – prestam – remontam – estabelecem
- atenuam – existissem – prestam – remontem – estabelecem
- atenuassem – existam – prestam – remontem – estabeleceram
- atenuem – existem – prestem – remontam – estabeleceram

#### Resolução

Mantendo-se a correlação de tempos e modos entre as orações, devem-se usar (1) **atenuassem**, imperfeito do subjuntivo, (2) **existam**, presente do subjuntivo, (3) **prestam**, presente do indicativo, (4) **remontem**, presente do subjuntivo, e (5) **estabeleceram**, perfeito do indicativo.

As questões 13 e 14 apresentam fragmentos extraídos de obras de Lygia Bojunga Nunes, nos quais há o uso de recursos da linguagem oral informal.

**13 a**

Assinale a opção que descreve corretamente **uma** das ocorrências de formas verbais em fragmentos da obra *Os colegas*:

- (1) — Não vai dar pé, ninguém vai acreditar que você é dono deles.
- (2) E o bom daquele sonho é que ela ia acordar e ver que tudo que tinha sonhado continuava a ser verdade.
- (3) — Pega a mangueira aí!  
— Desenrola!  
— Engata naquela torneira!  
— Abre a torneira todinha!

- Uso de locução verbal (ir + infinitivo) com o verbo auxiliar no imperfeito do indicativo em vez do futuro do pretérito.
- Uso do pretérito-mais-que-perfeito simples em vez do pretérito imperfeito do indicativo.
- Uso de formas do subjuntivo em vez do imperativo.
- Uso de locução verbal (ir + infinitivo) com o verbo

auxiliar no imperfeito do indicativo em vez do imperfeito do indicativo.

- e) Uso de locução verbal (ir + infinitivo) com o verbo auxiliar no presente do indicativo em vez do presente do subjuntivo.

### Resolução

Em 2, a locução verbal **ia acordar** com auxiliar no imperfeito do indicativo, também poderia ter a forma **iria acordar**, com auxiliar no futuro do pretérito.

## 14 e

Assinale a opção que descreve corretamente **uma** das ocorrências de formas pronominais nos seguintes fragmentos:

- (1) Ninguém tinha ensinado Porto a desenhar, mas a gente é assim mesmo: tem coisas que a gente já nasce sabendo. (*Angélica*)
- (2) Maria desenrolou um pedaço de corda (era fina, de náilon), experimentou ela no dedo, alisou-alisou, espiou ela bem de perto, experimentou ela no pé. (*Corda bamba*)
- (3) — Pronto, era só isso. — Sentou. (*Angélica*)

- a) Emprego de “**a gente**” com função de objeto direto (ou indireto).  
b) Emprego de pronome pessoal reto com função de sujeito.  
c) Emprego de “**a gente**” em períodos iniciados com pronome indefinido para manter a indeterminação do sujeito.  
d) Ênclise de pronome oblíquo.  
e) Elipse de pronome reflexivo com verbo pronominal.

### Resolução

Em 3, omitiu-se o pronome reflexivo **se** em **sentou(-se)**.

As questões 15 e 16 referem-se ao seguinte texto:

Em casa trava-se uma luta tácita e subterrânea entre nós e a nossa empregada doméstica. Sem nos aventurarmos em demasiadas recomendações, que poderiam comprometer o bom clima familiar, a cada incursão na cozinha, silenciosa mas ostensivamente, arrumamos o invólucro dos frios, protegemos o toquinho de salame, fechamos o saco plástico ao redor do pão, guardamos o guisado desesperadamente abandonado numa panela de alumínio escondida no forno, verificamos as datas dos iogurtes, descobrimos insuspeitados tesouros de legumes murchos esquecidos e decretamos uma sopa para o menu da noite etc. O meu medíocre racionalismo se confronta inicialmente com a idéia que a pobreza deveria ensinar naturalmente uma gestão cuidadosa dos alimentos, e estranho portanto uma tamanha indiferença pelo desperdício.

Um dia, descendo a rua da Praia, em Porto

Alegre, deparo com uma mendiga, uma criancinha nos braços. Dou-lhe um dinheiro e vejo que a criança está tomando uma mamadeira de Cola-Cola. Resisto ao impulso de aconselhar leite e entrar numa absurda conversa sobre o supérfluo e o necessário, resisto tanto mais que constato, observando, que, ao lado do miserável grupinho familiar, há um embrulho de comestíveis e, ao lado do embrulho, no chão, um pequeno amontoado de restos visivelmente destinados ao lixo — um quarto de sanduíche, um biscoito mordido... — que faria a felicidade de qualquer mendigo parisiense.

Lembro uma visita com meu filho Maximiliano ao mercado de São Joaquim, em Salvador. No fim da tarde assistimos ao fechamento: sobra no chão, machucado mas ainda apetitoso, um exército de frutas, sobretudo abacaxis e laranjas, suficiente para satisfazer as necessidades vitamínicas de todas as crianças e os adultos carentes da cidade. Sei que a observação é mal-vinda onde a carência é sobretudo de proteínas. Mas ficamos, Max e eu, perplexos frente à estranha contradição entre a necessidade e o desperdício. (Calligaris, Contardo. *Hello Brasil! Notas de um psicanalista europeu viajando ao Brasil*. São Paulo: Escuta, 1986.)

## 15 b

Assinale a melhor opção, considerando as seguintes afirmações:

- I. O texto trata do desperdício de alimentos nos mercados brasileiros.  
II. O texto trata da contradição entre a necessidade dos pobres e o desperdício dos ricos.  
III. O texto trata do desperdício de alimentos comum na cultura brasileira.

está(ão) correta(s):

- a) Apenas a II.      b) Apenas a III.      c) I e II.  
d) I e III.          e) II e III.

### Resolução

A afirmação I poderia parecer correta à primeira vista, pois de fato o texto menciona o desperdício de frutas no mercado de São Joaquim, em Salvador; trata-se, porém, de um exemplo, usado para ilustrar o ponto central do texto, que é o desperdício de alimentos no Brasil, como está bem formulado na afirmação III. A afirmação II é inteiramente impertinente, pois o texto se refere ao desperdício dos pobres, não dos ricos.

## 16 a

Assinale a melhor opção, considerando as seguintes asserções com relação ao texto:

- I. O autor estranha o desperdício de alimentos num país onde muitas pessoas passam fome.  
II. Embora o autor reconheça que o desperdício de alimentos existente no Brasil ocorre na Europa também, menciona que os mendigos parisienses ficariam felizes com os sanduíches e biscoitos desperdiçados.

III. Segundo o autor, as pessoas no Brasil desperdiçam alimentos que não suprem as necessidades de adultos e crianças carentes da zona urbana, sobretudo porque a carência nutricional maior no país é de proteínas.

está(ão) correta(s):

- a) Apenas a I.    b) Apenas a III.    c) I e II.  
d) I e III.        e) Todas.

### Resolução

A afirmação I corresponde exatamente ao que se encontra no texto. As afirmações II e III atribuem ao autor observações que não estão no texto: ele não "reconhece que o desperdício de alimentos... ocorre na Europa também", nem estabelece as distinções contidas em III.

A questão 17 refere-se ao seguinte texto:

#### **É NECESSÁRIO SABER LÍNGUAS ESTRANGEIRAS?**

Este parágrafo não se dirige àqueles que preparam teses sobre línguas ou literaturas estrangeiras. Com efeito, é absolutamente desejável que eles conheçam a língua *sobre a qual* vão discorrer. Igualmente desejável seria que, no caso de uma tese sobre um autor francês, ela fosse escrita em francês. Acontece isso em muitas universidades estrangeiras, e é justo.

(Eco, Umberto. *Como se faz uma tese*. São Paulo: Perspectiva, 1986.)

## 17 c

Dadas as asserções:

- I. O julgamento expresso pelo autor através de "é justo" (linha 8) recai sobre o fato de que em algumas universidades uma tese deve ser escrita na língua em que o autor estudado escreveu suas obras.  
II. O julgamento "é justo" recai sobre o fato de que somente no caso de uma tese sobre um autor francês, ela deve ser escrita na língua deste autor.  
III. "Isso" (linha 7) tem como referência o fato de que uma tese sobre um determinado autor deve ser escrita na língua em que este autor escreveu sua obra.

está(ão) correta(s):

- a) Apenas a I.    b) Apenas a II.    c) I e III.  
d) II e III.        e) Todas.

### Resolução

A afirmação II está errada porque o caso mencionado no texto — a tese sobre um autor francês — serve apenas como ilustração de um ponto mais geral: a conveniência de que a tese seja redigida na língua do autor estudado.

## 18 b

Assinale a opção que apresenta a função da linguagem predominante nos fragmentos abaixo:

(I)

Maria Rosa quase que aceitava, de uma vez, para resolver a situação, tal o embaraço em que se achavam. Estiveram um momento calados.

— Gosta de versos?

— Gosto...

— Ah!...

Pousou os olhos numa oleografia.

— É brinde de farmácia?

— É.

— Bonita...

— Acha?

— Acho... Boa reprodução...

(Orígenes Lessa. *O feijão e o sonho*)

(II)

Sentavam-se no que é de graça: banco de praça pública.

E ali acomodados, nada os distinguia do resto do nada. Para a grande glória de Deus.

Ele: — Pois é.

Ela: — Pois é o quê?

Ele: — Eu só disse "pois é"!

Ela: — Mas "pois é" o quê?

Ele: — Melhor mudar de conversa porque você não me entende.

Ela: — Entender o quê?

Ele: — Santa Virgem, Macabéa, vamos mudar de assunto e já.

(Clarice Lispector. *A hora da estrela*)

- a) Poética.        b) Fática.        c) Referencial.  
d) Emotiva.      e) Conativa.

### Resolução

A função fática da linguagem ocorre na mensagem que se volta para o **contacto** entre os interlocutores. Exemplos simples dessa função se encontram em mensagens como "alô", "está ouvindo", "como vai?", "oi", todas referentes ao canal de comunicação ou ao estabelecimento de contacto entre os falantes. Da mesma forma, nos dois textos apresentados as falas são como ruídos que alimentam o contacto entre as personagens, que parecem não ter muito o que dizer uma à outra. São falas que não servem a outro propósito senão manter a comunicação, na falta de outras mensagens que justificassem o contacto estabelecido.

## 19 e

Assinale a opção que preenche corretamente as lacunas do excerto abaixo, extraído de um texto do crítico literário Domicio Proença Filho, que trata de personagens criados por Machado de Assis:

\_\_\_\_\_ não consegue realizar o seu propósito, como não consegue, como tantas pessoas, realizar-se a si mesmo. Ele traz a marca do pessimismo trágico. Mas não nos angustia tanto o seu fracasso. Machado amortece a dimensão trágica com a dimensão do humor. A vida continua. Apesar de absurda.

\_\_\_\_\_, mais rico de substância humana que o anterior, centraliza-se muito mais no fundo irracional que ilustra a precariedade e a incerteza do ser humano do que no jogo das causas que movem os personagens. \_\_\_\_\_ é um ingênuo vencido pela fatalidade. Um homem que perde a fortuna, o amor, a razão, na relatividade dilacerada da existência incompreensível que marca a visão-denúncia de Machado de Assis.

- a) Brás Cubas, Rubião, Conselheiro Aires.
- b) Pedro, Paulo, Brás Cubas.
- c) Conselheiro Aires, Bentinho, Pedro.
- d) Quincas Borba, Bentinho, Brás Cubas.
- e) Brás Cubas, Quincas Borba, Rubião.

#### Resolução

Brás Cubas não consegue realizar o seu propósito (inventar o emplasto, ser ministro) e nem a si mesmo, exemplificando o pessimismo e o ceticismo machadiano.

Quincas Borba, considerado por um alienista como semidemente, "centraliza-se muito mais no fundo irracional, que ilustra a precariedade e a incerteza do ser humano", não só na própria trajetória existencial, como também na teoria que formula, o Humanitismo.

Rubião é tolo e inocente, iludido, explorado e abandonado por Cristiano Palha, Sofia e Camacho, no romance **Quincas Borba**.

A questão 20 refere-se ao seguinte poema:

Torno a ver-vos, ó montes; o destino  
Aqui me torna a pôr nestes oiteiros;  
Onde um tempo os gabões deixei grosseiros  
Pelo traje da Corte rico, e fino.

Aqui estou entre Almendro, entre Corino,  
Os meus fiéis, meus doces companheiros,  
Vendo correr os míseros vaqueiros  
Atrás de seu cansado desatino.

Se o bem desta choupana pode tanto,  
Que chega a ter mais preço, e mais valia,  
Que da Cidade o lisonjeiro encanto;

Aqui descanse a louca fantasia;  
E o que té agora se tornava em pranto,  
Se converta em afetos de alegria.

## 20 a

Dadas as asserções:

- I. O poema manifesta o conflito do poeta, homem nativista provinciano, ligado à terra natal, cuja formação superior deu-se na metrópole.
- II. O poema mostra como o autor soube explorar a característica principal do Arcadismo: a celebração da vida urbana pelo intelectual, consciente das dificuldades da vida no campo.
- III. O poema manifesta a preocupação do poeta com os problemas sociais da época: transferência de riquezas da colônia para a metrópole, oriundas da pecuária e empobrecimento do homem do campo.

está(ão) correta(s):

- a) Apenas a I.      b) Apenas a II.      c) I e II.
- d) I e III.        e) II e III.

#### Resolução

Nesse soneto de Cláudio Manuel da Costa, há a oposição entre a terra natal rude, bucólica (Minas Gerais) e a metrópole refinada, culta (Lisboa). Esse conflito, entre a **choupana** e a **Cidade**, encontra-se representado na antítese "gabões (...) grosseiros" x "traje da Corte rico, e fino".

## 21 c

Assinale a opção correta com relação à obra *Memórias de um Sargento de Milícias*, de Manuel Antônio de Almeida:

- a) O livro trata da história de um amor impossível passada no século XIX.
- b) A história é contada numa linguagem popular da mesma maneira como foram escritas outras obras da época.
- c) O livro trata das peripécias do protagonista, personagem cômico, pobre e sem nobreza de caráter.
- d) A história se passa num ambiente rural, tal como a história de *O sertanejo*, de José de Alencar.
- e) A história é contada numa linguagem que segue os padrões clássicos da época.

#### Resolução

A obra **Memórias de um Sargento de Milícias**, de Manuel Antônio de Almeida, é um romance de costumes sobre a vida popular no Rio de Janeiro, à época de Dom João VI. O personagem principal, Leonardo, é um anti-herói, um vadio, um malandro. Não apresenta a típica nobreza de caráter do herói romântico. Leonardo increve-se na tradição pícara, sendo o precursor de **Macunaíma** (o "herói sem nenhum caráter"), de Mário de Andrade.

## 22 e

Assinale a melhor opção, considerando as seguintes asserções sobre Fabiano, personagem de *Vidas Secas*, de Graciliano Ramos:

- I. Devido às dificuldades pelas quais passou no sertão, tornou-se um homem rude, mandante da morte de

vários inimigos seus.

- II. Comparava-se, com orgulho, aos animais, pois era um homem errante que vivia fugindo da seca.  
III. Sentia-se fraco para exigir seus direitos diante de patrões e autoridades, por isso não se considerava um homem, mas um bicho.

está(ão) correta(s):

- a) Apenas a I.  
b) Apenas a III.  
c) I e II.  
d) I e III.  
e) II e III.

### Resolução

Fabiano aparece no romance **Vidas Secas** como vítima do clima árido, da estrutura fundiária e da condição socioeconômica. Há a animalização e a impotência da personagem diante das circunstâncias. Fabiano considera-se bicho, fraco diante da opressão do fazendeiro. Em I, está errado afirmar que Fabiano é "mandante da morte de vários inimigos seus".

As questões 23 e 24 referem-se ao seguinte texto:

(...) qualquer que seja a preferência temática: contemplação panteísta e sentimento religioso, no sentido da associação de Deus à Natureza: lirismo pessoal que concilia a sua experiência sentimental com o ideal amoroso revestido de significação autobiográfica; indianismo e inspiração medievalista, isto é, de reconsideração de idéias e visões tomadas à tradição medieval. Nesse caso, deve-se entender a sua poesia indianista como antevisão lírica e épica das nossas origens, revigorando as intenções nacionalistas do Romantismo. Do ponto de vista da expressão, deu exemplo de extraordinário equilíbrio e sobriedade, resultantes sobretudo de longa experiência com a tradição poética em língua portuguesa. É de fato o nosso primeiro poeta romântico a se identificar imediatamente com a sentimentalidade de seu povo e a dar um exemplo fecundo à nossa criação literária.

(Cândido, Antonio; Castilho, José Aderaldo.  
*Presença da literatura brasileira.*  
São Paulo: Difel, 1979.)

### 23 b

Assinale a opção com o nome do poeta a que se refere o texto:

- a) Fagundes Varela.      b) Gonçalves Dias.  
c) Castro Alves.      d) ( ) Álvares de Azevedo.  
e) Casimiro de Abreu.

### Resolução

O fragmento transcrito apresenta características notórias de Gonçalves Dias, principalmente a temática indianista. É uma questão demasiadamente fácil.

### 24 c

Assinale a opção que apresenta versos do poeta referido no texto:

- a) Na velha torre quadrangular  
Vivia a Virgem dos Devaneios...  
Tão alvos braços... Tão lindos seios...  
Tão alvos seios por afagar...

A sua vista não ia além  
Dos quatro muros que a enclausuravam  
E ninguém via — ninguém, ninguém —  
E os meigos olhos que suspiravam.

- b) Cavaleiro das armas escuras,  
Onde vais pelas trevas impuras  
Com a espada sangrenta na mão?  
Por que brilham teus olhos ardentes  
E gemidos nos lábios frementes  
Vertem fogo do teu coração?

- c) Como se lê num espelho,  
Pude ler os olhos seus!  
Os olhos mostram a alma,  
Que as ondas postas em calma  
Também refletem os céus;  
Mas ai de mi!  
Nem já sei qual fiquei sendo  
Depois que os vi.

- d) O anjo pousa de leve  
No quarto onde a moça pura  
Remenda a roupa dos pobres.  
Nasceu uma claridade  
Naquele quarto modesto:  
A máquina de costurar  
Costura raios de luz;  
Não se sabe mais se o anjo  
É ele mesmo, ou Maria.

- e) Vamos caçar cutia, irmão pequeno,  
Que teremos boas horas sem razão,  
Já o vento soluçou na arapuca do mato  
E o arco-da-velha já engoliu as virgens.

### Resolução

Os versos apresentados na alternativa C pertencem a um dos mais famosos poemas de Gonçalves Dias, "Olhos verdes".

### 25 b

Considere os seguintes excertos de poemas:

- I. Um paiá de Monai, bonzo bramá,  
Primaz da Cafraria do Pegu,  
Que sem ser do Pequim, por ser do Acu,  
Quer ser filho do sol, nascendo cá.

- II. Debruçada nas águas dum regato



A flor dizia em vão  
À corrente, onde bela se mirava...  
"Ai, não me deixes, não!  
"Comigo fica ou leva-me contigo  
"Dos mares à amplidão,  
"Límpido ou turvo, te amarei constante;  
"Mas não me deixes, não!"

III. ...de árvores indevassáveis  
De alma escusa sem pássaros  
Sem fonte matutina  
Chão tramado de saudades  
À eterna espera da brisa,  
Sem carinhos... como me alegrarei?  
  
Na solidão solitude,  
Na solidão entrei.

Pode-se afirmar que pertence(m) ao Modernismo:

- a) Apenas o I.    b) Apenas o III.    c) I e II.  
d) I e III.    e) Todos.

### Resolução

O excerto número III pertence ao Modernismo. Nesses versos de Mário de Andrade há imagens insólitas, típicas do estilo modernista ("De alma escusa sem pássaros", "chão tramado de saudades"). O fragmento número I pertence a um poema satírico do autor barroco Gregório de Matos e os versos do excerto número II são do poeta romântico Gonçalves Dias.

## INSTRUÇÕES PARA A REDAÇÃO

Redija uma dissertação (em prosa, de aproximadamente 25 linhas) sobre **A relação do brasileiro com o trabalho**. Os excertos abaixo poderão servir de subsídio para a elaboração de sua redação. **Não os copie. (Dê um título ao seu texto. A redação final deve ser feita com letra legível, à tinta.)**

1. Aos 9 anos comecei a tentar trabalhar. Ajudava um vizinho que fazia doce de banana e de mamão para vender na feira. Na hora de lavar aqueles tachos enormes de cobre, os filhos e os netos dele achavam feio fazer trabalho de mulher — arear a panela, com areia mesmo, porque Bombril vim conhecer só aqui no Rio. Eu ganhava aquele dinheirinho para a merenda. Também quebrei pedra — é, pedra mesmo. Lá no sertão não tinha máquina para fazer concreto, era tudo na mão. Os homens gritavam fogo na hora de estourar a pedreira e todo mundo da vila se escondia embaixo das camisas. Quando acabava o estouro, a gente corria com cesto ou lata para pegar os pedaços de pedra, trazia para o quintal, quebrava tudo com a mão e esperava o medidor que vinha pesar as latas. (*Veja. Especial mulher. Ago.-set./1994.*)
2. Nos ofícios urbanos reinavam o mesmo amor ao ganho fácil e a infixidez que tanto caracterizam, no Brasil, os trabalhos rurais. Espelhava bem essas condições o fato, notado por alguém, em fins da era colonial, de que nas tendas de comerciantes se distribuíam as coisas mais disparatadas deste mundo, e era tão fácil comprarem-se ferraduras a

um boticário como vomitórios a um ferreiro. Poucos indivíduos sabiam dedicar-se a vida inteira a um só mister sem se deixarem atrair por outro negócio aparentemente lucrativo. E ainda mais raros seriam os casos em que um mesmo ofício perdurava na mesma família por mais de uma geração, como acontecia normalmente em terras onde a estratificação social alcançara maior grau de estabilidade. (Holanda, Sérgio Buarque de. *Raízes do Brasil*. Rio de Janeiro: José Olympio, 1978.)

3. Muito diferente da concepção anglo-saxã que equaciona trabalho (work) com agir e fazer, de acordo com sua concepção original. Entre nós, porém, perdura a tradição católica romana e não a tradição reformadora de Calvino, que transformou o trabalho como castigo numa ação destinada à salvação. Mas nós, brasileiros, que não nos formamos nessa tradição calvinista, achamos que o trabalho é um horror. (Da Matta, Roberto. *O que faz o Brasil, Brasil?* Rio de Janeiro: Rocco, 1984.)
4. Os executivos estão desfrutando cada vez menos o período de férias. É o que aponta uma pesquisa feita pelo Grupo Catho, especializado em recursos humanos, com 1.356 profissionais em todo o país. Os resultados revelam que o descanso tradicional de 30 dias já virou utopia para muitos: 57,5% dos entrevistados tiraram férias de apenas duas semanas ou menos nos últimos 12 meses. Outros 21% não tiraram um dia sequer. Gerentes, supervisores e profissionais especializados — como advogados, contadores e engenheiros — são os que menos dão pausa no trabalho durante o ano. (*Folha de S. Paulo*, 17/5/1998.)

## COMENTÁRIO DE REDAÇÃO

A relação do brasileiro com o trabalho foi o tema proposto pela Banca Examinadora. O candidato deveria utilizar, como subsídio para sua dissertação, o conteúdo de quatro excertos que acompanharam o tema: o primeiro, extraído de *Veja – Especial Mulher*, contendo um relato de uma mulher que começou a trabalhar aos 9 anos, exercendo as mais diferentes — e penosas — atividades; o segundo extraído da obra *Raízes do Brasil*, do historiador Sérgio Buarque de Holanda, retratando uma tendência já observada em "fins da era colonial", a saber, "o mesmo amor ao ganho fácil e a infixidez", refletidos na facilidade com que se abandonava uma profissão em nome de outro "negócio aparentemente lucrativo". Já no terceiro fragmento, o antropólogo Roberto Da Matta, no livro *O que faz o Brasil, Brasil?*, traça um perfil do brasileiro, formado na "tradição católica romana" que, diferentemente da protestante, encara o "trabalho como um horror". O quarto e último fragmento, extraído do jornal *Folha de S. Paulo* apresenta resultados de pesquisa feita junto a mais de mil profissionais em todo o país: para a maioria (formada principalmente por executivos), "o descanso tradicional de 30 dias já virou utopia".

Após ler e destacar os pontos mais relevantes de cada texto, o candidato deveria selecionar as idéias

que fossem ao encontro do seu ponto de vista. Por exemplo, caso concordasse com Sérgio Buarque de Holanda e com Roberto Da Matta (segundo e terceiro textos, respectivamente), poderia justificar a aparente volubilidade que leva o brasileiro a manter um suposto desapego às atividades que desempenha. Caberia, assim, remontar ao Brasil-Colônia, em que as relações entre patrões e empregados eram norteadas pela exploração, nunca permitindo aos trabalhadores escolher o que gostariam de fazer. Dessa forma, a noção de obrigação anulou qualquer perspectiva de se derivar do trabalho mais do que apenas a sobrevivência.

Caso discordasse dos fragmentos 2 e 3, o candidato poderia, apoiando-se em depoimento do primeiro fragmento e pesquisas do quarto, apresentar um outro perfil do brasileiro — delineado desde a tenra idade —, que revela extrema disposição para o trabalho (qualquer que seja), e dedicação incondicional às tarefas para as quais tenha alguma vocação ou talento.

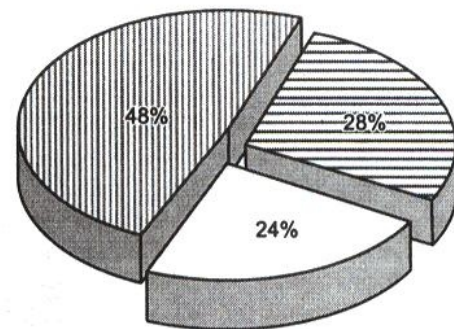
Para concluir suas considerações o candidato poderia sugerir a necessidade de se aprimorar “a relação do brasileiro com o trabalho”, por meio de qualificação da mão-de-obra e criação de empregos — dispositivos ideais para se dimensionar a real disposição do brasileiro.

## COMENTÁRIO

*Esta prova não destoa das tradições já consagradas no vestibular de Português do ITA: questões de gramática às vezes trabalhosas, mas que não aferem de fato a competência lingüística dos candidatos; ques-*

*tões de literatura que jamais vão além dos aspectos mais superficiais de autores e obras; questões de inteligência de texto que não buscam aprofundar a compreensão de textos que ofereçam alguma densidade. É pena que a Banca Examinadora não proponha uma prova de Português inteligente, que corresponda à importância da disciplina e honre a tradição de rigor e qualidade por que sempre se procurou destacar essa escola tão prestigiada e concorrida.*

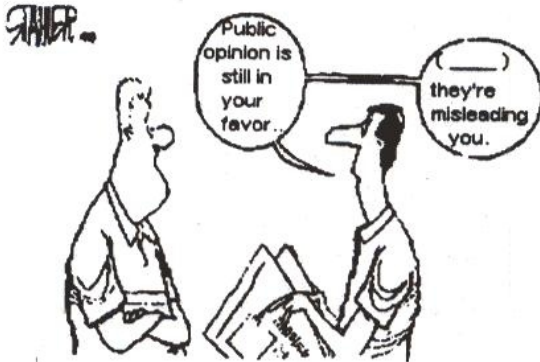
*É de lamentar, ainda, que a Banca Examinadora tenha incorrido num constrangedor erro de Português, presente justamente nas instruções para a redação: na expressão “a tinta” não ocorre crase, não se justificando, pois, o acento grave com que ela vem grafada. Na questão 6 da prova, que não tem resposta (deveria ser anulada), a Banca Examinadora tropeçou também em matéria de crase.*



# Inglês

26 d

Considerando a charge abaixo bem como a sua tradução, assinale a opção cuja conjunção corresponda à palavra que foi excluída (entre parênteses) da fala do assessor de Clinton.



APOIO POPULAR "A opinião pública ainda está a seu favor..." diz assessor ao presidente dos Estados Unidos, Bill Clinton. E ele continua: "...a não ser que eles estejam mentindo para você."

(Reprodução e tradução da FOLHA DE SÃO PAULO de 21/08/98).

- a) although                      b) whereas  
c) in spite of that              d) unless  
e) for

### Resolução

• *unless* = a não ser que

Leia o recado de Ho Chi Minh aos franceses, em 1946, e responda às questões 27, 28 e 29.

"You can kill 10 of my men for every one I kill of \_\_\_\_\_, yet even at those odds, you will lose and I will win".

27 a

A lacuna encontrada na frase deve ser preenchida por:

- a) yours    b) them    c) you    d) theirs    e) your

### Resolução

• *yours* = pronome possessivo da segunda pessoa (=seus)

28 e

Assinale a opção cuja conjunção tenha significado semelhante ao de "yet":

- a) therefore                      b) despite                      c) thus  
d) moreover                      e) however

### Resolução

• *however* = yet = entretanto, mesmo assim

29 c

Determine a opção cuja tradução mais se assemelha ao significado da palavra "odd", no contexto da frase acima:

- a) ritmo                              b) traição                      c) disparidade  
d) deslealdade                      e) distância

### Resolução

• *odd* = *disparidade*

As questões de 30 a 33 referem-se ao texto abaixo:

### Time Doesn't Stand Still for Cities on the Go

"Places, like people, have personalities," says Robert Levine, a psychologist at California State University, Fresno. Levine wanted to know which of 36 U.S. cities had \_\_\_\_\_ (1) \_\_\_\_\_ pace of life. He found that Bostonians topped the list, outhustling surprising runnersup Buffalo and New York. His study, *A Geography of Time*, charted walking speed, talking speed, how long it took bank clerks to make change, and the number of passersby wearing watches. New Yorkers led in watches, but the Big Apple placed third overall due to a 28<sup>th</sup> place finish in talking speed. Fast-moving cities are \_\_\_\_\_ (2) \_\_\_\_\_, but tend to be more productive economically than their \_\_\_\_\_ (3) \_\_\_\_\_ moving counterparts, Levine discovered. At the bottom of the list: laid-back Los Angeles. People there talk so slowly that reading the 6 p.m. news would take them until 7:25 to report what residents of Columbus, Ohio, would finish by 7 p.m.

TEXT BY BORIS WEINTRAUB  
*National Geographic*, March 1998

As questões de 30 a 33 referem-se ao texto, cujo vocabulário segue abaixo:

- places = lugares
- like = como
- people = pessoas
- to want = querer
- to know = saber
- pace of life = ritmo de vida
- to find, found, found = descobrir
- to top the list = liderar a lista
- to outhustle = superar, ultrapassar
- runnersup = vice
- study = estudo
- to chart = apresentar (sob forma de gráfico)
- walking speed = velocidade ao andar
- talking speed = velocidade ao falar
- how long = quanto tempo
- bank clerks = bancários

- to make change = trocar (dinheiro)
- passersby = transeunte
- to wear = usar
- watches = relógios
- to lead, led, led = liderar
- Big Apple = Nova York
- to place = situar-se
- overall = no total
- due to = devido a, graças a
- fast-moving cities = cidades mais movimentadas
- counter-parts = semelhantes
- at the bottom of the list = no fim da lista
- so = tão
- slowly = lentamente
- news = notícias
- until = até
- to report = relatar

### 30 c

A opção que preenche corretamente as lacunas 1, 2 e 3, respectivamente, é:

- faster - the most stressful - more slow
- fast - the most stressful - more slow
- the fastest - more stressful - slower
- the most fast - stressful - slow
- fast - more stressful - slow

#### Resolução

- *the fastest* = o mais acelerado
- *more stressful* = mais cansativo
- *slower* = mais lento

### 31 a

Ao realizar a pesquisa, Robert Levine teve por objetivo:

- descobrir, dentre 36 cidades americanas, aquela que tem o ritmo de vida mais acelerado.
- comprovar que os lugares, assim como as pessoas, têm personalidade própria.
- comprovar que o tempo não pára nas grandes cidades americanas.
- descobrir as 36 cidades americanas com o ritmo de vida mais acelerado.
- comprovar que as grandes cidades americanas são economicamente mais produtivas que as cidades que apresentam um ritmo de vida menos acelerado.

#### Resolução

- A resposta se encontra nas 3ª e 4ª linhas do texto.

### 32 b

De acordo com o texto:

- As três cidades americanas que possuem o ritmo de vida mais acelerado são Buffalo, New York e Boston, nesta ordem.
- Os residentes de Columbus, Ohio, expressam-se oralmente mais rápido que os residentes de Los Angeles.

III. As cidades mais pacatas são menos estressantes e, portanto, são economicamente mais produtivas. está(ão) correta(s):

- Apenas a I.
- Apenas a II.
- Apenas a III.
- I e III.
- II e III.

#### Resolução

- a resposta encontra-se nas últimas cinco linhas do texto.

### 33 e

O estudo denominado "A Geography of Time" levou em consideração quatro fatores. Assinale a opção que **não** apresenta fator analisado no estudo:

- Tempo para obtenção de troco num caixa de banco.
- Velocidade com que se fala.
- A quantidade de transeuntes usando relógio de pulso.
- Velocidade com que se caminha.
- Velocidade com que se lê as notícias.

#### Resolução

- As alternativas corretas estão nas 8ª, 9ª e 10ª linhas do texto.
- As questões de 34 a 38 referem-se ao texto abaixo:**

#### Wonder What He's Up To?

Ever wanted to know if **Stevie Wonder** goes to the movies? He does. "You catch nearly all of it if you pay close attention," says Wonder, who has founded, along with SAP, a German software company, the SAP/Stevie Wonder Vision Awards. The awards recognize products and research that assimilate blind people into the workplace, because while visually impaired people can follow a movie, a big percentage of them can't find a job. "I don't get too surprised by anything," says Wonder of the inventions, "but we did see some good things". One of the productions is a mouse pad that helps people feel what is going on on the screen. Wonder is amazed by how few manufacturers think of the visually impaired when making appliances. "It's weird. It's so simple to add voice capability," he says. "And it means complete independence for a blind person." In between his good works, Wonder is still song writing. He hopes to record an album next year.

BY BELINDA LUSCOMBE  
TIME, June, 29, 1998

As questões de 34 a 38 referem-se ao texto, cujo vocabulário segue abaixo:

- to wonder = imaginar
- to be up to = ser capaz de
- ever = alguma vez
- to catch = captar
- nearly = quase
- to pay close attention = prestar muita atenção
- to found = fundar
- along with = junto com

- awards = prêmios
- research = pesquisa
- blind people = pessoas cegas
- workplace = local de trabalho
- while = enquanto
- impaired people = pessoas deficientes
- to follow = acompanhar
- to find a job = encontrar um emprego
- to help = ajudar
- to feel = sentir
- to go on the screen = passar na tela
- amazed = surpreso
- manufacturers = fabricantes
- to think of = pensar em
- appliances = instrumentos
- weird = estranho
- to add = acrescentar
- voice = voz
- to say = dizer
- to mean = significar
- still = ainda
- song = canção
- to record = gravar

### 34 a

A idéia central do texto é:

- A preocupação de Stevie Wonder com a qualidade de vida dos deficientes visuais.
- Stevie Wonder, o cantor.
- Stevie Wonder, como "navegador" da Internet.
- Stevie Wonder, como empresário.
- O compositor Stevie Wonder.

#### Resolução

• A SAP / Stevie Wonder Vision Awards pretende premiar as entidades preocupadas em melhorar a qualidade de vida dos deficientes visuais.

### 35 d

A palavra "**Wonder**" no título do artigo:

- Refere-se ao nome do cantor.
- Tem função simplesmente enfática e poderia ser excluída sem prejuízo para a estrutura da frase.
- Refere-se a uma composição de Stevie Wonder.
- Tem um significado semelhante ao da palavra "imagine".
- Resume o conteúdo do texto.

#### Resolução

• to wonder = to imagine = imaginar

### 36 b

Com base no texto acima, pode-se afirmar que:

- Wonder não pode "curtir" as boas produções cinematográficas porque é cego.
- É instituída uma premiação para as invenções que visarem a integrar o cego no ambiente de trabalho.
- Stevie Wonder associa-se a uma firma alemã de

software para a pesquisa e produção de dispositivos que permitam o acesso do cego ao mercado de trabalho.

- Wonder está para gravar um álbum que reunirá as boas canções que já produziu.
- Wonder e a SAP alemã estão financiando o desenvolvimento de um "mouse pad" que ajudará o cego a perceber o que é projetado na tela.

#### Resolução

• 6ª e 7ª linhas do texto: "The awards recognize products and research ... workplace".

### 37 a

A palavra "**weird**", na linha 7, quer dizer.

- estranho
- fácil
- incrível
- injusto
- gratificante

#### Resolução

• weird = estranho

### 38 a

Determine a função gramatical de "**impaired**" em "visually impaired people" (linha 8) e de "**mouse**" em "mouse pad" (linha 12).

- adjetivo - adjetivo
- verbo - substantivo
- adjetivo - substantivo
- substantivo - adjetivo
- verbo - adjetivo

#### Resolução

• **impaired** = deficiente (adjetivo)  
 • **mouse pad** = "mouse" adjetiva "pad"

As questões 39, 40 e 41 referem-se ao texto abaixo:

#### Hacker jailed for £50,000 phone fraud

- A British computer hacker has been jailed for tricking British Telecom's telephone system out of £51,000 of international telephone calls to feed his obsession for computer games.
- Paul Turner, 16, described by his barrister as "extremely gifted" and a "social isolate", used a technique known as "blue boxing" to trick international phone exchanges into giving him free international calls.
- During a three-month period he spent over 1,100 hours connected to the Internet via a telephone number in Indonesia, accessed through a lengthy chain of international exchanges that began by calling a freephone number from Norwich.
- Turner's defence barrister explained to Southwark Crown Court that the calls remained free until the final connection was completed in the destination country and said Turner was all but oblivious to the fact that what he was doing was illegal.
- The teenage hacker used a series of audible signals to fool the telephone exchanges into thinking the calls he made had ended when in fact they had not.

6. BT's fraud investigation department eventually realised that a huge number of calls were being made on this part of the 0800 service from an address in Norwich. By the time Turner had been arrested, BT had lost out to the tune of £51,854.19.
7. Passing sentence, Judge Christopher Hardy said while immediate prison was unavoidable for such "sustained and sophisticated" offending, he did not want to interfere with the resumption of Turner's studies in September.
8. The sentence was cut to eight weeks, or four weeks with good behaviour.

THE DAILY TELEGRAPH — CONNECTED  
Thursday, July 23, 1998

As questões 39 a 41 referem-se ao texto, cujo vocabulário segue abaixo:

- to be jailed = ser preso
- to trick out of = lesar em
- to feed = alimentar
- barrister = advogado
- gifted = dotado, talentoso
- international phone exchanges = centrais telefônicas
- free = grátis
- during = durante
- to spend, spent, spent = gastar
- over = mais de
- through = através
- lengthy = longo
- chain = cadeia
- to begin, began, begun = começar
- to remain = permanecer
- until = até
- country = país
- but = exceto
- oblivious = não ciente
- to fool = ludibriar
- to end = terminar
- eventually = por fim, finalmente
- to realise = perceber
- huge = enorme
- by the time = quando
- to be arrested = ser preso
- unavoidable = inevitável
- such = tal
- resumption = retomada
- to cut to eight weeks = reduzir para oito semanas
- good behaviour = bom comportamento

### 39 d

Dadas as asserções:

- I. Paul Turner fraudou o sistema telefônico britânico e, por isso, foi multado em £51,854.19 e condenado à prisão.
- II. O número do telefone utilizado por Paul Turner era acessado através de uma série de telefonemas cujo ponto de partida era um serviço telefônico gratuito (0800) na cidade de Norwich.

- III. Através de uma série de sinais audíveis, Paul Turner fazia crer que havia terminado uma ligação telefônica quando, na verdade, ainda permanecia conectado à Internet.

está(ão) correta(s):

- a) Apenas a I.      b) Apenas a II.      c) Apenas a III.  
d) II e III.      e) Todas.

### Resolução

• *Informações com base no próprio texto e na tradução do seu vocabulário.*

### 40 d

Dadas as asserções:

- I. "Blue Boxing" é o nome da técnica que Paul Turner utilizou para conseguir fazer ligações internacionais gratuitas, burlando as regras das companhias telefônicas internacionais.
- II. Paul Turner é considerado muito talentoso por seu advogado.
- III. Embora condenado pela justiça, os estudos de Paul Turner não deverão ser prejudicados.

está(ão) correta(s):

- a) Apenas a I.      b) Apenas a II.      c) Apenas a III.  
d) Todas.      e) Nenhuma.

### Resolução

• *Informações com base no próprio texto e na tradução do seu vocabulário.*

### 41 b

A palavra que melhor substitui "eventually", na 1ª linha do parágrafo 6, é:

- a) consequently      b) finally      c) accidentally  
d) inevitably      e) casually

### Resolução

• *eventually = por fim = finalmente (= finally)*

**As questões de 42 a 46 referem-se aos dois primeiros parágrafos de um artigo publicado pela revista TIME:**

### *The Gentle Cosmic Rain*

1. Hardly ..... took Louis Frank seriously when he first proposed, more than 10 years ago, that Earth was being bombarded by cosmic snowballs at the rate of as many as 30 a minute. Part of the problem was how preposterous his theory sounded: every day, he suggested, tens of thousands of icy comets, each the size of a small house and containing 36 metric tons of water, were vaporizing in the upper atmosphere and raining down on Earth. It didn't help that the University of Iowa physicist happened to release his findings on April 1, 1986. "Newspapers," he recalls, "phoned to ask if this was an April Fool's joke."

2. Frank is unlikely to hear that kind of question again. Last week, at the American Geophysical Union's annual convention in Baltimore, Md., he backed up his theory with fresh evidence: satellite images that capture his cosmic hail in midflight. Suddenly it seems entirely possible that the source of much of the water on Earth – and even of life itself – might be Frank's "gentle cosmic rain." (...)

TIME, June 9, 1997

As questões de 42 a 46 referem-se ao texto, cujo vocabulário segue abaixo:

- hardly anybody = quase ninguém
- to take seriously = levar a sério
- Earth = Terra
- snowballs = bolas de neve
- rate = taxa, proporção, índice
- preposterous = ilógico
- to sound = parecer
- tens of thousands = dezenas de milhares
- icy = congelados
- each = cada
- size = tamanho
- small = pequeno
- to contain = conter
- tons = toneladas
- upper = superior
- It didn't help that = não adiantou nada
- to release = publicar
- findings = descobertas
- to recall = lembrar-se
- April Fool's joke = brincadeira de 1º de Abril
- to be unlikely to = ser improvável
- to hear = ouvir
- kind = tipo, espécie
- again = novamente
- last week = na semana passada
- to back up = sustentar
- fresh = nova, recente
- hail = granizo
- suddenly = de repente
- to seem = parecer
- entirely = inteiramente
- source = fonte
- even = até mesmo
- might be = poderia ser

**42 b**

A lacuna encontrada na 1ª linha do texto deve ser preenchida por:

- a) somebody      b) anybody      c) someone  
d) everybody      e) nobody

**Resolução**

• **hardly** é termo negativo e atrai o indefinido **anybody** (ou **anyone**)

**43 c**

Após resolver a questão 42, assinale a opção que melhor traduz o trecho sublinhado no início do primeiro parágrafo.

- a) Era impossível alguém levar a sério a descoberta de Louis Frank.  
b) Era difícil encontrar alguém que, na ocasião, se interessasse pelo assunto investigado por Louis Frank.  
c) Quase ninguém levou Louis Frank a sério.  
d) Dificilmente alguém envolvido em pesquisa científica levaria a sério teorias que não pudessem ser sustentadas por evidência irrefutáveis.  
e) Qualquer pesquisador que tivesse levado a sério o assunto estudado por Louis Frank teria, sem dificuldades, chegado às mesmas descobertas.

**Resolução**

• É a tradução exata da frase sublinhada.

**44 e**

".....he backed up his theory ....." na 4ª linha do parágrafo 2 do texto, significa que:

- a) Ele reconsiderou alguns aspectos de sua teoria...  
b) Ele voltou atrás no ponto central de sua teoria...  
c) Ele retomou sua teoria...  
d) Ele descartou sua teoria...  
e) Ele deu sustentação à sua teoria...

**Resolução**

• to back up = sustentar, dar sustentação a.

**45 e**

A palavra "**recalls**", na 13ª linha do primeiro parágrafo do texto, poderia ser substituída por:

- a) calls again      b) reports      c) regrets  
d) calls back      e) remembers

**Resolução**

• to recall = lembrar-se = to remember.

**46 e**

Dadas as asserções:

- I. Dez anos atrás, Louis Frank não contava com instrumentos necessários para confirmar sua descoberta.  
II. Louis Frank evitou divulgar sua descoberta em 1º de abril, receoso de que pensassem que estivesse "pregando uma peça".  
III. Frank não gostava de ouvir perguntas do tipo das que lhe foram feitas pela imprensa por ocasião da divulgação de sua descoberta.

está(ão) correta(s),.

- a) Apenas a II      b) I e II      c) II e III.  
d) todas      e) Nenhuma.

**Resolução**

• Nenhuma das afirmações consta do texto.

**As questões 47 e 48 referem-se ao texto abaixo:**

"Since 1985 the Shop \_\_\_\_\_ a Company limited by guarantee with charitable status; its aim is primarily to relieve poverty in developing countries".

(Panfleto da Loja ONE WORLD SHOP, em Edimburgo, Escócia)

As questões 47 e 48 referem-se ao texto, cujo vocabulário segue abaixo:

- since = desde
- charitable = de caridade
- aim = meta, alvo
- primarily = principalmente
- to relieve = aliviar, reduzir, atenuar
- poverty = pobreza
- developing countries = países em desenvolvimento

**47 e**

A alternativa que melhor preenche a lacuna do texto é:

- a) is                      b) was                      c) had been  
d) have been            e) has been

**Resolução**

• A palavra **since** (=desde) pede o uso do **Present Perfect**, no caso 3ª pessoa do singular (**has been**)

**48 b**

De acordo com o texto, podemos afirmar que:

- a) o principal objetivo da ONE WORLD SHOP é erradicar a miséria e promover o desenvolvimento em países pobres.
- b) o principal objetivo da ONE WORLD SHOP é atenuar a miséria nos países em desenvolvimento.
- c) a ONE WORLD SHOP tem como principal objetivo reduzir a miséria remanescente em países desenvolvidos.
- d) a ONE WORLD SHOP é uma loja cuja função principal é arrecadar fundos para atender crianças carentes de países em desenvolvimento.
- e) a ONE WORLD SHOP tem como objetivo principal erradicar a miséria nos países em desenvolvimento.

**Resolução**

• A frase se encontra no texto e na tradução do seu vocabulário.

**As questões 49 e 50 referem-se ao texto abaixo:**

And yet tonight, in the quiet of this room, I find that what really remains with me from this first day's travel is not Salisbury Cathedral, nor any of the other charming sights of this city, but rather that marvellous view encountered this morning of the rolling English countryside. Now I am quite prepared to believe that countries can offer more obviously spectacular scenery. Indeed, I have seen in encyclopedias and the *National Geographic Magazine* breathtaking photographs of sights from various corners of the globe; magnificent canyons and waterfalls, raggedly beautiful mountains. It has never, of course, been my privilege to have seen such things at first hand, but I will

nevertheless hazard this with some confidence: the English landscape at its finest – such as I saw it this morning – possesses a quality that the landscapes of other nations, however more superficially dramatic, inevitably fail to possess. It is, I believe, a quality that will mark out the English landscape to any objective observer as the most deeply satisfying in the world, and this quality is probably best summed up by the term "greatness". For it is true, when I stood on that high ledge this morning and viewed the land before me, I distinctly felt that rare, yet unmistakable feeling – the feeling that one is in the presence of greatness. We call this land of ours *Great Britain*, and there may be those who believe this a somewhat immodest practice. Yet I would venture that the landscape of our country alone would justify the use of this lofty adjective.

The Remains of the Day

Kazuo Ishiguro

As questões de 49 a 50 referem-se ao texto, cujo vocabulário segue abaixo:

- yet = mesmo assim
- tonight = hoje à noite
- quiet = quietude
- to find = achar
- to remain = permanecer
- sights = vistas, panoramas
- rather = mais propriamente, preferivelmente
- rolling = ondulante
- countryside = interior
- quite = bastante
- to believe = acreditar
- scenery = cenário, paisagem
- indeed = na verdade
- breathtaking = de tirar o fôlego
- corners = cantos
- waterfalls = cachoeiras
- raggedly = irregularmente
- of course = é claro
- such things = tais coisas
- at first hand = em primeira mão
- nevertheless = não obstante
- to hazard = arriscar-se
- confidence = confiança
- landscape = paisagem
- at its finest = no seu melhor momento
- however = por mais
- to fail = fracassar, deixar de
- deeply = profundamente
- to sum up = resumir
- greatness = grandiosidade
- it is true = é verdade
- to stand, stood, stood = permanecer em pé
- high = alta
- ledge = extremidade
- to view = avistar
- before = diante de
- to feel, felt, felt = sentir
- unmistakable = inconfundível
- somewhat = um tanto
- lofty = imponente, grandioso



49 e

Após a leitura do texto, entendemos que o narrador:

- I. é um viajante inveterado que está relatando suas impressões após uma viagem pelo interior da Inglaterra.
- II. não se impressionou com a beleza da Catedral de Salisbury e de outros pontos turísticos da cidade.
- III. já esteve em outros países cujas paisagens são tão belas quanto a que presenciou naquela manhã.

está (ão) corretas:

- a) Apenas a I.            b) I e II.            c) II e III  
d) todas.                e) Nenhuma.

#### Resolução

Nenhuma das informações consta do texto.

50 b

".....*this lofty adjective*", na última linha do texto, refere-se à palavra:

- a) immodest            b) great            c) unmistakable  
d) greatness           e) alone

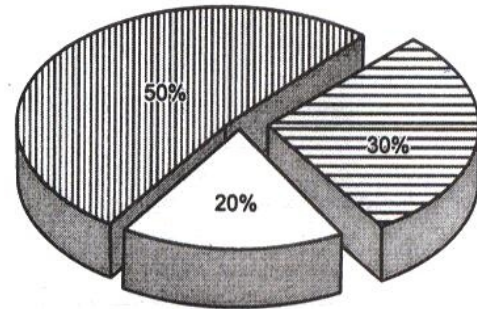
#### Resolução

• *Lofty* (= imponente, grandioso) refere-se ao termo **great**.

## COMENTÁRIO

Como sempre, a prova do Ita é de um nível elevado, exigindo do vestibulando um bom conhecimento gramatical, domínio amplo de vocabulário e hábito de leitura.

Prova bastante equilibrada (20% de Gramática, 50% de Compreensão de texto e 30% de Vocabulário); por isso, somente podemos parabenizar a comissão organizadora da prova de Inglês.



# Química

## CONSTANTES

Constante de Avogadro	=	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday	=	$9,65 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$
Volume molar de gás ideal	=	22,4 L (CNTP)
Carga elementar	=	$1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R)	=	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm L K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $8,31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $62,4 \text{ mmHg L K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ $1,98 \text{ cal mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$

## DEFINIÇÕES

CNTP significa condições normais de temperatura e pressão: 0°C e 760 mmHg

(s) ou (c) = sólido cristalino; (l) ou (ℓ) = líquido; (g) = gás; (aq) = aquoso

## MASSAS MOLARES

Elemento Químico	Número atômico	Massa molar (g/mol)	Elemento Químico	Número atômico	Massa molar (g/mol)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
He	2	4,00	K	19	39,10
Li	3	6,94	Cr	24	52,00
Be	4	9,01	Fe	26	55,85
B	5	10,81	Ni	28	58,69
C	6	12,01	Cu	29	63,54
N	7	14,01	Zn	30	65,39
O	8	16,00	As	33	74,92
F	9	19,00	Br	35	79,91
Na	11	22,99	Ag	47	107,87
Al	13	26,98	Ba	56	137,33
Si	14	28,09	Hg	80	200,59
P	15	30,97	Pb	82	207,20
S	16	32,06			

## 01 b

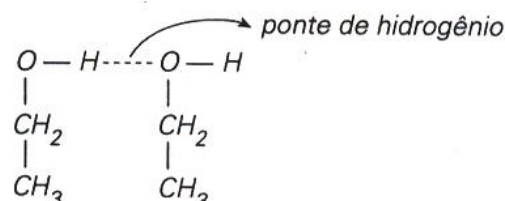
Assinale a opção **CORRETA** em relação à comparação das temperaturas de ebulição dos seguintes pares de substâncias:

- Éter dimetilico > etanol; propanona > ácido etanóico; naftaleno < benzeno.
- Éter dimetilico < etanol; propanona < ácido etanóico; naftaleno > benzeno.
- Éter dimetilico > etanol; propanona < ácido etanóico; naftaleno > benzeno.
- Éter dimetilico > etanol; propanona > ácido etanóico; naftaleno > benzeno.
- Éter dimetilico < etanol; propanona < ácido etanóico; naftaleno < benzeno.

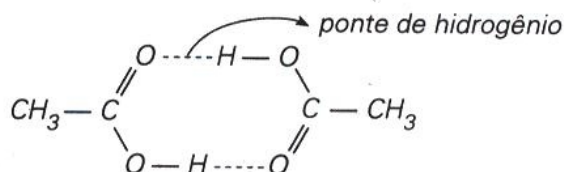
## Resolução

As moléculas do etanol e ácido etanóico estabelecem forças intermoleculares denominadas pontes de hidrogênio; portanto, apresentam o ponto de ebulição maior em relação às moléculas do éter e propanona.

No etanol:



No ácido etanóico:



As moléculas de naftaleno ( $\text{C}_{10}\text{H}_8$ ) e benzeno ( $\text{C}_6\text{H}_6$ ) são apolares; portanto, apresentam forças intermoleculares denominadas forças de Van der Waals. O naftaleno apresenta o maior ponto de ebulição, pois possui maior massa molecular.

## 02 d ou e

Considere as seguintes equações relativas a processos nucleares:

- ${}^8_3\text{Li} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^4_2\text{He} + x.$
- ${}^7_4\text{Be} + y \rightarrow {}^7_3\text{Li}.$
- ${}^8_5\text{B} \rightarrow {}^8_4\text{Be} + z.$
- ${}^3_1\text{H} \rightarrow {}^3_2\text{He} + w.$

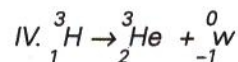
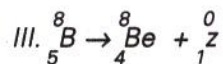
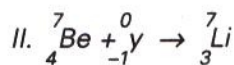
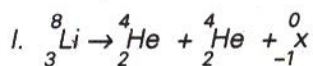
Ao completar as equações dadas acima, as partículas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  e  $w$  são, respectivamente:

- Pósitron, alfa, elétron e elétron.
- Elétron, alfa, elétron e pósitron.
- Alfa, elétron, elétron e pósitron.
- Elétron, elétron, pósitron e elétron.
- Elétron, elétron, pósitron e elétron.

## Resolução

Resolvendo as equações nucleares, lembrando que a carga dos reagentes deve ser igual à carga dos produtos e que o número de massa dos reagentes deve

ser igual ao número de massa dos produtos, encontramos para x, y, z, w, respectivamente, elétron, elétron, pósitron e elétron.



### 03 b

Considere os seguintes compostos orgânicos:

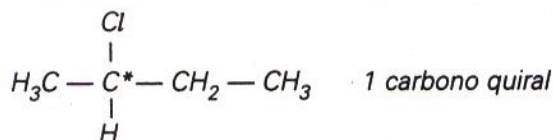
- I. 2-Cloro-butano.
- II. Bromo-cloro-metano.
- III. 3,4-Dicloro-pentano.
- IV. 1, 2, 4-Tricloro-pentano.

Assinale a opção que apresenta as quantidades **CORRETAS** de carbonos quirais nos respectivos compostos acima:

- |            |          |           |          |
|------------|----------|-----------|----------|
| a) 0 em I; | 1 em II; | 2 em III; | 3 em IV. |
| b) 1 em I; | 0 em II; | 2 em III; | 2 em IV. |
| c) 0 em I; | 0 em II; | 1 em III; | 3 em IV. |
| d) 1 em I; | 1 em II; | 1 em III; | 2 em IV. |
| e) 1 em I; | 0 em II; | 1 em III; | 2 em IV. |

#### Resolução

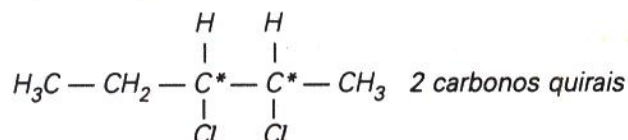
I. 2-clorobutano



II. Bromoclorometano

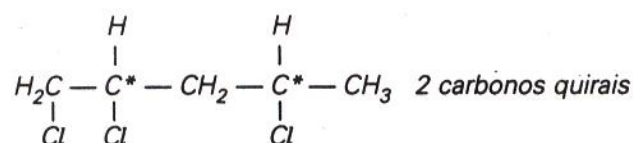


III. 3,4-dicloropentano



A nomenclatura oficial do composto, de acordo com as regras da IUPAC, é 2,3-dicloropentano

IV. 1,2,4-tricloropentano



### 04 d

A um béquer contendo 100 mL de ácido acético 0,10 mol/L, a 25°C, foram adicionados 100 mL de água destilada.

Considere que a respeito deste sistema sejam feitas as seguintes afirmações:

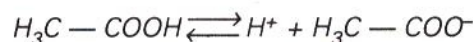
- I. O número total de íons diminui.
- II. O número total de íons aumenta.
- III. A condutividade elétrica do meio diminui.
- IV. A condutividade elétrica do meio aumenta.
- V. O número de íons  $\text{H}^+$  e  $\text{H}_3\text{CCOO}^-$  por  $\text{cm}^3$  diminui.
- VI. O número de íons  $\text{H}^+$  e  $\text{H}_3\text{CCOO}^-$  por  $\text{cm}^3$  aumenta.

Qual das opções abaixo se refere a todas afirmações **CORRETAS**?

- a) I e V.
- b) II e VI.
- c) III e V.
- d) II, III e V.
- e) I, IV, VI.

#### Resolução

Considere o equilíbrio:



Adicionando-se água, o equilíbrio desloca-se para a direita (lei da diluição de Ostwald).

O número total de íons aumenta (II correta).

O número de íons por  $\text{cm}^3$  diminui, pois o volume duplicou (V correta).

Como a concentração de íons diminui, a condutividade elétrica do meio diminui (III correta).

### 05 e

Em 1803, John Dalton propôs um modelo de teoria atômica. Considere que sobre a base conceitual desse modelo sejam feitas as seguintes afirmações:

- I. O átomo apresenta a configuração de uma esfera rígida.
- II. Os átomos caracterizam os elementos químicos e somente os átomos de um mesmo elemento são idênticos em todos os aspectos.
- III. As transformações químicas consistem de combinação, separação e/ou rearranjo de átomos.
- IV. Compostos químicos são formados de átomos de dois ou mais elementos unidos em uma razão fixa.

Qual das opções abaixo se refere a todas afirmações **CORRETAS**?

- a) I e IV.
- b) II e III.
- c) II e IV.
- d) II, III e IV.
- e) I, II, III e IV

#### Resolução

De acordo com a teoria de John Dalton, temos:

1. Toda matéria é composta de partículas fundamentais chamadas átomos.
2. Os átomos são permanentes e indivisíveis e não podem ser criados nem destruídos.
3. Todos os átomos de um certo elemento são idênticos.

ticos em todas as suas propriedades, e átomos de elementos diferentes têm propriedades diferentes.

4. Uma alteração química consiste em uma combinação, separação ou rearranjo de átomos.
5. Os compostos são constituídos de átomos de elementos diferentes em proporções fixas.

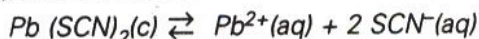
### 06 c

Um recipiente contém 0,50 L de uma solução aquosa com as espécies químicas  $Pb^{2+}(aq)$ ,  $SCN^{-}(aq)$  e  $Pb(SCN)_2(c)$ . Estando o sistema em equilíbrio químico e a temperatura sendo constante, as concentrações das espécies químicas  $Pb^{2+}(aq)$ ,  $SCN^{-}(aq)$  e a quantidade de  $Pb(SCN)_2(c)$  não variam com o tempo. Qual das opções abaixo só contém informação(ões) **CORRETA(S)** a respeito desse sistema?

- a) A adição de 0,30 g de  $Pb(NO_3)_2(c)$  diminuirá a concentração de  $Pb^{2+}(aq)$  no recipiente.
- b) A adição de 0,30 g de  $Pb(NO_3)_2(c)$  aumentará a concentração de  $SCN^{-}(aq)$  no recipiente.
- c) A adição de 0,60 g de  $Pb(SCN)_2(c)$  manterá constantes as concentrações de  $Pb^{2+}(aq)$  e  $SCN^{-}(aq)$ , e aumentará a quantidade de  $Pb(SCN)_2(c)$ .
- d) A adição de 0,60 g de  $Pb(SCN)_2(c)$  aumentará as respectivas concentrações de  $Pb^{2+}(aq)$  e  $SCN^{-}(aq)$ , sem aumentar a quantidade de  $Pb(SCN)_2(c)$ .
- e) A adição de 0,60 g de  $Pb(SCN)_2(c)$  aumentará a concentração de  $Pb^{2+}(aq)$  e a quantidade de  $Pb(SCN)_2(c)$  no recipiente.

### Resolução

Sabemos que a solução está saturada, pois coexistem as três espécies químicas, o que pode ser representado pelo seguinte equilíbrio:



A adição de  $Pb(NO_3)_2(c)$  aumentará a concentração de  $Pb^{2+}(aq)$ , deslocando o equilíbrio para a esquerda, o que diminuirá a concentração do  $SCN^{-}(aq)$  e aumentará a quantidade de  $Pb(SCN)_2(c)$ .

A adição de  $Pb(SCN)_2(c)$  não ocasionará uma alteração nas concentrações de  $Pb^{2+}(aq)$  e  $SCN^{-}(aq)$ , pois a solução já está saturada; tal adição apenas aumentará a quantidade de  $Pb(SCN)_2(c)$ .

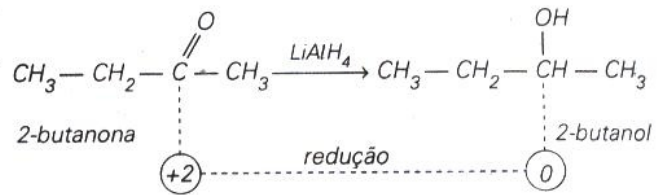
### 07 d

Qual opção se refere ao(s) produto(s) da reação entre 2-butanona e o hidreto metálico  $LiAlH_4$ ?

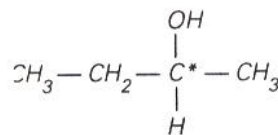
- a) Butano.
- b) 1-Butanol.
- c) Ácido butanóico.
- d) Mistura racêmica de 2-butanol.
- e) Ácido propanóico e ácido etanóico.

### Resolução

Os hidretos metálicos complexos são utilizados no método de redução de aldeídos e cetonas a álcoois correspondentes. O hidreto de alumínio e lítio é um agente redutor altamente ativo e poderoso e muito sensível à umidade.



O 2-butanol apresenta carbono quiral:



Conclui-se então que se trata de substância opticamente ativa, apresentando dois isômeros denominados (d) 2-butanol e (l) 2-butanol. A mistura equimolar desses isômeros é denominada mistura racêmica.

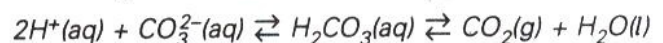
### 08 e

Um aluno recebeu uma amostra de um material sólido desconhecido de coloração azul. Em um tubo de ensaio contendo 10 mL de água destilada foram adicionados aproximadamente 0,50 g dessa amostra. Em outro tubo contendo 10 mL de uma solução aquosa de ácido acético foi adicionada a mesma quantidade da mesma amostra. No tubo contendo água destilada nada foi observado, não ocorrendo dissolução e nem mudança de coloração do sólido. No tubo contendo ácido acético foi observada a formação de bolhas de gás, bem como a coloração azulada da solução. A partir dessas informações, qual das substâncias abaixo poderia corresponder ao material recebido pelo aluno?

- a) Cloreto ferroso.
- b) Sulfato cuproso.
- c) Carbonato férrico.
- d) Hidróxido cuproso.
- e) Carbonato básico de cobre.

### Resolução

O material sólido de coloração azul corresponde ao composto **carbonato básico de cobre**, que é insolúvel em água e que na presença de íons  $H^+$  produz ácido carbônico ( $H_2CO_3$ ), que é instável, liberando gás carbônico ( $CO_2$ ), de acordo com a equação:



Os íons  $Cu^{+2}$  (azuis) permanecem inalterados, o que explica a coloração azulada da solução.

**09 b**

Considere os seguintes álcoois:

- I. Etanol
- II. n-Propanol
- III. n-Butanol
- IV. n-Pentanol
- V. n-Hexanol

Assinale a opção **CORRETA** em relação a comparação das solubilidades em água, a 25°C, dos seguintes álcoois:

- a) Etanol > n-propanol > n-butanol > n-pentanol > n-hexanol.
- b) Etanol ≡ n-propanol > n-butanol > n-pentanol > n-hexanol.
- c) Etanol ≡ n-propanol > n-butanol ≡ n-pentanol > n-hexanol.
- d) Etanol > n-propanol > n-butanol > n-pentanol < n-hexanol.
- e) Etanol < n-propanol < n-butanol < n-pentanol < n-hexanol.

**Resolução**

Os álcoois metanol, etanol e n-propanol têm solubilidade infinita em água. Isto ocorre devido à prevalência do efeito da hidroxila em relação ao efeito do grupo alquila. Para os demais álcoois citados, quanto maior o número de átomos de carbono na cadeia, menor a solubilidade em água, devido ao fato de a molécula do álcool tornar-se mais apolar.

**10 b**

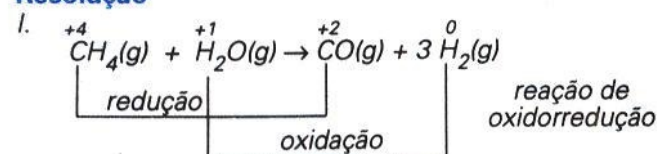
Considere as reações representadas pelas seguintes equações químicas balanceadas:

- I.  $CH_4(g) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + 3H_2(g)$
- II.  $AgCl(c) + 2NH_3(aq) \rightarrow Ag(NH_3)_2^+(aq) + Cl^-(aq)$
- III.  $Zn(c) + 2H^+(aq) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + H_2(g)$
- IV.  $2H^+(aq) + 2CrO_4^{2-}(aq) \rightarrow Cr_2O_7^{2-}(aq) + H_2O(l)$

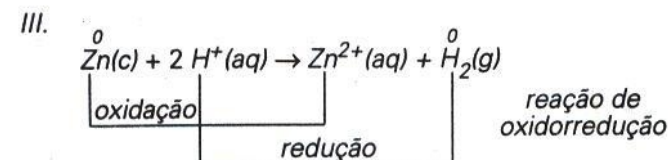
Qual das opções abaixo se refere às reações de oxidação-redução?

- a) I e II.
- b) I e III.
- c) III e IV.
- d) I, III e IV.
- e) I, II, III e IV.

**Resolução**



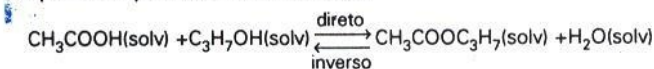
II.  $AgCl(c) + 2 NH_3(aq) \rightarrow Ag(NH_3)_2^+(aq) + Cl^-(aq)$   
 Não ocorre variação no Nox; portanto, não é reação de oxidorredução.



IV.  $2 H^+(aq) + 2 CrO_4^{2-}(aq) \rightarrow Cr_2O_7^{2-}(aq) + H_2O(l)$   
 Não ocorre variação no Nox; portanto, não é reação de oxidorredução.

**11 a**

Considere uma reação de esterificação do tipo exemplificada abaixo. A reação é realizada em um solvente (solv) capaz de manter dissolvidas todas as espécies químicas envolvidas.



Considere que em relação a esta reação química sejam feitas as seguintes afirmações:

- I. A constante de equilíbrio não é muito diferente do valor unitário.
- II. Os íons  $H^+(solv)$  são bons catalisadores para a reação no sentido direto.
- III. Os íons  $H^+(solv)$  são bons catalisadores para a reação no sentido inverso.
- IV. Para aumentar o rendimento da reação no sentido direto, o éster e/ou a água devem ser continuamente eliminados do sistema.
- V. Se todos os coeficientes estequiométricos da equação acima forem multiplicados por 2, o valor numérico da constante de equilíbrio aumentará.

Qual das opções abaixo se refere a todas afirmações **CORRETAS**?

- a) I, II, III, IV e V.
- b) I, II, III e IV.
- c) I, III e IV.
- d) II, III e IV.
- e) II, IV e V.

**Resolução**

Os ácidos carboxílicos transformam-se diretamente em ésteres quando aquecidos com um álcool em presença de pequena quantidade de ácido mineral, normalmente ácido sulfúrico concentrado ou ácido clorídrico anidro. A reação é reversível e, geralmente, quando se atinge o equilíbrio, estão presentes apreciáveis quantidades tanto dos reagentes, como dos produtos.

Os catalisadores da reação direta, como o íon  $H^+$ , são também, necessariamente, catalisadores da reação inversa.

Para aumentar o rendimento, remove-se um dos resultantes, deslocando o equilíbrio para a direita.

Como  $K_C = \frac{[\text{éster}] \cdot [\text{água}]}{[\text{ácido}] \cdot [\text{álcool}]}$ , se multiplicarmos os coeficientes estequiométricos por 2, teremos:

$$K_C = \frac{[\text{éster}]^2 \cdot [\text{água}]^2}{[\text{ácido}]^2 \cdot [\text{álcool}]^2}$$

Logo, o valor numérico da constante de equilíbrio aumentará.

**12 a**

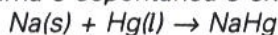
Considere a eletrólise de uma solução aquosa de cloreto de sódio. O anodo consiste de um material eletroquimicamente inerte e o catodo de uma camada de mercúrio no fundo da célula. Nessas condições, a(s) principal(is) ocorrência(s) no catodo será(ão):

- a) A formação de amálgama de sódio.
- b) A formação e liberação de gás cloro.
- c) O aparecimento de cristais de sódio metálico.
- d) A formação de cristais de cloreto mercurioso.
- e) A formação e liberação de hidrogênio gasoso.

### Resolução

A eletrólise de uma solução aquosa de cloreto de sódio produz  $H_2$  no cátodo e  $Cl_2$  no ânodo. Se substituirmos o cátodo de grafita por um de mercúrio, em vez da redução das moléculas de água para formar  $H_2(g)$  e  $OH^-(aq)$ , ocorre a redução dos íons  $Na^+(aq)$  para formar sódio metálico. Este forma com o mercúrio uma liga chamada amálgama de sódio. Tal comportamento se deve a dois fatores:

- 1) O gás  $H_2$  tem uma apreciável sobretensão no cátodo de mercúrio e conseqüentemente a formação do  $H_2$  no mercúrio torna-se energeticamente mais difícil do que no eletrodo de grafita ou de platina.
- 2) O sódio metálico reage com o mercúrio formando um amálgama **que não reage com a água enquanto houver suficiente tensão aplicada**. A formação desse amálgama é espontânea e exotérmica.



Como o valor negativo de  $\Delta H$  é muito grande, a redução dos íons  $Na^+(aq)$  no cátodo de mercúrio para formar o amálgama é energeticamente menos difícil do que a redução das moléculas de água para formar  $H_2(g)$  e íons  $OH^-(aq)$ .

**Nota:** O amálgama de sódio reage com água liberando  $H_2$  **se não houver tensão aplicada**.



### 13 d

O processo de decomposição de peróxido de hidrogênio,  $H_2O_2$ , resulta na formação de água e oxigênio. Em relação a esse processo considere que sejam feitas as seguintes afirmações:

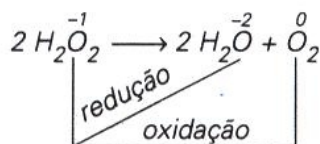
- I. Todas as moléculas de  $H_2O_2$  são reduzidas.
- II. Todas as moléculas de  $H_2O_2$  são oxidadas.
- III. A variação da energia livre de Gibbs é positiva.
- IV. Metade das moléculas de  $H_2O_2$  é reduzida e a outra metade é oxidada.

Qual das opções abaixo se refere à(s) afirmação(ões) **CORRETA(S)**?

- a) I.      b) II.      c) III.      d) IV.      e) III e IV.

### Resolução

A equação química de decomposição de peróxido de hidrogênio é:



A reação é de desproporcionamento (auto-oxidor-redução), ocorrendo redução de metade das moléculas de  $H_2O_2$  e oxidação da outra metade.

O processo de decomposição de peróxido de hidrogênio é espontâneo; portanto, a variação da energia livre de Gibbs é negativa.

### 14 c

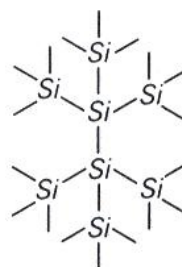
Das substâncias abaixo relacionadas, qual delas, no estado sólido, **NÃO** apresenta ligações químicas intramoleculares do tipo covalente?

- a) Iodo.
- b) Silício.
- c) Prata.
- d) Naftaleno.
- e) Lauril-sulfato de sódio (detergente de uso doméstico).

### Resolução

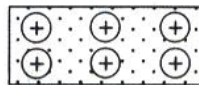
As ligações covalentes se caracterizam pelo compartilhamento de elétrons, isto é, formam pares eletrônicos. Para as substâncias da questão temos:

**No iodo:**  $I - I$

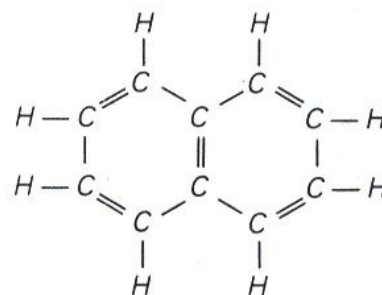


**No silício:**

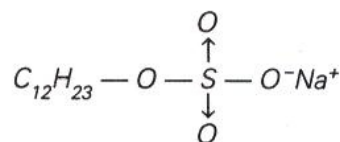
**Na prata:** a ligação é metálica em que os núcleos positivos são envolvidos por um mar de elétrons livres.



**No naftaleno:** as ligações são covalentes



**No laurilsulfato de sódio** (detergente)



Na estrutura do ânion há ligações covalentes.

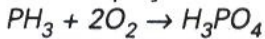
### 15 d

O fogo-fátuo (o boitatá dos índios e caboclos) é o nome dado ao fenômeno decorrente da combustão espontânea de um certo gás, normalmente emanado de sepulturas e pântanos. Qual é esse gás?

- a)  $H_2$ .      b)  $NH_3$ .      c)  $AsH_3$ .      d)  $PH_3$ .      e)  $CH_4$ .

### Resolução

A fosfina ( $\text{PH}_3$ ) é liberada durante a putrefação de cadáveres, e sofre combustão espontânea de acordo com a equação:



O metano ( $\text{CH}_4$ ) necessita de uma energia de ativação muito elevada para sofrer combustão.

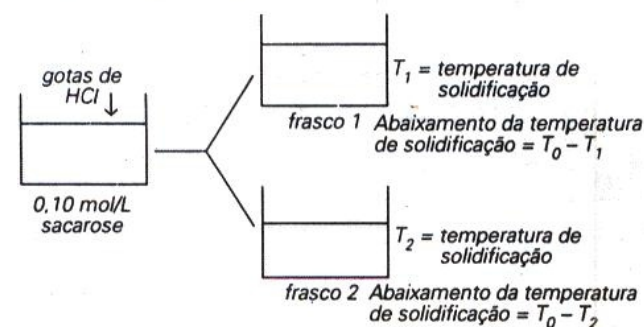
### 16 c

Algumas gotas de uma solução concentrada de ácido clorídrico foram adicionadas a 100 mL de uma solução aquosa de sacarose 0,10 mol/L. A solução resultante foi dividida em duas partes. A primeira foi imediatamente resfriada, anotando-se a temperatura  $T_1$  de início de solidificação. A segunda foi imediatamente colocada em banho-maria a  $90^\circ\text{C}$ , por um período de 24 horas. Após esse período, a segunda solução foi resfriada, anotando-se a temperatura  $T_2$  de início de solidificação. Considerando-se  $T_0$  a temperatura de solidificação da água pura, qual das opções abaixo está **CORRETA**?

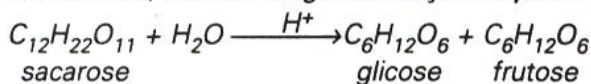
- a)  $(T_0 - T_1) \equiv (T_0 - T_2)$ .
- b)  $(T_0 - T_1) \equiv 2(T_0 - T_2)$ .
- c)  $2(T_0 - T_1) \equiv (T_0 - T_2)$ .
- d)  $T_1 \equiv 2(T_2)$ .
- e)  $2(T_1) \equiv T_2$ .

### Resolução

Observe o esquema:



No frasco 2, temos a seguinte reação se processando:



O número de partículas dispersas será o dobro em relação ao frasco 1, portanto, o abaixamento da temperatura de solidificação no frasco 2 será aproximadamente o dobro do abaixamento da temperatura de solidificação no frasco 1.

$$2(T_0 - T_1) \equiv (T_0 - T_2)$$

### 17 a

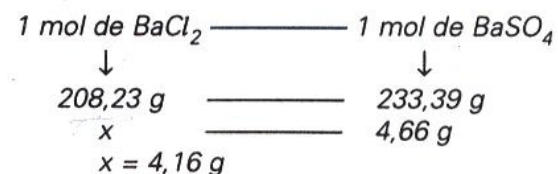
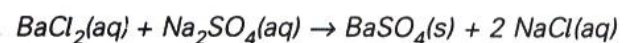
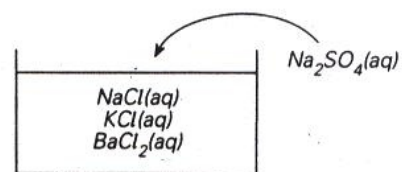
Um estudante preparou uma **mistura A**, constituída dos seguintes sólidos: cloreto de sódio, cloreto de potássio e cloreto de bário. Numa primeira experiência, foi preparada uma solução aquosa pela total dissolução de 34,10 g da **mistura A** em água destilada, a  $25^\circ\text{C}$ , à qual foi adicionada, a seguir, uma solução aquosa de nitrato

de prata em excesso, obtendo-se 57,40 g de um certo precipitado. Num segundo experimento, foi preparada uma solução aquosa pela total dissolução de 6,82 g da **mistura A** em água destilada, a  $25^\circ\text{C}$ , à qual foi adicionada, a seguir, uma solução aquosa de sulfato de sódio em excesso, obtendo-se 4,66 g de um outro precipitado. Qual das opções abaixo apresenta o valor **CORRETO** da composição percentual, em massa, da **mistura A**?

- a) 17,2% de NaCl, 21,8% de KCl e 61,0% de  $\text{BaCl}_2$ .
- b) 21,8% de NaCl, 17,2% de KCl e 61,0% de  $\text{BaCl}_2$ .
- c) 61,0% de NaCl, 21,8% de KCl e 17,2% de  $\text{BaCl}_2$ .
- d) 21,8% de NaCl, 61,0% de KCl e 17,2% de  $\text{BaCl}_2$ .
- e) 61,0% de NaCl, 17,2% de KCl e 21,8% de  $\text{BaCl}_2$ .

### Resolução

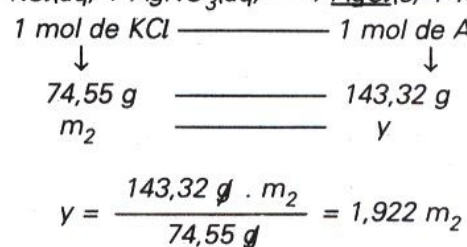
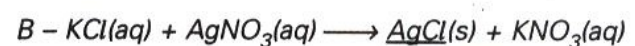
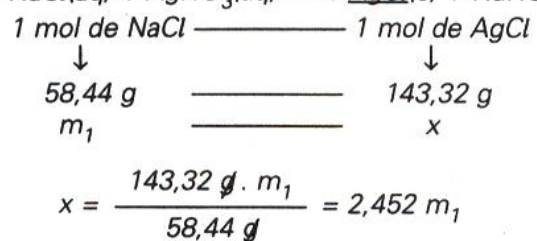
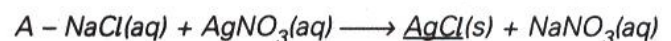
I. Cálculo da porcentagem de  $\text{BaCl}_2$

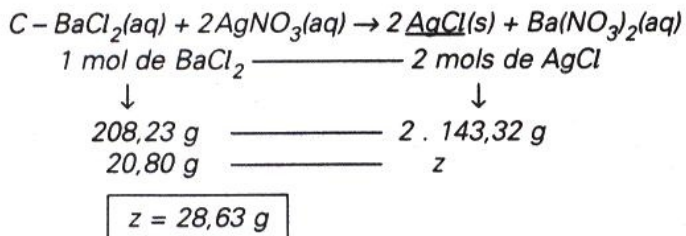


Porcentagem de  $\text{BaCl}_2$ :

4,16 g	—————	y
6,82 g	—————	100%
		<b>y = 61,0%</b>

II. Cálculo da porcentagem de KCl e NaCl





**Obs.:** 61% de 34,10 g é 20,80 g.

Sabendo-se:

$$x + y + 28,63 = 57,40$$

$$x = 2,452 m_1 \quad \text{e} \quad y = 1,922 m_2$$

$$(1) \quad 2,452 m_1 + 1,922 m_2 = 28,77$$

$$m_1 + m_2 + 20,8 = 34,10$$

$$(2) \quad m_1 = 13,30 - m_2$$

Substituindo (2) em (1), temos:

$$2,452 \cdot (13,30 - m_2) + 1,922 m_2 = 28,77$$

$$m_2 = 7,25 \text{ g}$$

$$m_1 = 6,05 \text{ g}$$

Porcentagem de NaCl:

$$\begin{array}{l} 34,10 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 100\% \\ 6,05 \text{ g} \quad \text{-----} \quad a\% \end{array}$$

$$a = 17,7\%$$

Porcentagem de KCl:

$$\begin{array}{l} 34,10 \text{ g} \quad \text{-----} \quad 100\% \\ 7,25 \text{ g} \quad \text{-----} \quad b\% \end{array}$$

$$b = 21,3\%$$

### 18 d

Considere que sejam feitas as seguintes afirmações em relação à pressão de vapor saturante de líquidos e/ou sólidos:

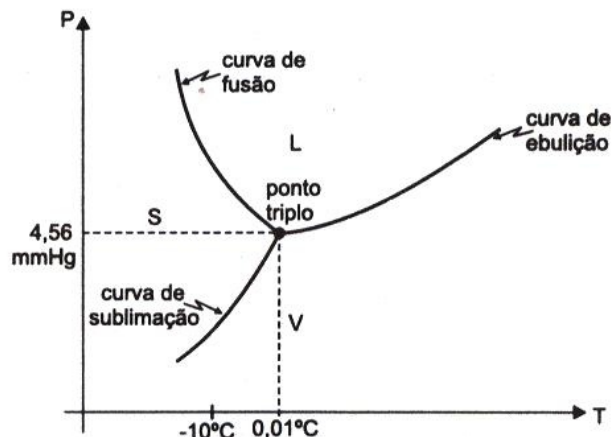
- I. As pressões de vapor da água líquida e do gelo têm o mesmo valor a  $-10^\circ\text{C}$ .
- II. Tanto a pressão de vapor de líquidos como a de sólidos aumentam com o aumento da temperatura.
- III. A pressão de vapor de um líquido depende das forças de interação intermoleculares.
- IV. No ponto triplo da água pura, a pressão de vapor do gelo tem o mesmo valor que a pressão de vapor da água líquida.
- V. A pressão de um vapor em equilíbrio com o respectivo líquido independe da extensão das fases gasosa e líquida.

Qual das opções abaixo se refere a todas afirmações **CORRETAS**?

- a) I e II.                      b) I e IV.                      c) I, II, III e V.  
d) II, III, IV e V.            e) I, II, III, IV e V.

### Resolução

O gráfico da pressão de vapor da água em função da temperatura pode ser esquematizado a seguir.



- I – (ERRADA) – A uma temperatura de  $-10^\circ\text{C}$  não é possível coexistir líquido e vapor.  
II – (CORRETA) – A pressão de vapor é função crescente da temperatura.  
III – (CORRETA) – Quanto maiores as forças intermoleculares, menor a pressão de vapor.  
IV – (CORRETA) – Vide gráfico.  
V – A pressão de vapor em equilíbrio com o respectivo líquido só depende da temperatura e da natureza do líquido (independe de sua massa).

### 19 b

Para preparar 80 L de uma solução aquosa 12% (massa/massa) de KOH (massa específica da solução =  $1,10 \text{ g/cm}^3$ ) foram adicionados x litros de uma solução aquosa 44% (massa/massa) de KOH (massa específica da solução =  $1,50 \text{ g/cm}^3$ ) e y litros de água deionizada (massa específica =  $1,00 \text{ g/cm}^3$ ). Os valores de x e de y são respectivamente:

- a) 12 L e 68 L.            b) 16 L e 64 L.            c) 30 L e 50 L.  
d) 36 L e 44 L.            e) 44 L e 36 L.

### Resolução

Cálculo da concentração inicial do KOH em g/L.

$$C_1 = 10 p_1 d_1$$

$$C_1 = 10 \cdot 44 \cdot 1,5 \therefore C_1 = 660 \text{ g/L}$$

Cálculo da concentração final do KOH em g/L

$$C_2 = 10 p_2 d_2 \therefore C_2 = 10 \cdot 12 \cdot 1,10 \therefore C_2 = 132 \text{ g/L}$$

A relação entre as concentrações será:

$$C_2 V_2 = C_1 V_1$$

$$132 \text{ g/L} \cdot 80 \text{ L} = 660 \text{ g/L} \cdot x$$

$$x = 16 \text{ L}$$

O valor de y é:

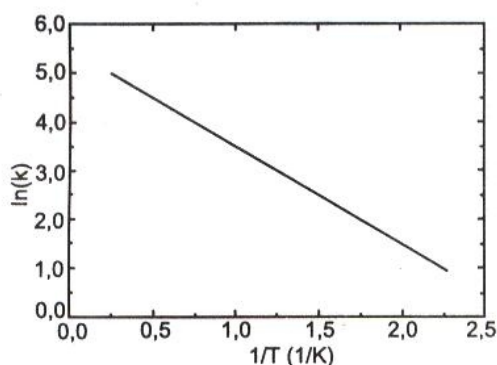
$$80 \text{ L} = x + y$$

$$80 \text{ L} = 16 \text{ L} + y \therefore y = 64 \text{ L}$$



**20 c**

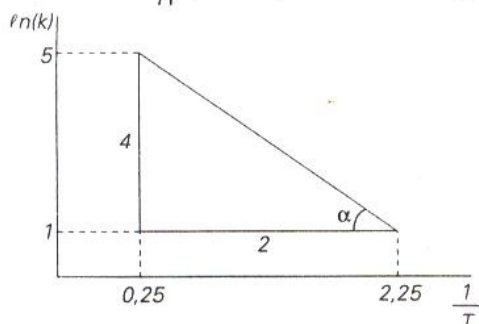
A equação de Arrhenius  $k = A e^{-E_a/RT}$  mostra a relação de dependência da constante de velocidade ( $k$ ) de uma reação química com a temperatura ( $T$ ), em Kelvin (K), a constante universal dos gases ( $R$ ), o fator pré-exponencial ( $A$ ) e a energia de ativação ( $E_a$ ). A curva a seguir mostra a variação da constante de velocidade com o inverso da temperatura absoluta, para uma dada reação química que obedece à equação acima. A partir da análise deste gráfico, assinale a opção que apresenta o valor da razão  $E_a/R$  para essa reação.



- a) 0,42.   b) 0,50.   c) 2,0.   d) 2,4.   e) 5,5

**Resolução**

O valor da razão  $\frac{E_a}{R}$  corresponde à inclinação da reta



$$\ln k = \ln A - \frac{E_a}{RT} = \left(-\frac{E_a}{R}\right) \cdot \frac{1}{T} + \ln A$$

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{4}{2} = -2$$

$$-2 = -\frac{E_a}{R}$$

$$\frac{E_a}{R} = 2$$

**21 a**

Uma célula eletroquímica é composta por eletrodos de platina imersos em 1,0 L de uma solução aquosa 1,0 mol/L em  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ . A solução que compõe esse sistema é mantida sob agitação constante e a corrente elétrica é mantida no valor 10 mA por 100 minutos. Decorrido esse tempo, o circuito elétrico é aberto, sendo então medido o valor da concentração de  $\text{H}^+(\text{aq})$  da solução resultante. Admitindo que não haja variação no volume da solução, a variação da concentração (mol/L)

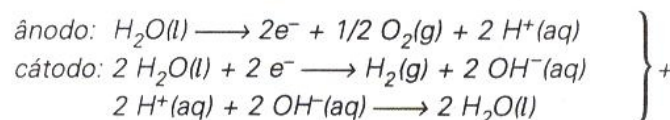
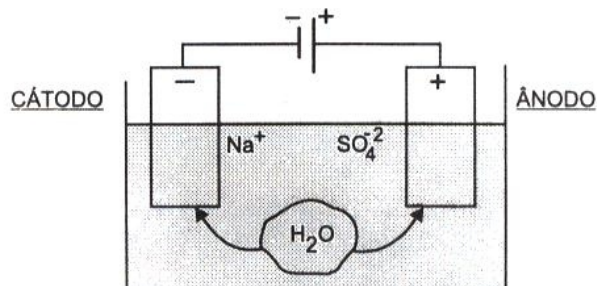
de  $\text{H}^+(\text{aq})$ :

- a) É nula.  
 b) Diminui de  $6,2 \times 10^{-4}$  mol/L.  
 c) Diminui de  $12,5 \times 10^{-4}$  mol/L.  
 d) Aumenta de  $6,2 \times 10^{-4}$  mol/L.  
 e) Aumenta de  $12,5 \times 10^{-4}$  mol/L.

**Resolução**

O sal  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ , em solução aquosa, é o responsável pela condução de corrente.

No processo ocorre a eletrólise da água:



equação geral:  $\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \longrightarrow \text{H}_2(\text{g}) + 1/2 \text{O}_2(\text{g})$

Analisando a equação geral, observamos que não há consumo, nem produção de íons  $\text{H}^+(\text{aq})$ , portanto não há variação da concentração (mol/L) de  $\text{H}^+(\text{aq})$ .

**22 b**

Uma solução aquosa 0,15 mol/L de um ácido fraco HX é isotônica com uma solução aquosa 0,20 mol/L de glicose.

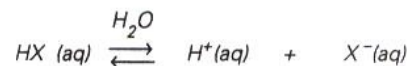
Qual é o grau de dissociação,  $\alpha = \frac{[\text{X}^-]}{[\text{X}^-] + [\text{HX}]}$ , do HX na solução 0,15 mol/L?

- a) 1/4   b) 1/3   c) 1/2   d) 2/3   e) 1

**Resolução**

Como as soluções são isotônicas, as concentrações de partículas dispersas são iguais.

Para a solução aquosa do ácido HX, temos o seguinte equilíbrio:



início	0,15 mol/L	—	—
reage/forma	$(\alpha \cdot 0,15)$ mol/L	$(\alpha \cdot 0,15)$ mol/L	$(\alpha \cdot 0,15)$ mol/L
equilíbrio	$0,15(1 - \alpha)$ mol/L	$(\alpha \cdot 0,15)$ mol/L	$(\alpha \cdot 0,15)$ mol/L

$$[\text{HX}] + [\text{H}^+] + [\text{X}^-] = [\text{glicose}]$$

$$[0,15(1 - \alpha)] + 0,15 \cdot \alpha + 0,15 \cdot \alpha = 0,20$$

$$0,15(1 + \alpha) = 0,20$$

$$1 + \alpha = \frac{4}{3}$$

$$\alpha = \frac{1}{3}$$

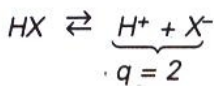
**Outra maneira para resolver a questão**

A pressão osmótica é dada pela fórmula:

$$\pi = M \cdot R \cdot T \cdot i$$

O fator de Van't Hoff (i) é:

$$i = 1 + \alpha (q - 1)$$



As soluções apresentam a mesma pressão osmótica:

$$\pi_{HX} = \pi_{\text{glicose}}$$

$$0,15 \cdot R \cdot T \cdot i = 0,20 RT \cdot 1$$

$$i = \frac{0,20}{0,15} = \frac{4}{3}$$

$$1 + \alpha (2 - 1) = \frac{4}{3} \therefore \alpha = \frac{1}{3}$$

**23 e**

Uma solução aquosa de NiSO<sub>4</sub> é eletrolisada numa célula com eletrodos de platina, mediante a passagem de uma corrente elétrica constante de 268 mA, durante 1,0 hora. No catodo, além da eletrodeposição de níquel, foi observada a formação de 11,2 mL (CNTP) de um certo gás. Assinale a opção que apresenta a razão percentual CORRETA entre a carga elétrica utilizada para a eletrodeposição de níquel e a carga elétrica total que circulou pelo sistema:

- a) 10    b) 25    c) 50    d) 75    e) 90

**Resolução**

Cálculo da carga elétrica total que circulou pelo sistema:

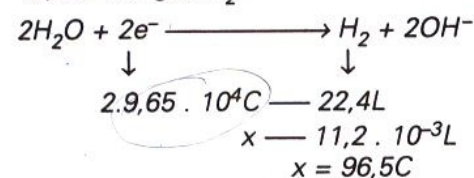
$$i = 268 \text{mA} = 268 \cdot 10^{-3} \text{A}$$

$$t = 1,0 \text{h} = 3600 \text{s}$$

$$Q = it \therefore Q = 268 \cdot 10^{-3} \text{A} \cdot 3600 \text{s}$$

$$Q = 965 \text{C}$$

Cálculo da carga elétrica utilizada para a formação de 11,2 mL de gás H<sub>2</sub>:



A carga elétrica utilizada para a eletrodeposição do níquel é 965C – 96,5C = 868,5C.

A razão percentual entre a carga elétrica utilizada para a eletrodeposição do níquel e a carga elétrica total é:

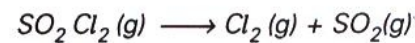
$$\frac{868,5 \text{C}}{965 \text{C}} \cdot 100 = 90\%$$

**24 d**

O cloreto de sulfúria, SO<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub>, no estado gasoso, decompõe-se nos gases cloro e dióxido de enxofre em uma reação química de primeira ordem (análogo ao decaimento radioativo). Quantas horas demorará para que ocorra a decomposição de 87,5% de SO<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub> a 320°C? Dados: constante de velocidade da reação de decomposição (a 320°C) = 2,20 x 10<sup>-5</sup>s<sup>-1</sup>; ln 0,5 = -0,693.  
a) 1,58    b) 8,75    c) 11,1    d) 26,3    e) 52,5

**Resolução**

A reação de decomposição é:



Havendo decomposição de 87,5%, restarão 12,5% de SO<sub>2</sub>Cl<sub>2</sub>:

$$100\% \xrightarrow{P} 50\% \xrightarrow{P} 25\% \xrightarrow{P} 12,5\%$$

Como a reação é de primeira ordem, temos:

$$V = -\frac{dN}{dt} = kN$$

Integrando-se a equação, temos:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-kt}$$

Considerando-se t = P (meia-vida):

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-kP}$$

Aplicando-se o logaritmo neperiano (ln) nos dois lados da equação:

$$\ln \frac{1}{2} = -kP$$

$$P = -\frac{\ln 0,5}{k}$$

Logo:

$$P = \frac{0,693}{2,20 \cdot 10^{-5}} \text{s} = 31500 \text{s}$$

Convertendo-se em horas:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ hora} \text{ --- } 3600 \text{s} \\ x \text{ --- } 31500 \text{s} \end{array} \right\} x = 8,75 \text{ horas}$$

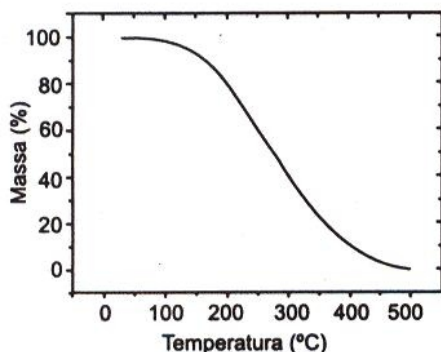
Como temos três períodos de semidesintegração, o tempo total será:

$$t = 3 \cdot 8,75 \text{ horas}$$

$$t = 26,25 \text{ horas}$$

## 25 a

Uma amostra de uma certa substância foi aquecida em um recipiente aberto e em contato com o ar. A curva abaixo representa, em termos percentuais, a fração de massa remanescente no recipiente em função da temperatura.



Das substâncias abaixo, qual poderia apresentar tal comportamento?

- Uréia.
- Sulfeto férrico.
- Nitrato de cálcio.
- Nitrato de alumínio.
- Carbonato de sódio.

### Resolução

Pelo gráfico observamos que a massa residual da substância citada vai diminuindo por aquecimento em recipiente aberto e em contato com o ar até chegar ao valor 0 (zero), por volta de uma temperatura de 500°C.

Podemos concluir que obrigatoriamente essa substância deve ser um composto molecular, uma vez que compostos iônicos são sólidos e, mesmo podendo se decompor ou reagir com o oxigênio do ar, irão produzir resíduos oxigenados iônicos que também são sólidos a temperatura elevada.

Os sais sulfeto férrico ( $\text{Fe}_2^{+3} \text{S}_3^{-2}$ ), nitrato de cálcio ( $\text{Ca}^{+2} (\text{NO}_3)_2^{-1}$ ), nitrato de alumínio ( $\text{Al}^{+3} (\text{NO}_3)_3^{-1}$ ) e carbonato de sódio ( $\text{Na}_2^{+1} \text{CO}_3^{-2}$ ) são compostos iônicos.

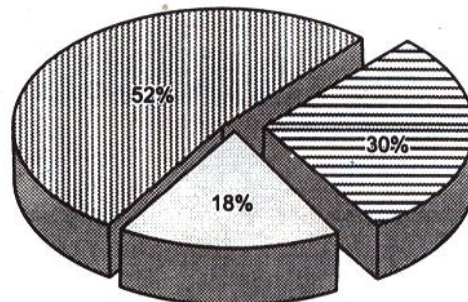
A uréia ( $\text{O}=\text{C}(\text{NH}_2)_2$ ) se decompõe por aquecimento na

presença de ar, produzindo compostos moleculares gasosos, tais como  $\text{CO}_2$  e  $\text{NH}_3$ .

## COMENTÁRIO

Mais uma vez, a Banca Examinadora elaborou uma prova bastante difícil com algumas questões que fugiram do conteúdo programático do Ensino Médio.

Foram detectados alguns problemas nesta prova: na questão 2, há duas alternativas com textos idênticos e que correspondem à resposta correta; na 3, os nomes dos compostos estão errados.



Físico-Química      Química Inorgânica      Química Orgânica