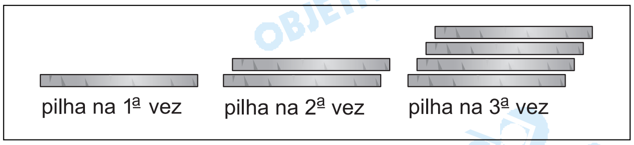
MATEMÁTICA

1

Várias tábuas iguais estão em uma madeireira. A espessura de cada tábua é 0,5 cm. Forma-se uma pilha de tábuas colocando-se uma tábua na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já houveram sido colocadas anteriormente.



Determine, ao final de 9 dessas operações,
a) quantas tábuas terá a pilha.
b) a altura, em metros, da pilha.

Resolução

A quantidade de tábuas na pilha, em função do número de vezes em que se repetiu a operação descrita, é dada pela seqüência $(a_n) = (1; 2; 4; 8; \ldots)$*, uma progressão geométrica de razão 2.*

Após a nona operação, a quantidade de tábuas na pilha é $a_9 = 1 \cdot 2^8 = 256$.

A altura da pilha será de $256 \cdot 0{,}5\text{ cm} = 128\text{ cm} = 1{,}28\text{ m}$

Respostas: *a) 256 tábuas*
b) 1,28 m

2

Uma função de variável real satisfaz a condição $f(x + 2) = 2f(x) + f(1)$, qualquer que seja a variável x. Sabendo-se que $f(3) = 6$, determine o valor de
a) f(1).   b) f(5).

Resolução

1) $f(x + 2) = 2f(x) + f(1),\ \forall x \text{ e } f(3) = 6$
2) $f(1 + 2) = 2 \cdot f(1) + f(1) \Leftrightarrow f(3) = 3f(1) \Rightarrow$
$\Rightarrow 6 = 3f(1) \Rightarrow f(1) = 2$
3) $f(3 + 2) = 2 \cdot f(3) + f(1) \Leftrightarrow f(5) = 2f(3) + f(1) \Rightarrow$
$\Rightarrow f(5) = 2 \cdot 6 + 2 \Rightarrow f(5) = 14$

Respostas: *a)* $f(1) = 2$
b) $f(5) = 14$

3

Dispomos de 4 cores distintas e temos que colorir o mapa mostrado na figura com os países P, Q, R e S, de modo que países cuja fronteira é uma linha não podem ser coloridos com a mesma cor.

P	Q
R	S

Responda, justificando sua resposta, de quantas maneiras é possível colorir o mapa, se:
a) os países P e S forem coloridos com cores distintas?

b) os países P e S forem coloridos com a mesma cor?

Resolução

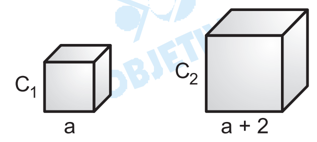
a) *Se P e S forem coloridas com cores distintas, existem*
4 maneiras de escolher a cor de P,
3 maneiras de escolher a cor de S,
2 maneiras de escolher a cor de Q e
2 maneiras de escolher a cor de R,
portanto, 4 . 3 . 2 . 2 = 48 maneiras de colorir o mapa.

b) *Se P e S forem coloridos com a mesma cor, existem*
4 maneiras de escolher a cor de P e S,
3 maneiras de escolher a cor de Q e
3 maneiras de escolher a cor de R,
portanto, 4 . 3 . 3 = 36 maneiras de colorir o mapa.

Respostas: *a) 48 maneiras*
b) 36 maneiras

4

Aumentando em 2 cm a aresta *a* de um cubo C_1, obtemos um cubo C_2, cuja *área* da superfície total aumenta em 216 cm^2, em relação à do cubo C_1.



Determine:
a) a medida da aresta do cubo C_1;
b) o volume do cubo C_2.

Resolução

a) *De acordo com o enunciado, tem-se:*

$$6a^2 + 216 = 6(a+2)^2 \Leftrightarrow a^2 + 36 = (a+2)^2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow a^2 + 36 = a^2 + 4a + 4 \Leftrightarrow 4a = 32 \Leftrightarrow a = 8$$

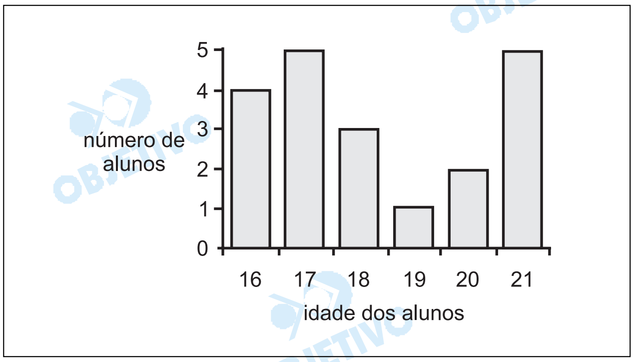
b) *Sendo V_2 o volume, em centímetros cúbicos, do cubo C_2, tem-se*

$$V_2 = (a+2)^3 = (8+2)^3 = 10^3 = 1000$$

Respostas: *a) 8 cm*
b) 1000 cm^3

5

Num curso de Inglês, a distribuição das idades dos alunos é dada pelo gráfico seguinte.



Com base nos dados do gráfico, determine:

a) o número total de alunos do curso e o número de alunos com no mínimo 19 anos.

b) escolhido um aluno ao acaso, qual a probabilidade de sua idade ser no mínimo 19 anos ou ser exatamente 16 anos.

Resolução

a) *O número de alunos do curso é*
$4 + 5 + 3 + 1 + 2 + 5 = 20$
O número de alunos com no mínimo 19 anos é
$1 + 2 + 5 = 8$

b) *A probabilidade P da idade de um aluno, escolhido ao acaso, ter no mínimo 19 ou exatamente 16 anos é tal que*

$$P = \frac{8 + 4}{20} = \frac{12}{20} = 0{,}60 = 60\%$$

Respostas: *a) 20 alunos e 8 alunos*
b) 60%

6

Considere a circunferência λ, de equação
$(x - 3)^2 + y^2 = 5$.

a) Determine o ponto $P = (x, y)$ pertencente a λ, tal que $y = 2$ e $x > 3$.

b) Se r é a reta que passa pelo centro (3,0) de λ e por P, dê a equação e o coeficiente angular de r.

Resolução

A equação $(x - 3)^2 + y^2 = 5$ representa uma circunferência de centro C(3; 0) e raio $r = \sqrt{5}$.

a) *Para y = 2, resulta:*
$(x - 3)^2 + 2^2 = 5 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow x - 3 \pm 1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 4$ *ou* $x = 2$
Para x > 3, o ponto procurado é P(4; 2).

b) *A reta **r** que passa pelos pontos P(4; 2) e C(3; 0) tem equação:*

$$\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 2x - y - 6 = 0 \Leftrightarrow y = 2x - 6$$

*O coeficiente angular de **r** é $m_r = 2$.*

Respostas: *a) P(4;2)*
b) $y = 2 \,.\, x - 6$ e $m_r = 2$

7

Sejam α e β constantes reais, com $\alpha > 0$ e $\beta > 0$, tais que $\log_{10}\alpha = 0{,}5$ e $\log_{10}\beta = 0{,}7$.

a) Calcule $\log_{10}\alpha\beta$, onde $\alpha\beta$ indica o produto de α e β.

b) Determine o valor de $x \in \mathbb{R}$ que satisfaz a equação

$$\left(\frac{\alpha\beta}{10}\right)^x = (\alpha\beta)^2.$$

Resolução

Sendo $\alpha = 0$ e $\beta > 0$, tais que
$\log \alpha = 0{,}5$ e $\log \beta = 0{,}7$, temos:

a) $\log(\alpha \,.\, \beta) = \log \alpha + \log \beta = 0{,}5 + 0{,}7 = 1{,}2$

b) $\left(\dfrac{\alpha \,.\, \beta}{10}\right)^x = (\alpha \,.\, \beta)^2 \Leftrightarrow \log\left(\dfrac{\alpha \,.\, \beta}{10}\right)^x = \log(\alpha \,.\, \beta)^2 \Leftrightarrow$

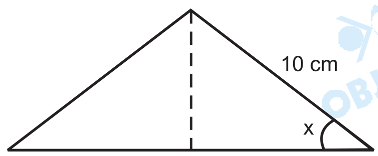
$\Leftrightarrow x \,.\, [\log(\alpha \,.\, \beta) - \log 10] = 2 \,.\, \log(\alpha \,.\, \beta) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \,.\, [1{,}2 - 1] = 2 \,.\, 1{,}2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2{,}4}{0{,}2} \Leftrightarrow x = 12$

Respostas: *a) $\log(\alpha \,.\, \beta) = 1{,}2$*
b) $x = 12$

8

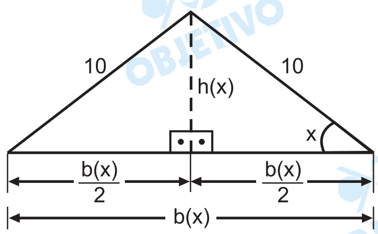
Numa fábrica de cerâmica, produzem-se lajotas triangulares. Cada peça tem a forma de um triângulo isósceles cujos lados iguais medem 10 cm, e o ângulo da base tem medida x, como mostra a figura.



a) Determine a altura h(x), a base b(x) e a área A(x) de cada peça, em função de sen x e cos x.

b) Determine x, de modo que A(x) seja igual a 50 cm^2.

Resolução



a) *$\text{sen}\, x = \dfrac{h(x)}{10} \Leftrightarrow h(x) = 10 \,\text{sen}\, x$*

$$\cos x = \frac{\frac{b(x)}{2}}{10} \Leftrightarrow b(x) = 20 \cos x$$

$$A(x) = \frac{b(x) \, . \, h(x)}{2}$$

$$\text{Assim: } A(x) = \frac{20 \cos x \, . \, 10 \text{ sen } x}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow A(x) = 100 \text{ sen } x \cos x$$

b) $A(x) = 50 \Leftrightarrow 100 \text{ sen } x \cos x = 50 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 50 \text{ sen}(2x) = 50 \Leftrightarrow \text{sen}(2x) = 1 \Leftrightarrow$

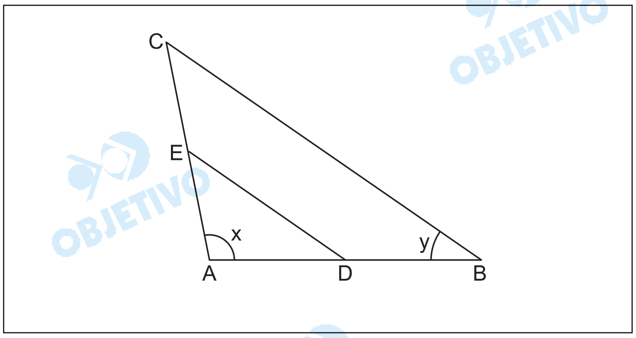
$\Leftrightarrow 2x = \dfrac{\pi}{2}$, pois $0 < 2x < 2\pi$ e assim $x = \dfrac{\pi}{4}$

Respostas: *a)* $h(x) = 10 \text{ sen } x(cm)$; $b(x) = 20 \cos x(cm)$ e $f(x) = 100 \text{ sen } x \cos x(cm^2)$

b) $x = \dfrac{\pi}{4}$

9

Cinco cidades, A, B, C, D e E, são interligadas por rodovias, conforme mostra a figura.

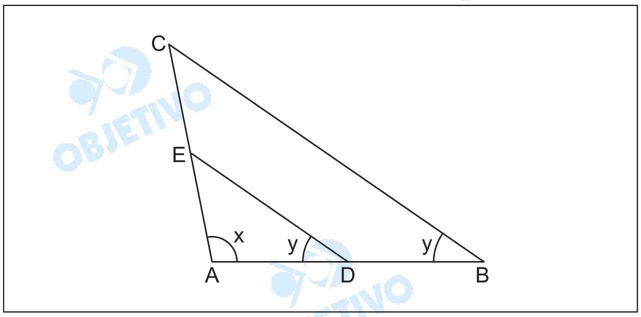


A rodovia AC tem 40 km, a rodovia AB tem 50 km, os ângulos x, entre AC e AB, e y, entre AB e BC, são tais que sen x = 3/4 e sen y = 3/7. Deseja-se construir uma nova rodovia ligando as cidades D e E que, dada a disposição destas cidades, será paralela a BC.

a) Use a lei dos senos para determinar quantos quilômetros tem a rodovia BC.

b) Sabendo que AD tem 30 km, determine quantos quilômetros terá a rodovia DE.

Resolução



a) Sendo AC = 40 km, AB = 50 km, sen x = $\frac{3}{4}$ e sen y = $\frac{3}{7}$, pela Lei dos Senos, temos:

$$\frac{BC}{\text{sen } x} = \frac{AC}{\text{sen } y} \Rightarrow \frac{BC}{3/4} = \frac{40}{3/7} \Rightarrow BC = 70 \text{ km}$$

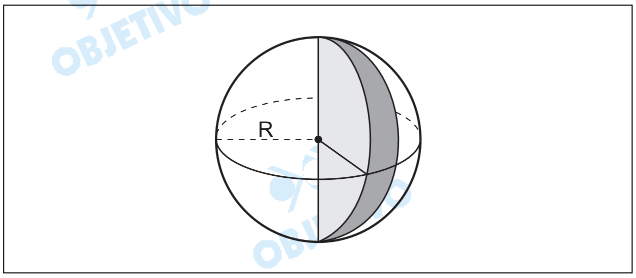
b) Sendo $\overline{DE} // \overline{BC}$, temos $\Delta ADE \sim \Delta ABC$ e, portanto:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{30}{50} = \frac{DE}{70} \Rightarrow DE = 42 \text{ km}$$

Respostas: *a) BC = 70 km*
b) DE = 42 km

10

Uma quitanda vende fatias de melancia embaladas em plástico transparente. Uma melancia com forma esférica de raio de medida R cm foi cortada em 12 fatias iguais, onde cada fatia tem a forma de uma cunha esférica, como representado na figura.

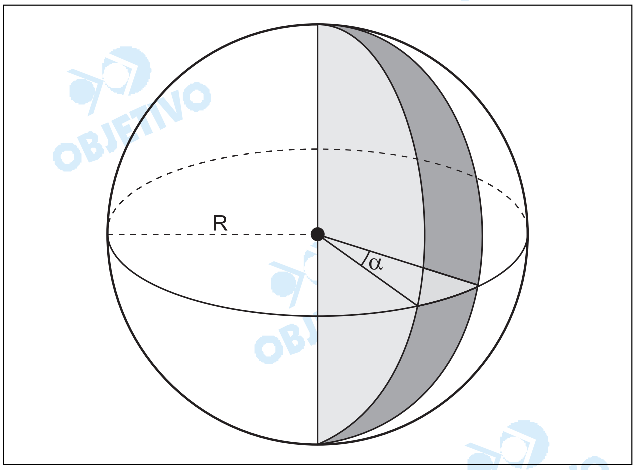


Sabendo-se que a área de uma superfície esférica de raio R cm é $4\pi R^2$ cm^2, determine, em função de π e de R:

a) a área da casca de cada fatia da melancia (fuso esférico);

b) quantos cm^2 de plástico foram necessários para embalar cada fatia (sem nenhuma perda e sem sobrepor camadas de plástico), ou seja, qual é a área da superfície total de cada fatia.

Resolução



a) Como a melancia foi dividida em 12 fatias iguais, a área S_C, em centímetros quadrados, da casca de cada fatia, é:

$$S_C = \frac{1}{12} \cdot 4\pi R^2 \Leftrightarrow S_C = \frac{\pi R^2}{3}$$

b) Para embalar cada fatia, serão necessários dois semicírculos de raio R e um fuso esférico de área S_C. Assim, a área S, em centímetros quadrados da superfície total de cada fatia, é:

$$S = S_C + 2 \cdot \frac{\pi R^2}{2} \Leftrightarrow S = \frac{\pi R^2}{3} + \pi R^2 \Leftrightarrow S = \frac{4\pi R^2}{3}$$

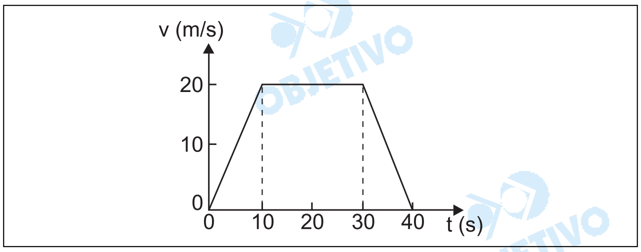
Respostas: a) $\dfrac{\pi R^2}{3}$ cm^2

b) $\dfrac{4\pi R^2}{3}$ cm^2

FÍSICA

11

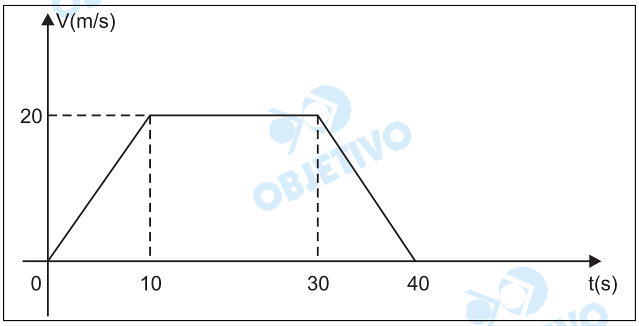
Um veículo se desloca em trajetória retilínea e sua velocidade em função do tempo é apresentada na figura.



a) Identifique o tipo de movimento do veículo nos intervalos de tempo de 0 a 10 s, de 10 a 30 s e de 30 a 40 s, respectivamente.

b) Calcule a velocidade média do veículo no intervalo de tempo entre 0 e 40 s.

Resolução



a) 1) De 0 a 10s, o movimento é uniformemente variado (v = f(t) é do 1º grau), progressivo (v > 0) e acelerado (|v| aumenta).

2) De 10s a 30s, o movimento é uniforme (v constante ≠ 0) e progressivo (v > 0).

3) De 30s a 40s, o movimento é uniformemente variado (v = f(t) é do 1º grau), progressivo (v > 0) e retardado (|v| diminui).

b) De 0 a 40s, o deslocamento Δs é medido pela área sob o gráfico v = f(t).

$$\Delta s = (40 + 20)\ \frac{20}{2}\ (m)$$

$$\boxed{\Delta s = 600m}$$

A velocidade escalar média é dada por:

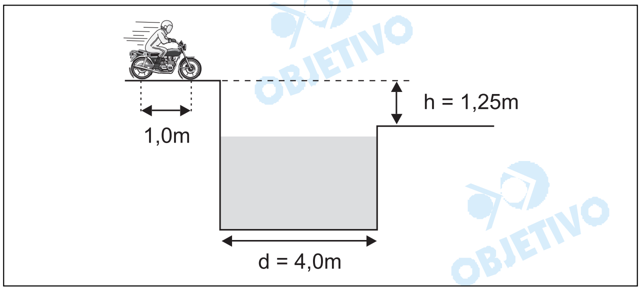
$$V_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{600m}{40s} \Rightarrow \boxed{V_m = 15m/s}$$

***Respostas:** a) ver texto*

b) 15m/s

12

Um motociclista deseja saltar um fosso de largura *d* = 4,0 m, que separa duas plataformas horizontais. As plataformas estão em níveis diferentes, sendo que a primeira encontra-se a uma altura *h* = 1,25 m acima do nível da segunda, como mostra a figura.



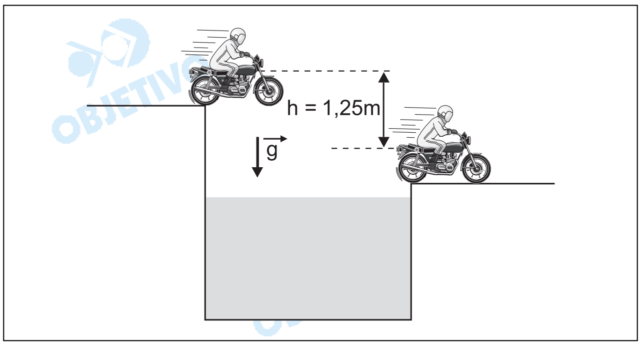
O motociclista salta o vão com certa velocidade u_0 e alcança a plataforma inferior, tocando-a com as duas rodas da motocicleta ao mesmo tempo. Sabendo-se que a distância entre os eixos das rodas é 1,0 m e admitindo g = 10 m/s^2, determine:

a) o tempo gasto entre os instantes em que ele deixa a plataforma superior e atinge a inferior.

b) qual é a menor velocidade com que o motociclista deve deixar a plataforma superior, para que não caia no fosso.

Resolução

Admitamos, para a solução, que no instante em que a roda traseira se destaca do plano horizontal superior, o centro de gravidade do sistema esteja numa posição tal que percorra uma distância vertical de 1,25m, sob ação da gravidade, até a moto atingir o plano horizontal inferior.



Isto posto, o centro de gravidade do sistema vai percorrer uma distância horizontal mínima de 4,0m e uma distância vertical de 1,25m.

a) O tempo de queda será dado por:

$$\Delta s_y = V_{0_y}\, t + \frac{\gamma_y}{2}\, t^2$$

$$1{,}25 = 0 + \frac{10}{2}\, t_Q^2$$

$$t_Q^2 = 0{,}25 \Rightarrow \boxed{t_Q = 0{,}50s}$$

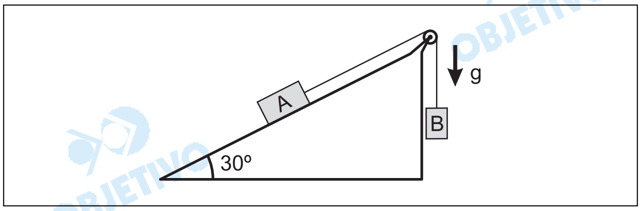
b) *O valor mínimo da velocidade horizontal é dado por:*

$$u_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4{,}0m}{0{,}50s} \Rightarrow \boxed{u_0 = 8{,}0m/s}$$

Respostas: a) 0,50s
b) 8,0m/s

13

Considere dois blocos A e B, com massas m_A e m_B respectivamente, em um plano inclinado, como apresentado na figura.



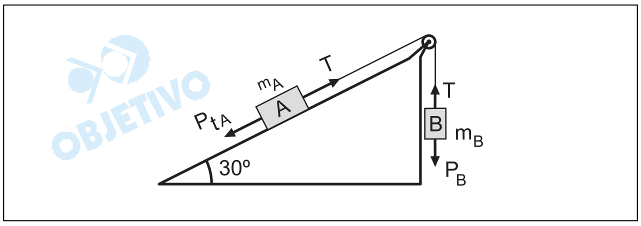
Desprezando forças de atrito, representando a aceleração da gravidade por g e utilizando dados da tabela

θ	cos θ	sen θ
30°	$\sqrt{3}/2$	1/2
60°	1/2	$\sqrt{3}/2$

a) determine a razão m_A / m_B para que os blocos A e B permaneçam em equilíbrio estático.

b) determine a razão m_A / m_B para que o bloco A desça o plano com aceleração *g/4*.

Resolução



a) *Para o equilíbrio dos blocos A e B temos:*

$B: T = P_B = m_B\, g$

$A: T = P_{t_A} = m_A\, g \text{ sen } 30°$

Portanto: $m_B\, g = m_A\, g \,.\, \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\frac{m_A}{m_B} = 2}$

b) *Supondo que o bloco A desça o plano* ***com movimento acelerado*** *(não foi especificado no texto) temos:*

$B: \quad T - m_B\, g = m_B\, g/4 \quad (1)$

$A: \quad P_{t_A} - T = m_A\, g/4 \quad (2)$

(1) + (2): $P_{t_A} - m_B\, g = (m_A + m_B)\, g/4$

$m_A\, g \text{ sen } 30° - m_B\, g = (m_A + m_B)\, g/4$

$$\frac{m_A}{2} - m_B = \frac{(m_A + m_B)}{4}$$

Dividindo-se toda a expressão por m_B vem:

$$\frac{m_A}{2\, m_B} - 1 = \frac{(m_A / m_B + 1)}{4}$$

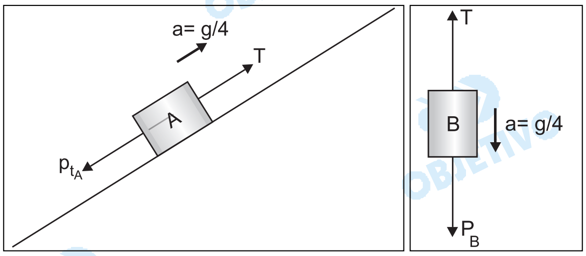
Sendo $x = \dfrac{m_A}{m_B}$ temos:

$$\frac{x}{2} - 1 = \frac{(x + 1)}{4}$$

$2x - 4 = x + 1$

$\boxed{x = 5}$

Observação: O bloco A poderia descer o plano com movimento retardado, bastando para isso que fosse dado um impulso inicial adequado ao sistema. Nesse caso, teríamos:



$P_B - P_{t_A} = (m_A + m_B)\, a$

$$m_B\, g - m_A\, g \text{ sen } 30° = (m_A + m_B)\, \frac{g}{4}$$

$$m_B - \frac{m_A}{2} = \frac{m_A + m_B}{4}$$

$4m_B - 2m_A = m_A + m_B$

$3m_B = 3m_A \Rightarrow \boxed{m_B = m_A}$

Respostas: a) $\dfrac{m_A}{m_B} = 2$

b) $\dfrac{m_A}{m_B} = 5$ ou $\dfrac{m_A}{m_B} = 1$

14

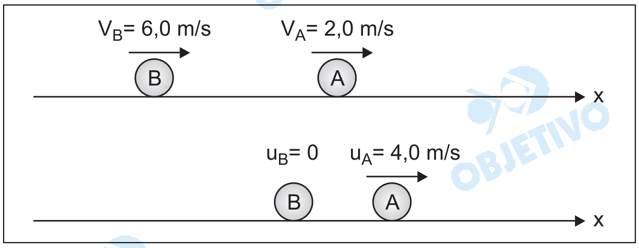
Duas massas A e B locomovem-se no mesmo sentido ao longo do eixo x, com velocidades $v_A = 2{,}0$ m/s e

v_B = 6,0 m/s, respectivamente. Em dado momento, a massa B alcança A, colidindo elasticamente com ela. Imediatamente após a colisão, a massa B fica em repouso e a massa A é impulsionada com velocidade u_A = 4,0 m/s na direção x.

a) Calcule a razão $R = E_A/E_B$ entre as energias cinéticas das massas A e B antes da colisão.

b) Calcule o valor da força média que agiu sobre a massa A, sabendo-se que seu valor é m_A = 2,0 kg e que as massas estiveram em contato durante $8{,}0 \times 10^{-4}$s.

Resolução



a) *1) No ato da colisão, há conservação da quantidade de movimento total.*

$$Q_{após} = Q_{antes}$$

$$m_A\, u_A = m_B\, V_B + m_A\, V_A$$

$$m_A \,.\, 4{,}0 = m_B \,.\, 6{,}0 + m_A \,.\, 2{,}0$$

$$2{,}0\, m_A = 6{,}0\, m_B \Rightarrow \boxed{m_A = 3m_B}$$

2) As energias cinéticas antes da colisão são dadas por:

$$E_A = \frac{m_A V_A^2}{2} = \frac{m_A}{2}\,(2{,}0)^2 = 2{,}0\, m_A$$

$$E_B = \frac{m_B V_B^2}{2} = \frac{m_B}{2}\,.\,(6{,}0)^2 = 18{,}0\, m_B$$

Portanto:

$$R = \frac{E_A}{E_B} = \frac{2{,}0\, m_A}{18{,}0\, m_B} = \frac{m_A}{9\, m_B}$$

Como $\frac{m_A}{m_B}$ *= 3, vem:*

$$R = \frac{3}{9} \Rightarrow \boxed{R = \frac{1}{3}}$$

b) *Aplicando-se a 2ª lei de Newton para o bloco A, vem:*

$$F_A = m_A\, a_A = m_A \frac{\Delta V_A}{\Delta t}$$

$$F_A = 2,0 \cdot \frac{(4,0 - 2,0)}{8,0 \cdot 10^{-4}} \ (N)$$

$$F_A = 0,50 \cdot 10^4 N$$

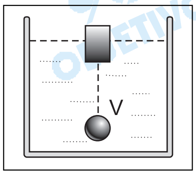
$$\boxed{F_A = 5,0 \cdot 10^3 N = 5,0\ kN}$$

Respostas: *a)* $\frac{1}{3}$

b) 5,0 kN

15

O volume de líquido deslocado pela porção submersa de um bloco que nele está flutuando é V_0. A seguir, ata-se ao bloco uma esfera mais densa que o líquido, por meio de um fio muito fino, como mostra a figura. Verifica-se que o bloco continua flutuando, mas o volume total de líquido deslocado passa a ser $V_0 + 2V$.



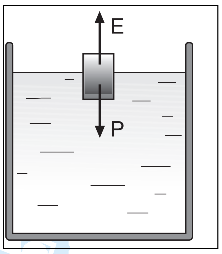
Sabendo-se que a massa específica do líquido é ρ_L, que o volume da esfera é V, e representando a aceleração da gravidade por g, encontre, em função dos dados apresentados,

a) a massa específica ρ da esfera;

b) a tensão T no fio.

Resolução

a) 1)

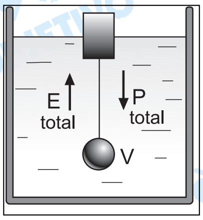


$E = P$

$\rho_L \ V_0 \ g = mg$

$m = \rho_L \ V_0$ *(massa do bloco)*

2)



Para o sistema bloco + esfera, temos:

$$E_{total} = P_{total}$$

$$\rho_L \ (V_0 + 2V) \ g = mg + \rho V g$$

$$\rho_L \ (V_0 + 2V) = m + \rho V$$

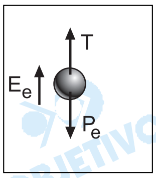
Substituindo-se o valor de ***m****, vem:*

$$\rho_L \ (V_0 + 2V) = \rho_L \ V_0 + \rho \ V$$

$$\rho_L \ V_0 + \rho_L \ 2V = \rho_L \ V_0 + \rho \ V$$

$$\boxed{\rho = 2 \ \rho_L}$$

b) Isolando-se a esfera, vem:



$T + E_e = P_e$

$T + \rho_L\, V\, g = \rho\, V\, g$

$T + \rho_L\, V\, g = 2\, \rho_L\, V\, g$

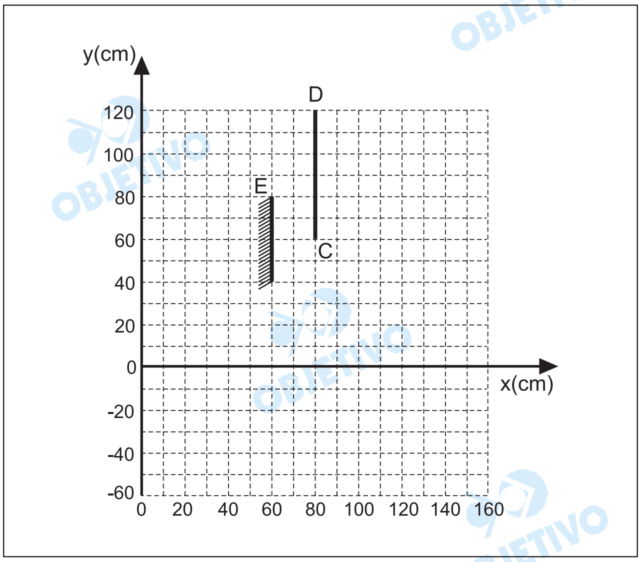
$\boxed{T = \rho_L\, V\, g}$

***Respostas**: a) $\rho = 2\rho_L$*

b) $T = \rho_L\, V\, g$

16

A figura representa um espelho plano E e uma linha CD a sua frente. Há um ponto x_A no eixo x, de onde um dos olhos do observador vê, por reflexão, a linha em toda a sua extensão e ocupando o espelho todo.



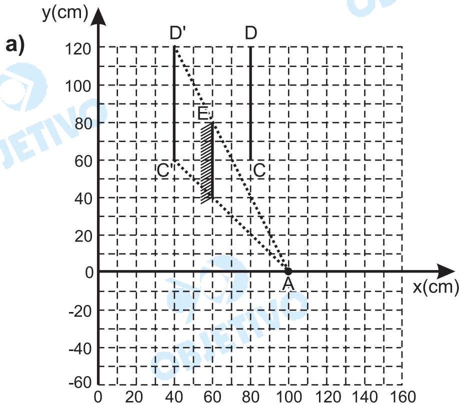
a) Determine o valor de x_A .

b) A seguir, desloca-se o espelho 10 cm para baixo, paralelamente ao eixo y. Determine as coordenadas x_B e y_B do ponto onde deve estar o olho do observador para que ele possa ver a linha CD ocupando todo o espelho.

Resolução

Aproveitando a própria figura que está em escala, determinamos a linha D'C', simétrica à linha DC em relação ao espelho. Em seguida, partindo-se de D' e C', traçamos dois segmentos que tangenciam as extremidades do espelho E. No encontro desses segmentos, obtemos as coordenadas do observador, assim:

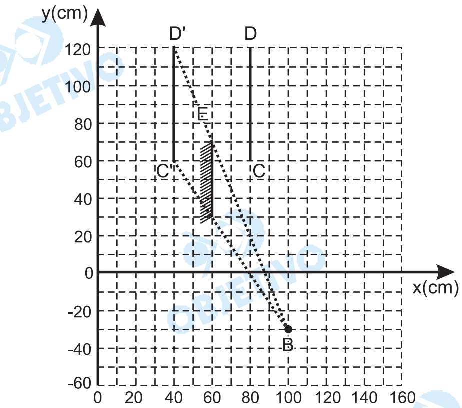
a)



Da figura:

$\boxed{x_A = 100cm}$

b)



Da figura:

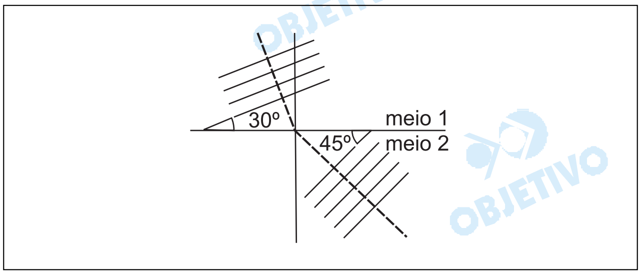
$\boxed{(x_B = 100cm;\ y_B = -30cm)}$

Respostas: *a)* $x_A = 100cm$

b) $x_B = 100cm$ *e* $y_B = -30cm$

17

Uma onda plana de freqüência *f* = 20 Hz, propagando-se com velocidade v_1 = 340 m/s no meio 1, refrata-se ao incidir na superfície de separação entre o meio 1 e o meio 2, como indicado na figura.



Sabendo-se que as frentes de onda plana incidente e refratada formam, com a superfície de separação, ângulos de 30° e 45° respectivamente, determine, utilizando a tabela seguinte

θ	sen θ	cos θ
30°	1/2	$\sqrt{3}/2$
45°	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$
60°	$\sqrt{3}/2$	1/2

a) a velocidade v_2 da onda refratada no meio 2.
b) o comprimento de onda λ_2 da onda refratada no meio 2.

Resolução

a) *Pela Lei de Snell-Descartes, temos:*

$$\frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{V_1}{V_2}$$

Sendo $i = 30°$, $r = 45°$, $V_1 = 340\text{m/s}$, *vem:*

$$\frac{\text{sen } 30°}{\text{sen } 45°} = \frac{340}{V_2}$$

$$\frac{1/2}{\sqrt{2}/2} = \frac{340}{V_2} \Rightarrow \boxed{V_2 = 340\sqrt{2}\ \text{m/s}}$$

b) *Na refração a freqüência da onda permanece constante. De* $V_2 = \lambda_2 \, . \, f$, *sendo* $V_2 = 340\sqrt{2}$ *m/s e* $f = 20\text{Hz}$, *resulta*

$$340 \, . \, \sqrt{2} = \lambda_2 \, . \, 20 \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = 17\sqrt{2}\ \text{m}}$$

Respostas: *a)* $340\sqrt{2}$ *m/s*
b) $17\sqrt{2}$ *m*

18

Um gás, que se comporta como gás ideal, sofre expansão sem alteração de temperatura, quando recebe uma quantidade de calor $Q = 6$ J.
a) Determine o valor ΔE da variação da energia interna do gás.
b) Determine o valor do trabalho T realizado pelo gás durante esse processo.

Resolução

a) *Para uma dada massa de gás ideal a variação da energia interna ΔE é função exclusiva da temperatura.*
Como não há alteração da temperatura temos, $\boxed{\Delta E = 0}$.

b) *Do 1º Princípio da Termodinâmica, vem:*
$\Delta E = Q - T$
Sendo $\Delta E = 0$

temos, $\boxed{Q = T = 6J}$

Respostas: *a)* $\Delta E = 0$
b) $T = 6J$

19

Uma lâmpada incandescente (de filamento) apresenta em seu rótulo as seguintes especificações: 60W e 120V.

Determine

a) a corrente elétrica *I* que deverá circular pela lâmpada, se ela for conectada a uma fonte de 120 V.

b) a resistência elétrica *R* apresentada pela lâmpada, supondo que ela esteja funcionando de acordo com as especificações.

Resolução

a) *Sendo P = 60W e U = 120V, de P = U . I, vem:*

$$I = \frac{P}{U} \Rightarrow I = \frac{60}{120} \text{ (A)} \Rightarrow \boxed{I = 0{,}50A}$$

b) *De U = R . I, vem:* $R = \frac{U}{I} \Rightarrow R = \frac{120}{0{,}50}$ (Ω)

$$\boxed{R = 240\Omega}$$

Respostas: *a) 0,50A*
b) 240Ω

QUÍMICA

20

Os automóveis modernos estão equipados com *air bags* (bolsas de ar) para proteger os ocupantes em caso de colisão. Muitos deles são inflados com nitrogênio, N_2, gás liberado na reação muito rápida entre azida de sódio, NaN_3, e o óxido de ferro III, iniciada por centelha elétrica. A equação para a reação é:

$6NaN_3(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 3Na_2O(s) + 2Fe(s) + 9N_2(g)$

a) Quantos mols de azida de sódio serão necessários para produzir 73,8 litros de nitrogênio (volume do air bag cheio) a 27°C e 1 atm de pressão?
   Dados: R = 0,082 atm·L/mol·K.

b) Nesta mesma temperatura, qual será a pressão interna do *air bag* após a reação se, durante uma colisão, o mesmo for comprimido a um terço do seu volume?

Resolução

a) Cálculo da quantidade em mol de N_2

$PV = n\,R\,T$

$$1 \text{ atm} \,.\, 73{,}8L = n \,.\, 0{,}082 \,\frac{\text{atm} \,.\, L}{K \,.\, mol}\,.\, 300K$$

$$n = 3 \text{ mol}$$

Cálculo da quantidade em mol de NaN_3

$6NaN_3(s) + Fe_2O_3(s) \rightarrow 3Na_2O(s) + 2Fe(s) + 9N_2(g)$

6 mol ———————————— 9 mol

x ———————————— 3 mol

$$x = 2 \text{ mol}$$

b) Em uma transformação isotérmica, temos:

$P_1V_1 = P_2V_2$

$$1 \text{ atm} \,.\, 73{,}8L = P_2 \,.\, \frac{1}{3} \,.\, 73{,}8L$$

$P_2 = 3 \text{ atm}$

21

Dados os compostos I, II e III, a seguir:

Composto I:

$$\begin{array}{c} CH_3 \\ | \\ H_2C = CH — C — CH_3 \\ | \\ CH_3 \end{array} \qquad T_{ebulição} = 42°C$$

Composto II:

$H_2C = CH — CH_2 — CH_2 — CH_2 — CH_3$ $\quad T_{ebulição} = 63°C$

Composto III:

$H_2C = CH — CH_2 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — CH_3$

a) Quais os nomes dos compostos I e II?

b) Os compostos I e II apresentam a mesma massa molar e diferentes temperaturas de ebulição. Comparando com as temperaturas de ebulição destes compostos, o que é possível afirmar sobre a temperatura de ebulição do composto III? Justifique sua resposta.

Resolução

a) Composto I → 3,3-dimetil-1-buteno
Composto II → 1-hexeno

b) O composto III possuirá temperatura de ebulição maior que os compostos I e II, pois sua cadeia é mais longa, a superfície de interação entre as moléculas é maior (e sua massa molar também é maior). Quanto maior a força de van der Waals entre as moléculas, maior será a temperatura de ebulição. Quando a cadeia é ramificada, diminui a superfície de interação entre as moléculas e, portanto, diminui a temperatura de ebulição.

22

No descarte de embalagens de produtos químicos, é importante que elas contenham o mínimo possível de resíduos, evitando ou minimizando conseqüências indesejáveis. Sabendo que, depois de utilizadas, em cada embalagem de 1 litro de NaOH sólido restam 4 gramas do produto, considere os seguintes procedimentos:

embalagem I: uma única lavagem, com 1 L de água.
embalagem II: duas lavagens, com 0,5 L de água em cada vez.

Dados: massas molares: Na = 23 g/mol, O = 16 g/mol e H = 1 g/mol.

a) Qual a concentração de NaOH, em mol/L, na solução resultante da lavagem da embalagem I?

b) Considerando que, após cada lavagem, restam 0,005 L de solução no frasco, determine a concentração de NaOH, em mol/L, na solução resultante da segunda lavagem da embalagem II e responda: qual dos dois procedimentos de lavagem foi mais eficiente?

Resolução

a) *Cálculo da quantidade de matéria de NaOH:*

$$\left.\begin{array}{l} 1\ mol \text{ ——— } 40g \\ x \text{ ——— } 4g \end{array}\right\} \boxed{x = 0{,}1\ mol}$$

Cálculo da concentração da solução resultante da lavagem da embalagem I (vamos admitir o volume da solução aproximadamente igual ao volume de água).

$$M = \frac{n_{soluto}}{V_{solução}} = \frac{0{,}1\ mol}{1L} = \boxed{0{,}1\ mol/L}$$

b) *Cálculo da concentração da solução resultante da primeira lavagem da embalagem II:*

$$M = \frac{n_{soluto}}{V_{solução}} = \frac{0,1\ mol}{0,5L} = \boxed{0,2\ mol/L}$$

Cálculo da concentração da solução resultante da segunda lavagem (diluição da solução) da embalagem II.

$M_1 . V_1 = M_2 . V_2$

$0,2\ mol/L . 0,005L = M_2 . 0,505L$

$$\boxed{M_2 = 0,002\ mol/L}$$

O procedimento usado na embalagem II é mais eficiente porque teremos uma solução final com menor concentração de NaOH.

23

A cada um de quatro frascos foi adicionado um mol de hidróxido de metal alcalino terroso, conforme a tabela seguinte. A cada um deles foi adicionada água até que os volumes finais em todos os frascos fossem de 1 litro. A tabela também apresenta os valores para a solubilidade de cada um dos hidróxidos à mesma temperatura.

frasco	hidróxido	solubilidade (mol/L)
1	$Mg(OH)_2$	0,00015
2	$Ca(OH)_2$	0,023
3	$Sr(OH)_2$	0,063
4	$Ba(OH)_2$	0,216

a) Escreva a equação para a reação de dissociação e calcule a concentração dos íons hidroxila, em mol/L, para a solução resultante no frasco 2.

b) Em qual dos frascos a solução terá valor de pH mais elevado? Justifique.

Resolução

a) $Ca(OH)_2(s) \longrightarrow Ca^{2+}(aq) + 2OH^-(aq)$

$0,023\ mol/L$ ———————————— $0,046\ mol/L$

$[OH^-] = 0,046\ mol/L$

b) *Frasco 4, pois o $Ba(OH)_2$ é a base mais solúvel, apresentando maior concentração de OH^- (menor pOH, maior pH) na solução saturada.*

24

O cobre 64 ($^{64}_{29}Cu$) é usado na forma de acetato de cobre para investigar tumores no cérebro. Sabendo-se que a meia vida deste radioisótopo é de 12,8 horas, pergunta-se:

a) Qual a massa de cobre 64 restante, em miligramas, após 2 dias e 16 horas, se sua massa inicial era de 32 mg?

b) Quando um átomo de cobre 64 sofrer decaimento, emitindo duas partículas α, qual o número de prótons e nêutrons no átomo formado?

Resolução

a) tempo: 2 dias e 16 horas = 64 horas = 5 x 12,8h

$$32mg \xrightarrow{12,8h} 16mg \xrightarrow{12,8h} 8mg \xrightarrow{12,8h} 4mg \xrightarrow{12,8h} 2mg \xrightarrow{12,8h} 1mg$$

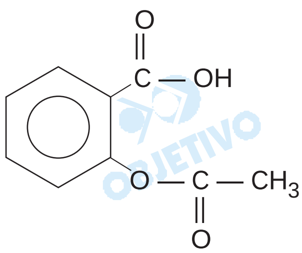
massa final = 1mg

b) $${}^{64}_{29}Cu \longrightarrow 2\ {}^{4}_{+2}\alpha + {}^{56}_{25}X$$

P = 25 (prótons)
N = 31 (nêutrons)

25

Muitos compostos orgânicos sintéticos fazem parte de nosso cotidiano, tendo as mais diversas aplicações. Por exemplo, a aspirina, que é muito utilizada como analgésico e antitérmico.



aspirina

a) Escreva o nome de um grupo funcional presente na molécula da aspirina.

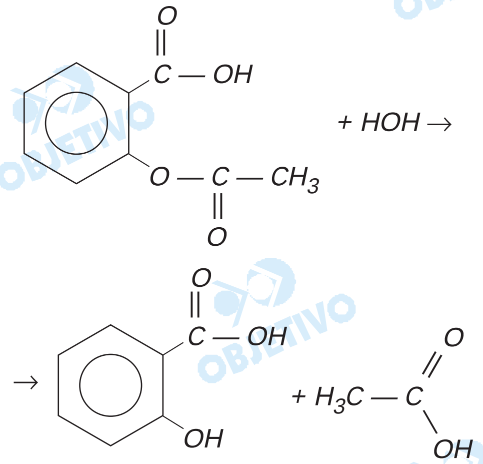
b) A hidrólise da aspirina leva à formação de ácido salicílico (ácido 2-hidroxibenzóico) e de um outro ácido. Escreva a fórmula e o nome deste ácido.

Resolução

a) $-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-OH$ *grupo carboxila (função ácido carboxílico), ou o grupo da função éster:*

$$-\overset{\overset{\displaystyle O}{\|}}{C}-O-\underset{|}{\overset{|}{C}}-$$

b)



ácido 2-hidroxibenzóico
(ácido salicílico)

ácido etanóico
(ácido acético)