OBJETIVO

ITA
Matemática
Livro do Professor

4

MÓDULO 13

Fatoração

1. Prove que se a e b são dois números reais então $a^2 + b^2 \geq 2ab$

RESOLUÇÃO:
$\mathbf{a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow (a - b) \in \mathbb{R} \Rightarrow (a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow}$
$\mathbf{\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab}$

2. Prove que se $\{a; b\} \subset \mathbb{R}^*$ então $a^2 + b^2 > ab$

RESOLUÇÃO:
***1º Caso:* ab > 0**

$$\left.\begin{array}{l} a^2 + b^2 \geq 2ab \\ 2 > 1 \Rightarrow 2ab > 1ab \end{array}\right\} \Rightarrow a^2 + b^2 > ab$$

***2º Caso:* ab < 0**

$$\left.\begin{array}{l} ab < 0 \\ a^2 + b^2 > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow a^2 + b^2 > ab$$

3. Se a, b, c e d são números reais, então a expressão $a^4 + b^4 + c^4 + d^4$ é sempre:
a) equivalente a $(a + b + c + d)^4$
b) igual a 3abcd
c) menor que 5abcd
d) maior ou igual a 4 abcd
e) um número primo

RESOLUÇÃO:

$$\left.\begin{array}{l} a^4 + b^4 \geq 2a^2b^2 \\ c^4 + d^4 \geq 2c^2d^2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\mathbf{\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \geq 2(a^2b^2 + c^2d^2) \geq 2(2ab \,.\, cd) = 4abcd}$
Resposta: D

4. Um possível valor de $a + \dfrac{1}{a}$, com $a \in \mathbb{R}^*_+$, é:

a) 0,25 b) – 0,25 c) 1,75
d) – 1 e) 4,25

RESOLUÇÃO:

$$a \in \mathbb{R}^*_+ \Rightarrow \sqrt{a} \in \mathbb{R} \Rightarrow \left(\sqrt{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^2 \geq 0 \Rightarrow$$

$\Rightarrow a + \dfrac{1}{a} \geq 2$, **podendo ser 4,25**

Obs.: $a + \dfrac{1}{a} \geq 2$ **ou** $a + \dfrac{1}{a} \leq -2$, **para qualquer** $a \in \mathbb{R}^*$.

5. Mostre que $a^4 + 6a^3 + 11a^2 + 6a$, com a inteiro, é múltiplo de 24.

RESOLUÇÃO:
$\mathbf{a^4 + 6a^3 + 11a^2 + 6a = a[a^3 + 6a^2 + 11a + 6] =}$
$\mathbf{= a[a^3 + a^2 + 5a^2 + 5a + 6a + 6] =}$
$\mathbf{= a[a^2(a + 1) + 5a(a + 1) + 6(a + 1)] = a(a + 1)[a^2 + 5a + 6] =}$
$\mathbf{= a(a + 1)[a^2 + 2a + 3a + 6] = a(a + 1)[a(a + 2) + 3(a + 2)] =}$
$\mathbf{= a(a + 1)(a + 2)(a + 3)}$
Como a, a + 1, a + 2 e a + 3 são números inteiros e consecutivos, um deles é múltiplo de 2, outro de 4 e um também é múltiplo de 3. Portanto, o produto é múltiplo de 2 . 4 . 3 = 24.

MÓDULO 14

Fatoração

1. Os lados de um retângulo são números naturais tais que a soma do semiperímetro com a área é numericamente igual a 90. O perímetro desse retângulo é:
a) 12 b) 24 c) 36 d) 48 e) 60

RESOLUÇÃO:
semiperímetro = a + b
Área = ab
$a + b + ab = 90 \Rightarrow a + b + ab + 1 = 91 \Rightarrow$
$\Rightarrow \underbrace{(a + 1)} . \underbrace{(b + 1)} = 7 . 13$

1	**91**	**$\Rightarrow a = 0$ e $b = 90$**
7	**13**	**$\Rightarrow a = 6$ e $b = 12$**
13	**7**	**$\Rightarrow a = 12$ e $b = 6$**
91	**1**	**$\Rightarrow a = 90$ e $b = 0$**

Como $a \neq 0$ e $b \neq 0$, tem-se $a + b = 18$ e o perímetro é 36.
Resposta: C

2. Mostre que se a, b e c são três números inteiros ímpares, então o número N tal que
$N = a^2b - a^2c + ac^2 + b^2c - ab^2 - bc^2$ é múltiplo de 8.

RESOLUÇÃO:
$N = a^2b - a^2c + ac^2 + b^2c - ab^2 - bc^2 =$
$= a^2b - a^2c + ac^2 - abc + abc + b^2c - ab^2 - bc^2 =$
$= a^2(b - c) - ac(b - c) - ab(b - c) + bc(b - c) =$
$= (b - c)(a^2 - ac - ab + bc) = (b - c)(a - c)(a - b)$
Se a, b e c são ímpares, então $(a - b)$, $(a - c)$ e $(b - c)$ são pares e tais que $a - b = 2p$, $a - c = 2q$ e $b - c = 2r$, com p, q e r inteiros.
Assim, $N = 2p . 2q . 2r = 8pqr$, com $pqr \in \mathbb{Z}$, portanto, N é múltiplo de 8.

3. Prove que "se $a + b + c = 0$, então $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$".

RESOLUÇÃO:
$a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = - c \Rightarrow (a + b)^3 = - c^3 \Rightarrow$
$\Rightarrow a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = - c^3 \Rightarrow$
$\Rightarrow a^3 + b^3 + 3ab(- c) = - c^3 \Rightarrow a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

4. Resolver o sistema
$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 98 \\ x^2 + xy + y^2 = 49 \end{cases}$$

RESOLUÇÃO:
$(x - y)(x^2 + xy + y^2) = 98$
$(x - y) . 49 = 98$
$(x - y) = 2 \Rightarrow y = x - 2$

$x^2 + xy + y^2 = 49 \Rightarrow x^2 + x(x - 2) + (x - 2)^2 = 49 \Rightarrow$
$\Rightarrow 3x^2 - 6x - 45 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow x = 5$ e $y = 3$ ou $x = - 3$ e $y = - 5$
Resposta: $V = \{(5;3); (- 3;- 5)\}$

5. Resolva o sistema em $\mathbb{R}^3$.
$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2xy - z^2 = 4 \end{cases}$$

RESOLUÇÃO:
1) $x + y + z = 2 \Leftrightarrow z = 2 - x - y$
Substituindo na seguinte equação, tem-se:
$2xy - (2 - x - y)^2 = 4 \Leftrightarrow 2xy - 4 - x^2 - y^2 + 4x + 4y - 2xy = 4 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 0.$
2) Se x e y são reais, então $(x - 2)^2 + (y - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = 2$ e $y = 2$.
Substituindo na 1ª equação, resulta $z = -2$.
Resposta: (2; 2; –2)

MÓDULO 15

Fatoração

1. **(IME)** – Seja x um número real ou complexo para o qual $x + \dfrac{1}{x} = 1$. O valor de $x^6 + \dfrac{1}{x^6}$ é:

a) 1 b) 2 c) 3 d) 4 e) 5

RESOLUÇÃO:

$$x + \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2 \,.\, x \,.\, \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 = (-1)^3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x^2)^3 + 3(x^2)^2 \,.\, \frac{1}{x^2} + 3 \,.\, x^2 \,.\, \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^6 + \frac{1}{x^6} + 3\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = -1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^6 + \frac{1}{x^6} + 3 \,.\, (-1) = -1 \Leftrightarrow x^6 + \frac{1}{x^6} = 2$$

Resposta: B

2. Mostre que, se **a** é um número inteiro par, então $N = \dfrac{a}{12} + \dfrac{a^2}{8} + \dfrac{a^3}{24}$ é um número inteiro.

RESOLUÇÃO:

1) $$N = \frac{a}{12} + \frac{a^2}{8} + \frac{a^3}{24} = \frac{2a + 3a^2 + a^3}{24} =$$

$$= \frac{a\,(a^2 + 3a + 2)}{24} = \frac{a\,[a^2 + a + 2a + 2]}{24} =$$

$$= \frac{a\,[\,a\,(a+1) + 2\,(a+1)]}{24} = \frac{a\,(a+1)\,(a+2)}{24} \quad \text{(I)}$$

2) **Se a é par, a + 2 também é par e entre dois pares consecutivos um deles é múltiplo de 4.**

3) **a, (a + 1) e (a + 2) são três inteiros consecutivos e, portanto, um deles é múltiplo de 3.**

4) **De (2) e (3) tem-se que a, (a + 1) . (a + 2) é múltiplo de 2 . 4 . 3 = 24. Fazendo a (a + 1) (a + 2) = 24p, $p \in \mathbb{Z}$ e, substituindo em (I), tem-se $N = p \in \mathbb{Z}$.**

3. Fatore as expressões:

a) $x^4 - y^4$

RESOLUÇÃO:

$x^4 - y^4 = (x^2 + y^2)(x^2 - y^2) = (x^2 + y^2)(x + y)(x - y)$

b) $x^5 - y^5$

RESOLUÇÃO:

Senhor professor, a intenção desse exercício é apresentar ao aluno esse "tipo" de fatoração.

$x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$

c) $x^5 + y^5$

Resolução:

Senhor professor, a intenção desse exercício é apresentar ao aluno esse "tipo" de fatoração.

$x^5 + y^5 = (x + y)(x^4 - x^3y + x^2y^2 - xy^3 + y^4)$

4. Fatore as expressões $243x^5 - 32y^5$.

RESOLUÇÃO:

$243x^5 - 32y^5 = (3x - 2y)(81x^4 + 54x^3y + 36x^2y^2 + 24xy^3 + 16y^4)$

MÓDULO 16

Fatoração

1. Se $x + \dfrac{1}{x} = 3$ qual o valor de $x^8 + \dfrac{1}{x^8}$

RESOLUÇÃO:

$$x + \frac{1}{x} = 3 \Leftrightarrow \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 7^2 \Leftrightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 47 \Leftrightarrow \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right)^2 = 47^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^8 + \frac{1}{x^8} = 2207$$

2. Desenvolva a expressão $(x + y)^5$.

RESOLUÇÃO:

$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

$(x + y)^5 = (x^2 + 2xy + y^2)(x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) =$

$= x^5 + 5x^4y + 10x^3y^2 + 10x^2y^3 + 5xy^4 + y^5$

3. **(ITA)** – A expressão $(2\sqrt{3} + \sqrt{5})^5 - (2\sqrt{3} - \sqrt{5})^5$ é igual a

a) $2630\sqrt{5}$. b) $2690\sqrt{5}$. c) $2712\sqrt{5}$.
d) $1584\sqrt{15}$. e) $1604\sqrt{15}$.

RESOLUÇÃO:

1) $$\left(2\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^5 = \left(2\sqrt{3}\right)^5 + 5 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^4 .\sqrt{5} + 10 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^3 .\left(\sqrt{5}\right)^2 + 10 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^2 .\left(\sqrt{5}\right)^3 + 5 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^1 .\left(\sqrt{5}\right)^4 + \left(\sqrt{5}\right)^5$$

2) $$\left(2\sqrt{3} - \sqrt{5}\right)^5 = \left(2\sqrt{3}\right)^5 - 5 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^4 .\sqrt{5} + 10 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^3 .\left(\sqrt{5}\right)^2 - 10 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^2 .\left(\sqrt{5}\right)^3 + 5 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^1 .\left(\sqrt{5}\right)^4 - \left(\sqrt{5}\right)^5$$

3) $$\left(2\sqrt{3} + \sqrt{5}\right)^5 - \left(2\sqrt{3} - \sqrt{5}\right)^5 =$$
$$= 2\left[5 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^4 .\sqrt{5} + 10 \,.\left(2\sqrt{3}\right)^2 .\left(\sqrt{5}\right)^3 + \left(\sqrt{5}\right)^5\right] = 2 \,.\left[720\sqrt{5} + 600\sqrt{5} + 25\sqrt{5}\right] = 2690\sqrt{5}$$

Resposta: B

4. Resolva a equação $(x - 2)^3 + (x - 4)^3 + (6 - 2x)^3 = 0$

RESOLUÇÃO:

No exercício 3 da aula 14 demonstramos que "Se $a + b + c = 0$, então $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$".
Como $(x - 2) + (x - 4) + (6 - 2x) = 0$ temos que
$(x - 2)^3 + (x - 4)^3 + (6 - 2x)^3 = 3 \,.(x - 2) \,.(x - 4) \,.(6 - 2x) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - 2) = 0,\ (x - 4) = 0$ **ou** $(6 - 2x) = 0 \Leftrightarrow x = 2, x = 4$ **ou** $x = 3$

exercícios-tarefa

■ MÓDULO 13

1. Se a, b, c, d são números reais positivos tais que $a.b.c.d = 1$ então, $(ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$ pode ser:
a) 1,7 b) 2,3 c) 3,4 d) 3,8 e) 4,9

2. Prove que
$km(k + m) + mn(m + n) + kn(k + n) \geq 6kmn$. $\forall k, m, n \in \mathbb{R}^*$.

3. Se $x = \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right)$,
com $a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$; então:
a) $0 < x < 1$ b) $x = 1$ c) $1 < x < 2$
d) $x = 5$ e) $x \geq 6$

4. Sendo x um número inteiro, o valor numérico da expressão $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$ é sempre:
a) ímpar b) um quadrado perfeito
c) múltiplo de 5 d) múltiplo de 24
e) um número ímpar

■ MÓDULO 14

1. Fatore $(b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3$

2. Desenvolva:
a) $(x + y)(y + z)(x + z)$ b) $(x + y + z)^3$

3. Resolver o sistema
$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 91 \\ x^2 - xy + y^2 = 13 \end{cases}$$

4. Dados dois números naturais não-nulos, determiná-los, sabendo-se que a soma do produto de um pelo outro com a soma dos dois números é igual a 142.

■ MÓDULO 15

1. **(UCMG)** – Simplifique
$(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 - (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3$

2. Fatore a expressão $32x^5 - a^{10}$.

■ MÓDULO 16

1) O valor da expressão
$(\sqrt[5]{7} - \sqrt[5]{2})\ .\ (\sqrt[5]{2401} + \sqrt[5]{686} + \sqrt[5]{196} + \sqrt[5]{56} + \sqrt[5]{16}$ é:
a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

2. Para que valor de k a soma das raízes da equação $(x - k)^3 + (x - 3k)^3 + (4k - 2x)^3 = 0$ é igual a 30?

resolução dos exercícios-tarefa

■ MÓDULO 13

1) $(ac - bd)^2 + (bc + ad)^2 =$
$= a^2c^2 + b^2d^2 + b^2c^2 + a^2d^2 =$
$= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) \geq (2ab)\ .\ (2cd) = 4abcd = 4$
Resposta: E

Obs.: Veja um exemplo, $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{5}$, $c = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **e** $d = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$$\left(\sqrt{2}\ .\ \frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{5}\ .\ \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 + \left(\sqrt{5}\ .\ \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}\ .\ \frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 =$$

$$= 0^2 + \left(\frac{7}{\sqrt{10}}\right)^2 = 4{,}9$$

2) $k^2 + m^2 \geq 2km \Rightarrow nk^2 + m^2n \geq 2kmn$
$k^2 + n^2 \geq 2kn \Rightarrow mk^2 + mn^2 \geq 2kmn$
$m^2 + n^2 \geq 2mn \Rightarrow km^2 + kn^2 \geq 2kmn$

$nk^2 + m^2n + mk^2 + mn^2 + km^2 + kn^2 \geq 6kmn \Rightarrow$
$\Rightarrow km(k + m) + mn(m + n) + kn(k + n) \geq 6kmn$

3)
$$\left.\begin{array}{l} \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) \geq 2 \\ \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) \geq 2 \\ \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right) \geq 2 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{c}{a} + \frac{a}{c}\right) \geq 6 \Rightarrow x \geq 6$$
Resposta: E

4) $x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x = x(x^3 - 6x^2 + 11x - 6) =$
$= x(x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6) =$
$= x[x^2(x - 1) - 5x(x - 1) + 6(x - 1)] =$
$= x\ .\ (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = x\ .\ (x - 1)\ .\ (x - 2)\ .\ (x - 3)$ **que**

é o produto de quatro números inteiros e consecutivos. Desses, quatro números, um e múliplo de 2, outro é múltiplo de quatro e pelo menos um deles é múltiplo de 3, portanto o produto é múltiplo de 2 . 4 . 3 = 24
Resposta: D

■ MÓDULO 14

1) Se

$$\left.\begin{array}{l} x = b - c \\ y = c - a \\ z = a - b \end{array}\right\} \Rightarrow x + y + z = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3 = 3(b - c) . (c - a) . (a - b)$$

2)

a) $(x + y)(y + z)(x + z) = (xy + xz + y^2 + yz) .(x + z) =$
$= x^2y + x^2z + xy^2 + xyz + xyz + xz^2 + y^2z + yz^2 =$
$= x^2y + x^2z + xy^2 + y^2z + xz^2 + yz^2 + 2xyz$

b) $(x + y + z)^3 = [(x + y) + z]^3 =$
$= (x + y)^3 + 3(x + y)^2z + 3(x + y)z^2 + z^3 =$
$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 3x^2z + 6xyz + 3y^2z +$
$+ 3xz^2 + 3yz^2 + z^3 =$
$= x^3 + y^3 + z^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 3x^2z + 3xz^2 +$
$+ 3y^2z + 3yz^2 + 6xyz$

3)

1) $x^3 + y^3 = 91 \Rightarrow (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 91 \Rightarrow$
$\Rightarrow (x + y) . 13 = 91 \Rightarrow x + y = 7 \Leftrightarrow y = 7 - x$

2) $x^2 - xy + y^2 = 13 \Rightarrow x^2 - x(7 - x) + (7 - x)^2 = 13 \Rightarrow$

$$\Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 3 \Rightarrow y = 4 \\ x = 4 \Rightarrow y = 3 \end{array}\right.$$

$V = \{(3;4), (4;3)\}$

4) $x . y + x + y = 142$
$x(y + 1) + y = 142$
$x(y + 1) + (y + 1) = 142 + 1$
$(y + 1) . (x + 1) = 11 . 13$

$$\begin{array}{ccccl} \underbrace{(y+1)} & . & \underbrace{(x+1)} & & \\ 11 & & 13 & \rightarrow & x = 12 \text{ e } y = 10 \\ 13 & & 11 & \rightarrow & x = 10 \text{ e } y = 12 \end{array}$$

$(y + 1) . (x + 1) = 1 . 143$

$$\begin{array}{ccccl} \underbrace{(y+1)} & . & \underbrace{(x+1)} & & \\ 1 & & 143 & \rightarrow & x = 142 \text{ e } y = 0 \\ 143 & & 1 & \rightarrow & x = 0 \text{ e } y = 142 \end{array} \Bigg\} \text{ impossível}$$

pois, $x,y \in \mathbb{N}^*$

Respostas: 10 e 12

■ MÓDULO 15

1) $(a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 -$
$- (b + c - a)^3 - (c + a - b)^3 =$
$= (a + b + c)^3 - (a + b - c)^3 +$
$+ (a - b - c)^3 - (a - b + c)^3 =$
$= [(a + b) + c]^3 - [(a + b) - c]^3 +$
$+ [(a - b) - c]^3 - [(a - b) + c]^3 =$

$= \cancel{(a + b)^3} + 3(a + b)^2c + \cancel{3(a + b)c^2} + \cancel{c^3} -$

$\cancel{- (a + b)^3} + 3(a + b)^2c - \cancel{3(a + b)c^2} + \cancel{c^3} + \cancel{(a - b)^3} -$

$- 3(a - b)^2c + \cancel{3(a - b)c^2} - \cancel{c^3} - \cancel{(a - b)^3} -$

$- 3(a - b)^2c - \cancel{3(a - b)c^2} - \cancel{c^3} =$

$= 6(a + b)^2c - 6(a - b)^2c = 6c[(a + b)^2 - (a - b)^2] =$

$= 6c[a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2] =$

$= 6c . 4ab = 24abc$

2) $32x^5 - a^{10} = (2x)^5 - (a^2)^5 =$

$= (2x - a^2)[(2x)^4 + (2x)^3(a^2)^1 + (2x)^2(a^2)^2 +$

$+ (2x)^1(a^2)^3 + (a^2)^4] =$

$= (2x - a^2)(16x^4 + 8x^3a^2 + 4x^2a^4 + 2xa^6 + a^8)$

■ MÓDULO 16

1)

$(\sqrt[5]{7} - \sqrt[5]{2}) . (\sqrt[5]{2401} + \sqrt[5]{686} + \sqrt[5]{196} + \sqrt[5]{56} + \sqrt[5]{16} =$

$= (\sqrt[5]{7} - \sqrt[5]{2}) . ((\sqrt[5]{7})^4 + (\sqrt[5]{7})^3 . (\sqrt[5]{2}) +$

$+ (\sqrt[5]{7})^2 . (\sqrt[5]{2})^2 + (\sqrt[5]{7}) . (\sqrt[5]{2})^3 + (\sqrt[5]{2})^4) =$

$= (\sqrt[5]{7})^5 - (\sqrt[5]{2})^5 = 7 - 2 = 5$

pois $x^5 - y^5 = (x - y)(x^4 + x^3y + x^2y^2 + xy^3 + y^4)$

Resposta: D

2) No exercício 3 da aula 14 demonstramos que “Se $a + b + c = 0$**, então** $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$**”. Como** $(x - k) + (x - 3k) + (4k - 2x) = 0$ **temos que**

$(x - k)^3 + (x - 3k)^3 + (4k - 2x)^3 =$
$= 3 . (x - k) . (x - 3k) . (4k - 2x) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow (x - k) = 0, (x - 3k) = 0 \text{ ou } (4k - 2x) = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x = k, x = 3k \text{ ou } x = 2k$

A soma das raízes é $k + 3k + 2k = 6k = 30 \Leftrightarrow k = 5$.

Resposta: 5