Estratégia
Militares

Aula 16

Centro de massa aprofundado, quantidade de movimento e choques mecânicos.

Prof. Vinícius Fulconi

Sumário

Apresentação

Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!

Sou o professor **Vinícius Fulconi**, tenho vinte e quatro anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principias aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: *Você **nunca vai passar** no ITA!* Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiriam! Entretanto, eu preferi negritar e gravar "***Você vai passar** no ITA!*

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! **Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial** e ajudaremos você a realizar seu sonho!

Sonhos | **Perseverança e trabalho duro** | **Realizações**

Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: **O que é necessário para começar esse curso?**

***ALERTA*!**

Esse curso exige do candidato apenas **dedicação**, **perseverança** e **vontade de vencer**.

Introdução

Nessa aula veremos grande parte da parte da física que denominamos **Quantidade de movimento, centro de massa e choques mecânicos**.

Começaremos apresentando um aprofundamento sobre centro de massa. Logo em seguida, veremos sobre impulso, quantidade de movimento e sua conservação. Logo, para finalizar essa aula, focaremos nos choques mecânicos.

Enunciando assim pode parecer um estudo muito teórico mas, veremos muitos exemplos e exercícios práticos!

Então, vamos começar? 😊

1- Aprofundamento sobre centro de massa

Já vimos alguns conceitos de centro de massa nas aulas passadas.

Professor, por que veremos novamente esse conceito?

Para estudar o conceito de quantidade de movimento e analisar o choques mecânicos, devemos retomar esses conceitos e aprofunda-los. Agora, faremos alguns aprofundamentos

Neste tópico, discutirei o movimento de um sistema de partículas em termos do **centro de massa**. Farei uma abordagem matemática do centro de massa para que possamos estabelecer propriedades importantes da conservação da quantidade de movimento. As definições inicias são muito importantes.

1.1 Definições

***Centro de massa** – é um ponto, relativo a um sistema de coordenadas, em que toda massa do sistema de partículas está concentrada. Podemos trocar todo o sistema de partículas por esse ponto e nele aplicar todas as forças envolvidas nas partículas.*

Outra definição muito importante para o entendimento completo do centro de massa é o **centro de gravidade**. Muitos estudantes confundem as duas definições. Na maioria dos casos, o centro de gravidade é coincidente com o centro de massa, entretanto, em certas situações, esses pontos são distintos.

***Centro de gravidade** – é um ponto, relativo a um corpo, onde pode ser aplicada a aceleração da gravidade. O centro de gravidade coincide com o centro de massa quando estamos em um campo gravitacional uniforme.*

1.2 Centro de massa de um sistema discreto de N partículas

Adote um sistema cartesiano de coordenas $OXYZ$. Considere um sistema de N partículas pontuais de massas $m_1, m_2, m_3, \ldots, m_n$ que possuem vetores posição, relativos ao centro O, dados por $\vec{r_1}, \vec{r_2}, \vec{r_3}, \ldots, \vec{r_n}$, respectivamente.

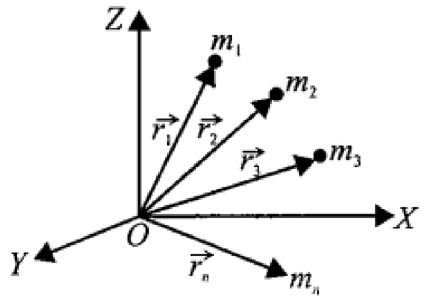


Figura 1: Sistema de coordenas e sistema de partículas

Considerando a posição do centro de massa como $\vec{r}_{cm}$, temos:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{r_1} + m_2 \cdot \vec{r_2} + \cdots + m_n \cdot \vec{r_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

$$\vec{r}_{cm} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot \vec{r_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Considerando o sistema cartesiano de coordenas OXYZ, temos:

$$\vec{r}_{cm} = (x_{cm}, y_{cm}, z_{cm})$$

$$\boxed{x_{cm} = \frac{m_1 \cdot x_1 + m_2 \cdot x_2 + \cdots + m_n \cdot x_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}}$$

$$\boxed{y_{cm} = \frac{m_1 \cdot y_1 + m_2 \cdot y_2 + \cdots + m_n \cdot y_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}}$$

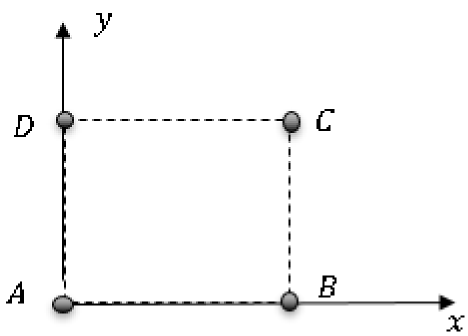
$$\boxed{z_{cm} = \frac{m_1 \cdot z_1 + m_2 \cdot z_2 + \cdots + m_n \cdot z_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}}$$

As formulas acima são muito importantes para os vestibulares militares. É importante que você consiga calcular a posição de um centro de massa através das posições e as massas de cada partículas. Faremos um exemplo a seguir para consolidar o aprendizado!

Exemplo 1. Quatro partículas de massas 1kg, 2kg, 3g e 4kg estão dispostas nos vértices A, B, C e D, respectivamente, de um quadrado de lado 2 metros. Encontre a posição do centro de massa do sistema.

Comentários:

Primeiramente, devemos associar um sistema cartesiano de coordenadas para as partículas. Faremos o vértice A ser a origem do sistema cartesiano.



A posição de cada vértice no sistema cartesiano é dada por:

$A = (0,0,0) \quad ; \quad B = (2,0,0) \quad ; \quad C = (2,2,0) \quad ; \quad D = (0,2,0)$

Dessa forma, o centro de massa é dado por:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{r_1} + m_2 \cdot \vec{r_2} + \cdots + m_n \cdot \vec{r_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

$$(x_{cm}, Y_{cm}, Z_{cm}) = \frac{1 \cdot (0,0,0) + 2 \cdot (2,0,0) + 3 \cdot (2,2,0) + 4 \cdot (0,2,0)}{1 + 2 + 3 + 4}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \frac{(10{,}14{,}0)}{10}$$

$$\boxed{(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = (1,\ \ 7/5\ \ ,0)}$$

1.3 Centro de massa de uma distribuição contínua de partículas

Para um corpo com distribuição contínua de massa, o centro de massa do sistema deve ser determinado utilizado noções de Cálculo Integral. Não é preciso saber as deduções e nem mesmo decorar as próximas formulas. Farei a análise rigorosa do centro de massa de uma distribuição continua, entretanto, após as deduções e exemplos, mostrarei algumas dicas para que não seja preciso dominar ferramentas do ensino superior. Segue a formulação completa!

O centro de massa para uma distribuição contínua de massa pode ser definido como:

$$\boxed{x_{cm} = \frac{\sum x \cdot \Delta m}{M}}$$

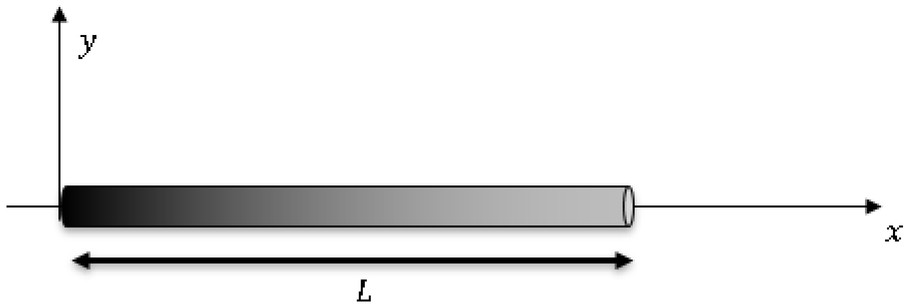
$$\boxed{y_{cm} = \frac{\sum y \cdot \Delta m}{M}}$$

$$\boxed{z_{cm} = \frac{\sum z \cdot \Delta m}{M}}$$

Note que $\int dm$ é a massa total M da distribuição contínua. Assim, na forma vetorial, temos:

$$\boxed{\vec{r}_{cm} = \frac{\sum \vec{r} \cdot \Delta m}{M}}$$

Exemplo 2: Considere um bastão cilíndrico de massa M e comprimento L. Veja a figura abaixo.



Determine a posição do centro de massa do cilindro em relação ao sistema cartesiano mostrado.

Comentários:

Primeiramente, iremos determinar a massa por unidade de comprimento (densidade linear de massa μ).

$$\mu = \frac{M}{L}$$

Considere um elemento muito pequeno de massa localizado a uma distância x da origem do sistema cartesiano. A massa desse pequeno elemento é dm. A variação da massa em termos do comprimento é dada por:

$$m = \mu \cdot x$$

$$m = \frac{M}{L} \cdot x$$

Em termos diferenciais:

$$\Delta m = \frac{M}{L} \cdot \Delta x$$

Dessa maneira, podemos montar a integral.

$$x_{cm} = \frac{\sum x \cdot \Delta m}{M} = \frac{\sum x \cdot \frac{M}{L} \cdot \Delta x}{M} = \frac{1}{L} \sum x \cdot \Delta x$$

Se realizarmos a soma de todos os Δx, na média teremos o valor de $x = L/2$ e o valor de $\sum \Delta x = soma\ de\ todos\ os\ pequenos\ comprimento\ da\ barra = L$.

$$\sum x \cdot \Delta x = \frac{L^2}{2}$$

Portanto, temos:

$$x_{cm} = \frac{L^2}{2} \cdot \frac{1}{L} = \frac{L}{2}$$

A outras coordenas do centro de massa são nulas. Isso porque, não há massa distribuída nem em y nem em z. Portanto, temos:

$$\boxed{(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \left(\frac{L}{2}, 0,0\right)}$$

CURIOSIDADE

Não se preocupe em entender a resolução desta questão. O intuito dela é mostrar o quão complicado pode ser o calculo do centro de massa se não utilizarmos as dicas que mostrarei abaixo.

Essa questão será resolvida de uma maneira muito mais fácil após as dicas que mostrarei! Não perca 😊.

1.4 Resumo e dicas sobre centro de massa

Vimos anteriormente que a determinação do centro de massa para distribuições contínuas, usando conceitos avançados, é um tanto quanto complicada. Trarei alguns "bizus" que facilitarão a determinação o centro de massa de algumas distribuições.

1.4.1 Corpos geométricos com distribuição contínua uniforme de massa.

Se um corpo apresenta distribuição uniforme de massa, o centro de massa é o centro geométrico do corpo.

- Triângulos – é o baricentro do triângulo.
- Retângulos – é o ponto de encontro das diagonais. As coordenadas do ponto de encontro das diagonais são os pontos médios dos lados. Também pode ser feito pelo ponto médio da diagonal.
- Polígonos convexos regulares – é o centro da circunferência inscrita ou circunscrita.

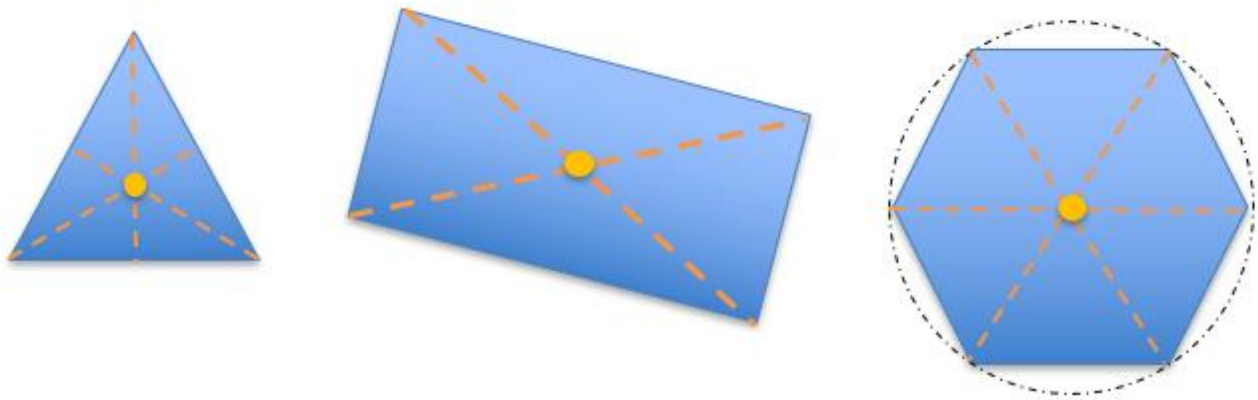


Figura 2: Centro de massa de elementos geométricos uniformes

1.4.2 Composição de elementos geométricos de espessura constante e distribuição uniforme de massa.

Se uma figura é a composição de vários elementos geométricos, devemos seguir os seguintes passos:

1. Separar em elementos geométricos conhecidos.
2. Adote um eixo cartesiano.
3. Após a separação, determine o centro de massa de cada elemento separado.
4. Determinar o centro de massa do sistema fazendo com que a massa de cada de elemento seja substituída por sua respectiva área.

Considere a figura geométrica abaixo de massa M, espessura constante e distribuição uniforme de massa.

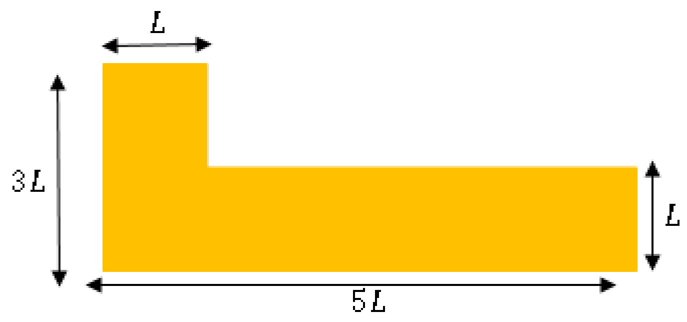


Figura 3: Distribuição contínua e uniforme de massa

1. Primeiro Passo – Separação

Podemos separar a figura em dois retângulos.

Figura 4: Separação dos elementos

2. Segundo passo – Sistema cartesiano

Adoremos um sistema cartesiano de coordenadas.

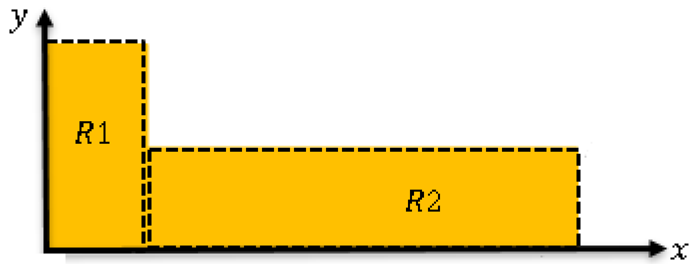


Figura 5: Sistema de coordenadas XY

3. Terceiro passo – Determinação do centro de massa de cada um dos elementos

Após a separação, temos dois retângulos $R1$ e $R2$. O centro de massa de cada retângulo é a coordenada do ponto médios de cada lado.

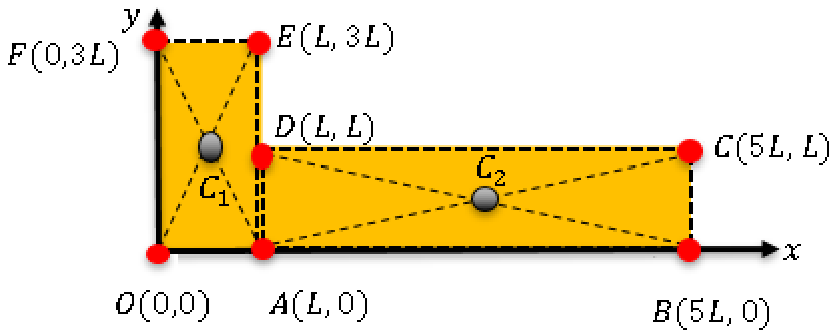


Figura 6: Centro de cada elemento

O centro do retângulo $R1$ é dado por:

$$C_1 = \frac{O+E}{2} = \frac{A+F}{2} = \frac{(A-O)+(E-F)}{2} = \left(\frac{L}{2}, \frac{3L}{2}\right)$$

O centro do retângulo $R2$ é dado por:

$$C_2 = \frac{A+C}{2} = \frac{B+D}{2} = \frac{(B-A)+(C-D)}{2} = \left(3L, \frac{L}{2}\right)$$

4. Quarto passo – Ponderação com áreas e determinação do centro de massa

Os dois retângulos têm a mesma densidade ρ (o corpo possui densidade uniforme de massa).

Para o retângulo R1, temos:

$$m_1 = \rho \cdot Área = \rho \cdot 3L^2$$

Para o retângulo R2, temos:

$$m_2 = \rho \cdot Área = \rho \cdot 4L^2$$

Assim, podemos encontrar o centro de massa:

$$(x_{cm}, y_{cm}) = \frac{m_1 \cdot C_1 + m_2 \cdot C_2}{m_1 + m_2}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}) = \frac{\rho \cdot 3L^2 \cdot \left(\frac{L}{2}, \frac{3L}{2}\right) + \rho \cdot 4L^2 \cdot \left(3L, \frac{L}{2}\right)}{\rho \cdot 3L^2 + \rho \cdot 4L^2}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}) = \frac{\left(\frac{3L}{2}, \frac{9L}{2}\right) + \left(\frac{24L}{2}, \frac{4L}{2}\right)}{7} = \frac{\left(\frac{27L}{2}, \frac{13L}{2}\right)}{7}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}) = \left(\frac{27L}{14}, \frac{13L}{14}\right)$$

Portanto, utilizando a separação, conseguimos encontrar o centro de massa de uma maneira razoavelmente tranquila. 😊

Podemos **generaliza**r a situação mostrada acima. Para corpos com espessura constante e distribuição uniforme de massa, após realizar a separação de elementos, podemos encontrar o centro de massa:

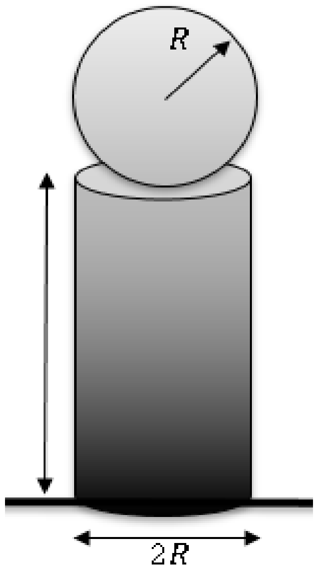
$$\boxed{(x_{cm}, y_{cm}) = \frac{A_1 \cdot C_1 + A_2 \cdot C_2 + \cdots + A_n \cdot C_n}{A_1 + A_2 + \cdots + A_n}}$$

Em que $A_1, A_2, \ldots, A_n$ são as áreas de cada elemento separado.

Para corpos que não possuem espessura constante, mas ainda possuem distribuição uniforme de massa, podemos fazer:

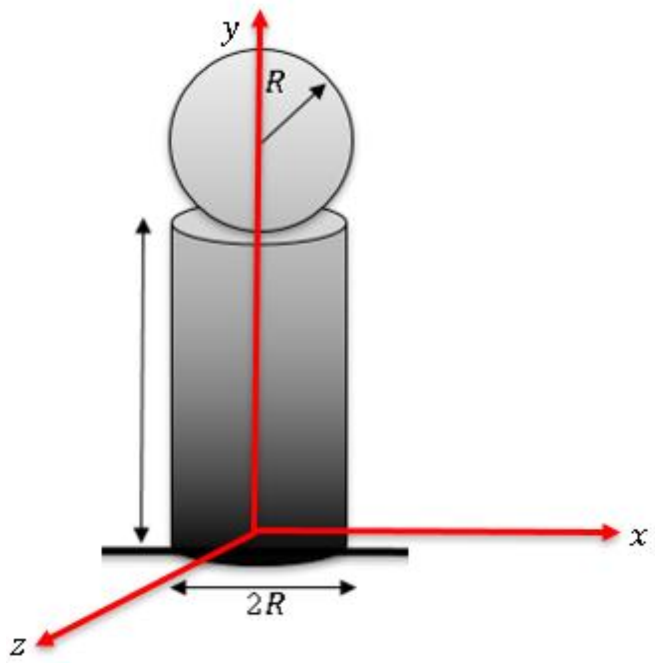
$$\boxed{(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \frac{V_1 \cdot C_1 + V_2 \cdot C_2 + \cdots + V_n \cdot C_n}{V_1 + V_2 + \cdots + V_n}}$$

Exemplo 3. A figura mostra uma esfera metálica apoiada sobre um cilindro do mesmo material. As distribuições de massa são uniformes. Calcule a altura do cilindro para que o centro de massa esteja localizado no ponto de contato entre os corpos.



Comentários:

Podemos fazer a separação em um cilindro e uma esfera. Considere um sistema de coordenadas passando pelo eixo do cilindro e o centro da esfera.



O centro de massa do cilindro é dado por:

$$C_1 = \left(0, \frac{H}{2}, 0\right)$$

O centro de massa da esfera é dado por:

$$C_2 = (0, H + R, 0)$$

Utilizando o conceito de volume:

$$(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \frac{V_1 \cdot C_1 + V_2 \cdot C_2}{V_1 + V_2}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \frac{\pi R^2 H \cdot \left(0, \frac{H}{2}, 0\right) + \frac{4\pi R^3}{3} \cdot (0, H + R, 0)}{\pi R^2 H + \frac{4\pi R^3}{3}}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \frac{\left(0, \frac{\pi R^2 H^2}{2} + \frac{4\pi H R^3}{3} + \frac{4\pi R^4}{3}, 0\right)}{\pi R^2 H + \frac{4\pi R^3}{3}}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \frac{\left(0, \frac{3H^2}{6} + \frac{8HR}{6} + \frac{8R^2}{6}, 0\right)}{H + \frac{4R}{3}}$$

$$(x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) = \left(0, \frac{3H^2 + 8HR + 8R^2}{6\left(H + \frac{4R}{3}\right)}, 0\right)$$

O enunciado diz que o centro de massa deve estar no ponto de contato $C = (0, H, 0)$. Portanto, temos:

$$\left(0, \frac{3H^2 + 8HR + 8R^2}{6\left(H + \frac{4R}{3}\right)}, 0\right) = (0, H, 0)$$

$$\frac{3H^2 + 8HR + 8R^2}{6\left(H + \frac{4R}{3}\right)} = H$$

$$3H^2 + 8HR + 8R^2 = 6H^2 + 8HR$$

$$\boxed{H = 2\sqrt{\frac{2}{3}}R}$$

Ufa!!! 😊 Conseguimos. Embora não precise utilizar de ferramentas do ensino superior, as contas são muito extensas. No momento da prova, faça com calma.

1.4.3 Massa removível – elemento geométrico negativo

Considere um corpo com distribuição continua e uniforme de massa. O corpo possui volume total V e possui centro de massa $C = (x_{cm}, y_{cm}, z_{cm})$.

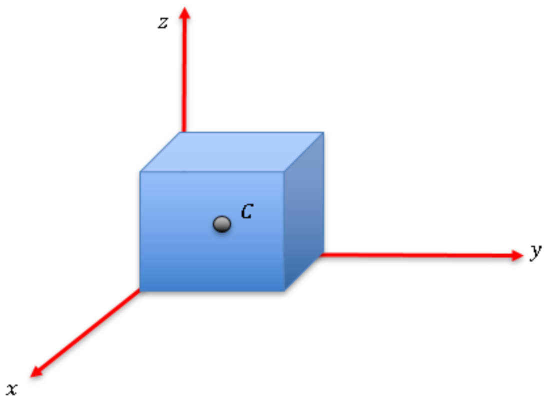


Figura 7: Corpo maciço

Retiramos uma porção de volume V_{vazio} , que tem seu centro de massa no ponto $C_{vazio} = (x_{vazio}, y_{vazio}, z_{vazio})$.

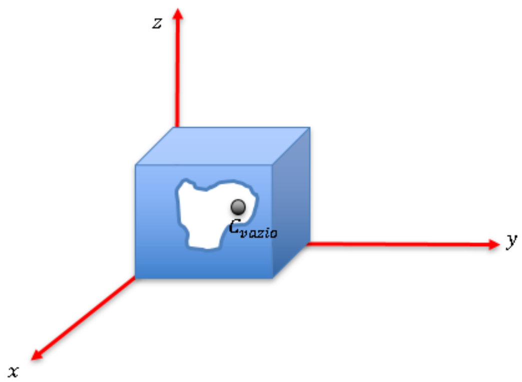


Figura 8: Corpo com cavidade

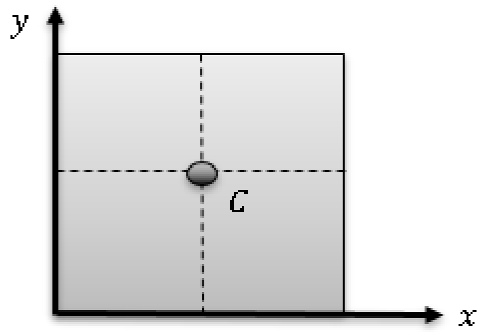
O novo centro de massa $C_{novo} = (x_{novo}, y_{novo}, z_{novo})$ do corpo pode ser determinado utilizando o conceito de elemento geométrico negativo. Tudo se passa como se o corpo vazio produzisse um "efeito contrário". Matematicamente, temos:

$$\boxed{C_{novo} = \frac{C \cdot V + C_{vazio} \cdot (-V_{vazio})}{V - V_{vazio}}}$$

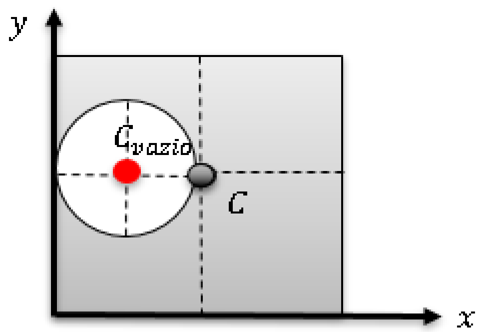
Exemplo 4. (ITA-2014) Uma chapa metálica homogênea quadrada de 100 cm² de área, situada no plano xy de um sistema de referência, com um dos lados no eixo x, têm o vértice inferior esquerdo na origem. Dela, retira-se uma porção circular de 5,00 cm de diâmetro com o centro posicionado em x =2,5 cm e y = 5,0 cm. Determine as coordenadas do centro de massa da chapa restante.

Comentários:

No início, tínhamos uma placa quadrada sem o furo.



O centro de massa era $C = (5, 5)cm$. Retiramos uma circunferência de raio 2,5 cm.



$$C_{novo} = \frac{C \cdot A + C_{vazio} \cdot (-A_{vazio})}{A - A_{vazio}}$$

$$C_{novo} = \frac{(5,5) \cdot 100 + (2.5,5) \cdot (-\pi \cdot 2.5^2)}{100 - \pi \cdot 2.5^2}$$

$$C_{novo} = \frac{(500,500) + (-49.09\ ,\ -98.174)}{80.365}$$

$$\boxed{C_{novo} = (5.61\ ,5{,}00)cm}$$

1.5 Movimento do centro de massa

1.5.1 Velocidade do centro de massa e momento total do sistema

Considere um sistema de partículas que possui centro de massa expresso pela expressão abaixo:

$$\vec{r}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{r_1} + m_2 \cdot \vec{r_2} + \cdots + m_n \cdot \vec{r_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

Derivando a expressão no tempo:

$$\frac{d\vec{r}_{cm}}{dt} = \frac{m_1 \cdot \frac{d\vec{r_1}}{dt} + m_2 \cdot \frac{d\vec{r_2}}{dt} + \cdots + m_n \cdot \frac{d\vec{r_n}}{dt}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \vec{v_1} + m_2 \cdot \vec{v_2} + \cdots + m_n \cdot \vec{v_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

A grandeza $\vec{P_i} = m_i\vec{v_i}$ é chamada de **momento linear** ou **quantidade de movimento**. É uma grandeza vetorial que tem direção e sentido da velocidade resultante.

Chamaremos a soma $m_1 \cdot \vec{v_1} + m_2 \cdot \vec{v_2} + \cdots + m_n \cdot \vec{v_n}$ de **quantidade movimento total** do sistema de partículas.

$$\overrightarrow{P_{total}} = m_1 \cdot \vec{v_1} + m_2 \cdot \vec{v_2} + \cdots + m_n \cdot \vec{v_n}$$

$$M = m_1 + m_2 + \cdots + m_n = massa\ total$$

Deste modo, temos:

$$\boxed{\vec{v}_{cm} = \frac{\overrightarrow{P_{total}}}{M}}$$

A expressão acima é de grande utilidade para deduzirmos algumas propriedades e resolver alguns exercícios.

Reforçando

Quantidade de movimento – é uma das grandezas mais importante na física. Ela é um grandeza vetorial que consiste na multiplicação do vetor velocidade do corpo pela massa.

$$\boxed{\vec{p} = m \cdot \vec{v}}$$

Unidade:

$$u(\vec{p}) = u(m) \cdot u(\vec{v}) = kg \cdot \frac{m}{s}$$

"O estudo da quantidade de movimento e sua conservação despencam na prova"

1.5.2 Aceleração do centro de massa e força resultante externa

Utilizando a expressão da velocidade do centro de massa:

$$\vec{v}_{cm} = \frac{m_1 \cdot \overrightarrow{v_1} + m_2 \cdot \overrightarrow{v_2} + \cdots + m_n \cdot \overrightarrow{v_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

Novamente, podemos derivar em relação ao tempo.

$$\frac{\Delta \vec{v}_{cm}}{\Delta t} = \frac{m_1 \cdot \frac{\Delta \overrightarrow{v_1}}{\Delta t} + m_2 \cdot \frac{\Delta \overrightarrow{v_2}}{\Delta t} + \cdots + m_n \cdot \frac{\Delta \overrightarrow{v_n}}{\Delta t}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

$$a_{cm} = \frac{m_1 \cdot \overrightarrow{a_1} + m_2 \cdot \overrightarrow{a_2} + \cdots + m_n \cdot \overrightarrow{a_n}}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

A soma $m_1 \cdot \overrightarrow{a_1} + m_2 \cdot \overrightarrow{a_2} + \cdots + m_n \cdot \overrightarrow{a_n}$ é a resultante de forças externas sobre o sistema de partículas.

$$\vec{F}_{ext} = m_1 \cdot \overrightarrow{a_1} + m_2 \cdot \overrightarrow{a_2} + \cdots + m_n \cdot \overrightarrow{a_n}$$

Assim, podemos encontrar outra expressão muito importante.

$$\boxed{a_{cm} = \frac{\vec{F}_{ext}}{M}}$$

A segunda lei de Newton é um caso particular do movimento do centro de massa de um sistema de partículas. Quando não há variação de massa (massa é constante no tempo), o movimento do centro de massa de um sistema de partículas é a própria formulação da segunda lei de Newton.

1.6 Conservação do momento linear

Estudamos as considerações cinemáticas da movimentação do centro de massa. No final do tópico anterior, tecemos algumas considerações dinâmicas para o movimento de um sistema de partículas.

Agora, considere um sistema de partículas de massa total M que não está submetido a nenhuma força externa ($\vec{F}_{ext} = \vec{0}$). A aceleração do centro de massa é dada por:

$$a_{cm} = \frac{\vec{F}_{ext}}{M} = 0$$

Como a força externa é nula, a aceleração do centro de massa também é nula.

$$a_{cm} = 0$$

Desta maneira, a velocidade do centro de massa é constante. Utilizando a expressão do momento total,

$$\vec{v}_{cm} = \frac{\overrightarrow{P_{total}}}{M}$$

percebemos que o momento total também se mantém constante. Desta maneira, não há variação do momento. Portanto, o momento linear é conservado.

A sequência de raciocínios acima é de grande utilidade para toda a física. A conservação, ou não, do momento permeia muitos problemas cobrados nos vestibulares, dos mais básicos até os mais complicados.

A sequência abaixo será de grande valia para raciocinarmos de forma rápida se o momento é, ou não, conservado.

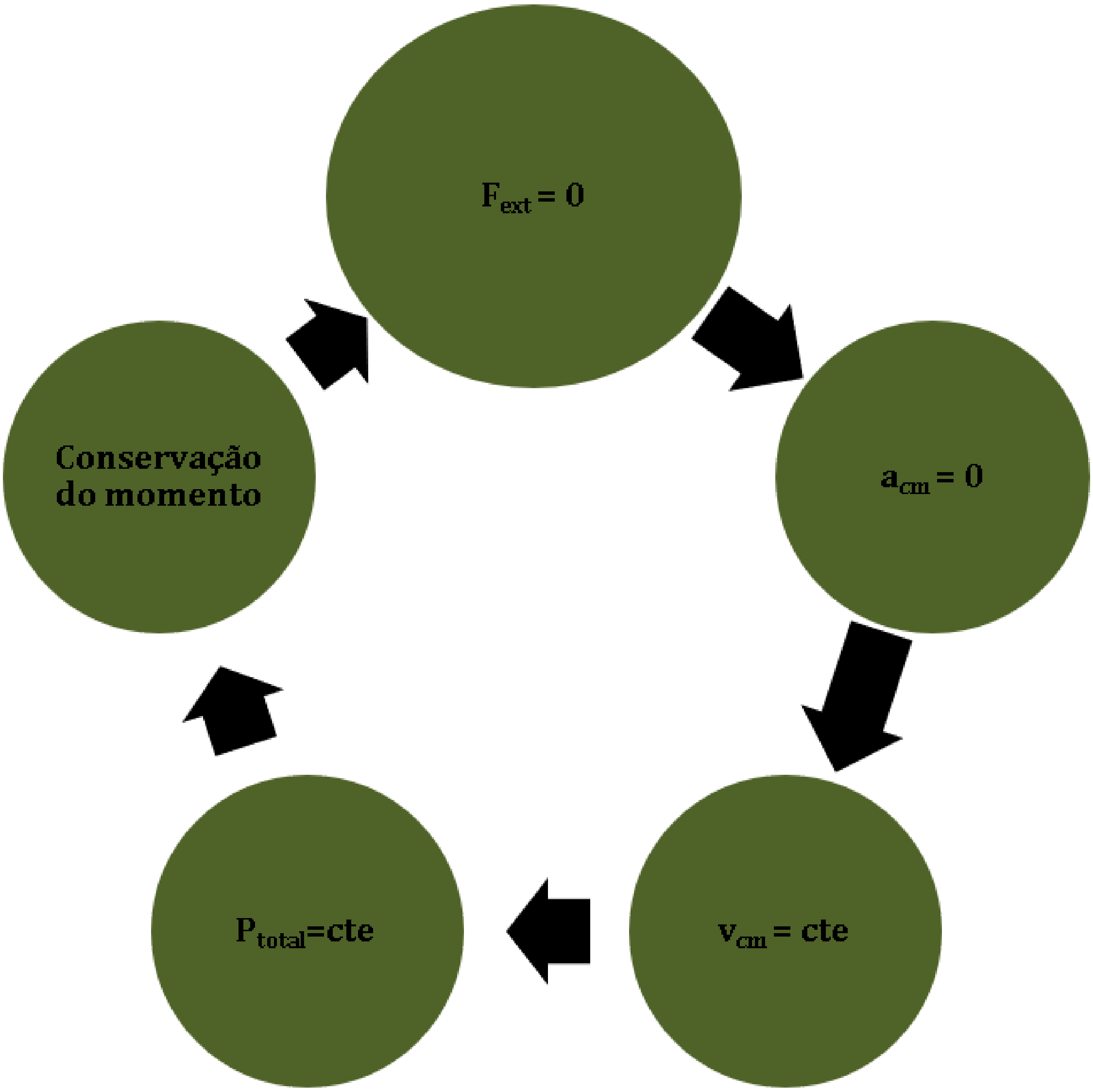
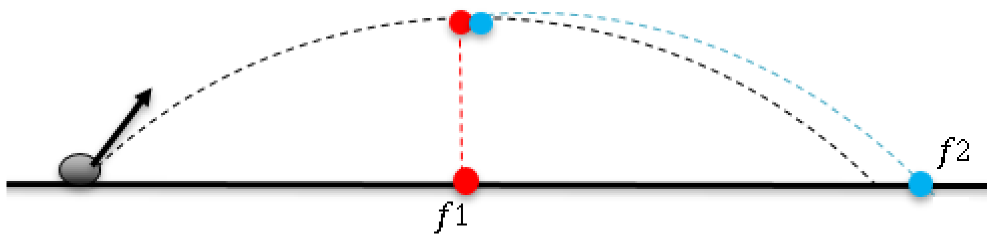


Figura 9: Esquematização da conservação do momento.

Exemplo 5: Um projétil é lançado obliquamente com 100 m/s com um ângulo fazendo 37° com a horizontal. No ponto mais alto da trajetória, o projétil explode e se divide em duas partes de massas na razão 1:3. A massa mais leve, após a explosão, fica em repouso. Encontre a distância final do fragmento mais pesado.

Comentários:

Após o lançamento oblíquo, não forças externas sobre sistema. As forças internas ao sistema não afetam o movimento do centro de massa, como vimos anteriormente. A posição do centro de massa do sistema é a posição final que o projétil atingiria o solo no lançamento (é o ponto de alcance).



$$x_{cm} = \frac{v^2 sen2\alpha}{g} = \frac{100^2 \cdot 2sen37° \cdot cos37°}{10}$$

$$x_{cm} = \frac{100^2 \cdot 2 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8}{10} = 960\ m$$

O fragmento $f1$, após a explosão, cai em queda livre e, portanto, sua posição final é $480\ m$. Para encontrar a posição do fragmento $f2$, devemos conservar a posição do centro em $x = 960\ m$.

$$x_{cm} = 960 = \frac{m \cdot 480 + 3m \cdot x}{m + 3m}$$

$$\boxed{x = 1120\ m}$$

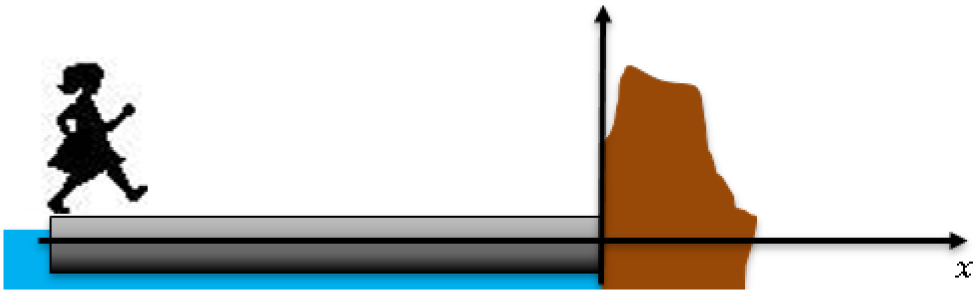
Exemplo 6. Uma prancha de comprimento L e massa M está flutuando na superfície de um rio. Uma das extremidades da prancha está encostada em uma rocha. Na outra extremidade, há uma menina de massa m. A menina vai até a outra extremidade da prancha. Determine o afastamento da prancha em relação à rocha.

Comentários:

Não há forças externas atuando no sistema (prancha + menina). Desta maneira, há conservação da quantidade de movimento.

Faremos a situação final e a situação inicial do problema:

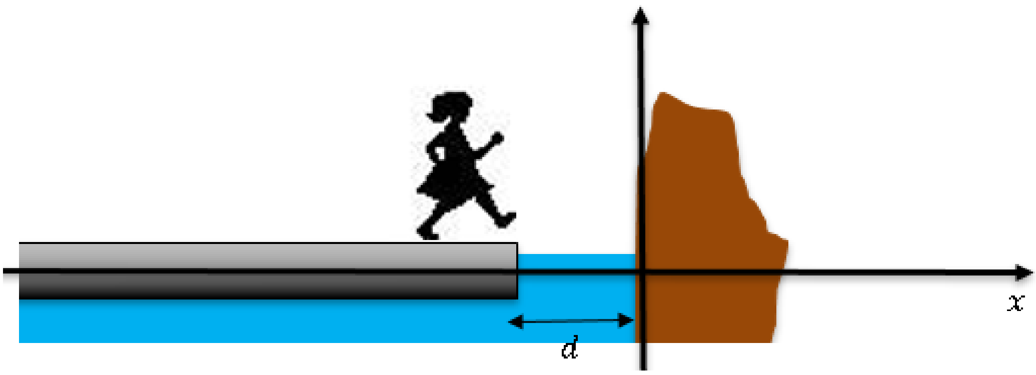
(I) Situação inicial



A posição do centro de massa, em relação ao eixo x, é dado por:

$$x_{cm} = -\frac{m \cdot L + M \cdot \frac{L}{2}}{m + M}$$

(II) Situação final



A nova posição do centro de massa, em relação ao eixo x, é dado por:

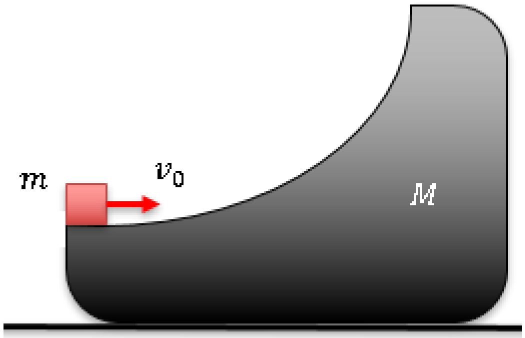
$$x_{cm} = -\frac{m \cdot d + M \cdot \left(\frac{L}{2} + d\right)}{m + M}$$

Da conservação do centro de massa:

$$\frac{m \cdot d + M \cdot \left(\frac{L}{2} + d\right)}{m + M} = \frac{m \cdot L + M \cdot \frac{L}{2}}{m + M}$$

$$\boxed{d = \frac{m \cdot L}{M + m}}$$

Exemplo 7: Uma cunha de massa M está em repouso sobre um solo horizontal liso. Um bloco de massa m é lançado na parte mais baixa desta cunha com velocidade v_0. Determine a velocidade do bloco, quando a altura atingida pelo bloco é a máxima.



Comentários:

Como o solo é horizontal e liso, não forças externas horizontais sobre o sistema bloco +cunha. Na vertical há a força normal do solo e, portanto, não há conservação do momento linear na vertical.

Conservação do momento na horizontal:

$$m \cdot v_0 = m \cdot u_x + M \cdot V$$

$$V = m \cdot \frac{v_0 - u_x}{M} \qquad (I)$$

Ele atinge altura máxima quando a velocidade vertical é nula.

Conservação da energia:

$$m \cdot \frac{(u_x)^2}{2} + \frac{MV^2}{2} + mgh = m \cdot \frac{v_0^2}{2} \qquad (II)$$

Substituindo (I) e (II):

$$m \cdot \frac{(u_x)^2}{2} + \frac{M\left(m \cdot \frac{v_0 - u_x}{M}\right)^2}{2} + mgh = m \cdot \frac{v_0^2}{2}$$

$$u_x^2 \cdot \left(1 + \frac{m}{M}\right) - \frac{2v_0 m}{M} \cdot u_x + v_0^2 \cdot \left(\frac{m}{M} - 1\right) = -2gh$$

Maximizando em função de u_x:

$$\frac{dh}{du_x} = 0$$

$$u_x = \frac{m \cdot v_0}{m + M}$$

Perceba que a altura máxima é no instante em que a cunha e o bloco têm a mesmo velocidade horizontal em relação à terra. 😊

2. Impulso

2.1 Impulso

Considere um corpo que está sofrendo a ação de uma força $\vec{F}$, não necessariamente constante, por um determinado período de tempo. Esse corpo está sofrendo um impulso.

***Impulso** – é uma grandeza vetorial definida pelo produto entre a força média e o intervalo de tempo de ação dessa força.*

Matemática, para uma força qualquer, temos:

$$\boxed{\vec{I} = \sum_{t0}^{tf} F_{ext} \cdot dt}$$

Como vimos anteriormente, da segunda lei de Newton:

$$F_{ext} = m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\vec{I} = \sum_{t0}^{tf} m \cdot \frac{\Delta v}{\Delta t} \cdot \Delta t$$

$$\vec{I} = \sum_{v0}^{vf} m \cdot \Delta v$$

$$\vec{I} = m\vec{v_f} - m\vec{v_0}$$

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{P}}$$

"O impulso da força resultante é igual a variação do momento linear total do sistema."

É importante salientar que o impulso é equivalente à variação da quantidade de movimento apenas para a força externa resultante sobre o sistema. Não podemos associar uma força que não é resultante com a variação da quantidade de movimento de um sistema de partículas!

2.1.1 Gráfico

O impulso pode ser determinado através da área sob o gráfico força *versus* tempo.

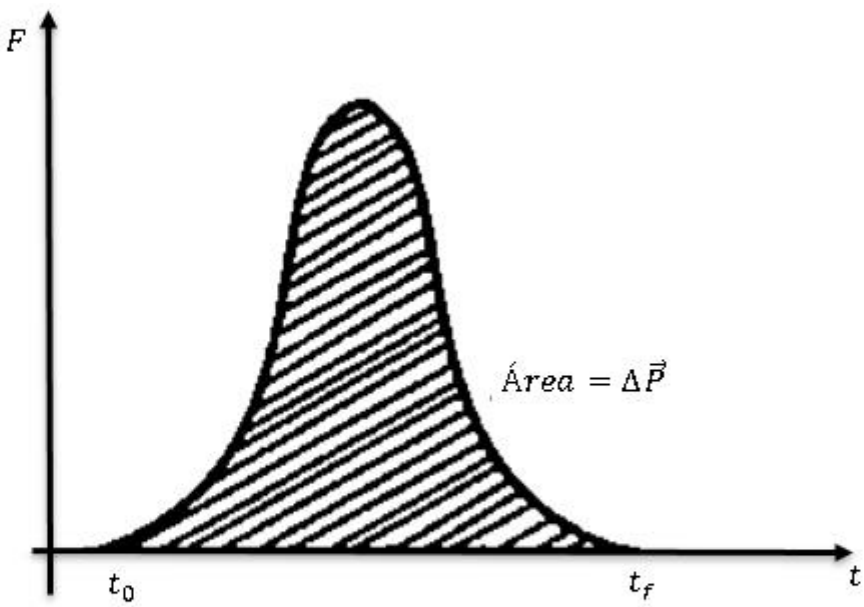


Figura 10: Gráfico da força versus tempo

2.1.2 Propriedade imediatas do impulso

- O impulso é uma grandeza vetorial.
- A dimensional do impulso é dada por MLT^{-1}.

- No sistema internacional a unidade é $kg \cdot m \cdot s^{-1}$
- A direção do impulso é a mesma do momento linear.
- O impulso não é uma propriedade do corpo. Ele é uma medida da variação das forças externas.

2.2 Forças impulsivas

Neste tópico, iremos discutir se uma força causa, ou não, impulso sobre um corpo. Forças que não são impulsivas não provocam variação da quantidade de movimento do sistema e, portanto, não modificam as propriedades cinemáticas do centro de massa.

Podemos afirmar categoricamente que:

- Força gravitacional e força elástica nunca serão impulsivas.
- Força normal, força de tração e força de atrito variam caso a caso.
- Uma força impulsiva só pode ser equilibrada por outra força impulsiva.

A seguir, mostrarei as situações em que força normal, a força de atrito e a força de tração são impulsivas.

2.2.1 Força normal impulsiva

Em casos de colisão, as forças normais entre as superfícies serão sempre impulsivas.

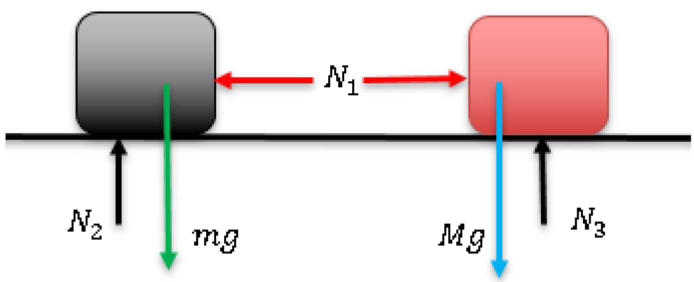


Figura 11: Choque entre os corpos de massas m e M

- A força N_1 é impulsiva.
- As forças N_2 e N_3 não são impulsivas.

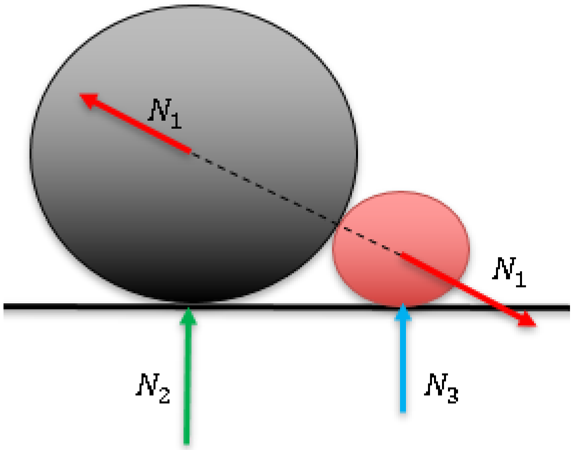


Figura 12: Choque bidimensional entre duas esferas

- A força N_1 é impulsiva.
- As forças N_2 e N_3 não são impulsivas.

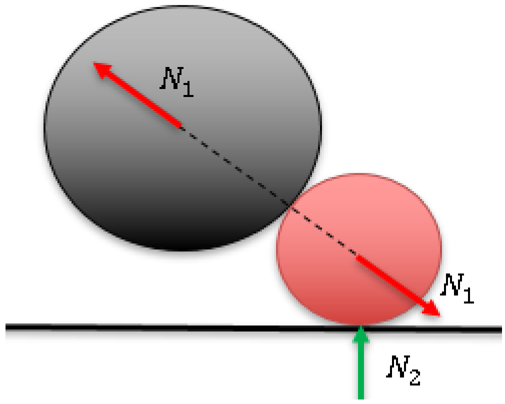


Figura 13: Colisão bidimensional entre as esferas e unidimensional entre a esfera menor e o solo

- As forças N_1 e N_2 são impulsivas.

2.2.2 Força de atrito impulsiva

Se a força normal entre as superfícies em que há atrito é impulsiva, então a força de atrito também será impulsiva.

2.2.3 Força de tração impulsiva

Quando uma corda se move (em qualquer direção), uma tração de mesmo modulo e de sentido oposto atua imediatamente em cada extremidade. Consequentemente, impulsos iguais e opostos atuam nos corpos presos à corda na direção da corda. Existem dois casos a serem considerados.

- **Uma das extremidades da corda está fixa**

O impulso que atua na extremidade fixa da corda não pode alterar o momento do objeto fixo. O objeto anexado à extremidade livre, no entanto, sofrerá uma mudança de momento na direção da corda. O momento permanece inalterado em uma direção perpendicular à corda, em que nenhuma força impulsiva atua.

- **Ambas as extremidades da corda estão presas a objetos móveis**

Nesse caso, impulsos iguais e opostos atuam nos dois objetos, produzindo mudanças iguais e opostas no momento. O momento total do sistema, portanto, permanece constante, embora o momento de cada objeto individual seja alterado na direção da corda. No entanto, nenhum impulso atua perpendicularmente à corda e o momento de cada partícula nessa direção permanece inalterado.

A figura abaixo sintetiza todas as situações mostradas.

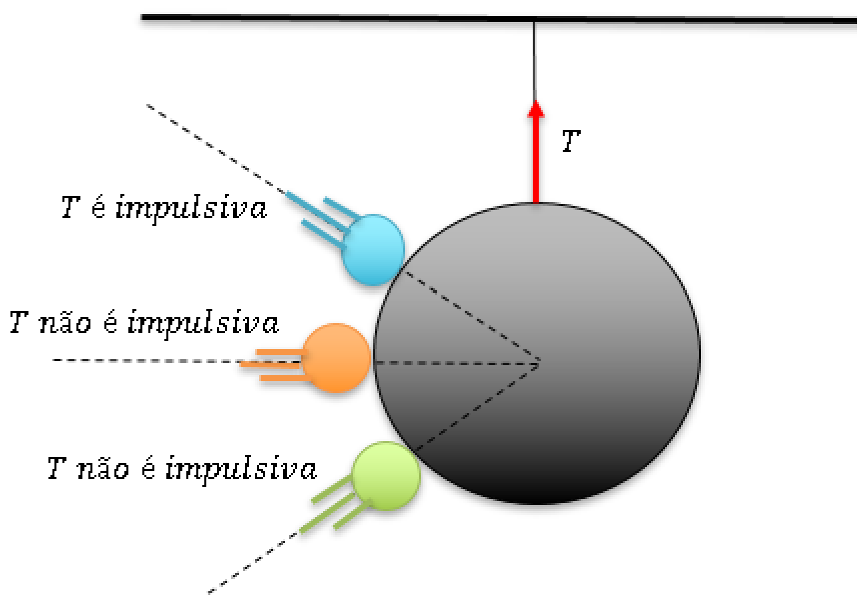
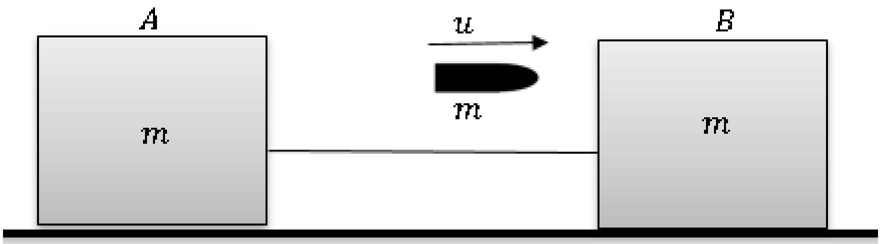


Figura 14: Diferentes colisões e impulso da força de tração

Exemplo 8. Dois blocos idênticos A e B estão conectados por uma corda de massa desprezível. Os blocos estão sobre um solo horizontal liso. Uma bala, de mesma massa que os blocos, se movendo com velocidade u atinge o bloco B. Após a colisão a bala fica no interior do bloco B. Determine:



a) A velocidade de A, B e da bala, após a colisão.

b) O impulso em A, devido a corda.

c) O impulso na bala, devido a força normal da colisão.

d) O impulso em B, devido a força normal da colisão.

Comentários:

a) Conservação do momento linear

$$m \cdot v + v(m + m) = m \cdot u$$

$$\boxed{v_A = v_B = v_{bala} = v = \frac{u}{3}}$$

b)

$$\sum T \cdot \Delta t = \frac{mu}{3}$$

$$\boxed{I = \frac{mu}{3}}$$

c)

$$\sum N \cdot \Delta t = m\left(\frac{u}{3} - u\right) = -\frac{2mu}{3}$$

$$\boxed{I = -\frac{2mu}{3}}$$

d)

$$\sum(N-T)\cdot\Delta t=\sum N\cdot\Delta t-\sum T\cdot\Delta t=\frac{mu}{3}$$

$$\sum N\cdot\Delta t-\frac{mu}{3}=\frac{mu}{3}$$

$$\sum N\cdot\Delta t=\frac{2mu}{3}$$

$$\boxed{I=-\frac{2mu}{3}}$$

Note que não precisamos usar os conceitos de somatório. Utilizamos a variação da quantidade de movimento como estratégia. 😊

3 – Choques mecânicos

Os choques mecânicos são interações de contato entre dois corpos que se colidem. Considere dois corpos de massas M e m que se aproximam com velocidades V e v, respectivamente.

Figura 15: Corpos se aproximando.

Esses corpos irão se chocar. Há três tipos de choque: elástico, parcialmente elástico e inelástico. No próximo tópico, iremos estudar esses três tipos de choque 😊. Agora, veremos os princípios válidos para qualquer tipo de choque. Considere o estudo a partir do momento do choque.

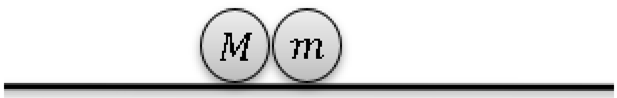


Figura 16: Corpos se chocando.

Nos primeiros instantes do choque, os corpos irão se deformar. Essa fase é chamada de **fase de deformação.** Cada corpo efetua uma força impulsiva sobre o outro corpo.

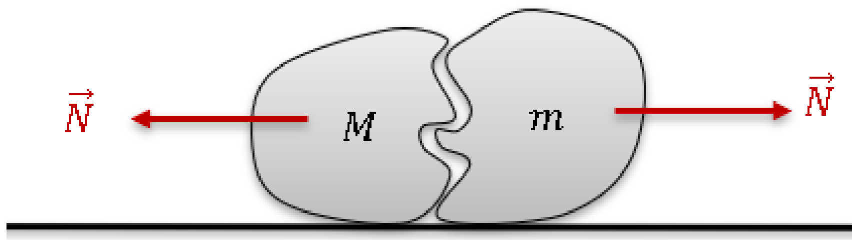


Figura 17: Deformação dos corpos.

Após o choque e a fase de deformação, os corpo voltam a se movimentar. O sentido da movimentação depende exclusivamente das massas (m e M) e das velocidades (V e v). Entretanto, sabemos que os impulsos das forças normais apresentam sentidos opostos (as forças normais em cada corpo apresentam sentidos opostos). Os corpos voltam a se movimentar com velocidades desconhecidas. Da fase de deformação até a volta ao movimento, chamaremos de **fase de recuperação.**

Figura 18: Corpos voltando a se movimentar.

Agora, veremos o impulso sobre cada corpo. Lembre-se que o impulso da força resultante é igual a variação da quantidade de movimento. Trabalharemos com o vetores velocidade. O sentido está embutido nos vetores.

- **Impulso sobre o corpo M:**

$$\vec{N} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = M \cdot \vec{V'} - M \cdot \vec{V}$$

- **Impulso sobre o corpo m:**

$$-\vec{N} \cdot \Delta t = \Delta \vec{p} = m \cdot \vec{v'} - m \cdot \vec{v}$$

Usando as duas equações de impulso, podemos iguala-las:

$$M \cdot \vec{V'} - M \cdot \vec{V} = -(m \cdot \vec{v'} - m \cdot \vec{v})$$

$$M \cdot \vec{V'} + m \cdot \vec{v'} = M \cdot \vec{V} + m \cdot \vec{v}$$

$$\boxed{\vec{p}_{sistema-depois} = \vec{p}_{sistema-antes}}$$

Chegamos em uma conclusão muito forte:

"Em qualquer choque mecânico, há conservação da quantidade de movimento do sistema."

3.1 – Coeficiente de restituição

Nos choques mecânicos, podemos definir uma grandeza chamada coeficiente de restituição. O coeficiente de restituição é dado pela razão:

$$e = \frac{I_{restaurador}}{I_{deformador}}$$

Em termos das velocidades dos corpos:

$$\boxed{e = \frac{\vec{V}' - \vec{v}'}{\vec{v} - \vec{V}}}$$

Como já visto, temos três choque: elásticos, parcialmente elásticos, inelásticos. Faremos uma tabela para diferenciar cada tipo de choque e associaremos os coeficientes de restituição.

Choque	Há conservação da quantidade de movimento?	Há conservação da energia cinética?	Observação:	Coeficiente de restituição
Elástica	Sim	Sim	Após o choque, os corpos se movimentam separados.	$e = 1$
Parcialmente elástica	Sim	Não	Após o choque, os corpos se movimentam separados.	$0 < e < 1$
Inelástica	Sim	Não	Após o choque, os corpos se movimentam unidos. É o famoso choque “bate-gruda”.	$e = 0$

Exemplo 9: Considere dois corpos de massas $M = 2\,kg$ e $m = 1\,kg$, se aproximando com velocidades $V = 3\,m/s$ e $v = 2\,m/s$. Os corpos se colidem elasticamente. Determine as velocidades finais dos corpos.

Comentário.

Após os choques, temos:

Primeiramente, consideraremos a conservação da quantidade de movimento:

$$M \cdot \overrightarrow{V'} + m \cdot \overrightarrow{v'} = M \cdot \vec{V} + m \cdot \vec{v}$$

$$2 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) = 2 \cdot \vec{V} + 1 \cdot \vec{v}$$

$$2 \cdot \vec{V} + \vec{v} = 4 \quad (Eq\ 1)$$

Como o choque é elástico, o coeficiente de restituição vale $e = 1$.

$$e = \frac{\vec{V}' - \vec{v}'}{\vec{v} - \vec{V}}$$

$$1 = \frac{\vec{V}' - \vec{v}'}{(-2) - (3)}$$

$$\vec{V}' - \vec{v}' = -5 \quad (Eq\ \ 2)$$

Usando as duas equações, temos:

$$\boxed{V' = -\frac{1}{3} m/s} \quad e \quad \boxed{v' = \frac{14}{3}\ m/s}$$

Essa aula deve ter sido muito cansativa! Os tópicos abordados são muito densos e possuem muitas nuances. Se você está com dúvida em algum tópico, releia novamente antes de partir para os exercícios. Lembre-se sempre, a perseverança é a chave para o sucesso. Falta pouco para acabar, restam apenas mais alguns exercícios para que você esteja pronto para acertar qualquer questão de Centro de massa e quantidade de movimento.

Antes de começar os exercícios, respire um pouco, tome um belo café e volte com energia total! 😊

Lista de Questões

1. (EEAR 2013)

Um soldado de massa igual a 60 kg está pendurado em uma corda. Por estar imóvel, ele é atingido por um projétil de 50 g disparado por um rifle. Até o instante do impacto, esse projétil possuía velocidade de módulo igual a 400 m/s e trajetória horizontal. O módulo da velocidade do soldado, logo após ser atingido pelo projétil é aproximadamente ____ m/s.

Considere

1-a colisão perfeitamente inelástica,

2-o projétil e o soldado um sistema isolado, e

3-que o projétil ficou alojado no colete de proteção utilizado pelo soldado e, portanto, o mesmo continuou vivo e dependurado na corda após ser atingido.

a) 0,15

b) 1,50

c) 0,33

d) 3

2. (EEAR 2010)

Um soldado lança verticalmente para cima uma granada que é detonada ao atingir a altura máxima. Considerando que a granada, após a explosão seja um sistema isolado, pode-se afirmar que

a) os fragmentos da granada movem-se todos na vertical.

b) os fragmentos da granada movem-se todos na horizontal.

c) a soma vetorial da quantidade de movimento de todos os fragmentos da granada é diferente de zero.

d) a soma vetorial da quantidade de movimento de todos os fragmentos da granada é igual a zero.

3. (ESPCEX 2018)

Dois fios inextensíveis, paralelos, idênticos e de massas desprezíveis suspendem um bloco regular de massa 10 kg formando um pêndulo vertical balístico, inicialmente em repouso. Um projetil de massa igual a 100 g, com velocidade horizontal, penetra e se aloja no bloco e, devido ao choque, o conjunto se eleva a uma altura de 80 cm, conforme figura abaixo. Considere que os fios permaneçam sempre paralelos. A velocidade do projetil imediatamente antes de entrar no bloco é

Dados: despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s2.

a) 224 m/s.

b) 320 m/s.

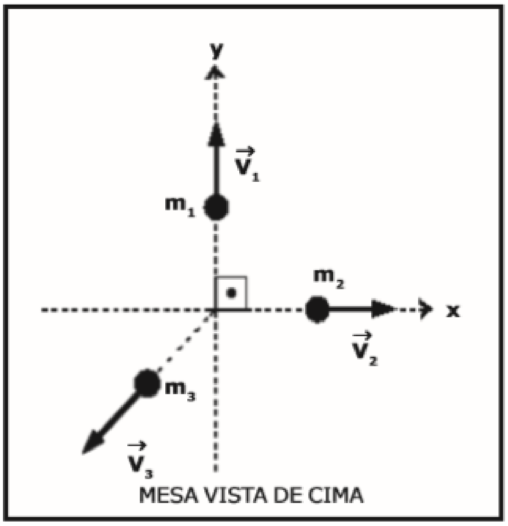
c) 370 m/s.

d) 380 m/s.

e) 404 m/s.

4. (ESPCEX 2017)

Uma granada de mão, inicialmente em repouso, explode sobre uma mesa indestrutível, de superfície horizontal e sem atrito, e fragmenta-se em três pedaços de massas m_1, m_2 e m_3 que adquirem velocidades coplanares entre si e paralelas ao plano da mesa. Os valores das massas são $m_1 = m_2 = m$ e $m_3 = m/2$. Imediatamente após a explosão, as massas m_1 e m_2 adquirem as velocidades v_1 e v_2, respectivamente, cujos módulos são iguais a v, conforme o desenho abaixo. Desprezando todas as forças externas, o módulo da velocidade v_3, imediatamente após a explosão é:



$a)\ \frac{\sqrt{2}}{4}v$

$b)\ \frac{\sqrt{2}}{2}v$

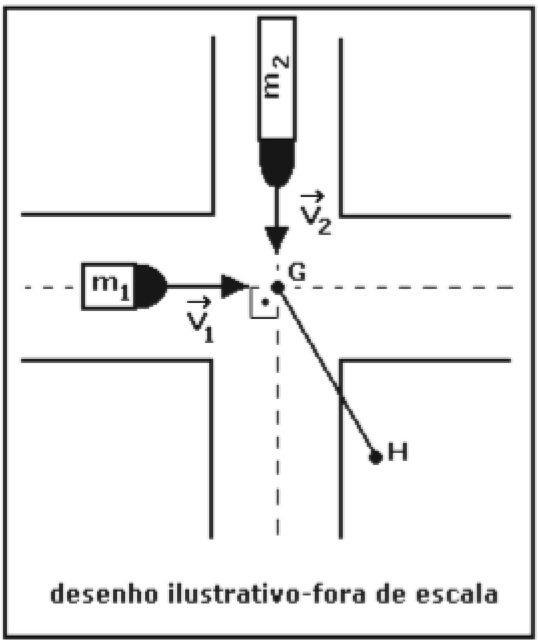
$c)\ \sqrt{2}v$

$d)\ \frac{3\sqrt{2}}{2}v$

$e)\ 2\sqrt{2}v$

5. (ESPCEX 2015)

Dois caminhões de massa m1 = 2,0 ton e m2 = 4,0 ton, com velocidades v1 = 30 m/s e v2 = 20 m/s, respectivamente, e trajetórias perpendiculares entre si, colidem em um cruzamento no ponto G e passam a se movimentar unidos até o ponto H, conforme a figura abaixo. Considerando o choque perfeitamente inelástico, o módulo da velocidade dos veículos imediatamente após a colisão é:



a) 30 km/h

b) 40 km/h

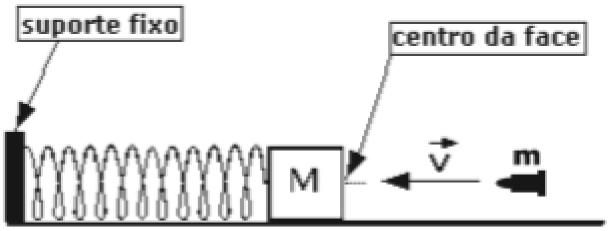
c) 60 km/h

d) 70 km/h

e) 75 km/h

6. (ESPCEX 2013)

Um bloco de massa M=180 g está sobre uma superfície horizontal sem atrito, e prende-se à extremidade de uma mola ideal de massa desprezível e constante elástica igual a $2 \cdot 10^3$ N/m. A outra extremidade da mola está presa a um suporte fixo, conforme mostra o desenho. Inicialmente o bloco se encontra em repouso e a mola no seu comprimento natural, isto é, sem deformação. Um projétil de massa m=20 g é disparado horizontalmente contra o bloco, que é de fácil penetração. Ele atinge o bloco no centro de sua face, com velocidade de v=200 m/s. Devido ao choque, o projétil aloja-se no interior do bloco. Desprezando a resistência do ar, a compressão máxima da mola é de:



desenho ilustrativo - fora de escala

a) 10,0 cm

b) 12,0 cm

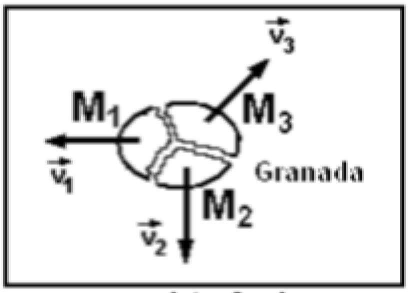
c) 15,0 cm

d) 20,0 cm

e) 30,0 cm

7. (ESPCEX 2009)

Uma granada de mão, inicialmente em repouso, explodiu sobre uma mesa, de superfície horizontal e sem atrito, e fragmentou-se em três pedaços de massas M1, M2 e M3 que adquiriram velocidades coplanares e paralelas ao plano da mesa, conforme representadas no desenho abaixo. Imediatamente após a explosão, a massa M1 = 100 g adquire uma velocidade v1= 30m/s e a massa M2 = 200g adquire uma velocidade v2 = 20 m/s, cuja direção é perpendicular à direção de v1. A massa M3 = 125g adquire uma velocidade inicial v3 igual a:



mesa vista de cima

Desenho Ilustrativo

a) 45 m/s

b) 40 m/s

c) 35 m/s

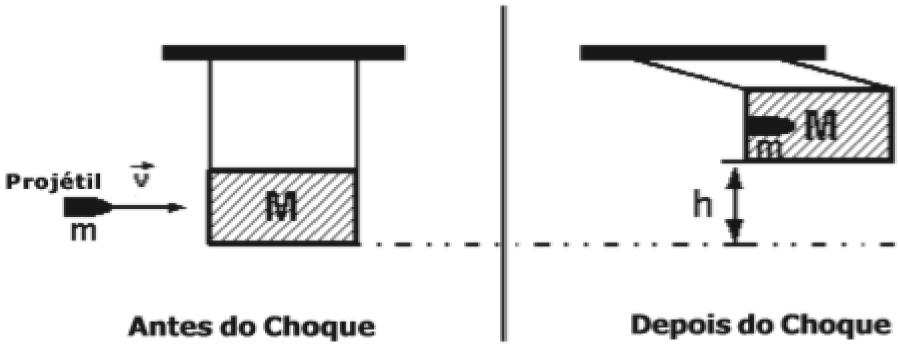
d) 30 m/s

e) 25 m/s

8. (ESPCEX 2008)

Na figura abaixo, um projétil de massa m = 10 g bate em um pêndulo balístico de massa M = 1 kg e se aloja dentro dele. Depois do choque, o conjunto atinge uma altura máxima h= 80 cm. Os fios que compõem o pêndulo são inextensíveis, têm massa desprezível, permanecem paralelos entre si e não sofrem qualquer tipo de torção. Considerando que a resistência do ar é desprezível e que a aceleração da gravidade é igual a 10 m/ , a intensidade da velocidade V com que o projétil atingiu o pêndulo vale

a) 4,4 m/s b) 17,6 m/s c) 244 m/s d) 404 m/s e) 1616 m/s



9. (ESPCEX 2004)

Um patinador desliza sobre uma pista de gelo com velocidade constante de módulo igual a 15 m/s e choca-se com uma patinadora de massa idêntica à sua e inicialmente em repouso. Sabendo que o choque foi unidimensional e perfeitamente inelástico, o módulo da velocidade com que o conjunto dos dois patinadores passa a se mover imediatamente após a colisão, em m/s, será de:

a) 15

b) 10

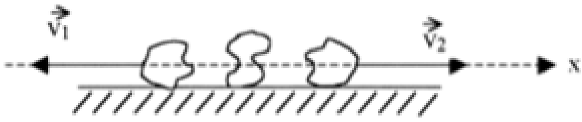
c) 7,5

d) 5,0

e) 2,5

10. (ESPCEX 2000)

Uma granada encontra-se em repouso num terreno plano e horizontal. Em um determinado instante, conforme a figura abaixo, ela explode em três fragmento: o primeiro de massa 2M sai com velocidade $\overrightarrow{v1}$, o segundo de massa 3M permanece em repouso e o terceiro de massa 5M sai com velocidade $\overrightarrow{v2}$ que é igual a:



a) $-2{,}5 \cdot \overrightarrow{v1}$

b) $-0{,}4 \cdot \overrightarrow{v1}$

c) $+0{,}4 \cdot \overrightarrow{v1}$

d) $+2{,}5 \cdot \overrightarrow{v1}$

e) $+10 \cdot \overrightarrow{v1}$

11. (UFRS-1998)

Uma variação na quantidade de movimento de um corpo, entre dois instantes, está necessariamente associada à presença de:

a) uma aceleração.

b) um trabalho mecânico.

c) uma trajetória circular.

d) uma colisão.

e) uma explosão.

12. (Fuvest-1992)

Uma pessoa dá um piparote (impulso) em uma moeda de 6 gramas que se encontra sobre uma mesa horizontal. A moeda desliza 0,40m em 0,5s, e para. Calcule: (Adote: g = 10 m/s²)

a) o valor da quantidade de movimento inicial da moeda;

b) o coeficiente de atrito dinâmico entre a moeda e a mesa

13. (Vunesp-1994)

Uma nave espacial de 1000 kg se movimenta, livre de quaisquer forças, com velocidade constante de 1m/s, em relação a um referencial inercial. Necessitando pará-la, o centro de controle decidiu acionar um dos motores auxiliares, que fornecerá uma força constante de 200N, na mesma direção, mas em sentido contrário ao do movimento. Esse motor deverá ser programado para funcionar durante:

a) 1s.

b) 2s.

c) 4s.

d) 5s.

e) 10s

14. (UFAC-1998)

Uma força constante de 25,0 N começa a atuar sobre uma partícula de massa 50 kg no momento em que ela se movimenta com velocidade de 2,0 m/s num plano horizontal liso. A força atua um tempo t, sempre na direção do movimento. A velocidade da partícula no instante em que a força cessa de atuar é de 5,0 m/s no sentido oposto ao inicial. O intervalo de tempo t no qual a força atuou foi:

a) 2,5 s

b) 3,0 s

c) 7,0 s

d) 14,0 s

e) 25,0 s

15.

Uma esfera se move sobre uma superfície horizontal sem atrito. Num dado instante, sua energia cinética vale 20J e sua quantidade de movimento tem módulo 20 N.s. Nestas condições, é correto afirmar que sua

a) velocidade vale 1,0 m/s.

b) velocidade vale 5,0 m/s.

c) velocidade vale 10 m/s.

d) velocidade vale 1 m/s

e) velocidade vale 2 m/s

16. (Unifesp-2005)

Uma esfera de massa 20 g atinge uma parede rígida com velocidade de 4,0 m/s e volta na mesma direção com velocidade de 3,0 m/s. O impulso da força exercida pela parede sobre a esfera, em N·s, é, em módulo, de:

a) 0,020.

b) 0,040.

c) 0,10.

d) 0,14.

e) 0,70.

17.

Uma ema pesa aproximadamente 360N e consegue desenvolver uma velocidade de 60km/h, o que lhe confere uma quantidade de movimento linear, em kg.m/s, de Dado: aceleração da gravidade = 10m/s2

a) 36.

b) 360.

c) 600.

d) 2160.

e) 3600.

18.

Uma bola de massa 0,50 kg foi chutada diretamente para o gol, chegando ao goleiro com velocidade de 40 m/s. Este consegue espalmá-la para a lateral e a bola deixa as mãos do goleiro com velocidade de 30 m/s, perpendicularmente à direção inicial de seu movimento. O impulso que o goleiro imprime à bola tem módulo, em unidades do Sistema Internacional:

a) 50

b) 25

c) 20

d) 15

e) 10

19. (UFPB-2002)

Um patinador de 60 kg de massa, partindo do repouso, imprime ao seu movimento, num trecho retilíneo de pista, uma aceleração constante de 4 m/s2 até atingir um momento linear de $1{,}2 \cdot 10^3$kg m/s, quando então, passa a realizar um movimento uniforme. Com base nestes dados, é correto afirmar que o patinador acelerou seu movimento durante um intervalo de tempo igual a:

a) 4 s

b) 5 s

c) 6 s

d) 10 s

e) 12 s

20.

Um goleiro segura, sem recuar, uma bola chutada a meia altura. A velocidade da bola, no momento em que ela chega ao goleiro, é de 72 km/h. Sabendo que o goleiro gasta 0,4 segundos nessa defesa e que a massa da bola é 0,5 kg, podemos deduzir que a força média exercida pelo goleiro sobre a bola durante a defesa é:

a) 8 N

b) 10 N

c) 16 N

d) 25 N

e) 40

21.

Um corpo de massa 8,0 kg move-se para sul com velocidade de 3,0 m/s e, após certo tempo, passa a mover-se para leste com velocidade de 4,0 m/s. A variação da quantidade de movimento do corpo nesse intervalo de tempo tem intensidade, em kg m/s, de

a) 12

b) 24

c) 32

d) 40

e) 56

22. (UEL-1996)

Um corpo de massa 2,0kg move-se com velocidade constante de 10m/s quando recebe um impulso, em sentido oposto, de intensidade 40N.s. Após a ação do impulso o corpo passa a se mover com velocidade de:

a) 0,5 m/s, no sentido oposto do inicial.

b) 0,5 m/s, no mesmo sentido inicial.

c) 5,0 m/s, no sentido oposto do inicial.

d) 10 m/s, no mesmo sentido inicial.

e) 10 m/s, no sentido oposto do inicial.

23. (Unaerp-1996)

Um caminhão, um carro pequeno e uma moto percorrem uma trajetória retilínea. Os três têm a mesma velocidade constante, suponha o atrito desprezível. Em um certo instante, inicia-se uma descida bem íngreme. Todos os veículos resolvem economizar combustível e descem na banguela. Podemos afirmar que:

a) a quantidade de movimento dos três permanece igual até o término da descida, pois eles não têm aceleração.

b) a aceleração do caminhão é maior, por isso sua quantidade de movimento é maior.

c) o carro e a moto têm velocidade menor, mas têm a mesma quantidade de movimento.

d) a velocidade inicial dos três é a mesma, mas as quantidades de movimento são diferentes.

e) a aceleração, em ordem decrescente, é: moto, carro caminhão.

24. (ITA-2005)

Um automóvel pára quase que instantaneamente ao bater frontalmente numa árvore. A proteção oferecida pelo air-bag, comparativamente ao carro que dele não dispõe, advém do fato de que a transferência para o carro de parte do momentum do motorista se dá em condição de:

a) menor força em maior período de tempo.

b) menor velocidade, com mesma aceleração.

c) menor energia, numa distância menor.

d) menor velocidade e maior desaceleração.

e) mesmo tempo, com força menor

25.

Se os módulos das quantidades de movimento de movimento de dois corpos são iguais, necessariamente eles possuem:

a) mesma energia cinética.

b) velocidade de mesmo módulo.

c) módulos das velocidades proporcionais às suas massas.

d) mesma massa e velocidades de mesmo módulo.

e) módulos das velocidades inversamente proporcionais às suas massas.

26.

Num certo instante, um corpo em movimento tem energia cinética de 100 joules, enquanto o módulo de sua quantidade de movimento é 40kg m/s. A massa do corpo, em kg, é

a) 5,0

b) 8,0

c) 10

d) 16

e) 20

27.

As grandezas físicas A e B são medidas, respectivamente, em newtons (N) e em segundos (s). Uma terceira grandeza C, definida pelo produto de A por B, tem dimensão de:

a) aceleração.

b) força.

c) trabalho de uma força.

d) momento de força.

e) impulso de uma força.

28.

Duas bolas de massas m1 e m2 são largadas do topo de um prédio e se chocam com o solo mas de forma parcialmente elástica. Se m1 > m2, então o que podemos afirmar em relação a altura atingida pelas duas bolas?

a) Ambas atingem a mesma altura

b) A bola 1 atingi uma altura maior que a bola 2

c) A bola 2 atingi uma altura maior que a bola 1

d) Não existem dados suficientes para responder a questão

29.

Num determinado filme de ação uma viatura corre atrás de um carro fugitivo que se encontra numa velocidade V_C duas vezes maior que os policiais. No entanto, um dos pneus do carro foragido fura e isso reduz sua velocidade em 80%. Assim sendo, a viatura continua a perseguição até efetuar a prisão do bandido, que só ocorre quando os carros se chocam e permanecem como um só se movendo a V m/s. Sabendo que os dois carros possuem a mesma massa, quanto vale V?

a) 0,65 V_C

b) 0,35 V_C

c) 0,15 V_C

d) -0,15 V_C

e) 0,25 V_C

30.

Uma esfera de massa m é lançada do solo verticalmente para cima, com velocidade inicial V, em módulo, e atinge o solo 1 s depois. Desprezando todos os atritos, a variação no momento linear entre o instante do lançamento e o instante imediatamente antes do retorno ao solo é, em módulo,

a) 2mV.

b) mV.

c) $mV^2/2$.

d) mV/2.

Gabarito

1. C
2. D
3. E
4. E
5. C
6. D
7. B
8. D
9. C
10. B
11. A
12. a) 0,0096 b) 0,32
13. D
14. D
15. E
16. D
17. C
18. B
19. B
20. D
21. D
22. E
23. D
24. A
25. E
26. B
27. E
28. A
29. B
30. A

Lista de Questões Resolvidas e Comentadas

1. (EEAR 2013)

Um soldado de massa igual a 60 kg está pendurado em uma corda. Por estar imóvel, ele é atingido por um projétil de 50 g disparado por um rifle. Até o instante do impacto, esse projétil possuía velocidade de módulo igual a 400 m/s e trajetória horizontal. O módulo da velocidade do soldado, logo após ser atingido pelo projétil é aproximadamente ____ m/s.

Considere

1-a colisão perfeitamente inelástica,

2-o projétil e o soldado um sistema isolado, e

3-que o projétil ficou alojado no colete de proteção utilizado pelo soldado e, portanto, o mesmo continuou vivo e dependurado na corda após ser atingido.

a) 0,15

b) 1,50

c) 0,33

d) 3

Comentários:

Após a colisão, o projetil e o soldado se movem juntos. Essa é uma característica das colisões inelásticas.

Conservação a quantidade de movimento temos:

$$mv = (m + M)V$$

$$0{,}05 \cdot 400 = (0{,}05 + 60) \cdot V$$

$$V = \frac{20}{60{,}05}$$

$$\boxed{V = 0{,}33\ m/s}$$

Gabarito: C

---

2. (EEAR 2010)

Um soldado lança verticalmente para cima uma granada que é detonada ao atingir a altura máxima. Considerando que a granada, após a explosão seja um sistema isolado, pode-se afirmar que

a) os fragmentos da granada movem-se todos na vertical.

b) os fragmentos da granada movem-se todos na horizontal.

c) a soma vetorial da quantidade de movimento de todos os fragmentos da granada é diferente de zero.

d) a soma vetorial da quantidade de movimento de todos os fragmentos da granada é igual a zero.

Comentário:

Como só há forças internas ao sistema, podemos aplicar o diagrama de conservação da quantidade de movimento. Desta maneira, a quantidade de movimento é conservada e, portanto, a alternativa correta é a alternativa D.

Gabarito: D

---

3. (ESPCEX 2018)

Dois fios inextensíveis, paralelos, idênticos e de massas desprezíveis suspendem um bloco regular de massa 10 kg formando um pêndulo vertical balístico, inicialmente em repouso. Um projetil de massa igual a 100 g, com velocidade horizontal, penetra e se aloja no bloco e, devido ao choque, o conjunto se eleva a uma altura de 80 cm, conforme figura abaixo. Considere que os fios permaneçam sempre paralelos. A velocidade do projetil imediatamente antes de entrar no bloco é

Dados: despreze a resistência do ar e considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s2.

a) 224 m/s.

b) 320 m/s.

c) 370 m/s.

d) 380 m/s.

e) 404 m/s.

Comentário:

Primeiramente, teremos a colisão inelástica entre o projétil e o pendulo balístico. Na colisão há a conservação da quantidade de movimento.

$$mv = (m + M)V$$

$$V = \frac{m \cdot v}{m + M}$$

A velocidade acima é a velocidade do pêndulo+projétil após a colisão. O pendulo começa seu movimento ascendente, perdendo energia cinética e ganhando energia potencial. No ponto desejado, temos:

$$(m + M) \cdot g \cdot h = \frac{(M + m)V^2}{2}$$

$$g \cdot h = \frac{V^2}{2}$$

$$2 \cdot g \cdot h = V^2$$

$$2 \cdot g \cdot h = \left(\frac{m \cdot v}{m + M}\right)^2$$

Substituindo, temos:

$$2 \cdot 10 \cdot 0{,}8 = \left(\frac{0{,}1 \cdot v}{10{,}1}\right)^2$$

$$\frac{0{,}1 \cdot v}{10{,}1} = 4$$

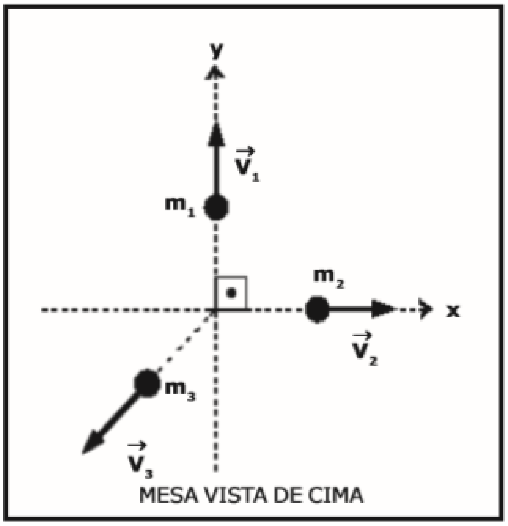
$$\boxed{v = 404\ m/s}$$

Gabarito: E

---

4. (ESPCEX 2017)

Uma granada de mão, inicialmente em repouso, explode sobre uma mesa indestrutível, de superfície horizontal e sem atrito, e fragmenta-se em três pedaços de massas m_1, m_2 e m_3 que adquirem velocidades coplanares entre si e paralelas ao plano da mesa. Os valores das massas são $m_1 = m_2 = m$ e $m_3 = m/2$. Imediatamente após a explosão, as massas m_1 e m_2 adquirem as velocidades v_1 e v_2, respectivamente, cujos módulos são iguais a v, conforme o desenho abaixo. Desprezando todas as forças externas, o módulo da velocidade v_3, imediatamente após a explosão é:



$a)\ \frac{\sqrt{2}}{4}v$

$b)\ \frac{\sqrt{2}}{2}v$

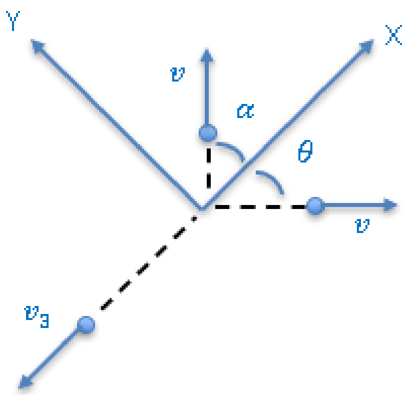
$c)\ \sqrt{2}v$

$d)\ \frac{3\sqrt{2}}{2}v$

$e)\ 2\sqrt{2}v$

Comentário:

Estabelecendo o seguinte par de eixos para facilitar a resolução da questão e sendo α e θ respectivamente os ângulos entre as velocidades de m_1 e m_2 e o eixo x :



Como não houve nenhuma força externa no sistema, podemos conservar a quantidade de movimento, que antes era nula.

Temos as seguintes equações de conservação da quantidade de movimento nos eixos x e y:

$$Eixo\ y: \quad m_1 v_1\, sen\alpha = \cancel{m_2 v_2 sen}\theta \qquad\qquad mv\, sen\alpha = mv\, sen\theta$$

Logo como tanto α como θ são ângulo agudos, chegamos que α = θ = 45º, já que α + θ = 90º.

$$Eixo\ x: \quad m_3 v_3 = m_1 v_1 cos\alpha + m_2 v_2 coss\theta$$

$$\frac{m}{2} v_3 = mv\frac{\sqrt{2}}{2} + mv\frac{\sqrt{2}}{2}$$

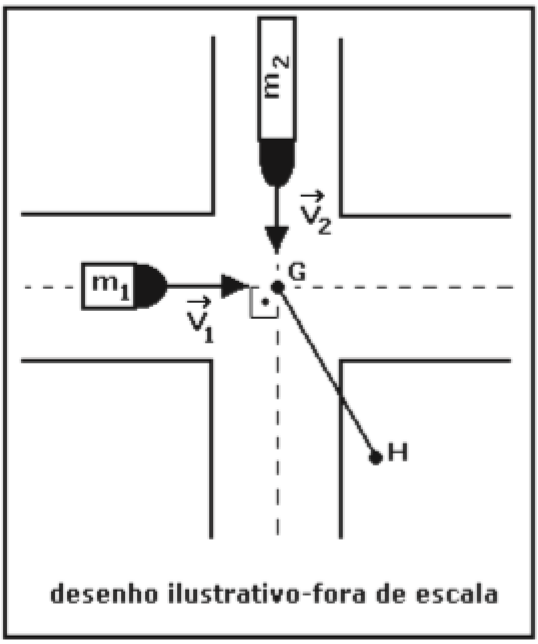
Portanto chega-se ao resultado que

$$\boxed{v_3 = 2\sqrt{2}}$$

Gabarito: E

5. (ESPCEX 2015)

Dois caminhões de massa m1 = 2,0 ton e m2 = 4,0 ton, com velocidades v1 = 30 m/s e v2 = 20 m/s, respectivamente, e trajetórias perpendiculares entre si, colidem em um cruzamento no ponto G e passam a se movimentar unidos até o ponto H, conforme a figura abaixo. Considerando o choque perfeitamente inelástico, o módulo da velocidade dos veículos imediatamente após a colisão é:



a) 30 km/h

b) 40 km/h

c) 60 km/h

d) 70 km/h

e) 75 km/h

Comentário:

A quantidade de movimento é um vetor. Faremos a conservação desse vetor:

$$\vec{p}_{antes} = (m_1 \cdot v_{1x}, \qquad m_2 \cdot v_{2y})$$

$$\vec{p}_{antes} = (2 \cdot 30, \qquad 4 \cdot (-20))$$

$$\vec{p}_{antes} = (60, -80)$$

A quantidade de movimento após o choque é dada por:

$$\vec{p}_{depois} = ((m_1 + m_2) \cdot v_x, \qquad (m_1 + m_2) \cdot v_y)$$

$$\vec{p}_{depois} = (6 \cdot v_x, \qquad 6 \cdot v_y)$$

Em toda colisão há conservação do momento linear:

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{depois}$$

$$(60, -80) = (6 \cdot v_x, 6 \cdot v_y)$$

$$6 \cdot v_x = 60$$

$$6 \cdot v_y = -80$$

$$v_x = 10\ m/s$$

$$v_y = -\frac{40}{3} m/s$$

Para encontrar a velocidade total, fazemos:

$$v^2 = v_x^2 + {v_y}^2$$

$$v^2 = 100 + \frac{1600}{9} = \frac{2500}{9}$$

$$v = \frac{50}{3} m/s$$

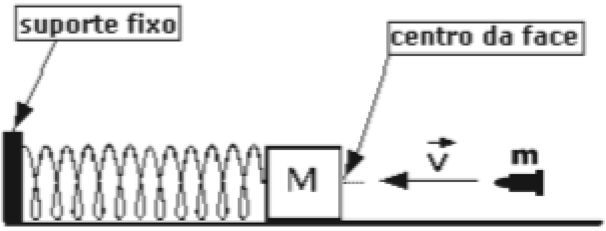
$$\boxed{v = 60\ km/h}$$

Gabarito: C

---

6. (ESPCEX 2013)

Um bloco de massa M=180 g está sobre uma superfície horizontal sem atrito, e prende-se à extremidade de uma mola ideal de massa desprezível e constante elástica igual a $2 \cdot 10^3$ N/m. A outra extremidade da mola está presa a um suporte fixo, conforme mostra o desenho. Inicialmente o bloco se encontra em repouso e a mola no seu comprimento natural, isto é, sem deformação. Um projétil de massa m=20 g é disparado horizontalmente contra o bloco, que é de fácil penetração. Ele atinge o bloco no centro de sua face, com velocidade de v=200 m/s. Devido ao choque, o projétil aloja-se no interior do bloco. Desprezando a resistência do ar, a compressão máxima da mola é de:



desenho ilustrativo - fora de escala

a) 10,0 cm

b) 12,0 cm

c) 15,0 cm

d) 20,0 cm

e) 30,0 cm

Comentários:

Primeiramente, teremos a colisão inelástica entre o projétil e o pendulo balístico. Na colisão há a conservação da quantidade de movimento.

$$mv = (m + M)V$$

$$V = \frac{m \cdot v}{m + M}$$

Toda a energia cinética do sistema (bala + bloco) será convertida em energia potencial elástica.

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{(M+m)V^2}{2}$$

$$kx^2 = (M+m)\cdot\frac{(m\cdot v)^2}{(m+M)^2}$$

$$kx^2 = \frac{(m\cdot v)^2}{(m+M)}$$

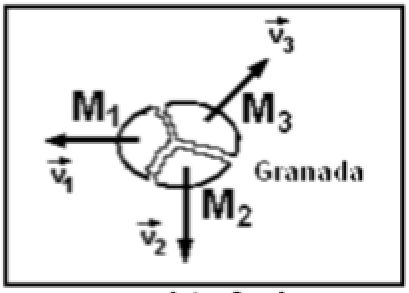
$$2000\cdot x^2 = \frac{(0{,}02\cdot 200)^2}{(0{,}2)}$$

$$\boxed{x = 0{,}2\,m}$$

Gabarito: D

7. (ESPCEX 2009)

Uma granada de mão, inicialmente em repouso, explodiu sobre uma mesa, de superfície horizontal e sem atrito, e fragmentou-se em três pedaços de massas M1, M2 e M3 que adquiriram velocidades coplanares e paralelas ao plano da mesa, conforme representadas no desenho abaixo. Imediatamente após a explosão, a massa M1 = 100 g adquire uma velocidade v1= 30m/s e a massa M2 = 200g adquire uma velocidade v2 = 20 m/s, cuja direção é perpendicular à direção de v1. A massa M3 = 125g adquire uma velocidade inicial v3 igual a:



mesa vista de cima

Desenho Ilustrativo

a) 45 m/s

b) 40 m/s

c) 35 m/s

d) 30 m/s

e) 25 m/s

Comentário:

Haverá conservação da quantidade de movimento do sistema:

Antes, o sistema estava em repouso.

$$\vec{p}_{antes} = (0, 0)$$

Depois, temos:

$$\vec{p}_{depois} = (-M_1 \cdot v_1 + M_3 \cdot v_{3x}, M_3 \cdot v_{3y} - M_2 \cdot v_2)$$

$$\vec{p}_{depois} = (-0{,}1 \cdot 30 + 0{,}125 \cdot v_{3x}, 0{,}125 \cdot v_{3y} - 0{,}2 \cdot 20)$$

Desta maneira, pela conservação da quantidade de movimento:

$$\vec{p}_{antes} = (0,0) = \vec{p}_{depois} = (-0{,}1 \cdot 30 + 0{,}125 \cdot v_{3x}, 0{,}125 \cdot v_{3y} - 0{,}2 \cdot 20)$$

$$(0,0) = (-0{,}1 \cdot 30 + 0{,}125 \cdot v_{3x}, 0{,}125 \cdot v_{3y} - 0{,}2 \cdot 20)$$

$$\begin{cases} -0{,}1 \cdot 30 + 0{,}125 \cdot v_{3x} = 0 \\ 0{,}125 \cdot v_{3y} - 0{,}2 \cdot 20 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}125 \cdot v_{3x} = 3 \\ 0{,}125 \cdot v_{3y} = 4 \end{cases}$$

$$\boxed{v_{3x} = 24\, m/s}$$

$$\boxed{v_{3y} = 32\, m/s}$$

Desta maneira, temos:

$$v^2 = v_{3x}^2 + {v_{3y}}^2$$

$$v^2 = 576 + 1024 = 1600$$

$$\boxed{v = 40\, m/s}$$

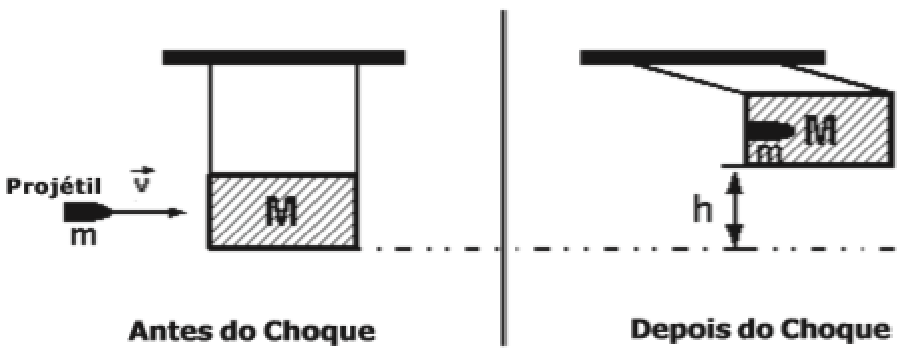
Gabarito: B

---

8. (ESPCEX 2008)

Na figura abaixo, um projétil de massa m = 10 g bate em um pêndulo balístico de massa M = 1 kg e se aloja dentro dele. Depois do choque, o conjunto atinge uma altura máxima h= 80 cm. Os fios que compõem o pêndulo são inextensíveis, têm massa desprezível, permanecem paralelos entre si e não sofrem qualquer tipo de torção. Considerando que a resistência do ar é desprezível e que a aceleração da gravidade é igual a 10 m/ , a intensidade da velocidade V com que o projétil atingiu o pêndulo vale

a) 4,4 m/s b) 17,6 m/s c) 244 m/s d) 404 m/s e) 1616 m/s



Comentário:

Primeiramente, teremos a colisão inelástica entre o projétil e o pendulo balístico. Na colisão há a conservação da quantidade de movimento.

$$mv = (m + M)V$$

$$V = \frac{m \cdot v}{m + M}$$

A velocidade acima é a velocidade do pêndulo + projétil após a colisão. O pendulo começa seu movimento ascendente, perdendo energia cinética e ganhando energia potencial. No ponto desejado, temos:

$$(m + M) \cdot g \cdot h = \frac{(M + m)V^2}{2}$$

$$g \cdot h = \frac{V^2}{2}$$

$$2 \cdot g \cdot h = V^2$$

$$2 \cdot g \cdot h = \left(\frac{m \cdot v}{m + M}\right)^2$$

Substituindo, temos:

$$2 \cdot 10 \cdot 0{,}8 = \left(\frac{0{,}1 \cdot v}{10{,}1}\right)^2$$

$$\frac{0{,}1 \cdot v}{10{,}1} = 4$$

$$\boxed{v = 404\ m/s}$$

Note que essa que estão é quase idêntica a uma anterior: 😊

Gabarito: D

---

9. (ESPCEX 2004)

Um patinador desliza sobre uma pista de gelo com velocidade constante de módulo igual a 15 m/s e choca-se com uma patinadora de massa idêntica à sua e inicialmente em repouso. Sabendo que o choque foi unidimensional e perfeitamente inelástico, o módulo da velocidade com que o conjunto dos dois patinadores passa a se mover imediatamente após a colisão, em m/s, será de:

a) 15

b) 10

c) 7,5

d) 5,0

e) 2,5

Comentário:

Primeiramente, teremos a colisão inelástica entre os patinadores. Na colisão há a conservação da quantidade de movimento.

$$mv = (m + m)V$$

$$V = \frac{v}{2}$$

$$V = \frac{15}{2}$$

$$\boxed{V = 7{,}5\ m/s}$$

Gabarito: C

---

10. (ESPCEX 2000)

Uma granada encontra-se em repouso num terreno plano e horizontal. Em um determinado instante, conforme a figura abaixo, ela explode em três fragmento: o primeiro de massa 2M sai com velocidade $\overrightarrow{v1}$, o segundo de massa 3M permanece em repouso e o terceiro de massa 5M sai com velocidade $\overrightarrow{v2}$ que é igual a:

a) $-2{,}5 \cdot \overrightarrow{v1}$

b) $-0{,}4 \cdot \overrightarrow{v1}$

c) $+0{,}4 \cdot \overrightarrow{v1}$

d) $+2{,}5 \cdot \overrightarrow{v1}$

e) $+10 \cdot \overrightarrow{v1}$

Comentário:

Há conservação da quantidade de movimento. Antes o sistema estava em repouso. Depois, há a movimentação dos pedaços da granda.

$$\vec{p}_{antes} = \vec{p}_{depois}$$

$$0 = 2M \cdot \overrightarrow{v1} + 5M \cdot \overrightarrow{v2}$$

$$\boxed{\overrightarrow{v2} = -0{,}4 \cdot \overrightarrow{v1}}$$

Gabarito: B

---

11. (UFRS-1998)

Uma variação na quantidade de movimento de um corpo, entre dois instantes, está necessariamente associada à presença de:

a) uma aceleração.

b) um trabalho mecânico.

c) uma trajetória circular.

d) uma colisão.

e) uma explosão.

Comentário:

A força externa resultante traduz a não conservação do momento linear do sistema. Lembre-se do diagrama apresentado em aula. Desta maneira, pela primeira lei de Newton, uma força externa se traduz em aceleração.

Gabarito: A

---

12. (Fuvest-1992)

Uma pessoa dá um piparote (impulso) em uma moeda de 6 gramas que se encontra sobre uma mesa horizontal. A moeda desliza 0,40m em 0,5s, e para. Calcule: (Adote: g = 10 m/s²)

a) o valor da quantidade de movimento inicial da moeda;

b) o coeficiente de atrito dinâmico entre a moeda e a mesa

Comentário:

a) Utilizando a equação de Torricelli para a moeda, temos:

$$v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

Mas, por outro lado:

$$\Delta S = \frac{a}{2} t^2$$

$$0{,}4 = \frac{a}{2} 0{,}5^2$$

$$a = 3{,}2\ m/s^2$$

Desta maneira, temos:

$$v_0^2 = 2 \cdot a \cdot \Delta S$$

$$v_0^2 = 2 \cdot 3{,}2 \cdot 0{,}4$$

$$v_0 = 1{,}6\ m/s$$

Assim, a quantidade de movimento é dada por:

$$p_{moeda} = m \cdot v_0$$

$$p_{moeda} = 0{,}006 \cdot 1{,}6$$

$$\boxed{p_{moeda} = 0{,}0096\ kg \cdot \frac{m}{s}}$$

b) a força que atua na moeda, para freia-la, é a força de atrito:

$$fat = m \cdot a$$

$$\mu \cdot N = m \cdot a$$

$$\mu \cdot mg = m \cdot a$$

$$\mu \cdot g = a$$

$$\mu \cdot 10 = 3{,}2$$

$$\boxed{\mu = 0{,}32}$$

---

13. (Vunesp-1994)

Uma nave espacial de 1000 kg se movimenta, livre de quaisquer forças, com velocidade constante de 1m/s, em relação a um referencial inercial. Necessitando pará-la, o centro de controle decidiu acionar um dos motores auxiliares, que fornecerá uma força constante de 200N, na mesma direção, mas em sentido contrário ao do movimento. Esse motor deverá ser programado para funcionar durante:

a) 1s.

b) 2s.

c) 4s.

d) 5s.

e) 10s

Comentário:

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = 0 - mv$$

$$-200 \cdot \Delta t = 0 - 1000$$

$$\boxed{\Delta t = 5\ s}$$

Gabarito: D

---

14. (UFAC-1998)

Uma força constante de 25,0 N começa a atuar sobre uma partícula de massa 50 kg no momento em que ela se movimenta com velocidade de 2,0 m/s num plano horizontal liso. A força atua um tempo t, sempre na direção do movimento. A velocidade da partícula no instante em que a força cessa de atuar é de 5,0 m/s no sentido oposto ao inicial. O intervalo de tempo t no qual a força atuou foi:

a) 2,5 s

b) 3,0 s

c) 7,0 s

d) 14,0 s

e) 25,0 s

Comentário:

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = m \cdot vf - m \cdot v0$$

Como a velocidade altera seu sentido, a força que atua tem sentido oposto à velocidade inicial.

$$-25 \cdot \Delta t = 50 \cdot (-5) - 50 \cdot 2$$

$$\boxed{\Delta t = 14\ s}$$

Gabarito: D

15.

Uma esfera se move sobre uma superfície horizontal sem atrito. Num dado instante, sua energia cinética vale 20J e sua quantidade de movimento tem módulo 20 N.s. Nestas condições, é correto afirmar que sua

a) velocidade vale 1,0 m/s.

b) velocidade vale 5,0 m/s.

c) velocidade vale 10 m/s.

d) velocidade vale 1 m/s

e) velocidade vale 2 m/s

Comentário:

$$Ec = \frac{mv^2}{2}$$

$$p = m \cdot v$$

Dividindo as duas expressões, temos:

$$\frac{Ec}{p} = \frac{v}{2}$$

$$\frac{20}{20} = \frac{v}{2}$$

$$\boxed{v = 2\ m/s}$$

Gabarito: E

---

16. (Unifesp-2005)

Uma esfera de massa 20 g atinge uma parede rígida com velocidade de 4,0 m/s e volta na mesma direção com velocidade de 3,0 m/s. O impulso da força exercida pela parede sobre a esfera, em N·s, é, em módulo, de:

a) 0,020.

b) 0,040.

c) 0,10.

d) 0,14.

e) 0,70.

Comentário:

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{I} = m \cdot vf - m \cdot v0$$

$$\vec{I} = 0{,}02 \cdot (-3) - 0{,}02 \cdot 4$$

$$\boxed{|\vec{I}| = 0{,}14\ N \cdot s}$$

Gabarito: D

17.

Uma ema pesa aproximadamente 360N e consegue desenvolver uma velocidade de 60km/h, o que lhe confere uma quantidade de movimento linear, em kg.m/s, de Dado: aceleração da gravidade = 10m/s2

a) 36.

b) 360.

c) 600.

d) 2160.

e) 3600.

Comentário:

Devemos converter a velocidade para metros por segundo:

$$v = \frac{60}{3.6}\ m/s$$

Portanto, para a quantidade de movimento, temos:

$$p = m \cdot v$$

$$p = \frac{360}{10} \cdot \frac{60}{3.6}$$

$$\boxed{p = 600}$$

Gabarito: C

18.

Uma bola de massa 0,50 kg foi chutada diretamente para o gol, chegando ao goleiro com velocidade de 40 m/s. Este consegue espalmá-la para a lateral e a bola deixa as mãos do goleiro com velocidade de 30 m/s, perpendicularmente à direção inicial de seu movimento. O impulso que o goleiro imprime à bola tem módulo, em unidades do Sistema Internacional:

a) 50

b) 25

c) 20

d) 15

e) 10

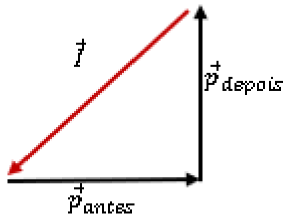
Comentário:

Pelo teorema do impulso temos:

$$\vec{I} = \vec{p}_{depois} - \vec{p}_{antes}$$

$$\vec{I} = \vec{p}_{depois} - \vec{p}_{antes}$$

Devemos considerar a operação vetorial, neste caso:



Podemos realizar o teorema de Pitágoras entre os módulos:

$$|\vec{I}|^2 = |\vec{p}_{depois}|^2 + |\vec{p}_{antes}|^2$$

$$|\vec{I}|^2 = |0{,}5 \cdot 30|^2 + |0{,}5 \cdot 40|^2$$

$$\boxed{|\vec{I}| = 25\ N.s}$$

Gabarito: B

19. (UFPB-2002)

Um patinador de 60 kg de massa, partindo do repouso, imprime ao seu movimento, num trecho retilíneo de pista, uma aceleração constante de 4 m/s2 até atingir um momento linear de $1{,}2 \cdot 10^3$kg m/s, quando então, passa a realizar um movimento uniforme. Com base nestes dados, é correto afirmar que o patinador acelerou seu movimento durante um intervalo de tempo igual a:

a) 4 s

b) 5 s

c) 6 s

d) 10 s

e) 12 s

Comentário:

Comentário:

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = p_f - m \cdot v0$$

Mas, temos:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Então:

$$m \cdot \vec{a} \cdot \Delta t = p_f - m \cdot v0$$

$$60 \cdot 4 \cdot \Delta t = 1200 - 60 \cdot 0$$

$$\boxed{\Delta t = 5\ s}$$

Gabarito: B

20.

Um goleiro segura, sem recuar, uma bola chutada a meia altura. A velocidade da bola, no momento em que ela chega ao goleiro, é de 72 km/h. Sabendo que o goleiro gasta 0,4 segundos nessa defesa e que a massa da bola é 0,5 kg, podemos deduzir que a força média exercida pelo goleiro sobre a bola durante a defesa é:

a) 8 N

b) 10 N

c) 16 N

d) 25 N

e) 40

Comentário:

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = p_f - p_0$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = 0 - p_0$$

$$\vec{F} \cdot \Delta t = -m \cdot v0$$

$$\vec{F} \cdot 0{,}4 = -0{,}5 \cdot \frac{72}{3{,}6}$$

$$\boxed{\left|\vec{F}\right| = 25\ N}$$

Gabarito: D

21.

Um corpo de massa 8,0 kg move-se para sul com velocidade de 3,0 m/s e, após certo tempo, passa a mover-se para leste com velocidade de 4,0 m/s. A variação da quantidade de movimento do corpo nesse intervalo de tempo tem intensidade, em kg m/s, de

a) 12

b) 24

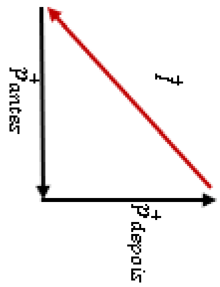
c) 32

d) 40

e) 56

Comentário:

A figura mostra as quantidades de movimento antes e depois.



Note que os vetores formam um ângulo de 90°. Podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

$$\left|\vec{I}\right|^2 = \left|\vec{p}_{depois}\right|^2 + \left|\vec{p}_{antes}\right|^2$$

$$\left|\vec{I}\right|^2 = |8 \cdot 4|^2 + |8 \cdot 3|^2$$

$$\boxed{\left|\vec{I}\right| = 40\ N \cdot s}$$

Gabarito: D

---

22. (UEL-1996)

Um corpo de massa 2,0kg move-se com velocidade constante de 10m/s quando recebe um impulso, em sentido oposto, de intensidade 40N.s. Após a ação do impulso o corpo passa a se mover com velocidade de:

a) 0,5 m/s, no sentido oposto do inicial.

b) 0,5 m/s, no mesmo sentido inicial.

c) 5,0 m/s, no sentido oposto do inicial.

d) 10 m/s, no mesmo sentido inicial.

e) 10 m/s, no sentido oposto do inicial.

Comentário:

Pelo teorema do impulso, temos:

$$\vec{I} = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{I} = m \cdot vf - m \cdot v0$$

$$-40 = 2 \cdot vf - 2 \cdot 10$$

$$\boxed{vf = -10\, m/s}$$

Gabarito: E

---

23. (Unaerp-1996)

Um caminhão, um carro pequeno e uma moto percorrem uma trajetória retilínea. Os três têm a mesma velocidade constante, suponha o atrito desprezível. Em um certo instante, inicia-se uma descida bem íngreme. Todos os veículos resolvem economizar combustível e descem na banguela. Podemos afirmar que:

a) a quantidade de movimento dos três permanece igual até o término da descida, pois eles não têm aceleração.

b) a aceleração do caminhão é maior, por isso sua quantidade de movimento é maior.

c) o carro e a moto têm velocidade menor, mas têm a mesma quantidade de movimento.

d) a velocidade inicial dos três é a mesma, mas as quantidades de movimento são diferentes.

e) a aceleração, em ordem decrescente, é: moto, carro caminhão.

Comentário:

Na descida, atua sobre eles a componente do peso na direção desse "plano inclinado". Essa componente do peso faz com que eles acelerem.

$$mgsen\theta = m \cdot a$$

$$gsen\theta = a$$

A aceleração independe da massa dos corpos. Desta maneira, os corpos permaneceram com a mesma velocidade. Entretanto, como a massa é distinta, a quantidade de movimento também será distinta.

Gabarito: D

---

24. (ITA-2005)

Um automóvel pára quase que instantaneamente ao bater frontalmente numa árvore. A proteção oferecida pelo air-bag, comparativamente ao carro que dele não dispõe, advém do fato de que a transferência para o carro de parte do momentum do motorista se dá em condição de:

a) menor força em maior período de tempo.

b) menor velocidade, com mesma aceleração.

c) menor energia, numa distância menor.

d) menor velocidade e maior desaceleração.

e) mesmo tempo, com força menor

Comentário:

O air-bag diminui a força da colisão e aumenta o tempo de colisão. Desta maneira, a variação de quantidade de movimento é feita suavemente.

Gabarito: A

25.

Se os módulos das quantidades de movimento de movimento de dois corpos são iguais, necessariamente eles possuem:

a) mesma energia cinética.

b) velocidade de mesmo módulo.

c) módulos das velocidades proporcionais às suas massas.

d) mesma massa e velocidades de mesmo módulo.

e) módulos das velocidades inversamente proporcionais às suas massas.

Comentário:

Se eles têm a mesma quantidade de movimento, temos:

$$m_1 \cdot v_1 = m_2 \cdot v_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{v_1}{v_2} = 1$$

Desta maneira, os módulos da velocidade são inversamente proporcionais aos módulos da velocidade.

Gabarito: E

26.

Num certo instante, um corpo em movimento tem energia cinética de 100 joules, enquanto o módulo de sua quantidade de movimento é 40kg m/s. A massa do corpo, em kg, é

a) 5,0

b) 8,0

c) 10

d) 16

e) 20

Comentário:

$$Ec = \frac{mv^2}{2}$$

$$p = m \cdot v$$

Dividindo as duas expressões, temos:

$$\frac{Ec}{p} = \frac{v}{2}$$

$$\frac{100}{40} = \frac{v}{2}$$

$$v = 5\ m/s$$

Desta maneira:

$$p = m \cdot v$$

$$40 = m \cdot 5$$

$$\boxed{m = 8\ kg}$$

Gabarito: B

27.

As grandezas físicas A e B são medidas, respectivamente, em newtons (N) e em segundos (s). Uma terceira grandeza C, definida pelo produto de A por B, tem dimensão de:

a) aceleração.

b) força.

c) trabalho de uma força.

d) momento de força.

e) impulso de uma força.

Comentário:

A unidade grandeza, apresentada nas alternativas, com a unidade N.s é o impulso.

Gabarito: E

28.

Duas bolas de massas m1 e m2 são largadas do topo de um prédio e se chocam com o solo mas de forma parcialmente elástica. Se m1 > m2, então o que podemos afirmar em relação a altura atingida pelas duas bolas?

a) Ambas atingem a mesma altura

b) A bola 1 atingi uma altura maior que a bola 2

c) A bola 2 atingi uma altura maior que a bola 1

d) Não existem dados suficientes para responder a questão

Comentário:

A colisão elástica com solo independe das massa dos corpos. Em uma colisão elástica com um obstáculo em repouso, a velocidade do objeto mantém mesmo módulo, mas inverte seu sentido. Como as bolas caem da mesma altura, elas chegam ao solo com a mesma velocidade. Desta maneira, ao colidir com o solo as velocidades de subida são iguais novamente.

Gabarito: A

29.

Num determinado filme de ação uma viatura corre atrás de um carro fugitivo que se encontra numa velocidade V_c duas vezes maior que os policiais. No entanto, um dos pneus do carro foragido fura e isso reduz sua velocidade em 80%. Assim sendo, a viatura continua a perseguição até efetuar a prisão do bandido, que só ocorre quando os carros se chocam e permanecem como um só se movendo a V m/s. Sabendo que os dois carros possuem a mesma massa, quanto vale V?

a) 0,65 V_C

b) 0,35 V_C

c) 0,15 V_C

d) -0,15 V_C

e) 0,25 V_C

Comentário:

No choque, há conservação da quantidade de movimento:

$$p_{antes} = p_{depois}$$

$$m \cdot \frac{V_c}{2} + m \cdot 0{,}2V_c = (m + m) \cdot V$$

$$0{,}7 \cdot m \cdot V_c = 2m \cdot V$$

$$\boxed{V = 0{,}35 \cdot V_c}$$

Gabarito: B

30.

Uma esfera de massa m é lançada do solo verticalmente para cima, com velocidade inicial V, em módulo, e atinge o solo 1 s depois. Desprezando todos os atritos, a variação no momento linear entre o instante do lançamento e o instante imediatamente antes do retorno ao solo é, em módulo,

a) 2mV.

b) mV.

c) $mV^2/2$.

d) mV/2.

Comentário:

Ao voltar para o ponto inicial, a velocidade do corpo é a mesma, mas no sentido oposto que o original. Desta maneira, a variação da quantidade de movimento é dada por:

$$\Delta p = p_{depois} - p_{antes}$$

$$\Delta p = -mv - mv$$

$$\Delta p = -2mv$$

$$\boxed{|\Delta p| = 2mv}$$

Gabarito: A

Considerações Finais

Querido aluno(a),

Se você está com certo receio em algum tópico, reveja toda a teoria e depois refaça os exercícios propostos. Uma valiosa dica é fazer a lista inteira e só depois olhar o gabarito com a resolução. Com isso, você se forçará a ter uma maior atenção na feitura de questões e, portanto, aumentará sua concentração no momento de prova.

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!

Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

Vinícius Fulconi

@viniciusfulconi

vinicius.fulconi

Referências

[1] Tópicos da física 1: Volume 1 – Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Boas – 21. Ed – São Paulo : Saraiva, 2012.

[2] IIT JEE Problems: Cengage.