Resolução – Matemática Básica
S14.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

Não fica tão claro isso na imagem, mas o lado do triângulo (4 cm) corresponde perfeitamente à altura do paralelogramo, e como a base deste mede 2 cm, podemos encontrar sua área:

$$Á_{PARA.} = 2 \cdot 4 = 8cm^2$$

E o enunciado nos disse que o triângulo e o paralelogramo têm a mesma área, logo a área do triângulo também é de 8 cm^2. Com isso, a área do trapézio será a soma das duas, totalizando
16 cm^2.

Resposta: 16 cm^2.

Exercício 02 ====================================

A área da região sombreada corresponde perfeitamente à área do paralelogramo menos a área do quadrado. A área do paralelogramo pode ser calculada pelo produto entre sua base (6 cm) e sua altura (9cm):

$$Á_{PARA.} = 6 \cdot 3 = 18cm^2$$

E área de um quadrado é o valor de seu lado, elevado ao quadrado:

$$Á_{QUAD.} = 1^2 = 1cm^2$$

E a área sombreada será a diferença entre as duas:

$$18 - 1 = 17cm^2$$

Resposta: 17 cm^2.

Exercício 03 ====================================

O triângulo ABP teria exatamente a mesma base que o triângulo ABE, o lado AB. Este segmento é comum a ambos os triângulos. Além disso, para os dois triângulos, a altura referente à base AB é a altura do paralelogramo. Logo, como os dois triângulos compartilham a mesma base e tem altura de mesma medida, necessariamente suas áreas são iguais, já que a área de um triângulo pode ser encontrada pelo produto entre a base e a altura sobre dois.

Portanto, área de do triângulo ABP é de 20,5 cm^2.

Para o item b), vamos usar um raciocínio um pouco mais perspicaz. Vamos chamar de b a medida do lado AB, e de h a altura do paralelogramo.

O lado AB é a base do triângulo ABE, logo podemos relacionar a sua área, dada no enunciado, à sua altura e medida da base:

$$Á_{TRIÂ.} = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$20,5 = \frac{b \cdot h}{2}$$

$$41 = b \cdot h$$

Mas como nós encontramos a área desse paralelogramo? É justamente a medida de sua base, que também é o lado AB, pela mesma altura h:

$$Á_{PARA.} = b \cdot h$$

Logo, o produto entre b e h é justamente a área do paralelogramo, 41 cm^2.

Resposta: a) 20,5 cm^2 e b) 41 cm^2.

Exercício 04 ====================================

i) Calculando a área do trapézio

Temos que a área do trapézio vale $\frac{(B+b)\cdot h}{2}$

$$A_{trapézio} = \frac{(\text{Base maior} + \text{base menor})\cdot h}{2} = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$$

$$A_{trapézio} = \frac{(8+6,4)m \cdot h}{2}$$

$$22,32m^2 = \frac{(8+6,4)m \cdot h}{2}$$

$$h = \frac{22,32m^2}{\frac{(8+6,4)m}{2}} = \frac{22,32m \cdot 2}{14,4} = \frac{44,64}{14,4}m$$

ii) Calculando a altura

$$h = \frac{44,64}{14,4}m = \frac{4464}{1440}m \text{ (prestem atenção na magia agora)}$$

$$h = \frac{(4320+144)}{1440}m$$

$$h = \frac{4320}{1440}m + \frac{144}{1440}m = 3m + 0,1m$$

$$h = 3,1m$$

Resposta: Letra D.

Observação: usamos nesse cálculo uma técnica de Cálculo Mental muito bacana, eu marquei o passo em que fizemos ali com um aviso para prestar atenção na magia kkk. Ela consiste basicamente em transformar um número que visualmente fica difícil percebermos os fatores, em 2 (ou n fatores, para generalizar) fatores que são de fácil divisão pelo denominador especificado. Por isso, transformamos 4464 em 4320 (432 é 144 vezes 3) e 144 (144 é 144 vezes 1).

Resolução – Matemática Básica
S14.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 05 ====================================

Na letra A vamos usar a fórmula para a área de retângulos (um lado vezes o outro), mas lembremos que o lado correspondente à altura mede metade do lado correspondente à base:

$$Á_{RETÂ} = b \cdot h$$
$$450 = b \cdot \frac{b}{2}$$
$$450 = \frac{b^2}{2}$$
$$b^2 = 900$$
$$b = 30$$

$$h = \frac{b}{2}$$
$$h = 15$$

E as dimensões do retângulo são 30 m e 15 m.

Para a letra B precisamos notar que a área de um retângulo é diretamente proporcional à medida de cada um dos seus lados, logo um aumento de 10% na largura equivale a um aumento de 10% na área, assim como uma diminuição de 10% da largura resulta numa diminuição de 10% da área.

Com isso, como a área inicial era de 100 cm^2, após o aumento de 10% teremos:

$$100 \cdot 1{,}1 = 110cm^2$$

E com a diminuição resultaremos em:

$$110 \cdot 0{,}9 = 99cm^2$$

E a nova área do quadrado será de 99 cm^2.

Resposta: a) 15 m x 30 m e b) 99 cm^2.

Exercício 06 ====================================

Para cada redução de 20% na medida dos lados, a área também será reduzida em 20%, logo a área original sofrerá duas reduções seguidas de 20%, o que a partir de um inteiro será:

$$1 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 = 0{,}64$$

E multiplicar algo por 0,64 é a mesma coisa que reduzi-lo em 36% (64 = 100 - 36), logo ficamos com a **Letra C.**

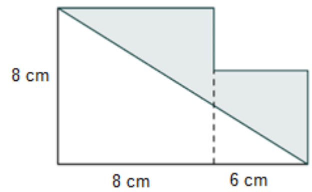
Exercício 07 ====================================

Antes de tudo, vamos encontrar a área total da figura formada pelos dois quadrados. A área do quadrado é a medida de seu lado elevada a 2, logo somando as duas áreas teremos:

$$6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100cm^2$$

E agora, em vez de olhara para a área cinza, que possui uma forma irregular, olhemos para a área branca, que forma um triângulo perfeito. Com isso, se nós pegarmos a área total da figura, e subtrairmos a área branca, o resto será justamente a área cinza.

A base do triângulo branco é a soma dos lados dos quadrados, totalizando 14 cm, e sua altura equivale ao lado do quadrado maior, 8 cm:



E a área de um triângulo é base vezes altura sobre 2:

$$\frac{b \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot 8}{2} = 56cm^2$$

E a área cinza será a diferença entre a área total e a área branca:

$$100 - 56 = 44cm^2$$

E ficamos com a **Letra A.**

Exercício 08 ====================================

Essa questão usa uma fórmula para a área de triângulo não tão comum quanto base vezes altura sobre 2, mas ainda sim muito importante para muitas questões.

Essa outra fórmula, em vez de usar os valores da base e da altura, usa as medidas de dois lados adjacentes e do seno do ângulo entre eles:

$$Á_{TRIÂ} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot sen\theta$$

Substituindo então os valores dos lados e da área, teremos:

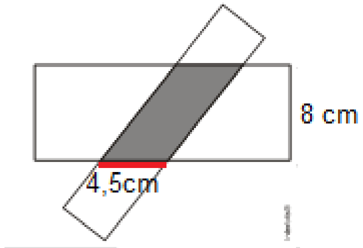
$$100\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 25 \cdot sen\theta$$
$$100\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 400 \cdot sen\theta$$
$$100\sqrt{3} = 200 \cdot sen\theta$$
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = sen\theta$$
$$sen\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

E sabemos que o triângulo é acutângulo, logo todos os ângulos têm medida inferior a 90°. Sabendo disso, o único ângulo positivo menor que 90°, com seno igual a raiz de 3 sobre 2 é o ângulo de 60°, e ficamos com a **Letra C.**

Resolução – Matemática Básica
S14.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

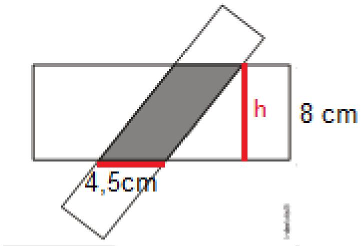
Exercício 09 ====================================

Se um dos lados do paralelogramo mede 4,5 cm, necessariamente é o lado menor dele:



Já que o lado maior desse paralelogramo é, com certeza, maior do que o lado de 8 cm do retângulo maior.

Na verdade, o lado de 8 cm do triângulo maior corresponde exatamente à altura h do paralelogramo:



Com isso, a área desse paralelogramo será sua base, 4,5 cm, multiplicada pela sua altura, 8 cm.

$4{,}5 \cdot 8 = 36\text{cm}^2$

E ficamos com a **Letra E.**

Exercício 10 ====================================

Vamos fazer esse exercício de cabeça? A gente consegue, vamos exercitar essas Mentes Matemáticas. Acompanhem aqui comigo.

i) A estruturação do cálculo

Área Branca = Área Total – (Área Cinza + Área Preta)

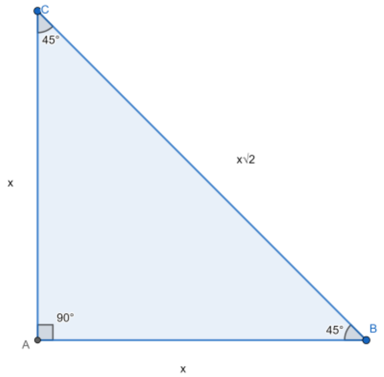
ii) Cálculo da Área Preta e Área Cinza

Como calculamos a área de triângulos quando temos a base e a altura? Bom, evidentemente, fazemos que $A = \frac{b \cdot h}{2}$. Mas, nesse caso, a base a altura são os catetos do nosso triângulo retângulo isósceles. Então $A = \frac{\text{lado} \cdot \text{lado}}{2}$.

Tá, vamos lá, por quê dividimos por 2? Porque é como se fosse metade de um quadrado, então precisamos de 2 triângulos para formar o quadrado. E olha, que sorte a nossa, temos os triângulos dispostos em quantidades pares. Então é só calcular a área de 2 triângulos como lado vezes lado.

Ok, quando estivermos calculando vai ficar mais claro. Mas, para calcularmos precisamos da medida desses lados. Temos a medida do lado do triângulo cinza, que vale 10cm. Mas e o lado do triângulo preto?

É aqui que revisamos as particularidades do triângulo retângulo isósceles, que derivam diretamente do cálculo de pitágoras:



Portanto, como a hipotenusa do nosso triângulo preto vale $12\sqrt{2}$cm, os lados desse triângulo valem 12 cm. Basta olhar o triângulo acima e assumir x = 12.

Agora que entendemos tudo, vamos lá:

- Área Cinza: $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 200$;
- Área Preta: $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 12 = 144$;

iii) Finalmente, calculando a Área Branca

lembrando nossa estrutura de i:

Área Branca = Área Total – (Área Cinza + Área Preta)

Área Branca = 800 - (200 + 144) = 800 - 344 = 456cm²

Resposta: Letra B.

Exercício 11 ====================================

Apenas para facilitar nossa vida durante a resolução, vou nomear os quebra-cabeças.

Vamos chamar o quebra-cabeça de 100 peças de quebra-cabeça 1 (QC1) e o quebra-cabeça de 2000 peças de quebra-cabeça 2 (QC2).

a) Para calcularmos a razão da área média de cada peça, precisamos, primeiro, da área total, para depois acharmos a área média, e, finalmente, calcularmos a razão entre as áreas.

i) Calculando as áreas totais dos quebra-cabeças

Área quebra-cabeça 1 = A1

$A1 = 26cm \cdot 36cm$

$A1 = 26 \cdot 36cm^2$

Área quebra-cabeça 2 = A2

$A2 = 48cm \cdot 136cm$

$A2 = 48 \cdot 136cm^2$

ii) Calculando as áreas médias das peças

Área média peça do quebra-cabeça 1 = Amp1

$$Amp1 = \frac{26 \cdot 36cm^2}{100\ \text{peças}} = \frac{26 \cdot 36}{100} \cdot \frac{cm^2}{\text{peça}}$$

Área média peça do quebra-cabeça 2 = Amp2

$$Amp2 = \frac{48 \cdot 136cm^2}{2000\ \text{peças}} = \frac{48 \cdot 136}{2000} \cdot \frac{cm^2}{\text{peça}}$$

iii) Finalmente, calculando a razão entre as áreas médias das peças do quebra-cabeça 1 e do quebra-cabeça 2, nessa ordem.

$$\frac{Amp1}{Amp2} = \frac{\left(\frac{26 \cdot 36}{100} \cdot \frac{cm^2}{\text{peça}}\right)}{\left(\frac{48 \cdot 136}{2000} \cdot \frac{cm^2}{\text{peça}}\right)}$$

Pelo princípio de divisão de frações:

Multiplicamos o numerador pelo inverso do denominador

$$\frac{Amp1}{Amp2} = \left(\frac{26 \cdot 36}{100} \cdot \frac{cm^2}{\text{peça}}\right) \cdot \left(\frac{2000}{48 \cdot 136} \cdot \frac{\text{peça}}{cm^2}\right)$$

$$\frac{Amp1}{Amp2} = \frac{26 \cdot 36}{1\boldsymbol{00}} \cdot \frac{20\boldsymbol{00}}{48 \cdot 136} \cdot \frac{cm^2}{\text{peça}} \cdot \frac{\text{peça}}{cm^2}$$

$$\frac{Amp1}{Amp2} = \frac{26 \cdot 36 \cdot 20}{48 \cdot 136} = \frac{13 \cdot 2 \cdot \boldsymbol{6} \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10}{\boldsymbol{6} \cdot 8 \cdot 8 \cdot 17} =$$

$$= \frac{13 \cdot \boldsymbol{2} \cdot 3 \cdot \boldsymbol{2} \cdot \boldsymbol{2} \cdot \boldsymbol{2} \cdot 5}{\boldsymbol{8} \cdot \boldsymbol{2} \cdot 4 \cdot 17} = \frac{13 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 17}$$

$$\frac{Amp1}{Amp2} = \frac{13 \cdot 3 \cdot 5}{4 \cdot 17} = \frac{195}{68}$$

Recapitulando algumas boas práticas de acelerar o cálculo, de poupar tempo e fazer cálculo mental:

- Deixar para calcular no final para poder cortar fatores e facilitar o cálculo
- Deixar a unidade em que se está calculando evidente, pois, caso tenhamos feito algo errado, elas não vão se cancelar e vamos ter esse indício visual. (elas tem de se cortar pois a razão nesse caso é adimensional, se fosse uma questão de múltipla escolha, daria para ver isso nas respostas, pois nenhuma delas teria unidade.
- Quando se for multiplicar por 5, escrever como 10/2, pois é só adicionar um 0 ao número que se está sendo calculado e dividi-lo por 2.

Resposta: (a) 195/68.

b) Esse é um exercício que dá para fazer um paralelo com a física, talvez alguns de vocês se sintam mais confortáveis tratando a questão como velocidade média de deposição das peças por hora. Fato é que é só fazer a razão.

i) Quantidade média de peças do quebra-cabeça 1 colocadas por hora (velocidade)

Qtd = 100 peças

tempo = 10 horas

$$\text{Qte média de p/h} = \frac{100\ \text{peças}}{10\ \text{horas}} = 10\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

ii) Quantidade média de peças do quebra-cabeça 2 colocadas por hora (velocidade)

Qtd = 2000 peças

tempo = 360 horas

$$\text{Qtd média de p/h} = \frac{2000\ \text{peças}}{360\ \text{horas}} = \frac{50}{9}\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

iii) Diferença entre as quantidades médias

$$\text{Qtd média p/h 1} = 10\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

$$\text{Qtd média p/h 2} = \frac{50}{9}\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

Diferença: |Qtd média 1 – Qtd média 2|

$$\text{Diferença: } 10\frac{\text{peças}}{\text{horas}} - \frac{50}{9}\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

$$\text{Diferença: } \frac{90}{9}\frac{\text{peças}}{\text{horas}} - \frac{50}{9}\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

$$\text{Diferença: } \frac{90-50}{9}\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

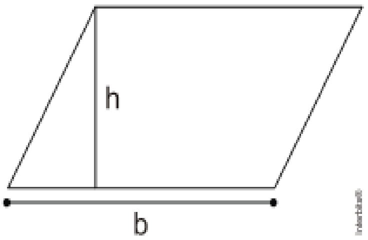
$$\text{Diferença: } \frac{40}{9}\frac{\text{peças}}{\text{horas}}$$

Resposta: (b) 40/9 p/h.

Resolução – Matemática Básica
S14.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 12 ====================================

O que esse tipo de questão faz é aumentar ou diminuir alguma dimensão de uma figura/objeto, fornecendo a área e pedindo medidas, ou fornecendo as medidas e pedindo nova área, e utilizando a diferença/razão entre fatos anteriores à mudança e posteriores a ela. Enfim, fato é que ela é muito importante, vamos lá.



i) A partir da Área fornecida, calcular a relação inicial entre as medidas do paralelogramo

Lembrando que a área do paralelogramo é: A = b x h

$$A_{\square} = b \cdot h$$

$$A_{\square} = 54dm^2$$

$$b \cdot h = 54dm^2$$

ii) Calcular a relação entre as medidas e a área após as alterações (relação final), e, detalhe, essas alterações são hipotéticas. O que a questão pede, de fato, é o que seria essa relação inicial, ou seja, as medidas do paralelogramo inalterado.

$$A_{\square} = 54$$

$$A_{final} = A + 6dm^2$$

$$A_{final} = 54dm^2 + 6dm^2$$

$$A_{final} = 60dm^2$$

$$A_{final} = b_{final} \cdot h_{final}$$

$$b_{final} \cdot h_{final} = 60dm^2$$

$$b_{final} = b - 4$$

$$h_{final} = h + 6$$

$$(b - 4) \cdot (h + 6) = 60$$

iii) Calculando as medidas reais do paralelogramo ("medidas iniciais")

$$\begin{cases} b \cdot h = 54 \\ (b-4)(h+6) = 60 \end{cases} \rightarrow h = \frac{54}{b}$$

$$(b-4)(h+6) = (b \cdot h) - 4h + 6b - 24$$

$$(b-4)(h+6) = (54) - 4h + 6b - 24$$

$$60 = (54) - 4h + 6b - 24$$

$$30 - 4h + 6b = 60$$

$$-4h + 6b = 30$$

$$\begin{cases} -2h + 3b = 15 \\ h = \frac{54}{b} \end{cases}$$

$$-2 \cdot \frac{54}{b} + 3b = 15$$

$-2 \cdot 54 + 3b^2 = 15b$ (multiplicamos ambos os lados por b)

$$3b^2 - 15b - 108 = 0$$

$$b^2 - 5b - 26 = 0$$

Resolvendo a equação do Segundo Grau, temos:

b = 9 ou

b = -4 (não convém, pois não gostamos de medidas negativas na Geometria)

Assim, b = 9 dm

Como: b.h = 54 dm^2

9 dm.h = 54 dm^2

$$h = \frac{54dm^2}{9dm} = 6dm$$

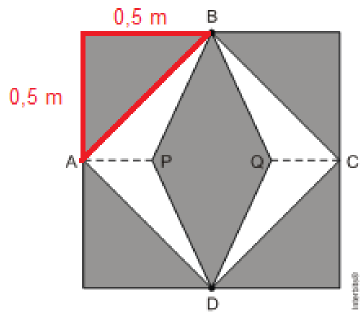
iv) Calculando a razão entre as medidas da base e da altura do paralelogramo

$$\frac{b}{h} = \frac{9dm}{6dm} = \frac{3}{2}$$

Resposta: Letra A.

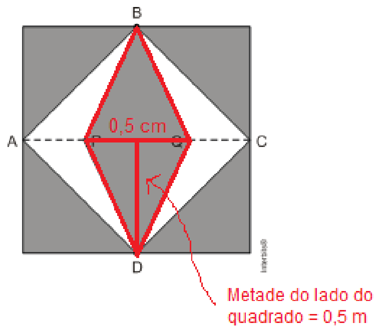
Exercício 13 ====================================

Nessa questão vamos precisar quebrar cada parte da região sombreada em triângulos, para encontrarmos suas áreas. Lembrando que a área do quadrado inteiro é de 1 m^2, logo todos os lados medem 1 m, e os pontos A, B, C e D são todos pontos médios:



Resolução – Matemática Básica
S14.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Cada canto da região sombreada é um triângulo cujos lados medem metade do lado do quadrado, logo medem 0,5 m, totalizando quatro triângulos. Além disso, a região sombreada interna (BPDQ) pode ser dividida em dois triângulos congruentes, de tal forma que a altura de cada um será metade do lado do quadrado e a base será a medida PQ, que também é igual à metade do lado do quadrado:



Com isso, nós temos então a área sombreada dividida em 6 triângulos (4 nos cantos e 2 centrais) de tal forma que todos eles possuem tanto base como altura medindo 0,5 m. A área total sombreada então será:

$$6\left(\frac{b\cdot h}{2}\right)=6\left(\frac{0,5\cdot 0,5}{2}\right)=0,75m^2$$

E a área da região branca será a área total da peça, menos a área sombreada:

$$1-0,75=0,25m^2$$

E para descobrir o preço da peça basta agora multiplicar o preço da metragem de cada material pela área da área correspondente:

$$0,75\cdot 30+0,25\cdot 50=22,5+12,5=35$$

E ficamos então com a **Letra B.**

Exercício 14 ====================================

Com o mapa na escala de 2cm corresponderem a 5km, temos que para 3cm esse valor é:

$$\frac{2cm}{5km}=\frac{3cm}{X}\rightarrow X=\frac{5km\bullet 3cm}{2cm}$$

$$X=7,5km$$

Agora calculando a área real desse quadrado obtemos:

$$\text{Área}=L^2\rightarrow \text{Área}=(7,5)^2$$

$$\text{Área}=56,25km^2$$

Observação: Uma forma de facilitar os cálculos é aplicar o quadrado de potências terminadas em 5 como o Fredão explica. Ficando da seguinte forma:

$$\text{Área}=L^2\rightarrow \text{Área}=(7,5)^2$$

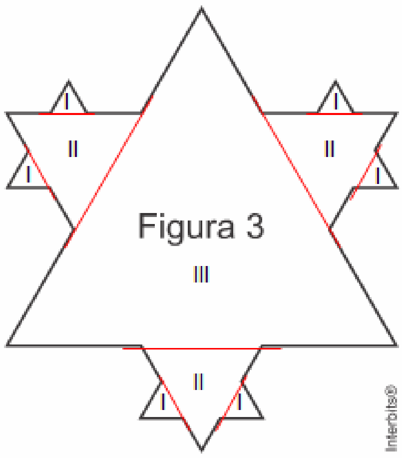
$$\text{Área}=(75)^2\rightarrow \text{Área}=(7\bullet 8)25\rightarrow \text{Área}=5625$$

$$\text{Área}=56,25km^2$$

Resposta: Letra B.

Exercício 15 ====================================

Dividimos o floco de neve da figura em vários triângulos equiláteros como abaixo:



Sabemos que o lado do triângulo equilátero maior (III) mede 9 cm.

Também sabemos que o lado do triângulo equilátero intermediário (II) formado a partir do lado do triângulo maior mede:

9/3 = 3 cm.

E o lado do triângulo equilátero menor (I) formado a partir do lado do triângulo intermediário mede:

3/3 = 1 cm.

Resumindo os achados acima:

Lado do triângulo I: 1 cm;

Lado do triângulo II: 3 cm;

Lado do triângulo III: 9 cm;

A área total da figura 3 é formado por 1 triângulo equilátero de lado 9 cm (III) mais 3 triângulos equiláteros de lado 3 cm (II) mais 6 triângulos de lado 1 cm (I). Então agora calculamos a área de cada um desses triângulo e após isso somamos.

Área triângulo I:

$$\text{Área I}=A(I)=\frac{(L(I))^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{1^2\cdot\sqrt{3}}{4}=\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Área triângulo II:

$$\text{Área II} = A(II) = \frac{(L(II))^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{3^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

Área triângulo III:

$$\text{Área III} = A(III) = \frac{(L(III))^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{9^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{81\sqrt{3}}{4}$$

Calculando a área total:

$$\text{Área total} = 6 \cdot \text{Área(I)} + 3 \cdot \text{Área(II)} + 1 \cdot \text{Área(III)}$$

$$\text{Área total} = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} + 3 \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} + 1 \cdot \frac{81\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Área total} = \frac{6\sqrt{3}}{4} + \frac{27\sqrt{3}}{4} + \frac{81\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{Área total} = \frac{114\sqrt{3}}{4}\ cm^2$$

Substituindo a aproximação $\sqrt{3} \cong 1,7$:

$$\text{Área total} = \frac{114\sqrt{3}}{4} = \frac{114 \cdot 1,7}{4}$$

$$\frac{114 \cdot 1,7}{4} =$$

$$\frac{114 \cdot (1,0 + 0,7)}{4} =$$

$$\frac{114 \cdot 1 + 114 \cdot 0,7}{4} =$$

$$\frac{114 + 11,4 \cdot 7}{4} =$$

$$\frac{114 + 11 \cdot 7 + 0,4 \cdot 7}{4} =$$

$$\frac{114 + 77 + 2,8}{4} =$$

$$\frac{114 + 79,8}{4} =$$

$$\frac{193,8}{4} =$$

$$\frac{96,9}{2} =$$

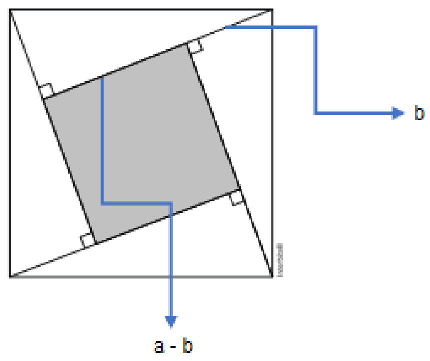
$$48,45\ cm^2$$

Por fim, multiplicamos o resultado achado para um floco de neve por 10:

$$48,45 \cdot 10 = 484,5\ cm^2$$

Resposta: Letra B.

Exercício 16 ====================================



Da definição dos triângulos retângulos que está no enunciado e pela figura acima vemos que a região sombreada é um quadrado, pois possui todos os lado iguais, e esse lado vale:

$a - b$

Para se calcular a área de um quadrado fazemos:

$$\text{Área do quadrado} = \text{Lado}^2$$

Com isso teremos que a região sombreada terá uma área de:

$$\text{Área do quadrado} = (a - b)^2$$

$$\text{Área do quadrado} = (a - b)(a - b)$$

$$\text{Área do quadrado} = a^2 - ab - ab + b^2$$

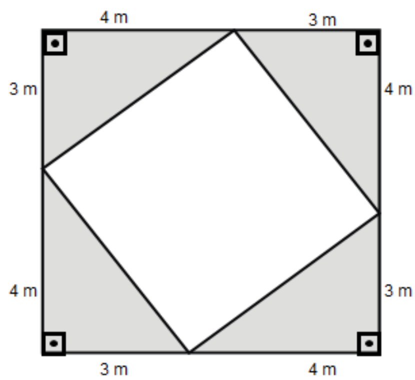
$$\text{Área do quadrado} = a^2 - 2ab + b^2$$

Onde temos que $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ é um produto notável

Resposta: Letra D.

Exercício 17 ====================================

Destacando os lados dos triângulos na figura abaixo, conseguimos ver que esse triângulos são retângulos, pois possuem um dos ângulos coincidentes com o ângulo do quadrado que de 90º.



Fazendo teorema de pitágoras nos triângulos conseguimos descobrir quanto vale hipotenusa de cada um deles assim como o valor do lado (L) da área quadrada central:

$$L^2 = 3^2 + 4^2$$

$$L^2 = 9 + 16$$

$$L^2 = 25$$

$$L = 5\,\text{m}$$

Calculando a área de grama da figura, ou seja, área ocupada pelos 4 triângulos retângulo:

$$4 \cdot \text{Área triângulo} =$$

$$4 \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} =$$

$$4 \cdot 3 \cdot 2 =$$

$$24\,\text{m}^2$$

Agora, calculamos área de cerâmica da figura, ou seja, área ocupada pelo quadrado central de lado 5 m:

$$\text{Área quadrado} =$$

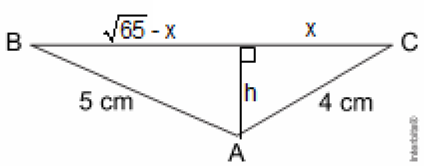
$$5^2 =$$

$$25\,\text{m}^2$$

Resposta: Letra A.

Exercício 18 ===================================

Colocando uma altura relativa ao lado BC no triângulo da figura e chamando a medida dessa altura de h, temos o seguinte:



Podemos ver na figura acima que essa altura h dividiu o lado BC que era $\sqrt{65}$ em $\sqrt{65} - x$ e x, todas as medidas em centímetros.

Fazendo teorema de pitágoras nos dois triângulos retângulos formados com a inserção da altura:

$$\begin{cases} h^2 + x^2 = 4^2 \\ h^2 + \left(\sqrt{65} - x\right)^2 = 5^2 \end{cases}$$

Substituindo o h da primeira equação na segunda, podemos achar o x:

$$h^2 + x^2 = 4^2 \rightarrow \underline{h^2 = 4^2 - x^2}$$

$$\downarrow$$

$$4^2 - x^2 + \left(\sqrt{65} - x\right)^2 = 5^2$$

$$4^2 - x^2 + 65 - 2 \cdot \sqrt{65} \cdot x + x^2 = 5^2$$

$$4^2 + 65 - 2x\sqrt{65} = 5^2$$

$$2x\sqrt{65} = 4^2 + 65 - 5^2$$

$$2x\sqrt{65} = 16 + 65 - 25$$

$$2x\sqrt{65} = 56$$

$$x = \frac{56}{2\sqrt{65}}$$

$$x = \frac{28}{\sqrt{65}}$$

Substituindo x na equação $h^2 + x^2 = 4^2$:

$$h^2 + \left(\frac{28}{\sqrt{65}}\right)^2 = 4^2$$

$$h^2 + \frac{28^2}{65} = 4^2$$

$$h^2 = 4^2 - \frac{28^2}{65}$$

$$h^2 = \frac{65 \cdot 4^2}{65} - \frac{28^2}{65}$$

$$h^2 = \frac{65 \cdot 4^2 - 28^2}{65}$$

$$h^2 = \frac{65 \cdot 4^2 - 7^2 \cdot 4^2}{65}$$

$$h^2 = \frac{4^2 \cdot (65 - 7^2)}{65}$$

$$h^2 = \frac{4^2 \cdot (65 - 49)}{65}$$

$$h^2 = \frac{4^2 \cdot 16}{65}$$

$$h = \frac{4 \cdot 4}{\sqrt{65}}$$

$$h = \frac{16}{\sqrt{65}}$$

Para calcular a área de um triângulo, fazemos:

$$\text{Área Triângulo} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

Substituindo:

base = $\sqrt{65}$ cm

altura = $\dfrac{16}{\sqrt{65}}$ cm

$$\text{Área Triângulo} = \frac{\sqrt{65}\cdot\dfrac{16}{\sqrt{65}}}{2}$$

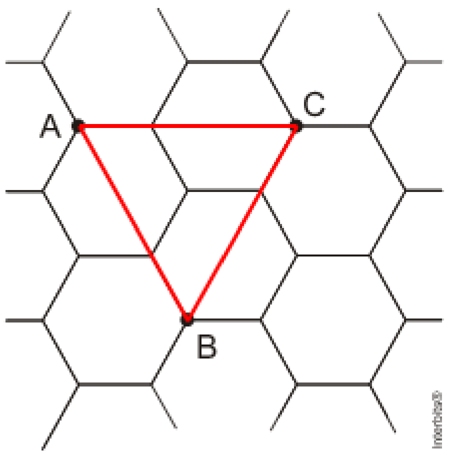
$$\text{Área Triângulo} = \frac{16}{2}$$

$$\text{Área Triângulo} = 8\ \text{cm}^2$$

Resposta: Letra A.

Exercício 19 ===================================

Ligando os vértices A, B e C e destacando o triângulo formado:



Na figura acima percebemos que os triângulo formado por A, B e C contém exatamente 3 metades dos hexágonos regulares mostrados, e cada área do hexágono regular mede 8 de acordo com o enunciado.. Logo a área deste triângulo será de:

$$\text{Área Triângulo}_{ABC} = 3\cdot\text{metade área hexágono regular}$$

$$\text{Área Triângulo}_{ABC} = 3\cdot\frac{8}{2}$$

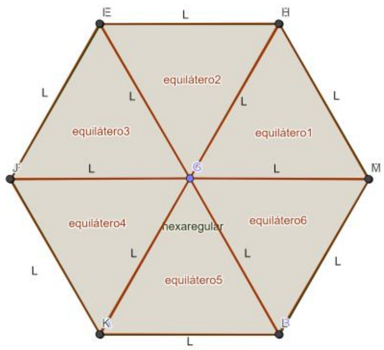
$$\text{Área Triângulo}_{ABC} = 3\cdot 4$$

$$\text{Área Triângulo}_{ABC} = 12$$

Resposta: Letra B.

Exercício 20 ===================================

O hexágono regular pode ser decomposto na em 6 triângulos equiláteros (triângulos regulares):

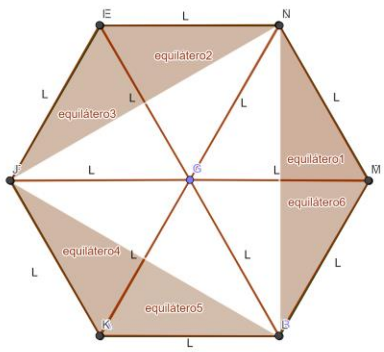


Portanto, podemos concluir que a área do hexágono regular será igual a soma das 6 áreas dos triângulos equiláteros menores que o compõem.

Área Hexágono Regular = 6 x Área do Triângulo Equilátero

$$\text{Área do triângulo equilátero} = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\text{AHex} = 6\times\frac{l^2\sqrt{3}}{4}$$



Se você olhar com atenção, verá que essa “área de toque” (área de branco) ocupa em cada um dos 6 triângulos equiláteros, metade da área destes. E, se ocupa metade da área de cada um dos triângulos equiláteros que compõem o Hexágono, ocupa metade da área do Heliponto (Hexágono).

Et voilá. pronto, acabamos a questão: a “área de toque” (triângulo equilátero branco) ocupa metade da área do Heliponto (Hexágono Regular), e, a “área de segurança” que deve ser pintada com tinta amarela é a outra metade dessa área.

Fazendo os cálculos:

$$\text{A}\,\Delta = \text{A tinta amarela} = \frac{1}{2}\times\text{A Hex}$$

$A\ \Delta = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{l^2\sqrt{3}}{4} = A\ \Delta = 3 \times \frac{l^2\sqrt{3}}{4} =$

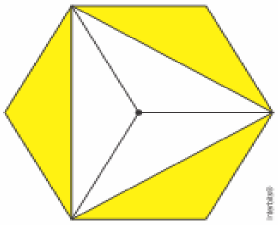
$= A\ \Delta = 3 \times \frac{12^2\sqrt{3}}{4} = A\ \Delta = 3 \times \frac{144\sqrt{3}}{4} =$

$= A\ \Delta = 3 \times 36\sqrt{3} = A\ \Delta = 108\sqrt{3}\,m^2$

$A\ \text{tinta amarela} = 108\sqrt{3}\,m^2$

Resposta: Letra C.

Observação: outra forma de enxergar a mesma resolução, se você já tem uma familiaridade com o Hexágono Regular:



O hexágono regular da figura pode ser decomposto em triângulos congruentes, como mostra a figura acima. Como os triângulos são congruentes, eles possuem a mesma área, o que nos permite concluir que a área pedida corresponde à metade da área do hexágono regular.

Ou seja:

$$A = \frac{\frac{6 \times 12^2 \times \sqrt{3}}{4}}{2} = 108\sqrt{3}$$