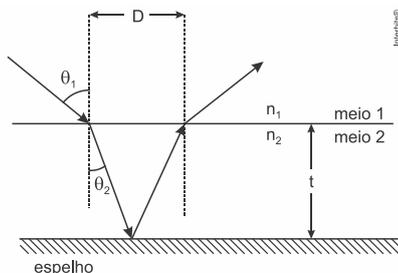




# REFRAÇÃO, REFLEXÃO TOTAL E DISPERSÃO DA LUZ

1. (UFPR 2015) Dependendo das condições do ambiente onde os espelhos devem ser utilizados, eles são fabricados com um material transparente recobrendo a superfície espelhada, com o objetivo de protegê-la. Isto aumenta a vida útil do espelho, mas introduz um deslocamento no ponto onde a luz refletida emerge, se comparado a um espelho não recoberto. A figura abaixo representa o caminho percorrido por um raio luminoso monocromático ao incidir sobre um espelho recoberto superficialmente por um material transparente com espessura  $T = 2\text{mm}$  e índice de refração  $n_2$ . O meio 1 é o ar, com índice de refração  $n_1 = 1$  e o meio 2 possui índice de refração  $n_2 = \sqrt{2}$ . Na situação mostrada na figura,  $\theta_1 = 45^\circ$ .



Considere  $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2$ ,  $\sin 30^\circ = 1/2$  e  $\cos 30^\circ = \sqrt{3}/2$ .

Utilizando estes dados, calcule a distância  $D$  entre a entrada do raio luminoso no meio 2 e sua saída, assim como está indicada na figura.

---



---

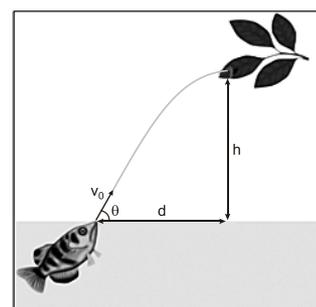


---



---

2. (UFG 2014) Os peixes da família Toxotidae, pertencentes à ordem dos Perciformes, naturais da Ásia e da Austrália, são encontrados em lagoas e no litoral. Eles são vulgarmente chamados de peixes-arqueiros pela peculiar técnica de caça que utilizam. Ao longo da evolução, tais peixes desenvolveram a extraordinária habilidade de atingir suas presas, geralmente insetos que descansam sobre ramos ou folhas próximos à superfície da água, por meio de um violento jato de água disparado pela boca. Para acertar seus alvos com tais jatos de água, instintivamente os peixes levam em conta tanto a refração da água quanto o ângulo de saída do jato em relação à superfície da água. Conforme o exposto, considere um peixe-arqueiro que aviste um inseto a uma distância  $d$  e uma altura  $h$ , como indicado na figura.



Para os casos em que  $h = d$ ,

- calcule a distância horizontal aparente, ou seja, a distância da presa percebida pelo peixe-arqueiro devido à refração, supondo que a água possua um índice de refração  $n = \sqrt{2}$ ;
- determine uma expressão para o módulo da velocidade inicial  $v_0$  do jato de água emitido pelo peixe-arqueiro



em função de  $d$  e da aceleração da gravidade  $g$ , supondo que a velocidade inicial forme um ângulo  $\theta = 60^\circ$  com a superfície da água.

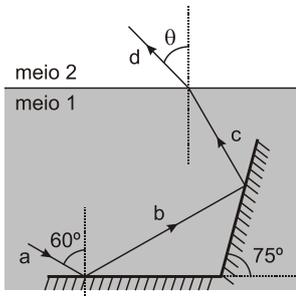
---

---

---

---

3. (UFPR 2014) Um sistema de espelhos, esquematizado na figura abaixo, está imerso num meio 1 cujo índice de refração é  $\sqrt{2}$



Um raio luminoso incide sobre o espelho horizontal pela trajetória  $a$  fazendo um ângulo de  $60^\circ$  em relação à reta normal deste espelho. Após esta reflexão, o raio segue a trajetória  $b$  e sofre nova reflexão ao atingir outro espelho, que está inclinado de  $75^\circ$  em relação à horizontal. Em seguida, o raio refletido segue a trajetória  $c$  e sofre refração ao passar deste meio para um meio 2 cujo índice de refração é igual a 1, passando a seguir a trajetória  $d$ . Utilizando estas informações, determine o ângulo de refração  $\theta$ , em relação à reta normal da interface entre os meios 1 e 2.

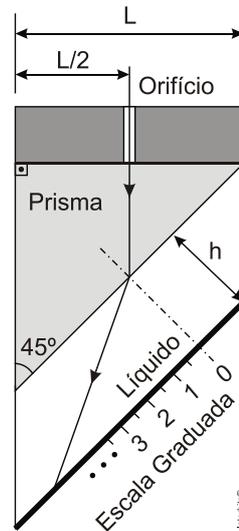
---

---

---

4. (UFG 2013) Refratômetro é um instrumento óptico utilizado para medir o índice de refração de uma substância e

também para determinar a concentração de certas substâncias, como, por exemplo, o açúcar em um fluido qualquer. A figura ilustra o protótipo de um refratômetro constituído por um prisma de índice de refração 1,6, um orifício no qual entra a luz de análise e uma cavidade para colocar o material líquido a ser analisado. Nessas condições, um feixe de luz monocromático, ao entrar pelo orifício, refrata na interface prisma-líquido e atinge a escala graduada em um ponto a 4 cm da origem.



Considerando-se que  $L = 12 \text{ cm}$  e  $h = \sqrt{2} \text{ cm}$ , calcule:

O índice de refração do líquido sob análise.

O menor índice de refração que esse instrumento permite medir.

---

---

---

---

5. (UFG 2013) Um feixe de luz branca é empregado para transmitir sinais de telecomunicação. Para isso, é instalada uma fibra óptica que possui índice de refração para o azul de 1,528 e para o vermelho de 1,513. Considerando-se



os raios de luz azul e vermelho e que a distância entre duas cidades quaisquer é de 300 km, determine:

- a. o raio de luz que chega primeiro. Justifique;
- b. o atraso entre os raios ao percorrerem essa distância.

Dado:

$$c = 3.10^8 \text{ m/s}$$

---



---



---

6. (UERJ 2013) Um raio luminoso monocromático, inicialmente deslocando-se no vácuo, incide de modo perpendicular à superfície de um meio transparente, ou seja, com ângulo de incidência igual a  $0^\circ$ . Após incidir sobre essa superfície, sua velocidade é reduzida a  $5/6$  do valor no vácuo.

Utilizando a relação  $\text{sen}\theta_1/\text{sen}\theta_2 = \theta_1/\theta_2$  para ângulos menores que  $10^\circ$ , estime o ângulo de refração quando o raio atinge o meio transparente com um ângulo de incidência igual a  $3^\circ$ .

---



---



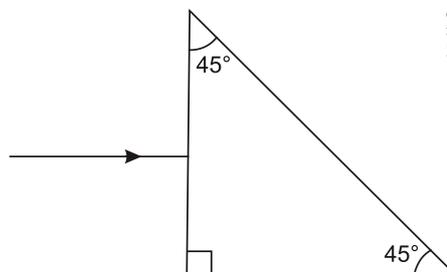
---

7. (UFMG 2013) Ariete deseja estudar o fenômeno da dispersão da luz branca, ou seja, a sua decomposição em várias cores devido à dependência do índice de refração do material com a frequência. Para isso, ela utiliza um prisma de vidro cuja seção reta tem a forma de um triângulo retângulo isósceles.

O índice de refração desse vidro é  $n = 1,50$  para a luz branca e varia em torno desse

valor para as várias cores do espectro visível.

Ela envia um feixe de luz branca em uma direção perpendicular a uma das superfícies do prisma que formam o ângulo reto, como mostrado na figura.



(Dados:  $\text{sen}45^\circ = \text{cos}45^\circ = 0,707$ )

- a. COMPLETE, na figura, a trajetória do feixe até sair do prisma.
- b. EXPLIQUE, detalhando seu raciocínio, o que acontece com esse feixe na superfície oposta ao ângulo reto.
- c. Ariete observa a dispersão da luz branca nesse experimento? JUSTIFIQUE sua resposta.

---

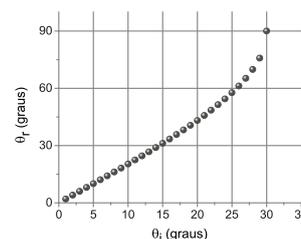
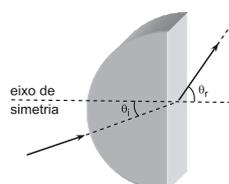


---



---

8. (UFPE 2012) Um raio de luz incide na parte curva de um cilindro de plástico de seção semicircular formando um ângulo  $\theta_i$  com o eixo de simetria. O raio emerge na face plana formando um ângulo  $\theta_r$  com o mesmo eixo. Um estudante fez medidas do ângulo  $\theta_r$  em função do ângulo  $\theta_i$  e o resultado está mostrado no gráfico  $\theta_r$  versus  $\theta_i$ . Determine o índice de refração deste plástico.






---



---

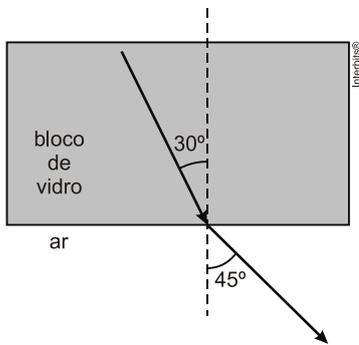


---



---

9. (UFPE 2011) A figura apresenta um experimento com um raio de luz que passa de um bloco de vidro para o ar. Considere a velocidade da luz no ar como sendo igual a velocidade da luz no vácuo. Qual é a velocidade da luz dentro do bloco de vidro, em unidades de  $10^8$  m/s?



Dados:

Velocidade da luz no vácuo =  $3 \times 10^8$  m/s;  
 $\text{sen } 30^\circ = 0,50$ ;  $\text{sen } 45^\circ = 0,71$ .

---



---



---



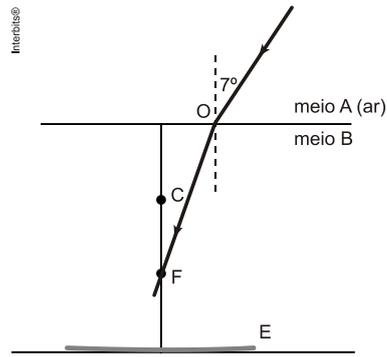
---

10. (UERJ 2011) Um raio de luz vindo do ar, denominado meio A, incide no ponto O da superfície de separação entre esse meio e o meio B, com um ângulo de incidência igual a  $7^\circ$ .

No interior do meio B, o raio incide em um espelho côncavo E, passando pelo foco principal F.

O centro de curvatura C do espelho, cuja distância focal é igual a 1,0 m, encontra-se a 1,0 m da superfície de separação dos meios A e B.

Observe o esquema:



Considere os seguintes índices de refração:

- $n_A = 1,0$  (meio A)
- $n_B = 1,2$  (meio B)

Determine a que distância do ponto O o raio emerge, após a reflexão no espelho.

---



---

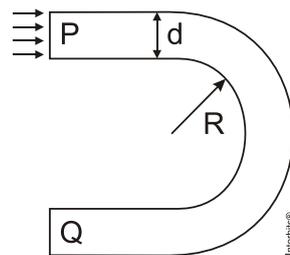


---



---

11. (ITA 2011) Um tarugo de vidro de índice de refração  $n = 3/2$  e seção transversal retangular é moldado na forma de uma ferradura, como ilustra a figura.



Um feixe de luz incide perpendicularmente sobre a superfície plana P. Determine o valor mínimo da razão  $R/d$  para o qual toda a luz que penetra pela superfície P emerge do vidro pela superfície Q.

---



---



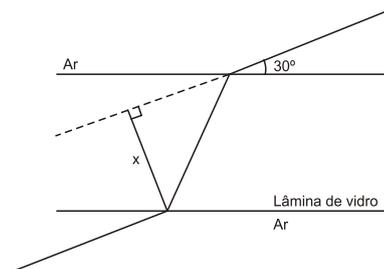
---



---



**12.** (CESGRANRIO 2010)



Um raio de luz monocromática incide sobre a superfície de uma lâmina delgada de vidro, com faces paralelas, fazendo com ela um ângulo de  $30^\circ$ , como ilustra a figura acima. A lâmina está imersa no ar e sua espessura é  $\sqrt{3}$  cm. Sabendo-se que os índices de refração desse vidro e do ar valem, respectivamente,  $\sqrt{3}$  e 1, determine o desvio  $x$ , em mm, sofrido pelo raio ao sair da lâmina.

---



---

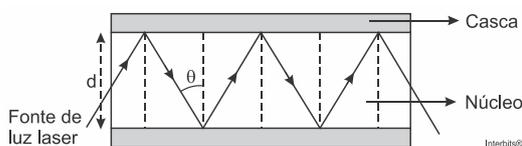


---



---

**13.** (UFG 2008) Atividades como falar ao telefone, assistir à TV a cabo, navegar na internet ou mesmo realizar um exame de endoscopia digestiva etc. são possíveis graças à tecnologia associada às fibras ópticas. Algumas das vantagens dessa tecnologia são a imunidade a interferências, grande capacidade de transmissão de dados, ausência de ruídos, isolamento elétrico e sigilo nas comunicações. A figura a seguir mostra uma seção de uma fibra óptica, onde ela é basicamente constituída de casca e núcleo, ambos de vidro, de índices de refração diferentes.



Dado:  $\text{sen}\theta = 1/x$ ,  $x > 1$ .

- a. Calcule o valor do ângulo crítico  $\theta_c$ , para que haja a transmissão da luz, dados os índices de refração  $n_c$  da casca e  $n_n$  do núcleo, com  $n_c < n_n$ .
- b. Considerando que as reflexões internas totais em toda fibra se comportem conforme a seção da figura ( $\theta > \theta_c$ ), determine o número de reflexões num comprimento  $L$  da fibra, em função de  $x$ ,  $L$  e  $d$  (diâmetro do núcleo).

---



---

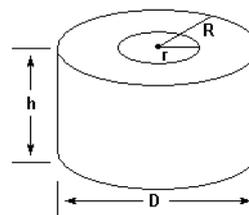


---



---

**14.** (UERJ 2008) Uma caixa cilíndrica, com altura  $h = 36$  cm e diâmetro  $D = 86$  cm, está completamente cheia de água. Uma tampa circular, opaca e plana, com abertura central de diâmetro  $d$ , é colocada sobre a caixa. No esquema a seguir,  $R$  representa o raio da tampa e  $r$  o raio de sua abertura.



Determine o menor valor assumido por  $d$  para que qualquer raio de luz incidente na abertura ilumine diretamente o fundo da caixa, sem refletir nas paredes verticais internas.

---



---



---

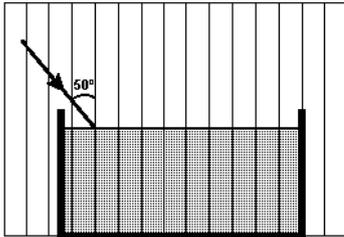


---

**15.** (UFMG 2007) Um feixe de luz vermelha, emitido por um laser, incide



sobre a superfície da água de um aquário, como representado nesta figura:



O fundo desse aquário é espelhado, a profundidade da água é de 40 cm e o ângulo de incidência do feixe de luz é de  $50^\circ$ .

Observa-se, então, que esse feixe emerge da superfície da água a 60 cm do ponto em que entrou.

Sabe-se que, na água, a velocidade de propagação da luz diminui com o aumento de sua frequência.

Considerando essas informações,

a. TRACE, na figura apresentada, a continuação da trajetória do feixe de luz até depois de ele sair da água. JUSTIFIQUE sua resposta.

b. CALCULE o índice de refração da água nessa situação. Dado que o  $\text{sen } 50^\circ = 0,766$

Em seguida, usa-se outro laser que emite luz verde. Considerando essa nova situação,

c. RESPONDA:

A distância entre o ponto em que o feixe de luz verde entra na água e o ponto em que ele emerge é menor, igual ou maior que a indicada para o feixe de luz vermelha. JUSTIFIQUE sua resposta.

---

---

---

---

16. (UFF 2007) As leis de reflexão e refração podem ser verificadas através do

experimento indicado na figura 1, onde um feixe estreito de luz monocromática, proveniente do ar, incide sobre a face plana de um bloco de vidro cuja seção reta é um semicírculo. O semicírculo é concêntrico com o transferidor, e a normal à face plana do semicírculo passa pelo zero da escala do transferidor.

a. Fazendo uso da tabela a seguir faça uma estimativa do índice de refração do vidro.

b. Observe que o feixe de luz incidente na face curva do bloco não desvia ao passar do vidro para o ar. Explique por que isso ocorre.

c. Suponha que o bloco do experimento fosse substituído por outro de faces paralelas, feito do mesmo material. Desenhe na figura 2 a trajetória do feixe nessa nova situação.

Figura 1

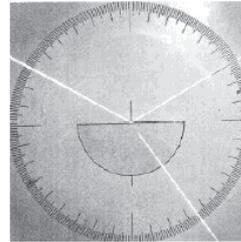
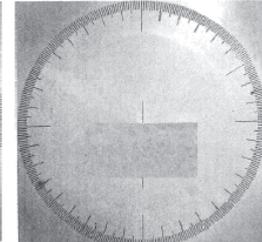


Figura 2



ângulo	seno
$30^\circ$	0,50
$35^\circ$	0,57
$55^\circ$	0,82
$60^\circ$	0,87

---

---

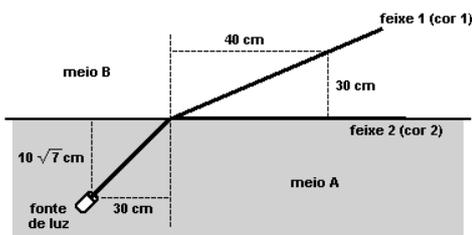
---

---

17. (UFPR 2007) Componentes da luz com cores diferentes propagam-se em um meio material refringente com velocidades diferentes, sendo isso um indicativo de que o material apresenta um índice de refração diferente para cada cor. A esse fenômeno dá-se o nome de dispersão cromática da luz. Devido a ele, em geral, feixes de luz com cores



diferentes sofrem desvios diferentes ao passarem de um meio refringente para outro. Uma fonte emite luz formada pela composição de duas cores distintas. Para separar as duas cores foi montado o esquema experimental representado a seguir.



O feixe 1, associado à cor 1, passa do meio A para o meio B, que é ar ( $n_{ar} = 1,0$ ) e segue a trajetória mostrada na figura. O feixe 2, associado à cor 2, sofre reflexão interna total, e sai tangente à superfície que delimita os dois meios. Com isso, consegue-se separar os dois feixes.

Quais são os valores dos índices de refração que o meio A deve apresentar para as cores 1 e 2 para que os feixes de cores 1 e 2 se comportem como na figura apresentada?

---



---



---



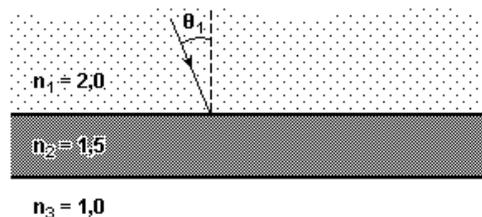
---



---

**18.** (UFRJ 2006) Uma lâmina homogênea de faces paralelas é constituída de um material com índice de refração  $n_2 = 1,5$ . De um lado da lâmina, há um meio homogêneo de índice de refração  $n_1 = 2,0$ ; do outro lado, há ar, cujo índice de refração  $n_3$  consideramos igual a  $1,0$ .

Um raio luminoso proveniente do primeiro meio incide sobre a lâmina com ângulo de incidência  $\theta_1$ , como indica a figura.



Calcule o valor de  $\theta_1$  a partir do qual o raio que atravessa a lâmina sofre reflexão total na interface com o ar.

---



---

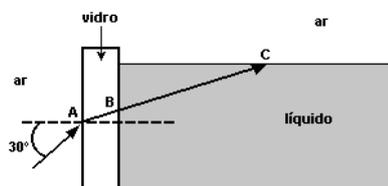


---



---

**19.** (UFU 2004) Um raio de luz incide, de uma região que contém ar (índice de refração  $n = 1,0$ ), em uma placa de vidro de índice de refração  $n = 1,5$ , com um ângulo de incidência igual a  $30^\circ$ , atravessando-a e perfazendo a trajetória AB da figura a seguir.



Após atravessar a placa de vidro, o raio passa por uma região que contém um líquido sem sofrer desvio, seguindo a trajetória BC da figura acima, atingindo a superfície de separação do líquido com o ar (ponto C da figura).

Dados:

Velocidade da luz no vácuo:  $c = 3,0 \times 10^8$  m/s.

$\text{sen}19,5^\circ \approx 1/3$

$\text{sen}30^\circ = 1/2$

$\text{sen}41,8^\circ \approx 2/3$

$\text{sen}70,5^\circ \approx 0,94$



Determine:

- a. o índice de refração do líquido.
- b. a velocidade da luz no interior do vidro (percurso AB).
- c. se o raio de luz emergirá do líquido para o ar no ponto C, justificando sua resposta.

---



---

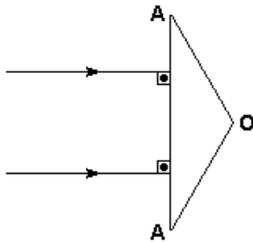


---



---

20. (UFSCAR 2004) O prisma da figura está colocado no ar e o material de que é feito tem um índice de refração igual a  $\sqrt{2}$ . Os ângulos A são iguais a  $30^\circ$ . Considere dois raios de luz incidentes perpendiculares à face maior.



- a. Calcule o ângulo com que os raios emergem do prisma.
- b. Qual deve ser o índice de refração do material do prisma para que haja reflexão total nas faces OA?

---

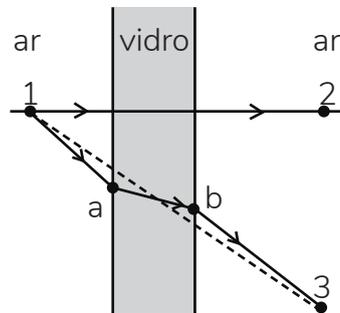


---



---

21. (UFU 2018) Considere um raio de luz que parte do ponto 1 e vai até o ponto 2, seguindo por um caminho retilíneo, justamente porque é aquele em que tal raio o percorre em menor tempo possível. Na mesma situação, um raio sai do ponto 1 e chega a 3, mas, em vez de fazer o caminho seguindo a linha tracejada, ele atravessa a lâmina de vidro, passando por a e b.



- a. Explique por que o raio de luz não segue a linha tracejada, e sim desvia-se, passando por a e b.
- b. Sabendo-se que o índice de refração do vidro é 1,5, qual a velocidade com que o raio de luz o atravessa?

---



---



---

**ANOTAÇÕES**

---



---



---



---



---



---



# GABARITO

1. Aplicando a Lei de Snell, é possível encontrar o valor no ângulo  $\theta_2$

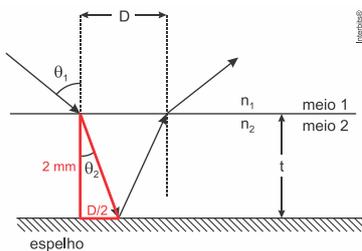
$$n_1 \cdot \text{sen}(\theta_1) = n_2 \cdot \text{sen}(\theta_2)$$

$$1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\theta_2)$$

$$\text{sen}(\theta_2) = \frac{1}{2}$$

$$\theta_2 = 30^\circ$$

Com o valor deste ângulo, pela análise do triângulo destacado, é possível achar o valor da distância D.



$$\text{tg}(\theta_2) = \frac{\text{sen}(\theta_2)}{\text{cos}(\theta_2)} = \frac{D/2}{2}$$

$$\frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{D/2}{2}$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot D}{4} = \frac{2}{2}$$

$$D = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3}$$

$$D = 2,31 \text{ mm}$$

2.

a. Dados:  $n_{\text{ar}} = 1$ ;  $n_{\text{água}} = \sqrt{2}$ .

Da Fig 1, se  $h = d \rightarrow \theta = 45^\circ$ .

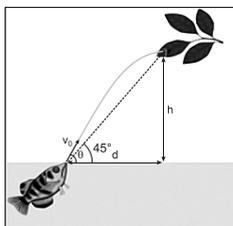


Fig 1

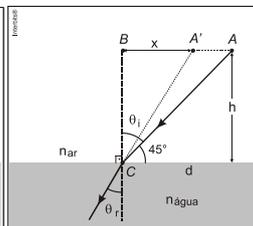


Fig 2

Comentário: vale a pena ressaltar que a imagem do alvo (A) não se forma no ponto A'. Limitamos a dar a resposta esperada pelo examinador, sem causar polêmica.

Aplicando a lei de Snell na Fig 2:

$$n_{\text{ar}} \text{sen} \theta_i = n_{\text{água}} \text{sen} \theta_r \Rightarrow 1 \cdot \text{sen} 45^\circ =$$

$$\sqrt{2} \text{sen} \theta_r \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} \text{sen} \theta_r \Rightarrow$$

$$\text{sen} \theta_r = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta_r = 30^\circ.$$

Ainda na Fig 2, no triângulo retângulo A'BC:

b. A figura ilustra o lançamento.

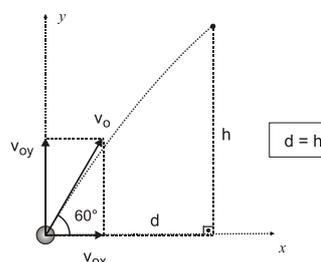


Fig 3

No referencial mostrado na figura, as componentes da velocidade inicial são:

$$\begin{cases} v_{0x} = v_0 \cos 60^\circ \Rightarrow v_{0x} = \frac{v_0}{2} \\ v_{0y} = v_0 \text{sen} 60^\circ \Rightarrow v_{0y} = \frac{-v_0 \sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Na horizontal, o movimento é uniforme, com  $x_0 = 0$ .

$$x = x_0 + v_{0x} t \Rightarrow d = v_{0x} t \Rightarrow t = \frac{d}{v_{0x}} \Rightarrow t = \frac{2d}{v_0}$$

Na vertical, o movimento é uniformemente variado, com  $a = -g$ .

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a}{2} t^2 \Rightarrow d = \frac{v_0 \sqrt{3}}{2} \left( \frac{2d}{v_0} \right) - \frac{g}{2} \left( \frac{2d}{v_0} \right)^2 \Rightarrow$$

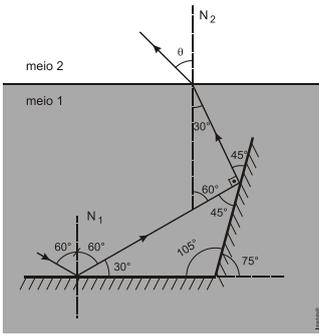
$$d = \sqrt{3} d - \frac{g}{2} \frac{4d^2}{v_0^2} \Rightarrow$$

$$\frac{2g}{v_0^2} d^2 = \sqrt{3} d - d \Rightarrow v_0^2 = \frac{2g d^2}{(\sqrt{3}-1)d} \Rightarrow v_0^2 = \frac{2g d(\sqrt{3}+1)}{2} \Rightarrow$$

$$v_0 = \sqrt{g d (\sqrt{3}+1)}$$



3. A figura mostra os ângulos relevantes para a resolução da questão.



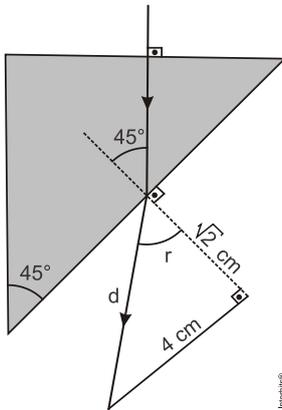
Aplicando a lei de Snell na refração:

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2 \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \text{sen } 30^\circ = 1 \cdot \text{sen } \theta \Rightarrow \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} = \text{sen } \theta \Rightarrow \text{sen } \theta = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$\theta = 45^\circ.$

4.

a. A figura mostra os dados do enunciado.



Calculando o valor de d:

$$d^2 = (\sqrt{2})^2 + 4^2 \rightarrow d = \sqrt{18} \rightarrow d = 3\sqrt{2} \text{ cm.}$$

O seno do ângulo de refração é:

$$\text{sen } r = \frac{4}{3\sqrt{2}}.$$

Aplicando a lei de Snell na interface prisma-líquido:

$$n_{\text{prisma}} \cdot \text{sen } 45^\circ = n_{\text{líquido}} \cdot \text{sen } r \Rightarrow 1,6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_{\text{líquido}} \cdot \frac{4}{3\sqrt{2}}$$

$$n_{\text{líquido}} = 1,2.$$

$$\Rightarrow n_{\text{líquido}} = \frac{1,6 \cdot \sqrt{2} \cdot 3 \cdot \sqrt{2}}{8} \Rightarrow$$

$$n_{\text{líquido}} = 1,2.$$

b. O menor índice de refração que pode ser medido que o instrumento pode medir, é na situação em que o raio emergente no prisma é praticamente rasante, ou seja, o ângulo de refração tende para  $90^\circ$ .

Aplicando novamente a lei de Snell:

$$n_{\text{prisma}} \cdot \text{sen } 45^\circ = n_{\text{líquido}} \cdot \text{sen } 90^\circ \Rightarrow$$

$$1,6 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = n_{\text{líquido}} \cdot 1 \Rightarrow n_{\text{líquido}} = 0,8\sqrt{2} \Rightarrow$$

$$n_{\text{líquido}} = 1,13.$$

5. Dados:  $n_{\text{az}} = 1,528$ ;  $n_{\text{vm}} = 1,513$ ;  $D = 300 \text{ km} = 3 \times 10^5 \text{ m/s}$ ;  $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

a. O raio de luz que chega primeiro é o de maior velocidade.

Da definição de índice de refração absoluto:

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n} \left\{ \begin{array}{l} v_{\text{az}} = \frac{c}{n_{\text{az}}} \\ v_{\text{vm}} = \frac{c}{n_{\text{vm}}} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$n_{\text{vm}} < n_{\text{az}} \Rightarrow v_{\text{vm}} > v_{\text{az}}.$$

$v_{\text{vm}} > v_{\text{az}} \rightarrow$  O raio de luz vermelho chega primeiro.

b. O atraso é dado pela diferença dos tempos de percurso:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{az}} - \Delta t_{\text{vm}} \Rightarrow \Delta t = \frac{D}{v_{\text{az}}} - \frac{D}{v_{\text{vm}}} \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{D}{\frac{c}{n_{\text{az}}}} - \frac{D}{\frac{c}{n_{\text{vm}}}} = \frac{D}{c} (n_{\text{az}} - n_{\text{vm}}) \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{3 \times 10^5}{3 \times 10^8} (1,528 - 1,513) \Rightarrow$$

$$\Delta t = 1,5 \times 10^{-5} \text{ s.}$$

6. A partir da Lei de Snell, temos:

$$n_1 \cdot \text{sen } \theta_1 = n_2 \cdot \text{sen } \theta_2$$

$$\frac{c}{v_1} \cdot \text{sen } \theta_1 = \frac{c}{v_2} \cdot \text{sen } \theta_2$$

$$v_2 \cdot \text{sen } \theta_1 = v_1 \cdot \text{sen } \theta_2$$

Em que "c" representa a velocidade da luz no vácuo.

Como a velocidade da luz em um determinado



meio independente do ângulo de incidência, temos:

$$v_1 = c \text{ e } v_2 = \frac{5}{6}c$$

Substituindo na expressão acima:

$$\frac{5}{6}c \cdot \text{sen}\theta_1 = c \cdot \text{sen}\theta_2$$

$$\frac{5}{6}\text{sen}\theta_1 = \text{sen}\theta_2$$

$$\frac{\text{sen}\theta_1}{\text{sen}\theta_2} = \frac{6}{5}$$

Como os ângulos de incidência e refração são menores do que  $10^\circ$ , a aproximação apresentada no texto é válida e, portanto:

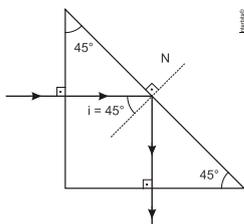
$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{6}{5} \rightarrow \frac{3}{\theta_2} = \frac{6}{5} \rightarrow 6\theta_2 = 3.5 \rightarrow \theta_2 = \frac{15}{6}$$

$$\therefore \theta_2 = 2,5^\circ$$

**7.** Considerando o prisma imerso no ar, temos os seguintes dados:

$$n_{\text{ar}} = 1; n = 1,5; \text{sen } 45^\circ = \cos 45^\circ = 0,707.$$

a. Na primeira face, a incidência é normal, portanto não há desvio do raio. Na segunda face ocorre reflexão total, como ilustra a figura.



b. Calculando o ângulo limite (L) para a segunda face:

$$\text{sen } L = \frac{n_{\text{ar}}}{n} = \frac{1}{1,5} \Rightarrow \text{sen } L = 0,67.$$

A refração na interface de dois meios somente acontece se  $\text{sen } i < \text{sen } L$ .

No caso, comparando:  $\text{sen } i = \text{sen } 45^\circ = 0,707$  e  $\text{sen } L = 0,67$ .

Concluímos que  $\text{sen } i > \text{sen } L$ . Logo, ocorre reflexão total.

c. Como na reflexão não há dispersão da luz, e na refração com incidência normal também não ocorre esse fenômeno, Ariete não observa dispersão da luz nesse experimento.

**8.** De acordo com o gráfico, podemos determinar que para  $\theta_r = 90^\circ$ , teremos  $\theta_i = 30^\circ$ . Utilizando os conceitos de refração, teremos:

$$n_{\text{plástico}} \cdot \text{sen}\theta_i = n_{\text{ar}} \cdot \text{sen}\theta_r \rightarrow n_{\text{plástico}} \cdot \text{sen}30^\circ =$$

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen}90^\circ \rightarrow n_{\text{plástico}} \cdot \frac{1}{2} = 1.1$$

$$n_{\text{plástico}} = 2.$$

Nota: para a resolução, foi considerado que o ângulo  $\theta_r$  encontra-se no ar, informação que não foi dada pelo enunciado.

**9.** Dados:  $u = 10^8$ ;  $v_{\text{ar}} = c = 3.10^8 \text{ m/s} = 3u$ ;  $\text{sen } 30^\circ = 0,50$ ;  $\text{sen } 45^\circ = 0,71$ .

Aplicando a Lei da Snell:

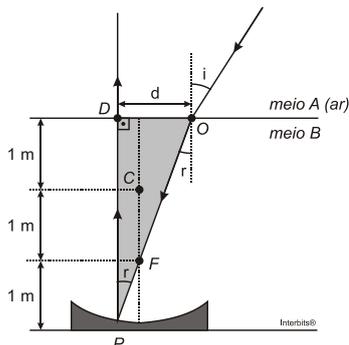
$$v_{\text{vidro}} \text{sen}45^\circ = v_{\text{ar}} \text{sen}30^\circ \Rightarrow v_{\text{vidro}} (0,71) = 3u(0,5)$$

$$\Rightarrow v_{\text{vidro}} = \frac{1,5u}{0,71} \Rightarrow$$

$$v_{\text{vidro}} = 2,12u.$$

**10.** Dados:  $n_A = 1,0$ ;  $n_B = 1,2$ ;  $\text{sen } 7^\circ = 0,12$ .

A figura a seguir ilustra a situação. Como o raio refratado incide no espelho passando pelo foco, ele reflete paralelo ao eixo principal.



Sabemos que quando um ângulo é pequeno ( $\theta < 10^\circ$ ), podemos fazer a aproximação:

$$\text{sen } \theta = \text{tg } \theta = \theta_{(\text{radiano})}$$

Como nesse caso  $i = 7^\circ$  e  $r < i$  (ângulos pequenos), podemos então trocar o seno pela tangente na lei de Snell. Assim:

$$n_A \text{ tgi} = n_B \text{ tgr} \rightarrow 1(0,12) = 1,2 \text{ tgr} \rightarrow \text{tgr} = 0,12/1,2 \rightarrow \text{tgr} = 0,1.$$

Mas no triângulo OPB destacado na figura:

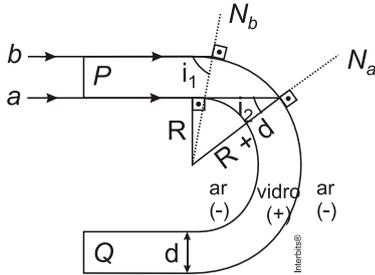
$$\text{tgr} = d/3 \rightarrow 0,1 = d/3 \rightarrow d = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}.$$

**11.** Dado:  $n_{\text{ar}} = 1$ ;  $n = 3/2$ .

Para que toda a luz incidente na superfície P sofre emergência pela superfície Q é necessário que todos os raios do feixe sofram reflexão total ao incidir na superfície côncava de maior raio.



A figura mostra dois raios limítrofes, a e b, do feixe. Para que ocorra reflexão total, o ângulo de incidência ( $i$ ) deve ser maior que o ângulo limite ( $L$ ). Então, se o raio que incide com menor ângulo (raio a) sofrer reflexão total, o feixe inteiro também o sofrerá.



Assim:

$$i_2 > L \rightarrow \text{sen } i_2 > \text{sen } L \quad (I).$$

O seno do ângulo limite entre dois meios é dado pela razão entre o índice do meio (-) refringente e o do (+) refringente.

$$\text{sen } L = n_{\text{ar}}/n = 1/(3/2) \rightarrow \text{sen } L = 2/3 \quad (II).$$

No triângulo retângulo mostrado na figura:

$$\text{sen } i_2 = R/R+d \quad (III).$$

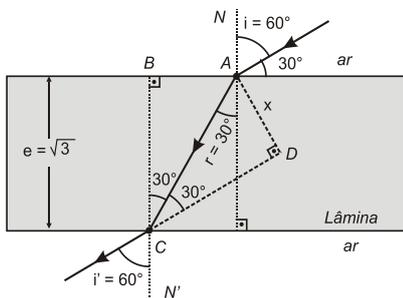
Substituindo (II) e (III) em (I):

$$\frac{R}{R+d} > \frac{2}{3} \Rightarrow 3R > 2R + 2d \Rightarrow R > 2d \Rightarrow \frac{R}{d} > 2 \Rightarrow \left[ \frac{R}{d} \right]_{\text{min}} \cong 2.$$

12. dados:  $n_{\text{ar}} = 1$ ;  $n_{\text{vidro}} = \sqrt{3}$ ;  $e = \sqrt{3}\text{cm}$ .

Se o ângulo entre o raio e a lâmina é de  $30^\circ$ , o ângulo de incidência é:  $i = 60^\circ$ . Como o raio vem do ar, atravessa a lâmina e volta para o ar, o raio emergente é paralelo ao incidente. Daí:  $i' = i = 60^\circ$ .

A figura a seguir ilustra a situação.



Aplicando a lei de Snell na primeira face:

$$n_{\text{ar}} \text{sen } i = n_{\text{vidro}} \text{sen } r \Rightarrow (1) \text{sen } 60^\circ = \sqrt{3} \text{sen } r \Rightarrow$$

$$\sqrt{3}/2 = \sqrt{3} \text{sen } r \Rightarrow \text{sen } r = 1/2 \Rightarrow r = 30^\circ.$$

No ponto C:

– os ângulos BCA e  $r$  são alternos-internos:  $BCA = 30^\circ$ .

– os ângulos BCD e  $i'$  são opostos pelo vértice:

$$BCD = 60^\circ.$$

$$\text{– mas: } BCD = BCA + ACD \Rightarrow 60^\circ = 30^\circ + ACD \Rightarrow ACD = 30^\circ.$$

No triângulo ABC:

$$\cos 30^\circ = BC/AC \Rightarrow \sqrt{3}/2 = \sqrt{3}/AC \rightarrow AC = 2\text{cm}.$$

No triângulo ACD:

$$\text{sen } 30^\circ = AD/AC \Rightarrow 1/2 = x/2 \Rightarrow$$

$$x = 1\text{ cm}.$$

13.

a.  $\theta_c = \arcsen(n_c/n_n)$ .

b.  $N_r = \text{inteiro } \sqrt{(L/d)(x^2 - 1)} + 1$ .

14. Considerando um raio de luz rasante a superfície do elemento vazado, que incide na água, na borda do mesmo. O raio refratado atinge a borda inferior do tanque. Nestas condições:

Pela Lei de Snell

$$n_{\text{ar}} \cdot \text{sen}(90^\circ) = n_{\text{água}} \cdot \text{sen}(A)$$

$$1.1 = 1,345 \cdot \text{sen}(A)$$

$$\text{Sen}(A) = 1/1,345 = 0,7435$$

A partir do  $\text{sen}(A)$  é possível determinar, por trigonometria,  $\text{tg}(A) = 1,112$

Da trajetória da luz é possível afirmar que:

$$\text{tg}(A) = 43-r/36 = 1,112$$

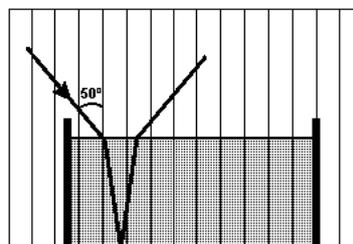
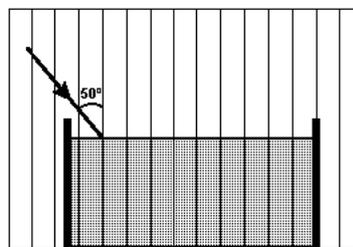
$$43 - r = 40,03$$

$$r = 43 - 40,03 = 3\text{ cm}$$

$$d = 2 \cdot r = 2 \cdot 3 = 6\text{ cm}$$

15. Observe a figura a seguir:

a.



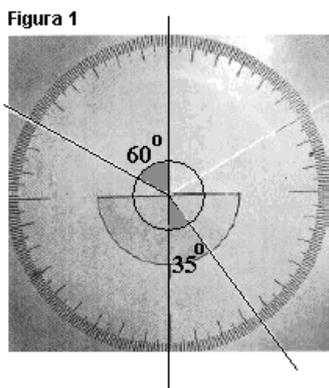


b.  $n = 1,28$  m

c. menor, devido ao menor ângulo de refração com o comprimento de luz verde, em relação ao vermelho.

**16.**

a. A figura abaixo mostra os ângulos de incidência e refração na passagem do ar para o vidro.

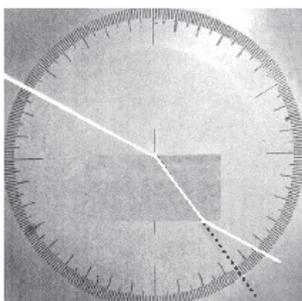


Aplicando Snell, vem:

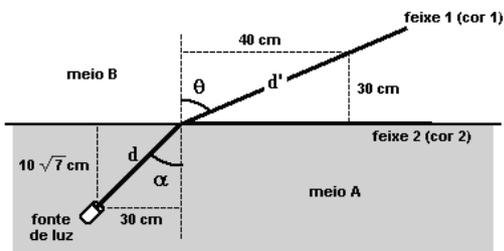
$$n_{ar} \cdot \text{sen}60^\circ = n_{vidro} \cdot \text{sen}35^\circ \rightarrow 1 \times 0,87 = n_{vidro} \times 0,57 \rightarrow n_v = 0,87/0,57 \cong 1,5$$

b. Ângulo de incidência igual a zero  $\rightarrow$  ângulo de refração = 0

c. Observe a figura a seguir:



**17.**



Calculando "d":

$$d^2 = (10\sqrt{7})^2 + 30^2 = 1600 \rightarrow d = 40 \text{ cm.}$$

Portanto:

$$\text{sen} \alpha = \frac{30}{40} = \frac{3}{4}$$

Observe que  $d' = 50$ cm (triângulo Pitagórico)

Por outro lado:

$$\text{sen} \theta = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

Snell:

$$n_A \cdot \text{sen} \alpha = n_B \cdot \text{sen} \theta$$

Feixe 1  $\rightarrow$

$$(n_A)_1 \cdot \frac{3}{4} = 1 \cdot \frac{4}{5} \rightarrow (n_A)_1 = \frac{16}{15} \cong 1,07$$

Feixe 2  $\rightarrow$

$$(n_A)_2 \cdot \text{sen} \alpha = n_B \cdot \text{sen}90^\circ$$

$\rightarrow$

$$(n_A)_2 \cdot \frac{3}{4} = 1 \times 1 \rightarrow (n_A)_2 = \frac{4}{3} \cong 1,33$$

**18.** A reflexão total na interface com o ar ocorre se o ângulo de incidência for maior que o ângulo limite. Usando a lei de Snell na interface dos meios 1 e 2, e considerando que o ângulo de refração nesta interface é igual ao ângulo de incidência na interface com o ar, pode-se escrever as seguinte equações:

$$2 \text{sen} \theta_1 = 1,5 \text{sen} \theta_2 = \text{sen} 90^\circ = 1.$$

Resolvendo essa última equação obtemos  $\text{sen} \theta_1 = 1/2$ , logo,  $\theta_1 = 30^\circ$ .

**19.**

a. 1,5

b.  $2 \cdot 10^8$  m/s

c. não haverá refração, pois o ângulo de incidência é maior que o ângulo limite para esta situação.

**20.**

a. A figura mostra o trajeto seguido pelo raio luminoso.

