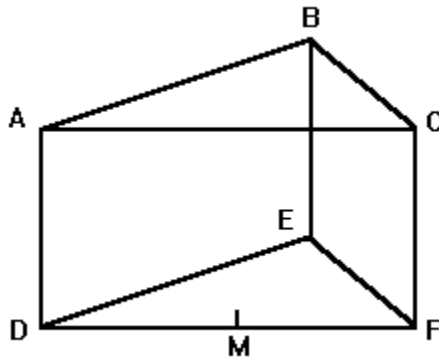


Exercícios de Matemática

Trigonometria – Relações Trigonométricas

1. (Fatec) A figura a seguir é um prisma reto, cuja base é um triângulo equilátero de $10\sqrt{2}$ cm de lado e cuja altura mede 5 cm.

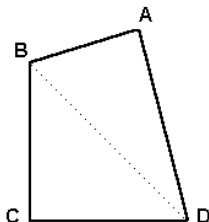


Se M é o ponto médio de aresta DF, o seno do ângulo BME é

- a) $(\sqrt{5})/5$
- b) $(\sqrt{7})/7$
- c) $(\sqrt{3})/2$
- d) $1/4$
- e) $2/5$

2. (Ufrj) Determine o comprimento do segmento cujas extremidades são os pontos de interseção da reta $y = x + 1$ com a parábola $y = x^2$.

3. (Unesp) Do quadrilátero ABCD da figura a seguir, sabe-se que: os ângulos internos de vértices A e C são retos; os ângulos CDB e ADB medem, respectivamente, 45° e 30° ; o lado CD mede 2dm. Então, os lados AD e AB medem, respectivamente, em dm:



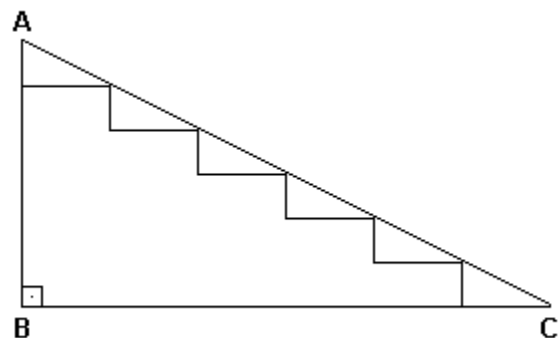
- a) $\sqrt{6}$ e $\sqrt{3}$.
- b) $\sqrt{5}$ e $\sqrt{3}$.
- c) $\sqrt{6}$ e $\sqrt{2}$.
- d) $\sqrt{6}$ e $\sqrt{5}$.
- e) $\sqrt{3}$ e $\sqrt{5}$.

4. (Ita) Um dispositivo colocado no solo a uma distância d de uma torre dispara dois projéteis em trajetórias retilíneas. O primeiro, lançado sob um ângulo $\theta \in (0, \pi/4)$, atinge a torre a uma altura h. Se o segundo, disparado sob um ângulo 2θ , atinge-a a uma altura H, a relação entre as duas alturas será:

- a) $H = 2hd^2/(d^2-h^2)$
- b) $H = 2hd^2/(d^2+h)$
- c) $H = 2hd^2/(d^2-h)$
- d) $H = 2hd^2/(d^2+h^2)$
- e) $H = hd^2/(d^2+h)$

5. (Fuvest) Um losango está circunscrito a uma circunferência de raio 2cm. Calcule a área deste losango sabendo que um de seus ângulos mede 60° .

6. (Unesp) A figura adiante representa o perfil de uma escada cujos degraus têm todos a mesma extensão, além de mesma altura. Se $\overline{AB} = 2$ m e \widehat{BCA} mede 30° , então a medida da extensão de cada degrau é:



- a) $(2\sqrt{3})/3$ m
- b) $(\sqrt{2})/3$ m
- c) $(\sqrt{3})/6$ m
- d) $(\sqrt{3})/2$ m
- e) $(\sqrt{3})/3$ m

7. (Unicamp) Caminhando em linha reta ao longo de uma praia, um banhista vai de um ponto A a um ponto B, cobrindo a distância $AB = 1.200$ metros. Quando em A ele avista um navio parado em N de tal maneira que o ângulo NAB é de 60° ; e quando em B, verifica que o ângulo NBA é de 45° .

- a) Faça uma figura ilustrativa da situação descrita.
- b) Calcule a distância a que se encontra o navio da praia.

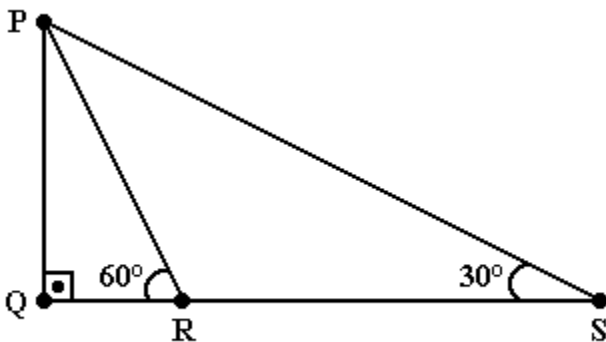
8. (Cesgranrio) Uma escada de 2m de comprimento está apoiada no chão e em uma parede vertical. Se a escada faz 30° com a horizontal, a distância do topo da escada ao chão é de:

- a) 0,5 m
- b) 1 m
- c) 1,5 m
- d) 1,7 m
- e) 2 m

9. (Ufpe) Considere, no sistema de coordenadas retangulares OXY, o ponto $P(1, \sqrt{3})$. Se rotacionarmos o segmento OP de 15° em torno do ponto O no sentido anti-horário, obteremos o segmento OP' . Determine o quadrado da soma das coordenadas de P' .

10. (Ufpe) A rampa de acesso à garagem de um edifício sobre um terreno plano tem forma retangular e determina um ângulo de 60° com o solo. Sabendo-se que ao meio-dia a sombra da rampa tem área igual a $36m^2$, calcule a área da rampa.

11. (Ufpe) Considere os triângulos retângulos PQR e PQS da figura a seguir. Se $RS=100$, quanto vale PQ?



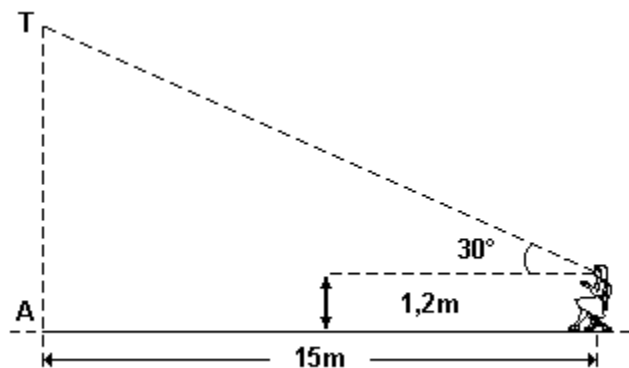
- a) $100\sqrt{3}$
- b) $50\sqrt{3}$
- c) 50
- d) $(50\sqrt{3})/3$
- e) $25\sqrt{3}$

12. (Faap) A seguir está representado um esquema de uma sala de cinema, com o piso horizontal. De quanto deve ser a medida de AT para que um espectador sentado a 15 metros da tela, com os olhos

1,2 metros acima do piso, veja o ponto mais alto da tela, que é T, a 30° da horizontal?

Dados:

- $\text{sen } 30^\circ = 0,5$
- $\text{sen } 60^\circ = 0,866$
- $\text{cos } 30^\circ = 0,866$
- $\text{cos } 60^\circ = 0,5$
- $\sqrt{2} = 1,41$
- $\sqrt{3} = 1,73$
- $\text{tg } 30^\circ = 0,577$
- $\text{tg } 60^\circ = \sqrt{3}$



- a) 15,0 m
- b) 8,66 m
- c) 12,36 m
- d) 9,86 m
- e) 4,58 m

13. (Unicamp) A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 1 metro e um dos ângulos agudos é o triplo do outro.

- a) Calcule os comprimentos dos catetos.
- b) Mostre que o comprimento do cateto maior está entre 92 e 93 centímetros.

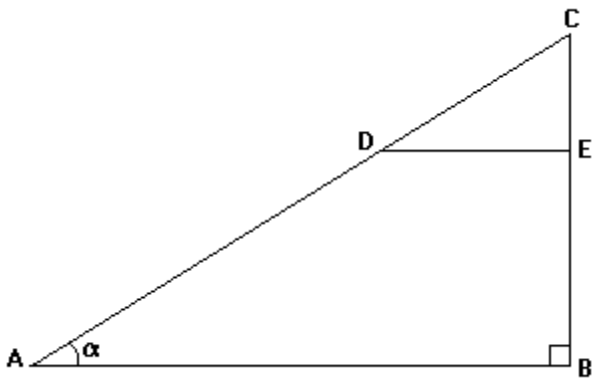
14. (Cesgranrio) $0 < a < \pi/2$, $\pi/2 < b < \pi$ e $\text{sen } a = \text{sen } b = 3/5$, então $a + b$ vale:

- a) π .
- b) $3\pi/2$.
- c) $5\pi/4$.
- d) $4\pi/3$.
- e) $6\pi/5$.

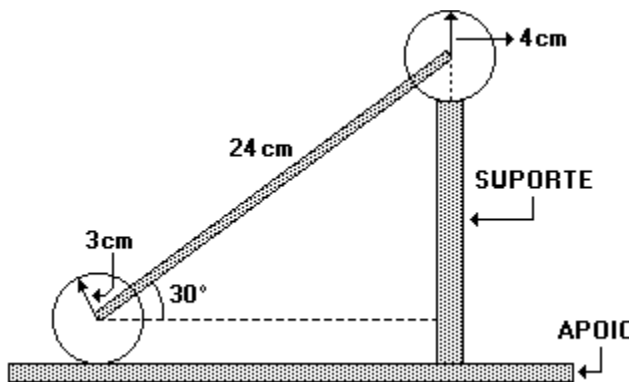
15. (Fuvest) ABC é um triângulo retângulo em A e o segmento CX é bissetriz do ângulo $B\hat{C}A$, onde X é

ponto do lado \overline{AB} . A medida do segmento CX é 4cm e a do segmento BC , 24cm. Calcule a medida de \overline{AC} .

16. (Cesgranrio) Se no triângulo retângulo ABC , mostrado na figura, $\alpha = \pi/6$, $AD=AB=4$, calcule o comprimento do segmento DE paralelo a AB .



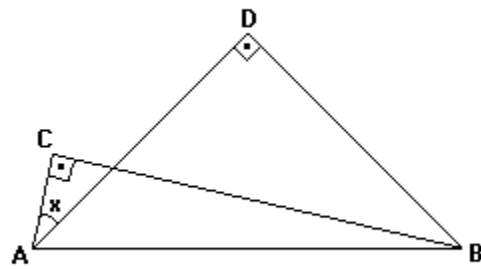
17. (Puccamp) A figura a seguir é um corte vertical de uma peça usada em certo tipo de máquina. No corte aparecem dois círculos, com raios de 3cm e 4cm, um suporte vertical e um apoio horizontal.



A partir das medidas indicadas na figura, conclui-se que a altura do suporte é

- a) 7 cm
- b) 11 cm
- c) 12 cm
- d) 14 cm
- e) 16 cm

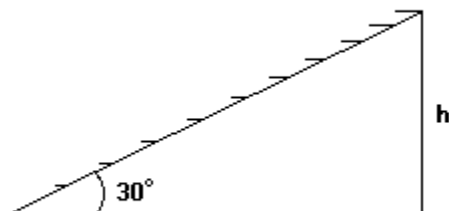
18. (Fuvest) Nos triângulos da figura, $AC = 1\text{cm}$, $BC = 7\text{cm}$, $AD = BD$. Sabendo que $\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$, o valor de $\sin x$ é



- a) $(\sqrt{2})/2$
- b) $7/\sqrt{50}$
- c) $3/5$
- d) $4/5$
- e) $1/\sqrt{50}$

19. (Pucmg) Uma escada rolante de 10 m de comprimento liga dois andares de uma loja e tem inclinação de 30° .

A altura h entre um andar e outro, em metros, é tal que:

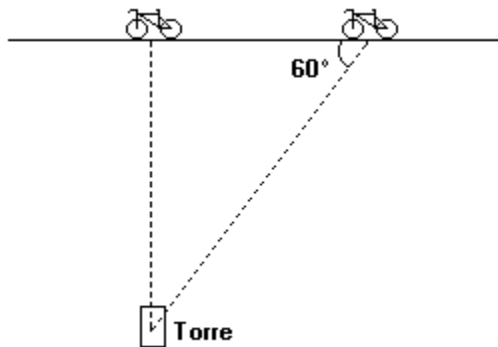


- a) $3 < h < 5$
- b) $4 < h < 6$
- c) $5 < h < 7$
- d) $6 < h < 8$
- e) $7 < h < 9$

20. (Unesp) O seno do ângulo da base de um triângulo isósceles é igual a $1/4$. Então, a tangente do ângulo do vértice desse triângulo é igual a

- a) $-(\sqrt{13})/2$
- b) $(\sqrt{13})/5$
- c) $-(\sqrt{15})/3$
- d) $(\sqrt{14})/7$
- e) $-(\sqrt{15})/7$

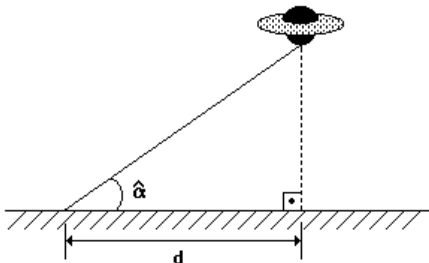
21. (Uel) Trafegando num trecho plano e reto de uma estrada, um ciclista observa uma torre. No instante em que o ângulo entre a estrada e a linha de visão do ciclista é 60° , o marcador de quilometragem da bicicleta acusa 103,50 km. Quando o ângulo descrito passa a ser 90° , o marcador de quilometragem acusa 104,03 km.



Qual é, aproximadamente, a distância da torre à estrada? (Se necessitar, use $\sqrt{2} \approx 1,41$; $\sqrt{3} \approx 1,73$; $\sqrt{6} \approx 2,45$.)

- 463,4 m
- 535,8 m
- 755,4 m
- 916,9 m
- 1071,6 m

22. (Unirio) Um disco voador é avistado, numa região plana, a uma certa altitude, parado no ar. Em certo instante, algo se desprende da nave e cai em queda livre, conforme mostra a figura. A que altitude se encontra esse disco voador?



Considere as afirmativas:

I - a distância d é conhecida;
 II - a medida do ângulo α e a tg do mesmo ângulo são conhecidas.

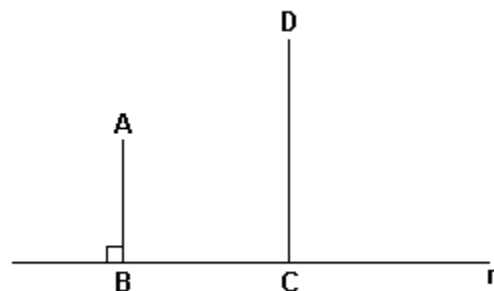
Então, tem-se que:

- a I sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a II, sozinha, não.
- a II sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a I, sozinha, não.
- I e II, juntas, são suficientes para responder à pergunta, mas nenhuma delas, sozinha, não é.
- ambas são, sozinhas, suficientes para responder à pergunta.
- a pergunta não pode ser respondida por falta de dados.

23. (Unesp) Se $(\cos x) \cdot (\sin x) = (\sqrt{2})/3$ e $\text{tg } x = \sqrt{2}$, com $0 < x < \pi/2$, determine o único valor de

- $\cos x$;
- $\sin x + \sec x$.

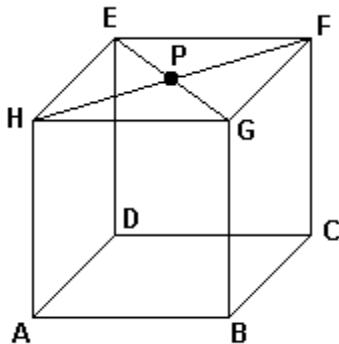
24. (Cesgranrio)



Na figura anterior, os pontos B e C pertencem à reta r e os segmentos AB e CD são paralelos. Sabe-se ainda que a distância entre os pontos B e C é igual a metade da distância entre A e D, e a medida do ângulo ACD é 45° . O ângulo CAD mede:

- 115°
- 105°
- 100°
- 90°
- 75°

25. (Cesgranrio)



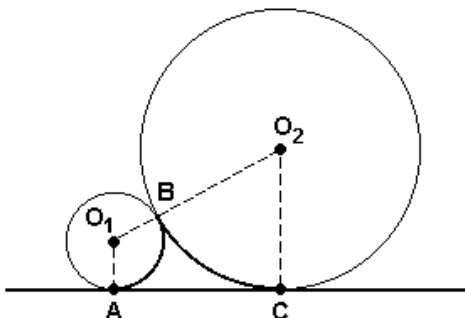
No cubo de base ABCD, anteriormente representado, marca-se o ponto P, centro da face EFGH. A medida, em graus, do ângulo PBD é um valor entre:

- a) 0 e 30
- b) 30 e 45
- c) 45 e 60
- d) 60 e 90
- e) 90 e 120

26. (Unesp) Duas rodovias retilíneas A e B se cruzam formando um ângulo de 45° . Um posto de gasolina se encontra na rodovia A, a 4 km do cruzamento. Pelo posto passa uma rodovia retilínea C, perpendicular à rodovia B. A distância do posto de gasolina à rodovia B, indo através de C, em quilômetros, é

- a) $(\sqrt{2})/8$.
- b) $(\sqrt{2})/4$.
- c) $(\sqrt{3})/2$.
- d) $\sqrt{2}$.
- e) $2\sqrt{2}$

27. (Ufrj) Na figura a seguir, os círculos de centros O_1 e O_2 são tangentes em B e têm raios 1cm e 3cm.

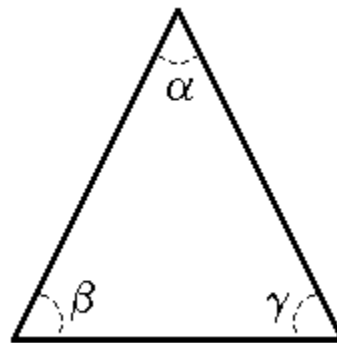


Determine o comprimento da curva ABC.

28. (Mackenzie) I) $\text{sen}^2[(\pi/7) - x] + \text{sen}^2[(5\pi/14) + x] = 1, \forall x \in \mathbb{R}$

II) O maior valor real que 4 elevado ao expoente $\text{sen}x \cdot \text{cos}x$ pode assumir é 2

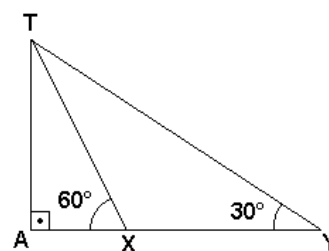
III) No triângulo a seguir, não retângulo, $\text{tg } \alpha + \text{tg } \beta + \text{tg } \gamma = \text{tg } \alpha \cdot \text{tg } \beta \cdot \text{tg } \gamma$.



Dentre as afirmações cima:

- a) Todas são verdadeiras.
- b) todas são falsas.
- c) somente a III é falsa.
- d) somente a II é falsa.
- e) somente a I é falsa

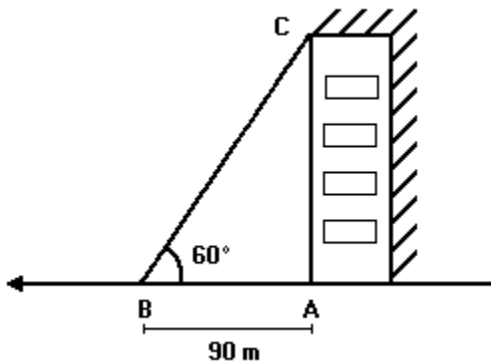
29. (Puccamp) Em uma rua plana, uma torre AT é vista por dois observadores X e Y sob ângulos de 30° e 60° com a horizontal, como mostra a figura a seguir.



Se a distância entre os observadores é de 40m, qual é aproximadamente a altura da torre?(Se necessário, utilize $\sqrt{2}=1,4$ e $\sqrt{3}=1,7$).

- a) 30 m
- b) 32 m
- c) 34 m
- d) 36 m
- e) 38 m

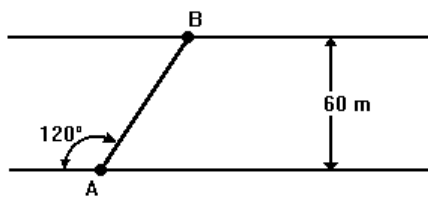
30. (Puccamp) Uma pessoa encontra-se num ponto A, localizado na base de um prédio, conforme mostra a figura adiante.



Se ela caminhar 90 metros em linha reta, chegará a um ponto B, de onde poderá ver o topo C do prédio, sob um ângulo de 60° . Quantos metros ela deverá se afastar do ponto A, andando em linha reta no sentido de A para B, para que possa enxergar o topo do prédio sob um ângulo de 30° ?

- a) 150
- b) 180
- c) 270
- d) 300
- e) 310

31. (Ufrs) Um barco parte de A para atravessar o rio. A direção de seu deslocamento forma um ângulo de 120° com a margem do rio.



Sendo a largura do rio 60 m, a distância, em metros, percorrida pelo barco foi de

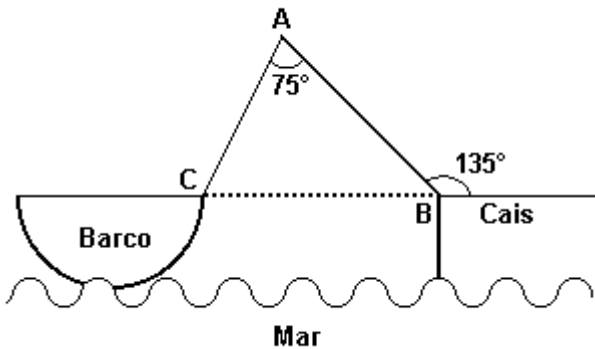
- a) $40\sqrt{2}$
- b) $40\sqrt{3}$
- c) $45\sqrt{3}$
- d) $50\sqrt{3}$
- e) $60\sqrt{2}$

32. (Unb) Uma das maneiras de se representar a Terra em uma região plana para o traçado de mapas geográficos é a "projeção estereográfica", que consiste em projetar os pontos de uma esfera sobre um plano perpendicular ao eixo norte-sul da esfera e que passa por seu pólo Sul. Mais precisamente, a projeção de um ponto P da esfera é um ponto P' de α , obtido pela interseção com o plano α da reta determinada por P e pelo pólo Norte. Essa construção está representada na figura a seguir, em que O é o centro da esfera, M e Q são pontos sobre um mesmo paralelo, A é o ponto médio do segmento M' Q', sendo M' e Q' as projeções dos pontos M e Q, respectivamente.



Considere que a Terra seja uma esfera de raio igual a 6.400km e que um barco percorra, ao longo de um meridiano, um caminho correspondente a uma diferença de latitude de 60° , a partir da latitude 60° sul, no sentido sul-norte. Considerando um mapa da superfície terrestre feito a partir da projeção estereográfica da Terra e com escala $1:10^8$, calcule, em centímetros, o comprimento da projeção do percurso desse barco no mapa. Para isso, considere, ainda, $\text{tg}15^\circ = 0,27$ e despreze a parte fracionária de seu resultado, caso exista.

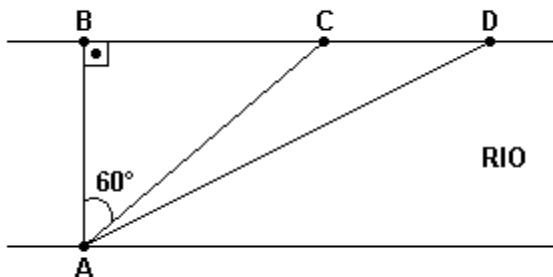
33. (Unirio)



Um barco está preso por uma corda (\overline{AC}) ao cais, através de um mastro (\overline{AB}) de comprimento 3m, como mostra a figura. A distância, em m, da proa do barco até o cais (\overline{BC}) é igual a:

- a) $(3\sqrt{2} + \sqrt{6}) / 2$
- b) $(3\sqrt{2} + \sqrt{6}) / 4$
- c) $(\sqrt{2} + \sqrt{6}) / 2$
- d) $(\sqrt{2} + \sqrt{6}) / 4$
- e) $\sqrt{6}$

34. (Unirio)



Considere a figura anterior, que apresenta um rio de margens retas e paralelas, neste trecho. Sabendo-se que $AC=6$ e $CD=5$, determine:

- a) a distância entre B e D;
- b) a área do triângulo ABD.

35. (Ufes) Um homem de 1,80m de altura avista o topo de um edifício sob um ângulo de 45° em relação à horizontal. Quando ele se aproxima 20m do edifício,

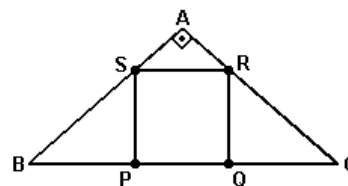
esse ângulo aumenta para 60° . Qual a altura do edifício?

36. (Ufsm) Um estudante de Engenharia vê um prédio do Campus da UFSM construído em um terreno plano, sob um ângulo de 30° . Aproximando-se do prédio mais 40m, passa a vê-lo sob um ângulo de 60° . Considerando que a base do prédio está no mesmo nível do olho do estudante, então a altura h do prédio é igual a

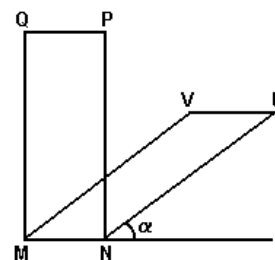
- a) $30\sqrt{3}$ m
- b) $20\sqrt{3}$ m
- c) 30 m
- d) $10\sqrt{3}$ m
- e) 28 m

37. (Fuvest) Na figura a seguir, ABC é um triângulo isósceles e retângulo em A e PQRS é um quadrado de lado $(2\sqrt{2})/3$. Então, a medida do lado AB é:

- a) 1) b) 2) c) 3) d) 4) e) 5



38. (Uff) Na figura, MNPQ é um retângulo, MNUV é um paralelogramo, as medidas de MQ e MV são iguais e $0^\circ < \alpha < 45^\circ$

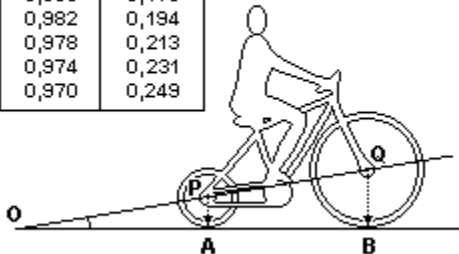


Indicando-se por S a área de MNPQ e por S' a área de MNUV, conclui-se que:

- a) $S = S' \sin \alpha$
- b) $S' = S$
- c) $S' = S \cos \alpha$
- d) $S = S' \cos \alpha$
- e) $S' = S \sin \alpha$

39. (Uerj) Observe a bicicleta e a tabela trigonométrica.

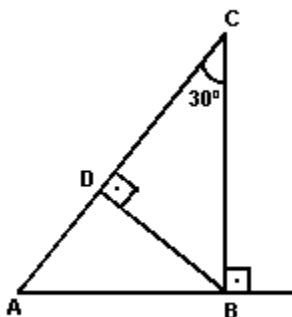
Ângulo	Senos	Cossenos	Tangente
10°	0,174	0,985	0,176
11°	0,191	0,982	0,194
12°	0,208	0,978	0,213
13°	0,225	0,974	0,231
14°	0,242	0,970	0,249



Os centros das rodas estão a uma distância PQ igual a 120cm e os raios PA e QB medem, respectivamente, 25cm e 52cm. De acordo com a tabela, o ângulo AÔP tem o seguinte valor:

- a) 10°
- b) 12°
- c) 13°
- d) 14°

40. (Uepg) Na figura abaixo, em que o ponto B localiza-se a leste de A, a distância $\overline{AB}=5\text{km}$. Neste momento, um barco passa pelo ponto C, a norte de B, e leva meia hora para atingir o ponto D. A partir destes dados, assinale o que for correto.

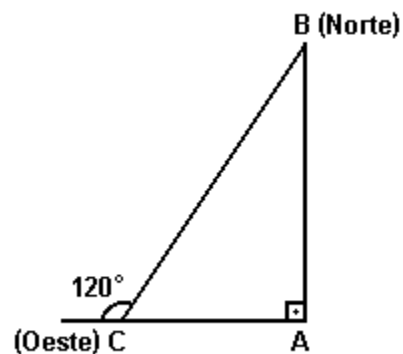


- 01) $\overline{AC} = 10 \text{ km}$
- 02) $\overline{AD} = 2,5 \text{ km}$
- 04) $\overline{BD} = 5\sqrt{3} \text{ km}$
- 08) O ângulo BÂD mede 60°
- 16) A velocidade média do barco é de 15 km/h

41. (Fuvest) Os vértices de um triângulo ABC, no plano cartesiano, são: $A=(1,0)$, $B=(0,1)$ e $C=(0,\sqrt{3})$. Então, o ângulo BÂC mede:

- a) 60°
- b) 45°
- c) 30°
- d) 18°
- e) 15°

42. (Unesp) Um pequeno avião deveria partir de uma cidade A rumo a uma cidade B ao norte, distante 60 quilômetros de A. Por um problema de orientação, o piloto seguiu erradamente rumo ao oeste. Ao perceber o erro, ele corrigiu a rota, fazendo um giro de 120° à direita em um ponto C, de modo que o seu trajeto, juntamente com o trajeto que deveria ter sido seguido, formaram, aproximadamente, um triângulo retângulo ABC, como mostra a figura.

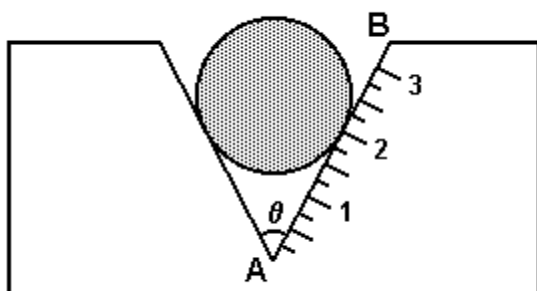


Com base na figura, a distância em quilômetros que o avião voou partindo de A até chegar a B é

- a) $30\sqrt{3}$.
- b) $40\sqrt{3}$.
- c) $60\sqrt{3}$.
- d) $80\sqrt{3}$.
- e) $90\sqrt{3}$.

43. (Ufpr) Um instrumento para medir o diâmetro de pequenos cilindros consiste em um bloco metálico que tem uma fenda com o perfil em V contendo uma escala, conforme ilustração abaixo. O cilindro é colocado na fenda e a medida de seu diâmetro, em centímetros, é o número que na escala corresponde ao ponto de tangência entre o cilindro e o segmento AB. Ao construir a escala de um instrumento desses, o número 2 corresponde a um certo ponto de AB.

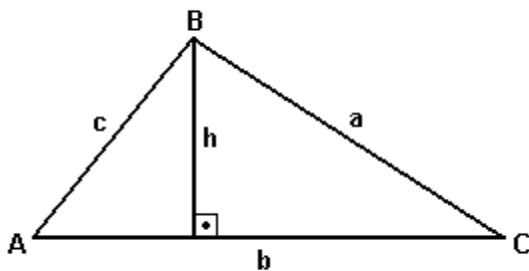
Se x é a distância deste ponto ao ponto A, é correto afirmar:



- (01) x é igual a $2/[\text{tg}(\theta/2)]\text{cm}$.
- (02) x é igual a $1/[(\text{tg}\theta/2)]\text{cm}$.
- (04) Se a medida de θ for 90° , então x será igual a 2cm.
- (08) Quanto menor for o ângulo θ , maior será a distância x .

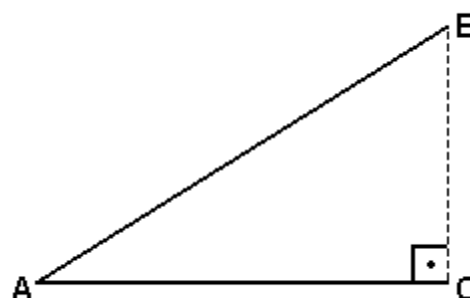
Soma ()

44. (Ufscar) Considere o triângulo de vértices A, B, C, representado a seguir.



- a) Dê a expressão da altura h em função de c (comprimento do lado AB) e do ângulo A (formado pelos lados AC e AB).
- b) Deduza a fórmula que dá a área S_{ABC} do triângulo, em função de b e c (comprimentos, respectivamente, dos lados AC e AB) e do ângulo A.

45. (Unesp) Três cidades, A, B e C, são interligadas por estradas, conforme mostra a figura.



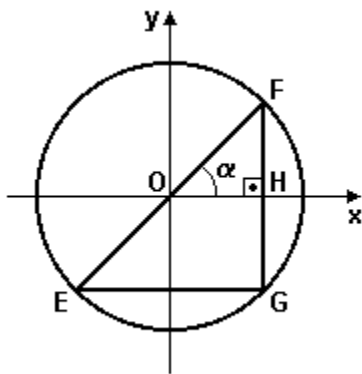
- As estradas AC e AB são asfaltadas. A estrada CB é de terra e será asfaltada. Sabendo-se que AC tem 30 km, que o ângulo entre AC e AB é de 30° , e que o triângulo ABC é retângulo em C, a quantidade de quilômetros da estrada que será asfaltada é
- a) $30\sqrt{3}$.
 - b) $10\sqrt{3}$.
 - c) $(10\sqrt{3})/3$.
 - d) $8\sqrt{3}$.
 - e) $(3\sqrt{3})/2$.

46. (Ufpr) Com base nos estudos de trigonometria plana, é correto afirmar:

- (01) O período da função $f(x) = \text{sen}[x - (\pi/4)]$ é $\pi/4$.
- (02) $\cos^2x + (\text{tg}^2x)(\cos^2x) = 1$, qualquer que seja o número real x , desde que $\cos x \neq 0$.
- (04) Existe número real x tal que $2\text{sen}^2x + \cos^2x = 0$.
- (08) Se os catetos de um triângulo retângulo medem 6 cm e 8 cm, então o menor dos ângulos desse triângulo tem co-seno igual a $4/5$.
- (16) Se x , y e z são as medidas, em radianos, dos ângulos internos de um triângulo, então $\text{senz} = (\text{sen}x)(\text{cos}y) + (\text{sen}y)(\text{cos}x)$.

Soma ()

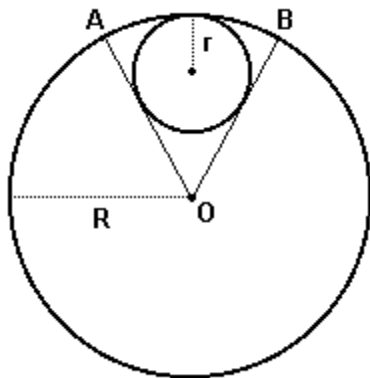
47. (Ufrn) Na representação a seguir, EF é diâmetro da circunferência; EG e FG são catetos do triângulo retângulo FGE, inscrito na circunferência trigonométrica; e FG é perpendicular a OX para qualquer α . O raio da circunferência é unitário.



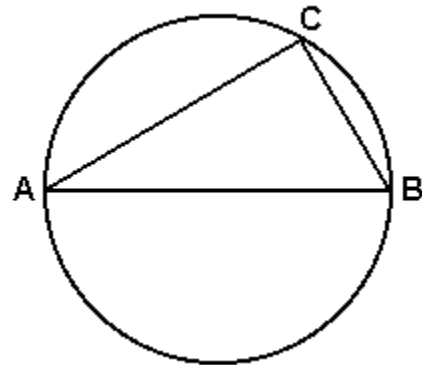
Nessas condições, podemos afirmar que, para qualquer α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$),

- a) $FG/EG = 2 \operatorname{tg} \alpha$
- b) $\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = EF$
- c) $OH = \operatorname{cos} (90^\circ - \alpha)$
- d) $FG = 2 \operatorname{sen} \alpha$

48. (Ufrj) A figura adiante mostra duas circunferências que se tangenciam interiormente. A circunferência maior tem centro em O. A menor tem raio $r=5\text{cm}$ e é tangente a OA e a OB. Sabendo-se que o ângulo \widehat{AOB} mede 60° , calcule a medida do raio R da circunferência maior. Justifique.



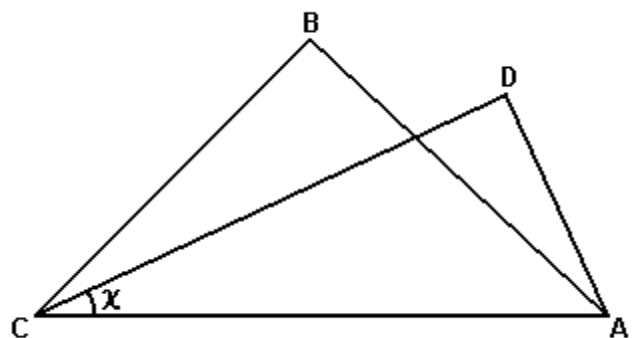
49. (Ufv) Seja AB o diâmetro de uma circunferência de raio r, e seja C um ponto da mesma, distinto de A e B, conforme figura a seguir.



- a) Sendo o ângulo $\widehat{ABC} = \beta$, determine a área do triângulo ABC, em função de β e r.
- b) Esta área é máxima para qual valor de β .

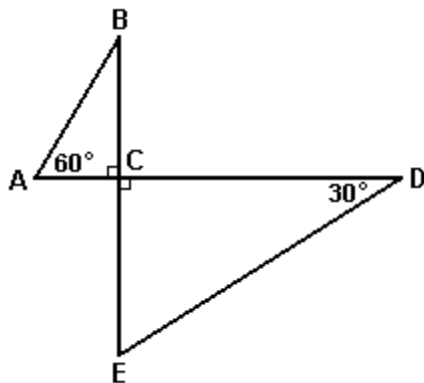
50. (Ufv) Na figura a seguir, os triângulos são retângulos, com hipotenusa comum AC, sendo ABC um triângulo isósceles com catetos medindo 4cm. Se o cateto AD do triângulo ADC mede 2cm, então o valor de $\operatorname{tg} x$ é:

- a) $(\sqrt{7})/4$
- b) $\sqrt{7}$
- c) $(\sqrt{7})/2$
- d) $(\sqrt{7})/3$
- e) $(\sqrt{7})/7$

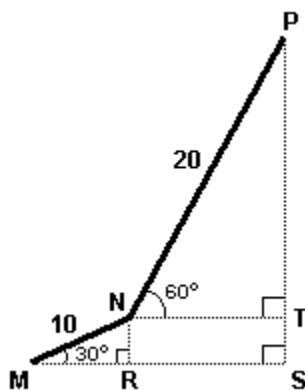


51. (Uel) Com respeito aos pontos A, B, C, D e E, representados na figura abaixo, sabe-se que $CD=2 \cdot BC$ e que a distância de D a E é 12m. Então, a distância de A a C, em metros, é:

- a) 6
- b) 4
- c) 3
- d) 2
- e) 1



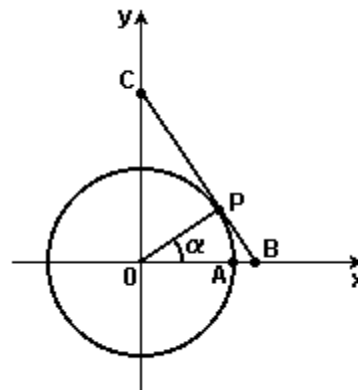
52. (Ufrn) Ao se tentar fixar as extremidades de um pedaço de arame reto, de 30m de comprimento, entre os pontos M e P de um plano, o arame, por ser maior do que o esperado, entortou, como mostra a figura abaixo.



A partir desses dados, calcule, em metros,

- a) o comprimento dos segmentos MS e SP;
- b) quanto o arame deveria medir para que tivesse o mesmo tamanho do segmento MP.

53. (Ufrs) Na figura, o círculo é unitário e \overline{BC} é tangente ao círculo no ponto P.



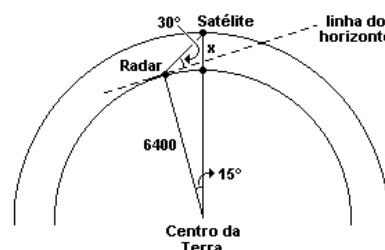
Se o arco AP mede α , BC vale

- a) $\tan \alpha + \cot \alpha$.
- b) $\sin \alpha + \cos \alpha$.
- c) $\sec \alpha + \operatorname{cosec} \alpha$.
- d) $\tan \alpha + \sin \alpha$.
- e) $\cot \alpha + \cos \alpha$.

54. (Ufal) Analise as alternativas abaixo.

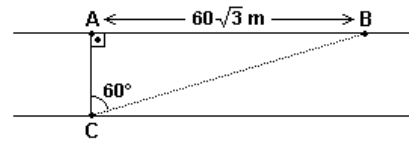
- () $\operatorname{cosec} 45^\circ = (\sqrt{2})/2$
- () $\sec 60^\circ = 2$
- () $\cotg 30^\circ = \sqrt{3}$
- () $\sec (\pi/2) = 0$
- () $\sin (55\pi/2) = 1$

55. (Uel) Neste problema, considere o planeta Terra como uma esfera com raio de 6400km. Um satélite percorre uma órbita circular em torno da Terra e, num dado instante, a antena de um radar está direcionada para ele, com uma inclinação de 30° sobre a linha do horizonte, conforme mostra a figura a seguir



Usando $\sqrt{2}=1,4$ e $\sqrt{3}=1,7$, é correto concluir que a distância x , em quilômetros, da superfície da Terra ao satélite, está compreendida entre

- a) 1350 km e 1450 km
- b) 1500 km e 1600 km
- c) 1650 km e 1750 km
- d) 1800 km e 1900 km
- e) 1950 km e 2050 km



56. (Ufes) Quatro pequenas cidades A, B, C e D estão situadas em uma planície. A cidade D dista igualmente 50km das cidades A, B e C. Se a cidade C dista 100km da cidade A e 50km da cidade B, qual dos valores abaixo melhor representa a distância da cidade A à cidade B?

- a) 86,6 km
- b) 88,2 km
- c) 89,0 km
- d) 92,2 km
- e) 100,0 km

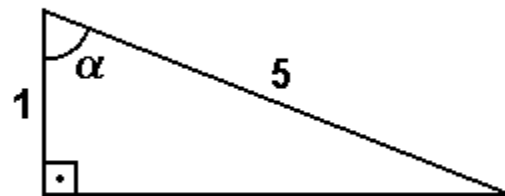
57. (Ufes) Duas circunferências são tangentes entre si e aos lados de um ângulo. Se R é o raio da maior, r é o raio da menor e o ângulo mede 60° , então

- a) $R = (3\sqrt{3})r/2$
- b) $R = 2\sqrt{3}r$
- c) $R = 3\sqrt{3}r$
- d) $R = 2r$
- e) $R = 3r$

58. (Uflavras) Duas pessoas A e B estão situadas na mesma margem de um rio, distantes $60\sqrt{3}$ m uma da outra. Uma terceira pessoa C, na outra margem do rio, está situada de tal modo que \overline{AB} seja perpendicular a \overline{AC} e a medida do ângulo \widehat{ACB} seja 60° . A largura do rio é

- a) $30\sqrt{3}$ m
- b) 180 m
- c) $60\sqrt{3}$ m
- d) $20\sqrt{3}$ m
- e) 60 m

59. (Mackenzie) Observando o triângulo da figura, podemos afirmar que $(\cos\alpha - \sin\alpha)/(1 - \operatorname{tg}\alpha)$ vale:



- a) $1/5$
- b) $1/25$
- c) $(\sqrt{5})/5$
- d) $2/5$
- e) $(2\sqrt{5})/5$

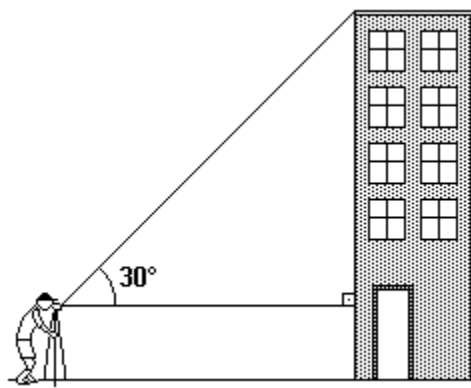
60. (Uff) Um topógrafo foi chamado para obter a altura de um edifício. Para fazer isto, ele colocou um teodolito (instrumento ótico para medir ângulos) a 200 metros do edifício e mediu um ângulo de 30° , como indicado na figura a seguir. Sabendo que a luneta do teodolito está a 1,5 metros do solo, pode-se concluir que, dentre os valores adiante, o que MELHOR aproxima a altura do edifício, em metros, é:

Use os valores:

$$\sin 30^\circ = 0,5$$

$$\cos 30^\circ = 0,866$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = 0,577$$

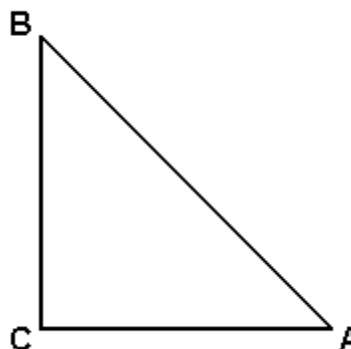


- a) 112.
- b) 115.
- c) 117.
- d) 120.
- e) 124.

61. (Uff) A uma tela de computador está associado um sistema de coordenadas cartesianas, com origem no canto inferior esquerdo. Um certo programa gráfico pode ser usado para desenhar na tela somente retas de inclinações iguais a 0° , 30° , 45° , 60° e 90° em relação ao eixo horizontal. Então, considerando-se os pontos a seguir, o único que NÃO pode estar sobre uma reta, A PARTIR DA ORIGEM, desenhada por este programa é:

- a) $(0, 10\sqrt{3})$.
- b) $(10\sqrt{3}, 0)$.
- c) $(10\sqrt{3}, 10\sqrt{3})$.
- d) $(10\sqrt{3}, 5\sqrt{3})$.
- e) $(10\sqrt{3}, 10)$.

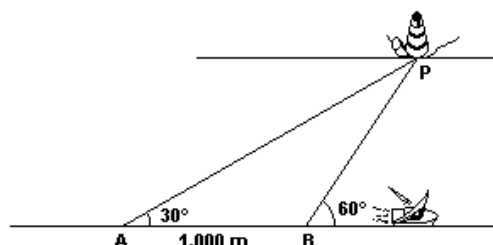
62. (Ufv) Considere o triângulo retângulo ABC abaixo, com $\overline{AC}=x$, $\overline{BC}=y$, $\hat{A}=\alpha$, $\hat{B}=\beta$ e $\hat{C}=90^\circ$.



É CORRETO afirmar que:

- a) se $\beta < 45^\circ$, então $y < x$.
- b) se $\alpha = 65^\circ$, então $x \geq y$.
- c) se $x = 3/5$ e $y = 4/7$, então $\beta < 45^\circ$.
- d) se $x = \log 2$ e $y = \log 3$, então $\alpha \leq 30^\circ$.
- e) se $\beta = 60^\circ$, então $y < x$.

63. (Uerj) Um barco navega na direção AB, próximo a um farol P, conforme a figura a seguir.

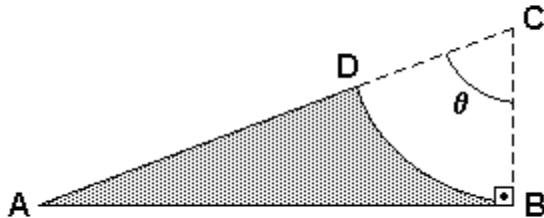


No ponto A, o navegador verifica que a reta AP, da embarcação ao farol, forma um ângulo de 30° com a direção AB. Após a embarcação percorrer 1.000 m, no ponto B, o navegador verifica que a reta BP, da embarcação ao farol, forma um ângulo de 60° com a mesma direção AB.

Seguindo sempre a direção AB, a menor distância entre a embarcação e o farol será equivalente, em metros, a:

- a) 500
- b) $500\sqrt{3}$
- c) 1.000
- d) $1.000\sqrt{3}$

64. (Ufrj) Determine, em função de θ , o perímetro da figura ABD, obtida retirando-se do triângulo retângulo ABC o setor circular BCD (de centro em C, raio 1 e ângulo θ). Justifique.



65. (Ufc) Sejam α e β os ângulos agudos de um triângulo retângulo. Se $\text{sen } \alpha = \text{sen } \beta$ e se a medida da hipotenusa é 4 cm, a área desse triângulo (em cm^2) é:

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 12
- e) 16

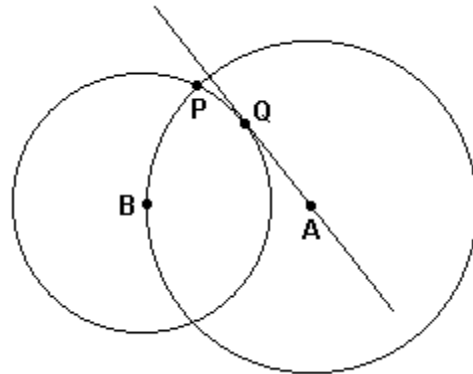
66. (Unicamp) Os pontos A e B estão, ambos, localizados na superfície terrestre a 60° de latitude norte; o ponto A está a $15^\circ 45'$ de longitude leste e o ponto B a $56^\circ 15'$ de longitude oeste.

- a) Dado que o raio da Terra, considerada perfeitamente esférica, mede 6.400 km qual é o raio do paralelo de 60° ?
- b) Qual é a menor distância entre os pontos A e B, medida ao longo do paralelo de 60° ? [Use $22/7$ como aproximação para π]

67. (Unicamp) Considere dois triângulos retângulos T_1 e T_2 , cada um deles com sua hipotenusa medindo 1cm. Seja α a medida de um dos ângulos agudos de T_1 e 2α a medida de um dos ângulos agudos de T_2 .

- a) Calcule a área de T_2 para $\alpha = 22,5^\circ$.
- b) Para que valores de α a área de T_1 é menor que a área de T_2 ?

68. (Fuvest) Na figura a seguir, as circunferências têm centros A e B. O raio da maior é $5/4$ do raio da menor; P é um ponto de intersecção delas e a reta AQ é tangente à circunferência menor no ponto Q.



Calcule:

- a) $\cos \angle ABQ$
- b) $\cos \angle ABP$
- c) $\cos \angle QBP$

69. (Unesp) Numa fábrica de cerâmica, produzem-se lajotas triangulares. Cada peça tem a forma de um triângulo isósceles cujos lados iguais medem 10cm, e o ângulo da base tem medida x, como mostra a figura.

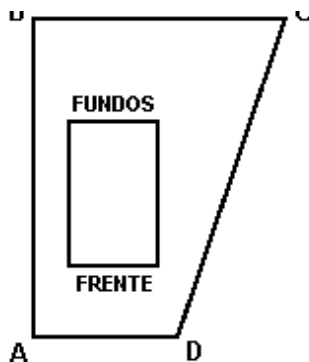


- a) Determine a altura $h(x)$, a base $b(x)$ e a área $A(x)$ de cada peça, em função de $\text{sen } x$ e $\text{cos } x$.
- b) Determine x, de modo que $A(x)$ seja igual a 50cm^2 .

70. (Fgv) Num triângulo retângulo, a hipotenusa mede 15 e o ângulo $\hat{A}BC$ mede 60° . A soma das medidas dos catetos vale:

- a) $15(1+\sqrt{3})/4$
- b) $15/4$
- c) $15(1+\sqrt{3})$
- d) $15/2$
- e) $15(1+\sqrt{3})/2$

71. (Uff)

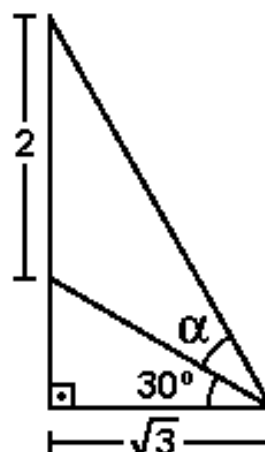


Dados: $\overline{AD} = 10 \text{ m}$; $\overline{AB} = 30 \text{ m}$; $\overline{BC} = 20 \text{ m}$.

Num terreno em forma de um trapézio ABCD, com ângulos retos nos vértices A e B, deseja-se construir uma casa de base retangular, com 8 metros de frente, sendo esta paralela ao limite do terreno representado pelo segmento AD, como mostra a figura. O código de obras da cidade, na qual se localiza este terreno, exige que qualquer construção tenha uma distância mínima de 2 metros de cada divisa lateral. Sendo assim, para aprovação do projeto da casa a ser construída, é necessário que sua frente mantenha uma distância mínima do limite representado pelo segmento AD de:

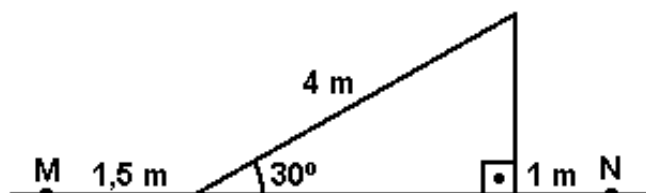
- a) 2 m.
- b) 4 m.
- c) 6 m.
- d) 8 m.
- e) 10 m.

72. (Mackenzie) Na figura, $\text{tg } \alpha$ vale:



- a) $1/3$
- b) $2/\sqrt{3}$
- c) $1/\sqrt{3}$
- d) $3/4$
- e) $2/3$

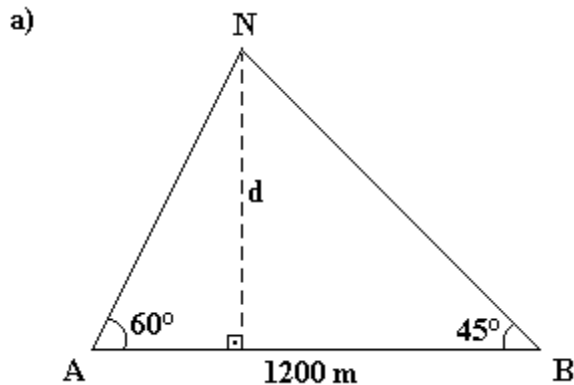
73. (Pucrs) Uma bola foi chutada do ponto M, subiu a rampa e foi até o ponto N, conforme a figura a seguir. A distância entre M e N é, aproximadamente,



- a) 4,2 m
- b) 4,5 m
- c) 5,9 m
- d) 6,5 m
- e) 8,5 m

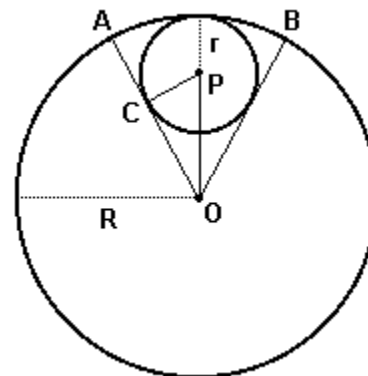
GABARITO

1. B
2. $\sqrt{10}$
3. C
4. A
5. $(32\sqrt{3})/3 \text{ cm}^2$
6. E
7. Observe a figura a seguir:



- b) $d = 600(3 - \sqrt{3}) \text{ m}$
8. B
9. 6
10. 72
11. B
12. D
13. a) $\sqrt{(2+\sqrt{2})/2}$ e $\sqrt{(2-\sqrt{2})/2}$
 b) O cateto maior vale $\sqrt{(2+\sqrt{2})/2}$.
 Logo, $y^2 = (2+\sqrt{2})/4 = (2 + 1,41)/4 = 0,8525$
 $0,92^2 = 0,8464$ e $0,93^2 = 0,8649$
 Como 0,8525 está entre 0,8464 e 0,8649, segue-se que y, para $y > 0$, está entre 0,92 e 0,93 metros, ou seja, entre 92 e 93 cm.
14. A
15. $\overline{AC} = 3 \text{ cm}$
16. $4 - 2\sqrt{3}$
17. B
18. C
19. B
20. E
21. D
22. C
23. a) $\cos x = +\sqrt{3}/3$
 b) $\sin x + \sec x = (\sqrt{6} + 3\sqrt{3})/3$
24. B
25. C
26. E

27. $5\pi/3$
28. A
29. C
30. C
31. B
32. 09
33. A
34. a) $3\sqrt{3} + 5$
 b) $(9\sqrt{3} + 15) / 2$
35. $h = (31,80 + 10\sqrt{3}) \text{ m}$
36. B
37. B
38. E
39. C
40. 31
41. E
42. C
43. $02 + 08 = 10$
44. a) $h = c \cdot \sin \hat{A}$
 b) $S_{ABC} = 1/2 \cdot b \cdot c \cdot \sin \hat{A}$
45. B
46. $02 + 08 + 16 = 26$
47. D
48. Seja P o centro da circunferência menor. Considere o raio PC, perpendicular ao segmento tangente OA em C, como mostra a figura.



Então:
 $OP = R - r = R - 5$
 $PC = r = 5$
 $\hat{A}OP = 1/2 \hat{A}OB = 30^\circ$

Considerando o triângulo retângulo COP, obtemos:
 $\sin 30^\circ = PC/OP$.

Logo: $1/2 = 5/(R-5)$
 $R = 15 \text{ cm}$

49. a) $A = r^2 \cdot \text{sen}(2\beta)$
b) $\beta = 45^\circ$
50. E
51. C
52. a) $MS = 5(\sqrt{3} + 2)$
 $SP = 5(2\sqrt{3} + 1)$
- b) $MP = 10\sqrt{5 + 2\sqrt{3}}$
53. A
54. F V V F F
55. A
56. A
57. E
58. E
59. A
60. C
61. D
62. E
63. B
64. Sabemos que $\overline{AB} = \text{tg } \theta$, $\overline{AC} = \text{sec } \theta$ e $\overline{DC} = 1$.
Como o comprimento do arco BD mede θ radianos,
temos o perímetro $p(\theta)$ da figura dado por $p(\theta) = \text{tg } \theta + \theta + \text{sec } \theta - 1$.
65. B
66. a) 3200 km
b) 28160/7 km
67. a) 1/4
b) $0^\circ < \alpha < 30^\circ$
68. a) 4/5
b) 2/5
c) $(8 + 3\sqrt{21})/25$
69. a) $h(x) = 10 \text{ sen } x(\text{cm})$
 $b(x) = 20 \text{ cos } x(\text{cm})$ e
 $f(x) = 100 \text{ sen } x \text{ cos } x(\text{cm}^2)$
- b) $x = \pi/4$
70. E
71. C
72. C
73. C