MATEMÁTICA ONLINE
POR ALISSON MARQUES

TEORIA

Funções Exponenciais

1 - Exponencial

Antes de estudarmos a função exponencial, faremos uma breve revisão das principais propriedades da potenciação, como mostra o seguinte quadro:

Propriedade	Regra
$a^m.a^n = a^{m+n}$	Conserva-se a base e somam-se os expoentes.
$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	Conserva-se a base e subtraem-se os expoentes.
$(a^m)^n = a^{m.n}$	Conserva-se a base e multiplicam-se os expoentes.
$(ab)^n = a^n.b^n$	Eleva-se cada fator ao expoente comum.
$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, com $b \neq 0$	Eleva-se o numerador e o denominador ao expoente comum.
üüñ $= \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$ ≠	Inverte-se a base, elevando-a ao expoente positivo.
$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$	Transforma-se em raiz enésima da base elevada ao expoente m.

1.1 - Função Exponencial

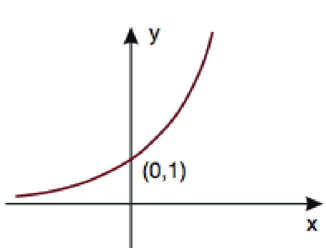
Função exponencial é a função f: R → R dada por $f(x) = a^x$, com $a \neq 1$ e $a > 0$. Vamos considerar dois casos:

1º caso – A base é um número maior que 1(a >1).

Exemplo: $f(x) = 2^x$.

Vamos construir o gráfico:

x	y
−2	$\frac{1}{4}$
−1	$\frac{1}{2}$
0	1
1	2
2	4

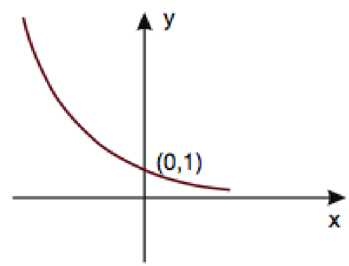


- A função é crescente.
- Seu domínio é real.
- Sua imagem é {y ∈ R / y > 0}

2º caso - A base é um número maior que 0 e menor que 1 (0 < a < 1).

Exemplo: $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Vamos construir o gráfico

x	y
− 2	4
− 1	2
0	1
1	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{4}$



- A função é decrescente.
- Seu domínio é real.
- Sua imagem é {y∈ R / y > 0}

1.2 - Equação Exponencial

Toda equação que possui incógnita no expoente, chama-se equação exponencial. Vamos utilizar do fato de a função exponencial ser injetora, logo podemos inferir que se $\mathbf{a^x = a^y}$, então $\mathbf{x = y}$. Faremos isso quando pudermos reduzir os dois membros da equação a potências de mesma base. Quando isso não for possível, veremos o que fazer. A seguir, resolveremos alguns exemplos de equações exponenciais.

Exemplo 1:

$2^x = 16$

$2^x = 2^4$

$X = 4$

Fatoramos o número 16, igualando sua base a 2 e então igualamos os expoentes.

Exemplo 2:

$9^{x+2} = 27^x$

$(3^2)^{x+2} = (3^3)^x$

$3^{2x+4} = 3^{3x}$

$2x + 4 = 3x$

$x = 4$

$S = \{4\}$

Exemplo 3:

$2^{2x} - 5.2^x + 4 = 0$

Fazemos a seguinte transformação:

$2^{2x} - 5.2^x + 4 = 0 \Rightarrow (2^x)^2 - 5.(2^x) + 4 = 0$

Fazendo $2^x = y$,temos:

$y^2 - 5.y + 4 = 0$

$\Delta = 9$

$y_1 = 4$, $y_2 = 1$

Como $2^x = y$, temos:

$2^x = 4 \Rightarrow 2^x = 2^2 \Rightarrow 2$

$2^x = 1 \Rightarrow 2^x = 2^0 \Rightarrow x = 0$

$S = \{0,2\}$

Exemplo 4:

$3^{x-1} + 3^{x+1} = 90$

$3^{x-1} + 3^{x+1} = 90 \Rightarrow 3^x.3^{-1} + 3^x.3 = 90$

Colocando-se o fator comum 3^x em evidência, temos:

$3^x.(3^{-1} + 3) = 90 \Rightarrow 3^x\left(\frac{1}{3} + 3\right) = 90$

$3^x.\frac{10}{3} = 90 \Rightarrow 3^x = 27 \Rightarrow 3^x = 3^3 \Rightarrow x = 3$

$S = \{3\}$

1.3 - Inequação Exponencial

Para a resolução de inequações exponenciais, consideraremos dois casos:

1º caso - A base é um número maior que 1 ($a > 1$).

Exemplo:

$2^x > 1$ Como a base é maior que 1, mantemos o sinal da desigualdade.

$2^x > 2^0$

$X > 0$

$S = \{x \in R \,/\, x > 0\}$

2º caso - A base é um número maior que 0 e menor do que 1 ($0 < a < 1$).

<

Exemplo:

$\left(\frac{1}{2}\right)^{3x-1} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^{x+5}$ Como a base está entre 0 e 1, invertemos o sinal da desigualdade.

$3x - 1 > x + 5 \Rightarrow 3x - x > 5 + 1 \Rightarrow 2x > 6 \Rightarrow x > 3$

$S = \{ x \in R \,/\, x > 3\}$

QUESTÕES DE EXPONENCIAL

1. (CEFET/MG-2013) O produto das raízes da equação exponencial $3 \cdot 9^x - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$ é igual a

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1

2. (ESPM-2014) Se $(4^x)^2 = 16 \cdot 2^{x^2}$, o valor de x^x é

A) 27 B) 4 C) $-\frac{1}{4}$ D) 1 E) $\frac{1}{4}$

3. (UFPR-2014) Uma pizza a 185°C foi retirada de um forno quente. Entretanto, somente quando a temperatura atingir 65°C será possível segurar um de seus pedaços com as mãos nuas, sem se queimar. Suponha que a temperatura T da pizza, em graus Celsius, possa ser descrita em função do tempo t, em minutos, pela expressão $T=160 \cdot 2^{-0,8t} + 25$. Qual o tempo necessário para que se possa segurar um pedaço dessa pizza com as mãos nuas, sem se queimar?

A) 0,25 minutos.

B) 0,68 minutos.

C) 2,5 minutos.

D) 6,63 minutos.

E) 10,0 minutos.

4. (UFRGS-2014) A função f, definida por $f(x) = 4^{-x} - 2$, intercepta o eixo das abscissas em

A) –2 B) –1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

5. (UPE-2014) Antônio foi ao banco conversar com seu gerente sobre investimentos. Ele tem um capital inicial de R$ 2.500,00 e deseja saber depois de quanto tempo de investimento esse capital, aplicado a juros compostos, dobrando todo ano, passa a ser maior que R$ 40.000,00. Qual a resposta dada por seu gerente?

A) 1,5 anos.

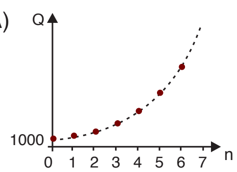
B) 2 anos.

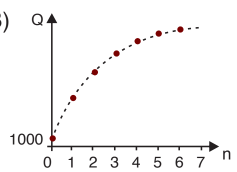
C) 3 anos.

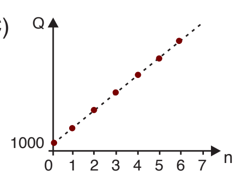
D) 4 anos.

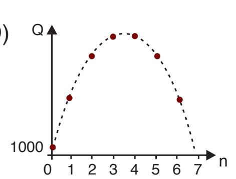
E) 5 anos.

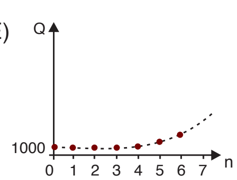
6. (UFF/2006) Considere o seguinte modelo para o crescimento de determinada população de caramujos em uma região: “A cada dia o número de caramujos é igual a $\frac{3}{2}$ do número de caramujos do dia anterior.”
Suponha que a população inicial seja de 1000 caramujos e que n seja o número de dias transcorridos a partir do início da contagem dos caramujos. O gráfico que melhor representa a quantidade Q de caramujos presentes na região em função de n é o da opção

A)


B)


C)


D)


E)


GABARITO

Questoes de Exponencial

1	2	3	4	5	6
B	B	C	C	D	A