conecte
LIVE

RICARDO HELOU DOCA
RONALDO FOGO
NEWTON VILLAS BÔAS

TÓPICOS DE Física 1

PARTE 1

Editora Saraiva

plurall

conecte LIVE

TÓPICOS DE Física

RICARDO HELOU DOCA

Engenheiro eletricista formado pela Faculdade de Engenharia Industrial (FEI-SP).
Professor de Física na rede particular de ensino.

RONALDO FOGO

Licenciado em Física pelo Instituto de Física da Universidade de São Paulo.
Engenheiro metalurgista pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.
Coordenador das Turmas Olímpicas de Física do Colégio Objetivo.
Vice-Presidente da IJSO *(International Junior Science Olympiad)*.

NEWTON VILLAS BÔAS

Licenciado em Física pela Universidade de São Paulo (USP).
Professor de Física na rede particular de ensino.

1

Editora Saraiva

Editora Saraiva

Direção geral: Guilherme Luz
Direção editorial: Luiz Tonolli e Renata Mascarenhas
Gestão de projeto editorial: Viviane Carpegiani
Gestão e coordenação de área: Julio Cesar Augustus de Paula Santos e Juliana Grassmann dos Santos
Edição: Andrezza Cacione, Lucas James Faga, Marcela Muniz Gontijo, Maria Ângela de Camargo e Mateus Carneiro Ribeiro Alves
Gerência de produção editorial: Ricardo de Gan Braga
Planejamento e controle de produção: Paula Godo, Roseli Said e Marcos Toledo
Revisão: Hélia de Jesus Gonsaga (ger.), Kátia Scaff Marques (coord.), Rosângela Muricy (coord.), Ana Curci, Ana Paula C. Malfa, Arali Gomes, Brenda T. M. Morais, Carlos Eduardo Sigrist, Celina I. Fugyama, Cesar G. Sacramento, Flavia S. Vênezio, Gabriela M. Andrade, Heloísa Schiavo, Hires Heglan, Paula T. de Jesus, Raquel A. Taveira, Rita de Cássia C. Queiroz e Sandra Fernandez
Arte: Daniela Amaral (ger.), André Gomes Vitale (coord.) e Lisandro Paim Cardoso (edição de arte)
Diagramação: Setup
Iconografia: Sílvio Kligin (ger.), Roberto Silva (coord.) e Carlos Luvizari (pesquisa iconográfica)
Licenciamento de conteúdos de terceiros: Thiago Fontana (coord.), Flavia Zambon (licenciamento de textos), Erika Ramires, Luciana Pedrosa Bierbauer e Claudia Rodrigues (analistas adm.)
Tratamento de imagem: Cesar Wolf e Fernanda Crevin
Ilustrações: CJT/Zapt, Fernando Gonsales, Gus Morais, Luciano da S. Teixeira, Luis Fernando R. Tucillo e Ricardo Helou Doca
Design: Gláucia Correa Koller (ger.), Erika Yamauchi Asato, Filipe Dias (proj. gráfico) e Adilson Casarotti (capa)
Composição de capa: Segue Pro
Foto de capa: Catalin Petolea/Shutterstock, Stocktrek Images/Getty Images

Avenida das Nações Unidas, 7221, 1º andar, Setor A –
Espaço 2 – Pinheiros – SP – CEP 05425-902
SAC 0800 011 7875
www.editorasaraiva.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Bôas, Newton Villas
Tópicos de física 1 : conecte live / Newton Villas Bôas, Ricardo Helou Doca, Ronaldo Fogo. -- 3. ed. -- São Paulo : Saraiva, 2018.

Suplementado pelo manual do professor.
Bibliografia.
ISBN 978-85-472-3372-3 (aluno)
ISBN 978-85-472-3374-7 (professor)

1. Física (Ensino médio) I. Doca, Ricardo Helou. II. Fogo, Ronaldo. III. Título.

18-17600 CDD-530.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Física : Ensino médio 530.7
Maria Alice Ferreira – Bibliotecária – CRB-8/7964

2018
Código da obra CL 800854
CAE 627975 (AL) / 627976 (PR)
3ª edição
1ª impressão

Impressão e acabamento

Uma publicação SOMOS EDUCAÇÃO

Dedicamos este trabalho ao nosso mestre, professor Eduardo Figueiredo, de raro conhecimento e exemplar entusiasmo pela Física. Obrigado por tantos ensinamentos.

Ao estudante

Tópicos de Física é uma obra viva, em permanente processo de renovação e aprimoramento. Pretendemos nesta edição, mais uma vez, oferecer um material contemporâneo e abrangente, capaz de satisfazer aos cursos de Ensino Médio mais exigentes.

Elaboramos este trabalho com a certeza de proporcionar a você um caminho metódico e bem planejado para um início consistente no aprendizado de Física. Nem por um momento perdemos de vista a necessidade de despertar seu real interesse pela disciplina. Para alcançar esse objetivo, criamos uma obra rica em situações contextuais, baseadas em ocorrências do dia a dia. Uma variedade de exemplos, ilustrações e outros recursos foi inserida com o intuito de instigar sua curiosidade e seu desejo de saber mais e se aprofundar nos temas abordados.

Optamos pela distribuição clássica dos conteúdos e dividimos o material em três volumes:

Volume 1: Mecânica;

Volume 2: Termologia, Ondulatória e Óptica Geométrica;

Volume 3: Eletricidade, Física moderna e Análise dimensional.

Cada volume compõe-se de *unidades*, que equivalem aos grandes setores de interesse da Física. Estas, por sua vez, são constituídas de *tópicos*, que abordam determinado assunto teórica e operacionalmente. Em cada tópico a matéria está dividida em *blocos*, que agregam itens relacionados entre si. Nos blocos a compreensão da teoria é favorecida pela inclusão de um grande número de exemplos práticos, ilustrações e fotos legendadas.

Esperamos que, ao utilizar este material, você amplie sua percepção de mundo e torne mais flexível seu raciocínio formal. Desejamos também que você adquira uma consistente visão dessa fascinante disciplina, o que, certamente, contribuirá para seu ingresso nas mais concorridas instituições de Ensino Superior do país.

Os autores

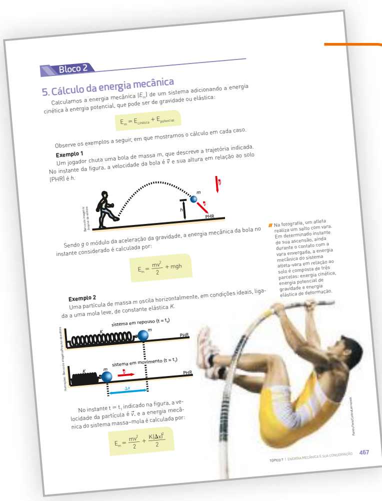
Conheça seu livro

Unidade

Na *Abertura de unidade*, é feita uma breve apresentação da área da Física que será estudada e da maneira como a unidade foi estruturada, indicando-se os tópicos que a compõem.

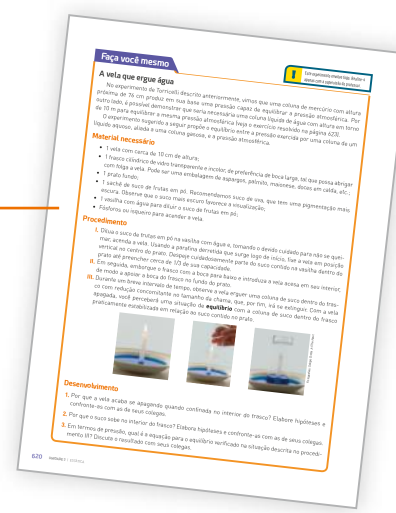
Tópico

A *Abertura de tópico* traz uma breve introdução do que será trabalho ao longo do tópico.



Bloco

Cada tópico está dividido em *blocos*, que agregam itens relacionados entre si.

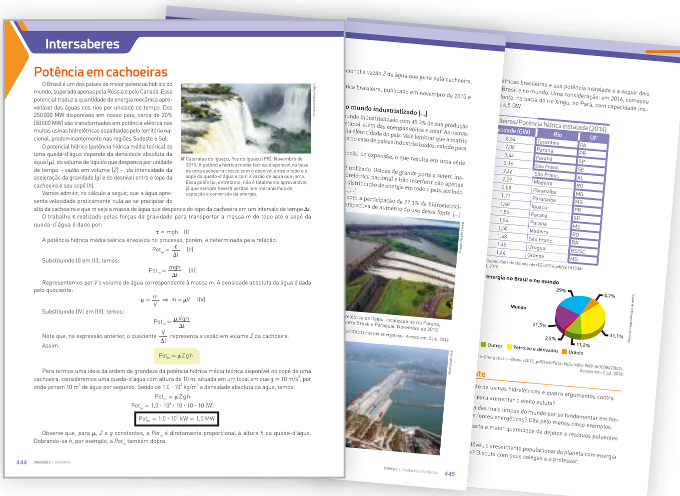


Faça você mesmo

A seção *Faça você mesmo* traz atividades experimentais ou de verificação simples que podem auxiliá-lo na compreensão de fenômenos e conceitos importantes da Física.

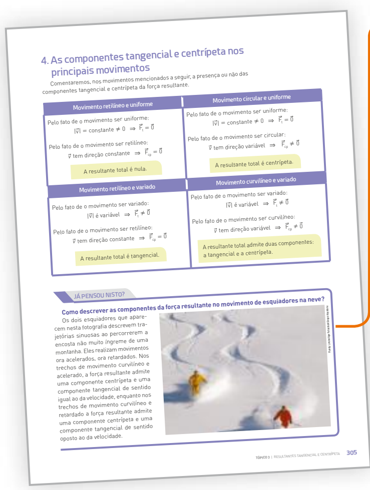
Ampliando o olhar

Nesta seção, você encontra textos complementares cuja finalidade é propor outras referências fenomenológicas, históricas e tecnológicas, além de curiosidades e justificativas que podem contribuir para a construção do conhecimento da Física e de sua relação com outros componentes curriculares.



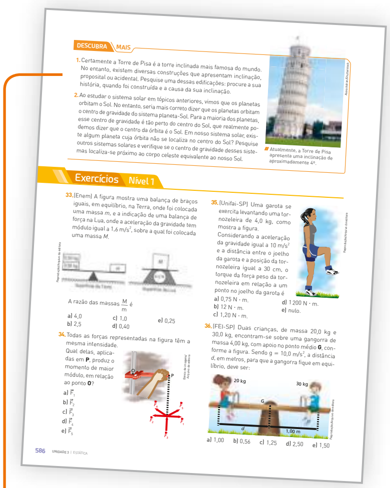
Intersaberes

Na seção *Intersaberes*, você tem acesso a textos que podem ser explorados de maneira integrada com outras disciplinas. É uma oportunidade de complementar e aprofundar o conteúdo do tópico, estabelecer conexões entre diferentes áreas do conhecimento, realizar pesquisas e promover um debate de opiniões envolvendo os colegas e o professor.



Já pensou nisto?

Neste boxe, você encontra imagens fotográficas acompanhadas de títulos instigadores. Esses títulos são propostos quase sempre em forma de perguntas ou simples reflexões, cujo objetivo é motivá-lo a fazer a leitura do conteúdo estabelecendo conexões com situações do cotidiano.



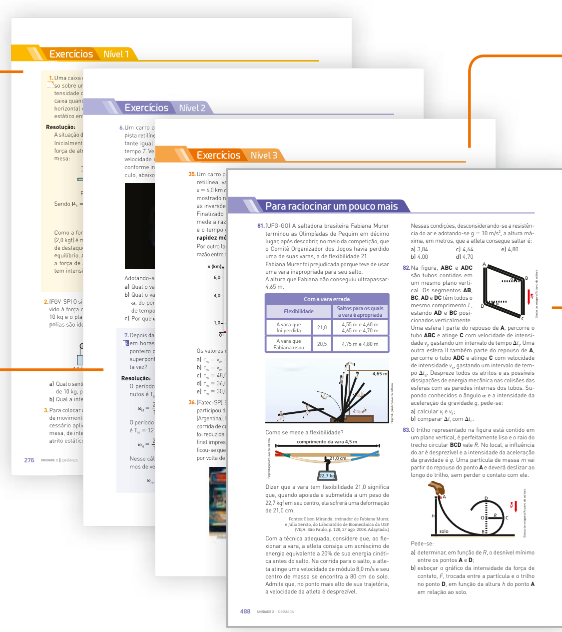
Descubra mais

No boxe *Descubra mais*, você encontra questões que o convidam a pesquisar e a conhecer um pouco mais os assuntos estudados. Com isso, você poderá ampliar a abordagem do texto e descobrir temas correlatos enriquecedores.

Em cada tópico há quatro grupos de exercícios com diferentes níveis de dificuldade: *nível 1*, *nível 2*, *nível 3* e *Para raciocinar um pouco mais*. Intercalados aos exercícios nível 1 e nível 2 há alguns *Exercícios resolvidos (ER)*, que servem de ponto de partida para o encaminhamento de questões semelhantes.

Exercícios nível 1 – requerem, de forma simples, conhecimento apenas dos conceitos essenciais. Esses exercícios estão logo após a apresentação da teoria de cada bloco.

Exercícios nível 2 – além dos aspectos conceituais, valorizam a descrição quantitativa dos fenômenos e contextos. Os exercícios nível 2 estão logo após os exercícios nível 1.



Exercícios nível 3 – em sua maioria, são exercícios de vestibulares, nos quais inserimos elementos de complementação. Aparecem logo após a apresentação da teoria do último bloco de cada tópico.

Para raciocinar um pouco mais – comparecendo nesta edição em maior número, são exercícios com formulações mais complexas, recomendados àqueles que se dispuserem a alcançar maior grau de aprofundamento no conhecimento de Física. Encontram-se logo após os exercícios nível 3.

Sumário

Parte I

Parte II

Unidade 2 – Dinâmica

Introdução à Física


Leemage/Agência France-Presse

Em 6 de fevereiro de 2018, o foguete Falcon Heavy realizou um lançamento que levou o carro da imagem acima ao espaço. As peças componentes do foguete foram reaproveitadas de lançamentos anteriores, tornando o Falcon Heavy o primeiro foguete reciclado lançado com sucesso.

A Física é mesmo uma ciência que não para de inovar!

Seus avanços teóricos e estruturais são logo disponibilizados à tecnologia, que se reinventa e surpreende com situações como a desta imagem, em que se nota um carro em órbita do planeta pilotado por um suposto astronauta (boneco). Trata-se de uma cena inusitada, porém real, que promove um fabricante de veículos equipados com tecnologia de ponta.

A Física, aliada a outros saberes, vem contribuindo para uma melhor compreensão do Universo e do mundo em que vivemos. De cá, nós, os viajantes da nave Terra, seguimos auscultando e compreendendo de forma cada vez mais ampla e consistente os sutis sinais do cosmo e da própria natureza.

1. Introdução

Você vê um prato sobre a mesa, um vaso de flores, seus pais... Mas qual será o mecanismo que nos faz enxergar?

Explicações antigas atribuíam aos olhos um estranho mecanismo de captura visual, constituído por uma espécie de cabo flexível dotado de um gancho em sua extremidade, algo como linha e anzol. Ao olharmos um objeto qualquer, esse cabo imponderável seria misteriosamente lançado em direção ao corpo, capturando os estímulos necessários ao funcionamento do globo ocular.

Você concorda com essa justificativa? Naquela época, mais e mais pessoas passaram a questionar essa explicação, que não resistiu por muito tempo, sobretudo em razão de perguntas como: Se fosse assim, por que não enxergamos em ambientes totalmente escuros? Nesses recintos, também não deveria funcionar essa intrincada "pescaria" de informações e detalhes?

Na verdade, enxergamos tudo aquilo que, de alguma forma, envia luz aos nossos olhos. O Sol faz isso de maneira primária, isto é, emite luz própria; já pratos, vasos de flores e pessoas refletem (difundem) de modo secundário a luz proveniente de outras fontes.

Como tantas outras explicações atribuídas a diversos questionamentos formulados ao longo do tempo, essa teoria não se manteve diante do confronto com os fatos e caiu por terra. E assim é a ciência, que caminha, se constrói, se reinventa e se modifica dia a dia em novas bases e hipóteses, a depender de preceitos filosóficos, teológicos e tecnologias disponíveis em cada tempo.

Hoje vivemos a era da informação – da conectividade, da globalização –, com tecnologias extremamente desenvolvidas se comparadas ao que se dispunha na Grécia antiga. Segundo o pensador estadunidense Alvin Toffler (1928-2016), na atualidade o conhecimento da humanidade praticamente duplica a cada gestação humana, isto é, de nove em nove meses.

Em um recorte simples da nossa era, fala-se das gerações de *baby boomers* X, Y e Z. Trata-se também das gerações W e alfa. Provavelmente, você e seu irmão (ou irmã) quatro anos mais novo (nova) pertencerão a gerações diferentes, com anseios, gostos e recursos distintos à disposição de cada um.

A Física é uma das ciências da natureza, assim como a Química e a Biologia, e todos esses saberes se reinventam continuamente...

A escultura *Hércules e Lica* retrata uma cena da mitologia grega. Ela pode ser enxergada porque envia luz refletida aos olhos do observador. A iluminação ambiente é difundida pela peça, propiciando sua visualização.


Samuel Borges Photography/Shutterstock

Pela diversidade de funções que disponibiliza, um telefone celular é quase um sexto sentido humano. O aparelho nada mais é do que um receptor-emissor de radiofrequências na faixa das micro-ondas.

A palavra Física – *physis*, do grego antigo – significa natureza. Sim, a Física é a ciência que estuda amplamente a natureza, ou seja, a matéria e a energia existentes no Universo, bem como seus intercâmbios, considerando-se para isso as forças naturais presentes em cada contexto.

Para qualquer lado que você olhar, a Física estará se manifestando de alguma forma. E isso sempre fascinou a inteligência humana, que desde o início buscou melhores axiomas e teorias consistentes para explicar todas as coisas.

Quanta Física há, por exemplo, em seu telefone celular! Interações quânticas entre as partículas do semicondutor – geralmente o silício ou o germânio –, que constituem os *chips* eletrônicos do aparelho, são responsáveis pela transmissão e pela recepção das micro-ondas que carregam desde mensagens de aplicativos de conversa até dados contidos em uma conversação.

No *videogame* e no *skate*, quanta Física!

Quanta Física há também nos parques de diversões! Nas montanhas-russas, por exemplo, ocorrem intercâmbios de energia – a energia potencial se transforma em cinética e vice-versa; no elevador que despenca, "altura vira velocidade", produzindo, durante a queda do sistema, uma grande sensação de leveza, quase uma ausência total de peso.


Martin Charles Hatch/Shutterstock

Em um parque de diversões, atrações radicais deixam a adrenalina à flor da pele. Nesse ambiente de entretenimento, os conceitos físicos preponderam, como nas montanhas-russas, em que a força centrípeta se manifesta intensamente nas súbitas curvas que permeiam a trajetória do carrinho.

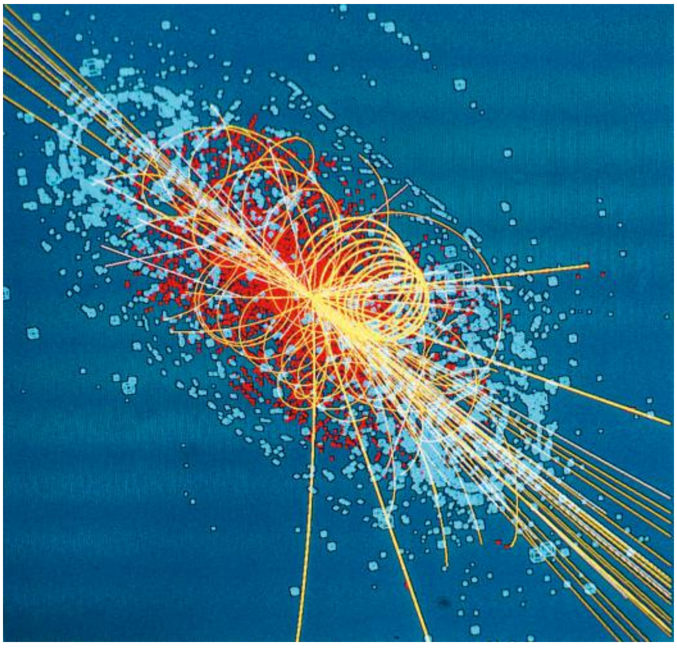
Quanta Física há, ainda, no processo de geração e distribuição de energia elétrica, insumo cada vez mais essencial no mundo moderno. Sua TV, sua geladeira, seu computador e outros itens de conforto funcionam alimentados pela eletricidade, que é produzida em diferentes tipos de usina (hidrelétrica, termelétrica, eólica, nuclear, etc.) para fazer girar grandes máquinas operatrizes ou um simples ventilador.

Luis Salvatore/Pulsar Imagens

De todas as modalidades de geração de energia elétrica, a energia eólica – determinada pelos ventos – é uma das menos agressivas ao meio ambiente. Seus impactos são mínimos, já que a captação da energia não exige grandes reservatórios, como no caso de instalações hidroelétricas, tampouco apresenta risco de exposição radioativa, como nas usinas nucleares. Pela grande extensão territorial e pela abundância de ventos, especialmente em regiões litorâneas, o Brasil deverá cogitar cada vez mais essa matriz energética.

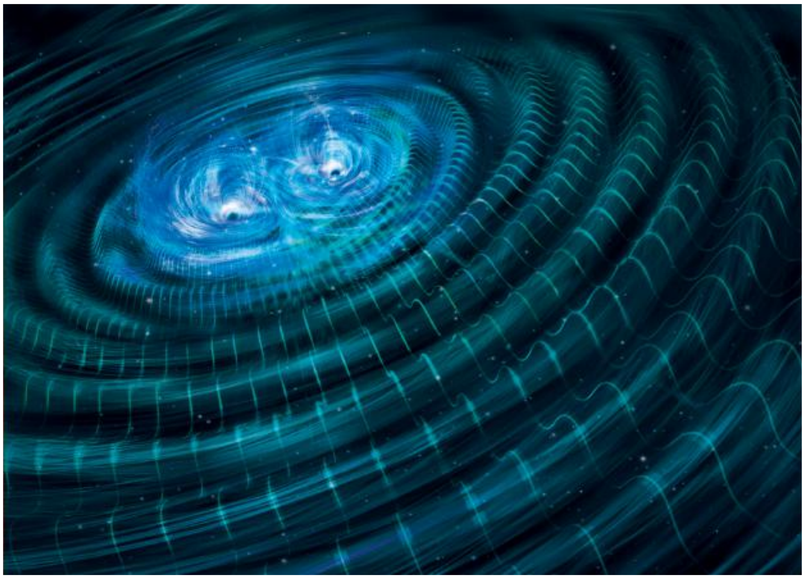
A Física se apresenta também na simples correção visual ou no funcionamento de máquinas fotográficas, microscópios e telescópios; na propulsão de veículos de toda sorte, incluindo foguetes e naves espaciais; na operação dos principais equipamentos da Medicina diagnóstica, como aparelhos de ultrassom e tomógrafos; na compreensão do mundo quântico com suas várias partículas e subpartículas; e no espaço interestelar, essa imensidão que instiga e conduz o raciocínio de astrofísicos (ou não) rumo à elaboração de sofisticadas suposições e até mesmo de teorias efêmeras ou duradoras.

CERN/Creative Commons 4.0



A Física de partículas, objeto de inúmeras pesquisas, é uma das frentes mais modernas e promissoras da ciência. Uma recente detecção nesse universo foi a do bóson de Higgs, partícula capaz de replicar massa (*Partícula de Deus*, como tem sido chamada pela mídia). O bóson de Higgs teve sua presença registrada no LHC (Grande Colisor de Hádrons, ou, em inglês, *Large Hadron Collider*), o maior acelerador de partículas em operação na atualidade. Esse incrível laboratório, que exigiu um investimento bilionário, está instalado na Europa, na fronteira franco-suíça.

Essa fascinante ciência está, enfim, intimamente ligada aos grandes eventos cósmicos, como a colisão de buracos negros, que gera na teia do espaço-tempo intensas ondas gravitacionais, e também às sutilezas das menores estruturas. Por meio da Física e de equipamentos especiais é possível, por exemplo, registrar trajetórias de elétrons e outras partículas eletrizadas desviadas por campos elétricos e/ou magnéticos. Detectam-se também decaimentos nucleares e desintegrações atômicas.



Nicolle R. Fuller/SPL/Latinstock

Temos agora um novo canal para "ouvir" o Universo: o das ondas gravitacionais. Previstas por Albert Einstein (1879-1955) em 1916 na sua Teoria da Relatividade Geral, essas perturbações foram detectadas recentemente na Terra em dois laboratórios: LIGO (*Laser Interferometer Gravitational-Wave Laboratory*), nos Estados Unidos, e Virgo, na Itália. Com isso, além de obter informações do Universo por meio de luz e outras radiações eletromagnéticas – respectivamente, por meio dos telescópios ópticos e radiotelescópios –, poderemos também auscultar o cosmo através de ondas gravitacionais. A detecção dessas ondas foi objeto do prêmio Nobel de Física de 2017.

E certamente será a Física, que se baseia em conceitos essenciais, como os de conservação da massa-energia, do momento (linear e angular) e da carga elétrica, a porta-voz que elaborará respostas consistentes às questões mais primordiais da humanidade: De onde viemos? Onde estamos? Para onde vamos?

2. A necessidade de medir

Desde épocas ancestrais cogitava-se traduzir porções de determinadas grandezas em definidas quantidades numéricas acompanhadas de uma unidade de medida, isto é, já se fazia necessária a obtenção de medidas. E as primeiras grandezas relacionadas ao dia a dia que exigiram medições foram o comprimento e o tempo.

Como se estimava a distância entre dois locais? Em pés, passos... E o intervalo de tempo entre um plantio e a respectiva colheita? Geralmente em luas cheias, fenômeno astronômico periódico muito marcante.

O volume também se apresentou como algo carente de medições. Por exemplo, observe a imagem a seguir e responda: Quantos copos de água, como os da imagem abaixo, são necessários para encher a jarra? Seis ou sete? Mais ou menos que isso?

Nesse caso, a capacidade da jarra será determinada pelo número de copos de água que ela for capaz de conter. Realiza-se com isso a medição da capacidade desse recipiente (volume interno), tomando-se como unidade de medida o copo de água.

tanuha2001/Shutterstock

Medir é comparar determinada quantidade de uma grandeza com uma **unidade padrão** previamente estabelecida, verificando-se quantas vezes aquela é maior ou menor que esta.
O resultado de uma medição denomina-se **medida**, que deve compreender um número real e uma unidade de medida.

A Física é repleta de grandezas, como comprimento, massa, tempo, velocidade, força, energia, temperatura, carga, corrente e tensão elétricas, que necessitam ser medidas, isto é, traduzidas em quantidades discretas de determinadas unidades padrão.

3. O Sistema Métrico Decimal e o Sistema Internacional de Unidades (SI)

Desde a Antiguidade, em razão da necessidade, os povos estabeleceram unidades para medir diversas grandezas. No final do século XVIII, diferentes países haviam elaborado seu próprio sistema de medições, cujas unidades tinham dimensões arbitrárias. Por exemplo, para medir comprimentos, a Inglaterra adotava a jarda (91, 4 cm); a Espanha, a vara (86,6 cm); e a França, a toesa (195 cm). Ao se realizarem transações comerciais, essa diferença nas unidades acarretava erros, fraudes e discórdias, além de relações complexas entre seus múltiplos e seus submúltiplos.

A França tomou a iniciativa de estabelecer um sistema de pesos e medidas com unidades cômodas, invariáveis e simples. Em 1790, durante a Revolução Francesa, o anteprojeto de um novo sistema de pesos e medidas foi solicitado à Academia de Ciências de Paris pela Assembleia Constituinte da França. O novo sistema foi estabelecido por uma comissão de cientistas, da qual participaram Claude Berthollet (1748-1822), Joseph Louis Lagrange (1736-1813), Jean Baptiste Delambre (1749-1822), Jean Charles de Borda (1733-1799), Pierre François Mechain (1744-1804) e Gaspard François de Prony (1755-1839), entre outros.

Essa plêiade de notáveis elaborou as bases do que viria a ser o **Sistema Métrico Decimal**, fundamentado em uma constante natural, não arbitrária ou subjetiva, como era recorrente até aquele momento.

Reprodução/Escritório Internacional de Pesos e Medidas, Sèvres, França.

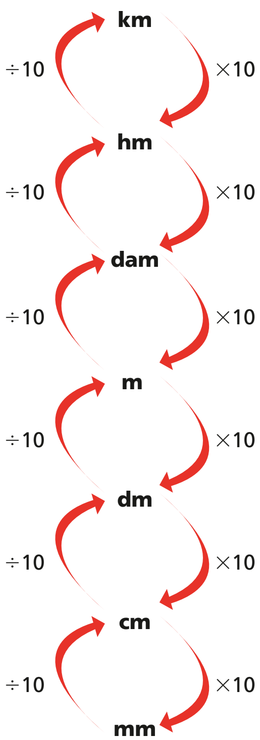
Esta barra de platina iridiada, com cerca de 90% de platina, 10% de irídio e seção em forma de X, foi o primeiro padrão físico do metro.

Para o comprimento foi sugerida a unidade **metro** (do grego, *metron*, que significa "o que mede"), definida como a décima milionésima parte de um quarto do meridiano terrestre. E uma barra metálica de platina e irídio foi confeccionada para representar essa medida padrão. O metro de arquivo, como foi chamado, encontra-se guardado no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, nos arredores de Paris. Réplicas do metro padrão foram confeccionadas e distribuídas em outras localidades.

Além disso, foram estabelecidos múltiplos e submúltiplos do metro, conforme a tabela a seguir:

Metro – Símbolo: m

Múltiplo			Submúltiplo		
Unidade	Símbolo	Relação	Unidade	Símbolo	Relação
Decâmetro	dam	m × 10	Decímetro	dm	m ÷ 10
Hectômetro	hm	m × 100	Centímetro	cm	m ÷ 100
Quilômetro	km	m × 1 000	Milímetro	mm	m ÷ 1 000



As conversões entre esses múltiplos e submúltiplos podem ser feitas obedecendo-se às operações indicadas ao lado.

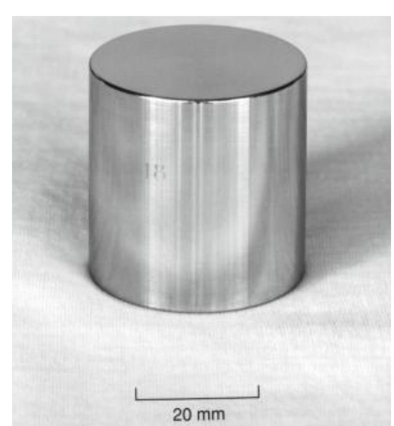
As unidades de área e de volume decorreram imediatamente do metro, estabelecendo-se para isso, respectivamente, o metro quadrado (m^2) e o metro cúbico (m^3), com seus múltiplos e submúltiplos. É importante lembrar que o volume associado a um decímetro cúbico foi chamado de um **litro** ($1\ dm^3 = 1\ L$).

Para a medição de massa, por sua vez, estabeleceu-se um padrão baseado na água:

> Um **quilograma** (kg) é a massa correspondente a um decímetro cúbico de água pura (ou um litro), a 4,4 °C, situação em que esse líquido apresenta sua máxima densidade.

Construiu-se, também de platina e irídio, o quilograma de arquivo, guardado em Sèvres, assim como o metro. Trata-se de um corpo maciço de formato cilíndrico com o tamanho aproximado de uma ameixa.

Jacques Brinon/Associated Press/Glow Images



National Physical Laboratory/SPL/Latinstock

À esquerda, o quilograma de arquivo e, no detalhe à direita, um cilindro metálico com dimensões semelhantes às do quilograma padrão.

Contudo, o padrão material definido para o metro não resistiu aos questionamentos científicos que logo se seguiram. Como unidade de medida, o metro de arquivo deveria ser imune aos efeitos do clima e ao desgaste do tempo.

Por isso, o metro está definido atualmente da seguinte forma:

> Um **metro** (m) é o comprimento percorrido pela luz no vácuo, durante um intervalo de tempo igual a $\frac{1}{299\,792\,458}$ do segundo.

O quilograma de arquivo também deverá ganhar em breve uma definição baseada em algum fenômeno natural que se repita igualmente em quaisquer condições. Isso porque o velho protótipo cilíndrico de platina-irídio tem revelado pequenos decréscimos em sua massa pela ação corrosiva do tempo, o que é inconcebível para um padrão de medidas.

Para a medição do tempo, estabeleceu-se como unidade o **segundo** (s), que deveria corresponder a 1/86 400 de um dia solar médio (ou 1/3 600 de uma hora, ou, ainda, 1/60 de um minuto). Mas essa definição também exigiu algo absoluto baseado em um fenômeno natural de duração imutável.

A definição moderna do segundo é:

Um **segundo** (s) é a duração de 9 192 631 770 períodos da radiação correspondente à transição de um elétron entre dois níveis hiperfinos do estado fundamental do átomo de césio 133.

O **Sistema Internacional de Unidades** (SI) é uma ampliação do Sistema Métrico Decimal. Exceto os Estados Unidos, a Libéria e Myanmar (também conhecida como Birmânia), todos os demais países do mundo adotam oficialmente o SI, incluindo o Brasil, que incorporou esse sistema a partir de 1962.

O SI facilitou em grande medida o intercâmbio de conhecimentos e produtos entre as muitas nações e baseia-se nas unidades fundamentais **metro** (m), **quilograma** (kg) e **segundo** (s), respectivamente para o comprimento, a massa e o tempo. Além dessas três unidades de base, o SI também adota o **kelvin** (K) para a temperatura, o **ampère** (A) para a intensidade de corrente elétrica, o **joule** (J) para a energia, o **watt** (W) para a potência, entre outras.

4. Algarismos significativos

Vamos retomar a situação da jarra com os copos ilustrada no item 2 e supor que essa jarra comporte 6,5 copos de água.

Teria algum sentido alguém falar que a capacidade da jarra é de 6,57 copos de água? Não, já que os copos da imagem, bem como a jarra, não têm nenhuma escala impressa em sua lateral com subdivisões que permitam uma avaliação tão precisa. O algarismo 6, o primeiro da medida, está correto e refere-se ao número inteiro de copos de água que a jarra comportou. O algarismo 5, por sua vez, indica uma fração de meio copo de água que a jarra foi capaz de incorporar. Esse algarismo, no entanto, foi estimado com base em uma observação visual. Paira dúvida sobre esse segundo dígito. Assim como foi estimada uma fração de 0,5 copo, alguém poderia ter avaliado 0,6 copo ou 0,4 copo. Ainda assim, porém, o algarismo 5 é dotado de significado. Já o algarismo 7, o terceiro da medida, que se refere a centésimos de copo de água, foi incluído sem nenhuma base de precisão, sendo, por isso, destituído de significado.

Levando-se em conta que muitas grandezas físicas podem ser medidas a partir de instrumentos ou aparelhos dotados de escalas para as leituras, devemos ter em mente o seguinte conceito:

Definem-se como **algarismos significativos** em uma medida todos aqueles considerados **corretos**, de acordo com a precisão da escala do instrumento ou aparelho, mais o **primeiro duvidoso**.

Boonchuay1970/Shutterstock

Voltímetros são medidores de tensão elétrica. Que leitura você atribuiria à tensão indicada no voltímetro acima: 229 V, 230 V, 231 V ou 230,7 V? As três primeiras medidas são aceitas, pois contêm dois algarismos corretos mais um duvidoso (o último). Já a quarta medida contém o dígito 7 depois da vírgula, que é destituído de significado. Portanto, nunca extrapole a precisão da escala dos aparelhos. Não inclua nas medidas algarismos não significativos.

5. Rotinas nas Ciências da Natureza e outros saberes

Notação científica

Nas chamadas Ciências da Natureza – Física, Química e Biologia – e até em outros saberes, como Geografia, Economia e Finanças e Matemática, trabalha-se rotineiramente com quantidades muito grandes de certas grandezas e/ou quantidades muito pequenas de outras. A grafia corrente dessas quantidades implica números repletos de algarismos, principalmente zeros, o que constitui um empecilho na lida contínua com porções ou medidas próprias desses casos.

Por exemplo, o número de Avogadro, que expressa a quantidade de moléculas existentes em um mol de gás (cerca de 602 sextilhões de moléculas), seria escrito como abaixo:

$$602\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ moléculas}$$

Já a carga elementar, denominação dada ao valor absoluto da carga elétrica inerente a prótons e elétrons (16 quintilhonésimos de coulomb), seria assim grafada:

$$0{,}000\,000\,000\,000\,000\,000\,16 \text{ C}$$

Para simplificar a grafia dessas quantidades e medidas, foi criada a notação científica, que utiliza **potências de 10**. Escreve-se, então, a quantidade ou medida no seguinte formato:

$$n \cdot 10^p$$

com *n* compreendido no intervalo $1 < n < 10$ e *p* inteiro.

Dessa forma, o número de Avogadro ficará grafado em notação científica desta forma:

$$602\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ moléculas} = 6{,}02 \cdot 10^{23} \text{ moléculas}$$

Por outro lado, a grafia em notação científica do módulo da carga elementar será:

$$0{,}000\,000\,000\,000\,000\,000\,16 \text{ C} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Ordem de grandeza

Em muitos casos, não é necessário informar o valor exato de uma quantidade ou medida. Basta dizer sua ordem de grandeza, que é a potência de 10 que mais se aproxima da quantidade ou medida considerada.

Por exemplo, a ordem de grandeza do número de Avogadro é 10^{24} moléculas. Já a da carga elementar é 10^{-19} C.

É conveniente observar então que, ao informarmos a ordem de grandeza do número de Avogadro, 10^{24} moléculas, fica registrada a magnitude da quantidade de moléculas existentes em um mol de gás. Do mesmo modo, quando dizemos que a carga elementar é da ordem de 10^{-19} C, passamos a ideia da quantidade de carga elétrica, em coulomb, que está associada a um próton ou elétron.

Para se obter a ordem de grandeza de uma quantidade ou medida, escrevemos o resultado em notação científica, isto é, no formato:

$$n \cdot 10^p$$

Comparamos, então, o fator *n* com $\sqrt{10} \cong 3{,}16$:

- Se $n \geqslant 3{,}16$, a ordem de grandeza de *n* é $\mathbf{10^1}$;
- Se $n < 3{,}16$, a ordem de grandeza de *n* é $\mathbf{10^0}$.

Esse procedimento se justifica porque, quando colocamos *n* compreendido entre $1 = 10^0$ e $10 = 10^1$, estamos fazendo uso de uma escala numérica não linear.

Trata-se de uma **escala logarítmica**, cujo ponto central entre $1 = 10^0$ e $10 = 10^1$ é $(10)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{10} \cong 3{,}16$, e não 5,0 ou 5,5, como se poderia alegar.

A título de exemplo, determinemos a ordem de grandeza (OG) das medidas apresentadas a seguir:

- Distância média Terra-Sol:

$$149\,600\,000\,000 \text{ m} \cong 1{,}5 \cdot 10^{11} \text{ m} \Rightarrow \text{OG: } 10^{11} \text{ m}$$

- Valor aproximado da velocidade de propagação da luz no vácuo:

$$300\,000\,000 \text{ m/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \Rightarrow \text{OG: } 10^8 \text{ m/s}$$

- Valor aproximado da constante eletrostática do vácuo:

$$9\,000\,000\,000 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} = 9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2} \Rightarrow \text{OG: } 10^{10} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

- Tempo de vida médio de determinado bóson:

$$0{,}000\,000\,123 \text{ s} = 1{,}23 \cdot 10^{-7} \text{ s} \Rightarrow \text{OG: } 10^{-7} \text{ s}$$

- Valor aproximado da Constante da Gravitação:

$$0{,}000\,000\,000\,067 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} = 6{,}7 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \Rightarrow \text{OG: } 10^{-10} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

- Valor aproximado da Constante de Planck:

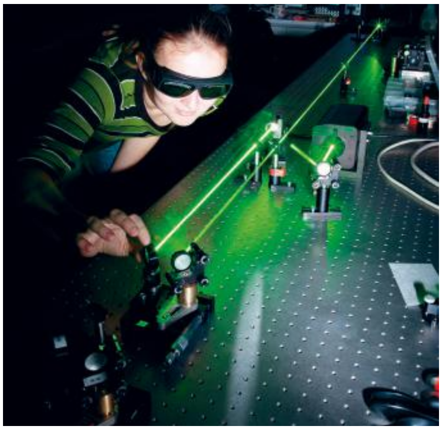
$$6{,}628 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \Rightarrow \text{OG: } 10^{-33} \text{ J} \cdot \text{s}$$

Incluímos a seguir uma tabela com os principais prefixos de multiplicidade oficiais do SI empregados em medidas científicas.

Nome	Símbolo	Potência de 10	Equivalente decimal
Peta	P	10^{15}	1 000 000 000 000 000
Tera	T	10^{12}	1 000 000 000 000
Giga	G	10^{9}	1 000 000 000
Mega	M	10^{6}	1 000 000
Quilo	k	10^{3}	1 000
Hecto	h	10^{2}	100
Deca	da	10^{1}	10
Nenhum	-	10^{0}	1
Deci	d	10^{-1}	0,1
Centi	c	10^{-2}	0,01
Mili	m	10^{-3}	0,001
Micro	μ	10^{-6}	0,000 001
Nano	n	10^{-9}	0,000 000 001
Pico	p	10^{-12}	0,000 000 000 001
Femto	f	10^{-15}	0,000 000 000 000 001
Atto	a	10^{-18}	0,000 000 000 000 000 001

NOTA!

Um submúltiplo do metro utilizado na expressão de pequenos comprimentos é o **angstrom** (Å), que equivale a um décimo bilionésimo de metro, isto é, $1 \text{ Å} = 10^{-10}$ m.



lightpoet/Shutterstock

Nas pesquisas relacionadas aos mundos atômico e quântico, os comprimentos envolvidos são da ordem de fm (femtômetro) ou am (atômetro). Já na Astronomia, o metro é uma unidade inadequada para a expressão de comprimentos, pois as distâncias envolvidas superam em muito o Pm (petametro). Por isso, nos estudos do cosmo, utilizam-se, entre outras, a UA (unidade astronômica: 1 UA é a distância média Terra-Sol, aproximadamente $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m) e o pc (parsec: 1 pc é a distância a um corpo celeste cuja paralaxe anual média correspondente a um arco com ângulo central de um segundo equivale a $30{,}8 \cdot 10^{15}$ m).

6. Grandezas escalares e vetoriais

Reprodução/Google Earth

A Corrida de São Silvestre, em São Paulo, uma das mais importantes provas de corrida de rua mundial, marca cada último dia do ano – 31 de dezembro – de maneira competitiva e ao mesmo tempo descontraída. Fora o pelotão de elite, composto em grande número de tradicionais campeões africanos, há milhares de outros participantes que visam apenas concluir o percurso de 15 km estabelecido para a competição.

O comprimento correspondente aos 15 km de extensão da prova fica completamente definido mediante o número 15 seguido da unidade de medida, km.

Nesta imagem, vê-se o roteiro da Corrida de São Silvestre, com largada e chegada, indicadas pelos pontos vermelhos, na Avenida Paulista. Na visão da maioria dos inscritos, o importante não é vencer; é apenas participar.

Sendo assim, o comprimento é uma **grandeza escalar** que, como massa, tempo, temperatura, carga elétrica, energia e potência, fica plenamente definido com base em um número seguido de uma unidade de medida.

Grandezas escalares ficam completamente caracterizadas mediante o valor numérico acompanhado de uma unidade de medida.

CP DC Press/Shutterstock

Imagine agora que você vá assistir a um campeonato de arco e flecha em que uma competidora fará seu disparo como aparece na imagem ao lado.

Nesse caso, a flecha adquirirá uma velocidade inicial de valor equivalente a algumas dezenas de quilômetros por hora, na direção horizontal e no sentido da esquerda para a direita (do leitor).

Você reparou como a definição de uma velocidade não é tão simples como a de um comprimento?

A velocidade é uma **grandeza vetorial** que, como aceleração, força, impulso e campo elétrico, requer em sua definição um número seguido de uma unidade de medida associado a uma direção e um sentido.

Grandezas vetoriais ficam completamente caracterizadas mediante o **valor numérico** – denominado módulo ou intensidade – acompanhado de uma unidade de medida, uma **direção** e um **sentido**.

Voltaremos a esse assunto com maior detalhamento no Tópico 4, da Unidade 1, Vetores e Cinemática vetorial.

Introdução à Mecânica

agsandrew/Shutterstock

Até recentemente, os cientistas não achavam que isso [holografia quântica] poderia ser feito. Eles pensavam que as leis fundamentais da Física proibiam. Mas um grupo persistente de cientistas da Universidade de Varsóvia, na Polônia, conseguiu o impossível: eles criaram um holograma de uma única partícula de luz. Essa conquista está inaugurando uma nova era de holografia quântica, o que dará aos cientistas uma nova maneira de olhar para fenômenos quânticos.

MAES, Jessica. *O "impossível" é alcançado: físicos criam holograma quântico*. Disponível em: <https://hypescience.com/fisicos-criam-holograma-quantico/>. Acesso em: 20 jul. 2018.

A Mecânica é o setor da Física que estuda os movimentos. Em seus primórdios, esse saber visava explicar os mecanismos celestes, observáveis a olho nu, e o deslocamento de corpos na Terra.

Atualmente, a Mecânica se estende do macro ao micro, voltando seu olhar para o Universo em expansão e também para o mundo de partículas primordiais ínfimas, o que inaugurou, a partir do início do Século XX, a Física Quântica.

1. Introdução

Extasiado com suas constatações sobre os movimentos dos planetas, o astrônomo polonês Nicolau **Copérnico** (1473-1543), homem de profundas convicções católicas, teria se postado diante de Deus em atitude de penitência pelo fato de estar incorrendo em uma possível heresia de proporções inimagináveis. Suas observações indicavam que a Terra girava em torno do Sol, e não o contrário, como pensavam a Igreja e quase todos os filósofos naturais da época. Para eles, tudo deveria girar ao redor da Terra, *habitat* do homem, criatura de Deus... Vigorava, então, o pensamento geocêntrico.

Copérnico em conversa com Deus, óleo sobre tela do artista polonês Jan Matejko (221 cm × 315 cm, Jagiellonian University Museum, Cracóvia), retrata o astrônomo perplexo diante de suas descobertas que fundamentariam o heliocentrismo.

Nascia com isso uma consistente convicção heliocêntrica que colidia frontalmente com o pensamento ptolomaico então vigente. Sim, a Terra girava em torno do Sol... O livro de Copérnico (*Da revolução das esferas celestes — De revolutuinibus orbium coelestium*), publicado no ano de sua morte, apresentou as bases de uma teoria que constitui uma das maiores quebras de paradigma da história da ciência e serviu de amparo aos estudos subsequentes de **Galileu** Galilei (1564-1642), Johannes **Kepler** (1571-1630) e Isaac **Newton** (1642-1727), entre outros.

A Terra gravita ao redor do Sol da mesma forma que Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno. Isso é facilmente verificável nos dias de hoje, em que contamos com uma base observacional muito mais ampla e sofisticada. Há que se registrar que nos tempos de Copérnico os astrônomos só dispunham de instrumentos rudimentares, como tirantes, sextantes e esferas armilares.

Movimentos em geral sempre fascinaram a mente indagadora humana, e esse é o objeto da Mecânica, importantíssimo ramo da Física, nascedouro das primeiras teorias, como as de Copérnico, Galileu, Kepler e Newton.

Mecânica é a parte da Física que estuda os movimentos.

Neste volume, dividiremos a Mecânica da maneira tradicional: Cinemática, Dinâmica e Estática.

A **Cinemática** estuda os movimentos sem se preocupar com suas causas. Realiza-se uma análise meramente descritiva na qual só interessam a trajetória do corpo e as variações com o tempo de sua posição, sua velocidade e sua aceleração.

Por que os objetos ganham velocidade enquanto despencam em queda livre? O que mantém um carro em uma curva sem que ele derrape, escapando da trajetória desejada?

Essas questões são respondidas pela **Dinâmica**, que estuda os movimentos considerando as causas que os produzem e os modificam. Nela figuram de maneira essencial as leis de Newton e de Kepler, além de outras.

Já a **Estática** estuda o equilíbrio dos corpos, especialmente em situações de repouso. Talvez seja essa a parte mais antiga da Mecânica, já que as primeiras teorias significativas a esse respeito, como as de Arquimedes, datam de séculos antes de Cristo.

2. Ponto material ou partícula

Você acha que as dimensões de um carro que percorre a Via Dutra de São Paulo até o Rio de Janeiro devem ser levadas em conta no estudo desse movimento? Certamente não. O comprimento do veículo, bem como sua largura e altura, da ordem de alguns poucos metros, são totalmente irrelevantes em comparação com a extensão do percurso a ser realizado, cerca de 420 km. Em situações como essa e em outras análogas, em que as dimensões do corpo podem ser desprezadas em comparação com as demais dimensões envolvidas, dizemos que esse corpo é um ponto material ou partícula.

Ponto material ou **partícula** é todo corpo cujas dimensões podem ser desprezadas diante das demais dimensões envolvidas no contexto.

Atenção! Nem sempre, porém, esse mesmo carro poderá ser admitido como um ponto material ou partícula. O automóvel sendo manobrado para estacionar em uma garagem, por exemplo, terá dimensões consideráveis e, nesse caso, deverá ser tratado como um **corpo extenso**.

A Terra em seu movimento de translação em torno do Sol é um ponto material, assim como um elétron ejetado em um decaimento β, quando um nêutron se transforma em próton. O "tamanho" desses corpos é insignificante nessas situações.

É importante destacar, contudo, que, a despeito de um ponto material ou partícula ter dimensões irrelevantes, sua massa não é necessariamente desprezível. Se analisarmos as forças gravitacionais entre o Sol e a Terra, por exemplo, no movimento orbital da Terra em torno do Sol, a massa do planeta, considerado uma partícula nessa translação, não será desprezível.

Por outro lado, eventuais movimentos de rotação não são notados em corpos que atendem ao modelo de ponto material ou partícula. Assim, ao estudarmos a translação da Terra em torno do Sol, o movimento de rotação inerente ao planeta deve ser ignorado.

O modelo de ponto material ou partícula é bastante vantajoso no estudo da Mecânica, já que analisar determinados fenômenos sem levar em conta as dimensões dos corpos envolvidos é uma grande simplificação.

pedrosala/Shutterstock

Na imagem ao lado um trem-bala atravessa uma ponte. Nessa situação não se aplica ao comboio o modelo de ponto material, já que suas dimensões influem significativamente nos parâmetros dessa travessia. Por exemplo, quanto mais longo for o trem, maior será o tempo gasto para atravessar a ponte.

UNIDADE

1 Cinemática

Mark Evans/Vetta/Getty Images

Nas provas de automobilismo, especialmente de Fórmula 1, detalhes ínfimos fazem toda a diferença. Maiores velocidades certamente reduzem os tempos, mas isso não basta. Há que saber acelerar, frear, ousar nas ultrapassagens e realizar as curvas no traçado perfeito. E tudo em completa segurança! A análise do desempenho do carro, o domínio cinemático da prova, aliados a muita técnica e arrojo, favorecem o surgimento dos verdadeiros campeões.

A **Cinemática** é a parte da Física que estuda os movimentos, sem, no entanto, investigar as causas que os produzem e modificam. Ela geralmente descreve como a posição, a velocidade e a aceleração variam em função do tempo e, para isso, utiliza funções matemáticas. É um estudo preliminar, que visa desenvolver as bases para uma análise mais completa, feita pela Dinâmica.

NESTA UNIDADE VAMOS ESTUDAR:

- **Tópico 1:** Introdução à Cinemática escalar
- **Tópico 2:** Movimento uniforme
- **Tópico 3:** Movimento uniformemente variado
- **Tópico 4:** Vetores e Cinemática vetorial
- **Tópico 5:** Movimentos circulares

TÓPICO 1

Introdução à Cinemática escalar

Proxyminder/iStock/Getty Images

Foto de múltipla exposição (ou estroboscópica) de uma atleta na largada de uma corrida. Em provas de pequena extensão, como nos 100 metros rasos, os primeiros movimentos são decisivos no resultado final.

Quantos movimentos permeiam nosso dia a dia suscitando a atenção de todos, não é? São aviões, carros e motos que passam velozes, pessoas que se deslocam apressadas, pássaros que voam altivos, além de coisas sutis, como uma pequena formiga caminhando sobrecarregada ao transportar sozinha um enorme pedaço de folha que vai alimentar o formigueiro.

A descrição dos movimentos é o objeto de estudo da Cinemática e é essa parte da Física que vamos começar a estudar neste tópico

Bloco 1

1. Introdução

A palavra cinemática tem prefixo grego – *kinema* – e significa movimento.

Cinemática é a parte da Mecânica que estuda os movimentos de maneira descritiva, sem se preocupar com as causas que produzem e modificam esses movimentos.

Do ponto de vista cinemático, na queda de um pequeno objeto, por exemplo, não se questiona por que esse objeto cai ou por que sua velocidade se intensifica até chegar ao chão. Interessam apenas a trajetória descrita pelo corpo e como variam com o tempo sua posição, velocidade e aceleração, esta última constante numa situação particular de queda livre.

Na análise do comportamento temporal dessas grandezas são utilizadas funções matemáticas, denominadas **funções horárias**.

Suponha que em uma viagem de automóvel você esteja no banco do carona observando os detalhes da estrada e as ações do motorista à sua esquerda. Você repara que o caminho é muito sinuoso, com curvas para todos os lados, o que obriga a quem conduz o veículo manter as indicações do velocímetro em níveis baixos, além dos pedais do acelerador e freio sob total controle.


Pie Ball/Moment/Getty Images

Nesse contexto, em que a estrada determina a trajetória a ser seguida pelo carro, a direção e o sentido do movimento estão implícitos, isto é, predeterminados. Interessam, portanto, apenas a intensidade da velocidade ao longo do percurso e quão rápidas serão as mudanças na magnitude dessa grandeza, especialmente em arrancadas e freadas – aceleração –, pois isso impactará diretamente no conforto e na segurança dos passageiros.

Velocidade e aceleração são grandezas físicas vetoriais, que demandam em sua plena definição módulo, direção e sentido. Em situações em que apresentam importância apenas seu valor numérico, a velocidade e a aceleração adquirem **caráter escalar**.

Na **Cinemática escalar** cujo estudo aqui iniciamos, trataremos as grandezas velocidade e aceleração escalarmente, isto é, levaremos em conta apenas seu valor numérico sem nos preocuparmos com as respectivas direções e sentidos, que estarão previamente contidos em cada situação.

Uma abordagem completa da velocidade e aceleração será apresentada no Tópico 4 desta Unidade, Vetores e Cinemática vetorial.

2. Localização no tempo

De acordo com a visão clássica, o tempo é absoluto e flui inexoravelmente, fazendo com que presente, passado e futuro fiquem perfeitamente situados em uma escala linear, orientada do passado para o futuro. A consciência humana e o próprio ritmo biológico do nosso metabolismo estão condicionados a essa escala. Sabemos – e sentimos – que ontem já passou, que hoje representa o agora e que amanhã traduz o que ainda está por vir. Sabemos – e sentimos – que uma hora corresponde a $\frac{1}{24}$ do dia e que um mês equivale a $\frac{1}{12}$ do ano.

A medição do tempo pode ser feita por meio das repetições de qualquer fenômeno periódico, como o número de luas cheias, de rotações da Terra, de oscilações de um pêndulo simples ou dos giros de um ponteiro de relógio.

Há unidades diversas para o tempo, como o ano, o mês, a semana, o dia, a hora, o minuto, etc. No SI, o tempo tem por unidade o **segundo**; símbolo **s**.

Algumas relações importantes:

- minuto (min): 1 min = 60 s;
- hora (h): 1 h = 60 min = $60 \cdot 60$ s = 3 600 s;
- ano: 1 ano ≅ 365 dias ≅ $365 \cdot 24$ h ≅ $365 \cdot 24 \cdot 3\,600$ s ≅ $3{,}1 \cdot 10^7$ s.

Definimos **instante**, *t*, em uma escala temporal como um número real dessa escala capaz de "posicionar" um fato ou evento.

Consideremos uma partida de futebol. Seria interessante uma escala de tempo que tivesse origem no início do jogo e se estendesse, pelo menos, até os 45 minutos do primeiro tempo.

"... *Autoriza o árbitro e bola em jogo, rolando sobre o gramado!*". Essa é uma frase recorrente entre os narradores esportivos ao anunciarem o início de uma partida.

Define-se **origem dos tempos**, $t_0 = 0$, como o instante em que se inicia a contagem dos tempos. É a data zero de uma escala temporal.

Cosmin Iftode/Shutterstock

O início do jogo se dá em $t_0 = 0$.

Chris Brunskill/Fantasista/Getty Images

O posicionamento temporal de um gol pode ser feito dizendo-se que esse fato ocorreu no primeiro tempo de jogo, no instante t = 43 min.

Suponhamos que nessa hipotética partida determinado zagueiro, depois de uma entrada dura em um atacante adversário no primeiro tempo de jogo, tenha sido advertido com o cartão amarelo, no instante $t_1 = 12$ min. Digamos ainda que esse mesmo jogador, nada habilidoso, ao praticar outra falta violenta, agora no volante rival, também no primeiro tempo, tenha recebido nesse ato o cartão vermelho – expulsão –, no instante $t_2 = 30$ min. Logo, o intervalo de tempo transcorrido entre uma ocorrência e outra foi $\Delta t = (30 - 12)$ min = 18 min.

Define-se **intervalo de tempo**, Δt, como a diferença entre o instante final e o instante inicial:

$$\boxed{\Delta t = t_{final} - t_{inicial}}$$

NOTAS!

- Um instante de tempo pode ser medido por um número positivo ou negativo. O último caso se refere a um evento ocorrido antes da origem dos tempos. Se tomarmos o nascimento de Cristo como data zero ($t_0 = 0$), fatos acontecidos antes disso deverão ser marcados com instantes negativos. Segundo se sabe, o cientista grego Arquimedes viveu em Siracusa no século III a.C. Assim, instantes que marcam episódios de sua vida devem ser caracterizados com números negativos na escala temporal que tem origem no nascimento de Cristo.
- A despeito de instantes negativos serem conceitualmente corretos, não existem intervalos de tempo negativos. Estes têm caráter essencialmente positivo, pois são definidos por $\Delta t = t_{final} - t_{inicial}$, sendo t_{final} sempre maior que $t_{inicial}$. Essa é uma decorrência do fato de, em Física Clássica, o tempo fluir progressivamente. Não teria sentido dizermos, por exemplo, que o primeiro tempo de uma partida de futebol durou −45 min.

3. Localização no espaço – Referencial

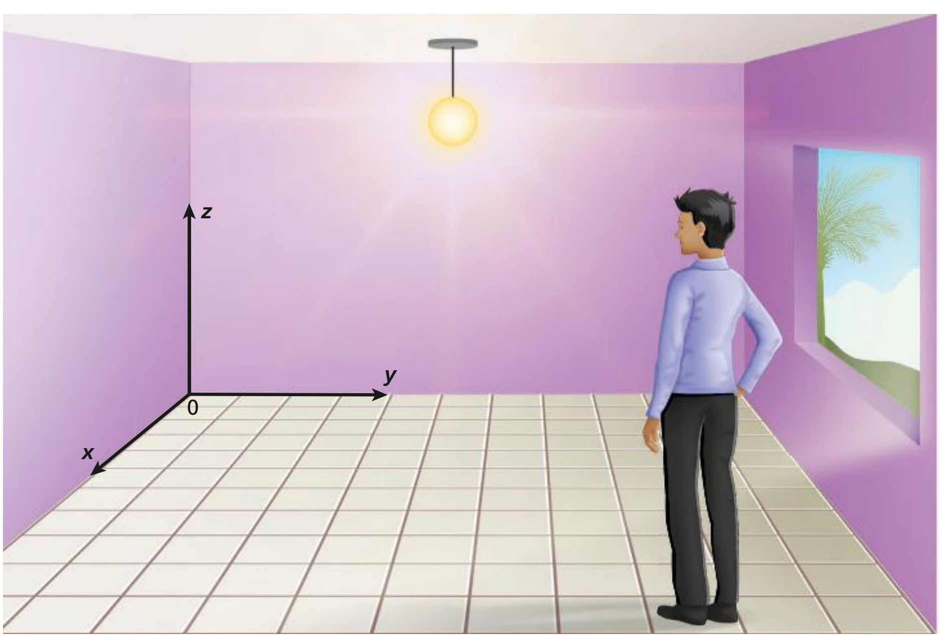
O colégio em que você estuda fica longe ou perto? O pássaro que se encontra pousado naquele galho está acima ou abaixo? A cidade mais próxima do local onde você mora fica à esquerda ou à direita?

Para responder a todas essas questões que envolvem localização, faz-se necessária a adoção de um sistema de posicionamento; um **referencial**.

Assim, você poderá responder que o colégio em que você estuda fica próximo da Prefeitura, ou que o pássaro que se encontra pousado naquele galho está abaixo da copa da árvore, ou ainda que, com você olhando para o Sol poente, a cidade mais próxima do local onde você mora fica à sua esquerda.

O posicionamento requer um **referencial** que, matematicamente, pode ser constituído por um sistema de eixos cartesianos ***x*** (abscissas), ***y*** (ordenadas) e ***z*** (cotas ou alturas), perpendiculares entre si e com origens coincidentes.

Banco de imagens/Arquivo da editora



Em relação ao referencial cartesiano **0xyz** associado a um dos cantos (vértices) da sala em forma de paralelepípedo, a posição da lâmpada pendurada no teto fica definida por um trio de coordenadas *x*, *y* e *z*.

Posicionamentos no plano exigem apenas duas coordenadas, *x* e *y*, e na reta, apenas uma, *x*.

JÁ PENSOU NISTO?

Cristo Redentor: um ótimo referencial no Rio de Janeiro

Essa estátua *art decó* de Jesus Cristo, concebida e construída por engenheiros franco-brasileiros e instalada no topo do morro do Corcovado, 708 m acima do nível do mar, tem 38 m de altura e 28 m de largura. É um monumento que faz parte da paisagem carioca. É considerada pela Unesco (Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura) Patrimônio da Humanidade e foi eleita em 2006 uma das Sete Maravilhas do Mundo Moderno. O Cristo pode ser visto de quase todos os cantos da cidade, sendo, por isso, um privilegiado referencial local.


T photography/Shutterstock

4. Repouso e movimento

Um avião em voo está em repouso ou em movimento? O planeta Terra está em repouso ou movimento? Você, dentro do ônibus ou metrô que o conduz à escola, está em repouso ou em movimento?

Respostas satisfatórias a essas perguntas dependem das definições a seguir:

Um ponto material ou partícula está em **repouso** em relação a determinado referencial quando suas coordenadas de posição em relação a esse referencial permanecem invariáveis com o passar do tempo.
Um ponto material ou partícula está em **movimento** em relação a determinado referencial quando pelo menos uma de suas coordenadas de posição em relação a esse referencial varia com o passar do tempo.

Diante do exposto, você poderá inferir que o avião citado está em movimento em relação a um referencial fixo no solo terrestre, mas em repouso em relação a um passageiro adormecido dentro da aeronave. O planeta Terra está em movimento em relação a um referencial associado ao Sol, mas em repouso em relação ao Burj Khalifa (prédio mais alto do mundo, com 828 m, situado em Dubai, nos Emirados Árabes Unidos). Já no seu caso, você estará em movimento em relação a um poste fixo em um ponto do trajeto, mas em repouso em relação a uma das portas da condução.

Conclui-se, então, que os conceitos de repouso e movimento, que envolvem a noção matemática de posição, são relativos, pois dependem do referencial adotado.

Um mesmo corpo pode estar, ao mesmo tempo, em repouso em relação a um referencial **A** e em movimento em relação a outro referencial **B**.

Veja mais um exemplo: você, dentro de um elevador em franca operação, estará em repouso em relação à cabine do equipamento, mas em movimento em relação a um referencial fixo no solo.


Stephen Lloyd Singapore/Alamy/FotoArena

No sobe e desce de elevadores, como os panorâmicos da imagem ao lado, as pessoas permanecem em repouso em relação às respectivas cabines, mas em movimento em relação à Terra. Considerando um referencial fixo no elevador da esquerda (que sobe), o elevador da direita (que desce) estará em movimento relativo de descida em relação a esse referencial.

NOTA!

No caso da lâmpada pendurada no teto da sala ilustrada no item 3, se o fio de sustentação arrebentar, ela despencará em queda vertical. Nesse caso, em relação ao referencial **Oxyz** associado ao vértice do recinto, teremos uma situação de movimento, com as coordenadas x e y constantes e z variável. Reforçamos que basta uma das coordenadas de posição variar para que seja caracterizada uma situação de movimento.

JÁ PENSOU NISTO?

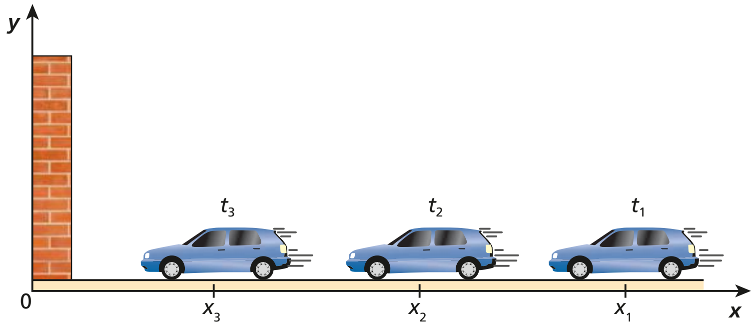
Abastecimento em pleno voo?

Em missões militares aéreas de longo percurso pode ocorrer de uma aeronave ser abastecida por outra em pleno voo. É o que se observa nesta fotografia, em que o avião de cima transfere combustível para o de baixo. Operações como essa são bem-sucedidas quando os aviões se mantêm em repouso entre si. Deve-se observar, porém, que ambos se apresentam em movimento em relação a um referencial fixo no solo.

LeonP/Shutterstock

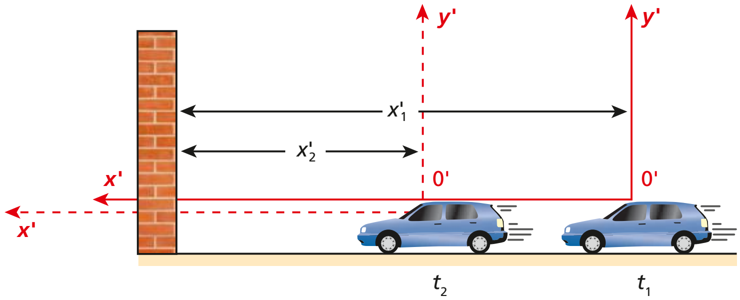
Os conceitos de repouso e movimento são **simétricos**, isto é, se uma partícula **A** está em repouso (ou movimento) em relação a uma partícula **B**, então **B** também estará em repouso (ou movimento) em relação a **A**.

Veja no exemplo a seguir que o carro está em movimento de aproximação em relação ao muro, já que nos instantes t_1, t_2 e t_3 suas abscissas em relação ao referencial **0xy** associado ao muro – respectivamente x_1, x_2 e x_3 – diminuem sucessivamente.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Adotando-se agora um referencial **0'x'y'** associado ao carro, o muro também estará em movimento de aproximação em relação a este, já que nos instantes t_1 e t_2 suas abscissas – respectivamente x'_1 e x'_2 – estarão diminuindo sucessivamente.



Banco de imagens/Arquivo da editora

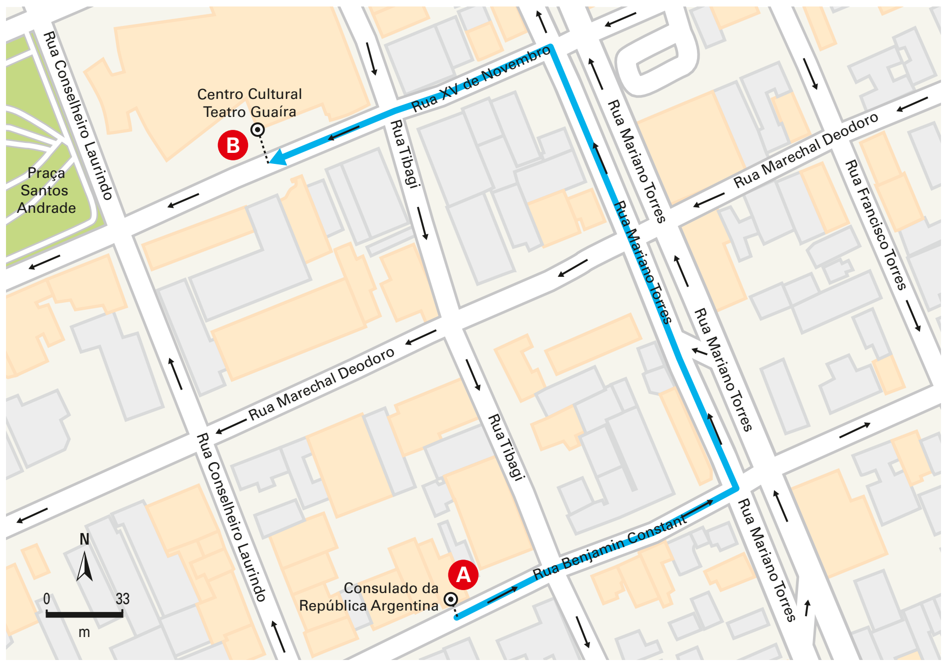
Flying Colours Ltd/DigitalVision/Getty Images

Nesta imagem, o carro está em movimento em relação ao muro e este está em movimento em relação ao carro. Em situações como essa é evidente a noção de simetria entre os conceitos de repouso e movimento.

5. Conceito de trajetória

Para se deslocar de certo local em uma capital até um parque ou um teatro, você deve percorrer determinados caminhos, alguns mais curtos, mas às vezes demorados por causa do tráfego, outros mais longos, contudo mais rápidos devido à existência de vias expressas.

Hoje em dia, o planejamento desses itinerários pode ser realizado previamente utilizando-se *sites* especializados ou mesmo aplicativos para *smartphones*.



Banco de imagens/Arquivo da editora

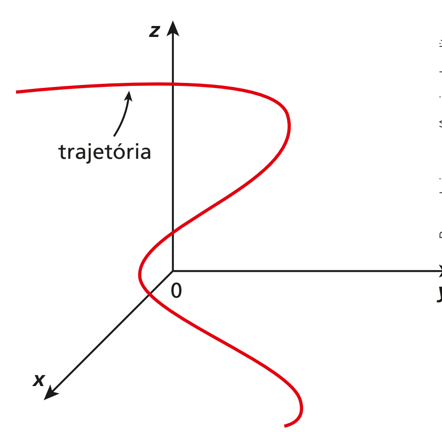
Aqui você tem um roteiro planejado para chegar, de carro, ao Centro Cultural Teatro Guaíra partindo do Consulado da República Argentina, em Curitiba (PR).

Em sua opinião, esses caminhos a serem seguidos dependem ou não da adoção de um referencial?

Certamente dependem, já que a cada instante do trajeto você estará em determinado local da cidade, e a posição está associada ao referencial escolhido.

De forma geral e rigorosa, define-se trajetória do seguinte modo:

> **Trajetória** é a linha constituída, durante certo intervalo de tempo, pelo conjunto das posições sucessivas de uma partícula em relação a um determinado referencial.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Desse conceito decorre que uma mesma partícula pode exibir trajetórias diferentes se observada de referenciais distintos.

Veja os dois exemplos a seguir:

Exemplo 1

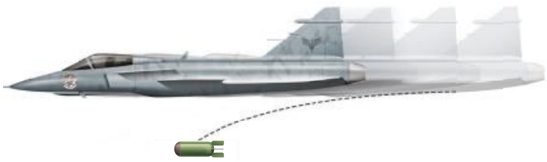
Um avião em voo retilíneo com velocidade constante paralelamente ao solo admitido plano e horizontal larga uma bomba, conforme ilustra a fotografia ao lado.


HIGH-G Productions/Stocktrek Images/Getty Images

Em relação a um referencial solidário ao avião e desprezando-se a resistência do ar, essa bomba conserva sua velocidade horizontal constante – devido à inércia de movimento –, mantendo-se rigorosamente na mesma vertical da aeronave. Por isso, em relação a esse referencial, a trajetória do artefato é um segmento de reta vertical, isto é, os tripulantes notam a bomba cada vez mais afastada, porém sempre sob o avião.

Já em relação ao solo, a bomba exibe uma trajetória em forma de arco de parábola, fruto da composição do movimento uniforme horizontal para a esquerda, com velocidade igual à do avião, com o movimento vertical acelerado regido pela aceleração da gravidade.

Veja a ilustração ao lado.


Banco de imagens/Arquivo da editora

Exemplo 2

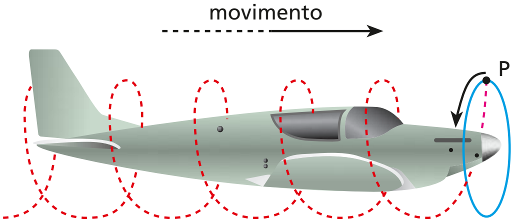
Um avião monomotor se desloca horizontalmente para a direita.

Considerando um ponto **P** na extremidade de uma das pás da hélice, qual a trajetória desse ponto em relação a um referencial no avião? A resposta é simples: Uma circunferência com raio igual ao comprimento dessa pá, já que, em relação à aeronave, o ponto **P** manifesta exclusivamente o movimento giratório devido à rotação da hélice.


Paul Bowen/Science Faction/Getty Images

Já em relação ao solo, o mesmo ponto **P** tem trajetória em forma de hélice cilíndrica – trajetória helicoidal –, como ilustra o esquema ao lado.

Isso porque, em relação a Terra, **P** tem dois movimentos parciais: o circular, devido à rotação da hélice, e o de avanço para a direita, provocado pela translação do avião nessa direção.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A trajetória de **P** em relação à superfície da Terra é uma hélice cilíndrica.

JÁ PENSOU NISTO?

Que circunferências são essas?

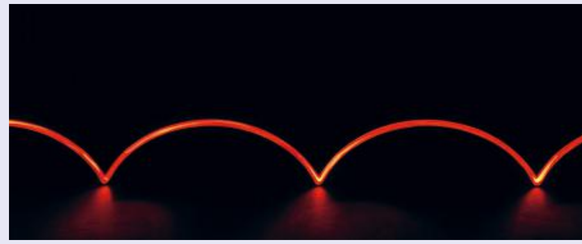
São as trajetórias apresentadas por várias estrelas em relação a uma câmara mantida com o diafragma aberto, fixa em relação ao solo, no Observatório Astronômico Australiano. No referencial da câmara, as estrelas descreveram trajetórias praticamente circulares em razão do movimento de rotação da Terra.


Photolibrary RM/Getty Images

O centro das circunferências na imagem é denominado Polo Sul Celeste. Os polos celestes são as projeções dos polos geográficos da Terra na esfera celeste e são caracterizados por aparentarem estar fixos no céu.

Ampliando o olhar

A cicloide

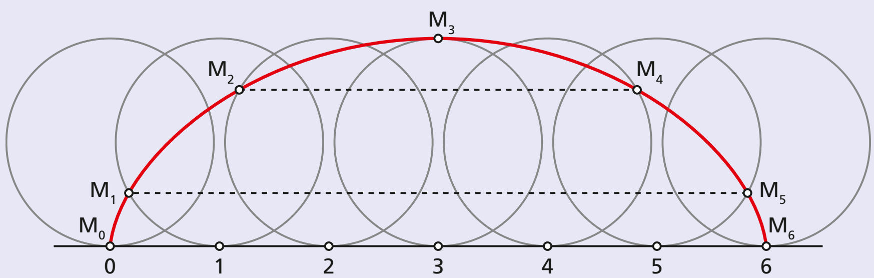


GIPhotoStock/Photo Researchers/Latinstock

Nesta fotografia de câmara fixa e longa exposição aparece uma das curvas mais fascinantes da Matemática – a **cicloide** –, que instigou sobremaneira o pensamento de notáveis cientistas, como **Galileu** Galilei (1564-1642), Evangelista **Torricelli** (1608-1647), Blaise **Pascal** (1623-1662) e Gilles Personne de **Roberval** (1602-1675).

Uma cicloide como a da imagem pode ser descrita por um ponto periférico **M** de uma roda circular, cujo centro se desloca em linha reta, supostamente para a direita, sobre uma bancada horizontal. Enquanto ocorre a rolagem sem escorregamento dessa roda, no sentido horário para o leitor, o ponto **M** em estudo passa respectivamente pelas posições $\mathbf{M_0}$, $\mathbf{M_1}$, $\mathbf{M_2}$, $\mathbf{M_3}$, $\mathbf{M_4}$, $\mathbf{M_5}$ e $\mathbf{M_6}$.

Veja a ilustração abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

6. Coordenada de posição: espaço

Suponhamos que seja conhecida previamente a trajetória que vai ser descrita por uma partícula perante determinado referencial, como a estrada que aparece na imagem abaixo, perfeitamente definida em relação a um sistema de referência solidário ao solo terrestre.

Igor Plotnikov/Shutterstock

A Atlantic Ocean Road, na costa atlântica da Noruega, apelidada de "A estrada para lugar nenhum", é uma das rodovias mais perigosas do mundo, seja pelo seu traçado sinuoso, seja pelas tempestades próprias da região, quase sempre acompanhadas de ventos muito fortes e ondas marítimas excepcionais.

O **espaço**, que simbolizaremos geralmente por *s* ou *x*, é uma coordenada de posição – positiva ou negativa – que permite localizar uma partícula em uma trajetória pré-conhecida.

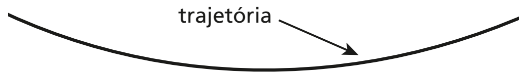
Espaço é um comprimento e, por isso, as unidades de medida dessa grandeza física podem ser centímetros (cm), quilômetros (km), milhas (mi) – no Sistema Inglês –, além de outras.

No SI, o espaço é expresso em **metros** (m).

Abaixo, estão relacionadas algumas unidades frequentes e suas correlações com o metro:

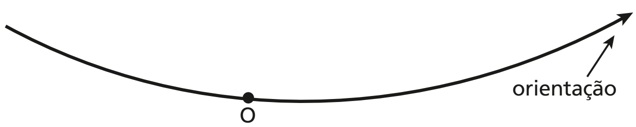
- $1\ \text{m} = 100\ \text{cm} = 10^2\ \text{cm}$
- $1\ \text{km} = 1\,000\ \text{m} = 10^3\ \text{m}$
- $1\ \text{mi} \cong 1{,}61\ \text{km}$

Consideremos a trajetória representada a seguir, perfeitamente definida em relação a determinado referencial.



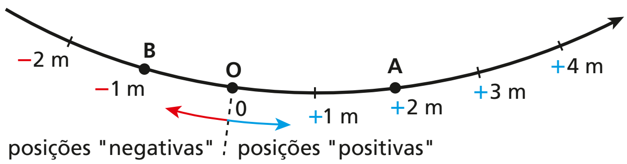
Banco de imagens/Arquivo da editora

Para que seja possível medirmos espaços sobre essa curva, devemos, em primeiro lugar, orientá-la, isto é, estabelecer em que sentido os espaços serão crescentes. Por último, escolhemos um ponto **O** arbitrário que será a origem dos espaços, ou seja, o local a partir de onde os espaços serão medidos.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Verifique no esquema abaixo, no qual o eixo dos espaços foi graduado em metros, que as posições associadas aos pontos **A** e **B** são $s_A = +2$ m e $s_B = -1$ m, respectivamente.



Banco de imagens/Arquivo da editora

NOTAS!

- Insistimos que espaço é uma grandeza algébrica, que deve estar sempre acompanhada de um sinal, positivo ou negativo.
- Destacamos também que a medição dos espaços deve ser feita ao longo da trajetória, sem "atalhos". No caso da última figura, por exemplo, dizer que o espaço do ponto **A** é $s_A = +2$ m significa afirmar que esse ponto está no campo positivo do eixo, a 2 m de distância do ponto **O** medidos acompanhando-se a linha que define a trajetória.

Nas rodovias, que são trajetórias predeterminadas em relação a um referencial fixo na superfície terrestre, os espaços podem ser associados aos marcos quilométricos existentes ao longo dela. Assim, um veículo avariado, por exemplo, poderá ser facilmente localizado pelo socorro se o motorista informar sua coordenada de posição (espaço) na via: *Estou no quilômetro **X** e preciso de um caminhão guincho porque...*

Ricardo Azoury/Pulsar Imagens

Aqui, um caminhão foi fotografado no instante em que passava pelo quilômetro 811 de uma rodovia. Esse é o "endereço instantâneo" do veículo nessa estrada: seu **espaço**. Essa indicação significa que o caminhão estava, naquele instante, a 811 km do marco zero – origem dos espaços –, medidos ao longo da via.

NOTA!

Não é usual em rodovias a utilização de espaços negativos. Afinal, soaria estranha a informação: *Estou no quilômetro −80 da Via Dutra*.

7. Variação de espaço e distância percorrida

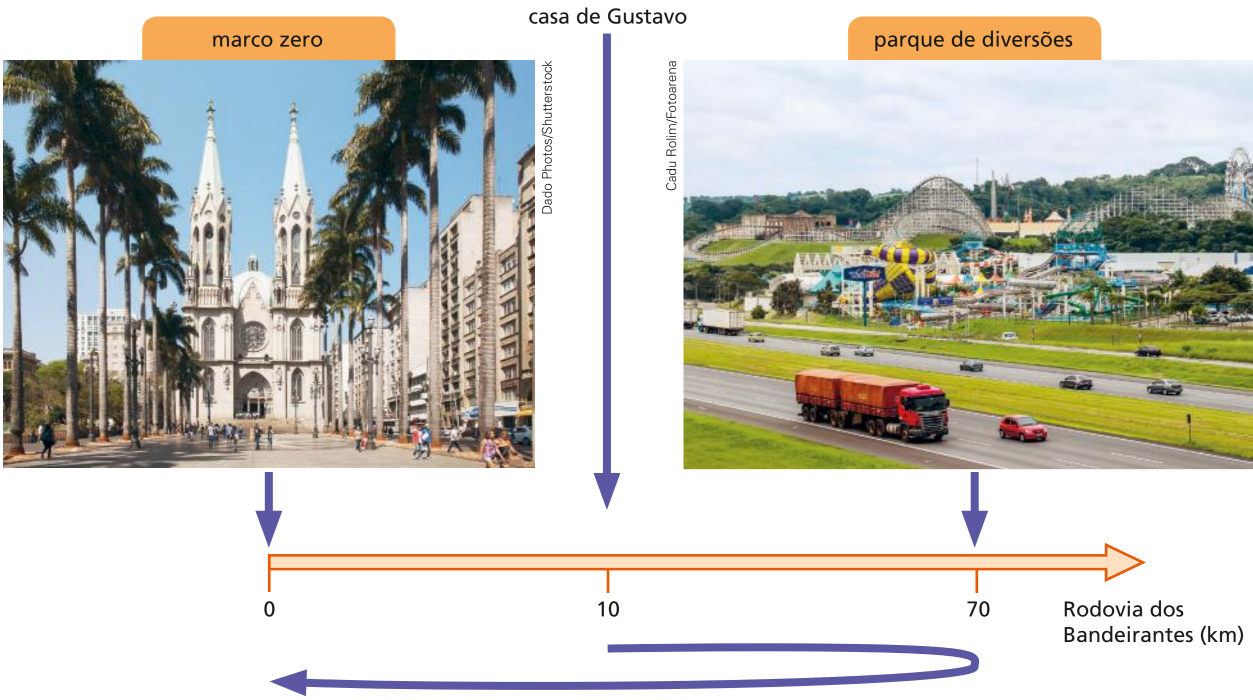
Consideremos, a título de exemplo, a Rodovia dos Bandeirantes, moderna autoestrada que liga a cidade de São Paulo ao interior do estado, passando pela região de Campinas.

Como a maioria das rodovias paulistas, a Bandeirantes tem seu marco zero (origem dos espaços) na Praça da Sé, no centro da capital.

Suponhamos que em um domingo ensolarado o jovem Gustavo, que reside no quilômetro 10 da citada via, resolva se divertir em um parque repleto de atrações não muito distante de sua casa, situado no quilômetro 70, nas cercanias de Vinhedo.

No fim da tarde, depois de muitas emoções e adrenalina, Gustavo regressa a São Paulo para pernoitar na casa de sua avó, localizada na Praça da Sé, bem próxima do conhecido monumento do marco zero.

Veja no esquema a seguir, fora de escala, a saga de Gustavo nesse domingo fictício.



Define-se **variação de espaço**, ou deslocamento escalar, Δs, sobre uma trajetória orientada, como a diferença entre o espaço final (s_{final}) e o espaço inicial ($s_{inicial}$). Matematicamente:

$$\boxed{\Delta s = s_{final} - s_{inicial}}$$

NOTA!

A variação de espaço Δs é uma quantidade algébrica, podendo assumir valores positivos, negativos ou nulos. Ao jogarmos um pequeno objeto verticalmente para cima, por exemplo, ele vai subir e descer, retornando à nossa mão (ponto de partida). Nesse caso, $\Delta s = 0$, já que s_{final} coincide com $s_{inicial}$.

No caso da aventura de Gustavo, tem-se:

$$\Delta s = 0 - 10 \therefore \boxed{\Delta s = -10 \text{ km}}$$

Define-se **distância percorrida**, D, sobre uma trajetória orientada, como o somatório dos módulos de todas as variações de espaço ocorridas no intervalo de tempo considerado, independentemente do sentido do movimento. Matematicamente:

$$\boxed{D = \Sigma|\Delta s_{ida}| + \Sigma|\Delta s_{volta}|}$$

Ainda em relação ao contexto de Gustavo:

$$D = |70 - 10| + |0 - 70| \therefore \boxed{D = 130 \text{ km}}$$

A distância percorrida, D, é calculada cumulativamente, sem levar em conta o sentido do movimento sobre a trajetória. É, basicamente, o que marca o hodômetro de um veículo (medidor das quilometragens) ou um desses aplicativos para *smartphones* que contam o número de passos dados por uma pessoa durante certo período de tempo.

Um carro que viaja de Salvador a Aracaju e depois retorna a Salvador, por exemplo, rodará cerca de 325 km na ida mais 325 km na volta. A distância percorrida por esse automóvel no "bate e volta" citado será de 650 km e a variação de espaço, nula.

8. Função horária do espaço

No desenvolvimento da Cinemática escalar é importantíssimo relacionar matematicamente o espaço com o tempo. Uma função do tipo $s = f(t)$ é denominada **função horária do espaço** e estabelece uma relação biunívoca entre essas duas grandezas, isto é, atribuindo-se um valor para o tempo, determina-se o correspondente valor do espaço e vice-versa.

Admitamos, por exemplo, a função horária abaixo referente ao movimento de uma partícula ao longo de uma trajetória orientada, com *s* medido em metros e *t*, em segundos.

$$\boxed{s = 40 - 10t \text{ (SI)}}$$

Qual o espaço inicial, s_0, da partícula, isto é, o espaço na origem dos tempos ou no instante $t_0 = 0$?

$$s_0 = 40 - 10 \cdot 0 \therefore \boxed{s_0 = 40 \text{ m}}$$

Agora, qual o espaço da partícula no instante $t = 2$ s?

$$s = 40 - 10 \cdot 2 \therefore \boxed{s = 20 \text{ m}}$$

Por outro lado, em que instante a partícula passa pela origem dos espaços, isto é, no local da trajetória em que $s = 0$?

$$0 = 40 - 10t \Rightarrow 10t = 40 \therefore \boxed{t = 4 \text{ s}}$$

Também podemos associar movimentos específicos a funções horárias do espaço típicas de cada um deles.

Por exemplo, veremos no Tópico 2 desta Unidade que uma função horária do espaço do **1º grau** corresponde a um **movimento uniforme**, que ocorre com velocidade escalar constante.

$$s = 5 + 20t \Rightarrow \text{movimento uniforme (MU)}$$

Já funções horárias do espaço do **2º grau**, como serão tratadas no Tópico 3, estão associadas ao **movimento uniformemente variado**, que se desenrola com aceleração escalar constante.

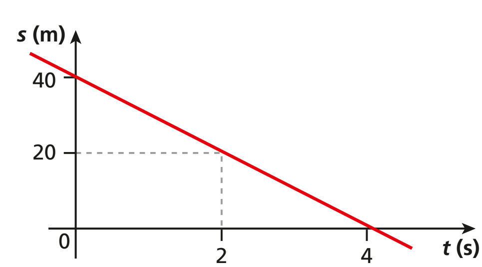
$$s = 15 - 12t + 5t^2 \Rightarrow \text{movimento uniformemente variado (MUV)}$$

Ainda, no caso de funções horárias do espaço trigonométricas, o que será estudado no Volume 2, tem-se o **movimento harmônico simples**, em que a partícula oscila com velocidade e aceleração escalares variáveis.

$$s = 2\cos(2\pi t + \pi) \Rightarrow \text{movimento harmônico simples (MHS)}$$

O conhecimento da função horária do espaço de certo movimento, por fim, possibilita a construção do gráfico do espaço em função do tempo – $s \times t$ –, como apresentamos abaixo.

$$\boxed{s = 40 - 10t \text{ (SI)}} \Rightarrow$$



Banco de imagens/Arquivo da editora

NOTA!

A função horária do espaço contém vários dados acerca do movimento, mas nada informa sobre o formato da trajetória da partícula.

9. Equação da trajetória

Admitamos que uma partícula realize um movimento plano em relação a um referencial cartesiano **Oxy** de modo que suas coordenadas de posição, *x* e *y*, variem em função do tempo, *t*, e em unidades do SI, conforme as funções horárias do espaço abaixo, chamadas nesse caso **equações paramétricas**.

$$x = 2t \quad e \quad y = 6 + 8t$$

> Denomina-se **equação da trajetória** em um movimento plano a função y = f(x) que relaciona em cada instante a ordenada *y* da partícula com sua respectiva abscissa *x*.

Para obtermos y = f(x) nesse exemplo, fazemos:

$$x = 2t \Rightarrow t = \frac{x}{2}$$

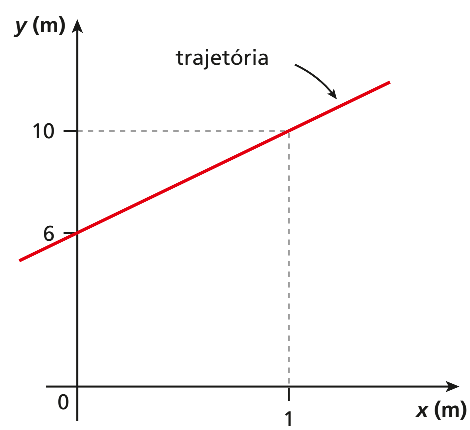
Substituindo-se esse valor de *t* na equação de *y*, vem:

$$y = 6 + 8\frac{x}{2} \Rightarrow \boxed{y = 6 + 4x \text{ (SI)}}$$

Como a equação da trajetória resultou do 1º grau, podemos afirmar que a trajetória dessa partícula é uma reta oblíqua ascendente, já que o coeficiente do termo em *x* é positivo.

Veja o esboço da trajetória no referencial **Oxy** abaixo.

Banco de imagens/Arquivo da editora



x (m)	y (m)
0	6
1	10

Exercícios Nível 1

1. De dentro de um carro, você nota elementos fixos na lateral da estrada, como o *guard rail*, plantas e placas de sinalização, que passam muito rapidamente diante da sua janela. Com isso, você consulta o velocímetro do veículo e lá encontra uma indicação praticamente constante de 100 km/h. Diante disso, você **não** poderá concluir que:

a) O carro está em movimento a 100 km/h em relação à estrada.

b) A estrada está em movimento a 100 km/h em relação ao carro.

c) Se o *guard rail* passa rapidamente diante da sua janela, o carro passa rapidamente diante do *guard rail*.

d) O carro em que você viaja está em movimento em relação a todos os demais carros que trafegam nessa mesma rodovia.

e) O carro em que você viaja está em movimento em relação a um caminhão carregado que viaja a sua frente, no mesmo sentido, a 60 km/h.

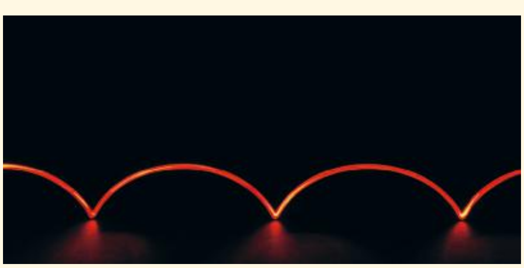
2. Francisco, trafegando em uma autoestrada (de pista dupla), passa pelo quilômetro 68 da via quando seu pai se lembra de que no quilômetro 94 há uma ótima parada, com restaurante e abastecimento, só que na pista oposta, o que vai obrigar a realização de um retorno no quilômetro 101. Desprezando-se o deslocamento do automóvel na alça de retorno, pede-se determinar:

a) a variação de espaço do carro nessa autoestrada do quilômetro 68 até a parada no restaurante/abastecimento;

b) a distância percorrida pelo veículo nesse percurso.

3. E.R. Conta-se que Blaise Pascal, físico, matemático e filósofo francês, acordou certa noite com uma intensa dor de dentes. Começou então a raciocinar sobre propriedades da cicloide e, quando percebeu, a dor havia desaparecido... Ele tomou aquilo como um sinal divino e passou a estudar mais profundamente essa curva que lhe causava especial fascínio. Evidentemente que por outras razões, quase ao mesmo tempo, isso também foi feito por Galileu Galilei, Evangelista Torricelli e Gilles Personne de Roberval. Na foto de longa exposição abaixo, foram registradas cicloides sucessivas, fruto da rolagem sem escorregamento de uma roda de raio *R* dotada de uma pequena lâmpada instalada em sua lateral, a uma distância *R* do centro dessa roda.

GIPhotoStock/Photo Researchers/Latinstock



Sabendo-se que o centro da roda foi deslocado em linha reta em um plano paralelo ao da lente objetiva da câmara com velocidade de intensidade constante igual a 30 cm/s, pergunta-se:

a) Qual a forma da trajetória descrita pela lâmpada em relação a um referencial ligado ao centro da roda?

b) Sabendo-se que o intervalo de tempo gasto pela roda em uma rolagem completa foi de 5,0 s, qual a distância horizontal entre dois pontos mais baixos e sucessivos da cicloide?

c) Adotando-se $\pi = 3$, qual o desnível entre o ponto mais alto e o ponto mais baixo da cicloide?

Resolução:

a) Em relação a um referencial ligado ao centro da roda, a forma da trajetória descrita pela lâmpada é circular.

b) Movimento retilíneo e uniforme do centro da roda:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Com $v = 30$ cm/s e $\Delta t = 5{,}0$ s, pode-se calcular a distância horizontal Δx entre dois pontos mais baixos e sucessivos da cicloide:

$$30 = \frac{\Delta x}{5} \therefore \boxed{\Delta x = 150 \text{ cm}}$$

c) O comprimento da circunferência periférica da roda é $\Delta x = 150$ cm, logo:

$$2\pi R = \Delta x \Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot R = 150 \therefore \boxed{R = 25 \text{ cm}}$$

O desnível pedido é o diâmetro da roda, isto é, $D = 2R$, assim:

$$D = 2R = 2 \cdot 25 \therefore \boxed{D = 50 \text{ cm}}$$

4. Observe o avião monomotor que aparece na foto abaixo em voo retilíneo e horizontal, paralelamente ao solo, com velocidade escalar constante.

Paul Rolph/Alamy/Fotoarena

Levando-se em conta esse contexto, responda às questões a seguir:

a) Considerando-se um ponto destacado na extremidade de uma das pás da hélice da aeronave, qual será a forma da trajetória desse ponto em relação a um referencial ligado ao avião? E em relação a um referencial ligado ao solo?

b) Se uma pequena lâmpada instalada na extremidade de uma das asas da aeronave se desprender e ficar sob a ação exclusiva da gravidade (resistência do ar desprezível), qual será a trajetória dessa lâmpada em relação a um referencial ligado ao avião? E em relação a um referencial ligado ao solo?

5. Imagine que você esteja andando de bicicleta em um parque de solo plano e horizontal, realizando um movimento circular em relação à superfície terrestre. Nesse caso, você pedala ao redor de um poste vertical fixo de modo a manter-se a uma distância constante igual a 20 m em relação a ele. Assim, você poderá concluir que:

a) Você está em repouso em relação ao poste, já que sua distância em relação a ele é constante.

b) Você está em movimento em relação ao poste, mas este está em repouso em relação a você.

c) Sua trajetória em relação ao poste é um ponto.

d) O poste realiza um movimento circular em relação a você, com raio igual a 20 m.

e) O poste realiza um movimento circular em relação à superfície terrestre, com raio igual a 20 m.

6. (Unesp-SP) A fotografia mostra um avião bombardeiro norte-americano B52 despejando bombas sobre determinada cidade no Vietnã do Norte, em dezembro de 1972.


Reprodução/Unesp, 2015.

(www.nationalmuseum.af.mil. Adaptado.)

Durante essa operação, o avião bombardeiro sobrevoou, horizontalmente e com velocidade vetorial constante, a região atacada, enquanto abandonava as bombas que, na fotografia tirada de outro avião em repouso em relação ao bombardeiro, aparecem alinhadas verticalmente sob ele, durante a queda.

Desprezando a resistência do ar e a atuação de forças horizontais sobre as bombas, é correto afirmar que:

a) no referencial em repouso sobre a superfície da Terra, cada bomba percorreu uma trajetória parabólica diferente.

b) no referencial em repouso sobre a superfície da Terra, as bombas estavam em movimento retilíneo acelerado.

c) no referencial do avião bombardeiro, a trajetória de cada bomba é representada por um arco de parábola.

d) enquanto caíam, as bombas estavam todas em repouso, uma em relação às outras.

e) as bombas atingiram um mesmo ponto sobre a superfície da Terra, uma vez que caíram verticalmente.

7. O helicóptero tem sido usado como solução de transporte rápido nas grandes cidades. Só em São Paulo, estima-se em 400 o número de aeronaves disponíveis, que cruzam o céu da metrópole diariamente transportando executivos, policiais, bombeiros, pacientes que requerem tratamento de emergência, etc.

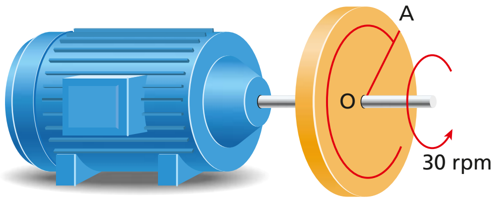
Admita que um helicóptero de resgate, depois de embarcar um rapaz vítima de um acidente de motocicleta, decole, elevando-se na vertical com velocidade constante. Considere um ponto na extremidade de uma das pás da hélice principal da aeronave, que é girada pelo motor em rotação uniforme.

a) Qual a forma da trajetória desse ponto em relação a um referencial ligado ao helicóptero?

b) Qual a forma da trajetória desse ponto em relação a um referencial fixo no solo?

8. Na figura, uma formiga vai percorrer em movimento uniforme o raio **OA** de um disco circular rigidamente acoplado ao eixo de um motor, que gira esse disco com frequência constante de 30 rpm (rotações por minuto).

Banco de imagens/Arquivo da editora

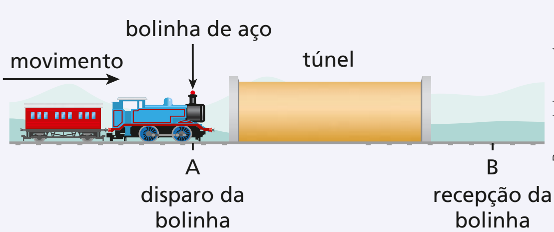


a) Quantas voltas por segundo realizará a formiga durante seu deslocamento sobre o raio **OA**?

b) Qual a forma da trajetória descrita pela formiga em relação a um referencial ligado ao disco?

c) Qual a forma da trajetória descrita pela formiga em relação a um referencial ligado à bancada em que está fixado o motor?

9. **E.R.** Com a finalidade de demonstrar para seus alunos o conceito de inércia, aproveitando-se também o exemplo para aconselhar os estudantes no sentido de nunca desembarcarem de veículos rápidos em movimento, um professor de Física utilizou um trenzinho de brinquedo que se deslocava em linha reta com velocidade constante ao longo de um trilho instalado sobre uma grande mesa plana e horizontal. Quando o trenzinho atingia um dado ponto **A** do trilho, disparava-se automaticamente da chaminé de sua locomotiva, verticalmente para cima em relação ao comboio, por um processo eletromagnético que acionava um sistema de molas, uma bolinha de aço que, depois de realizar seu voo praticamente sem sofrer influências do ar, encaixava-se novamente na chaminé quando o trenzinho atingia um ponto **B**, depois de a locomotiva transpor uma estrutura em forma de túnel instalada de modo a envolver o trilho. Os pontos **A** e **B** estão indicados no esquema abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nesse contexto, responda aos quesitos a seguir:

a) Para um referencial fixo no trenzinho, qual foi a trajetória descrita pela bolinha de aço desde seu lançamento da chaminé até seu posterior encaixe nesse mesmo alojamento?

b) Admita que em relação a um referencial cartesiano **Oxy** fixo na superfície da mesa e coincidente com o plano do voo, com **Ox** horizontal e **Oy** vertical, as equações paramétricas dos movimentos parciais verificados para a bolinha de aço foram: $x = 0,2t$ e $y = 0,1 + 3,0t - 5,0t^2$, com *x* e *y* em metros e *t* em segundos.

Qual a equação da trajetória da bolinha, $y = f(x)$, em relação a esse referencial, e qual a forma correspondente da trajetória?

Resolução:

a) Para um referencial fixo no trenzinho, a trajetória da bolinha de aço foi um segmento de reta vertical.

b) $x = 0,2t \Rightarrow t = \frac{1}{0,2}x \Rightarrow t = 5,0x \quad \text{(I)}$

$$y = 0,1 + 3,0t - 5,0t^2 \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se (I) em (II), obtém-se a equação da trajetória descrita pela bolinha de aço, $y = f(x)$, em relação à mesa:

$$y = 0,1 + 3,0 \cdot (5,0x) - 5,0 \cdot (5,0x)^2$$

$$\boxed{y = 0,1 + 15,0x - 125,0x^2 \text{ (SI)}}$$

Como $y = f(x)$ é de 2º grau, a forma da trajetória da bolinha é parabólica.

10. Fotos estroboscópicas são muito úteis na observação e na compreensão de detalhes sutis de certos movimentos, auxiliando, inclusive, na otimização do desempenho de atletas. Um equipamento fotográfico específico, dotado de um *flash* múltiplo, é acionado, colhendo-se uma sequência de fotogramas de uma mesma cena em intervalos de tempo regulares, geralmente de ínfima duração. Ao lado, aparece uma espetacular foto estroboscópica de um golfista ao realizar uma tacada.

Gilbert Iundt; Jean-Yves Ruszniewski/Corbis Sport/Getty Images

Suponha que se tenha fotografado estroboscopicamente o movimento de uma bola de futebol lançada obliquamente do gramado de um estádio. Analisando-se a imagem obtida e considerando-se um sistema de referência cartesiano **Oxy** fixo no gramado, com origem coincidente com a posição inicial da bola e no mesmo plano vertical do voo balístico, especialistas concluíram que o movimento descrito podia ser entendido como uma composição de dois movimentos parciais: um horizontal, com função horária de posições $x = 15,0t$ (SI), e o outro vertical, com função horária de posições $y = 20,0t - 5,0t^2$ (SI). Levando-se em conta o referencial **Oxy** citado, pedem-se:

a) obter a equação da trajetória da bola, $y = f(x)$;

b) esboçar a trajetória da bola, indicando o alcance horizontal do lançamento e a altura máxima atingida.

Bloco 2

10. Velocidade escalar média


Allstar Picture Library/Alamy/FotoArena

Pose icônica do lendário Usain Bolt ao comemorar suas vitórias.

Os maiores atletas do mundo se empenham obstinadamente em busca de vitórias, recordes e medalhas olímpicas. Em corridas de 100 m rasos, uma grande referência é o jamaicano Usain Bolt, detentor dos maiores prêmios nessa categoria.

Os tempos registrados por Bolt nas competições oficiais dessa modalidade sempre ficaram abaixo de 10 s, o que é extraordinário se pensarmos em pessoas comuns.

Adotando-se 10 s como um tempo razoável em uma prova de 100 m rasos, podemos determinar a rapidez média de deslocamento do atleta, bastando-se dividir 100 m por 10 s, o que resulta 10 m/s ou 36 km/h.

A grandeza física obtida dessa forma é denominada velocidade escalar média e informa qual foi, em média, a rapidez com que o espaço variou ao longo da trajetória.

Define-se **velocidade escalar média**, v_m, como a relação entre a variação de espaço, Δs, e o intervalo de tempo correspondente, Δt.
Matematicamente:

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

No SI, a unidade de medida de velocidade é o **m/s**. Apresenta interesse, contudo, especialmente no Brasil, a unidade km/h, utilizada em veículos automotores.

Busquemos uma relação entre km/h e m/s.

$$1\,\frac{km}{h} = \frac{1000\ m}{3\,600\ s} = \frac{1}{3{,}6}\,\frac{m}{s}$$

Esquematicamente:

$$\frac{km}{h} \xrightarrow{\div\,3{,}6} \frac{m}{s}$$

$$\frac{km}{h} \xleftarrow[\times\,3{,}6]{} \frac{m}{s}$$

Exemplos bastante requisitados em exercícios:

- $72\,\frac{km}{h} = \frac{72}{3{,}6}\,\frac{m}{s} = 20\,\frac{m}{s}$
- $30\,\frac{m}{s} = 30 \cdot 3{,}6\,\frac{km}{h} = 108\,\frac{km}{h}$

As ondas sonoras se propagam no ar com velocidade escalar média próxima de 340 m/s. Quanto representa isso em km/h?

NOTA!

Ao dizermos que a velocidade escalar média em uma prova de 100 m rasos é próxima de 10 m/s, estamos expressando com que rapidez, em média, o espaço varia. É importante notar que na largada os atletas têm velocidade menor que esse valor médio (10 m/s) e, na chegada, velocidade maior.

Vejamos:

$$340\ \frac{m}{s} = 340 \cdot 3{,}6\ \frac{km}{h} = 1224\ \frac{km}{h}$$

Esse valor de velocidade é chamado de Mach 1, como será abordado com mais detalhes em outros tópicos. Assim, corpos mais velozes que o som no ar são chamados corpos **supersônicos**. Alguns exemplos de corpos supersônicos são as armas de fogo modernas, alguns aviões de passageiros (como o Tupolev Tu-144 ou o Concorde) e aviões de caça, como o caça estadunidense McDonnell Douglas F-15 Eagle, capaz de voar com velocidades superiores a Mach 2. Além disso, estrondos supersônicos ocorrem ao estalar um chicote de couro cru e ao estourar um balão de látex.

Aero Archive/Alamy/FotoArena

O McDonnell Douglas F-15 Eagle atinge velocidades superiores a Mach 2 ou 2 448 km/h. Ao romper a barreira do som, essa aeronave produz uma onda de choque de grande potência, percebida em solo como um forte estrondo.

A luz é o ente físico mais veloz que existe, como aparecerá diversas vezes no texto desta obra. Sua velocidade no vácuo beira 300 000 km/s, o que é algo impressionante. Para se ter uma ideia, a luz daria em torno da Terra, ao longo da linha do Equador, cerca de 7,5 voltas em apenas 1 s! Tente fazer esse cálculo (adote $\pi \cong 3$ e o raio do planeta próximo de 6 400 km).

Ampliando o olhar

Velocidades de referência em ordem crescente

Richard Heathcote/Getty Images

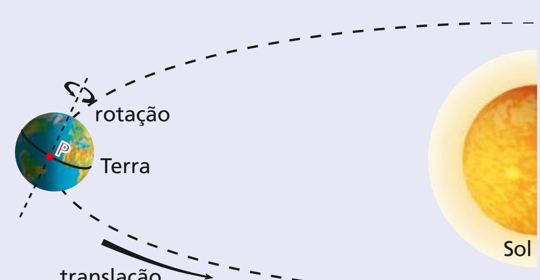
Atletas em uma prova de 100 m rasos: no trecho final, eles passam de 12,0 m/s ou 43,2 km/h.

Gallo Images/Alamy/FotoArena

Guepardo (ou chita), animal endêmico das estepes africanas, considerado o mamífero mais veloz do mundo: chega a 30 m/s ou 108 km/h.

Ortodox/Shutterstock

Trens-bala, em operação sobretudo na Europa e na Ásia, podem atingir mais de 150 m/s ou 540 km/h.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A Terra, em seu movimento de translação em torno do Sol, desloca-se, em média, a 30 km/s ou 108 000 km/h. Ilustração com distâncias e tamanhos fora de escala.

Faça você mesmo

Vida útil da vela

Vamos propor aqui um experimento muito simples para a determinação de velocidade escalar média.

Material necessário

- 1 vela relativamente fina e não muito longa (aproximadamente 20 cm);
- 1 isqueiro ou caixa de fósforos;
- 1 régua ou trena;
- cronômetro (podem ser utilizados relógios de pulso com cronômetro, o próprio aparelho de cronômetro, aplicativos de *smartphone*, etc).

Procedimento


Zonda/Shutterstock

I. Meça previamente, em centímetros, o comprimento Δs da vela apagada.
II. Agora, zere o cronômetro e, a seguir, acenda a vela com cuidado, disparando ao mesmo tempo o cronômetro.
III. Deixe a vela queimar até o fim. Verifique o intervalo de tempo Δt, em segundos, em que isso se deu.

Desenvolvimento

1. Dividindo-se Δs por Δt, você obterá, em cm/s, a velocidade escalar média com que a chama da vela se deslocou verticalmente para baixo. Qual o valor obtido para essa velocidade escalar média?
2. O que você faria para conseguir resultados mais precisos e confiáveis nesse experimento?

11. Velocidade escalar instantânea

Dentre os muitos instrumentos disponíveis nos carros e motos atuais está um velho medidor, o **velocímetro**, que registra a magnitude da velocidade dos veículos baseando-se no número de giros realizados por suas rodas.

Qualquer motorista prudente deve consultar esse dispositivo antes de entrar em uma curva, ou mesmo nas proximidades de um radar controlador de velocidades.

stevemart/Shutterstock

Geralmente os velocímetros dos automóveis vêm graduados em km/h ou mi/h. No Brasil e nos demais países da América Latina, bem como em quase toda a Europa, a unidade mais utilizada é o km/h, informada em placas de trânsito e demais indicações.

Define-se **velocidade escalar instantânea**, *v*, como o valor da velocidade escalar em determinado instante, *t*.

Em essência, o módulo (valor absoluto, sem sinal) da velocidade escalar instantânea corresponde à indicação instantânea do velocímetro.

Seria, isso sim, a velocidade escalar média definida em um intervalo de tempo muito pequeno – tão pequeno quanto se queira –, de duração tendente a zero.

É interessante registrar que grandezas instantâneas, como a que estamos estudando, são obtidas de forma rigorosa por uma operação denominada **limite**. No caso, diz-se que a velocidade escalar instantânea é o limite da velocidade escalar média quando o intervalo de tempo tende a zero.

Matematicamente:

$$\boxed{v = \lim_{\Delta t \to 0} v_m = \lim_{\Delta t = 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

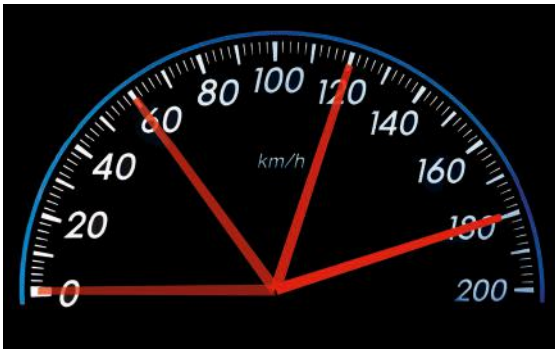
Esse limite traduz a **derivada** do espaço em relação ao tempo no instante considerado.

Indica-se assim:

$$\boxed{v = \frac{ds}{dt}}$$

12. Aceleração escalar média

Suponhamos agora que, ao testar um carro esportivo em uma pista de provas, determinado piloto perceba que em um curto intervalo de tempo as indicações do velocímetro revelam-se sucessivamente crescentes, como sugere a imagem ao lado.



curraheeshutter/Shutterstock

Velocímetro acusando valores sucessivamente crescentes de velocidade. Nesse caso, o veículo está dotado de aceleração.

Bem, provavelmente esse piloto exclamará: *Que máquina! Que motor incrível! Que capacidade de aceleração!*

De forma geral, **aceleração** é a grandeza física que informa a rapidez com que a velocidade varia. Há quem talvez diga, com elevado grau de asserção, que aceleração é a *velocidade da velocidade*.

Define-se **aceleração escalar média**, α_m, como a relação entre a variação da velocidade escalar instantânea, Δv, e o correspondente intervalo de tempo, Δt.

Matematicamente:

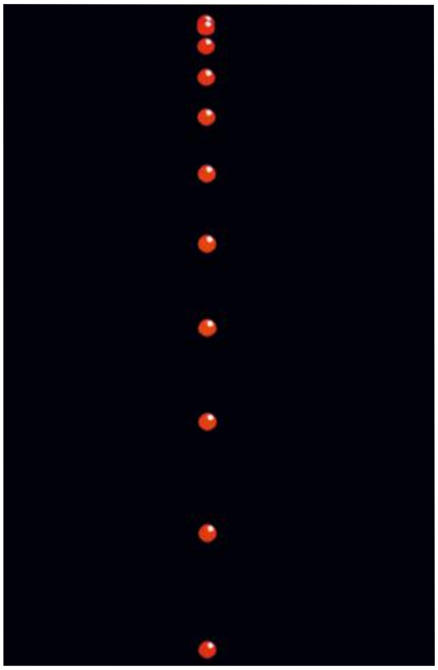
$$\boxed{\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

A unidade de medida de aceleração fica determinada dividindo-se a unidade de velocidade pela unidade de tempo.

No SI, tem-se:

$$\text{unid. } (\alpha) = \frac{\text{unid. } (v)}{\text{unid. } (t)} = \frac{\frac{m}{s}}{s} = \frac{m}{s \cdot s} \Rightarrow \text{unid. } (\alpha) = \frac{m}{s^2}$$

Se você largar no ambiente da sua sala de aula um pequeno objeto, como uma borracha de apagar ou a tampa de uma caneta, este cairá atraído pelo planeta com velocidade de intensidade crescente. Nesse caso, o corpo sofrerá um acréscimo de velocidade próximo de 10 m/s a cada segundo de queda, o que implica uma aceleração escalar média de 10 m/s^2, valor correspondente à **aceleração da gravidade terrestre** (***g***).


Kenneth Eward/Science Source/Getty Images

Nesta foto estroboscópica, os intervalos de tempo entre imagens sucessivas são iguais. Percebe-se, então, que a velocidade escalar do objeto tem valor crescente, o que revela a existência de uma aceleração não nula.

Ampliando o olhar

Comparando acelerações

Ao partir do repouso de uma estação, uma composição do metrô atinge, em questão de 10 s, velocidades escalares próximas de 72 km/h = 20 m/s.


gui jun peng/Shutterstock

Realizados o embarque e o desembarque dos passageiros, o trem arranca a partir do repouso, imprimindo uma aceleração que obriga as pessoas em pé em seu interior a se segurar com firmeza para evitar quedas e acidentes mais graves.

Esse ganho de velocidade justifica o cálculo de uma aceleração escalar média, como apresentamos abaixo.

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_m = \frac{20 - 0}{10}$$

Da qual:

$$\boxed{\alpha_m = 2 \text{ m/s}^2}$$

Isso significa uma aceleração escalar média equivalente a 0,2g, em que g = 10 m/s^2 é a intensidade da aceleração da gravidade terrestre.

Já ao espirrarmos partículas de saliva e outros sedimentos bucais são expelidos com velocidade próxima de 72 km/h = 20 m/s.


Maartje van Caspel/Getty Images

Saúde!

Admitindo-se que essas partículas partam do repouso e sejam ejetadas em um intervalo de tempo próximo de 0,1 s = 10^{-1} s, sua aceleração escalar média fica determinada por:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_m = \frac{20 - 0}{10^{-1}}$$

De onde se conclui:

$$\boxed{\alpha_m = 200 \text{ m/s}^2}$$

Esse resultado equivale a 20*g*.

Calculemos agora o valor da aceleração escalar média de um projétil disparado por uma arma de fogo, como um fuzil ou uma pistola.

Admitindo-se que o projétil tenha sido expelido com velocidade escalar igual a 200 m/s (valor subestimado) e que o trânsito desse corpo no cano da arma tenha durado 0,01 s = 10^{-2} s, vem:

$$\alpha_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha_m = \frac{200 - 0}{10^{-2}}$$

De onde se obtém

$$\boxed{\alpha_m = 20\,000 \text{ m/s}^2}$$


Andrei Mayatnik/Shutterstock

Nesta imagem pode-se observar o projétil deixando o cano da pistola logo após o disparo. Armas de fogo devem ser manuseadas apenas por pessoas devidamente habilitadas e capacitadas.

Veja que esse resultado significa uma aceleração escalar média equivalente a 10 000 vezes à do trem do metrô ou a 100 vezes à das partículas lançadas da boca em um espirro.

A aceleração escalar média do projétil em seu deslocamento ultrarrápido ao longo do cano da arma é algo bastante expressivo, comparável a 2 000*g*!

Será que um ser humano conseguiria se deslocar "montado" em um projétil como esse?

Certamente não!

Conforme verificações empíricas, nossa fisiologia é capaz de suportar acelerações pouco maiores que 10*g*. Acima disso, seríamos dilacerados sem nenhuma chance de sobrevivência devido às forças de inércia que tracionariam, ainda que por pouco tempo, tecidos, vasos sanguíneos, artérias, etc.

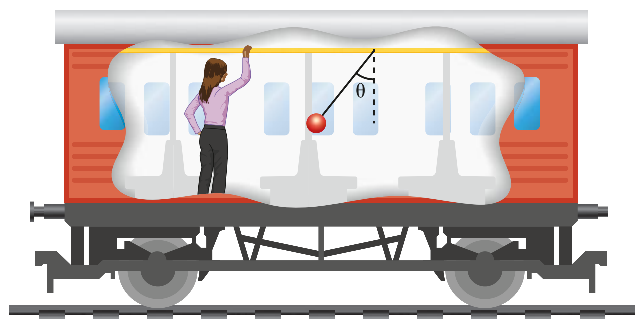

Sgt. Johnson/Força Aérea Brasileira

Reprodução/Força Aéria Brasileira

Em manobras aéreas radicais, como curvas fechadas, fortes arrancadas e freadas, pilotos de caça sofrem com as acelerações. Isso ficou registrado quando o oficial da FAB (Força Aérea Brasileira) Gustavo Pascotto foi submetido, na Suécia, em 2014, com aprovação, ao teste da centrífuga, com vistas a pilotar o caça supersônico Gripen, nova aeronave de combate do Brasil. Registrou-se que, no momento das imagens acima, o piloto estava sujeito a uma aceleração de intensidade 9*g*.

13. Aceleração escalar instantânea

Como será estudado na Unidade 2, Dinâmica, um pêndulo no teto de um veículo que se desloca horizontalmente em linha reta, como o representado no esquema abaixo, pode servir para medições indiretas dessa grandeza. Para tanto, basta conhecerem-se o valor de *g* (intensidade da aceleração da gravidade) e a tangente do ângulo θ formado entre o pêndulo e a direção vertical.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A aceleração escalar instantânea é o valor da aceleração escalar em determinado instante *t*.
Matematicamente:

$$\boxed{\alpha = \lim_{\Delta t \to 0} \alpha_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Esse limite traduz a **derivada** da velocidade escalar instantânea em relação ao tempo no instante considerado.
Representa-se assim:

$$\boxed{\alpha = \frac{dv}{dt}}$$

14. Classificação dos movimentos

Um movimento é classificado como **progressivo** quando o móvel percorre a trajetória no **sentido positivo**, isto é, de acordo com os **espaços crescentes**. Nesse caso, **a velocidade escalar instantânea é positiva** ($v > 0$).

A Rodovia dos Imigrantes, que liga a cidade de São Paulo ao litoral paulista, é orientada no sentido do interior, isto é, da capital para Santos. Por isso, carros que se dirigem por essa via à Baixada Santista realizam **movimento progressivo**.

Um movimento é classificado como **retrógrado** quando o móvel percorre a trajetória no **sentido negativo**, isto é, de acordo com os **espaços decrescentes**.
Nesse caso, **a velocidade escalar instantânea é negativa** ($v < 0$).

No retorno de Santos para São Paulo, também pela Rodovia dos Imigrantes, os veículos passam por marcos quilométricos sequenciados com indicações decrescentes. Por isso, realizam **movimento retrógrado**.

Qual a sensação de ir de 0 a 100 km/h em linha reta em apenas 1 s?

É o que ocorre nos *dragsters*, veículos especiais projetados para arrancadas, que alcançam velocidades máximas maiores que as dos carros de Fórmula 1 (500 km/h contra 340 km/h, respectivamente). Os *dragsters*, que mais parecem foguetes sobre rodas, utilizam como combustível o nitrometano (95%) misturado com metanol (5%), sendo dotados de motores que, na categoria *Top Fuel*, podem atingir potências de até 10 000 hp. Durante a arrancada, um *dragster* realiza um **movimento acelerado**.


Action Plus Sports Images/Alamy/FotoArena

Dragster em procedimento de arrancada: **movimento acelerado**.

Um movimento é classificado como **acelerado** quando a intensidade (módulo) da velocidade escalar instantânea é **sucessivamente crescente**.
Nesse caso, as grandezas instantâneas velocidade escalar e aceleração escalar **têm o mesmo sinal algébrico**.

$$v > 0 \text{ e } \alpha > 0 \text{ ou } v < 0 \text{ e } \alpha < 0$$

Como realizar a frenagem de um *dragster* desde 500 km/h até zero em trechos relativamente curtos?

Freios convencionais são insuficientes nessa tarefa, sobretudo porque as rodas dianteiras, sendo muito estreitas e pequenas, não contribuem efetivamente com o retardamento. Por isso, são utilizados paraquedas para ajudar a frear o veículo, que realiza nesse processo um **movimento retardado**.


Marc Sanchez/Icon Sportswire/Getty Images

Para ajudar um *dragster* a frear são utilizados paraquedas que adicionam uma força aerodinâmica de resistência do ar decisiva para parar o veículo.

Um movimento é classificado como **retardado** quando a intensidade (módulo) da velocidade escalar instantânea é **sucessivamente decrescente**.
Nesse caso, as grandezas instantâneas velocidade escalar e aceleração escalar **têm sinais algébricos opostos**.

$$v > 0 \text{ e } \alpha < 0 \text{ ou } v < 0 \text{ e } \alpha > 0$$

DESCUBRA MAIS

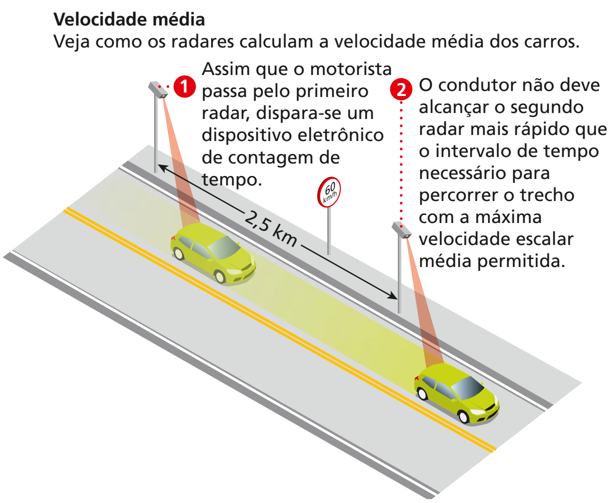
1. Qual a trajetória de uma partícula em repouso em relação a determinado referencial?
2. Às vezes, no carro, no ônibus ou no metrô, você fica em dúvida – meio perdido – em relação a que veículo está em repouso ou movimento: o seu ou o outro emparelhado muito próximo? Por que ocorre esse lapso de definição e como resolvê-lo?
3. Alguns cadernos têm uma espécie de mola para fixar a capa e as folhas, sendo, por isso, chamados de "cadernos espirais". O nome mais apropriado não seria "cadernos helicoidais", considerando-se o formato da mola de fixação, uma hélice cilíndrica? Qual a diferença entre uma curva espiral e uma helicoidal?
4. Existe movimento acelerado com aceleração escalar negativa?

NOTAS!

- As grandezas instantâneas velocidade escalar e aceleração escalar são algébricas, assumindo sinais positivos ou negativos.
- Se a velocidade escalar for constante e não nula, a aceleração escalar será nula e o movimento é uniforme, como estudaremos no Tópico 2 da presente Unidade.

Exercícios Nível 1

11. Os radares controladores de velocidade instalados em estradas e avenidas Brasil afora colhem amostras da **velocidade escalar instantânea** dos veículos por meio de uma incidência e reflexão praticamente instantâneas de ondas eletromagnéticas na faixa das radiofrequências. Como os motoristas devem apresentar velocidade adequada não apenas no momento da passagem diante do radar, mas, sim, durante todo o percurso, estão em teste atualmente na cidade de São Paulo sistemas de radares detectores de **velocidade escalar média**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Em uma extensão monitorada de 2,5 km em que a velocidade escalar média máxima permitida é de 60 km/h, qual o mínimo intervalo de tempo disponível ao percurso de um veículo para que não seja caracterizada uma infração de trânsito registrada pelo sistema de radares?

12. E.R. Um carro percorre um trecho de extensão L de uma rodovia com velocidade escalar média igual a v_1 e, na sequência, outro trecho também de extensão L com velocidade escalar média igual a v_2. Qual a velocidade escalar média do carro ao longo desses dois trechos?

Resolução:

Cálculo do intervalo de tempo total, T, gasto no percurso:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v_m}$$

$$\Delta t_1 = \frac{L}{v_1} \quad \text{e} \quad \Delta t_2 = \frac{L}{v_2}$$

$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow T = \frac{L}{v_1} + \frac{L}{v_2}$$

Da qual:

$$T = \frac{L(v_1 + v_2)}{v_1 v_2}$$

Cálculo da velocidade escalar média do carro, v_m, ao longo dos dois trechos:

$$v_m = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_{total} = \frac{2L}{T}$$

Substituindo o valor determinado para T, vem:

$$v_m = \frac{2L}{\dfrac{L(v_1 + v_2)}{v_1 v_2}}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{v_m = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2}}$$

É importante destacar que a velocidade escalar média calculada não é uma média aritmética das velocidades escalares médias. É, isso sim, uma média harmônica dessas velocidades.

13. O GP Brasil de Fórmula 1 é uma prova de automobilismo que é realizada no Autódromo de Interlagos, em São Paulo, circuito especial pela dificuldade suplementar imposta aos pilotos que percorrem a pista no sentido anti-horário, o que impõe a todos um esforço físico a mais. Devem-se destacar também o maior número de pontos de ultrapassagem e o desnível de 58 m existente entre a Reta da Largada e a Reta Oposta, o que garante uma dose extra de emoções.

Admita que um determinado piloto, ao completar uma volta no circuito com velocidade escalar média de 180 km/h, seja informado pelo rádio de que deverá correr um pouco mais na volta seguinte, de modo que a velocidade escalar média de seu carro, nessas duas voltas, seja de 200 km/h. Qual deverá ser a velocidade escalar média a ser obtida na segunda volta para que a meta da equipe seja atingida?

14. O Maglev japonês é atualmente o trem mais veloz do mundo, tendo alcançado recentemente a velocidade recorde de 603 km/h. O Maglev funciona por meio de um sistema de levitação magnética que usa motores lineares para gerar um campo magnético perto dos trilhos. Esse campo, que faz com que o trem seja elevado até 10 cm acima da ferrovia, impulsiona o veículo praticamente sem forças de fricção, a não ser com o ar. Embora atinja altas velocidades, o Maglev acelera de maneira confortável, atingindo 540 km/h somente depois de 75 s a partir do repouso. Considerando-se essas informações, determine a aceleração escalar média do Maglev nessa arrancada.

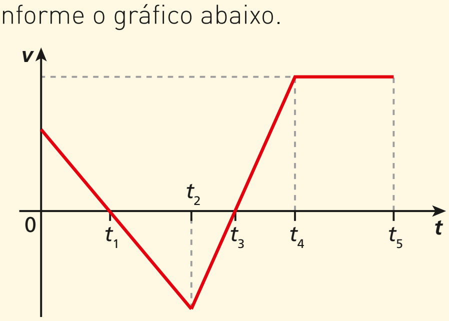
15. (Uerj) O cérebro humano demora cerca de 0,50 segundo para responder a um estímulo. Por exemplo, se um motorista decide parar o carro, levará no mínimo esse tempo de resposta para acionar o freio. Determine a distância que um carro a 108 km/h percorre durante o tempo de resposta do motorista e calcule a aceleração escalar média imposta ao carro se a freada durar 5,0 segundos.

16. Nesta imagem de múltipla exposição, uma bola colide sucessivamente contra o solo, descrevendo entre duas colisões consecutivas trajetórias sensivelmente parabólicas sob a ação da gravidade.

Terry Oakley/Alamy/FotoArena

Como você classifica o movimento da bola durante uma subida: **acelerado** ou **retardado**? E durante uma descida?

17. E.R. Uma partícula se desloca ao longo de uma trajetória orientada de modo que sua velocidade escalar, *v*, varia em função do tempo, *t*, conforme o gráfico abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Analisando-se as indicações do diagrama, pede-se:

a) Classificar o movimento da partícula como **progressivo** ou **retrógrado**; **acelerado**, **retardado** ou **uniforme**, respectivamente nos intervalos de 0 a t_1, de t_1 a t_2, de t_2 a t_3, de t_3 a t_4 e de t_4 a t_5.

b) Dizer em que instantes a partícula inverteu o sentido do seu movimento.

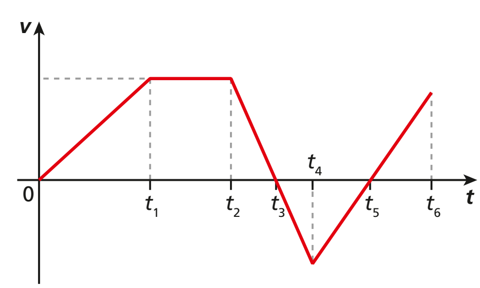
Resolução:

a) Se a velocidade escalar é positiva, o movimento é progressivo e, se a velocidade escalar é negativa, o movimento é retrógrado. Se o módulo da velocidade escalar é crescente, o movimento é acelerado e, se o módulo da velocidade escalar é decrescente, o movimento é retardado. No caso de o módulo da velocidade escalar ser constante, o movimento é uniforme. Logo:

De 0 a t_1: movimento progressivo e retardado.
De t_1 a t_2: movimento retrógrado e acelerado.
De t_2 a t_3: movimento retrógrado e retardado.
De t_3 a t_4: movimento progressivo e acelerado.
De t_4 a t_5: movimento progressivo e uniforme.

b) Ocorre inversão no sentido do movimento quando a velocidade escalar se anula e troca de sinal. Isso ocorre nos instantes t_1 e t_3. É importante observar que o fato único de a velocidade escalar se anular não caracteriza, por si só, a inversão no sentido do movimento.

18. O movimento de uma partícula sobre uma trajetória orientada é descrito pelo gráfico da velocidade escalar, *v*, em função do tempo, *t*, abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Pede-se:

a) classificar o movimento como **progressivo** ou **retrógrado**; **acelerado**, **retardado** ou **uniforme**, respectivamente nos intervalos de 0 a t_1, de t_1 a t_2, de t_2 a t_3, de t_3 a t_4, de t_4 a t_5 e de t_5 a t_6;

b) dizer em que instantes a partícula inverteu o sentido do seu movimento.

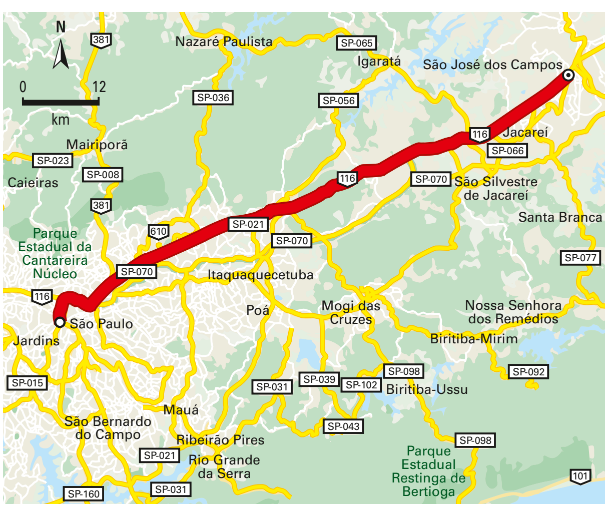
19. (Fuvest-SP) Diante de uma agência do INSS, há uma fila de aproximadamente 100 m de comprimento, ao longo da qual se distribuem de maneira uniforme 200 pessoas. Aberta a porta, as pessoas entram, durante 30 s, com uma velocidade média de 1 m/s. Avalie:

a) o número de pessoas que entraram na agência;

b) o comprimento da fila que restou do lado de fora.

20. (FCMMG) Um professor, ao aplicar uma prova a seus 40 alunos, passou a lista de presença. A distância média entre dois alunos é de 1,2 m e a lista gastou cerca de 13 min para ser assinada por todos. Qual foi a velocidade escalar média dessa lista de presença, em cm/s?

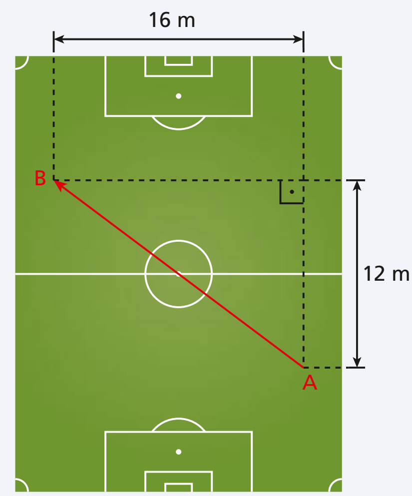
21. Bárbara mora em São Paulo e teve um compromisso às 16 h em São José dos Campos, distante 90 km da capital paulista. Pretendendo fazer uma viagem tranquila, ela saiu de São Paulo às 14 h, planejando chegar ao seu destino pontualmente no horário marcado.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Durante o trajeto, porém, depois de ter percorrido um terço do caminho com velocidade escalar média de 45 km/h, Bárbara recebeu uma chamada em seu celular pedindo que estivesse presente meia hora antes do horário combinado. Para chegar ao local do compromisso no novo horário, desprezando-se o tempo de parada para atender à ligação, que velocidade escalar média mínima a moça teve que imprimir ao seu veículo no restante do trajeto?

22. **E.R.** Admita que o lateral direito de uma equipe de futebol, depois de "roubar" uma bola do time adversário, faça a incursão retilínea **AB** – incomum – indicada na figura abaixo, criando uma boa jogada de ataque.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que o percurso **AB** foi realizado em 5,0 s, pede-se calcular:

a) o comprimento do segmento **AB**;

b) a velocidade escalar média desse lateral direito de **A** até **B**.

Resolução:

a) O comprimento do segmento **AB** pode ser calculado aplicando-se o Teorema de Pitágoras.

$$(AB)^2 = (12)^2 + (16)^2 \Rightarrow (AB)^2 = 144 + 256$$

$$(AB)^2 = 400 \therefore \boxed{AB = 20\ m}$$

Deve-se observar que o triângulo retângulo em questão pertence à família dos triângulos retângulos pitagóricos, cujos lados são proporcionais a 3, 4 e 5, catetos e hipotenusa do triângulo retângulo pitagórico fundamental.

b) A velocidade escalar média do jogador fica determinada aplicando-se diretamente a definição dessa grandeza.

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{AB}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{20\ m}{5{,}0\ s}$$

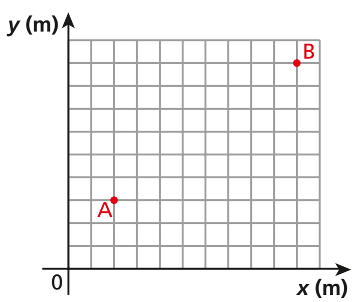
Da qual:

$$\boxed{v_m = 4{,}0\ m/s}$$

23. *Drones* são veículos voadores não tripulados, controlados remotamente e guiados por GPS (sigla em inglês para *Global Positioning System*). Esses equipamentos têm sido muito utilizados em emergências médicas, nas quais transportam materiais de primeiros socorros, e em cinema e fotografia, de modo a registrarem cenas a partir de posições aéreas privilegiadas.

stevemart/Shutterstock

Admita que um *drone*, gravando uma das tomadas de um filme, tenha se deslocado em linha reta do ponto **A** ao ponto **B**, locais posicionados no referencial cartesiano **Oxy** mostrado abaixo, durante um intervalo de tempo de 20 s.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que cada quadrícula do esquema tem lado correspondente a 1,0 m, pede-se calcular:

a) a distância percorrida pelo drone no percurso de **A** até **B**;

b) a velocidade escalar média do veículo nesse deslocamento.

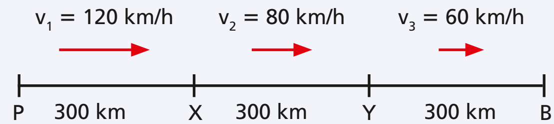
24. **E.R.** Considere que a distância, por rodovia, entre Palmas e Brasília seja de 900 quilômetros. Um carro, viajando de Palmas a Brasília, percorre o primeiro terço do caminho com velocidade escalar média de 120 km/h, o terço seguinte com velocidade escalar média de 80 km/h e o restante do percurso – bastante esburacado – com velocidade escalar média de 60 km/h. Desprezando-se a duração das breves paradas para abastecimento e alimentação, determine

a) o intervalo de tempo total gasto na viagem;

b) a velocidade escalar média do veículo de Palmas a Brasília.

Resolução:

a)



$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta s}{v}$$

$$\Delta t_1 = \frac{300}{120} \therefore \Delta t_1 = 2{,}5\text{ h}$$

$$\Delta t_2 = \frac{300}{80} \therefore \Delta t_2 = 3{,}75\text{ h}$$

$$\Delta t_3 = \frac{300}{60} \therefore \Delta t_3 = 5{,}0\text{ h}$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 \therefore \boxed{\Delta t = 11{,}25\text{ h}}$$

b) $$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{900}{11{,}25} \therefore \boxed{v_m = 80\text{ km/h}}$$

25. A praça quadrada, formada por casinhas coloridas e pedras irregulares, faz do Pátio de São Pedro, no Recife-PE, um dos únicos do Brasil a preservar o traçado comum no período colonial. O conjunto arquitetônico, que conta ainda com a imponente Catedral de São Pedro dos Clérigos, é tombada pelo Patrimônio Histórico Nacional. (...).

Delfim Martins/Pulsar Imagens

Disponível em: <https://jomeiralins.tumblr.com/post/144370207726/a-pra%C3%A7a-quadrada-formada-por-casinhas-coloridas-e>. Acesso em: 2 jun. 2018.

Considere que um atleta vá percorrer a pé, uma única vez, o comprimento perimétrico de uma praça quadrada de lado L. Sabendo-se que os quatro lados consecutivos dessa praça serão descritos com velocidades escalares médias respectivamente iguais a v, $2v$, $3v$ e $4v$, pede-se determinar:

a) o intervalo de tempo gasto pelo atleta no percurso total;

b) sua velocidade escalar média ao completar a citada volta na praça.

26. O espaço de uma partícula medido ao longo de
E.R. uma trajetória orientada varia com o tempo conforme a função horária abaixo, com *s* medido em metros e *t*, em segundos.

$$s = 4,0 - 2,0t + 6,0t^2$$

Considerando-se os instantes $t_1 = 1,0$ s e $t_2 = 3,0$ s, pede-se determinar:

a) os espaços s_1 e s_2 em t_1 e t_2, respectivamente;

b) a velocidade escalar média da partícula no intervalo de t_1 a t_2.

Resolução:

a) Em $t_1 = 1,0$ s:

$$s_1 = 4,0 - 2 \cdot (1,0) + 6,0 \cdot (1,0)^2$$

$$\boxed{s_1 = 8,0 \text{ m}}$$

Em $t_2 = 3,0$ s:

$$s_2 = 4,0 - 2 \cdot (3,0) + 6,0 \cdot (3,0)^2$$

$$\boxed{s_2 = 52,0 \text{ m}}$$

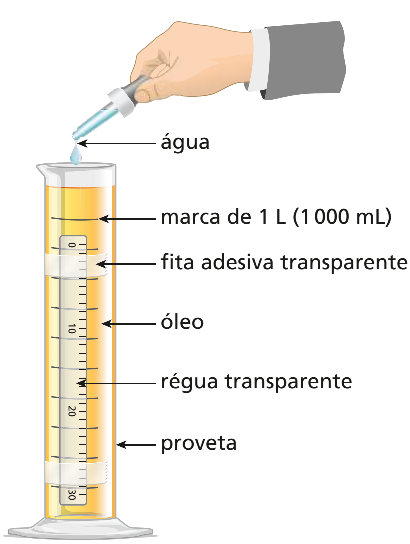
b) Aplicando-se a definição de velocidade escalar média, vem:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_m = \frac{52,0 - 8,0}{3,0 - 1,0} = \frac{44,0}{2,0}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{v_m = 22 \text{ m/s}}$$

27. Com a finalidade de estudar o movimento de uma gota d'água (mais densa) através do óleo de cozinha (menos denso), você preencheu uma proveta com capacidade pouco maior que um litro com óleo de cozinha, como ilustra o esquema a seguir.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Em seguida, utilizando um conta-gotas, você pingou, no instante $t_0 = 0$, uma gota d'água com velocidade inicial praticamente nula sobre a superfície livre do óleo e observou sua descida em trajetória vertical até o fundo da proveta. Por meio de um cronômetro e de uma régua plástica transparente colada com fita adesiva no corpo do recipiente, ignoradas as forças de resistência viscosa, você estimou que a função horária do espaço para o movimento da gota deveria ser algo do tipo:

$$s = -10 + 0,1t^2$$

com *s* medido em centímetros e *t*, em segundos. Com base nessas informações, responda:

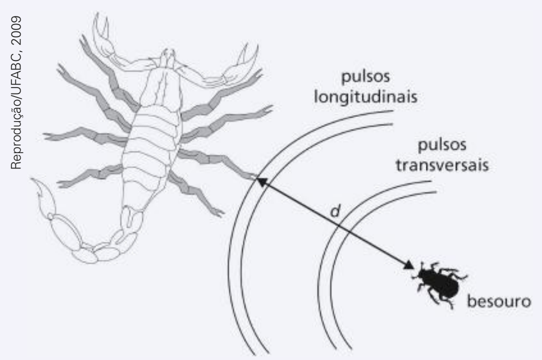
a) Em que instante a gota atingiu o nível do óleo marcado pela posição s = 0?

b) Em que instante a gota atingiu o fundo da proveta marcado pela posição s = 30 cm?

c) Qual a velocidade escalar média da gota entre os instantes $t_1 = 12$ s e $t_2 = 15$ s?

28. (UFABC-SP) Na natureza, muitos animais
E.R. conseguem guiar-se e até mesmo caçar com eficiência, devido à grande sensibilidade que apresentam para detecção de ondas, tanto eletromagnéticas quanto mecânicas. O escorpião é um desses animais. O movimento de um besouro próximo a ele gera tanto pulsos mecânicos longitudinais quanto transversais na superfície da areia. Com suas oito patas espalhadas em forma de círculo, o escorpião intercepta primeiro os longitudinais, que são mais rápidos, e depois os transversais. A pata que primeiro detectar os pulsos determina a direção onde está o besouro.

A seguir, o escorpião avalia o intervalo de tempo entre as duas recepções, e determina a distância *d* entre ele e o besouro. Considere que os pulsos longitudinais se propaguem com velocidade de 150 m/s, e os transversais com velocidade de 50 m/s. Se o intervalo de tempo entre o recebimento dos primeiros pulsos longitudinais e os primeiros transversais for de 0,006 s, determine a distância *d* entre o escorpião e o besouro.



Resolução:

O intervalo de tempo Δt entre a percepção dos dois sinais é calculado por:

$$\Delta t = \Delta t_{transv} - \Delta t_{longit} \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{v_{transv}} - \frac{d}{v_{longit}}$$

$$0{,}006 = \frac{d}{50} - \frac{d}{150} \Rightarrow 0{,}006 = \frac{3d - d}{150}$$

$$2d = 0{,}9 \therefore \boxed{d = 0{,}45\ m = 45\ cm}$$

29. (Unesp-SP) Nos últimos meses assistimos aos danos causados por terremotos. O epicentro de um terremoto é fonte de ondas mecânicas tridimensionais que se propagam sob a superfície terrestre. Essas ondas são de dois tipos: longitudinais e transversais. As ondas longitudinais viajam mais rápido que as transversais e, por atingirem as estações sismográficas primeiro, são também chamadas de ondas primárias (ondas **P**); as transversais são chamadas de ondas secundárias (ondas **S**). A distância entre a estação sismográfica e o epicentro do terremoto pode ser determinada pelo registro, no sismógrafo, do intervalo de tempo decorrido entre a chegada da onda **P** e a chegada da onda **S**.

Considere uma situação hipotética, extremamente simplificada, na qual, do epicentro de um terremoto na Terra são enviadas duas ondas, uma transversal que viaja com uma velocidade de, aproximadamente, 4,0 km/s, e outra longitudinal, que viaja a uma velocidade de, aproximadamente 6,0 km/s. Supondo que a estação sismográfica mais próxima do epicentro esteja situada a 1 200 km deste, qual a diferença de tempo transcorrido entre a chegada das duas ondas no sismógrafo?

a) 600 s.
b) 400 s.
c) 300 s.
d) 100 s.
e) 50 s.

30. **Fabricante americana revela novo esportivo com a arrancada mais rápida do mundo**

O Challenger SRT Demon traz motor V8, de 852 cv, capaz de fazer o carro acelerar de 0 a 96 km/h em apenas 2,3 segundos. O modelo começa a ser vendido nos Estados Unidos e Canadá a partir de meados deste ano.

Acabou o mistério! Depois de vários vídeos com *teasers* na internet, foi tirada da jaula a fera: apareceu finalmente o Challenger SRT Demon, uma das principais atrações para o Salão de New York, que será aberto ao público nesta sexta-feira, 12/04.

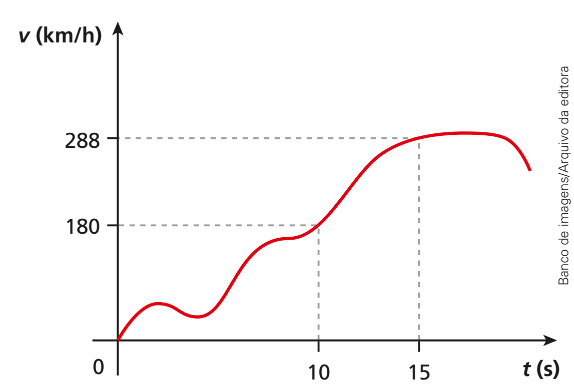
Com um poderoso motor V8-6.2 litros HEMI Supercharged, de 852 cv e quase 100 kgf.m de torque, o fabricante afirma ter criado o carro de produção em série mais rápido do mundo, capaz de acelerar de 0 a 96 km/h em 2,3 s e de percorrer, a partir do repouso, um quarto de milha (400 m) em apenas 9,65 s. [...]

Disponível em: <www.otempo.com.br/interessa/super-motor/dodge-revela-novo-esportivo-com-a-arrancada-mais-r%C3%A1pida-do-mundo-1.1459827>. Acesso em: 2 jun. 2018.

Considerando-se os dados citados no texto, determine:

a) a aceleração escalar média do veículo, em m/s^2, em sua arrancada;
b) a velocidade escalar média do carro no primeiro quarto de milha, em km/h.

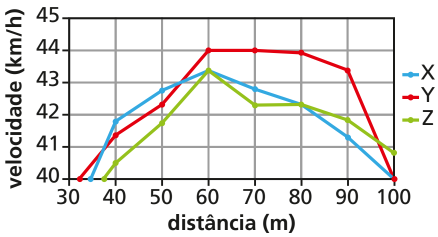
31. A velocidade escalar instantânea de um novo modelo de motocicleta esportiva foi medida ao longo de uma pista de testes, o que permitiu a construção do gráfico v (km/h) × t (s) abaixo.



Sabendo-se que no intervalo de t_1 = 10 s a t_2 = 15 s a moto percorreu cerca de 320 m, determine nesse intervalo:

a) a velocidade escalar média da motocicleta, em km/h;
b) sua aceleração escalar média, em m/s^2.

32. (Unicid-SP) O gráfico mostra a variação da velocidade em função da distância percorrida por três atletas, **X**, **Y** e **Z**, em corridas de 100 m.



Reprodução/Arquivo da editora

A partir do gráfico, é correto afirmar que

a) o atleta **Y** desenvolveu a maior aceleração entre 60 m e 80 m.

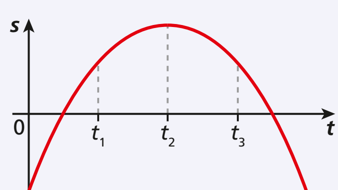
b) o atleta **X** desenvolveu movimento retardado entre 50 m e 60 m.

c) os três atletas desenvolveram movimento acelerado entre 40 m e 60 m.

d) o atleta **Z** desenvolveu movimento retardado entre 70 m e 80 m.

e) os três atletas desenvolveram movimento retardado entre 60 m e 80 m.

33. **E.R.** O espaço *s* de uma partícula que se desloca em uma trajetória orientada varia em função do tempo *t* conforme o gráfico abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

a) Classifique o movimento da partícula como **progressivo** ou **retrógrado**; **acelerado** ou **retardado**, nos intervalos de 0 a t_1 e de t_2 a t_3;

b) Responda o que ocorre com a partícula no instante t_2.

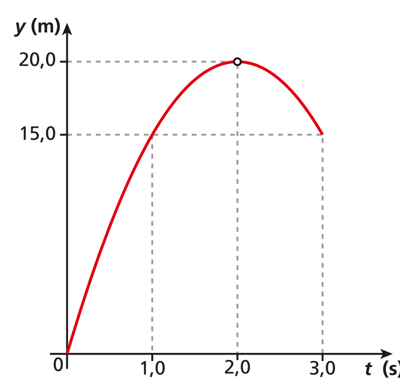
Resolução:

a) No intervalo de 0 a t_1, observa-se que o espaço é crescente, o que permite concluir que o movimento é progressivo. Além disso, pode-se notar que o espaço cresce de modo cada vez mais lento (menor variação de espaço, em módulo, em intervalos de tempo sucessivos e iguais), o que indica que o movimento é retardado. Logo, de 0 a t_1, o movimento é **progressivo** e **retardado**.

Já no intervalo de t_2 a t_3, observa-se que o espaço é decrescente, o que permite concluir que o movimento é retrógrado. Além disso, pode-se notar que o espaço decresce cada vez mais depressa (maior variação de espaço, em módulo, em intervalos de tempo sucessivos e iguais), o que indica que o movimento é acelerado. Logo, de t_2 a t_3, o movimento é **retrógrado** e **acelerado**.

b) No instante t_2, tem-se o ponto de inflexão da curva, isto é, até o instante t_2, o espaço era crescente e, a partir desse instante, torna-se decrescente. Isso implica uma inversão no sentido do movimento, que passa de progressivo para retrógrado. Nesse caso, a velocidade escalar troca de sinal. Logo, no instante t_2, ocorre inversão no sentido do movimento.

34. No instante $t_0 = 0$, Juca dispara uma pequena esfera verticalmente para cima a partir do solo, adotado como origem dos espaços. A esfera sobe, atinge o ponto mais alto de sua trajetória e retorna, sendo capturada na descida, no instante t = 3,0 s, por seu amigo Theo, posicionado a 15,0 m de altura acima do ponto de lançamento. O gráfico da posição *y* da esfera em relação a um eixo de espaços coincidente com a trajetória está mostrado em função do tempo *t* no diagrama abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A partir dessas informações, pede-se:

a) determinar a distância percorrida pela esfera entre os instantes $t_0 = 0$ e t = 3,0 s;

b) calcular a velocidade escalar média da esfera entre os instantes $t_0 = 0$ e t = 3,0 s;

c) classificar o movimento da esfera como **progressivo** ou **retrógrado**; **acelerado** ou **retardado**, respectivamente nos intervalos de 1,0 s a 2,0 s e de 2,0 s a 3,0 s;

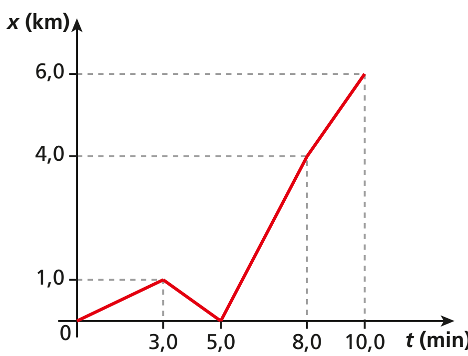
d) dizer o que ocorre com a esfera no instante t = 2,0 s.

Exercícios Nível 3

35. Um carro parte da posição x = 0 e, em trajetória retilínea, vai até o seu destino final na posição x = 6,0 km de acordo com o gráfico *x* (km) × *t* (min) mostrado na figura a seguir. O tempo gasto para as inversões de velocidade é desprezível.

Finalizado o percurso, o computador de bordo mede a razão entre a distância total percorrida e o tempo gasto. Essa grandeza é denominada **rapidez média** (**r_m**) (em inglês: *speed*).

Por outro lado, a **velocidade escalar média** (**v_m**) é a razão entre o deslocamento escalar e o tempo gasto.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Os valores de r_m e v_m são:

a) $r_m = v_m = 48,0$ km/h

b) $r_m = v_m = 36,0$ km/h

c) $r_m = 48,0$ km/h e $v_m = 36,0$ km/h

d) $r_m = 36,0$ km/h e $v_m = 48,0$ km/h

e) $r_m = 30,0$ km/h e $v_m = 60,0$ km/h

36. (Fatec-SP) Em 2013, Usain Bolt, atleta jamaicano, participou de um evento na cidade de Buenos Aires (Argentina). Ele tinha como desafio competir em uma corrida de curta distância contra um ônibus. A prova foi reduzida de 100 m para 80 m devido à aceleração final impressa pelo ônibus. Depois do desafio, verificou-se que a velocidade escalar média de Bolt ficou por volta de 32 km/h e a do ônibus, 30 km/h.

Reprodução/FATEC, 2014

(http://tinyurl.com/Bolt-GazetaEsportiva. Acesso em: 26.12.2013. Original colorido.)

Utilizando-se as informações obtidas no texto, é correto afirmar que os intervalos de tempo que Usain Bolt e o ônibus demoraram para completarem a corrida, respectivamente, foram, em segundos, de

a) 6,6 e 4,1.

b) 9,0 e 9,6.

c) 6,6 e 6,6.

d) 9,6 e 9,0.

e) 4,1 e 6,6.

37. (UPE) Em uma corrida de revezamento, um cão corre com velocidade escalar $V_1 = 6,0$ m/s, uma lebre, com velocidade escalar $V_2 = 4,0$ m/s, e um gato, com velocidade escalar $V_3 = 3,0$ m/s. Se cada um dos animais percorre uma distância *L*, a velocidade escalar média dessa equipe de revezamento, em m/s, vale

a) 6

b) 4

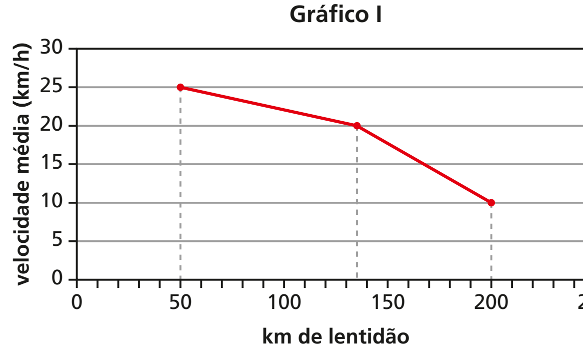
c) 8

d) 3

e) 5

38. O gráfico I apresentado a seguir traduz a velocidade escalar média de um ônibus em função da quantidade de quilômetros de lentidão registrados no trânsito de determinada capital.

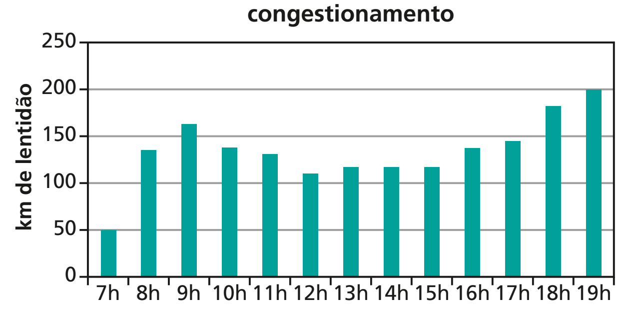
Gráfico I



Banco de imagens/Arquivo da editora

Já o gráfico II mostra a evolução do congestionamento do tráfego de acordo com cada horário do dia.

Gráfico II
congestionamento

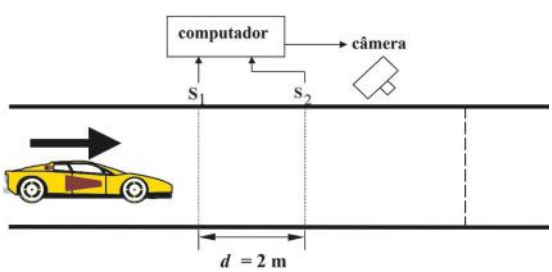


Banco de imagens/Arquivo da editora

O ônibus faz o mesmo percurso, de extensão 10 km, às 7 h e às 19 h. Às 7 h, a viagem é realizada em um intervalo de tempo T_1 e às 19 h, em um intervalo de tempo T_2. Considerando-se essas informações, qual a economia de tempo de um passageiro, em minutos, ao fazer o percurso de manhã (às 7 h) em relação à mesma viagem realizada no período da noite (às 19 h)?

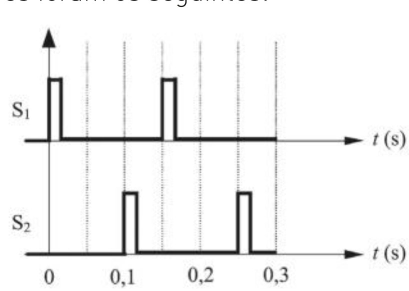
39. Um motorista ultrapassa um comboio de 10 caminhões que se move com velocidade escalar média de 90 km/h. Após a ultrapassagem, o motorista decide que irá fazer um lanche em um local a 150 km de distância, onde ficará parado por 12 minutos. Ele não pretende ultrapassar o comboio novamente até chegar ao seu destino final. Pede-se determinar o valor mínimo da velocidade escalar média que o motorista deveria desenvolver, até chegar ao local do lanche, para retomar a viagem, após o lanche, à frente do comboio.

40. (Unicamp-SP) A figura a seguir mostra o esquema simplificado de um dispositivo colocado em uma rua para controle de velocidade de automóveis (dispositivo popularmente chamado de radar).



Reprodução/Unicamp, 1999

Os sensores $\mathbf{S_1}$ e $\mathbf{S_2}$ e a câmera estão ligados a um computador. Os sensores enviam um sinal ao computador sempre que são pressionados pelas rodas de um veículo. Se a velocidade do veículo está acima da permitida, o computador envia um sinal para que a câmera fotografe sua placa traseira no momento em que esta estiver sobre a linha tracejada. Para certo veículo, os sinais dos sensores foram os seguintes:



Reprodução/Unicamp, 1999

a) determine a velocidade do veículo em km/h;

b) calcule a distância entre os eixos do veículo.

41. (Fuvest-SP) Dirigindo-se a uma cidade próxima por uma autoestrada plana, um motorista estima seu tempo de viagem, considerando que consiga manter uma velocidade escalar média de 90 km/h. Ao ser surpreendido por uma chuva, decide reduzir sua velocidade escalar média para 60 km/h, permanecendo assim até a chuva passar, quinze minutos mais tarde, quando retoma sua velocidade escalar média inicial. Essa redução temporária de velocidade aumenta seu tempo de viagem, com relação à estimativa inicial, em:

a) 5,0 minutos

b) 7,5 minutos

c) 10 minutos

d) 15 minutos

e) 30 minutos

42. Dois torcedores, **A** e **B**, presentes em um grande estádio, escutam em instantes diferentes o som do trilar do apito do árbitro encerrando uma importante partida de futebol. O torcedor **A**, mais distante do árbitro, recebe o sinal sonoro depois de 0,25 s, com um atraso (*delay*) de $6{,}25 \cdot 10^{-2}$ s em relação ao torcedor **B**.
Admitindo-se que a velocidade do som no ar tenha módulo igual a 320 m/s e que as posições dos torcedores **A** e **B** e a do árbitro definam retas perpendiculares, pede-se calcular:

a) a distância entre o torcedor **A** e o árbitro;

b) a distância entre o torcedor **B** e o árbitro;

c) a distância entre os torcedores **A** e **B**.

43. Mapas topográficos da Terra são de grande importância para as mais diferentes atividades, tais como navegação, desenvolvimento de pesquisas ou uso adequado do solo. Recentemente, a preocupação com o aquecimento global fez dos mapas topográficos das geleiras o foco de atenção de ambientalistas e pesquisadores. O levantamento topográfico pode ser feito com grande precisão utilizando os dados coletados por altímetros em satélites. O princípio é simples e consiste em registrar o tempo decorrido entre o instante em que um pulso de *laser* é emitido em direção à superfície da Terra e o instante em que ele retorna ao satélite, depois de refletido pela superfície na Terra. Considere que o tempo decorrido entre a emissão e a recepção do pulso de *laser*, quando emitido sobre uma região no nível do mar, seja $18,0 \cdot 10^{-4}$ s. Se a velocidade do *laser* tiver módulo igual a $3,0 \cdot 10^{8}$ m/s, calcule a altura, em relação ao nível do mar, de uma montanha de gelo sobre a qual um pulso de *laser* incide e retorna ao satélite após $17,8 \cdot 10^{-4}$ s.

44. Considere uma moto que vai partir do repouso de um ponto **A** (origem dos espaços) de uma pista circular de comprimento igual a 576 m e vai acelerar ao longo dessa pista em obediência à expressão do espaço (*s*) em função do tempo (*t*) abaixo.

$$s = 2{,}0t^2 \ \text{(SI)}$$

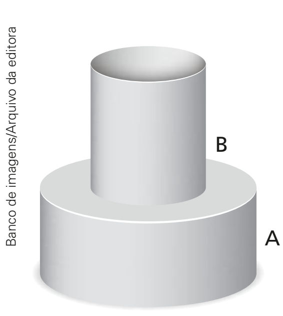
Adotando-se $\pi \cong 3$, orientando-se a trajetória no sentido do movimento da moto e lembrando-se de que o comprimento *C* de uma circunferência de raio *R* é calculado por $C = 2\pi R$, pede-se determinar:

a) o raio *R* da pista percorrida pela moto;

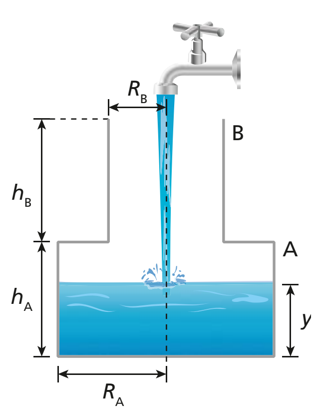
b) o espaço s_B associado ao ponto **B** por onde a moto passa no instante t = 12 s;

c) a distância *D* entre os pontos **A** e **B**.

45. Maria Eduarda – a Duda – adora flores, mas também gosta muito de falar com suas amigas e amigos ao telefone celular. Certo dia recebeu uma ligação de Valéria, uma colega de classe, no exato instante em que abriu uma torneira sobre um recipiente de vidro incialmente vazio, objetivando abastecê-lo de água para acondicionar as flores de um lindo buquê que recebeu de um possível namorado. A água foi sendo vertida dentro do recipiente constituído pela superposição de dois compartimentos cilíndricos, **A** e **B**, como representa a figura, a uma vazão constante de 0,90 L/min. O compartimento **A** tem raio R_A = 20 cm e altura h_A = 15 cm, enquanto o compartimento **B** tem raio R_B = 10 cm e altura h_B = 15 cm.



vista em perspectiva



vista em corte

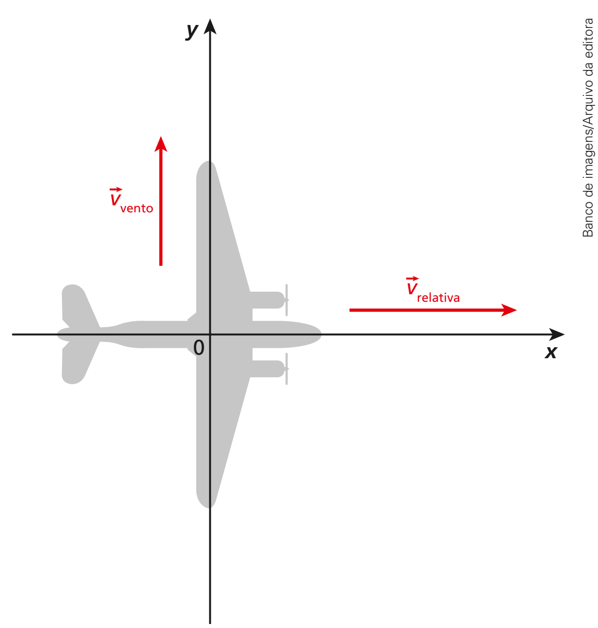
Adotando-se π = 3 e sabendo-se que a ligação de Valéria durou 30 min, pede-se:

a) calcular o intervalo de tempo gasto para o preenchimento total do recipiente;

b) determinar a relação entre as velocidades escalares de subida do nível da água, v_B e v_A, respectivamente nos compartimentos **B** e **A**;

c) traçar o gráfico da altura *y* do nível livre da água no recipiente em função do tempo *t*, desde o instante em que Duda abriu a torneira até o instante em que encerrou a ligação telefônica.

46. Quando uma aeronave decola, ela descreve na pista horizontal uma trajetória retilínea **0x**, partindo do repouso de modo que sua função horária de posição na direção *x* pode ser expressa por $x = 3{,}0t^2$, com *x* em metros e *t* em segundos. Contudo, em um determinado dia, está soprando um vento paralelo ao solo que arrasta o avião no sentido do eixo *y* representado no esquema, com velocidade constante, de modo que a função horária nessa direção é expressa por $y = 9{,}0t$, com *y* em metros e *t* em segundos.



a) Determine a função y = f(x) que define a trajetória que será descrita pelo avião em relação a **0xy**.

b) Qual a forma dessa trajetória em relação ao referencial **0xy**?

47. Um dos temores que rondam a humanidade é a ocorrência da colisão de um grande asteroide contra a superfície terrestre. Um cataclismo dessa natureza despejaria sobre o planeta uma quantidade de energia inimaginável, que poderia extinguir toda a sorte de vida. Por isso, centros astronômicos em todo o mudo realizam uma varredura permanente do céu em busca de NEOs (*Near-Earth Objects*), que seriam corpos celestes com alguma possibilidade de choque contra a Terra.

Suponha que um grupo de astrônomos tenha definido um sistema de referência fixo constituído por três eixos cartesianos, x, y e z, com origens coincidentes e perpendiculares dois a dois, com o objetivo de estudar a situação de um determinado NEO. O que os astrônomos poderiam afirmar sobre a condição de repouso ou movimento desse asteroide se:

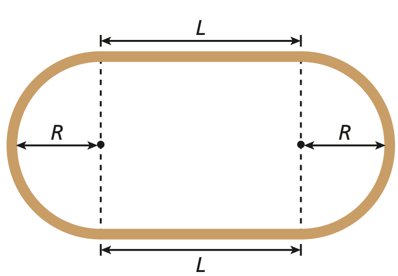
a) As coordenadas x, y e z permanecessem constantes?

b) As coordenadas x e y variassem e a coordenada z permanecesse constante e igual a zero?

c) As coordenadas x e y permanecessem constantes e diferentes de zero e a coordenada z fosse variável?

d) As coordenadas x, y e z permanecessem iguais, isto é, $x = y = z$?

48. Considere um hipódromo cuja pista tem o formato representado abaixo. Essa pista é constituída por dois trechos retilíneos de comprimento L e dois trechos semicirculares com raio igual a R.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Um cavalo puro-sangue, em treinamento para um grande prêmio, ao percorrer essa pista, apresenta em uma das voltas velocidade escalar média igual a $\frac{4}{5}v$. Os observadores do treino constatam que, ao longo dessa volta, o animal percorreu os trechos retos com velocidade escalar média $\frac{2}{3}v$.

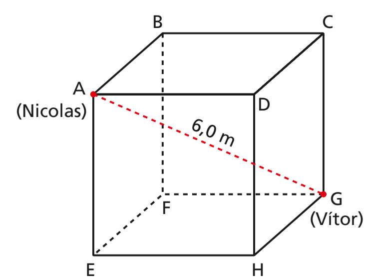
Diante dessas informações, determine:

a) a relação entre L e R;

b) o intervalo de tempo T' que seria gasto pelo cavalo se ele percorresse toda a pista com velocidade escalar média igual a v. Responda em função de L e de v.

49. Duas velas de mesmo comprimento são feitas de materiais diferentes, de modo que uma queima completamente em 3 horas e a outra em 4 horas, cada qual numa taxa constante. A que horas da tarde as velas devem ser acesas simultaneamente para que, às 16 h, uma fique com um comprimento igual à metade do comprimento da outra?

50. No esquema abaixo, dois irmãos, Nicolas e Vítor, estão posicionados respectivamente nos vértices **A** e **G** de um cubo quando Nicolas grita em direção a Vítor, emitindo um forte som monossilábico.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Admitindo-se que a distância entre as posições **A** e **G** seja de 6,0 m e que o som se propague isotropicamente no ar que preenche o cubo com velocidade de intensidade 300 m/s, responda às duas questões a seguir.

a) Depois de quanto tempo Vítor escutará o grito de Nicolas? Despreze quaisquer reflexões sonoras.

b) Se Nicolas caminhar exclusivamente ao longo das arestas do cubo com velocidade de intensidade constante igual a $\sqrt{3}$ m/s, em quanto tempo, no mínimo, ele atingirá a posição de Vítor?

51. Dois garotos, **A** e **B**, percorrem trajetórias retilíneas orientadas, perpendiculares entre si, x e y, respectivamente, obedecendo às seguintes funções horárias de posição:

$x = 3{,}0 + 0{,}50t$ e $y = 4{,}0 + 2{,}0t$, com x e y em metros e t em segundos.

a) Qual a distância entre **A** e **B** no instante $t_0 = 0$?

b) Em que instante t_1 a distância entre os dois garotos será de 13,0 m?

TÓPICO

2

Movimento uniforme

The Asahi Shimbun/Getty Images

Em desenvolvimento no Japão desde 1960, o Maglev da linha de Tsuru, na imagem acima, alcançou velocidade de até 602 km/h.

O Maglev (comboio de levitação magnética, em inglês, *Magnetic levitation transport*) que merece verdadeiramente a denominação de trem-bala, por enquanto em operação apenas em alguns países asiáticos, levita sobre trilhos pela ação de forças magnéticas de grande intensidade provocadas por mecanismos que utilizam supercondutores. Isso atenua significativamente as forças de atrito e, depois de arrancar, o veículo consegue manter por longos trechos velocidades da ordem de 600 km/h.

Nesse tópico, você estudará a cinemática do movimento uniforme, que ocorre com velocidade escalar constante e aceleração escalar nula. Associada à descrição matemática do movimento, será feita a respectiva análise gráfica.

Bloco 1

1. Introdução

O voo para Manaus decolou. Feitas as primeiras manobras, ajustes de altitude e rota, a aeronave segue em trajetória retilínea com velocidade escalar relativa ao solo praticamente constante. Daqui a pouco, com o avião devidamente equilibrado e livre de turbulências, os passageiros serão liberados do uso do cinto de segurança e será iniciado o serviço de bordo.

astudio/Shutterstock

Um avião em voo de cruzeiro descreve praticamente um movimento retilíneo com velocidade escalar constante. A forma reta da trajetória pode ser verificada nesta imagem pelo rastro de "fumaça" (resíduos condensados de combustível queimado) deixado pela aeronave.

Viagens de avião ocorrem em grande parte – nos trechos entre o final da subida e o início da descida, denominado voo de cruzeiro – com velocidade escalar praticamente constante.

Também automóveis, caminhões e trens, especialmente aqueles dotados de controles eletrônicos de velocidades (pilotos automáticos), podem manter por longos trechos velocidade escalar constante.

Denomina-se **movimento uniforme** (MU) (em qualquer trajetória) todo aquele em que a velocidade escalar permanece constante (não nula).

Movimento uniforme: $v = \text{constante} \neq 0$

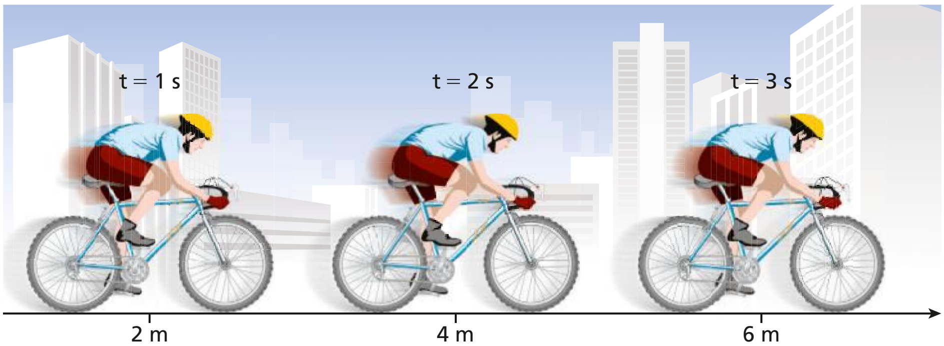
Decorre dessa definição que, devido à constância da velocidade escalar, a aceleração escalar é nula.

Nos movimentos uniformes, a **aceleração escalar é nula**.
De fato:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

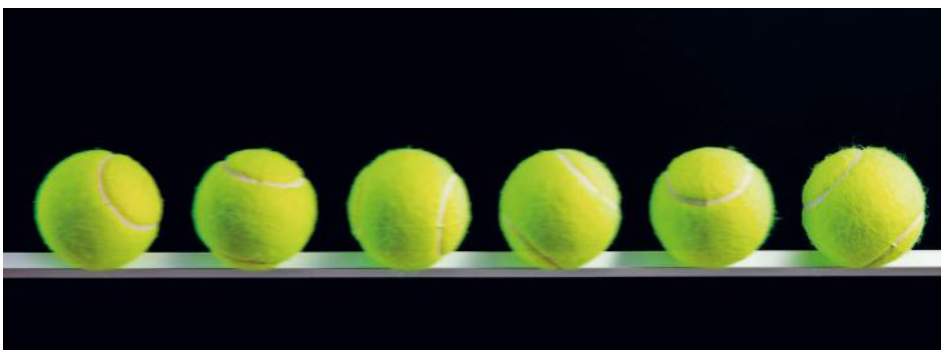
$$\boxed{\text{Se } \Delta v = 0 \Rightarrow \alpha = 0}$$

Decorre também da definição de movimento uniforme que, se a velocidade escalar é constante, **o móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

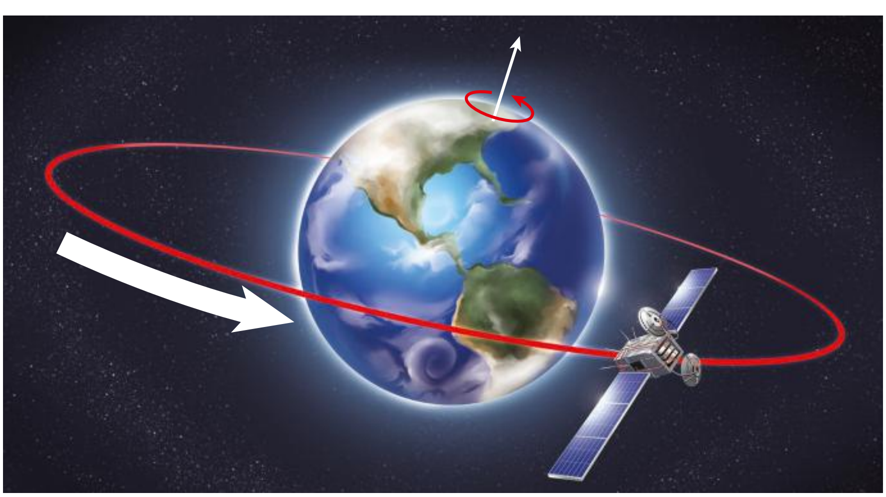
// No exemplo acima, ao que tudo indica, o ciclista segue em **movimento uniforme**. Sua velocidade escalar é constante e a bicicleta avança na trajetória supostamente retilínea 2 m a cada segundo. Logo, $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2\ m}{1\ s} = 2\ m/s$.



Sergio Dotta Jr/Arquivo da editora

// Fotografia estroboscópica de uma bola de tênis sobre uma canaleta reta e horizontal. Entre a captura, por parte da câmara, de dois fotogramas consecutivos, a bola percorreu distâncias sempre iguais.

Movimentos uniformes podem ocorrer em **qualquer trajetória**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

// Satélites geoestacionários, ou simplesmente estacionários, têm órbita circular, contida no plano do Equador, e permanecem em repouso em relação à superfície terrestre. Para que isso ocorra, o movimento desses equipamentos ao longo de suas órbitas deve ser **uniforme**, com período de revolução igual a um dia, ou 24 h. Esses satélites, hoje existentes em grande número, são utilizados em telecomunicações.

2. Função horária do espaço

O fato de a velocidade escalar ser constante nos movimentos uniformes faz com que as velocidades escalares média (v_m) e instantânea (v) sejam iguais. Por isso, podemos escrever para essas duas grandezas, indistintamente, que:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

Fazendo-se $t_0 = 0$, o espaço s_0 se torna o **espaço inicial**, isto é, aquele associado à origem dos tempos. Diante disso:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0} \Rightarrow s - s_0 = vt$$

De onde se obtém:

$$\boxed{s = s_0 + vt}$$

Em que s é o espaço em um instante t, s_0 é o espaço em $t_0 = 0$ (espaço inicial) e v é a velocidade escalar.

NOTAS!

- A função horária do espaço do movimento uniforme é uma função polinomial do 1º grau ou, simplesmente, função do 1º grau ou função afim.
- A função horária do espaço expressa a variação matemática do espaço em função do tempo e não traz nenhuma informação sobre a forma da trajetória da partícula. Esse conceito, diga-se de passagem, se estende também a quaisquer movimentos.

3. Diagramas horários no movimento uniforme

Denominamos **diagramas horários** todos os gráficos que representam o comportamento de determinada grandeza em função do tempo.

Em Cinemática, interessam fundamentalmente três diagramas horários: o do espaço ($s \times t$), o da velocidade escalar ($v \times t$) e o da aceleração escalar ($\alpha \times t$).

No caso do movimento uniforme, como a função horária do espaço é uma função afim (do 1º grau), o gráfico correspondente é uma reta oblíqua em relação aos eixos coordenados (crescente ou decrescente). Quem determina se a reta vai crescer ou decrescer é o sinal da velocidade escalar:

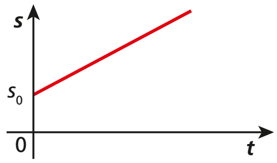
- se positivo ($v > 0$), a reta cresce;
- se negativo ($v < 0$), a reta decresce.

Já o gráfico da velocidade escalar deve traduzir a ideia de constância. Isso se obtém com uma reta paralela ao eixo dos tempos, em patamares positivos ou negativos.

Por último, o gráfico da aceleração escalar é uma reta coincidente com o eixo dos tempos, indicando a nulidade dessa grandeza durante todo o transcurso do movimento.

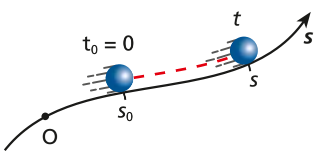
Lembrando-se de que em movimentos **progressivos** a velocidade escalar é positiva ($v > 0$) e que em movimentos **retrógrados** a velocidade escalar é negativa ($v < 0$), considerando-se apenas valores positivos de t, têm-se as seguintes famílias de gráficos:

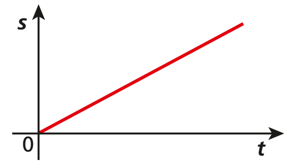
Movimentos uniformes progressivos



Movimento uniforme progressivo, com espaço inicial positivo:

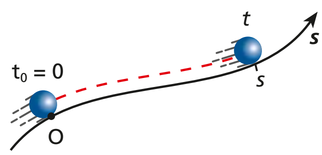
$s_0 > 0$ $v > 0$

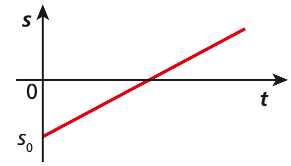




Movimento uniforme progressivo, com espaço inicial nulo:

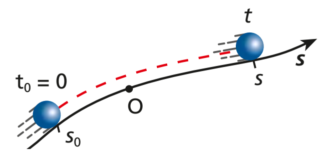
$s_0 = 0$ $v > 0$



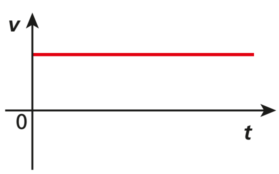


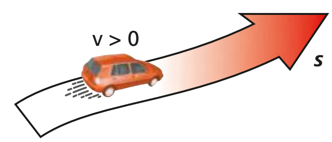
Movimento uniforme progressivo, com espaço inicial negativo:

$s_0 < 0$ $v > 0$

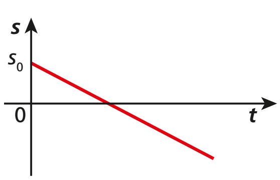


Nesses três casos, os gráficos da velocidade escalar e da aceleração escalar em função do tempo são:



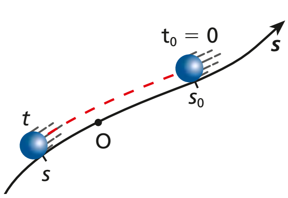


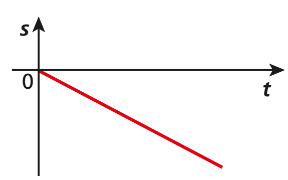
Movimentos uniformes retrógrados



Movimento uniforme retrógrado, com espaço inicial positivo:

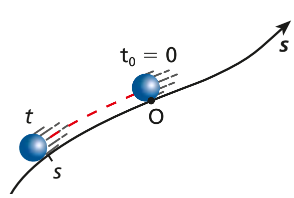
$s_0 > 0$ $v < 0$

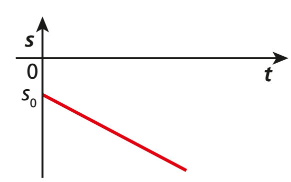




Movimento uniforme retrógrado, com espaço inicial nulo:

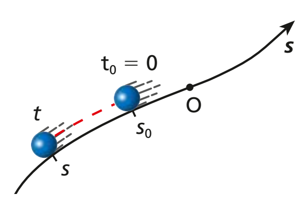
$s_0 = 0$ $v < 0$



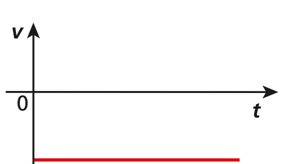


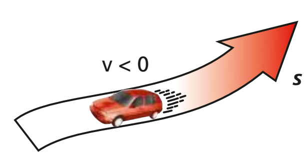
Movimento uniforme retrógrado, com espaço inicial negativo:

$s_0 < 0$ $v < 0$



Nesses três casos, os gráficos da velocidade escalar e da aceleração escalar em função do tempo são:





Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

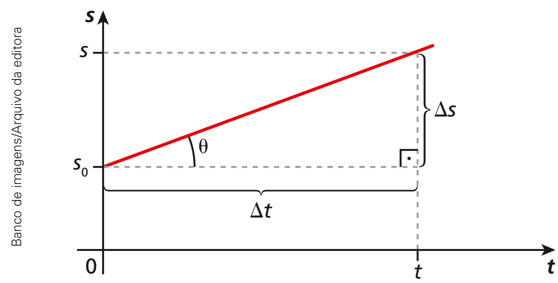
4. Propriedades gráficas

Algumas propriedades gráficas são úteis, já que podem agilizar a análise de muitas questões.

Citaremos nesse momento apenas duas propriedades, reservando uma terceira para o tópico seguinte, Movimento uniformemente variado.

Propriedade do gráfico do espaço em função do tempo

Vamos considerar o caso particular abaixo, em que está traçado o gráfico do espaço *s* em função do tempo *t* para um movimento uniforme. Seja θ o ângulo formado entre o gráfico e o eixo dos tempos (declividade da reta).



Com base no triângulo retângulo da figura, podemos constatar que a tangente do ângulo θ expressa a relação entre a variação de espaço sofrida pelo móvel, Δs, e o intervalo de tempo correspondente, Δt.

De fato:

$$\text{tg } \theta = \frac{s - s_0}{t - 0} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Dizemos, então, que a declividade do gráfico fornece uma medida da **velocidade escalar**.

$$\text{tg } \theta = v$$

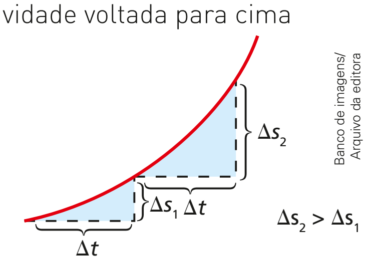
Diante dessa conclusão, podemos afirmar que, quanto mais inclinado for o gráfico $s \times t$ em relação ao eixo dos tempos (mais verticalizado), isto é, quanto maiores forem θ e tg θ, mais veloz será a partícula.

No caso de gráficos $s \times t$ curvilíneos, teremos movimentos variados – **acelerados** ou **retardados**. Dependendo do comportamento da curva, é possível saber se o movimento é acelerado ou retardado.

Veja os exemplos a seguir:

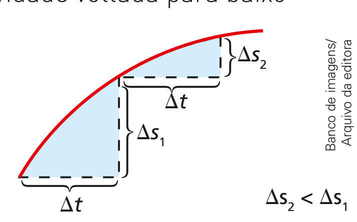
- Gráfico $s \times t$ curvo e ascendente com concavidade voltada para cima

  Nesse caso, o gráfico vai ficando cada vez mais verticalizado e o movimento é **acelerado**, uma vez que, em intervalos de tempo sucessivos e iguais, os deslocamentos escalares ficam cada vez maiores, o que implica velocidades cada vez mais intensas.



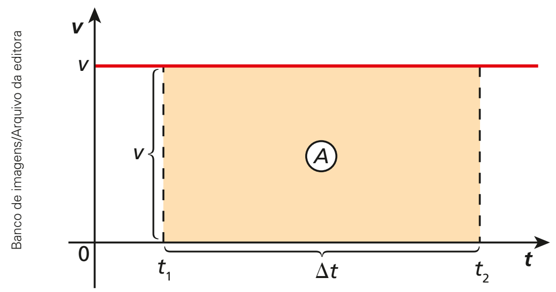
- Gráfico $s \times t$ curvo e ascendente com concavidade voltada para baixo

  Nesse caso, o gráfico vai ficando cada vez menos verticalizado e o movimento é **retardado**, uma vez que, em intervalos de tempo sucessivos e iguais, os deslocamentos escalares ficam cada vez menores, o que implica velocidades cada vez menos intensas.



Propriedade do gráfico da velocidade escalar em função do tempo

Consideremos agora o caso particular do gráfico da velocidade escalar em função do tempo, $v \times t$, esboçado abaixo. Como se pode notar, trata-se de um movimento uniforme, já que a velocidade escalar é constante. Vamos escolher dois instantes quaisquer, t_1 e t_2, e calcular a "área" A que eles determinam entre o gráfico e o eixo dos tempos.



A região destacada na figura é um retângulo, cuja base representa o intervalo de tempo Δt entre t_1 e t_2 e a altura representa a velocidade escalar v.

Lembrando-se que a área de um retângulo é obtida multiplicando-se a medida de sua base pela medida da altura, tem-se:

$$A = v\,\Delta t \quad \text{(I)}$$

Como:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Temos que:

$$\Delta s = v\,\Delta t \quad \text{(II)}$$

Comparando-se as expressões (I) e (II), concluímos que:

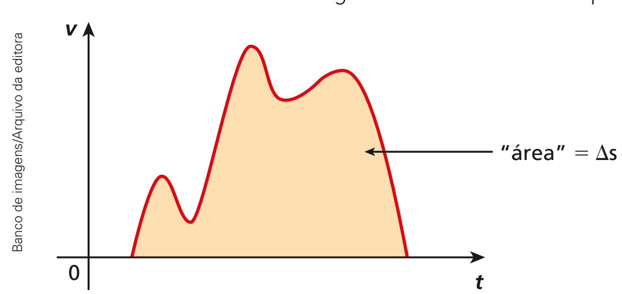
$$\boxed{A = \Delta s}$$

Dizemos, então, que a "área" compreendida entre o gráfico $v \times t$ e o eixo dos tempos fornece, no intervalo de tempo delimitado pelos instantes t_1 e t_2, uma medida da variação de espaço ou deslocamento escalar da partícula.

NOTA!

A palavra área foi grafada entre aspas porque o que se calculou não foi simplesmente a área geométrica do retângulo, mas o produto daquilo que representa sua base (Δt) por aquilo que representa sua altura (v).

Pode-se demonstrar que o cálculo dessa "área" também fornece a variação de espaço ou deslocamento escalar em gráficos de formatos quaisquer.



NOTA!

A demonstração formal e ampla dessa propriedade requer o uso de elementos de Cálculo Diferencial e Integral, o que não é do escopo deste curso.

Ampliando o olhar

Estilingues gravitacionais

As naves terrestres que vagam pelo espaço, algumas delas destinadas aos confins do sistema solar ou até para fora dele, não encontram, obviamente, modos de abastecer no caminho.

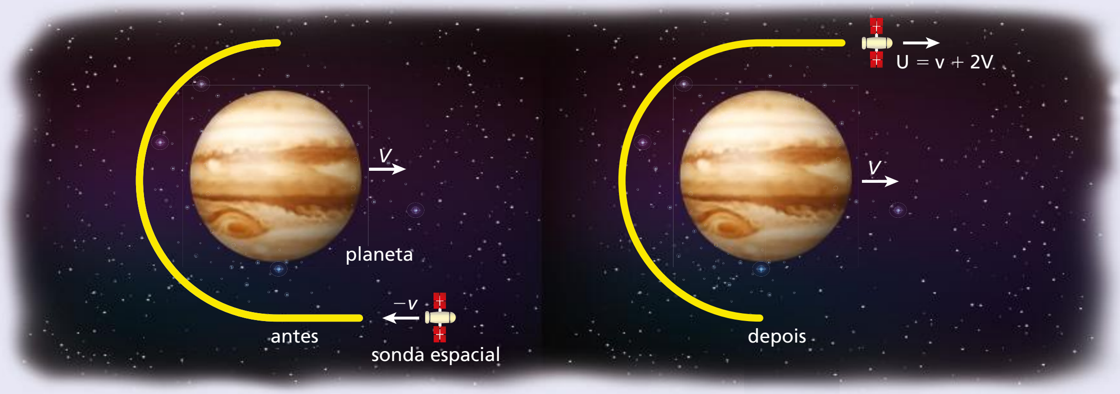
Sendo assim, depois da propulsão inicial dada por foguetes ou outros módulos de impulsão, seguem sem autopropulsão, em movimento praticamente **retilíneo e uniforme**. Essa situação inercial só é alterada quando essas naves se submetem a influências gravitacionais significativas, que podem determinar, a depender de sua posição em relação aos respectivos astros, movimentos acelerados ou retardados.

A sonda Galileu, por exemplo, lançada rumo a Júpiter em 1989 pelo ônibus espacial estadunidense Atlantis, ganhou velocidade ao utilizar os "estilingues gravitacionais" proporcionados pela Terra e por Vênus.

Mantida depois disso com velocidade escalar praticamente constante (movimento uniforme), essa sonda seguiu com suas antenas de alto ganho abertas com destino ao maior planeta do sistema solar e suas luas, Io, Europa, Calisto e Ganimedes.

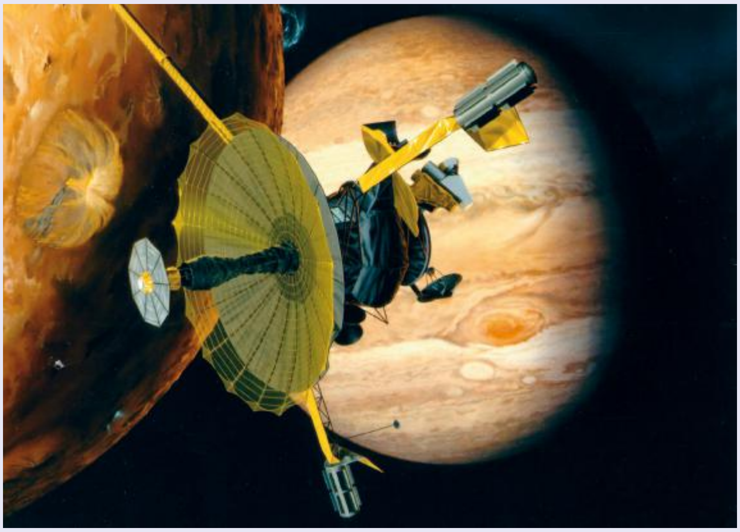
Depois de enviar à Nasa (Administração Nacional da Aeronáutica e do Espaço) uma infinidade de dados científicos e imagens exclusivas colhidas ao longo do caminho, a sonda Galileu foi deliberadamente destruída em 2003, quando adentrou o campo gravitacional de Júpiter. O equipamento se desintegrou devido à fricção com a atmosfera do planeta e os fragmentos restantes se espatifaram na colisão contra a superfície do astro.

Esse procedimento foi necessário para que a nave Galileu não contaminasse as luas de Júpiter, especialmente Europa, com possíveis bactérias terrestres...



Esquema do estilingue gravitacional em que uma sonda espacial sofre um significativo ganho de velocidade. Como a massa do planeta é muito grande em comparação com a da sonda, tudo se passa como se ocorresse uma colisão perfeitamente elástica entre esses dois corpos.

Reprodução/Nasa



Concepção artística da sonda Galileu sobrevoando a lua Io, tendo ao fundo Júpiter, o maior planeta do sistema solar.

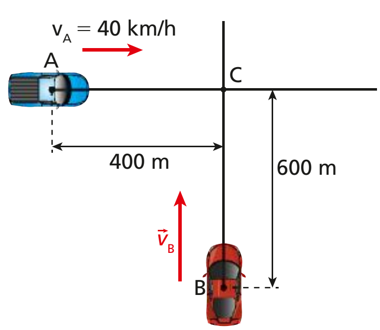
Exercícios Nível 1

1. Os grandes prêmios de Fórmula 1 são transmitidos para o mundo inteiro a partir de câmeras de TV de última geração posicionadas estrategicamente nos principais pontos de cada circuito. Com isso, torna-se viável acompanhar cada detalhe de uma corrida, além de torcer pela escuderia favorita.

Hoch Zwei/Corbis/Getty Images

Admita que uma câmera, cujo monitor de visualização é quadrado com lado igual a 10 cm, posicionada em um plano paralelo a um trecho da pista com extensão igual a 40 m, registre a imagem de um carro que passa diante do equipamento com velocidade escalar constante de módulo 288 km/h. Com base nessas informações, determine, em cm/s, o módulo da velocidade escalar da imagem do carro ao atravessar o monitor de visualização da câmera.

2. (Cefet-AL) Dois carros deslocavam-se por duas estradas perpendiculares entre si, dirigindo-se a um ponto onde existe um cruzamento. Num dado momento, o primeiro carro, que estava com uma velocidade escalar de 40 km/h, encontrava-se a uma distância de 400 m do cruzamento, enquanto que o segundo encontrava-se a uma distância de 600 m do mesmo cruzamento.



Reprodução/Arquivo da editora

Considerando-se que os dois carros atingiram o cruzamento ao mesmo tempo, calcule a velocidade escalar do segundo carro.

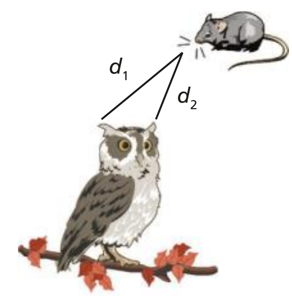
a) 20 km/h
b) 40 km/h
c) 60 km/h
d) 80 km/h
e) 120 km/h

3. (UFRJ) A coruja é um animal de hábitos noturnos que precisa comer vários ratos por noite.

Um dos dados utilizados pelo cérebro da coruja para localizar um rato com precisão é o intervalo de tempo entre a chegada de um som emitido pelo rato a um dos ouvidos e a chegada desse mesmo som ao outro ouvido.

Imagine uma coruja e um rato, ambos em repouso; em dado instante, o rato emite um chiado. As distâncias da boca do rato aos ouvidos da coruja valem d_1 = 12,780 m e d_2 = 12,746 m.

Sabendo que a velocidade do som no ar é de 340 m/s, calcule o intervalo de tempo entre a chegada do chiado aos dois ouvidos.



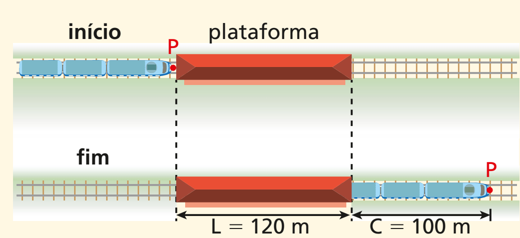
Reprodução/Arquivo da editora

4. E.R. Um trem do metrô de comprimento C = 100 m, que se dirige para manutenção com velocidade escalar constante v = 72 km/h, passa direto pela plataforma de uma estação de comprimento L = 120 m. Qual o intervalo de tempo gasto pela composição para transpor completamente essa plataforma?

Resolução:

Nesse contexto, o trem deve ser considerado um corpo extenso, já que suas dimensões influem no cálculo do intervalo de tempo pedido, isto é, quanto maior for o comprimento *C*, maior será o intervalo de tempo gasto pela composição para transpor completamente a plataforma.

No esquema abaixo, fora de escala, representamos o início e o fim da passagem do trem diante da plataforma da estação.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Analisando-se o deslocamento do ponto **P** indicado no esquema do início ao final do fenômeno cinemático, podemos concluir que:

$$\Delta s = L + C$$

Logo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{L + C}{\Delta t}$$

Sendo:

$v = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3,6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$, $L = 100 \text{ m}$ e $C = 120 \text{ m}$, vem:

$$20 = \frac{100 + 120}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{220}{20}$$

$$\boxed{\Delta t = 11 \text{ s}}$$

5. (Fatec-SP) O Sambódromo do Anhembi, um dos polos culturais da cidade de São Paulo, tem uma pista de desfile com comprimento aproximado de 530 metros.

Reprodução/Fatec, 2015

<http://tinyurl.com/omlacq3> Acesso em: 17.03.2015.

No Grupo Especial, cada escola de samba deve percorrer toda extensão dessa pista, desde a entrada do seu primeiro integrante na concentração até a saída do seu último componente na dispersão, em tempo máximo determinado de 65 minutos.

Admita que certa escola de samba, com todas as alas integrantes, ocupe 510 metros de extensão total. Logo, para percorrer a pista no exato tempo máximo permitido, a velocidade escalar, suposta constante, durante o desfile deve ser

a) 0,4 m/s.
b) 8,0 km/s.
c) 8,0 m/min.
d) 16 m/min.
e) 16 km/min.

6. E.R. Nos primeiros momentos de um salto de paraquedas o movimento é acelerado, mas, depois de algum tempo, a velocidade escalar se torna constante em virtude de as forças de resistência do ar equilibrarem o peso do sistema.

SergBob/Shutterstock

Considere um paraquedista em movimento retilíneo e uniforme vertical de modo que sua posição em relação a um eixo vertical com origem no solo obedeça aos dados contidos na tabela abaixo.

Posição (m)	Tempo (s)
100	0
90	2,0
80	4,0
70	6,0

Pede-se:

a) determinar a função horária da posição do paraquedista, em unidades do SI;
b) traçar o gráfico da posição do paraquedista desde o instante $t_0 = 0$ até sua chegada ao solo.

Resolução:

a) Se o movimento é uniforme, a função horária do espaço é do tipo:

$$s = s_0 + vt$$

Da tabela, pode-se verificar que na origem dos tempos, $t_0 = 0$, o espaço vale $s_0 = 100$ m. Esse é o espaço inicial.

Por outro lado, a velocidade escalar fica determinada fazendo-se:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} \Rightarrow v = \frac{90 - 100}{2,0 - 0}$$

De onde se obtém:

$$v = -5,0 \text{ m/s}$$

O valor negativo da velocidade escalar indica que, no referencial adotado, o movimento é retrógrado.

Logo:

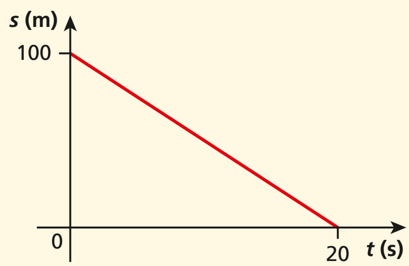
$$\boxed{s = 100 - 5{,}0t \text{ (SI)}}$$

b) A função horária obtida é do primeiro grau com o coeficiente do termo em *t* negativo. Por isso, o gráfico *s* × *t* é uma reta oblíqua decrescente.

O instante em que o paraquedista (admitido um ponto material) atinge o solo é obtido fazendo-se s = 0 na função horária do espaço:

$$0 = 100 - 5{,}0t \Rightarrow 5{,}0t = 100 \therefore t = 20 \text{ s}$$

O gráfico pedido está traçado a seguir.



Banco de imagens/Arquivo da editora

7. Pau de sebo

O pau de sebo faz parte das tradições juninas, de modo que, entre comidas típicas, música e dança, propõe desafios tentadores aos mais ágeis e corajosos. Trata-se de um mastro de madeira envernizada instalado verticalmente, o qual é recoberto previamente por uma camada de sebo (gordura animal) ou produtos similares. Uma prenda é fixada na extremidade superior do poste, a cerca de 10 m de altura – geralmente uma quantia em dinheiro –, e os candidatos devem escalar essa estrutura extremamente escorregadia em busca da recompensa. É diversão garantida e uma competição que deixa qualquer festa mais animada.

Luiz H. Blanco/Futura Press

Admita que um homem, tendo chegado a quase 8,0 m de altura em um pau de sebo, tenha desistido da escalada, iniciando um movimento de descida vertical com velocidade praticamente constante. Nesse caso, seu peso, dirigido para baixo, é equilibrado pela força total de atrito aplicada pelo poste, dirigida para cima. Na tabela a seguir estão relacionadas as posições do homem, admitido um ponto material, em relação a um eixo de ordenadas **Oy** com origem no solo.

Posição: *y* (m)	Tempo: *t* (s)
6,5	0
4,5	4,0
2,5	8,0
0,5	12,0

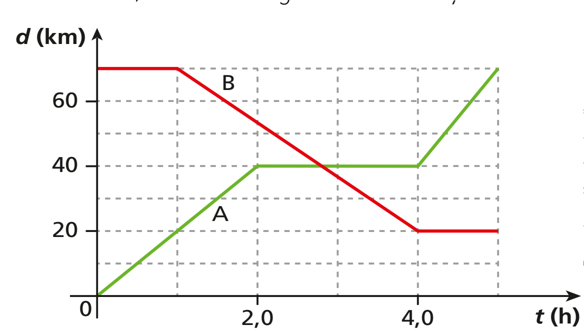
Tendo-se em conta as indicações da tabela e o eixo de referência **Oy**, pede-se:

a) dizer se o movimento do homem é progressivo ou retrógrado;

b) determinar a função horária y = f(t);

c) traçar o gráfico de y = f(t) desde o instante $t_0 = 0$ até o instante em que o homem atinge o solo, em y = 0.

8. (OBF) A estrada que liga duas cidades tem marcos quilométricos cuja contagem se inicia na cidade de Santo Anjo e que terminam, 70 km adiante, na cidade de São Basílio. Antônio (**A**) sai de bicicleta da cidade de Santo Anjo com destino a São Basílio, e Benedito (**B**), um outro ciclista, parte de São Basílio, pela mesma estrada, em sentido oposto. O diagrama foi construído para representar a "quilometragem" de cada um deles para as "horas" de viagem. Com estes elementos, são feitas algumas observações:



Reprodução/Arquivo da editora

I. Benedito parte 1 hora após a partida de Antônio.

II. Benedito não chegou a Santo Anjo.

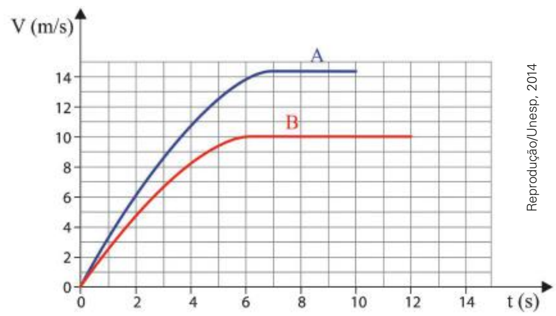
III. A maior velocidade (em módulo) desenvolvida em algum trecho do percurso foi próxima de 17 km/h, conseguida por Benedito.

IV. Antônio estava parado quando Benedito passou por ele.

Apenas estão corretas as observações:

a) I e IV. c) I e III. e) I, II e IV.
b) II e IV. d) II e III.

9. (Unesp-SP) Os dois primeiros colocados de uma prova de 100 m rasos de um campeonato de atletismo foram, respectivamente, os corredores **A** e **B**. O gráfico representa as velocidades escalares desses dois corredores em função do tempo, desde o instante da largada (t = 0) até os instantes em que eles cruzam a linha de chegada.

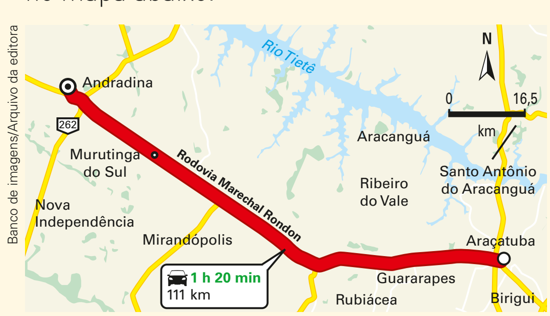


Analisando-se as informações do gráfico, é correto afirmar que, no instante em que o corredor **A** cruzou a linha de chegada, faltava ainda, para o corredor **B** completar a prova, uma distância, em metros, igual a

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20 e) 25

10. **E.R.** Araçatuba e Andradina são duas cidades do Noroeste paulista que têm, dentre outras características, a pecuária de corte como um ponto forte de suas economias. Segundo dados recentes, cerca de dois milhões de cabeças de gado povoam as fazendas de engorda da região.

Os dois municípios são interligados pela SP 300 – Rodovia Marechal Rondon –, destacada no mapa abaixo.



Admita que no instante $t_0 = 0$ um automóvel parta de Andradina rumo a Araçatuba e um caminhão saia de Araçatuba com destino a Andradina, ambos em movimento uniforme.

Sabendo-se que a velocidade escalar do caminhão tem módulo igual a 36,75 km/h, orientando-se a SP 300 de Araçatuba para Andradina, com origem dos espaços em Araçatuba, e levando-se em conta as informações contidas no mapa, pede-se determinar:

a) as funções horárias dos espaços para os movimentos do automóvel e do caminhão, com *s* em quilômetros e *t* em horas;

b) o instante t_E em que um veículo passa pelo outro;

c) a que distância *D* de Andradina ocorre o cruzamento entre o automóvel e o caminhão.

Resolução:

a) Conforme a orientação dada à trajetória, o movimento do carro é retrógrado e sua velocidade escalar é negativa.

Observando-se no mapa que, para o automóvel:

$$\Delta s_A = -111 \text{ km}$$

$$\Delta t_A = 1 \text{ h} + 20 \text{ min} = 1 \text{ h} + \frac{1}{3} \text{ h} = \frac{4}{3} \text{ h}$$

Calcula-se a velocidade escalar desse veículo.

$$v_A = \frac{\Delta s_A}{\Delta t_A} = \frac{-111}{\frac{4}{3}} \therefore v_A = -83{,}25 \text{ km/h}$$

Como os movimentos são admitidos uniformes, as funções horárias dos espaços são do 1º grau, do tipo $s = s_0 + vt$. Logo:

Para o automóvel:

$$\boxed{s_A = 111 - 83{,}25t}$$

(*s* em quilômetros e *t* em horas)

Para o caminhão:

$$\boxed{s_C = 36{,}75t}$$

(*s* em quilômetros e *t* em horas)

b) No instante t_E em que um veículo passa pelo outro, ambos têm a mesma coordenada de posição na trajetória, isto é, $s_C = s_A$. Assim:

$$36{,}75t_E = 111 - 83{,}25t_E \Rightarrow 120t_E = 111$$

$$t_E = 0{,}925 \text{ h}$$

$$\boxed{t_E = 0{,}925 \cdot 60 \text{ min} = 55{,}5 \text{ min} = 55 \text{ min} + 30 \text{ s}}$$

c) Para a obtenção do local do encontro, substituímos o valor de t_E em qualquer uma das funções horárias.

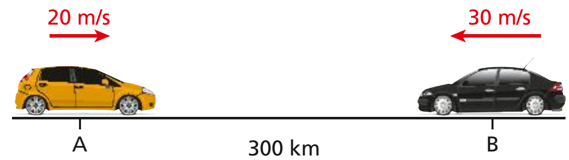
$s_E = 36{,}75t_E \Rightarrow s_E = 36{,}75 \cdot 0{,}925 \therefore s_E \cong 34 \text{ km}$

A distância *D* a Andradina é calculada por:

$$D = 111 - s_E \Rightarrow D = 111 - 34$$

$$\boxed{D = 77 \text{ km}}$$

11. (UFG-GO) De duas cidades Alfa e Beta, separadas por 300 km, partem respectivamente dois carros **A** e **B** no mesmo instante e na mesma direção, porém em sentidos opostos, conforme a figura fora de escala ao lado. Os dois veículos realizam movimento retilíneo e uniforme com velocidades escalares de módulos 20 m/s e 30 m/s, como se indica no esquema.



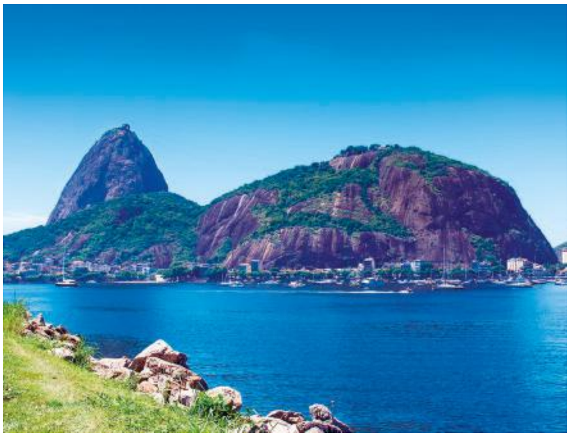
Reprodução/Arquivo da editora

A que distância da cidade Alfa ocorre o cruzamento entre os dois carros?

Exercícios Nível 2

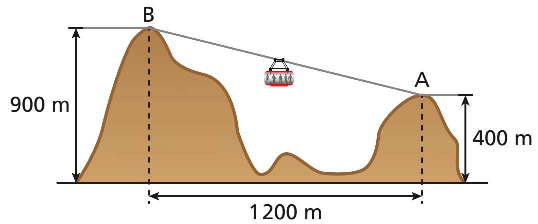
12. Privilegiada por um relevo único e praias paradisíacas, a cidade do Rio de Janeiro justifica de forma plena seu codinome de Cidade Maravilhosa. E um dos cartões-postais que mais caracterizam o Rio é o conjunto dos morros da Urca e do Pão de Açúcar, de altitudes respectivamente iguais a 220 m e 400 m, com topos conectados por cabos de aço por onde trafegam os famosos bondinhos.

Catarina Belova/Shutterstock



Considere os dois morros esquematizados a seguir, cujos cumes, **A** e **B**, são conectados por um teleférico de cabo retilíneo que se desloca com velocidade escalar constante igual a 18 km/h.

Banco de imagens/Arquivo da editora

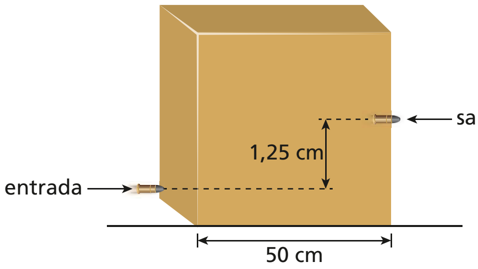


Com base nessas informações, responda:

a) De quanto se eleva o veículo ao percorrer horizontalmente 240 m?

b) Qual o intervalo de tempo T gasto pelo teleférico no percurso de **A** até **B**?

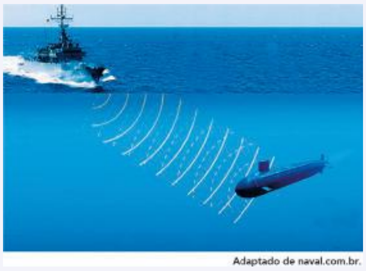
13. Considere uma caixa cúbica de papelão com aresta igual a 50 cm em queda vertical de modo que sua base permanece sempre paralela ao solo plano e horizontal. Devido à força de resistência do ar que equilibra o peso da caixa, esta descreve um movimento uniforme com velocidade escalar constante de intensidade igual a 10 m/s. Um tiro é disparado horizontalmente contra a caixa e o projétil trespassa as duas paredes verticais opostas de modo que o desnível entre o furo de entrada e o furo de saída é de 1,25 cm, conforme ilustra o esquema abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Nessas condições, qual a intensidade da velocidade do projétil?

14. (Uerj) Para localizar obstáculos submersos, **E.R.** determinados navios estão equipados com sonares, cujas ondas se propagam na água do mar. Ao atingirem um obstáculo, essas ondas retornam ao **sonar**, possibilitando assim a realização de cálculos que permitem a localização, por exemplo, de um submarino.



Reprodução/Uerj, 2015

Admita uma operação dessa natureza sob as seguintes condições:

- temperatura constante da água do mar;
- velocidade da onda sonora na água igual a 1 450 m/s;
- distância do sonar ao obstáculo igual a 290 m.

Determine o intervalo de tempo, em segundos, decorrido entre o instante da emissão da onda pelo **sonar** e o de seu retorno após colidir com o submarino.

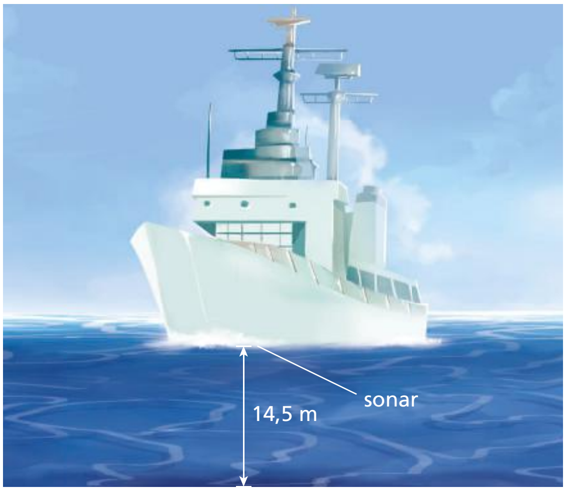
Resolução:

Seja *d* a distância entre o sonar e o submarino. Com v = 1 450 m/s e d = 290 m, calcula-se o intervalo de tempo pedido (*T*):

$$v = \frac{D}{T} = \frac{2d}{T} \Rightarrow 1\,450 = \frac{2 \cdot 290}{T}$$

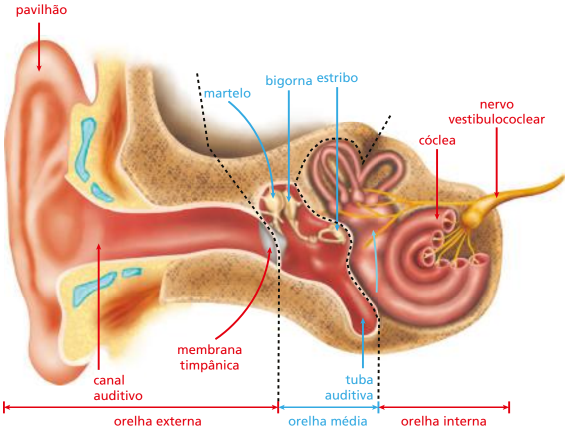
$$\boxed{T = 0{,}40 \text{ s}}$$

15. (OPF) Na água salgada, a propagação de ondas eletromagnéticas é rapidamente atenuada. Esta é uma das razões técnicas pelas quais as embarcações marinhas fazem, frequentemente, o uso de um dispositivo chamado sonar (do inglês *sound navigation and ranging* ou "navegação e determinação da distância do som"). Este instrumento tem muita utilização na navegação, na pesca, no estudo e pesquisa do fundo dos oceanos. Seu funcionamento consiste na emissão de uma onda sonora que, ao encontrar um obstáculo, sofre reflexão e retorna ao seu local de origem. Calcule a velocidade do som nas águas representadas na figura sabendo que o eco retorna após aproximadamente 0,02 s.



Reprodução/Arquivo da editora

16. Para que o ouvido humano perceba separadamente dois sons distintos de breve duração, o intervalo de tempo entre eles deve ser maior que 0,10 s. Essa é uma característica fisiológica do aparelho auditivo que é determinada pela duração da vibração da membrana timpânica. Se, extinto o primeiro som, o segundo atingir o ouvido em menos que 0,10 s, o tímpano ainda estará vibrando e os dois estímulos acústicos serão percebidos "emendados", ocorrendo um prolongamento da sensação auditiva.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Aparelho auditivo humano visto em corte. Se o intervalo de tempo entre dois estímulos sonoros for menor que 0,10 s, esses dois sons são percebidos "emendados". No caso de reflexão sonora, essa sobreposição de sons caracterizam o fenômeno denominado **reverberação** (prolongamento do som).

Imagine que o jovem João Victor, desejando ouvir o eco de sua própria voz (som refletido separado do som principal), se coloque a uma distância *d* de um penhasco rochoso vertical. Nesse caso, ele emite um forte grito monossilábico que vai incidir no penhasco, refletindo-se em sentido oposto.

Adotando-se para a intensidade da velocidade do som no ar o valor 340 m/s, qual deverá ser o valor de *d* para que João Victor ouça o eco do seu grito?

17. Um transatlântico de comprimento C = 150 m vai atravessar um canal retilíneo de extensão L = 250 m. No instante em que a embarcação inicia a travessia, um passageiro se põe a caminhar ao longo de um grande corredor longitudinal interno que conduz aos camarotes, dando dois passos de 75 cm cada um por segundo. Se a velocidade escalar do navio é constante, com valor v_N = 10 nós (1 nó marítimo ≅ 1,8 km/h), determine:

a) o intervalo de tempo *T* que o transatlântico gasta para atravessar completamente o canal;

b) o número *N* de passos dado pelo passageiro no intervalo de tempo *T*, em relação ao piso do corredor do navio.

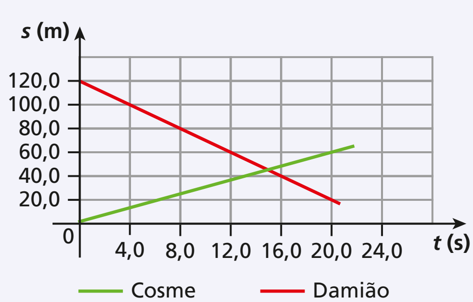
18. O trânsito nas grandes cidades é constantemente monitorado por câmeras posicionadas em solo ou por imagens aéreas, captadas por helicópteros ou mesmo *drones*.

Admita que um trecho retilíneo de uma autoestrada, de comprimento igual a 5,0 km, esteja sendo observado por um sistema aéreo fixo que envia suas imagens a uma central. No monitor do computador, esse trecho, paralelo ao plano que contém a câmera filmadora, aparece com comprimento de 25 cm. Admita que em determinado instante, $t_0 = 0$, a pessoa responsável pelas verificações detecte dois pontos móveis nas extremidades do trecho monitorado, correspondentes a dois veículos **A** e **B** que trafegam em sentidos opostos, um de encontro ao outro. Supondo-se que esses pontos se desloquem no monitor do computador com velocidades escalares constantes de módulos respectivamente iguais a 0,10 cm/s e 0,15 cm/s, pede-se determinar:

a) o instante t_E em que um veículo cruza com o outro nesse trecho da autoestrada;

b) a distância *D*, medida na autoestrada, da posição inicial do veículo **A** ao local onde ocorre esse cruzamento.

19. **E.R.** Cosme e Damião são dois irmãos praticantes de atletismo. A partir de diferentes posições de certa pista orientada e dotada de marcações métricas laterais, eles iniciam, no instante $t_0 = 0$, uma corrida moderada, em movimentos uniformes, conforme os gráficos da posição em função do tempo traçados no diagrama abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Pede-se determinar:

a) as funções horárias do espaço para os dois atletas, em unidades do SI;

b) o instante, t_E, e o local da pista, s_E, em que Cosme passa por Damião.

Resolução:

a) Sendo os movimentos uniformes, as funções horárias do espaço são do 1º grau, do tipo:

$$s = s_0 + vt$$

Para os dois atletas, depreende-se dos gráficos que:

Para Cosme (movimento progressivo):

$$s_{0_C} = 0 \text{ e } v_C = \frac{\Delta s_C}{\Delta t_C} = \frac{60,0 \text{ m}}{20,0 \text{ s}} = 3,0 \text{ m/s}$$

Logo:

$$\boxed{s_C = 3,0t \text{ (SI)}}$$

Para Damião (movimento retrógrado):

$$s_{0_D} = 120 \text{ m e } v_D = \frac{\Delta s_D}{\Delta t_D} = \frac{(20,0 - 120,0) \text{ m}}{20,0 \text{ s}}$$

$$v_D = \frac{-100 \text{ m}}{20,0 \text{ s}} = -5,0 \text{ m/s}$$

Logo:

$$\boxed{s_D = 120,0 - 5,0t \text{ (SI)}}$$

b) (I) No instante t_E de encontro, os dois atletas estarão lado a lado na pista, por isso,

$$s_C = s_D$$

$$3,0t_E = 120 - 5,0t_E \Rightarrow 8,0t_E = 120,0$$

Da qual:

$$\boxed{t_E = 15 \text{ s}}$$

(II) O local do encontro, em que Cosme passa por Damião, fica determinado substituindo-se $t_E = 15,0$ s em qualquer uma das funções horárias do espaço.

$$s_E = 3,0t_E \Rightarrow s_E = 3,0 \cdot 15,0$$

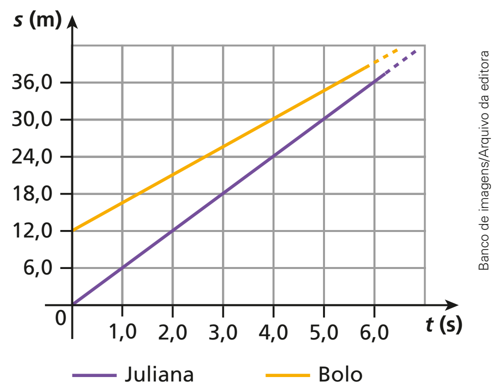
De onde se obtém:

$$\boxed{s_E = 45,0 \text{ m}}$$

20. Juliana adora correr com seu cão, Bolo!

Lunja/Shutterstock

Admita que na imagem anterior, que retrata o instante $t_0 = 0$, Juliana e Bolo estejam se deslocando ao longo de trajetórias retas e paralelas, igualmente escalonadas e orientadas, em movimentos uniformes, de acordo com os gráficos do espaço em função do tempo a seguir.



Com base nas informações contidas no diagrama, determine:

a) em que instante t_E ocorre o encontro entre Juliana e Bolo;

b) a que distância *D* da posição inicial de Bolo ocorre a interceptação.

21. **E.R.** Uberlândia e Uberaba são dois dos mais importantes municípios de Minas Gerais. Essas duas cidades, caracterizadas pela pujança do agronegócio, serviços e universidades de excelência, distam pouco mais de 100 km entre si pela BR 050. Admita que em certo instante $t_0 = 0$ um carro **A** saia de Uberlândia rumo a Uberaba, com velocidade escalar constante de módulo 80 km/h, e que, 15 min mais tarde, um carro **B** parta de Uberaba com destino a Uberlândia, com velocidade escalar constante de módulo 120 km/h. Adotando-se em Uberlândia a origem da BR 050 e orientando-se essa rodovia de Uberlândia para Uberaba, pede-se determinar:

a) depois de quantos minutos da partida do carro **A** os veículos se cruzam na estrada;

b) em que quilômetro da BR 050 ocorre esse cruzamento.

Resolução:

a) As funções horárias do espaço para os movimentos uniformes de **A** e **B** são do 1º grau, do tipo:

$$s = s_0 + vt$$

Para o carro **A** (movimento progressivo):

$s_A = 80t$ (*s* em quilômetros e *t* em horas)

Para o carro **B** (movimento retrógrado):

Esse veículo parte atrasado em relação ao carro **A** ($\Delta t = 15 \text{ min} = 0{,}25 \text{ h}$) e esse atraso deve ser subtraído na função horária do carro **B**, já que esse tempo não faz parte do movimento desse carro:

$$s_B = 100 - 120(t - 0{,}25)$$

(*s* em quilômetros e *t* em horas)

No instante em que os veículos se cruzam na estrada, suas coordenadas de posição são iguais, isto é, $s_A = s_B$:

$$80t_E = 100 - 120(t_E - 0{,}25)$$

$$80t_E = 100 - 120t_E + 30$$

$$200t_E = 130 \therefore \boxed{t_E = 0{,}65 \text{ h} = 39 \text{ min}}$$

Nota:

- O cruzamento ocorre 39 min depois da partida do carro **A** ou 24 min depois da partida do carro **B**.

b) O local do cruzamento dos carros fica determinado substituindo-se $t_E = 0{,}65$ h em qualquer uma das funções horárias do espaço.

$$s_E = 80t_E \Rightarrow s_E = 80 \cdot 0{,}65$$

De onde se obtém:

$$\boxed{s_E = 52 \text{ km}}$$

22. (Unesp-SP) Era um amor de causar inveja o daquele casal e bastou aquela viagem obrigatória da esposa para gerar uma gigantesca saudade. No retorno, quando se viram no desembarque do aeroporto, lançaram-se um em direção ao outro com passadas regulares, seguindo uma reta imaginária que os continha. Ela dava duas passadas e meia por segundo, enquanto ele, que havia adquirido com os anos aquela dorzinha chata na perna, fazia o que podia, movendo-se a uma passada e meia por segundo. A distância que os separava equivalia a 80 de seus passos, que podiam ser considerados de mesmo tamanho para ambos, e o encontro se daria conforme o planejado se a bolsa da esposa não tivesse caído, fazendo-a parar por oito segundos.

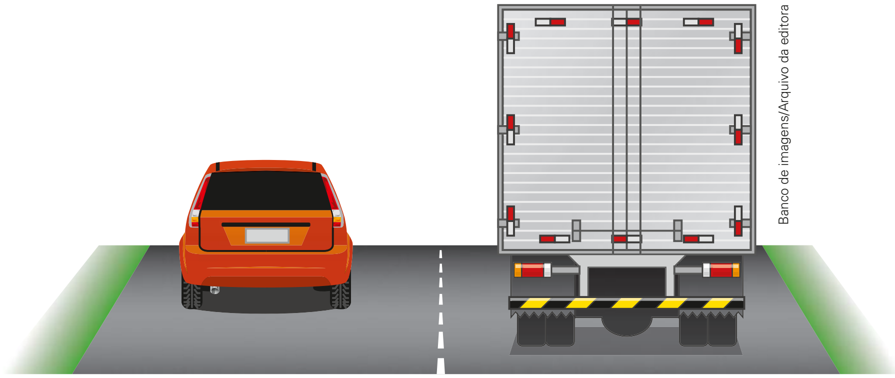
a) Supondo-se que a bolsa não tivesse caído, calcule quanto tempo passaria desde o momento em que o casal iniciara seu movimento até o encontro.

b) Determine a distância, medida em passos, relativamente à posição inicial do marido, em que ocorreu o esperado reencontro, considerando-se a queda da bolsa.

5. Velocidade escalar relativa

Um bom motorista deve ter, ainda que intuitivamente, noções de velocidade escalar relativa. Isso é sempre necessário no trânsito, sobretudo, na realização de ultrapassagens.

Será que a velocidade do meu carro em relação ao veículo da frente é suficientemente grande para que a ultrapassagem seja realizada em segurança, antes do início da faixa contínua ou da próxima curva?


Banco de imagens/Arquivo da editora

Velocidade escalar relativa: conceito essencial para quem dirige em estradas ou no tráfego urbano.

Via de regra, velocidades são medidas em relação ao solo. Esse é o referencial "natural". Assim, quando alguém diz que a velocidade de um automóvel é de 100 km/h, a magnitude dessa grandeza está estimada em relação a um referencial fixo na superfície terrestre.

O conceito de velocidade escalar relativa, porém, estabelece medidas de velocidade escalar de uma partícula em relação à outra.

Temos dois casos a considerar:

Movimentos no mesmo sentido

Suponhamos que o piloto de um carro de corridas, **A**, a 200 km/h, queira ultrapassar um rival, **B**, a 180 km/h. A velocidade escalar relativa de **A** em relação a **B** é de 20 km/h, tudo se passando como se **B** estivesse em repouso e somente **A** trafegasse a 20 km/h.

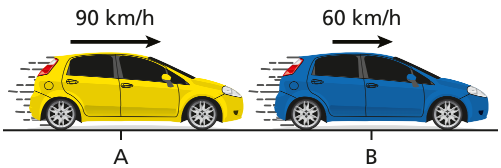
No caso de movimentos no mesmo sentido, o módulo da velocidade escalar relativa é calculado por:

$$|v_{rel}| = |v_A - v_B|$$

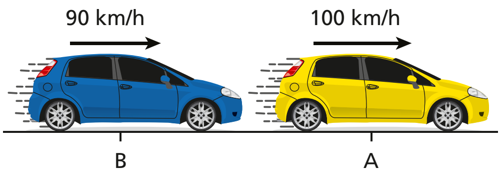
NOTA!

Se as partículas que se movimentam no mesmo sentido em determinada trajetória tiverem velocidades escalares iguais em relação ao solo, terão velocidade escalar relativa nula entre si.

Veja alguns exemplos:



$|v_{rel}| = |90 - 60| \therefore |v_{rel}| = 30$ km/h



$|v_{rel}| = |100 - 90| \therefore |v_{rel}| = 10$ km/h

Banco de imagens/Arquivo da editora

Movimentos em sentidos opostos

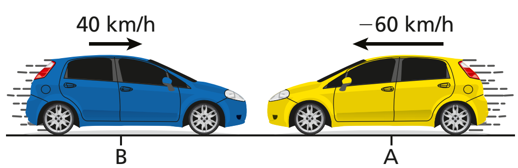
Consideremos agora a situação em que dois carros, **A**, a 100 km/h, e **B**, a 80 km/h, vão se cruzar em uma rodovia. Aqui, a velocidade escalar relativa de **A** em relação a **B** é de 180 km/h, tudo se passando como se **B** estivesse parado e somente **A** se movimentasse a 180 km/h.

No caso de movimentos em sentidos opostos, o módulo da velocidade escalar relativa é calculado por:

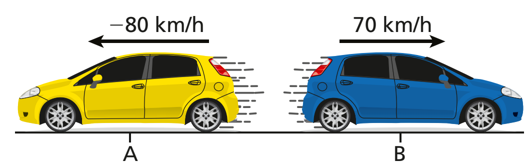
$$|v_{rel}| = |v_A| + |v_B|$$

Veja alguns exemplos:

Banco de imagens/Arquivo da editora



$|v_{rel}| = |40| + |-60| \therefore |v_{rel}| = 100$ km/h



$|v_{rel}| = |70| + |-80| \therefore |v_{rel}| = 150$ km/h

Em muitos casos, raciocinar em termos de velocidade escalar relativa pode ser bastante vantajoso, simplificando-se cálculos e gastando-se menos tempo na resolução de muitas questões.

Em exercícios em que se pede o intervalo de tempo até o encontro entre dois móveis, em vez de se trabalhar com as funções horárias do espaço das partículas, convém determinar esse tempo por velocidade escalar relativa.

Veja o exemplo a seguir, em que duas pequenas esferas, 1 e 2, vão colidir. Elas percorrem uma mesma trajetória retilínea, dotadas de movimentos uniformes, com as velocidades escalares indicadas no esquema. Estão apresentadas também as respectivas posições das esferas na origem dos tempos.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Qual será o intervalo de tempo Δt até a colisão das esferas?

Bem, por velocidade escalar relativa, tem-se:

$$|v_{rel}| = \left|\frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t}\right| \Rightarrow 10 + 30 = \frac{190 - 110}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{80}{40}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{\Delta t = 2{,}0 \text{ s}}$$

NOTA!

Δs_{rel} traduz o deslocamento escalar relativo, isto é, quanto uma partícula se deslocou em relação a um referencial ligado à outra. Essa grandeza difere do deslocamento escalar de qualquer um dos corpos em relação ao solo.

Ampliando o olhar

Velocidades maiores que a da luz no vácuo? Impossível!

Vimos neste tópico como calcular velocidades escalares relativas. Esse modo, no entanto, é satisfatório para velocidades de pequena magnitude, como as de veículos e objetos terrestres.

No início do século XX, ao publicar sua Teoria da Relatividade Restrita, Albert Einstein estendeu sobremaneira essa análise. Um dos postulados de seu estudo faz referência ao conceito de que a velocidade da luz no vácuo tem a mesma intensidade, $c \cong 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s, independentemente do referencial inercial em relação ao qual é medida. Este seria o limite supremo de velocidades no Universo, nada podendo exceder a rapidez da luz.

Para corpos cujas velocidades tenham intensidades da ordem da velocidade da luz no vácuo, o critério de cálculo da velocidade escalar relativa é bem diferente.

Suponhamos, por exemplo, uma nave **X** que se desloque em linha reta com velocidade de intensidade $v = 0{,}80c$ em relação a um referencial inercial **R**. Admitamos que dentro dessa nave movimente-se na mesma direção e sentido um objeto **Y** com velocidade de intensidade $u' = 0{,}60c$ em relação a **X**.

Qual será a intensidade da velocidade de **Y** em relação a **R**?

Conforme a Mecânica Clássica, deveríamos adicionar os efeitos do movimento de "arrastamento" provocado pela nave com o movimento "relativo" do objeto, obtendo-se uma velocidade *u* em relação a **R**, determinada por:

$$u = v + u' \Rightarrow u = 0{,}80c + 0{,}60c \Rightarrow u = 1{,}40c$$

Esse resultado, no entanto, conflita com o 2º Postulado da Relatividade Restrita. Recapitulando: o valor *c* da velocidade da luz no vácuo jamais pode ser ultrapassado.

Para situações como essa, o cálculo da velocidade de **Y** em relação a **R** deve obedecer a uma equação um tanto complexa, que leva em conta conceitos relativísticos.

$$\boxed{u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}}$$

No exemplo em discussão:

$$u = \frac{0{,}60c + 0{,}80c}{1 + \frac{0{,}80c \cdot 0{,}60c}{c^2}} \Rightarrow u = \frac{1{,}40c}{1 + \frac{0{,}48c^2}{c^2}} \Rightarrow u = \frac{1{,}40c}{1{,}48} \Rightarrow \boxed{u \cong 0{,}95c}$$

DESCUBRA MAIS

1. *Proxima Centauri*, uma anã vermelha, é a estrela mais próxima do sistema solar. Sua distância até o Sol é de aproximadamente 4,22 anos-luz, em que um ano-luz é a distância percorrida pela luz no vácuo durante um ano terrestre. Quanto tempo, em anos, a luz emitida pela *Proxima Centauri* gasta para atingir observatórios na Terra?

2. Pesquise a respeito das seguintes questões:

a) O movimento da Lua em torno da Terra é uniforme?

b) O movimento da Terra em torno do Sol é uniforme?

c) O movimento de Mercúrio em torno do Sol é uniforme?

Exercícios Nível 1

23. Considere dois trens, **A** e **B**, que trafegam em **E.R.** ferrovias retilíneas e paralelas com velocidades escalares constantes de módulos respectivamente iguais a 54 km/h e 72 km/h. Sabendo-se que esses trens têm comprimentos $L_A = 120$ m e $L_B = 90$ m, determine os intervalos de tempo para que um comboio passe completamente pelo outro nos seguintes casos:

a) **A** e **B** se movimentam em sentidos opostos;

b) **A** e **B** se movimentam no mesmo sentido.

Resolução:

As velocidades dos trens **A** e **B** são:

$$v_A = 54 \text{ km/h} = \frac{54}{3{,}6} \text{ m/s} = 15 \text{ m/s}$$

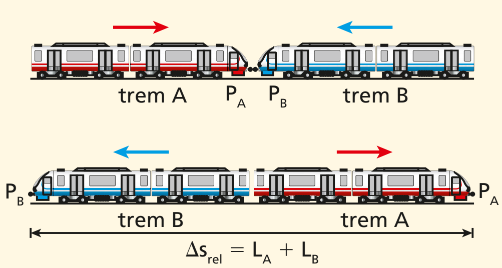
$$v_B = 72 \text{ km/h} = \frac{72}{3{,}6} \text{ m/s} = 20 \text{ m/s}$$

Esse exercício tem sua resolução bastante simplificada se raciocinarmos em termos de velocidade escalar relativa.

É importante observar que tanto no caso de os movimentos ocorrerem em sentidos opostos como no caso de ocorrerem no mesmo sentido, o deslocamento de um trem em relação ao outro é igual à soma dos comprimentos dos comboios, isto é, $\Delta s_{rel} = L_A + L_B$.

Observe isso nos esquemas seguintes.

a)



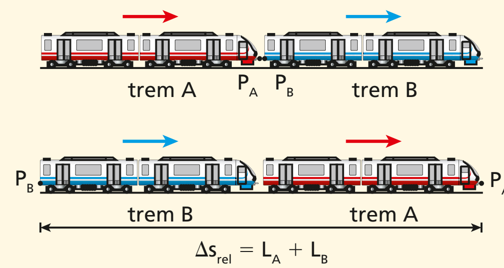
Banco de imagens/Arquivo da editora

$$v_{rel} = \frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t} \Rightarrow v_A + v_B = \frac{L_A + L_B}{T_1}$$

$$15 + 20 = \frac{120 + 90}{T_1}$$

$$T_1 = \frac{210}{35} \therefore \boxed{T_1 = 6{,}0 \text{ s}}$$

b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$v_{rel} = \frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t} \Rightarrow v_B - v_A = \frac{L_A + L_B}{T_2}$$

$$20 - 15 = \frac{120 + 90}{T_2}$$

$$\Rightarrow T_2 = \frac{210}{5} \quad \boxed{T_1 = 42 \text{ s}}$$

24. (FGV-SP) Uma ambulância de 6,0 m de comprimento se desloca a 90 km/h com a sirene ligada para atender a uma emergência em uma estrada retilínea. À sua frente viaja um treminhão carregado com cana de açúcar, com comprimento de 24,0 m, a 72 km/h. Ao ouvir o som da sirene, o motorista do treminhão posiciona seu veículo à direita para dar passagem à ambulância. A ultrapassagem começa no instante em que a dianteira da ambulância alcança a traseira do caminhão e acaba quando a traseira da ambulância emparelha-se com a frente do caminhão. Durante a ultrapassagem, a ambulância percorre em relação à estrada:

a) 50 m

b) 75 m

c) 100 m

d) 150 m

e) 200 m

25. (Unesp-SP) Em uma viagem de carro com sua família, um garoto colocou em prática o que havia aprendido nas aulas de Física. Quando seu pai ultrapassou um caminhão em um trecho reto da estrada, ele calculou a velocidade escalar do caminhão ultrapassado utilizando um cronômetro.

Reprodução/Unesp, 2016

(http://jiper.es. Adaptado.)

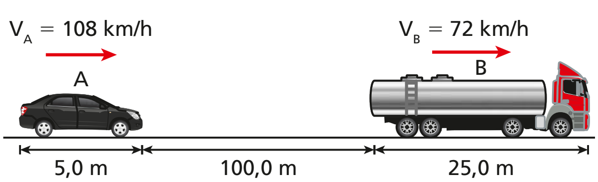
O garoto acionou o cronômetro quando seu pai alinhou a frente do carro com a traseira do caminhão e o desligou no instante em que a ultrapassagem terminou, com a traseira do carro alinhada com a frente do caminhão, obtendo 8,5 s para o tempo de ultrapassagem.

Em seguida, considerando-se a informação contida na figura e sabendo-se que o comprimento do carro era 4,0 m e que a velocidade escalar do carro permaneceu constante e igual a 30 m/s, ele calculou a velocidade escalar média do caminhão, durante a ultrapassagem, obtendo corretamente o valor

a) 24 m/s
b) 21 m/s
c) 22 m/s
d) 26 m/s
e) 28 m/s

Exercícios Nível 2

26. (Udesc) Um automóvel de passeio, **A**, em uma longa reta de uma rodovia, viaja com velocidade escalar constante de 108 km/h e à sua frente, à distância de 100,0 m, segue um caminhão, **B**, que viaja com velocidade escalar também constante de 72 km/h. O automóvel tem comprimento igual a 5,0 m e o caminhão, comprimento de 25,0 m, conforme ilustra o esquema abaixo, fora de escala, que retrata o instante $t_0 = 0$.



Reprodução/Arquivo da editora

Pede-se determinar:

a) o instante *t* em que se consuma a ultrapassagem completa de **A** sobre **B**;
b) a distância percorrida em relação à pista por cada veículo no intervalo de t_0 a *t*.

27. O jamaicano Usain Bolt é mesmo um fenômeno! Ele detém vários recordes mundiais, rivalizando-se com os maiores medalhistas de todos os tempos. No atletismo, é especialista em provas como os 100 e 200 metros rasos, além do revezamento 4 × 100 m por equipes.

Na Olimpíada do Rio de Janeiro – Rio 2016 – ele viveu outro momento de glória, agregando às suas conquistas mais três medalhas de ouro.

Fabrizio Bensch/Reuters/Fotoarena

Na prova de revezamento 4 × 100 m, com Bolt correndo os últimos 100 m, a equipe jamaicana ganhou a medalha de ouro na Rio 2016.

Admita que nos 100 m finais da prova de revezamento 4 × 100 m da Rio 2016, ao receber o bastão do companheiro de equipe, Bolt já estivesse com velocidade escalar de intensidade 12,5 m/s, 2,0 m atrás do adversário virtualmente campeão. Suponha, ainda, que o jamaicano tenha vencido a prova com uma vantagem de

2,0 s sobre o segundo colocado. Desprezando-se as dimensões dos atletas, ambos considerados em movimento uniforme ao longo de uma mesma reta, responda:

a) Qual o intervalo de tempo gasto por Bolt para completar os 100,0 m finais?

b) Qual a intensidade da velocidade escalar do segundo colocado?

c) Bolt ultrapassou seu adversário quantos metros depois de ter recebido o bastão?

28. Istambul (antiga Constantinopla), na Turquia, capital do velho Império Bizantino, é mesmo um lugar único, até porque tem uma parte de seu território na Europa e outra, na Ásia. A cidade é entrecortada pelo estreito de Bósforo, que estabelece uma conexão marítima entre o mar de Mármara e o mar Negro.

Reprodução/NASA

Na parte de baixo desta imagem está a cidade de Istambul, à esquerda situa-se o continente europeu e, à direita, o asiático.

De extremo a extremo, o estreito de Bósforo tem cerca de 30 km e sua profundidade na região do canal central gira em torno de 124 m, o que permite a navegação de embarcações de grande calado.

Suponha que no instante $t_0 = 0$ dois navios, **A** e **B**, de comprimentos respectivamente iguais a 100 m e 150 m, adentrem o estreito de Bósforo, o primeiro pelo mar Negro e o segundo, pelo mar de Mármara, com vistas a atravessar o canal ao longo de seu eixo central mais profundo. Se a velocidade escalar de **A** tem módulo igual a 30 nós e a de **B**, módulo igual a 20 nós, adotando-se 1 nó marítimo $\cong$ 1,8 km/h, pede-se determinar:

a) o instante t_E, em minutos, em que ocorre o encontro de **A** com **B**;

b) a distância D, em quilômetros, do ponto onde ocorre o encontro entre as duas embarcações à extremidade do estreito voltada para o mar Negro;

c) o intervalo de tempo T, em segundos, para que ocorra a passagem completa de um navio pelo outro.

29. Considere dois atletas **A** e **B** que correm no mesmo sentido ao longo da pista que aparece na fotografia abaixo (pista de atletismo do Estádio Olímpico no Rio de Janeiro-RJ) com velocidades escalares constantes. O atleta **A**, o mais veloz, completa o trajeto em 72 s, enquanto o **B**, o mais lento, completa o trajeto em 81 s.

Shaun Botterill/Getty Images

Com base nessas informações, responda:

a) Se a velocidade escalar de **A** é de 5,0 m/s, qual o comprimento L da pista?

b) A velocidade escalar de **B** é que fração da velocidade escalar de **A**?

c) De quanto em quanto tempo **A** adiciona mais uma volta de vantagem sobre **B**?

Exercícios Nível 3

30. (Vunesp) Vanderlei participou da Corrida Internacional de São Silvestre e manteve durante todo o percurso, que é de 15 km, a velocidade escalar constante de 10 km/h. Como largou entre a multidão que participa da corrida, quando Vanderlei passou pela linha de largada, o atleta que venceu a corrida já estava correndo há 21 minutos e desenvolveu durante todo o percurso a velocidade escalar constante de 20 km/h.

Quando o atleta que venceu a prova cruzou a linha de chegada, a distância, em quilômetros, que Vanderlei havia corrido após passar pela linha de largada era de

a) 3,0
b) 4,0
c) 5,0
d) 6,0
e) 7,0

31. (OBF) João Antônio foi aconselhado por seu médico a andar 2 000 m todos os dias. Como o tempo estava chuvoso e não desejando deixar de realizar a caminhada diária, ele resolveu ir para uma academia que possuísse uma esteira rolante.

a) No caso de a esteira movimentar-se com uma velocidade de módulo 4,0 m/s, quanto tempo, em minutos e segundos, será necessário para cumprir a recomendação médica?
b) Considerando-se o comprimento de cada passo igual a 80 cm, quantos passos ele dará em 1,0 segundo e no percurso total?

32. (Fuvest-SP) Marta e Pedro combinaram encontrar-se em um certo ponto de uma autoestrada plana, para seguirem viagem juntos. Marta, ao passar pelo marco zero da estrada, constatou que, mantendo uma velocidade escalar constante de 80 km/h, chegaria na hora certa ao ponto de encontro combinado. No entanto, quando ela já estava no marco do quilômetro 10, ficou sabendo que Pedro tinha se atrasado e, só então, estava passando pelo marco zero, pretendendo continuar sua viagem a uma velocidade escalar constante de 100 km/h. Mantendo essas velocidades, seria previsível que os dois amigos se encontrassem próximos a um marco da estrada com indicação de:

a) km 20
b) km 30
c) km 40
d) km 50
e) km 60

33. (OBF) Ao passar por uma cidade, viajando por uma rodovia a 80 km/h, o motorista percebeu que o indicador de combustível de seu veículo mostrava $\frac{3}{4}$ de tanque. Ao passar pela cidade seguinte, notou que o indicador registrava $\frac{1}{4}$ de tanque.

O manual do veículo afirma que o tanque tem uma capacidade de 48 litros e que o veículo faz 10 km/L (quilômetros por litro) à velocidade padrão de módulo 80 km/h. Admitindo-se que o manual do veículo esteja correto e que o motorista mantenha a velocidade escalar constante, o tempo gasto entre as duas cidades foi de:

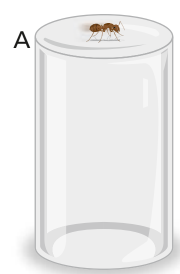
a) 1,0 h
b) 2,0 h
c) 3,0 h
d) 4,0 h
e) 5,0 h

34. (OPF) Uma formiga se movimenta com velocidade escalar constante de 1,0 mm/s na superfície de um cilindro. O cilindro tem altura de 20 mm e raio de 5 mm.

Utilize $\pi = 3$.

Qual o tempo mínimo que a formiga leva para ir do ponto **A** ao ponto **B**?

a) 60 s
b) 45 s
c) 30 s
d) 25 s
e) 10 s



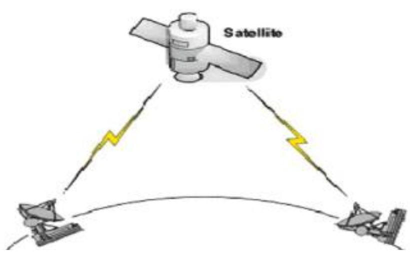
Reprodução/Arquivo da editora

35. No esquema fora de escala a seguir, um homem está diante de um alvo a 612 m deste, quando dispara um tiro. O projétil, suposto em movimento retilíneo e uniforme com velocidade de módulo 510 m/s, atinge o alvo e o ruído produzido pelo impacto é ouvido pelo homem 3,0 s após o disparo. Pede-se determinar o módulo da velocidade das ondas sonoras no local do tiro.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Para a prática do tiro esportivo, modalidade olímpica, o esportista deve requerer porte de arma ao órgão responsável.

36. (OBF) A velocidade do som no ar (cerca de 300 m/s) é grande para os padrões cotidianos, mas a velocidade da luz (300 000 km/s) é ainda muito maior. Essa propriedade permite as transmissões "ao vivo", nas quais o telespectador acredita que está assistindo ao evento ao mesmo tempo que ele acontece. A figura a seguir mostra como uma transmissão funciona a longas distâncias. Nas proximidades do evento a ser transmitido é instalada uma antena parabólica que utiliza ondas de rádio para enviar a imagem a um satélite geoestacionário. O satélite reflete esse sinal em direção à Terra, onde ele é captado por outra antena parabólica, próxima do telespectador.



a) Quando um juiz apita o início de uma partida de futebol, quanto tempo demora para que ele seja ouvido por um torcedor no estádio que está a 240 m de distância do juiz, adotando-se a velocidade do som mencionada acima?

b) Considerando-se que o atraso entre a captação da imagem e a recepção pelo telespectador deve-se exclusivamente à viagem entre as antenas e o satélite, calcule o atraso com que o telespectador vê o juiz apitar o início da partida, se a distância entre o satélite e as antenas for de 39 000 km.

37. (Efomm-RJ) Uma videochamada ocorre entre dois dispositivos móveis sobre a superfície da Terra, próximos à linha do Equador, mas em lados diametralmente opostos de um determinado meridiano. As informações, codificadas em sinais eletromagnéticos, trafegam por cabos de telecomunicações (fibras ópticas) praticamente à velocidade da luz ($3{,}0 \cdot 10^8$ m/s). Se o raio da Terra é próximo de $\frac{1}{15} \cdot 10^8$ m e adotando-se $\pi \cong 3$, o intervalo de tempo mínimo, em segundos, para que um desses sinais atinja o receptor e retorne ao transmissor é:

a) $\frac{1}{30}$

b) $\frac{1}{15}$

c) $\frac{2}{15}$

d) $\frac{1}{5}$

e) $\frac{3}{10}$

38. José Paulino realizou seu grande sonho de conhecer algumas montanhas dos Andes argentinos: Cerro Tronador, Cerro Catedral e Cerro López, na região de San Carlos de Bariloche.

Vista do Cerro Tronador: 3 354 m de altitude.

Em um dos dias de sua viagem, colocou-se a uma distância *d* de um grande penhasco vertical e passou a bater palmas com frequência constante igual 0,40 Hz. Ele notou que, transcorrido um intervalo tempo *T* do início de sua ação, cada vez que batia as mãos, recebia o eco correspondente à batida de mãos imediatamente anterior. Admitindo-se que o som se propagou isotropicamente e sem dissipações no ar local com velocidade de intensidade 340 m/s, determine:

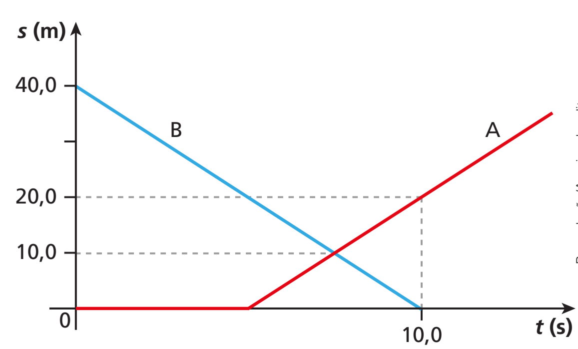
a) o valor de *T*;

b) o valor de *d*.

Considere:

A frequência (em hertz) é o inverso do período (em segundos) e este corresponde ao intervalo de tempo entre duas palmas sucessivas de José Paulino.

39. (AFA-SP) O diagrama abaixo representa as posições de dois corpos, **A** e **B**, em função do tempo.



Por esse diagrama, afirma-se que o corpo **A** iniciou o seu movimento, em relação ao corpo **B**, depois de

a) 2,5 s

b) 5,0 s

c) 7,5 s

d) 10,0 s

40. (Uerj) Uma partícula se afasta de um ponto de referência **O**, a partir de uma posição inicial **A**, no instante t = 0 s, deslocando-se em movimento retilíneo e uniforme.

A distância da partícula em relação ao ponto **O**, no instante t = 3,0 s, é igual a 28,0 m e, no instante t = 8,0 s, é igual a 58,0 m.

a) Calcule a velocidade escalar da partícula.

b) Determine a distância, em metros, da posição inicial **A** em relação ao ponto de referência **O**.

41. Escadas rolantes fazem parte do mundo moderno, estando presentes em locais de grande afluxo de pessoas, como metrôs, aeroportos, *shoppings*, etc. Propiciam maior comodidade nas subidas e descidas entre pisos situados em diferentes níveis.

Considere duas pessoas, $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$, que vão utilizar duas escadas rolantes paralelas, uma que sobe e outra que desce, de mesmo comprimento L, que interligam dois andares **A** e **B**. $\mathbf{P_1}$ utilizará a escada que sobe (velocidade escalar constante de módulo v_1) e $\mathbf{P_2}$ utilizará a escada que desce (velocidade escalar constante de módulo v_2). As pessoas não irão se movimentar em relação aos degraus das escadas. Sabendo-se que $\mathbf{P_2}$ embarca na sua escada depois de um intervalo de tempo T em relação ao embarque de $\mathbf{P_1}$, determine quanto tempo depois do embarque de $\mathbf{P_1}$ uma pessoa passará ao lado da outra.

42. Em determinado instante da empolgante final da Corrida de São Silvestre, realizada em 31 de dezembro de 1997, o paranaense Emerson Iser Bem estava 25 m atrás do favorito, o queniano Paul Tergat, quando, numa reação espetacular, imprimiu uma velocidade escalar constante de 7,7 m/s, ultrapassando Tergat e vencendo a prova com uma vantagem de 75 m. Admitindo que a velocidade escalar de Tergat se manteve constante e igual a 5,2 m/s, calcule o intervalo de tempo decorrido desde o instante em que Iser Bem reagiu, imprimindo a velocidade escalar de 7,7 m/s, até o instante em que cruzou a linha de chegada.

43. (PUC-GO) Duas partículas, **A** e **B**, estão com movimentos uniformes em uma mesma circunferência de comprimento 6,0 m.

As partículas se encontram a cada 3,0 s quando se movem no mesmo sentido e a cada 1,0 s quando se movem em sentidos opostos.

Calcule os módulos das velocidades das partículas, sabendo-se que **A** é mais rápida que **B**.

44. Trafegando ao longo de uma rodovia retilínea, um caminhão-cegonha de comprimento igual a 24,0 m vai ultrapassar um pedestre que caminha pelo acostamento no mesmo sentido do movimento do veículo.

Cesar Diniz/Pulsar Imagens

Ambos os movimentos são uniformes e a velocidade escalar do caminhão é o quíntuplo da do pedestre. Quantos metros o pedestre caminhará em relação à estrada enquanto estiver sendo ultrapassado pelo caminhão?

45. (Olimpíada de Física da Unicamp) Dois trens, cada um com uma velocidade constante de módulo 30 km/h, estão indo ao encontro um do outro na mesma linha retilínea. Um pássaro com velocidade constante de módulo 60 km/h sai de um dos trens quando estes se encontram a 60 km de distância e vai direto, em linha reta, ao outro trem. Ao chegar ao outro trem, ele voa de volta ao primeiro trem, com velocidade de mesmo módulo 60 km/h, e repete o movimento até os trens colidirem. Despreze o tempo gasto pelo pássaro para inverter sua velocidade ao chegar a cada trem.

A distância total percorrida pelo pássaro até ser esmagado quando os trens colidirem

a) vale 15 km.

b) vale 30 km.

c) vale 60 km.

d) vale 120 km.

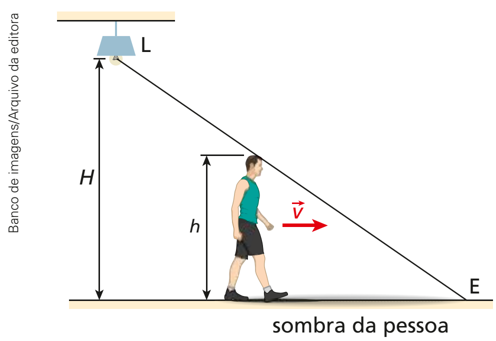
e) está indeterminada.

46. Considere dois carros **A** e **B** que vão realizar uma corrida em um circuito circular. Observa-se que o carro **A** dá uma volta completa a cada intervalo de 1 min 20 s, enquanto o carro **B**, nesse mesmo intervalo de tempo, realiza apenas 90% de uma volta. Estando o carro **A** meia volta atrás do carro **B**, o intervalo de tempo necessário para que **A** alcance **B** vale T. Determine:

a) o intervalo de tempo T_B que o carro **B** gasta para dar uma volta no circuito;

b) o valor de T.

47. À noite, numa quadra esportiva, uma pessoa de altura h caminha em movimento retilíneo e uniforme com velocidade escalar v. Apenas uma lâmpada **L**, que pode ser considerada uma fonte luminosa puntiforme e que se encontra a uma altura H do piso, está acesa.
Determine, em função de H, h e v, a velocidade escalar média v_E da extremidade **E** da sombra da pessoa projetada no chão.



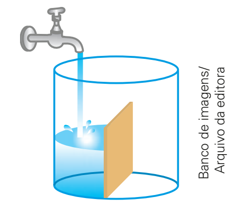
48. Suponha que você more em uma cidade dotada de muitos arranha-céus e que sua residência seja em um prédio alto equidistante dos topos de dois grandes edifícios de alturas iguais, **A** e **B**, separados horizontalmente por 3,0 km. De uma das janelas de seu apartamento, você assiste diariamente aviões a caminho do pouso em um aeroporto próximo. Certo dia, você nota que um avião, em rota de aterrissagem (movimento uniforme em trajetória horizontal, paralela à reta que liga os topos de **A** e **B**), passa diante do prédio **B** 1,0 min 40 s depois de haver passado diante do prédio **A**. Considerando-se que sua distância até **A** ou **B** é de 2,5 km e que a distância de seus olhos à trajetória do avião é igual a 4,0 km, determine a velocidade escalar da aeronave no referido trecho, em km/h.

49. Um avião, voando paralelamente ao solo plano e horizontal, a 4 000 m de altitude com velocidade escalar constante v_A, passou por um ponto **A** e depois por um ponto **B**, distante 3 000 m de **A**. Um observador no solo, em repouso em um ponto **O** da vertical do ponto **B**, começou a ouvir o som do avião proveniente de **A** 4,0 s antes de ouvir o som proveniente de **B**. Se o som se propaga no ar ambiente a 320 m/s, pede-se:

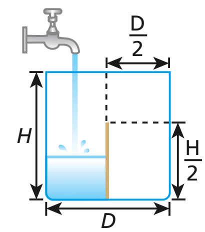
a) calcular o valor de v_A, em m/s;

b) dizer se o avião em questão é supersônico ou não.

50. Considere um frasco cilíndrico de diâmetro D e altura H e uma placa retangular impermeável de base D e altura $\frac{H}{2}$, perfeitamente encaixada e assentada no fundo do frasco, conforme ilustram as duas figuras.
Uma torneira despeja água dentro do frasco, vazio no instante $t_0 = 0$, com vazão rigorosamente constante.



perspectiva

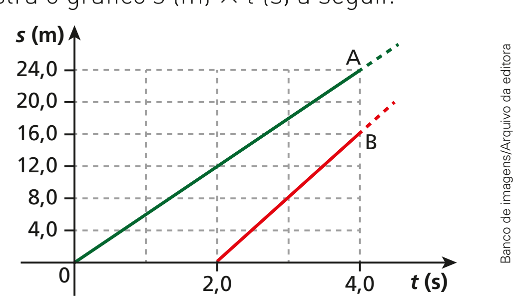


perfil

a) Sendo y a maior altura da superfície livre da água em relação à base do frasco e t o tempo, trace o gráfico de y em função de t desde $t_0 = 0$ até $t = T$ (frasco totalmente cheio).

b) Determine a relação entre as velocidades escalares de subida da superfície livre da água no frasco no início do enchimento do recipiente, v_i, e no final do processo, v_f.

51. Em um torneio de atletismo, dois corredores, **A** e **B**, passam por determinado ponto da pista, que será designado origem dos espaços ($s_0 = 0$), em instantes diferentes. O corredor **A** passa por esse local no instante $t_0 = 0$; e o corredor **B**, embora mais veloz que **A**, passa por esse mesmo local dois segundos atrasado, isto é, em $t = 2,0$ s. Os dois corredores seguem no sentido positivo da pista, descrevendo movimentos uniformes, como mostra o gráfico s (m) × t (s) a seguir.



Com base nessas informações, pede-se determinar:

a) as funções horárias do espaço, $s = f(t)$, em unidades SI, para os corredores **A** e **B**;

b) o espaço associado à posição em que **B** ultrapassa **A**;

c) o espaço associado à posição de **A** no instante em que **B** cruza a linha de chegada, na posição $s = 240$ m.

TÓPICO

3

Movimento uniformemente variado

Sergio Dotta Jr./Arquivo da editora

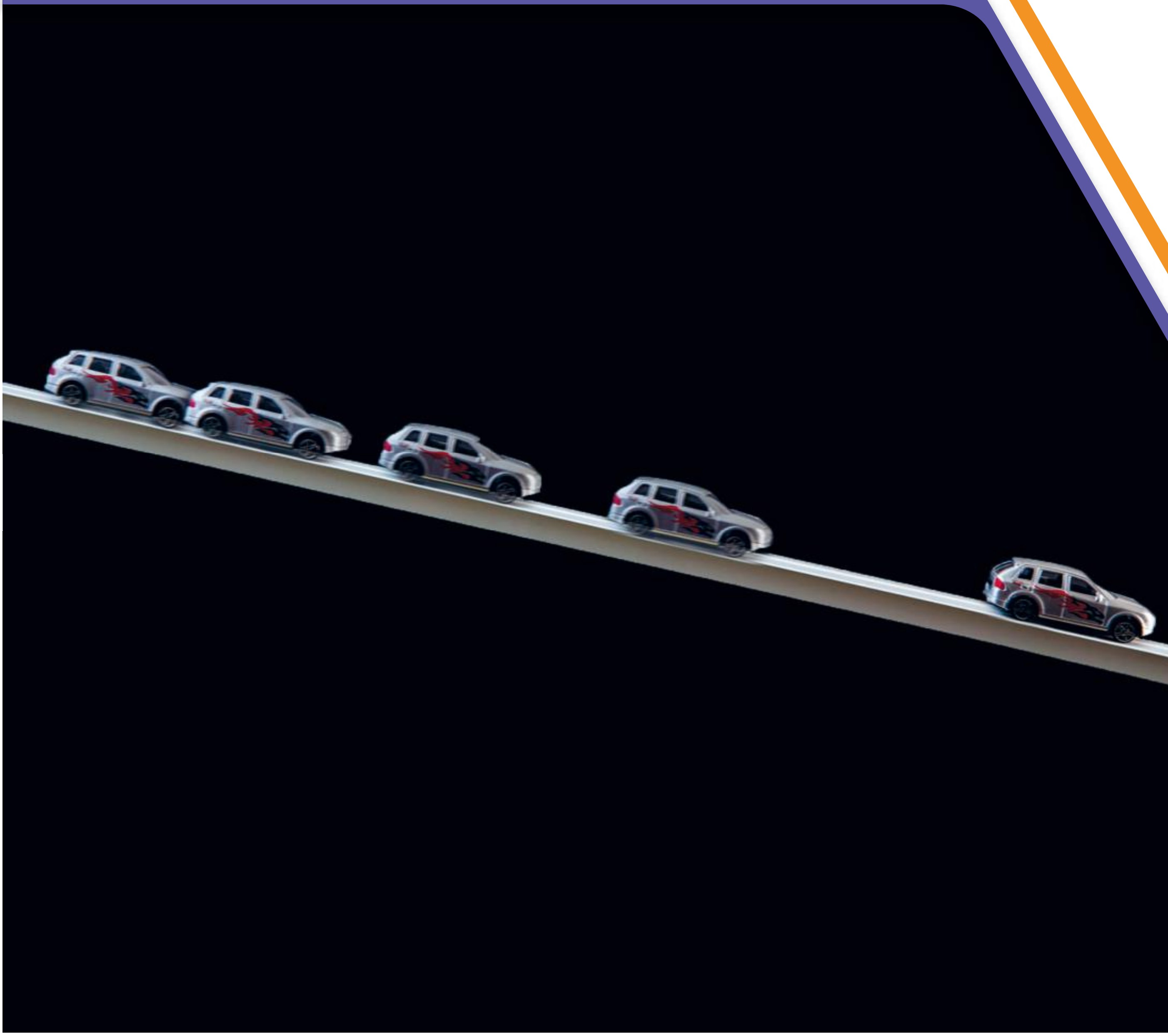


Foto estroboscópica de um carrinho descendo um plano inclinado.

Na imagem acima, um carrinho se desloca com aceleração escalar praticamente constante (não nula). Nesse caso a velocidade escalar varia uniformemente, isto é, sobre variações iguais em intervalos de tempo sucessivos e iguais. As distâncias percorridas nesses intervalos variam em progressão aritmética e este é um movimento uniformemente variado. Estudaremos neste tópico o conceito desse importante movimento com suas equações e propriedades. Uma análise gráfica será desenvolvida conjuntamente com vistas a uma visão consistente do assunto.

Bloco 1

1. Introdução

Muitas atitudes, ações ou *performances* são dignas de aplausos, como se verifica no encerramento de um bom espetáculo teatral ou musical. Nessas ocasiões, batemos as mãos vigorosamente no intuito de gerar o som característico de bater palmas para demonstrar apreciação ao espetáculo. Nesse caso, as mãos saem do repouso e descrevem movimentos acelerados, como sugere a imagem abaixo.

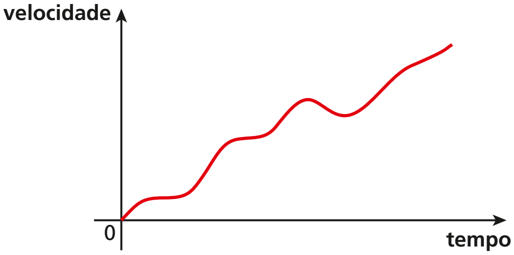
Carlos Luvizari/Acervo da editora

Vamos aplaudir!

Para obter sons fortes e contundentes, empreendemos ações musculares que fazem a velocidade das mãos se intensificar. Essas batidas de palmas se repetem periodicamente, reproduzindo em cada ciclo o breve movimento acelerado de cada uma das mãos.

Mas como seria o crescimento da intensidade da velocidade escalar de uma das mãos?

Talvez, bastante irregular, como ilustra o gráfico abaixo.

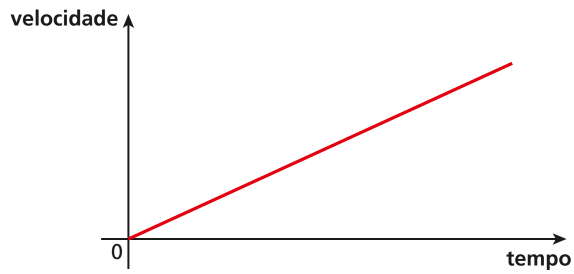


Banco de imagens/Arquivo da editora

Já se largarmos um carrinho em uma rampa, como mostra a fotografia estroboscópica da abertura deste tópico, ele também vai descrever um movimento acelerado, porém de maneira mais "regular" que a verificada no exemplo anterior.

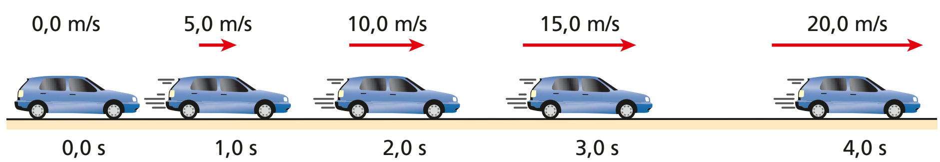
Se não levarmos em conta o atrito nem a resistência do ar, poderemos verificar que o valor absoluto da velocidade escalar do carrinho vai, nesse caso, crescer uniformemente, isto é, vai sofrer incrementos iguais em intervalos de tempo sucessivos e iguais.

Numa situação ideal, o gráfico da velocidade escalar do carrinho em função do tempo terá o aspecto indicado abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Veja uma situação concreta adiante em que um carro parte do repouso em movimento acelerado.

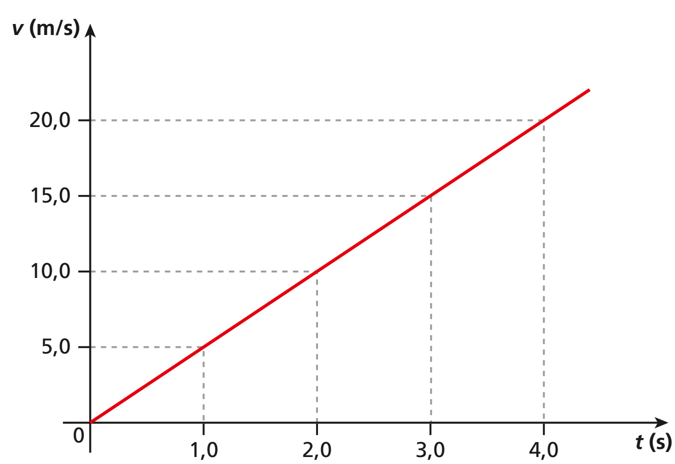


Banco de imagens/Arquivo da editora

Observe que em cada segundo que passa, a velocidade escalar do carro sofre sempre o mesmo acréscimo: 5,0 m/s. Isso significa que, nesse exemplo, a aceleração escalar é constante, podendo ser determinada por:

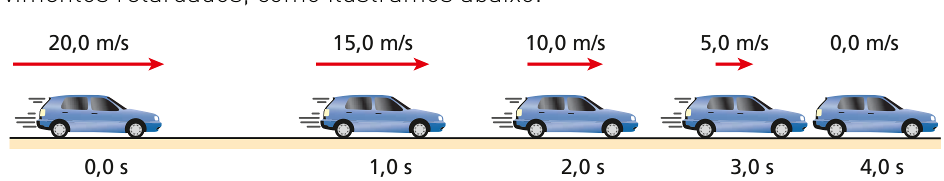
$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{5{,}0\ \frac{m}{s}}{1{,}0\ s} \Rightarrow \boxed{\alpha = 5{,}0\ m/s^2}$$

O gráfico da velocidade escalar em função do tempo para essa situação tem o aspecto indicado no diagrama abaixo. Observe que a velocidade escalar cresce **uniformemente** com o passar do tempo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Esse comportamento da velocidade escalar também pode ser notado em movimentos retardados, como ilustramos abaixo.



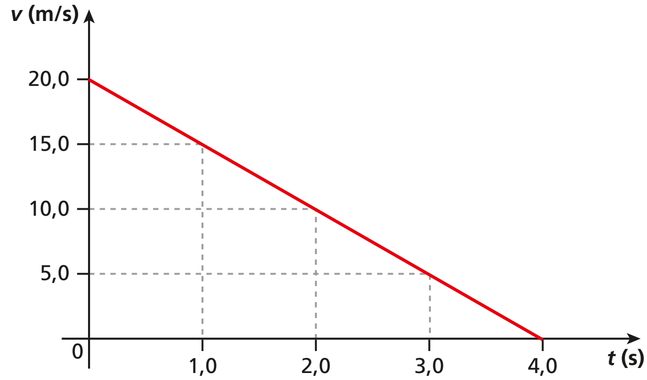
Banco de imagens/Arquivo da editora

Observe que, a cada segundo transcorrido, a velocidade escalar do carro sofre sempre o mesmo decréscimo: $-5{,}0$ m/s. Isso significa que, nesse exemplo, a aceleração escalar é constante, podendo ser determinada por:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{-5{,}0\ \frac{m}{s}}{1{,}0\ s}$$

$$\boxed{\alpha = -5{,}0\ m/s^2}$$

O gráfico da velocidade escalar em função do tempo para essa situação tem o aspecto indicado no diagrama abaixo. Observe que a velocidade escalar decresce **uniformemente** com o passar do tempo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Diante disso, apresentamos a seguinte definição:

Denomina-se **movimento uniformemente variado** (em qualquer trajetória) todo aquele em que a velocidade escalar varia **uniformemente** com passar do tempo, isto é, sofre variações iguais em intervalos de tempo iguais.

Daí decorre que:

No movimento uniformemente variado, **a aceleração escalar é constante e diferente de zero**.

$$\boxed{\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{constante} \neq 0}$$

Movimentos uniformemente variados podem ocorrer em **qualquer trajetória**.

JÁ PENSOU NISTO?

Com aceleração escalar constante?

Gotas de água que se desprendem de uma torneira mal fechada realizam até a pia um movimento quase uniformemente variado (acelerado). Nota-se que a velocidade escalar das gotas cresce numa taxa próxima de 1,0 m/s a cada 0,1 s, o que confere a elas uma aceleração escalar constante de 10,0 m/s^2.

Essa aceleração é provocada pelo campo gravitacional terrestre, como será mais bem conceituado em Dinâmica, sendo denominada **aceleração da gravidade**.

Carlos Marques/Shutterstock

2. Função horária da velocidade escalar

Consideremos uma partícula percorrendo uma trajetória orientada, como representa a figura abaixo, em movimento uniformemente variado. Seja α a aceleração escalar constante dessa partícula. Suponhamos que no instante $t_0 = 0$ (origem dos tempos), a velocidade escalar da partícula tenha valor v_0 (velocidade escalar inicial) e que em um instante posterior qualquer, t, essa velocidade tenha magnitude v.

Banco de imagens/Arquivo da editora

No movimento uniformemente variado, a aceleração escalar instantânea tem valor igual ao da aceleração escalar média. Logo:

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Considerando $t_0 = 0$, segue-se que:

$$\alpha = \frac{v - v_0}{t} \Rightarrow \alpha t = v - v_0$$

De onde se obtém:

$$\boxed{v = v_0 + \alpha t}$$

Veja que a função obtida é do 1º grau (função afim), como era de se esperar, já que a velocidade escalar no movimento uniformemente variado varia **uniformemente com o tempo**.

NOTA!

Sempre que a dependência matemática entre duas grandezas quaisquer, *a* e *b*, for regida por uma função do 1º grau (função afim), poderemos dizer que *a* varia uniformemente com *b*. Assim, por exemplo, se a temperatura ao longo de um dia estiver variando com o tempo, conforme uma função do 1º grau, poderemos dizer que a temperatura varia uniformemente com o tempo.

3. Gráfico da velocidade escalar em função do tempo

Como vimos, no movimento uniformemente variado, a velocidade escalar varia **uniformemente**, isto é, sofre variações iguais em intervalos de tempo iguais.

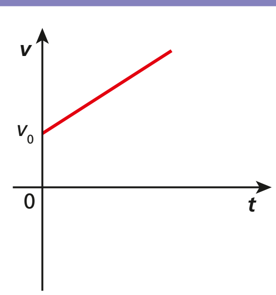
Isso está relacionado com a função horária do 1º grau que apresentamos acima, no item 2.

Tal comportamento da velocidade escalar é traduzido graficamente em função do tempo por um segmento de reta oblíquo, como já expusemos no item 1.

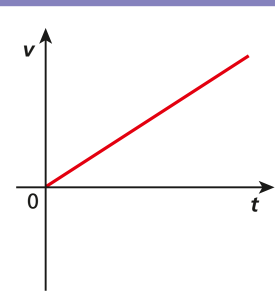
Quem determina se a reta será crescente ou decrescente é o sinal da aceleração escalar. Se $\alpha > 0$, a reta será crescente e se $\alpha < 0$, a reta será decrescente.

Veja os casos a seguir.

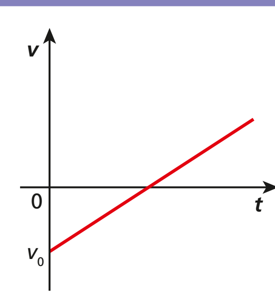
Gráficos *v* × *t* quando a aceleração escalar é positiva



velocidade escalar inicial positiva



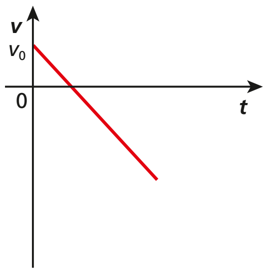
velocidade escalar inicial nula



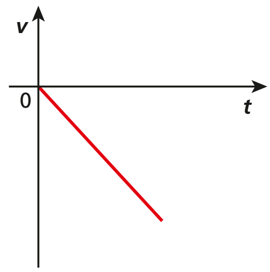
velocidade escalar inicial negativa

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

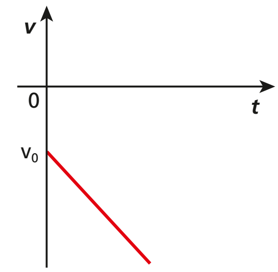
Gráficos $v \times t$ quando a aceleração escalar é negativa



velocidade escalar inicial positiva



velocidade escalar inicial nula



velocidade escalar inicial negativa

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

4. Gráfico da aceleração escalar em função do tempo

A constância da aceleração escalar nos movimentos uniformemente variados pode ser traduzida em função do tempo por um gráfico paralelo ao eixo dos tempos.

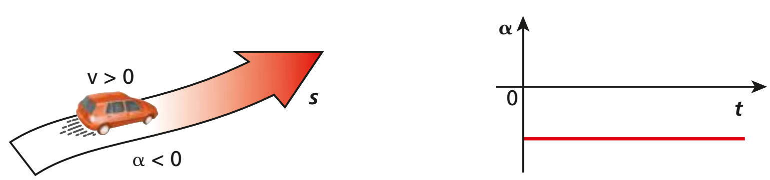
Veja as situações abaixo:

(I) Movimento progressivo e uniformemente acelerado

Banco de imagens/Arquivo da editora

(II) Movimento progressivo e uniformemente retardado

Banco de imagens/Arquivo da editora



(III) Movimento retrógrado e uniformemente acelerado

Banco de imagens/Arquivo da editora

(IV) Movimento retrógrado e uniformemente retardado

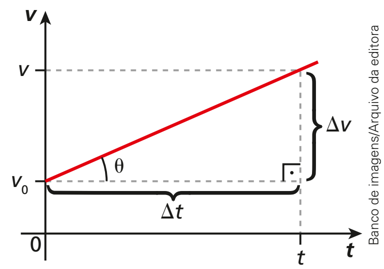
Banco de imagens/Arquivo da editora

5. Propriedades gráficas

As propriedades que apresentamos a seguir podem ser bastante vantajosas na resolução de exercícios.

Propriedades do gráfico da velocidade escalar em função do tempo

1ª Propriedade



Vamos considerar o caso particular ao lado em que está traçado o gráfico da velocidade escalar *v* em função do tempo *t* para um movimento uniformemente variado. Seja θ o ângulo formado entre o gráfico e o eixo do tempo (declividade da reta).

Com base no triângulo retângulo da figura ao lado, podemos constatar que a tangente do ângulo θ expressa a relação entre a variação de velocidade escalar sofrida pelo móvel, Δ*v*, e o intervalo de tempo correspondente, Δ*t*.

De fato:

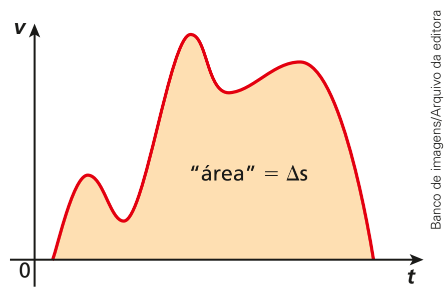
$$\text{tg}\ \theta = \frac{v - v_0}{t - 0} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Dizemos, então, que a declividade do gráfico fornece uma medida da **aceleração escalar**.

$$\text{tg}\ \theta = \alpha$$

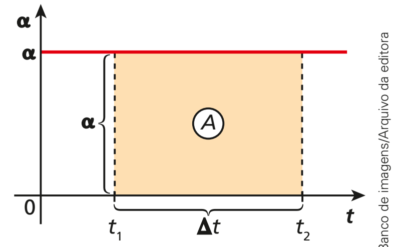
Diante dessa conclusão, podemos dizer que quanto mais inclinado for o gráfico *v* × *t* em relação ao eixo dos tempos (mais verticalizado), isto é, quanto maiores forem θ e tg θ, maior será a magnitude da aceleração escalar da partícula.

2ª Propriedade



Como foi apresentado no tópico anterior, a "área" compreendida entre o gráfico *v* × *t* e o eixo dos tempos fornece, no intervalo de tempo delimitado por dois instantes quaisquer, uma medida da variação de espaço ou deslocamento escalar da partícula nesse intervalo.

Propriedade do gráfico da aceleração escalar em função do tempo



Consideremos o caso particular do gráfico da aceleração escalar em função do tempo, α × *t*, esboçado ao lado. Como se pode notar, trata-se de um movimento uniforme uniformemente variado, já que a aceleração escalar é constante. Vamos escolher dois instantes quaisquer, t_1 e t_2, e calcular a "área" *A* que eles determinam entre o gráfico e o eixo dos tempos.

A região destacada na figura é um retângulo, cuja base representa o intervalo de tempo Δt entre t_1 e t_2 e a altura representa a aceleração escalar, α.

Lembrando-se de que a área de um retângulo é obtida multiplicando-se a medida de sua base pela medida da altura, tem-se:

$$A = \Delta t\ \alpha \quad \text{(I)}$$

Como

$$\alpha = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Temos que

$$\Delta v = \Delta t\ \alpha \quad \text{(II)}$$

Comparando-se as expressões (I) e (II), concluímos que:

$$\boxed{A = \Delta v}$$

NOTA!

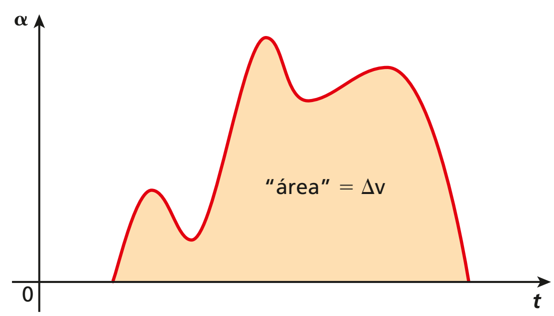
A palavra área foi grafada entre aspas porque o que se calculou não foi simplesmente a área geométrica do retângulo, mas o produto daquilo que representa sua base (Δt) por aquilo que representa sua altura (α).

Dizemos, então, que a "área" compreendida entre o gráfico $\alpha \times t$ e o eixo dos tempos fornece, no intervalo de tempo delimitado pelos instantes t_1 e t_2, uma medida da variação de velocidade escalar da partícula.

Pode-se demonstrar que o cálculo dessa "área" também fornece a variação da velocidade escalar em gráficos de formatos quaisquer.

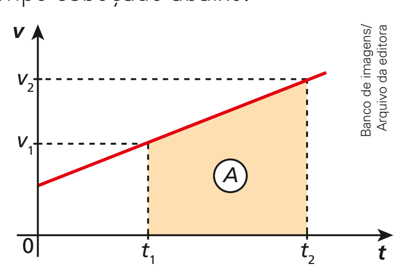
NOTA!

A demonstração formal e ampla dessa propriedade requer o uso de elementos de Cálculo Diferencial e Integral, o que não é do escopo deste curso.



6. Propriedade da velocidade escalar média

Consideremos uma partícula em movimento uniformemente variado conforme o gráfico da velocidade escalar em função do tempo esboçado abaixo.



A área *A* destacada traduz a variação de espaço da partícula (deslocamento escalar), $\Delta s = s_2 - s_1$, no intervalo de tempo considerado, $\Delta t = t_2 - t_1$.

Recordemos que a área de um trapézio, como o destacado no diagrama, é dada fazendo-se:

$$\text{área} = \frac{(\text{base maior} + \text{base menor})\ \text{altura}}{2}$$

Diante disso, tem-se que:

$$\Delta s = \text{"área"} \Rightarrow \Delta s = \frac{(v_2 + v_1)(t_2 - t_1)}{2} \quad \text{(I)}$$

A velocidade escalar média da partícula no intervalo de tempo considerado, porém, pode ser expressa por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{\Delta s}{t_2 - t_1} \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se (I) em (II), segue-se que:

$$v_m = \frac{(v_2 + v_1)(t_2 - t_1)}{2(t_2 - t_1)}$$

De onde se conclui:

$$v_m = \frac{v_2 + v_1}{2}$$

No movimento uniformemente variado, a **velocidade escalar média** entre dois instantes quaisquer é a **média aritmética** das velocidades escalares determinadas nesses dois instantes.

No exemplo esquematizado abaixo, o carro realiza um movimento uniformemente acelerado.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Nesse intervalo de tempo, sua velocidade escalar média fica determinada fazendo-se:

$$v_m = \frac{v_2 + v_1}{2} \Rightarrow v_m = \frac{90 + 60}{2} \therefore \boxed{v_m = 75 \text{ km/h}}$$

Exercícios Nível 1

1. Acerca de uma partícula em movimento uniformemente acelerado, analise as afirmações a seguir e identifique as corretas:

(01) A velocidade escalar da partícula é constante.

(02) A aceleração escalar da partícula é constante (não nula).

(04) A velocidade escalar da partícula é crescente com o tempo de acordo com uma função do 1º grau.

(08) A velocidade escalar da partícula é crescente com o tempo de acordo com uma função do 2º grau.

(16) A velocidade escalar média da partícula entre dois instantes é a média aritmética das velocidades escalares nesses instantes.

(32) A trajetória descrita pela partícula é retilínea.

Dê como resposta a soma dos códigos associados às proposições corretas.

2. E.R. As primeiras passadas após a largada de uma prova de 100 metros rasos são decisivas no resultado final. Aí deve preponderar a explosão muscular do atleta para se atingir, a partir do repouso, elevadas velocidades finais.

Joe McNally/Sports Illustrated/Getty Images

Suponha que na largada de uma prova de 100 metros rasos um determinado atleta tenha percorrido os 36,0 m iniciais em exatos 5,76 s, com aceleração escalar constante, e que, após esse intervalo de tempo, ele tenha seguido em movimento uniforme até a linha final.

Com base nessas informações, responda:

a) Qual a velocidade escalar final com que o atleta concluiu a prova?

b) Qual a intensidade da aceleração escalar nos 36,0 m iniciais?

c) Em quanto tempo o atleta concluiu a prova?

Resolução:

A velocidade escalar média nos movimentos em geral é definida por:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{(I)}$$

No movimento uniformemente variado, como é o caso do atleta em estudo, nos 36,0 m iniciais da prova, a velocidade escalar média pode ser calculada pela seguinte média aritmética:

$$v_m = \frac{v_0 + v}{2} \quad \text{(II)}$$

Comparando-se as expressões (I) e (II), segue-se que:

$$\frac{v_0 + v}{2} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

No caso, com $v_0 = 0$, $\Delta s_1 = 36{,}0$ m e $\Delta t_1 = 5{,}76$ s, determina-se a velocidade escalar v_1 do atleta no instante final do processo de arrancada.

$$\frac{0 + v_1}{2} = \frac{36{,}0}{5{,}76} \therefore \boxed{v_1 = 12{,}5 \text{ m/s}}$$

Esta também é a velocidade escalar final com que o atleta concluiu a prova.

A aceleração escalar do corredor pode ser obtida aplicando-se a função horária da velocidade escalar:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 12{,}5 = \alpha \cdot 5{,}76 \therefore \boxed{\alpha \cong 2{,}17 \text{ m/s}^2}$$

Depois de percorrer os 36,0 m iniciais, o atleta ainda tem pela frente outros 64,0 m a serem descritos com velocidade escalar constante de 12,5 m/s.

Cálculo do intervalo de tempo gasto neste trecho final:

$$v = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_2 \Rightarrow 12{,}5 = \frac{64{,}0}{\Delta t_2} \therefore \boxed{\Delta t_2 = 5{,}12 \text{ s}}$$

Sendo *T* o intervalo de tempo total da prova, podemos escrever que:

$$T = \Delta t_1 + \Delta t_2 \Rightarrow T = 5{,}76 + 5{,}12$$

Da qual:

$$\boxed{T = 10{,}88 \text{ s}}$$

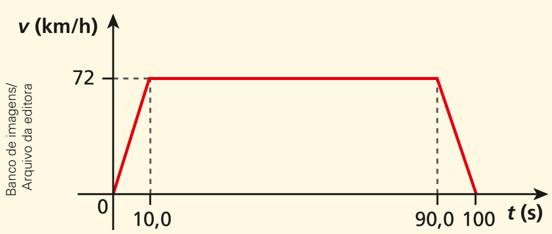
3. José Ribamar adorava visitar o movimentado aeroporto de sua cidade para assistir a sucessivos pousos e decolagens de aeronaves diversas. Certo dia, ele estimou que determinado avião, ao partir do repouso para decolar, percorreu 800 m na pista até alçar voo, decorridos 20,0 s do início do procedimento.

Admitindo-se que a aeronave tenha acelerado com intensidade constante, pede-se determinar:

a) a velocidade escalar do avião no instante correspondente ao fim da corrida na pista, em km/h;

b) a aceleração escalar da aeronave, em m/s^2.

4. **E.R.** O gráfico abaixo mostra a variação da velocidade escalar de uma composição do metrô em função do tempo entre duas estações **A** e **B** separadas por um trecho retilíneo da ferrovia.



Com base nessas informações, responda:

a) Quais os módulos das acelerações escalares do trem, em m/s^2, na arrancada e na freada?

b) Qual a distância, em km, que separa as estações **A** e **B**?

c) Qual a velocidade escalar média da composição, em km/h, entre as estações **A** e **B**?

Resolução:

a) $72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{72{,}0}{3{,}6} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Tanto na arrancada como na freada, a composição sofre uma variação de velocidade escalar módulo igual a 20,0 m/s durante 10,0 s. Isso significa que nessas duas etapas o metrô tem acelerações escalares com módulos iguais. Sendo α a magnitude dessas acelerações, tem-se:

$$\alpha = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} \Rightarrow \alpha = \frac{20{,}0 \text{ m/s}}{10{,}0 \text{ s}}$$

Da qual:

$$\boxed{\alpha = 2{,}0 \text{ m/s}^2}$$

b) A distância que separa as estações **A** e **B** pode ser determinada pela "área" entre o gráfico e o eixo dos tempos (trapézio):

$$\Delta s = \frac{(100 + 80) \cdot 20}{2} \therefore \Delta s = 1\,800 \text{ m}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{\Delta s = 1{,}8 \text{ km}}$$

c) A velocidade escalar média fica determinada pela definição dessa grandeza:

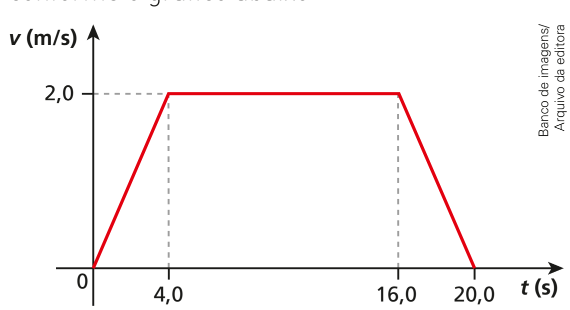
$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{1800 \text{ m}}{100 \text{ s}}$$

$$v_m = 18{,}0 \text{ m/s} \Rightarrow v_m = 18{,}0 \cdot 3{,}6 \text{ km/h}$$

$$v_m = 18{,}0 \cdot 3{,}6 \text{ km/h} \Rightarrow \boxed{v_m = 64{,}8 \text{ km/h}}$$

5. Uma das invenções fundamentais que permitiram que se modificasse radicalmente o padrão arquitetônico das grandes cidades foi a do elevador. Esse equipamento, apresentado em versão segura pelo estadunidense Elisha Graves Otis em 1853, permitiu uma rápida modificação no panorama urbano mundial com o advento das edificações verticais.

Admita que um funcionário, desejando subir a um andar superior do prédio onde trabalha, tenha tomado o elevador no instante $t_0 = 0$, e que esse rapaz tenha desembarcado do equipamento no instante $t = 20{,}0$ s. A velocidade escalar do elevador variou com o tempo ao longo desse trajeto conforme o gráfico abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

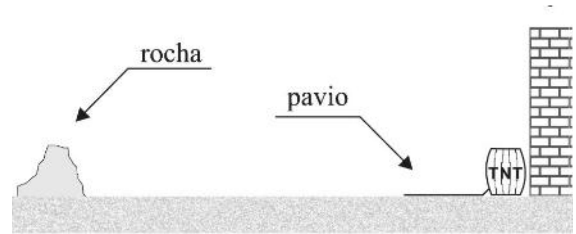
Sabendo-se que o funcionário embarcou no elevador no 3º andar e que a distância vertical entre os pisos de dois andares consecutivos é constante e igual a 4,0 m, responda:

a) Quais os módulos das acelerações escalares do elevador na arrancada e na freada?

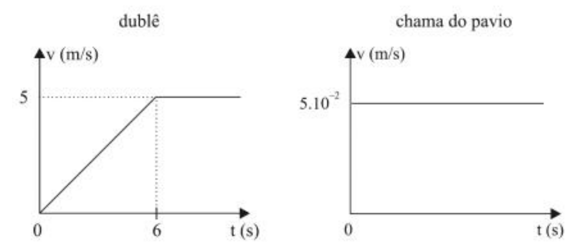
b) Em que andar o funcionário desembarcou?

c) Qual a velocidade escalar média do elevador no percurso considerado?

6. (Ufscar-SP) Em um filme, para explodir a parede da cadeia a fim de que seus comparsas pudessem escapar, o "bandido" ateia fogo a um pavio de 0,60 m de comprimento, que tem sua outra extremidade presa a um barril contendo pólvora. Enquanto o pavio queima, o "bandido" se põe a correr em sentido oposto e, no momento em que salta sobre uma rocha, o barril explode.



Reprodução/Ufscar, 2006

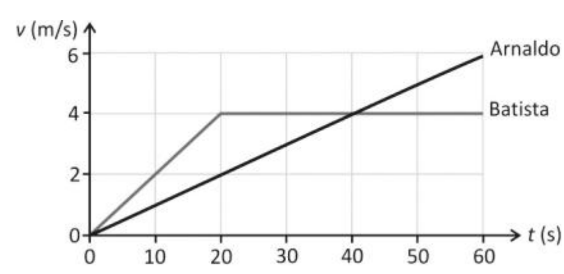


Reprodução/Ufscar, 2006

Ao planejar essa cena, o piroplasta utilizou os dados gráficos obtidos cuidadosamente da análise das velocidades do dublê (que representa o bandido) e da chama no pavio, o que permitiu determinar que a rocha deveria estar a uma distância, relativamente ao ponto em que o pavio foi aceso, em m, de:

a) 20,0
b) 25,0
c) 30,0
d) 40,0
e) 45,0

7. (Fuvest-SP) Arnaldo e Batista disputam uma corrida de longa distância. O gráfico das velocidades escalares dos dois atletas, no primeiro minuto da corrida, é mostrado a seguir.



Reprodução/Fuvest, 2014

Determine:

a) a aceleração escalar a_B de Batista em $t = 10$ s;

b) as distâncias d_A e d_B percorridas por Arnaldo e Batista, respectivamente, até $t = 50$ s;

c) a velocidade escalar média v_A de Arnaldo no intervalo de tempo entre 0 a 50 s.

8. Se beber, não dirija!

A ingestão de álcool, a depender da dose, pode levar o indivíduo de um estado de euforia e sociabilidade até uma situação comatosa e de óbito. Isso porque a substância atua como um depressor progressivo do sistema nervoso central.

A taxa de álcool no sangue de uma pessoa depende da quantidade de álcool ingerida, da massa da pessoa e do momento em que ela bebe (em jejum ou durante as refeições).

A equação a seguir permite calcular a taxa de álcool no sangue (*TAS*), medida em gramas por litro (g/L).

$$TAS = \frac{Q}{mk}$$

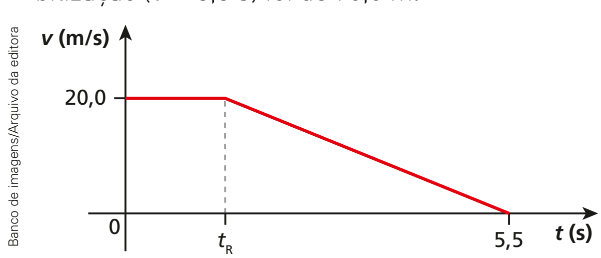
- Q = quantidade de álcool ingerido, em gramas.
- m = massa da pessoa, em kg.
- *k* é uma constante que vale 1,1 se o consumo de álcool é feito nas refeições ou 0,7 se o consumo for feito fora das refeições.

Admita ainda que o tempo de reação t_R de um motorista varia com a taxa de álcool no sangue (*TAS*) de acordo com a relação:

$$t_R = 0{,}5 + 1{,}0\ (TAS)^2$$

(*TAS* medida em g/L e t_R medido em segundos)

Um motorista está dirigindo um carro com velocidade de módulo $v_0 = 72{,}0$ km/h quando avista uma pessoa atravessando a rua imprudentemente à sua frente. Após o seu tempo de reação, o motorista aciona o freio, imprimindo ao carro uma aceleração de módulo constante até a imobilização do veículo. O gráfico a seguir mostra a velocidade escalar do carro em função do tempo. Sabe-se que a distância percorrida pelo carro desde a visão do pedestre ($t_0 = 0$) até a sua imobilização (t = 5,5 s) foi de 70,0 m.

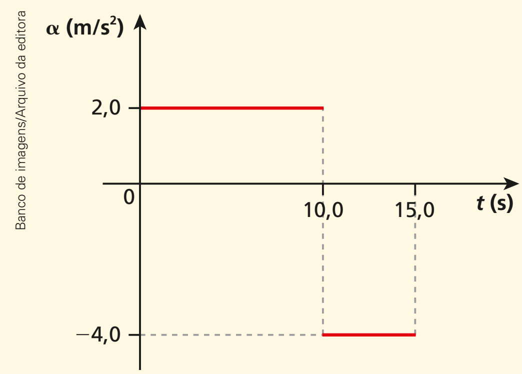


Determine:

a) o tempo t_R de reação do motorista e o módulo α da aceleração do carro durante a freada;

b) a taxa de álcool no sangue do motorista (*TAS*) e a quantidade de álcool ingerida *Q*, sabendo-se que o motorista tem massa m = 70 kg e ingeriu bebida alcoólica durante o almoço.

9. **E.R.** Um carro parte do repouso no instante $t_0 = 0$ em movimento uniformemente acelerado, conforme o gráfico da aceleração escalar em função do tempo esboçado a seguir. Subitamente, notando que esqueceu seu telefone celular, o motorista é obrigado a frear, o que ocorre em movimento uniformemente retardado.



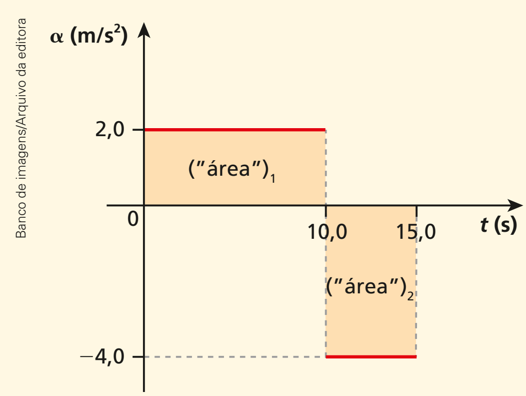
Com base nas informações do diagrama, pede-se:

a) traçar o gráfico da velocidade escalar do carro em função do tempo no intervalo de $t_0 = 0$ a t = 15,0 s;

b) calcular a velocidade escalar média do veículo no intervalo de $t_0 = 0$ a t = 15,0 s.

Resolução:

a) Pela área entre os segmentos de gráfico e o eixo dos tempos no diagrama $\alpha \times t$, podemos calcular a variação de velocidade escalar do carro:



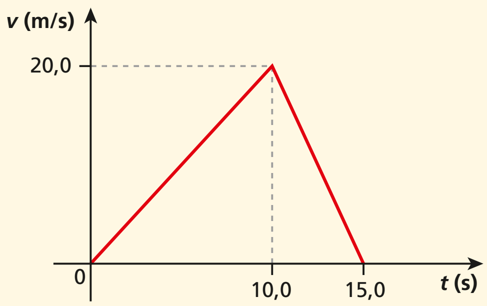
$\Delta v_1 = (\text{área})_1 = 10{,}0 \cdot 2{,}0 \therefore \Delta v_1 = 20{,}0$ m/s

$\Delta v_2 = (\text{área})_2 = 10{,}0 \cdot (-2{,}0) \therefore \Delta v_2 = -20{,}0$ m/s

Toda a velocidade que o carro ganhou na fase de arrancada ele perdeu na fase de freada, o que significa que o veículo volta ao repouso no instante t = 15,0 s, conforme representa o gráfico $v \times t$ a seguir.

Convém relembrar que no movimento uniformemente variado, como ocorre nas duas etapas do deslocamento do carro em questão, o gráfico da velocidade escalar em função do tempo em cada trecho é um segmento de reta oblíquo em relação aos eixos.

Veja o diagrama $v \times t$ a seguir.



Banco de imagens/Arquivo da editora

b) (I) O deslocamento escalar do carro, Δs, pode ser obtido pela área entre o gráfico $v \times t$ e o eixo dos tempos (triângulo):

$$\Delta s = (\text{área})_{v \times t} = \frac{15{,}0 \cdot 20{,}0}{2}$$

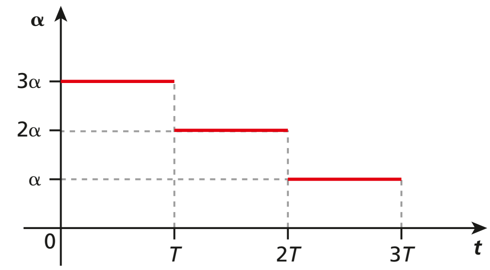
$$\boxed{\Delta s = 150 \text{ m}}$$

(II) A velocidade escalar média fica determinada pela definição:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v_m = \frac{150}{15{,}0}$$

$$\boxed{v_m = 10{,}0 \text{ m/s}}$$

10. Uma moto parte do repouso em determinada pista no instante $t_0 = 0$ e, devido a trocas instantâneas de marchas sequenciais, em três intervalos de tempo sucessivos e de igual duração T, sua aceleração escalar, α, se comporta em função do tempo, t, como indica o gráfico abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A respeito dessa situação, analise as proposições abaixo e identifique as corretas:

(01) A trajetória da moto é retilínea.

(02) De $t_0 = 0$ a $t = 3T$, a velocidade escalar da moto é crescente.

(04) A máxima velocidade escalar da moto ocorre no instante $t = T$.

(08) Sendo Δv_1, Δv_2 e Δv_3 os ganhos de velocidade escalar da moto de 0 a T, de T a $2T$ e de $2T$ a $3T$, respectivamente, é correto que $\Delta v_1 > \Delta v_2 > \Delta v_3$.

(16) Sendo D_1, D_2 e D_3 as distâncias percorridas pela moto de 0 a T, de T a $2T$ e de $2T$ a $3T$, respectivamente, é correto que $D_1 > D_2 > D_3$.

Dê como resposta a soma dos códigos associados às proposições corretas.

Exercícios Nível 2

11. Ufa!

Em muitos aeroportos do Brasil e do mundo, aeronaves de médio e grande porte são obrigadas a pousar e decolar em pistas relativamente curtas, o que impõe a todos, pilotos, tripulantes e passageiros, momentos de apreensão.

Suponha que para decolar determinado avião parta do repouso da cabeceira de uma pista reta e horizontal e acelere com intensidade constante, levantando voo ao fim de 20,0 s de corrida na pista, com velocidade de intensidade 288 km/h. Admitindo-se que a extensão útil dessa pista seja igual a 1 000 m, pede-se determinar:

a) a quantos metros do final da pista, o avião alça voo;

b) o módulo da aceleração da aeronave.

12. A Linha Amarela do Metrô de S. Paulo – Linha 4 – foi colocada em operação parcial em 2010, interligando as estações Paulista e Faria Lima. Quando totalmente concluída, provavelmente em 2019, deverá conectar as estações Luz e Vila Sônia.

Rubens Chaves/Pulsar Imagens

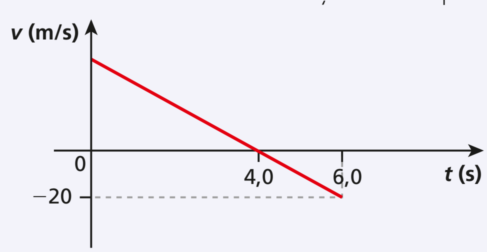
Atualmente, a Linha 4 transporta 500 mil passageiros por dia.

A Linha Amarela é a única administrada pela iniciativa privada na capital, apresentando requintes de funcionamento em conformidade com o que há de mais moderno no mundo. Os trens são operados remotamente – sem maquinista –, utilizando-se uma tecnologia pioneira na América do Sul. As plataformas das estações da Linha Amarela têm 150 m de extensão, exatamente o mesmo comprimento de cada trem. Ao adentrar uma determinada estação, no instante $t_0 = 0$, uma composição tem velocidade escalar v_0 e mantém essa velocidade constante até o meio (ponto médio) da plataforma. Imediatamente em seguida, o comboio passa a ser freado com aceleração escalar constante de módulo α até sua completa imobilização no instante t = 15 s, quando, em repouso, abrange todo o trecho de plataforma. Com base nessas informações, determine:

a) o valor de v_0, em km/h;

b) o valor de α, em m/s².

13. **E.R.** No instante $t_0 = 0$, Reginaldo lança verticalmente para cima a partir do solo um pequeno artefato não propulsionado que, depois de atingir a altura máxima *H*, no instante t = 4,0 s, sem sofrer os efeitos do ar, é capturado na descida por seu colega Marcos, no instante t = 6,0 s. O gráfico abaixo mostra a variação da velocidade escalar do artefato em função do tempo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que Marcos se encontra sobre uma estrutura de altura H_0 em relação ao solo, pede-se determinar:

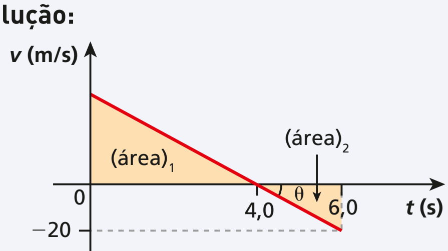
a) o módulo da aceleração escalar do artefato;

b) o valor de *H*;

c) o valor de H_0.

Resolução:

a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

A aceleração escalar, α, do artefato pode ser calculada pela declividade do gráfico, isto é:

$$\alpha = \text{tg}\,\theta \Rightarrow \alpha = \frac{-20}{6,0 - 4,0} \Rightarrow \alpha = -\frac{20}{2,0}$$

Da qual:

$$\boxed{|\alpha| = 10 \text{ m/s}^2}$$

O módulo da aceleração escalar do artefato corresponde à magnitude da aceleração da gravidade local (g = 10 m/s²).

b) (I) Cálculo da velocidade escalar inicial, v_0, do artefato:

Semelhança de triângulos:

$$\frac{v_0}{20} = \frac{4,0}{6,0 - 4,0}$$

Da qual:

$$\boxed{v_0 = 40 \text{ m/s}}$$

(II) Cálculo de *H*:

$$H = (\text{área})_1 \Rightarrow H = \frac{4,0 \cdot 4,0}{2}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{H = 80 \text{ m}}$$

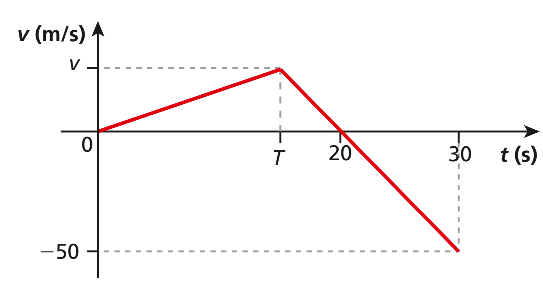
c) Cálculo de H_0:

$$H_0 = H - (\text{área})_2 \Rightarrow H_0 = 80 - \frac{(6,0 - 4,0) \cdot 20}{2}$$

Da qual:

$$\boxed{H_0 = 60 \text{ m}}$$

14. Um pequeno foguete é lançado verticalmente para cima a partir de um ponto situado no solo, subindo sob a propulsão de seu motor sem sofrer os efeitos da resistência do ar. O combustível do foguete acaba, porém, no instante *T* em que sua velocidade escalar é igual a *v*, ficando o artefato, a partir daí, sob a ação exclusiva da gravidade. O gráfico abaixo mostra o comportamento da velocidade escalar do foguete até seu retorno ao ponto de partida, no instante t = 30 s.



Banco de imagens/Arquivo da editora

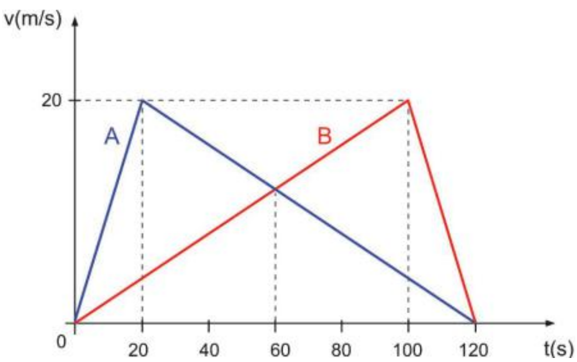
Com base nessas informações, determine:

a) a altura máxima atingida pelo foguete em relação ao solo;

b) o valor de v;

c) o valor de T.

15. (Unifesp) Dois veículos, **A** e **B**, partem simultaneamente de uma mesma posição e movem-se no mesmo sentido ao longo de uma rodovia plana e retilínea durante 120 s. As curvas do gráfico representam, nesse intervalo de tempo, como variam suas velocidades escalares em função do tempo.



Reprodução/Unifesp, 2016

Calcule:

a) o módulo das velocidades escalares médias de **A** e de **B**, em m/s, durante os 120 s;

b) a distância entre os veículos, em metros, no instante t = 60 s.

16. Uma lebre corre em linha reta com velocidade escalar constante de 72,0 km/h rumo à sua toca. No instante t = 0, a lebre está a 200 m da toca; neste instante, um lobo que está 40 m atrás da lebre parte do repouso com aceleração escalar constante de 5,0 m/s^2 mantida ao longo de 90 m e, em seguida, desenvolve velocidade escalar constante. O lobo descreve a mesma reta descrita pela lebre.

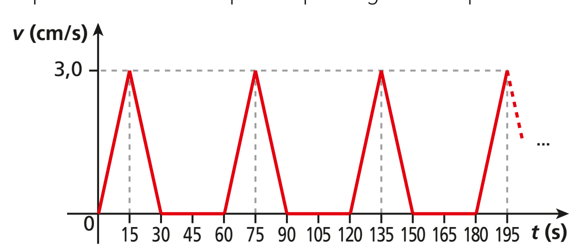
a) Faça um gráfico da velocidade escalar em função do tempo para os movimentos da lebre e do lobo desde o instante t_0 = 0 até o instante em que a lebre chegaria à sua toca.

b) Determine se o lobo alcança a lebre antes que ela chegue à sua toca.

17. Na região de Londres, às margens do rio Tâmisa, situa-se o Palácio de Westminster, sede do parlamento britânico. Sobressai-se eloquente ao lado dessa edificação neogótica do século XIX a Elizabeth Tower, com altura de 96 m, verdadeiro ícone e cartão-postal, na qual está instalado o segundo maior relógio de quatro faces do mundo. Esse dispositivo, sempre associado à propalada pontualidade britânica, dispõe de um enorme sino com mais de 13 toneladas, chamado de Big Ben, talvez em alusão à alcunha de seu idealizador, Benjamin Hall, corpulento ministro de obras inglês, de apelido Big Ben.

Walencienne/Shutterstock

Admita que a velocidade escalar da extremidade de um dos ponteiros dos minutos do sistema obedeça ao gráfico a seguir. Nele, pode-se notar que essa extremidade opera em ciclos de duração de 60 s cada um. Em cada ciclo, a ponta do ponteiro arranca, freia e permanece em repouso por algum tempo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nas informações do gráfico, pede-se calcular:

a) a aceleração escalar da extremidade do ponteiro dos minutos, em $\frac{cm}{s^2}$, na fase de arrancada;

b) a velocidade escalar média da extremidade do ponteiro dos minutos, em $\frac{cm}{s}$, considerando-se uma volta completa desse ponteiro no mostrador do relógio;

c) o comprimento do ponteiro dos minutos. Responda em metros e adote $\pi \cong 3$.

18. **Uma nova montanha-russa?**

Não, é o Monotrilho de S. Paulo, nova alternativa que promete revolucionar o transporte público da capital paulista. A previsão é que o sistema entre em operação plena até 2020, transportando cerca de um milhão de passageiros por dia. O monotrilho é fabricado em alumínio e isso o torna 30% mais leve que versões similares feitas de aço. Essa maior leveza permite deslocamentos mais suaves e velozes. O comboio é totalmente elétrico, o que colabora para a obtenção de índices praticamente nulos de poluição. Uma novidade é que o veículo opera sem condutor. Seu controle é feito remotamente por um sistema de computadores existente em uma central. (...)

Helou, Newton e Gualter, *Física*. Editora Saraiva, 2016.

Robson Fernandjes/Agência Estado

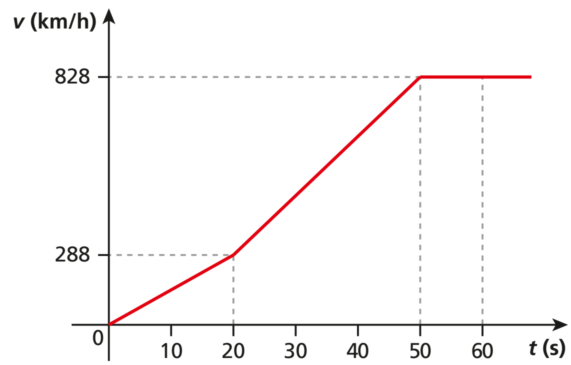
Admita que um comboio do Monotrilho parta do repouso de uma determinada estação com aceleração escalar de intensidade 1,0 m/s^2, mantida constante durante um intervalo de tempo de duração T_1. Imediatamente após atingir a velocidade máxima, esse veículo começa a ser freado com aceleração escalar também de intensidade constante, mas de valor 1,5 m/s^2. Decorrido um intervalo de tempo T_2 do início da frenagem, o trem para na próxima estação, distante 750 m da primeira. Com base nessas informações, determine, em km/h:

a) a velocidade escalar média do Monotrilho entre as duas estações;

b) a intensidade da velocidade máxima atingida pelo comboio ao longo do percurso.

19. Estatisticamente, dentre os veículos convencionais, o avião ainda é o meio de transporte mais seguro. Pousos e decolagens, porém, são momentos que implicam alguma tensão, exigindo de toda a tripulação competência e perícia.

A análise cinemática do procedimento de decolagem de um A319 levou à construção do gráfico da velocidade escalar (v) em função do tempo (t) que aparece a seguir. Dada a autorização de partida, a aeronave teve imediatamente as suas turbinas aceleradas, no instante $t_0 = 0$, e percorreu a pista reta e horizontal, de extensão 1 300 m, perdendo o contato com ela no instante $t_1 = 20$ s. Depois de levantar voo, o avião se manteve inclinado em relação ao solo, considerado plano e horizontal, de um ângulo constante igual a 37° até o instante $t_2 = 50$ s, quando posicionou seu eixo em direção horizontal.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Supondo-se que todo o movimento descrito tenha ocorrido em um mesmo plano vertical e adotando-se sen 37° = 0,60 e cos 37° = 0,80, pede-se:

a) calcular a distância horizontal percorrida pelo avião no intervalo $t_0 = 0$ a $t_2 = 50$ s;

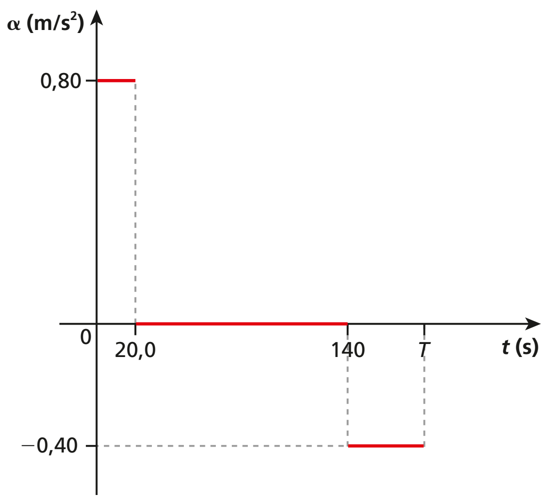
b) determinar a altura da aeronave em relação ao solo no instante $t_2 = 50$ s;

c) traçar o gráfico da intensidade da aceleração do avião em função do tempo desde o instante $t_0 = 0$ até o instante $t_3 = 60$ s.

20. Na cidade de Berlim, na Alemanha, o transporte público é muito seguro e pontual. Na região central da cidade há nos pontos de ônibus grandes painéis eletrônicos com informações de linhas, destinos e horários com as próximas partidas.

Arco Images GmbH/Alamy/Fotoarena

Admita que um ônibus, partindo do repouso no instante $t_0 = 0$ de um ponto de sua linha tenha seguido com a aceleração escalar variando em função do tempo de acordo com o gráfico abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que o ônibus para no próximo ponto de sua linha no instante *T*, pede-se:

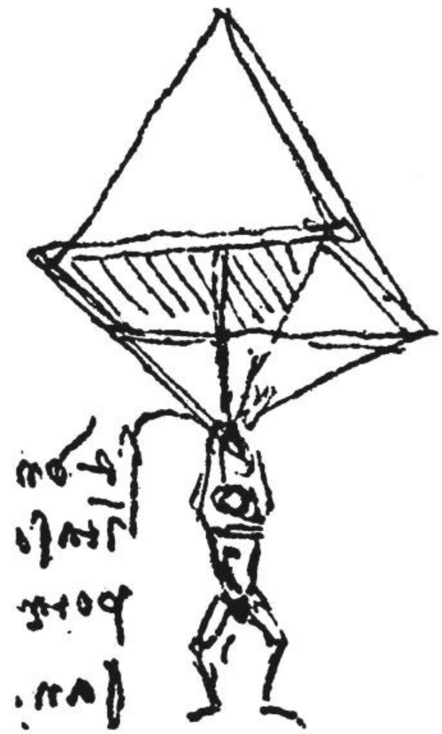
a) determinar o valor de *T*;

b) traçar o gráfico da velocidade escalar do ônibus em função do tempo no intervalo de $t_0 = 0$ a $t = T$;

c) calcular a velocidade escalar média do veículo, em km/h, no intervalo de tempo citado no item anterior.

21. Um sonho recorrente do homem sempre foi o de poder se equiparar aos pássaros; ser capaz de voar. Em certa medida, o paraquedismo viabiliza esse ato, proporcionando a seus aficionados uma intensa excitação, além de uma grande sensação de liberdade. Há mais de 2000 anos, os chineses já propunham versões rudimentares de paraquedas, mas apenas no período renascentista surgiram projetos que possibilitaram saltos com alguma segurança. Leonardo da Vinci, em 1485, projetou um tipo de paraquedas em forma de pirâmide, que foi testado com sucesso a partir da primeira década do corrente século. O suíço Olivier Vietti-Tepa realizou, em 2008, o primeiro salto bem-sucedido a partir de um helicóptero estacionado no ar, a uma altura de 600 m do solo.

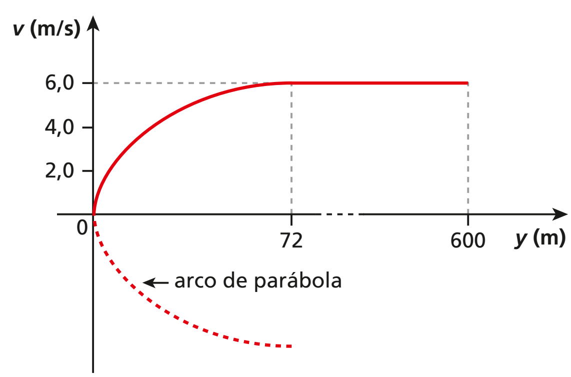
O paraquedas utilizado, embora obedecesse ao desenho original de Da Vinci, foi confeccionado com materiais leves da atualidade e partiu já aberto da aeronave, realizando uma suave descida vertical.



Granger/Granger/Fotoarena

O paraquedas de Da Vinci em desenho original.

No gráfico a seguir, está representada a variação da velocidade escalar do paraquedas de Vietti-Tepa em função da posição, medida a partir do helicóptero.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nas informações contidas no texto e no gráfico, pede-se:

a) determinar a intensidade da aceleração do paraquedas, suposta constante, ao longo dos primeiros 72 m de descida;

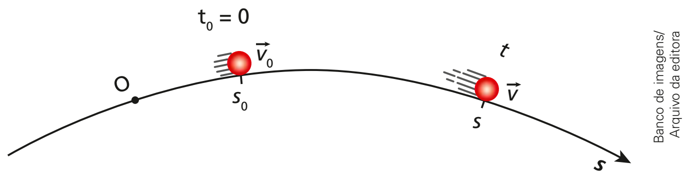
b) calcular o intervalo de tempo gasto por Vietti-Tepa desde a partida do helicóptero até sua chegada ao solo;

c) esboçar o gráfico da velocidade escalar do paraquedista em função do tempo de descida. O gráfico deve conter valores numéricos de acordo com o contexto.

Bloco 2

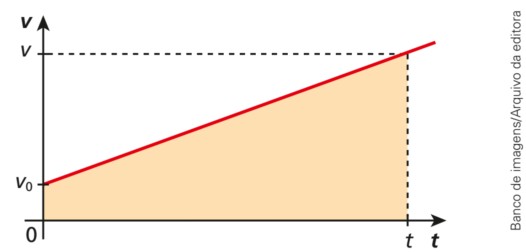
7. Função horária do espaço

Consideremos uma partícula percorrendo um eixo orientado, como o representado abaixo, em movimento uniformemente variado, com aceleração escalar igual a α.



Sejam s_0 e v_0 o espaço inicial e a velocidade escalar inicial, respectivamente, definidos no instante $t_0 = 0$ (origem dos tempos) e chamemos de s o espaço da partícula em um instante qualquer, t, em que a velocidade escalar vale v.

Tracemos o gráfico $v \times t$ correspondente a essa situação.



Para obter uma expressão matemática de s em função de t, denominada **função horária do espaço**, calculemos a área A destacada no diagrama. Essa "área" fornece a variação de espaço ou deslocamento escalar da partícula.

$$\Delta s = \text{“área”} \Rightarrow \Delta s = \frac{(v + v_0)\,t}{2} \quad \text{(I)}$$

Lembrando-se de que

$$v = v_0 + \alpha t \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se (II) em (I), vem:

$$\Delta s = \frac{(v_0 + \alpha t + v_0)\,t}{2} \Rightarrow \Delta s = \frac{2v_0}{2}t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

De onde se obtém:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

Observando-se que $s - s_0 = \Delta s$, também podemos escrever:

$$s - s_0 = v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2 \quad \text{ou} \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2$$

Veja que a função horária do espaço do movimento uniformemente variado é do **2º grau**, o que estabelece, no caso de v_0 ser nulo, uma variação quadrática entre Δs e t. Isso significa que, dobrando-se o valor de t, o correspondente valor de Δs quadruplica; triplicando-se o valor de t, o correspondente valor de Δs nonuplica (aumenta nove vezes), e assim por diante.

8. Gráfico do espaço em função do tempo

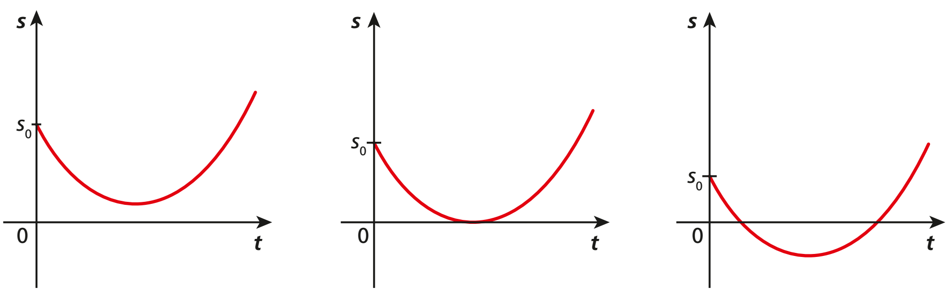
Funções do 2º grau dão como gráfico cartesiano **arcos de parábola**.

É o que ocorre com a função horária do espaço, do 2º grau, do movimento uniformemente variado.

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Quem determina se o arco de parábola terá concavidade voltada para cima ou para baixo é o sinal do coeficiente do termo de 2º grau, no nosso caso, o sinal da aceleração escalar α.

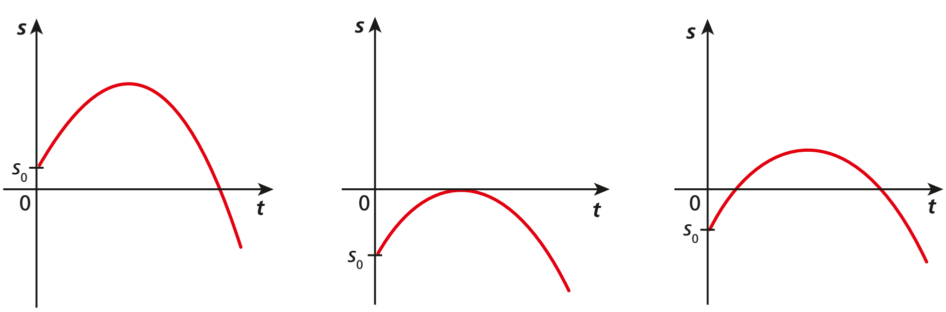
Se $\alpha > 0$, a parábola terá concavidade **voltada para cima**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Nos três casos, a aceleração escalar é positiva.

Se $\alpha < 0$, a parábola terá concavidade **voltada para baixo**.



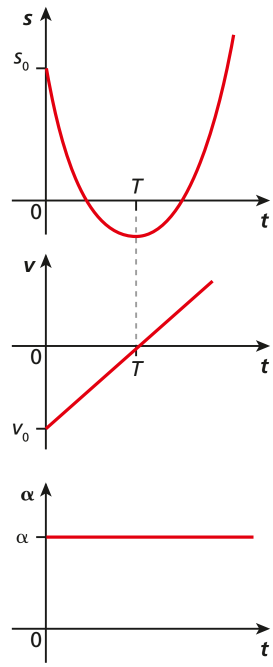
Banco de imagens/Arquivo da editora

Nos três casos, a aceleração escalar é negativa.

Em todas essas situações, nos instantes associados aos vértices das parábolas, a **velocidade escalar é nula**. Nos nossos exemplos estaria ocorrendo inversão no sentido do movimento.

Para uma melhor compreensão desse estudo gráfico, apresentamos a seguir, para o movimento uniformemente variado, dois grupos com os três diagramas horários fundamentais: $s \times t$, $v \times t$ e $\alpha \times t$. Logo em seguida a cada grupo de gráficos, classificamos os movimentos como **progressivos** ou **retrógrados**; **acelerados** ou **retardados**.

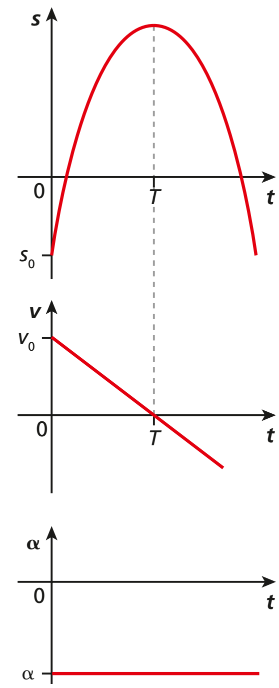
Aceleração escalar positiva ($\alpha > 0$)



(I) Para $0 \leq t < T$:
O espaço é decrescente e o movimento é **retrógrado**. O módulo da velocidade escalar é decrescente e o movimento é **retardado**.

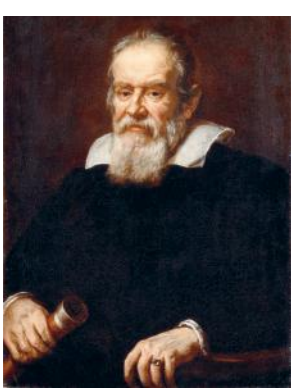
(II) Para $t > T$:
O espaço é crescente e o movimento é **progressivo**. O módulo da velocidade escalar é crescente e o movimento é **acelerado**.

Aceleração escalar negativa ($\alpha < 0$)



(I) Para $0 \leq t < T$:
O espaço é crescente e o movimento é **progressivo**. O módulo da velocidade escalar é decrescente e o movimento é **retardado**.

(II) Para $t > T$:
O espaço é decrescente e o movimento é **retrógrado**. O módulo da velocidade escalar é crescente e o movimento é **acelerado**.



Galileu Galilei foi figura proeminente da ciência do século XVII. Notabilizou-se, sobretudo, por suas observações astronômicas. A partir de lunetas construídas por ele mesmo, visualizou as crateras lunares, os anéis de Saturno e os satélites de Júpiter.

9. A Equação de Torricelli

Os primeiros estudos com embasamento científico do movimento uniformemente variado foram elaborados pelo italiano de Pisa, **Galileu** Galilei (1564-1642). Em seus trabalhos, equacionou de maneira inédita o movimento uniformemente acelerado de corpos deslizando praticamente sem atrito em planos inclinados, além de objetos despencando em queda livre.

Conta-se que Galileu largava pequenos corpos a partir de alturas diferentes da Torre de Pisa e estudava sua queda em busca de alguma regularidade que regesse de modo geral aqueles movimentos. E tudo era medido de maneira rudimentar para os padrões de hoje, já que na época não havia cronômetros nem instrumentos de precisão. Mesmo assim, as conclusões de Galileu nesse campo se tornaram definitivas, como estudaremos no Bloco 3 deste tópico.

Galileu é um personagem basilar na Física Clássica, sendo considerado o "pai da ciência moderna" pelo método científico proposto – comprovação das verdades da natureza por meio de sistemática experimentação e criteriosa fundamentação matemática – que diferia em grande medida das condutas aristotélicas então vigentes.

Os trabalhos de Galileu deram suporte à Teoria Heliocêntrica de Nicolau Copérnico e serviram de base para que o inglês Isaac **Newton** (1642-1727) formulasse mais tarde sua lei da Gravitação.

Galileu teve alguns discípulos diretos, dentre eles seu compatriota Evangelista **Torricelli** (1608-1647), que o acompanhou nos últimos meses de sua vida.

Fundamentado nas duas funções horárias, da velocidade escalar e do espaço, implementadas anteriormente por Galileu em seus estudos do movimento uniformemente variado, o adepto e seguidor Torricelli elaborou uma outra expressão que hoje é conhecida pelo seu nome.

Para obter sua equação, Torricelli eliminou a variável tempo nas duas expressões de Galileu.

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{\alpha} \quad \text{(I)}$$

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se (I) em (II), vem:

$$\Delta s = v_0 \left(\frac{v - v_0}{\alpha}\right) + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{v - v_0}{\alpha}\right)^2$$

$$\Delta s = \frac{v_0\, v}{\alpha} - \frac{v_0^2}{\alpha} + \frac{\alpha}{2}\left(\frac{v^2 - 2v_0\, v + v^2}{\alpha^2}\right)$$

$$\Delta s = \frac{v_0\, v}{\alpha} - \frac{v_0^2}{\alpha} + \frac{v^2}{2\alpha} - \frac{v_0\, v}{\alpha} + \frac{v_0^2}{2\alpha}$$

$$\alpha \Delta s = \frac{v^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \Rightarrow 2\alpha\,\Delta s = v^2 - v_0^2$$

De onde se obtém a **Equação de Torricelli**:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\,\Delta s$$

A fórmula acima, que relaciona v, v_0, α e Δs, sem a variável tempo, é muito útil na resolução de questões sobre o movimento uniformemente variado.


Bianchetti/leemage/Agência France-Presse

Evangelista **Torricelli** construiu um barômetro por meio do qual fez avaliações da pressão atmosférica e, com isso, lançou as bases da atual Meteorologia. Medindo a pressão atmosférica local, ele fazia previsões do tempo, o que logo lhe rendeu a pecha de bruxo. Torricelli também se notabilizou em Geometria ao descrever as características de um sólido infinitamente longo, hoje denominado *trombeta de Gabriel*.

Exercícios Nível 1

22. Considere uma partícula que vai partir do repouso com aceleração escalar constante, indo se deslocar ao longo de um eixo retilíneo no sentido positivo desse eixo. A respeito dessa situação, podemos afirmar que:

a) A velocidade escalar da partícula vai crescer com o passar do tempo de acordo com uma função do 2º grau;

b) A distância percorrida pela partícula vai crescer com o passar do tempo de acordo com uma função do 1º grau;

c) Se durante 1,0 s a partícula se deslocar 5,0 m, então durante 2,0 s ela vai se deslocar 10,0 m;

d) Se durante 1,0 s a velocidade escalar da partícula crescer 2,0 m/s, então durante 2,0 s a velocidade escalar da partícula vai crescer 4,0 m/s;

e) A partícula vai descrever um movimento retrógrado.

23. E.R. "... ao perceber que a tempestade se avizinhava, engatei uma terceira e pisei fundo no acelerador. Imediatamente, o velho caminhãozinho empinou o capô em forma de flecha e largou lama, quase voando sobre a estrada barrenta por 300 m durante vinte segundos..."

Admita que nessa narrativa a aceleração escalar do caminhãozinho tenha se mantido constante com valor α. Considerando-se que no momento inicial da arrancada do veículo a velocidade escalar era $v_0 = 36$ km/h, determine:

a) o valor de α;

b) a velocidade escalar final do caminhãozinho, v, em km/h, ao fim do percurso de 300 m.

Resolução:

a) Trata-se de um movimento uniformemente acelerado em que o deslocamento do caminhãozinho pode ser equacionado por:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Com $\Delta s = 300$ m, $v_0 = 36 \frac{km}{h} = \frac{36}{3,6} \frac{m}{s}$ e $t = 20$ s, calcula-se o valor de α:

$$300 = 10 \cdot 20 + \frac{\alpha}{2} \cdot (20)^2 \Rightarrow 300 = 200 + 200\alpha$$

De onde se obtém:

$$\boxed{\alpha = 0,50 \text{ m/s}^2}$$

b) Pela função horária da velocidade escalar:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 10 + 0,50 \cdot 20$$

Da qual:

$$\boxed{v = 20 \text{ m/s}} \Rightarrow v = 20 \cdot 3,6 \therefore \boxed{v = 72 \text{ km/h}}$$

24.

> [...] A melhor primeira volta de todos os tempos da história da Fórmula 1 foi um verdadeiro show de ultrapassagens de Ayrton Senna. Com uma pilotagem impecável, Senna parecia ser o único que estava pilotando na pista seca, enquanto os adversários sequer ofereciam resistência a ele no traçado molhado. A ultrapassagem sobre o austríaco Karl Wendlinger, por fora e em uma área onde somente Senna encontrou aderência, foi uma das mais inesquecíveis do brasileiro na F-1. [...]

Disponível em: <www.ayrtonsenna.com.br/confira-seis-ultrapassagens-de-ayrton-senna-que-sao-dignas-de-cinema/>. Acesso em: 6 jun. 2018.

Como de praxe, depois de suas muitas vitórias na Fórmula 1, o inesquecível Ayrton Senna celebrava suas conquistas dando uma volta no circuito empunhando uma bandeira do Brasil.

Admitamos que logo após a ultrapassagem sobre Wendlinger, mencionada no texto, Senna, estando a 252 km/h, tenha imprimido ao seu carro uma aceleração escalar constante de 4,0 m/s^2 durante os 5,0 s subsequentes. Com base nessas suposições, responda:

a) Qual a distância percorrida pelo carro de Senna, em metros, durante esse intervalo de tempo?

b) Qual a velocidade escalar do veículo, em km/h, ao fim desse percurso?

25. E.R. Uma partícula está percorrendo um eixo orientado com aceleração escalar constante $\alpha = 2,0$ m/s^2 de modo que, no instante $t_0 = 0$, sua velocidade escalar é $v_0 = -10,0$ m/s e sua posição na trajetória é $s_0 = 28,0$ m. Pede-se determinar:

a) o intervalo de tempo decorrido entre as duas passagens da partícula na posição da trajetória em que $s = 4,0$ m;

b) as velocidades escalares da partícula nos dois instantes em que $s = 4,0$ m.

Resolução:

a) Trata-se de um movimento uniformemente variado em que a posição na trajetória (espaço) varia em função do tempo conforme a expressão:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Com $s_0 = 28,0$ m, $v_0 = -10$ m/s e $\alpha = 2,0$ m/s^2, fazendo-se $s = 4,0$ m, determinam-se os dois instantes em que a partícula passa por essa posição da trajetória.

$$4,0 = 28,0 - 10,0t + \frac{2,0}{2} t^2$$

$$1,0t^2 - 10,0t + 24,0 = 0$$

$$t = \frac{10,0 \pm \sqrt{100 - 96,0}}{2,0} \Rightarrow t = \frac{10,0 \pm 2,0}{2,0}$$

Da qual:

$$\boxed{t_1 = 4,0 \text{ s}} \quad \text{e} \quad \boxed{t_2 = 6,0 \text{ s}}$$

O intervalo de tempo pedido é Δt, dado por:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \Rightarrow \Delta t = 6,0 - 4,0$$

De onde se obtém:

$$\boxed{\Delta t = 2,0 \text{ s}}$$

b) No movimento uniformemente variado, a velocidade escalar varia uniformemente com o tempo, de acordo com a função:

$$v = v_0 + \alpha t$$

As velocidades escalares pedidas ficam determinadas fazendo-se:

$$v_1 = -10{,}0 + 2{,}0 \cdot (4{,}0) \therefore \boxed{v_1 = -2{,}0 \text{ m/s}}$$

$$v_2 = -10{,}0 + 2{,}0 \cdot (6{,}0) \therefore \boxed{v_2 = 2{,}0 \text{ m/s}}$$

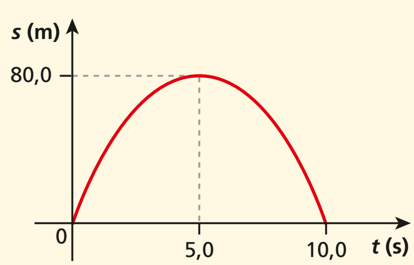
É importante observar que quando uma partícula, dotada de aceleração escalar constante, passa duas vezes por uma mesma posição da trajetória, em um sentido e depois no outro, suas velocidades escalares instantâneas são simétricas, isto é, $v_2 = -v_1$.

26. Na aula de Robótica as alunas Bruna e Rosária programaram um carrinho para se deslocar ao longo de um trilho retilíneo e orientado com aceleração escalar constante $\alpha = 2{,}0 \text{ m/s}^2$. Num determinado instante, que chamaremos de origem dos tempos ($t_0 = 0$), a velocidade escalar do carrinho era $v_0 = -8{,}0$ m/s e a posição do pequeno veículo sobre a trajetória era $s_0 = 15{,}0$ m. Com base nessas informações, responda:

a) Qual o intervalo de tempo que intercalou as duas passagens do carrinho pela origem dos espaços ($s = 0$)?

b) Qual o valor algébrico das velocidades escalares do carrinho nessas duas passagens pela origem dos espaços?

27. **E.R.** Uma partícula descreve uma trajetória retilínea em movimento uniformemente variado com aceleração escalar de valor absoluto *a* e velocidade escalar inicial – associada ao instante $t_0 = 0$ – de módulo v_0. O gráfico abaixo apresenta a variação do espaço *s* da partícula ao longo de sua trajetória em função do tempo *t*.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Pede-se determinar:

a) o valor de v_0;

b) o valor de *a*;

c) a distância total percorrida pela partícula, *D*, desde o instante $t_0 = 0$ até seu retorno à posição inicial.

Resolução:

a) Em geral, a velocidade escalar média é dada por:

$$v_m = \frac{\Delta h}{\Delta t} \quad \text{(I)}$$

No movimento uniformemente variado, a velocidade escalar média também pode ser determinada pela média aritmética:

$$v_m = \frac{v_0 + v_1}{2} \quad \text{(II)}$$

Comparando-se (I) e (II), vem:

$$\frac{v_0 + v_1}{2} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

Analisando-se a lombada esquerda do arco de parábola, depreende-se do gráfico que $\Delta s = 80{,}0$ m, $\Delta t = 5{,}0$ s e que $v_1 = 0$ (no instante associado ao vértice da parábola, ocorre inversão no sentido do movimento e a velocidade escalar é nula). Logo:

$$\frac{v_0 + 0}{2} = \frac{80{,}0}{5{,}0} \therefore \boxed{v_0 = 32{,}0 \text{ m/s}}$$

b) Aplicando-se a função horária da velocidade escalar, chega-se ao valor *a* da intensidade da aceleração escalar.

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 32{,}0 + \alpha \cdot 5{,}0$$

Da qual:

$$\alpha = -6{,}4 \text{ m/s}^2$$

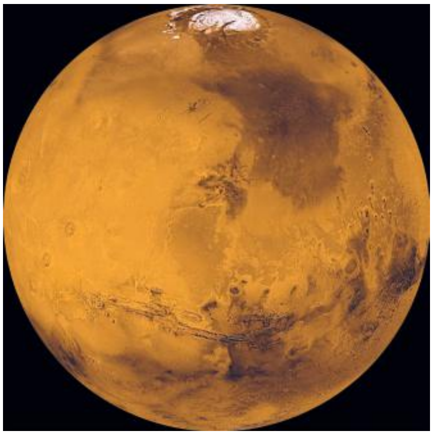
$$a = |\alpha| \Rightarrow \boxed{a = 6{,}4 \text{ m/s}^2}$$

c) Pela simetria do gráfico, depreende-se que a partícula retorna ao ponto de partida no instante t = 10,0 s. A distância total percorrida até esse instante fica determinada por:

$$D = |\Delta s_{ida}| + |\Delta s_{volta}| \Rightarrow D = |80{,}0| + |-80{,}0|$$

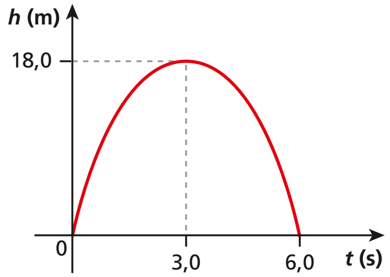
$$\boxed{D = 160 \text{ m}}$$

28. Para viagens espaciais de grande extensão, o planeta Marte poderá receber uma base terrestre muito estratégica. Já temos, inclusive, tecnologia para chegar a Marte e sobreviver minimamente por lá! Muitos fatores, porém, como a baixa gravidade, o ar irrespirável (composto essencialmente por CO_2 – dióxido de carbono), os gradientes térmicos de grande amplitude entre o dia e a noite, ventos fortes com severas tempestades de areia, além de radiações eletromagnéticas ionizantes não absorvidas pela tênue atmosfera marciana, dificultam a permanência humana no planeta.


USGS/JPL/NASA

Marte, o planeta vermelho, vizinho imediato da Terra, tem condições naturais inóspitas para receber humanos.

Suponha que um astronauta lance uma pequena pedra verticalmente para cima a partir do solo de Marte e que esta descreva um movimento uniformemente variado sob a ação exclusiva do campo gravitacional. O gráfico a seguir mostra a variação da altura da pedra em relação ao solo do planeta durante o trânsito desse corpo na subida e no retorno ao ponto de lançamento.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que a aceleração da gravidade terrestre tem intensidade 10,0 m/s^2 e considerando-se as informações contidas no gráfico, responda:

a) Qual o módulo da velocidade de lançamento da pedra?

b) Qual a intensidade da aceleração da gravidade marciana?

c) Qual a relação entre as magnitudes das acelerações da gravidade da Terra e de Marte?

29. A demanda por trens de alta velocidade – trens-bala – tem crescido em todo mundo. Uma preocupação importante no projeto desses trens, no entanto, é o conforto dos passageiros durante as arrancadas e freadas do comboio. Tanto em um processo como no outro, a intensidade da aceleração máxima, $a_{máx}$, não deve exceder a $0{,}1g$, em que g é o módulo da aceleração da gravidade ($g = 10$ m/s^2).


Evgeny Prokofyev/Shutterstock

Admitindo-se que certo trem-bala, a partir do repouso, atinja ao fim de um procedimento de arrancada velocidade escalar de intensidade igual 432 km/h, com a máxima aceleração escalar possível, suposta constante, pede-se determinar:

a) a distância percorrida pelo trem, em km, nesse procedimento;

b) o intervalo de tempo transcorrido, em min, durante essa arrancada.

Exercícios Nível 2

30. (FMTM-MG) Neste antigo cartum, o atleta de meia idade, em total concentração durante uma corrida, não percebe a aproximação do rolo compressor que desce a ladeira, desligado e sem freio, com aceleração escalar constante de 0,50 m/s^2.

Reprodução/Arquivo da editora

No momento registrado pelo cartum, a máquina já está com velocidade escalar de 4,0 m/s, enquanto o atleta mantém velocidade escalar constante de 6,0 m/s. Se a distância que separa o homem da máquina é de 5,0 m, e ambos, máquina e corredor, mantiveram sua marcha sobre o mesmo caminho retilíneo, o tempo de vida que resta ao desatento corredor é, em s, de aproximadamente

a) 6,0
b) 10,0
c) 12,0
d) 14,0
e) 16,0

31. Considere dois carros, **A** e **B**, em uma mesma trajetória retilínea orientada. No instante $t_0 = 0$, **B** passa pela origem dos espaços em movimento uniforme, com velocidade escalar igual a 20,0 m/s. Nesse mesmo instante, **A** parte do repouso do ponto de espaço 48,0 m, movendo-se no mesmo sentido de **B**, em movimento uniformemente acelerado, com aceleração escalar de intensidade 4,0 m/s^2. No instante $t = T_1$, **B** ultrapassa **A**, mas, posteriormente, no instante $t = T_2$, **A** ultrapassa **B**. Pede-se determinar o intervalo de tempo $\Delta t = T_2 - T_1$.

32. Uma leoa com velocidade escalar constante de 8,0 m/s se aproxima de um búfalo, inicialmente em repouso. Quando a distância entre eles é de 20,0 m, o búfalo parte com aceleração escalar constante de 2,0 m/s^2 para fugir da leoa.
Admita que a leoa e o búfalo descrevam uma mesma trajetória retilínea e considere o instante em que o búfalo parte como origem dos tempos ($t_0 = 0$).

a) Demonstre que a leoa não alcança o búfalo.
b) Determine a distância mínima entre o búfalo e a leoa.

33. **E.R.** (OBF) Dois carros, **A** e **B**, considerados pontos materiais, partem simultaneamente do repouso separados por uma distância de 300 m, indo um de encontro ao outro ao longo de uma pista retilínea. O carro **A**, que se desloca para a direita, tem aceleração escalar constante de módulo 2,0 m/s^2, e o carro **B**, que se desloca para a esquerda, tem aceleração escalar também constante, mas de módulo 4,0 m/s^2. A partir desses valores, determine o intervalo de tempo, em segundos, que os carros levam para cruzar um com o outro na pista:

a) 1,0
b) 3,0
c) 5,0
d) 10,0
e) 20,0

Resolução:

Sugerimos raciocinar-se em termos dos movimentos relativos:

$$\Delta s_{rel} = v_{0_{rel}} t + \frac{\alpha_{rel}}{2} t^2$$

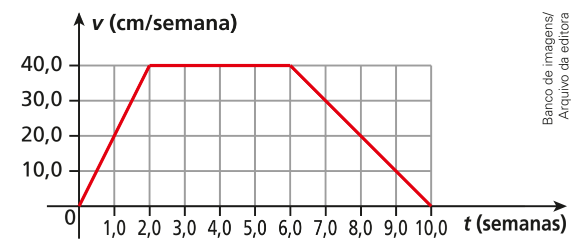
Com $\Delta s_{rel} = 300$ m, $v_{0_{rel}} = 0$ e $\alpha_{rel} = 2,0 + 4,0$ (m/s^2) $= 6,0$ m/s^2 (movimentos em sentidos opostos), vem:

$$300 = \frac{6,0}{2} t^2 \therefore \boxed{t = 10,0 \text{ s}}$$

Resposta: alternativa **d**.

34. (OBF) Em uma estrada de pista única, uma moto de 2,0 m de comprimento, cuja velocidade tem módulo igual a 22,0 m/s, quer ultrapassar um caminhão longo de 30,0 m, que está com velocidade constante de módulo igual a 10,0 m/s. Supondo-se que a moto faça a ultrapassagem com uma aceleração de módulo igual a 4,0 m/s^2, calcule o tempo que ela leva para ultrapassar o caminhão e a distância percorrida durante a ultrapassagem.

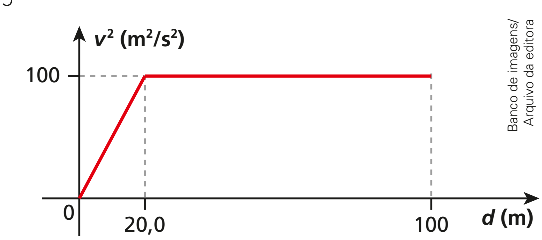
35. Considere o gráfico a seguir, que representa de modo aproximado a velocidade escalar com que se eleva verticalmente o ponto mais alto de um pé de milho da variedade BRS *Caimbé*, desde o instante $t_0 = 0$, em que a planta eclode do solo, iniciando seu crescimento, até o instante $t_1 = 10$ semanas, em que esse crescimento termina.



Com base no diagrama, pede-se:

a) determinar a altura máxima atingida pelo pé de milho;
b) traçar o gráfico da altura do pé de milho em função do tempo, desde $t_0 = 0$, em que a altura é nula, até $t_1 = 10$ semanas;
c) traçar o gráfico da aceleração escalar do ponto mais alto do pé de milho em função do tempo, desde $t_0 = 0$ até $t_1 = 10$ semanas.

36. O quadrado da velocidade escalar de um atleta em função de sua posição na pista durante uma corrida de 100 metros rasos está esboçado no gráfico abaixo.



Com base nas informações contidas no diagrama, pede-se:

a) calcular o intervalo de tempo T_1 gasto pelo atleta para percorrer os 20,0 m iniciais da prova;
b) calcular o intervalo de tempo T_2 gasto pelo atleta para percorrer os 80,0 m finais da prova;
c) traçar o gráfico da velocidade escalar do atleta em função do tempo durante a corrida.

37. **Dirigir com baixa luminosidade é ruim; dirigir com baixa luminosidade e com chuva é ainda pior!** Suponha que um motorista, dirigindo seu carro em um fim de tarde chuvoso ao longo de uma rodovia retilínea, com velocidade escalar constante de 72 km/h, aviste a distância de 70 m uma árvore que caiu na estrada, bloqueando toda a pista, como ilustra a fotografia abaixo.

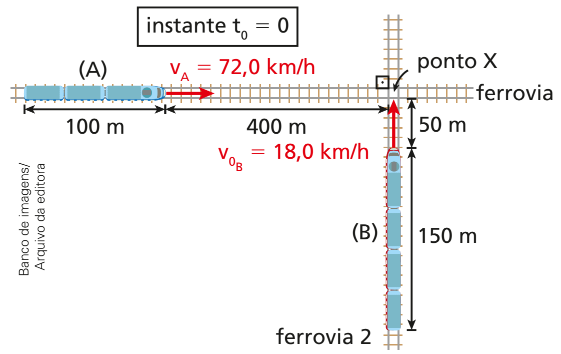
BorneoJC James/Shutterstock

Entre a visão do perigo e a ação muscular de pisar no freio transcorre um intervalo de tempo de 0,50 s (tempo de reação do motorista) durante o qual o veículo segue com a velocidade escalar anterior à ação de frenagem. Sabendo-se que o sistema de freios imprime ao carro uma desaceleração de intensidade constante igual a 4,0 m/s^2, determine se o carro para antes do obstáculo. Em caso afirmativo, a quantos metros da árvore a velocidade do veículo se anula?

38. Com alguma frequência, somos informados de que ocorreu uma colisão entre dois trens em alguma parte do mundo. Infelizmente, essas notícias vêm carregadas de negatividade, já que falam de prejuízos materiais, ambientais, além de irreparáveis perdas de vidas humanas.

JGA/Shutterstock

Considere o esquema a seguir, em que estão representadas, fora de escala, duas ferrovias perpendiculares entre si que se cruzam em um ponto **X**. Um trem **A**, de comprimento 100 m, trafega pela ferrovia 1 rumo ao ponto **X**, com velocidade escalar constante igual a 72,0 km/h. Admita que, em determinado instante ($t_0 = 0$), a frente da locomotiva deste trem esteja a 400 m de **X**. Nesse mesmo instante, um trem **B**, de comprimento 150 m, que percorre a ferrovia **2** também rumo ao ponto **X**, tem velocidade escalar igual a 18,0 km/h e a frente de sua locomotiva dista 50 m de **X**.



Banco de imagens/ Arquivo da editora

Visando evitar uma colisão com o trem **A**, o maquinista do trem **B** deverá tomar, imediatamente, uma das duas decisões abaixo:

I. frear seu comboio de modo a pará-lo no ponto **X**;
II. acelerar seu comboio de modo a passar completamente pelo ponto **X** imediatamente antes da chegada do trem **A** a esse ponto.

Em ambos os casos, a intensidade da aceleração a ser imprimida pelo trem **B** deverá ser constante.

Desprezando-se as larguras dos trens e das respectivas linhas férreas, determine a intensidade da aceleração do trem **B** caso seja cogitada a:

a) Decisão (I).
   No instante em que o trem **B** para, qual a distância entre a traseira do trem **A** e o ponto **X**?

b) Decisão (II).

39. **E.R.** Para demonstrar aos leitores de uma revista especializada em motocicletas os perigos que altas velocidades podem oferecer aos motociclistas, uma importante fabricante desses veículos sobre duas rodas realizou testes com determinado modelo em uma pista de provas retilínea e horizontal dotada de sensores eletrônicos em sua lateral.

kozirsky/Shutterstock

A uma velocidade escalar inicial $v_1 = v_0$, a moto parou em um intervalo de tempo T_1, depois de percorrer uma distância d_1. Já a uma velocidade escalar inicial $v_2 = 2v_0$, a moto parou em um intervalo de tempo T_2, depois de percorrer uma distância d_2. Considerando-se que em ambas as frenagens o veículo foi submetido a uma mesma aceleração escalar constante, pede-se:

a) a relação $\frac{T_2}{T_1}$; b) a relação $\frac{d_2}{d_1}$.

Resolução:

a) O movimento é uniformemente variado, logo:

1º caso: $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = v_0 - \alpha T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{v_0}{\alpha}$

2º caso: $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 2v_0 - \alpha T_2 \Rightarrow T_2 = \frac{2v_0}{\alpha}$

Comparando-se os dois resultados, depreende-se que $T_2 = 2T_1$, logo:

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = 2}$$

b) Pela equação de Torricelli, segue que:

1º caso: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha d$

$$0 = v_0^2 + 2(-\alpha)d_1 \Rightarrow d_1 = \frac{v_0^2}{2\alpha}$$

2º caso: $v^2 = v_0^2 + 2\alpha d$

$$0 = (2v_0)^2 + 2(-\alpha)d_2 \Rightarrow d_2 = \frac{4v_0^2}{2\alpha}$$

Comparando-se os dois resultados, conclui-se que $d_2 = 4d_1$, logo:

$$\boxed{\frac{d_2}{d_1} = 4}$$

40. Um determinado carro será freado em uma pista retilínea até sua completa imobilização, sempre com a mesma aceleração escalar constante, de módulo igual a 4,0 m/s^2. Ocorrerão duas situações distintas: na primeira, a velocidade escalar inicial do carro é de 72 km/h, e na segunda, a velocidade escalar inicial do veículo é de 144 km/h. Com base nessas informações, responda:

a) Quantos segundos a mais o carro requer para frear na segunda situação em relação à primeira?

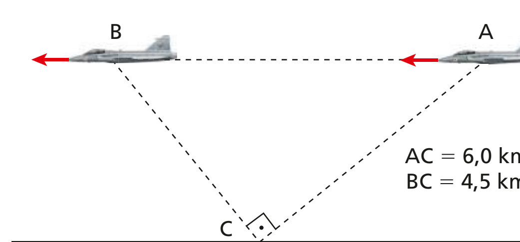
b) Quantos metros a mais o veículo exige para frear na segunda situação em relação à primeira?

41. Dizer que um avião "rompe a barreira do som" significa afirmar que a aeronave adquire velocidade maior que a das ondas sonoras que se propagam no ar.

A foto abaixo mostra um moderno caça supersônico no exato instante em que ele rompe a barreira do som. Isso provoca o surgimento de uma onda de choque de grande potência que passa a se propagar isotropicamente no ar, com formato cônico.

SVSimagery/Shutterstock

No esquema a seguir, um observador de dimensões desprezíveis, em repouso no ponto **C** do solo plano e horizontal, ouve o estrondo provocado pela onda de choque produzida por um jato ao romper a barreira do som no ponto **A**. A percepção dessa onda ocorre no mesmo instante em que ele avista a aeronave passando pelo ponto **B**. A trajetória do avião deve ser considerada retilínea e paralela ao solo e seu movimento ocorre com aceleração escalar constante (movimento uniformemente acelerado).



Banco de imagens/Arquivo da editora

Supondo-se a propagação luminosa praticamente instantânea nesse contexto e adotando-se para a velocidade do som no ar o valor 300 m/s, determine:

a) o intervalo de tempo gasto pela onda de choque no percurso **AC**;

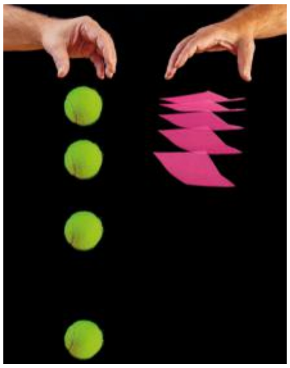
b) a aceleração escalar do jato;

c) a intensidade da velocidade da aeronave ao passar pelo ponto **B**. Essa velocidade equivale a quantos Mach? Observe que Mach 1 corresponde a uma vez a velocidade do som no ar.

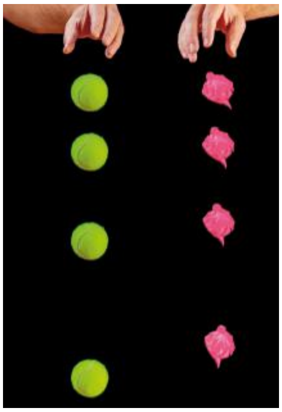
10. Movimentos livres na vertical sob a ação exclusiva da gravidade

Queda livre

Suponha que você abandone a partir do repouso uma pequena bola e uma folha de papel aberta. Esses dois corpos vão certamente cair rumo ao chão, mas a folha de papel sofrerá sobremaneira os efeitos da resistência do ar, descrevendo uma trajetória irregular e gastando mais tempo para atingir o solo.


Sergio Dotta Jr/Arquivo da editora

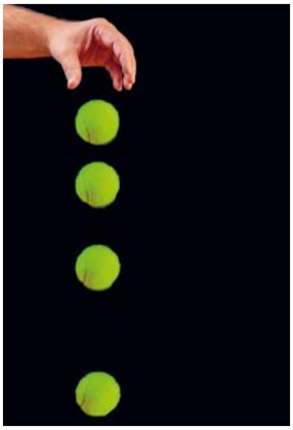
O movimento do papel é bastante afetado pelo ar, fazendo com que seu tempo de queda seja maior que o da bola.


Sergio Dotta Jr/Arquivo da editora

Repetindo-se o experimento, agora com a folha de papel amassada, você vai notar que esta cairá aproximadamente na vertical, do mesmo modo que a bola, atingindo o chão praticamente no mesmo instante que esta.

Isso acontece porque sobre o papel embolado as ações de resistência ao movimento impostas pelo ar são menores que no caso anterior. Aqui, tanto o papel amassado quanto a bola descrevem movimentos bastante parecidos, chegando praticamente juntos ao chão.

Movimentos praticamente iguais.


Sergio Dotta Jr/Arquivo da editora

Em uma situação ideal, sem nenhuma resistência do ar, o papel e a bola, abandonados do repouso em um mesmo instante, descreveriam em suas **quedas livres** até o solo movimentos verticais **idênticos**, com a mesma aceleração escalar – a aceleração da gravidade g –, a mesma velocidade escalar em cada instante e o mesmo tempo de queda.

Como a intensidade da aceleração da gravidade é constante em deslocamentos verticais relativamente curtos, esses movimentos seriam **uniformemente acelerados**, conforme os padrões estudados neste tópico.

Fotografia estroboscópica do movimento uniformemente acelerado de uma pequena bola em queda livre a partir do repouso. Nesse caso, a aceleração de queda é a da gravidade, cerca de 10 m/s^2, o que significa que, a cada segundo transcorrido, a velocidade escalar da bola é acrescida em 10 m/s.

Utilizando corpos de dimensões desprezíveis que despencavam ao longo de trechos de pequena extensão, Galileu constatou esse fato ainda no final do século XVI.

Segundo sua conclusão, podemos escrever:

Nas proximidades do solo, independentemente de suas massas, formas ou materiais, todos os corpos em **queda livre** caem verticalmente com a **mesma aceleração**; a **aceleração da gravidade** (***g***).

Uma interessante propriedade da queda livre

Consideremos um pequeno corpo que vai partir do repouso em queda livre (sem sofrer os efeitos da resistência do ar). Seu movimento será uniformemente acelerado pela ação da gravidade, com aceleração escalar igual a g.

O deslocamento escalar desse corpo será regido pela equação:

$$\Delta s = \frac{g}{2}t^2$$

Cálculo das distâncias percorridas pelo corpo em intervalos de tempo sucessivos de duração T:

No primeiro intervalo:

$$\boxed{\Delta s_1 = \frac{g}{2}T^2}$$

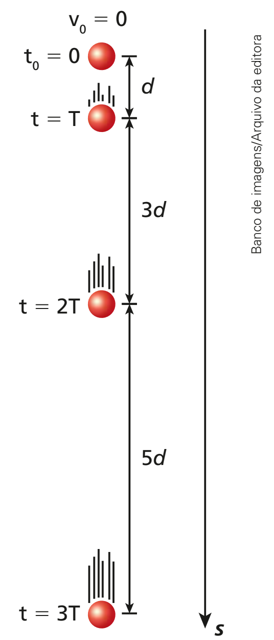
No segundo intervalo:

$$\Delta s_2 = \frac{g}{2}(2T)^2 - \Delta s_1 \Rightarrow \Delta s_2 = 4\frac{g}{2}T^2 - \frac{g}{2}T^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s_2 = 3\frac{g}{2}T^2}$$

No terceiro intervalo:

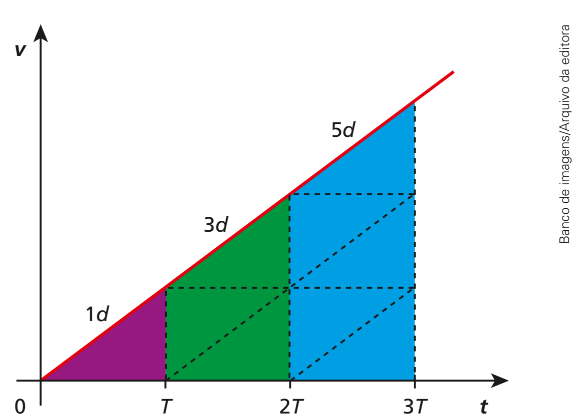
$$\Delta s_3 = \frac{g}{2}(3T)^2 - \Delta s_1 - \Delta s_2 \Rightarrow \Delta s_3 = 9\frac{g}{2}T^2 - 3\frac{g}{2}T^2 - \frac{g}{2}T^2 \Rightarrow \boxed{\Delta s_3 = 5\frac{g}{2}T^2}$$

A conclusão a ser extraída desses cálculos foi notada originalmente por Galileu:



Corpos em **queda livre** a partir do repouso percorrem, em intervalos de tempo sucessivos e iguais, distâncias que crescem proporcionalmente aos números ímpares, 1, 3, 5 ..., o que corresponde a uma **progressão aritmética** (**P. A.**).

O gráfico da velocidade escalar em função do tempo a seguir ilustra de forma bem concreta essa propriedade. Relembre que nesse gráfico a "área" entre o gráfico e o eixo dos tempos dá uma medida do deslocamento escalar em cada intervalo de tempo. Repare que os triângulos retângulos delimitados por linhas tracejadas em cada intervalo de tempo de duração T têm áreas iguais e que as áreas indicadas em cores diferentes abrangem distâncias percorridas iguais a 1d, 3d e 5d, respectivamente.



Faça você mesmo

Medindo o tempo de reação de uma pessoa

Existe um hiato temporal para os humanos entre a visualização de um fato e a correspondente ação muscular. Um motorista devidamente capacitado e em perfeitas condições mentais, por exemplo, acionará os freios do veículo um pouco depois de perceber opticamente um perigo na pista. Esse intervalo existente entre o ato de enxergar e a atitude muscular é denominado **tempo de reação** e varia com a faixa etária do indivíduo e também de pessoa para pessoa.

Um valor médio para o tempo de reação seria algo em torno de 0,4 s (quatro décimos de segundo).

Para medir o tempo de reação de uma pessoa, propomos a seguir um experimento muito simples para o qual você só vai precisar de uma régua e de alguns conhecimentos do movimento uniformemente variado.

Material necessário

- 1 régua.

Procedimento

I. Segure entre os dedos a régua em posição vertical, prendendo-a na marca final de sua escala. Peça à pessoa cujo tempo de reação se quer medir para dispor o polegar e o indicador de uma das mãos alinhados com a extremidade inferior da régua, marca 0 (zero), em posição de prender a régua. Esses dedos devem estar distanciados cerca de 5 cm. A figura 1 retrata a situação inicial.

II. Sem avisos prévios ou sinais que caracterizem que você vai largar o objeto, abandone a régua e ela passará a cair praticamente em movimento uniformemente acelerado.

III. A pessoa deverá então fechar os dedos tão rápido quanto conseguir, parando prontamente a descida do objeto, conforme ilustra a figura 2.

IV. Verifique na escala da régua quantos centímetros ela desceu.

Sergio Dotta Jr/Arquivo da editora

Sergio Dotta Jr/Arquivo da editora

Desenvolvimento

A partir da função horária do espaço para o movimento uniformemente variado, é possível obter o tempo de reação da pessoa, t_R:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2 \Rightarrow \Delta s = \frac{g}{2} t_R^2$$

Da qual:

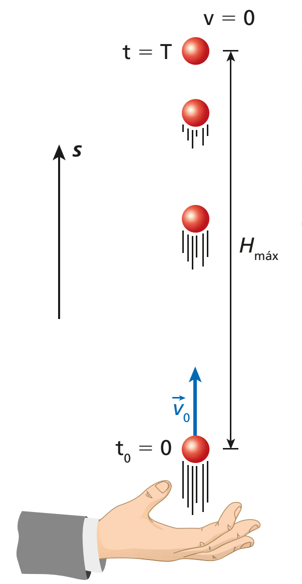
$$\boxed{t_R = \sqrt{\frac{2\Delta s}{g}}}$$

O valor de Δs você obtém diretamente da régua. Essa medida deverá ser transformada para metros, bastando-se dividir o número de centímetros obtido por 100. Adotando-se para a intensidade da aceleração da gravidade o valor $g = 10\ m/s^2$, você vai calcular o valor de t_R.

Um bom resultado final para o tempo de reação da pessoa, $\bar{t}_R$, exigirá que o procedimento seja repetido pelo menos cinco vezes. Feito isso, $\bar{t}_R$ estará determinado pela **média aritmética** dos valores experimentais encontrados.

$$\boxed{\bar{t}_R = \frac{t_{R_1} + t_{R_2} + \ldots t_{R_n}}{n}}$$

Lançamento vertical para cima



Você estudou a queda livre de um corpo, regida pelas acertadas conclusões de Galileu.

Vamos, agora, estender um pouco a nossa análise, tratando do lançamento de uma partícula verticalmente para cima.

Consideremos a situação ilustrada ao lado em que um pequeno objeto será lançado verticalmente para cima no instante $t_0 = 0$ com velocidade escalar inicial igual a v_0.

Seja *g* a intensidade da aceleração da gravidade local e desprezemos os efeitos da resistência do ar.

Orientando-se a trajetória para cima, como se faz normalmente em situações como essa, o objeto vai subir em movimento uniformemente retardado, com velocidade escalar positiva ($v > 0$) e aceleração escalar negativa ($\alpha < 0$), dará uma paradinha instantânea no ponto de altura máxima, no instante $t = T$, e vai descer em movimento uniformemente acelerado, com velocidade escalar negativa ($v < 0$) e aceleração escalar também negativa ($\alpha < 0$).

É importante notar que, se a trajetória estiver orientada para cima, a partícula terá **aceleração escalar negativa** tanto na subida como na descida, isto é, na ida e na volta, $\alpha = -g$.

Cálculo do tempo de subida, *T*:

Função horária da velocidade escalar:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = v_0 - gT$$

Da qual:

$$T = \frac{v_0}{g}$$

Cálculo da altura máxima, $H_{máx}$:

Equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s \Rightarrow 0 = v_0^2 + 2(-g)H_{máx}$$

De onde se obtém:

$$H_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$

NOTA!

Como na volta ao ponto de partida o corpo percorrerá, a partir do repouso, a mesma distância da subida e com a mesma aceleração escalar, **o tempo de descida será igual ao de subida** (simetria entre os movimentos de subida e descida). O tempo total, de ida e volta, ficará determinado por:

$$\Delta t_{total} = 2T \Rightarrow \boxed{\Delta t_{total} = 2\frac{v_0}{g}}$$

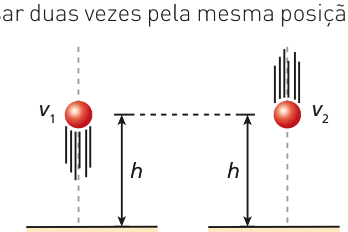
NOTAS!

- Deve-se observar que *T* é diretamente proporcional a v_0, enquanto $H_{máx}$ é diretamente proporcional ao quadrado de v_0. Isso significa que, dobrando-se v_0, por exemplo, *T* duplica e $H_{máx}$ quadruplica.
- Em um mesmo ponto da trajetória – mesma altura *h* em relação a um determinado nível de referência –, a partícula passa subindo e depois descendo com velocidades escalares simétricas, isto é $v_2 = -v_1$. A verificação dessa propriedade pode ser feita pela Equação de Torricelli, observando-se que ao passar duas vezes pela mesma posição da trajetória, o deslocamento escalar é nulo ($\Delta s = 0$).

$$v_2^2 = v_1^2 + 2(-g)\Delta s \Rightarrow v_2^2 = v_1^2 + 2(-g)0$$

Da qual:

$$v_2 = \pm v_1 \Rightarrow \boxed{v_2 = -v_1}$$



$$\boxed{v_2 = -v_1 \Rightarrow |v_2| = |v_1|}$$

Essa propriedade é extensiva a qualquer movimento uniformemente variado em que uma partícula vai e volta a um mesmo ponto ao longo de uma mesma trajetória orientada, mantendo constante, nas duas etapas, sua aceleração escalar.

JÁ PENSOU NISTO?

Tudo o que sobe, desce?


PCS/SPL/Latinstock

Um projétil disparado verticalmente para cima sobe em movimento retardado e depois desce, pelo menos a princípio, em movimento acelerado.

Depois de percorrer certo trecho em seu movimento descendente ganhando velocidade, o projétil tende a adquirir uma velocidade constante com a qual vai chegar ao chão: é a **velocidade terminal limite**.

Isso ocorre porque, na prática, o ar exerce significativa influência no movimento do projétil. O meio gasoso atua com forças contrárias ao sentido do deslocamento e, na descida, amortece as tendências de ganho de velocidade.

Contudo, se não existissem as forças de resistência do ar, o projétil retornaria ao ponto de partida com velocidade de mesma intensidade que a verificada no ato do disparo...

Seria um perigo, não? Por esse e outros motivos, o porte de armas no Brasil é regulamentado pelo Estatuto do Desarmamento (Lei nº 10.826/2003), sendo proibido a civis em todo o território nacional, salvo casos excepcionais.

Como veremos em Dinâmica, no tópico sobre energia mecânica e sua conservação, desprezando-se a resistência do ar, se formos disparando sucessivamente para cima partículas com velocidades de intensidades crescentes, haverá de se verificar uma velocidade limítrofe a partir da qual a partícula não mais retornará ao solo terrestre, já que escapará da atração gravitacional do planeta. Esta velocidade é denominada **velocidade de escape** e varia de astro para astro. No caso da Terra, a velocidade de escape vale cerca de 11,2 km/s.

Portanto, nem tudo o que sobe, desce.

Exercícios Nível 1

42. E.R. Uma pequena esfera é abandonada do repouso a partir de uma altura igual a 20,0 m em relação ao solo, despencando sob a ação exclusiva da gravidade em uma trajetória retilínea e vertical. Sendo $g = 10,0\ m/s^2$ a intensidade da aceleração da gravidade, responda:

a) Quanto tempo a esfera gasta em seu trânsito até o solo?

b) Qual a intensidade da velocidade da esfera logo antes de atingir o solo?

c) A massa da esfera teve influência nos resultados dos itens **a** e **b**?

Resolução:

a) O movimento é uniformemente acelerado pela ação da gravidade, logo:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow H = \frac{g}{2}T^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

Sendo $H = 20,0$ m e $g = 10,0\ m/s^2$, vem:

$$T = \sqrt{\frac{2 \cdot 20,0}{10,0}} \therefore \boxed{T = 2,0\ s}$$

b) $v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 10,0 \cdot 2,0 \therefore \boxed{v = 20,0\ m/s}$

c) A massa da esfera não teve influência nos resultados dos itens **a** e **b**.

43. Até pouco tempo, ter um prédio ou uma torre alta em uma grande cidade era sinal de prestígio e reconhecimento. Alguns países, como Estados Unidos, China, Japão, Malásia, Arábia Saudita e Emirados Árabes Unidos, entre outros, levaram isso a sério e disputam hoje o título de "lugar mais próximo do céu".

Atualmente, o edifício mais alto do mundo é o Burj Khalifa, situado em Dubai, Emirados Árabes Unidos, com 828 metros e 160 andares.


Tomasz Czajkowski/Shutterstock

Os dados referentes ao Burj Khalifa são superlativos, a começar pelas quantidades de aço e concreto utilizadas na construção. É possível se avistar a antena existente no topo do edifício desde 90 km de distância e, do mirante mais alto do prédio, vê-se toda Dubai, notando-se com clareza a curvatura da Terra ao se mirar o horizonte em dias de pouca nebulosidade.

Imagine uma situação hipotética em que um pequeno objeto vai ser abandonado do repouso a partir de uma janela do Burj Khalifa situada a 720 m de altura em relação ao solo. Admitindo-se que o objeto descreva uma trajetória retilínea e vertical sob a ação exclusiva da gravidade, adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, pede-se determinar:

a) o tempo de queda do objeto até o chão;

b) a velocidade escalar do objeto, em km/h, logo antes de colidir contra o solo.

44. (Fuvest-SP) Em uma tribo indígena de uma ilha tropical, o teste derradeiro de coragem de um jovem é deixar-se cair em um rio, do alto de um penhasco. Um desses jovens se soltou verticalmente, a partir do repouso, de uma altura de 45 m em relação à superfície da água. O tempo decorrido, em segundos, entre o instante em que o jovem iniciou sua queda e aquele em que um espectador, parado no alto do penhasco, ouviu o barulho do impacto do jovem na água é, aproximadamente,

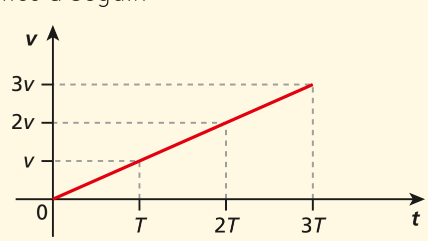
a) 3,1. b) 4,3. c) 5,2. d) 6,2. e) 7,0.

Note e adote:
Considere o ar em repouso e ignore sua resistência.
Ignore as dimensões das pessoas envolvidas.
Velocidade do som no ar: 360 m/s.
Aceleração da gravidade: $10\ m/s^2$.

45. **E.R.** Um pequeno corpo é abandonado do repouso nas proximidades da Terra e despenca em trajetória vertical sem sofrer os efeitos da resistência do ar. Se nos três primeiros intervalos de tempo de igual duração, subsequentes ao abandono do corpo, este percorre as distâncias h_1, h_2 e h_3, respectivamente, pede-se expressar essas distâncias em função da distância total percorrida, H. Considere que $H = h_1 + h_2 + h_3$.

Resolução:

O movimento de queda livre é uniformemente acelerado e a velocidade escalar cresce uniformemente com o tempo, como indica o gráfico a seguir.



Banco de imagens/Arquivo da editora

(I) A distância total percorrida, H, pode ser equacionada calculando-se a área sob o gráfico no intervalo de 0 a $3T$ (triângulo).

$$H = \frac{3T \cdot 3v}{2} \Rightarrow H = 9\frac{Tv}{2} \quad (1)$$

(II) A distância percorrida no primeiro intervalo de tempo de duração T, h_1, pode ser equacionada calculando-se a área sob o gráfico no intervalo de 0 a T (triângulo).

$$h_1 = \frac{Tv}{2} \quad (2)$$

Dividindo-se (2) por (1), membro a membro, vem:

$$\frac{h_1}{H} = \frac{\frac{Tv}{2}}{9\frac{Tv}{2}} \Rightarrow \boxed{h_1 = \frac{1}{9}H}$$

(III) A distância percorrida no segundo intervalo de tempo de duração T, h_2, pode ser equacionada calculando-se a área sob o gráfico no intervalo de T a $2T$ (trapézio).

$$h_2 = \frac{T(2v + v)}{2} \Rightarrow h_2 = 3\frac{Tv}{2} \quad (3)$$

Dividindo-se (3) por (1), membro a membro, vem:

$$\frac{h_2}{H} = \frac{3\frac{Tv}{2}}{9\frac{Tv}{2}} \Rightarrow \boxed{h_2 = \frac{3}{9}H}$$

(IV) A distância percorrida no terceiro intervalo de tempo de duração T, h_3, pode ser equacionada calculando-se a área sob o gráfico no intervalo de $2T$ a $3T$ (trapézio).

$$h_3 = \frac{T(3v + 2v)}{2} \Rightarrow h_3 = 5\frac{Tv}{2} \quad (4)$$

Dividindo-se (4) por (1), membro a membro, vem:

$$\frac{h_3}{H} = \frac{5\frac{Tv}{2}}{9\frac{Tv}{2}} \Rightarrow \boxed{h_3 = \frac{5}{9}H}$$

Deve-se observar que as distâncias h_1, h_2 e h_3 obedecem a uma **progressão aritmética** (P.A.) de razão $\frac{2}{9}H$.

46. Um paraquedista se deixa cair a partir do repouso do estribo de um helicóptero estacionado a grande altitude em relação ao solo, despencando praticamente sem sofrer a resistência do ar. Com o paraquedas ainda fechado, esse paraquedista percorre verticalmente 20,0 m durante um primeiro intervalo de tempo de duração *T* e 60,0 m durante o intervalo de tempo subsequente, também de duração *T*. Adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, pede-se determinar:

a) o valor de *T*;

b) a distância percorrida pelo paraquedista durante o terceiro intervalo consecutivo de duração *T*.

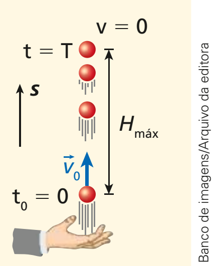
47. **E.R.** Gabriel, brincando de lançar sua borracha de apagar verticalmente para cima a partir do solo, dispara esse objeto com velocidade escalar inicial igual a 6,0 m/s. Desprezando-se a resistência do ar e adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, pede-se calcular:

a) o intervalo de tempo gasto pela borracha para atingir a altura máxima;

b) a altura máxima atingida pelo objeto.

Resolução:

a) Do local do lançamento até o ponto de altura máxima, a borracha realiza um movimento uniformemente retardado pela ação da gravidade.



Orientando-se a trajetória verticalmente para cima, e lembrando-se de que no ponto de altura máxima v = 0, vem:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow 0 = 6,0 - 10,0t$$

De onde se obtém:

$$\boxed{t = 0,60\ s}$$

b) Aplicando-se a Equação de Torricelli, temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha \Delta s$$

$$0 = (6,0)^2 + 2(-10,0)H_{máx}$$

$$20,0H_{máx} = 36,0 \therefore \boxed{H_{máx} = 1,8\ m}$$

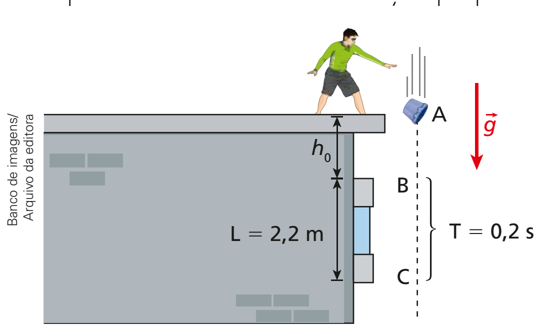
48. João e Antônio são dois operários bastante entrosados que cuidam da parte hidráulica de construções civis. Certo dia, João lança uma trena verticalmente para cima com a intenção de que Antônio a capture no topo de um andaime de altura igual a 7,2 m no exato instante em que a velocidade escalar do objeto se anula. Desprezando-se as dimensões dos operários, bem como a resistência do ar, e adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, pede-se calcular:

a) a intensidade da velocidade com que João deve lançar a trena de modo que Antônio a capture de acordo com as condições especificadas;

b) o tempo de subida da trena.

Exercícios Nível 2

49. Um pequeno vaso cai do topo de um prédio (posição **A**), a partir do repouso no instante $t_0 = 0$, e passa verticalmente diante de uma janela **BC**, de extensão L = 2,2 m, gastando um intervalo de tempo T = 0,2 s no trânsito diante dessa janela. O esquema abaixo ilustra a situação proposta.



Desprezando-se a resistência do ar e adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, pede-se calcular:

a) o valor de h_0, indicado na figura;

b) os módulos das velocidades escalares do vaso, v_A e v_B, respectivamente nas posições **A** e **B**.

50. (OBF) Durante o último segundo de queda livre, um corpo que partiu do repouso percorreu $\frac{3}{4}$ de todo o seu caminho até o solo. Adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, responda:

a) Qual o intervalo de tempo total de queda desse corpo, *T*?

b) Qual o valor da altura total de queda, *H*?

51. Do telhado de um prédio pingam gotas de água da chuva em intervalos de tempo regulares; sucessivos e iguais. Essas gotas atingem o solo depois de percorrerem 20,0 m sem sofrer os efeitos da resistência do ar. Verifica-se que no instante em que a 5ª gota se desprende do telhado, a 1ª gota toca o chão. Adotando-se para a aceleração da gravidade o valor $g = 10{,}0\ m/s^2$, pede-se:

E.R.

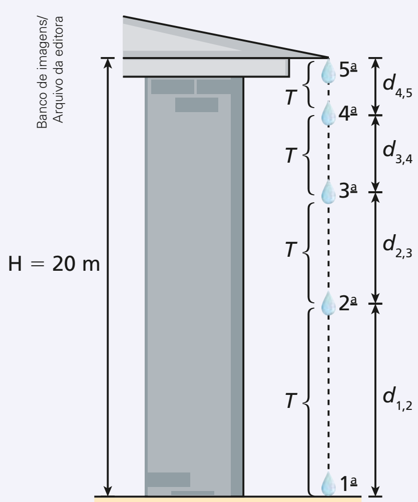
a) calcular o intervalo de tempo *T* que intercala o desprendimento de duas gotas consecutivas;

b) determinar as distâncias $d_{4,5}$, $d_{3,4}$, $d_{2,3}$ e $d_{1,2}$, respectivamente, entre a 4ª e a 5ª gotas, entre a 3ª e a 4ª gotas, entre a 2ª e a 3ª gotas e entre a 1ª e a 2ª gotas;

c) verificar se as distâncias determinadas no item anterior obedecem a uma **progressão aritmética** (P.A.). Em caso afirmativo, qual a razão dessa P.A.?

Resolução:

O esquema a seguir retrata o instante citado no enunciado.



Banco de imagens/Arquivo da editora

a) O intervalo de tempo *T* que intercala o desprendimento de duas gotas consecutivas fica determinado aplicando-se à 1ª gota a equação do espaço do movimento uniformemente variado:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Temos:

$$H = \frac{g}{2}(4T)^2 \Rightarrow 20{,}0 = \frac{10{,}0}{2} \cdot 16T^2$$

Da qual:

$$\boxed{T = 0{,}50\ s}$$

b) Também pela mesma equação do item anterior, tem-se:

$$d_{4,5} = \frac{g}{2}T^2 \Rightarrow d_{4,5} = \frac{10{,}0}{2} \cdot (0{,}50)^2$$

$$\boxed{d_{4,5} = 1{,}25\ m}$$

$$d_{4,5} + d_{3,4} = \frac{g}{2}(2T)^2$$

$$1{,}25 + d_{3,4} = \frac{10{,}0}{2} \cdot 4 \cdot (0{,}50)^2$$

$$\boxed{d_{3,4} = 3{,}75\ m}$$

$$d_{4,5} + d_{3,4} + d_{2,3} = \frac{g}{2}(3T)^2$$

$$1{,}25 + 3{,}75 + d_{2,3} = \frac{10{,}0}{2} \cdot 9 \cdot (0{,}50)^2$$

$$\boxed{d_{2,3} = 6{,}25\ m}$$

$$d_{4,5} + d_{3,4} + d_{2,3} + d_{1,2} = \frac{g}{2}(4T)^2$$

$$1{,}25 + 3{,}75 + 6{,}25 + d_{1,2} = \frac{10{,}0}{2} \cdot 10 \cdot (0{,}50)^2$$

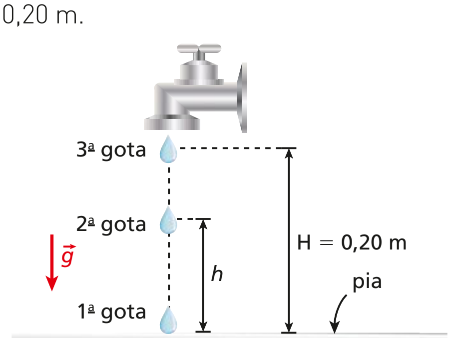
$$\boxed{d_{1,2} = 8{,}75\ m}$$

c) As distâncias $d_{4,5}$, $d_{3,4}$, $d_{2,3}$ e $d_{1,2}$ crescem em progressão aritmética (P.A.) de razão 2,50 m.

Esta é uma propriedade do movimento uniformemente variado:

Em intervalos de tempo sucessivos e iguais, as distâncias percorridas pela partícula variam em progressão aritmética (P.A.). A razão dessa P.A. é αt^2, em que α é a aceleração escalar e *t* é o intervalo de tempo considerado.

52. O esquema abaixo representa em um determinado instante uma torneira mal fechada que goteja periodicamente água sobre uma pia. A altura da boca da torneira em relação à superfície da pia é H = 0,20 m.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Observando-se que no momento em que a 3ª gota se desprende, a 1ª gota atinge a pia e adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, pede-se calcular:

a) o intervalo de tempo *T* que intercala o desprendimento de duas gotas consecutivas;

b) a distância *h* entre a 1ª e a 2ª gotas no instante considerado.

53. **E.R.** Em Belém, no estado do Pará, especialmente em momentos de ventos ou tempestades, tomar uma "mangada" no corpo ou na lataria do automóvel é bastante comum. A cidade tem em suas ruas e avenidas centrais centenas de frondosas mangueiras, plantadas no início do Século XX com vistas à arborização da cidade que, devido à sua posição equatorial, recebe intensa radiação solar.


Delfim Martins/Pulsar Imagens

A população de Belém tem à sua disposição deliciosas mangas que podem ser colhidas diretamente das mangueiras que arborizam a cidade. A degustação da fruta em pleno território urbano faz parte da cultura local.

Imagine que um pedestre esteja caminhando horizontalmente em linha reta, com velocidade escalar constante, ao longo de uma rua de Belém rumo a uma mangueira carregada de frutos. Admita que no instante em que a pessoa se encontra a 96 cm da vertical de uma determinada manga, esta se desprenda pela ação do vento de uma altura igual a 7,2 m, despencando numa trajetória vertical que intercepta a trajetória do pedestre. Adotando-se $g = 10\ m/s^2$ e desprezando-se a resistência do ar, qual deverá ser o módulo da velocidade escalar da pessoa para não ser atingida pela fruta? Considere o pedestre e a manga pontos materiais.

Resolução:

(I) Cálculo do tempo de queda da manga:

Do movimento uniformemente variado:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Temos:

$$H = \frac{g}{2} T^2 \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2H}{g}} \Rightarrow T = \sqrt{\frac{2 \cdot 7,2}{10}}$$

$$\boxed{T = 1,2\ s}$$

(II) Calculemos a velocidade escalar do pedestre, considerando-se um deslocamento $\Delta s = 0,96\ m$ e um intervalo de tempo $\Delta t = T = 1,2\ s$.

Para o movimento uniforme do pedestre:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{0,96\ m}{1,2}$$

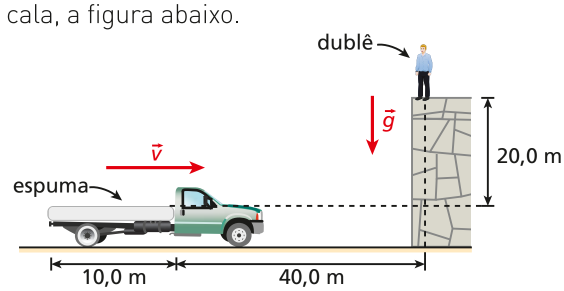
Da qual:

$$\boxed{v = 0,8\ m/s}$$

(III) Assim, para que o pedestre não seja atingido pela manga, o módulo de sua velocidade escalar deverá ser diferente de 0,8 m/s:

$$\boxed{0 < v < 0,8\ m/s \text{ ou } v > 0,8\ m/s}$$

54. Na realização de um filme, um corajoso dublê deverá despencar de uma altura igual a 20,0 m, a partir do repouso, sobre um espesso colchão de espuma que reveste completamente a carroceria de um caminhão que se desloca em linha reta com velocidade escalar constante. O comprimento da carroceria é igual a 10,0 m e o início dela está, no princípio da queda do dublê, a 40,0 m de distância da vertical do salto, conforme ilustra, fora de escala, a figura abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Os elementos ilustrados não estão na mesma escala.

Desprezando-se a resistência do ar e adotando-se $g = 10,0\ m/s^2$, pede-se determinar, em km/h, as possíveis velocidades escalares *v* do caminhão para que o dublê caia dentro da carroceria do veículo. Despreze as dimensões do dublê e admita que a trajetória do caminhão intercepta a vertical da queda do intrépido artista.

55. Um balão sobe verticalmente com velocidade **E.R.** escalar constante de módulo 5,0 m/s. Quando sua altura em relação ao solo é de 30 m, um garoto abandona do balão um pequeno pacote, que fica sob a ação exclusiva do campo gravitacional terrestre, cuja intensidade é de 10 m/s^2. Determine:

a) a altura máxima que o pacote alcança em relação ao solo;

b) o intervalo de tempo gasto pelo pacote para chegar ao solo, a contar do instante em que foi abandonado;

c) o módulo da velocidade escalar de impacto do pacote contra o solo.

Resolução:

a) Devido à inércia, no instante em que o pacote é abandonado do balão a intensidade de sua velocidade em relação ao solo é idêntica à do balão, isto é, 5,0 m/s.

O pacote vai descrever um movimento uniformemente variado para o qual vale a equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$$

No instante em que o pacote atinge o ponto de altura máxima, v = 0 e:

$$\Delta s = H_{máx} - H_0 \Rightarrow \Delta s = H_{máx} - 30$$

Adotando-se um eixo de posições vertical, orientado para cima, e com origem no solo, teremos $v_0 = +5{,}0$ m/s e $\alpha = -10$ m/s^2. Logo:

$$0 = (5{,}0)^2 + 2 \cdot (-10) \cdot (H_{máx} - 30)$$

$$20 \cdot (H_{máx} - 30) = 25 \Rightarrow H_{máx} - 30 = 1{,}25$$

Da qual:

$$\boxed{H_{máx} = 31{,}25 \text{ m}}$$

b) Aplicando-se a função horária do espaço para o movimento uniformemente variado e observando-se que no instante em que o pacote atinge o solo s = 0, vem:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{\alpha}{2}t^2 \Rightarrow 0 = 30 + 5{,}0t - \frac{10}{2}t^2$$

$$5{,}0t^2 - 5{,}0t - 30 = 0 \Rightarrow t = \frac{5{,}0 \pm \sqrt{25 + 600}}{10}$$

$$t = \frac{5{,}0 \pm 25}{10} \therefore \boxed{t = 3{,}0 \text{ s}}$$

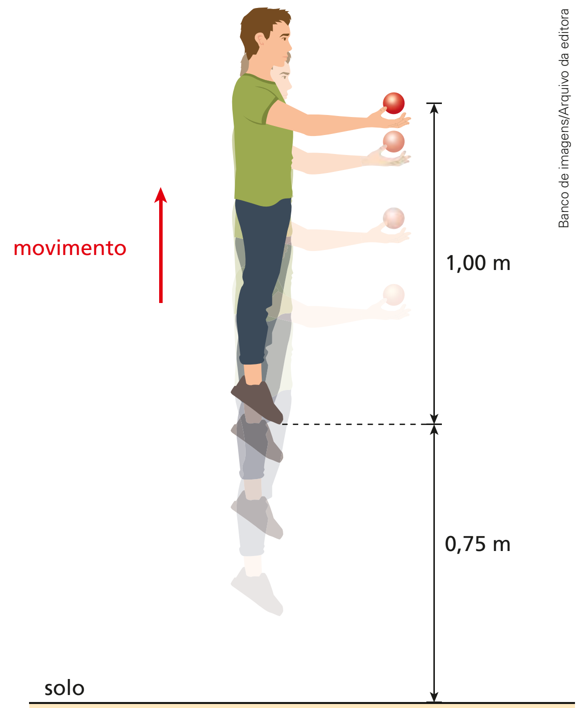
c) Pela função horária da velocidade escalar, temos:

$$v = v_0 + \alpha t \Rightarrow v = 5{,}0 - 10 \cdot 3{,}0 \therefore v = -25 \text{ m/s}$$

Em valor absoluto:

$$\boxed{|v| = 25 \text{ m/s}}$$

56. No esquema a seguir representa-se o instante do salto vertical de um homem em que ele possui velocidade dirigida para cima com módulo igual a 1,0 m/s. Nesse instante o corpo do homem está ereto, alinhado com o prumo local, e ele larga de suas mãos uma bolinha.



Desprezando-se a resistência do ar nos movimentos do homem e da bolinha e adotando-se para a aceleração da gravidade intensidade g = 10,0 m/s^2, responda:

a) Quem atinge primeiro o ponto mais alto da respectiva trajetória, o homem ou a bolinha?

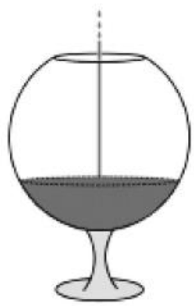
b) Qual o intervalo de tempo, Δt, que vai intercalar a chegada da bolinha e dos pés do homem ao solo?

57. Uma pequena bola é abandonada a partir do repouso da janela de um prédio situada a 24 m de altura em relação ao solo no mesmo instante em que um rojão parte do solo verticalmente para cima, com velocidade inicial nula, segundo a mesma reta percorrida pela bola. Admitindo-se que a bola despenque em queda livre, com a aceleração da gravidade (intensidade igual a 10 m/s^2), e que o rojão tenha aceleração escalar constante de módulo 2,0 m/s^2, determine:

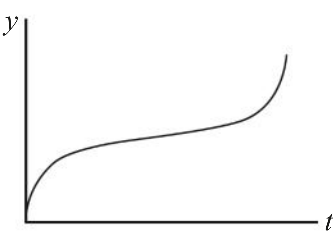
a) quanto tempo após o início dos movimentos o rojão colide com a bola;

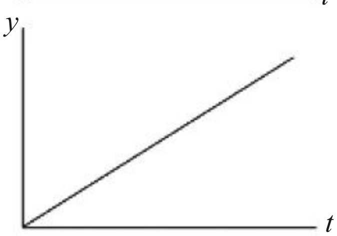
b) a que altura, em relação ao solo, ocorre a colisão.

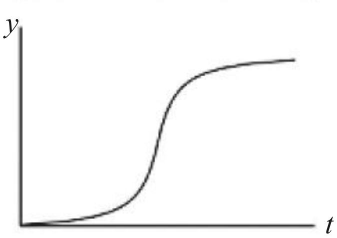
58. (OPF) Uma taça de forma esférica, como mostra a figura abaixo, está sendo cheia com água a uma taxa constante.

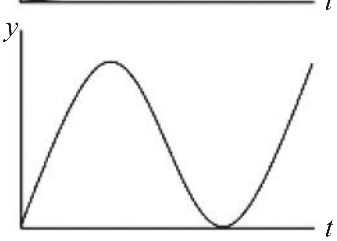


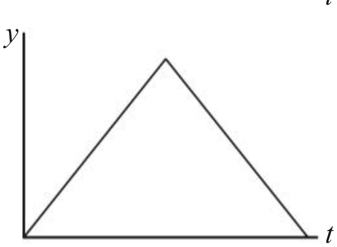
A altura do líquido *y*, em função do tempo, *t*, pode ser representada graficamente por:

a) 

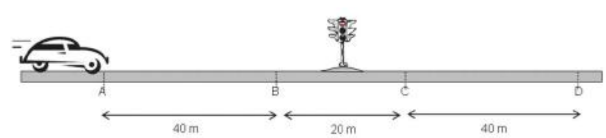
b) 

c) 

d) 

e) 

59. (UFMS) Uma rodovia, plana e retilínea, possui uma lombada eletrônica nas proximidades da qual os veículos devem trafegar com uma velocidade escalar máxima de 30 km/h num intervalo de 20 metros, compreendido entre os pontos **B** e **C**, veja na figura. Um veículo se aproxima, com velocidade escalar de 90 km/h, e quando está no ponto **A**, que está a 40 metros do ponto **B**, começa a reduzir uniformemente a velocidade, e quando chega ao ponto **B** está na velocidade limite de 30 km/h, e assim permanece com essa velocidade até o ponto **C**. A partir do ponto **C**, acelera uniformemente, e após distar 40 metros do ponto **C**, chega ao ponto **D** com a velocidade escalar original de 90 km/h. Considere que, se não houvesse a lombada eletrônica, o veículo trafegaria todo o percurso, compreendido entre os pontos **A** e **D**, com uma velocidade escalar constante de 90 km/h, e dessa forma o tempo da viagem seria menor.

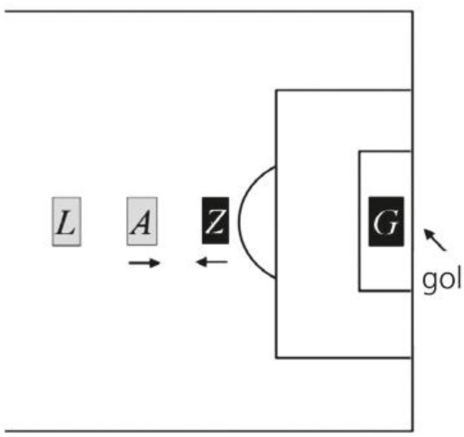


Do primeiro para o segundo caso, qual o valor da diferença no tempo da viagem?

60. Um veículo arranca do repouso e percorre certa distância em movimento retilíneo uniformemente acelerado. Se esse veículo partir novamente do repouso e percorrer a mesma distância em movimento retilíneo uniformemente acelerado, mas com aceleração escalar igual ao dobro da aceleração escalar verificada no caso anterior, o intervalo de tempo gasto nesse percurso será reduzido em relação ao intervalo de tempo gasto no primeiro caso em, aproximadamente:

a) 25%;
b) 30%;
c) 45%;
d) 50%;
e) 70%.

61. (Unicamp-SP) A Copa do Mundo é o segundo maior evento desportivo do mundo, ficando atrás apenas dos Jogos Olímpicos. Uma das regras do futebol que gera polêmica com certa frequência é a do impedimento. Para que o atacante **A** não esteja em impedimento, deve haver ao menos dois jogadores adversários a sua frente, **G** e **Z**, no exato instante em que o jogador **L** lança a bola para **A** (ver figura). Considere que somente os jogadores **G** e **Z** estejam à frente de **A** e que somente **A** e **Z** se deslocam nas situações descritas a seguir.



a) Suponha que a distância entre **A** e **Z** seja de 12 m. Se **A** parte do repouso em direção ao gol com aceleração de 3,0 m/s^2 e **Z** também parte do repouso com a mesma aceleração no sentido oposto, quanto tempo o jogador **L** tem para lançar a bola depois da partida de **A** antes que **A** encontre **Z**?

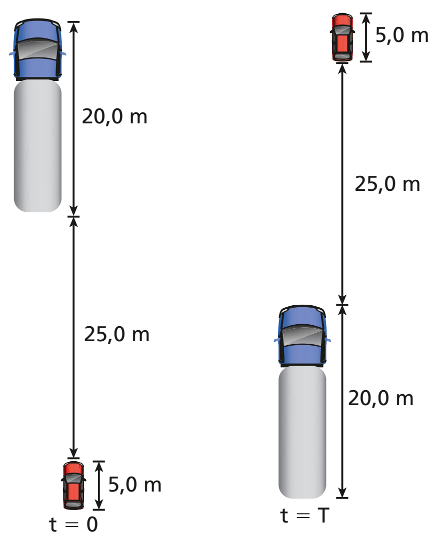
b) O árbitro demora 0,1 s entre o momento em que vê o lançamento de **L** e o momento em que determina as posições dos jogadores **A** e **Z**. Considere agora que **A** e **Z** movem-se a velocidades constantes de 6,0 m/s, como indica a figura. Qual a distância mínima entre **A** e **Z** no momento do lançamento para que o árbitro decida de forma inequívoca que **A** não está impedido?

62. (Uepa) Uma das causas de acidentes de trânsito é a imprudência de certos motoristas, que realizam manobras arriscadas ou inapropriadas. Por exemplo, em uma manobra realizada em um trecho retilíneo de uma rodovia, o motorista de um automóvel de passeio de comprimento igual a 3,0 m resolveu ultrapassar, de uma só vez, uma fileira de veículos medindo 17,0 m de comprimento.
Para realizar a manobra, o automóvel, que se deslocava inicialmente a 90 km/h, acelerou uniformemente, ultrapassando a fileira de veículos em um intervalo de tempo de 4,0 s. Supondo-se que a fileira se tenha mantido em movimento retilíneo uniforme, a uma velocidade escalar de 90,0 km/h, afirma-se que a velocidade escalar do automóvel, no instante em que a sua traseira ultrapassou completamente a fileira de veículos, era, em m/s, igual a:

a) 25,0 b) 30,0 c) 35,0 d) 40,0 e) 45,0

63. (Olimpíada Peruana de Física) Um carro e um caminhão se deslocam ao longo de uma mesma estrada retilínea. No instante t = 0, ambos têm a mesma velocidade escalar de 20,0 m/s e a parte dianteira do carro está 25,0 m atrás da parte traseira do caminhão. O comprimento do carro é de 5,0 m e do caminhão é de 20,0 m. O caminhão se mantém em movimento uniforme. Para ultrapassar o caminhão, o carro acelera com aceleração escalar constante de 0,60 m/s^2, que é mantida até que, no instante t = T, a parte traseira do carro está 25,0 m à frente da parte dianteira do caminhão.

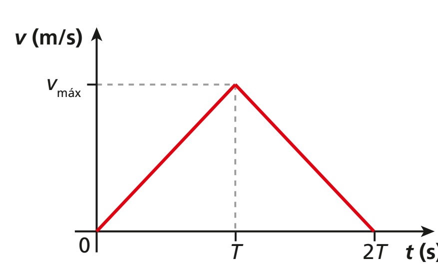
Dado: $\sqrt{10} \cong 3,2$.



O valor de *T* é mais próximo de:

a) 5,0 s b) 7,0 s c) 8,0 s d) 10,0 s e) 16,0 s

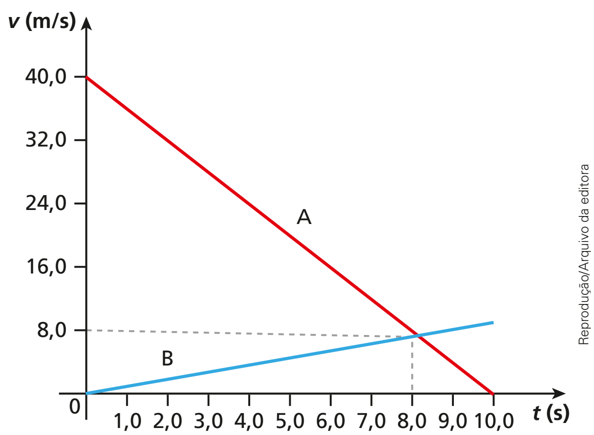
64. (AFA-SP) A maior aceleração (ou retardamento) tolerada pelos passageiros de um trem urbano tem módulo igual a 1,5 m/s^2. É dado o gráfico da velocidade escalar do trem em função do tempo entre duas estações.



A trajetória do trem é suposta retilínea. O módulo da velocidade máxima que pode ser atingida pelo trem, que parte de uma estação rumo à outra, distante 600 m da primeira, em m/s, vale:

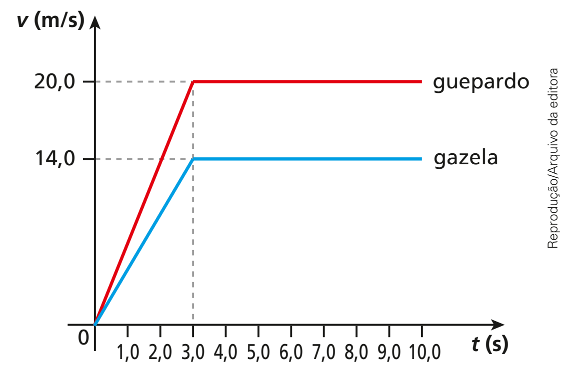
a) 30
b) 42
c) 54
d) 68
e) 72

65. (Ceperj) Um trem **A** viajava com uma velocidade escalar de 40 m/s quando seu maquinista percebeu que, nos mesmos trilhos à sua frente, encontrava-se outro trem, **B**, em repouso. Imediatamente, ele aplica os freios, imprimindo ao trem **A** uma aceleração retardadora constante. Nesse mesmo instante, o trem **B** parte uniformemente acelerado. Felizmente, por isso, foi evitada a colisão. A figura abaixo representa os gráficos velocidade escalar-tempo dos dois trens, sendo t = 0 o instante em que, simultaneamente, o trem **A** começou a frear, e o trem **B** partiu acelerado.

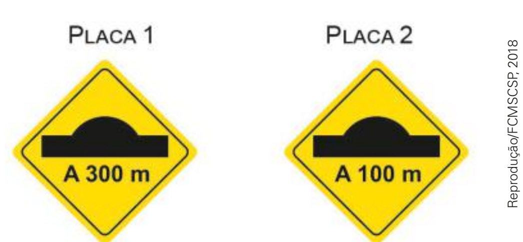


Sabendo-se que nesse instante t = 0 a distância entre ele era de 162,0 m, pede-se determinar a menor distância entre a dianteira do trem **A** e a traseira do trem **B**.

66. (FMTM-MG) Nas planícies africanas, o jogo entre predador e presa encontra um limite delicado. A gazela, sempre atenta, vive em grupos. É rápida e seu corpo suporta uma aceleração de 0 m/s a 14 m/s em 3,0 s.
O guepardo, com sua cabeça pequena e mandíbulas curtas projetadas para um abate preciso por estrangulamento, está bem camuflado e, com seu corpo flexível, amplia sua passada, sobrevoando o solo na maior parte de sua corrida. Mais ágil que a gazela vai de 0 m/s a 20,0 m/s em 3,0 s. O esforço, no entanto, eleva sua temperatura a níveis perigosos de sobrevivência e, em virtude disto, as perseguições não podem superar 20,0 s.
Um guepardo aproxima-se a 27,0 m de uma gazela. Parados, gazela e guepardo fitam-se simultaneamente, quando, de repente, começa a caçada. Supondo-se que ambos corram em uma trajetória retilínea comum e, considerando-se o gráfico dado a seguir, que traduz o desempenho de cada animal, qual a duração da caçada?



67. (FCMSCSP) Um motorista dirigia seu automóvel por uma estrada reta. Ao passar pela placa 1, com velocidade de 25 m/s, iniciou a frenagem de seu veículo mantendo uma desaceleração constante até passar pela lombada. Em seu trajeto, passou pela placa 2, com velocidade de 15 m/s.



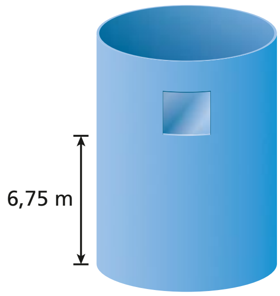
O intervalo de tempo decorrido entre a passagem do veículo pela placa 1 e a passagem pela lombada foi de

a) 30 s.
b) 20 s.
c) 25 s.
d) 10 s.
e) 15 s.

68. Considere um carrinho de brinquedo que vai partir do repouso de um ponto **A** de uma pista reta e horizontal no instante $t_0 = 0$. Esse veículo vai descrever um **MUV** de modo a passar por um ponto **B**, distante 4,0 m de **A**, com velocidade escalar v_B, e por um ponto **C**, distante 12,0 m de **B**, com velocidade escalar v_C, depois de 4,0 s da passagem por **B**. Sendo α a aceleração escalar do carrinho, pede-se determinar:

a) o valor de α;
b) os valores de v_B e v_C;
c) o instante da passagem do veículo pelo ponto **B**.

69. Em uma fábrica de produtos químicos, existe um grande tanque cheio de um certo líquido que está sendo testado por um engenheiro. Para isso, ele deixa uma esfera de aço cair através do líquido, partindo do repouso na sua superfície.



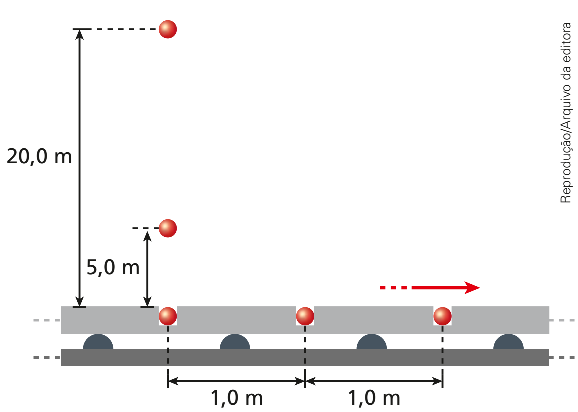
Banco de imagens/Arquivo da editora

A queda da esfera é observada através de uma janela quadrada de vidro, com 2,00 m de lado, situada a 6,75 m do fundo do tanque, conforme a figura acima.

O engenheiro, com base em suas observações, conclui que a esfera cai com aceleração constante de módulo 2,0 m/s^2 e leva 1,0 segundo para passar completamente pela janela. A altura total do tanque é igual a:

a) 8,75 m.
b) 9,00 m.
c) 9,25 m.
d) 9,50 m.
e) 9,75 m.

70. (Ceperj) Numa indústria toda automatizada, as peças fabricadas são transportadas para o depósito por meio do seguinte dispositivo: uma esteira, que possui orifícios equidistantes uns dos outros, se desloca horizontalmente com velocidade constante. Acima dela, as pequenas peças são abandonadas, duas a duas, simultaneamente, na mesma vertical, mas em alturas diferentes, a intervalos regulares de tempo e vão se encaixar nos orifícios da esteira, como ilustra a figura.



Reprodução/Arquivo da editora

Os elementos da ilustração não estão na mesma escala.

As peças são abandonadas respectivamente a 5,0 m e a 20,0 m de altura da esteira e cada orifício dista 1,0 m do outro.

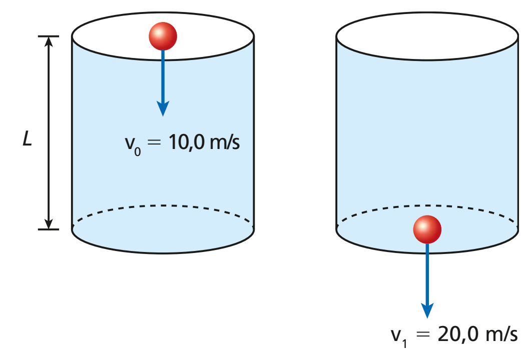
Considere g = 10,0 m/s^2 e desprezível a resistência do ar. A velocidade mínima da esteira tem módulo igual a:

a) 1,0 m/s
b) 1,5 m/s
c) 2,0 m/s
d) 2,5 m/s
e) 3,0 m/s

71. Um tubo cilíndrico oco parte do repouso no instante $t_0 = 0$ em um local onde o efeito do ar é desprezível e g = 10,0 m/s^2.

No mesmo instante, $t_0 = 0$, uma pequena esfera (ponto material) é lançada verticalmente para baixo a partir da abertura superior do cilindro, cujo comprimento vale *L*, com velocidade de módulo $v_0 = 10{,}0$ m/s.

Quando a esfera sai pela outra extremidade do tubo, no instante t_1, sua velocidade tem módulo $v_1 = 20{,}0$ m/s.



Banco de imagens/Arquivo da editora

figura 1
instante $t_0 = 0$

figura 2
instante $t = t_1$

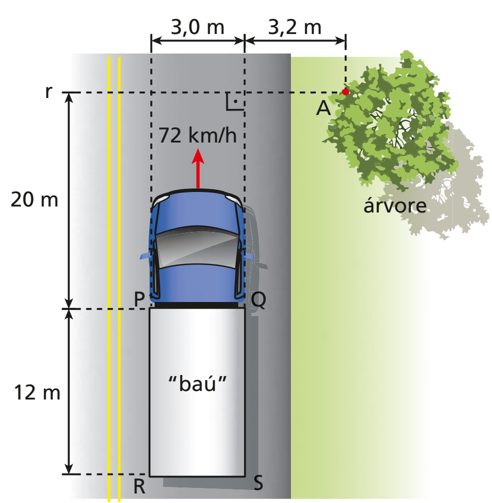
De posse dessas informações, determine o valor de *L*.

72. (Olimpíada Peruana de Física) Desde o piso, lança-se uma moeda **A** verticalmente para cima com velocidade escalar igual a 20 m/s. Após 1,0 s, lança-se da mesma posição outra moeda, **B**, também verticalmente para cima, mas com velocidade escalar igual a 25 m/s. Adotando-se para a aceleração da gravidade intensidade g = 10 m/s^2 e desprezando-se os efeitos do ar, no instante em que as moedas colidem, a velocidade escalar da moeda **A** é igual a:

a) −20 m/s
b) −10 m/s
c) zero
d) 10 m/s
e) 20 m/s

Para raciocinar um pouco mais

73. O esquema abaixo representa, visto de cima e fora de escala, a situação no instante $t_0 = 0$ de um caminhão "baú" que trafega ao longo de uma estrada plana, reta e horizontal com velocidade de módulo constante igual a 72 km/h. Pousada no galho de uma árvore à beira da pista está uma pequena ave **A**, que vai partir do repouso em $t_0 = 0$, acelerando com intensidade constante ao longo da reta **r** horizontal, perpendicular à trajetória do caminhão e pertencente a um plano situado acima do plano do teto da cabine do veículo, porém abaixo do plano do topo do "baú" do caminhão.



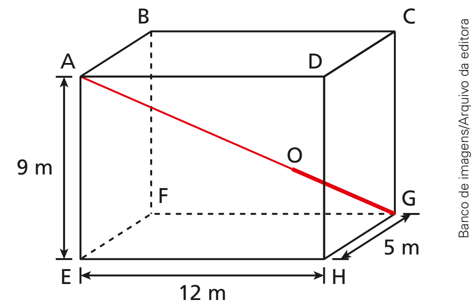
Os elementos da ilustração não estão na mesma escala.

Levando-se em conta as dimensões indicadas, pede-se:

a) calcular o intervalo de tempo *T* que o "baú" do caminhão leva para passar pela reta **r**;

b) os possíveis valores da intensidade da aceleração da ave **A** para que ela não seja atingida pelo caminhão.

74. Na construção das fundações para o erguimento de um edifício foi feita uma grande vala em forma de paralelepípedo retângulo com as dimensões indicadas a seguir. Alguns materiais e ferramentas foram transferidos por um grupo de operários posicionado ao nível do solo, no vértice **A**, para um outro grupo reunido dentro da vala, no vértice **G**. A transferência foi feita utilizando-se uma associação serial retilínea de dois cabos de aço, **AO** e **OG**, de modo que o cabo **AO** tinha três quartos do comprimento total **AG**. Um contêiner de pequenas dimensões e carregando materiais e ferramentas, pendurado por um conjunto de roldanas, partia do repouso do vértice **A** e percorria o cabo **AO** com aceleração constante de módulo 1,5 m/s^2. A partir do ponto **O**, devido ao cabo **OG** ser mais espesso, o contêiner atingia o vértice **G** com velocidade praticamente nula.



Sabendo-se que ao longo de **OG** a aceleração do contêiner também era constante e adotando-se $\sqrt{10} \cong 3,2$, pede-se:

a) calcular o módulo da aceleração do contêiner no trecho **OG**;

b) determinar a relação entre os intervalos de tempo gastos pelo contêiner ao percorrer respectivamente os trechos **AO** e **OG**;

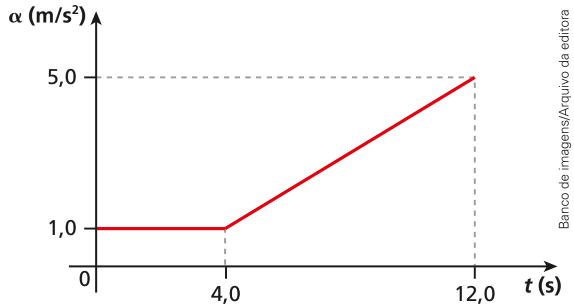
c) adotando-se o ponto **A** como origem dos espaços e orientando-se a trajetória no sentido do movimento traçar para o contêiner o gráfico posição (m) × tempo (s) ao longo do percurso de **A** até **G**.

75. Uma partícula **A** parte do repouso no instante $t_0 = 0$ descrevendo uma trajetória retilínea com aceleração constante de módulo a. Uma outra partícula **B** parte do repouso no instante t = T descrevendo a mesma trajetória retilínea de **A** com aceleração constante também de módulo *a*. As partículas se encontravam em um mesmo ponto da trajetória. Com base nessas informações, pede-se:

a) calcular a distância entre **A** e **B** no instante t = T;

b) esboçar o gráfico da distância entre **A** e **B** em função do tempo a partir do instante t = T.

76. A aceleração no sentido da velocidade de um carro equipado com um motor turbo, ao longo de uma pista orientada, tem valor escalar, α, variando em função do tempo, *t*, conforme o gráfico a seguir.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que no instante $t_0 = 0$ a velocidade escalar do veículo é de 10,0 m/s, pede-se:

a) determinar a distância *D* percorrida pelo carro no intervalo de $t_0 = 0$ a $t = 12,0$ s;

b) traçar o gráfico da velocidade escalar do veículo nesse intervalo, de $t_0 = 0$ a $t = 12,0$ s.

77. Duas bolas de dimensões desprezíveis, **A** e **B**, são atiradas verticalmente do topo de um edifício muito alto, uma após a outra, com velocidades de mesma magnitude, $v_0 = 2,0$ m/s. A bola **A** é atirada para cima e, após um intervalo de tempo $\Delta t = 1,0$ s, a bola **B** é atirada para baixo. Despreze os efeitos dissipativos e adote $g = 10,0$ m/s^2.

a) Calcule a distância entre **A** e **B** no instante em que a bola **B** é atirada.

b) Determine a velocidade escalar relativa entre as bolas enquanto nenhuma delas atinge o solo.

c) Trace o gráfico da distância entre as bolas em função do tempo a partir do instante em que **B** é atirada.

DESCUBRA MAIS

1. Em 1971, um dos tripulantes da missão Apollo 15, o astronauta David Scott, realizou na Lua um experimento que consistia em deixar cair, da mesma altura e a partir do repouso, uma pena de águia e um martelo de aço. Scott notou que esses dois corpos atingiram o solo lunar simultaneamente. Atualmente, este experimento pode ser realizado em um centro de pesquisas da Nasa (Administração Nacional da Aeronáutica e do Espaço, agência do governo federal dos Estados Unidos), o Space Power Facility, em Ohio, nos Estados Unidos. Quais as condições desta instalação que possibilitam a realização deste experimento? Por que o astronauta David Scott conseguiu realizar com sucesso o experimento na Lua?

Science Faction/Getty Images

Reprodução/NASA

No interior do Space Power Facility, bolas de boliche e plumas caem emparelhadas, independentemente de suas massas, atingindo o solo ao mesmo tempo.

TÓPICO

4

Vetores e Cinemática vetorial

Juergen Faelchle/Shutterstock

Representação artística do telescópio espacial Hubble, que orbita a Terra.

Satélites de diversas nacionalidades orbitam a Terra praticamente em movimento circular e uniforme. Esses equipamentos se prestam às telecomunicações, ao posicionamento por GPS (do inglês, *Global Positioning System*), ao monitoramento climático, de catástrofes, queimadas em solo etc. Embora sejam dotados de velocidade escalar constante, sua velocidade vetorial é variável em direção ao longo da trajetória. A aceleração vetorial é centrípeta, com intensidade constante e igual à da aceleração da gravidade nos pontos da órbita. Vetorialmente, porém, essa aceleração, que é radial e dirigida para o centro do planeta, também é variável.

No presente tópico, será realizado um estudo mais abrangente da Cinemática, agora se considerando velocidade e aceleração com seu caráter pleno: vetorial.

Bloco 1

1. Grandezas escalares e vetoriais

Vivemos cercados de grandezas físicas.

O despertador toca estridente; são 6 h da manhã. O **tempo** é mesmo implacável, mas começou um novo dia e é hora de estudar. Em um gesto decidido, você deixa a cama, dirige-se para o banheiro e acende a luz. Uma lâmpada de **potência** excessiva brilha forte no teto chegando quase a ofuscar. Ora, isso não está de acordo com a proposta da família, que é de economizar **energia**. Todos estão dizendo que o valor cobrado na conta de luz tem andado pelas alturas...

Você abre a torneira da pia para iniciar sua higiene matinal e começa a escovar os dentes. Nota então que a água jorra em grande **vazão**, o que exige uma consciente intervenção. Afinal, há também que se economizar água! Em razão da **força** aplicada por uma rajada de vento, uma porta bate violentamente, quebrando o silêncio próprio da hora. Você se vê refletido no espelho de grande **área** embaçado pelo vapor ascendente vindo da água quente do chuveiro já aberto...

No rápido café da manhã, um bom pedaço de pão compõe com o leite escurecido pela grande **massa** de chocolate em pó a primeira refeição. Descendo no elevador do prédio, você lê uma vez mais aquela pequena placa que adverte sobre o **peso** máximo suportado pelo equipamento...

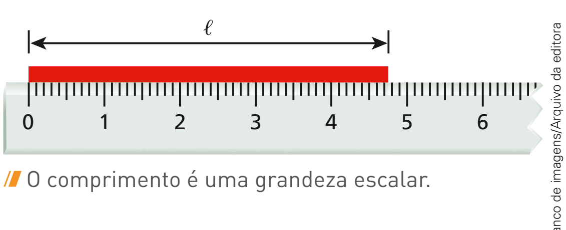
Já na calçada, você nota que o dia será quente, o que é confirmado pela **temperatura** indicada em um painel eletrônico: 24 °C. E eis que chega o esperado ônibus de sempre. O tráfego está intenso, o que impõe ao veículo um **deslocamento** lento pelas ruas do bairro. Visando realizar o percurso com a **velocidade média** prevista, o motorista aproveita para arrancar com grande **aceleração** nos trechos livres... Você está sentado e tem sobre as pernas sua mochila cheia de livros, cadernos e outros objetos, o que incomoda um pouco por exercer nas superfícies de apoio uma intensa **pressão**.

Ligeiramente atrasado, você finalmente chega ao colégio e percorre apressadamente o grande **comprimento** do corredor principal.

Essa rotina fictícia destaca as grandezas físicas tempo, potência, energia, vazão, força, área, massa, peso, temperatura, deslocamento, velocidade média, aceleração, pressão e comprimento, muito ligadas ao nosso dia a dia.

Em Física, há duas categorias de grandezas: as **escalares** e as **vetoriais**. As primeiras, majoritárias, caracterizam-se apenas pelo valor numérico, acompanhado da unidade de medida. Já as segundas requerem um valor numérico (sem sinal), denominado **módulo** ou **intensidade**, acompanhado da respectiva unidade de medida e de uma orientação, isto é, uma **direção** e um **sentido**.

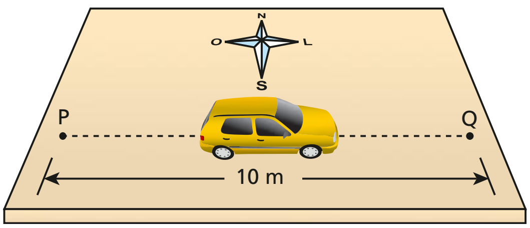
Na figura ao lado, o comprimento $\ell = 4{,}75$ cm medido por uma régua milimetrada é uma grandeza escalar, já que fica totalmente determinado pelo valor numérico (4,75) acompanhado da unidade de medida (cm).



O comprimento é uma grandeza escalar.

São também escalares as grandezas: área, massa, tempo, energia, potência, densidade, pressão, temperatura, carga elétrica e tensão elétrica, dentre outras.

Considere agora o caso hipotético de uma embarcação com o casco avariado, em repouso em alto-mar, que receba pelo rádio a recomendação de deslocar-se em linha reta 20 milhas (1 milha náutica = 1,852 km) a fim de chegar a um estaleiro onde será realizado o reparo necessário. Ora, há infinitas maneiras de se cumprir o deslocamento sugerido, isto é, a embarcação poderá navegar a partir de sua posição inicial em infinitas direções. O deslocamento proposto não está determinado! Eis que vem, então, uma informação complementar para que o barco navegue em linha reta 20 milhas na direção norte-sul. Mas isso ainda não é tudo! Deve-se dizer também se a embarcação deverá navegar para o norte ou para o sul, ou seja, em que sentido deverá ocorrer o deslocamento. De uma forma completa, dever-se-ia informar ao responsável pela embarcação que o deslocamento necessário para se atingir o estaleiro deve ter módulo de 20 milhas náuticas, direção norte-sul e sentido para o sul. Só dessa maneira a embarcação conseguiria chegar sem rodeios ao destino recomendado.

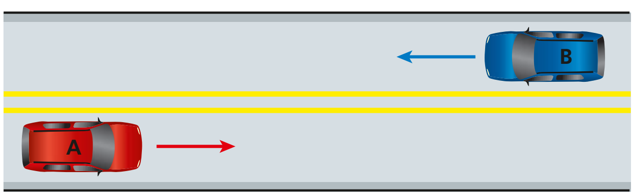


O deslocamento é uma grandeza vetorial.

Veja com isso que a definição de um deslocamento não é tão simples como a de um comprimento. Definir plenamente um deslocamento requer um módulo, uma direção e um sentido, sendo essa grandeza física de natureza **vetorial**.

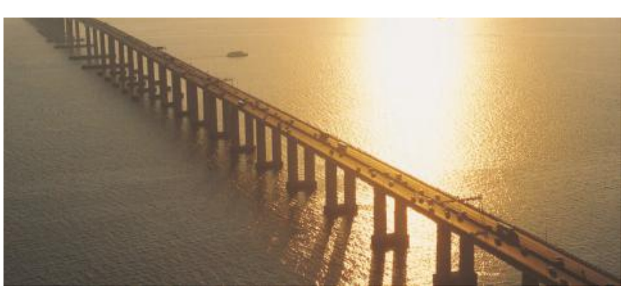
Observe, na figura ao lado, que o deslocamento sofrido pelo carro ao movimentar-se de **P** até **Q** é uma grandeza vetorial, caracterizada por um módulo (10 m), uma direção (leste-oeste) e um sentido (de oeste para leste).

São também vetoriais as grandezas: velocidade, aceleração, força, impulso, quantidade de movimento (ou momento linear), vetor campo elétrico e vetor indução magnética, dentre outras.



Atenção: não confunda direção com sentido, pois são conceitos diferentes. Uma reta define uma direção. A essa direção podemos associar dois sentidos.

Na figura ao lado, os carros **A** e **B** percorrem uma mesma avenida retilínea e vão se cruzar. Suas velocidades têm a mesma direção, mas sentidos opostos.



A ponte Rio-Niterói, sobre a baía de Guanabara, é uma das maiores pontes marítimas do mundo, com aproximadamente 13 km de extensão. O trecho dessa ponte mostrado na fotografia tem uma direção de tráfego, porém dois sentidos de percurso, do Rio de Janeiro para Niterói e de Niterói para o Rio de Janeiro.

Fotografia mostrando uma placa em estrada.

Nas placas indicativas existentes em rodovias, o motorista obtém informações sobre direção e sentido a serem seguidos para chegar a um determinado destino. Essas informações se referem às grandezas vetoriais deslocamento e velocidade do veículo.

Até este capítulo, velocidade e aceleração foram tratadas com caráter escalar, isto é, não nos preocupamos com a natureza vetorial dessas grandezas, mas apenas com seus valores algébricos. Note que essa é uma simplificação conveniente e permitida quando as trajetórias são previamente conhecidas. Insistimos, entretanto, que ambas são grandezas vetoriais, cabendo-lhes, além do módulo ou intensidade, uma direção e um sentido.

JÁ PENSOU NISTO?

Projétil mais veloz que o som?

Nesta fotografia ultrarrápida, um projétil atravessa uma maçã. Sua velocidade tem módulo (intensidade) próximo de 600 m/s (valor supersônico), direção horizontal e sentido da esquerda para a direita.

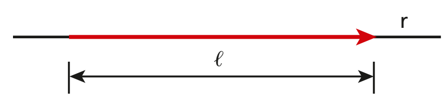
A velocidade é uma **grandeza vetorial**, já que possui módulo, direção e sentido.


SPL/Latinstock

2. Vetor

Vetor é um ente matemático constituído de um módulo, uma direção e um sentido, utilizado em Física para representar as grandezas vetoriais.

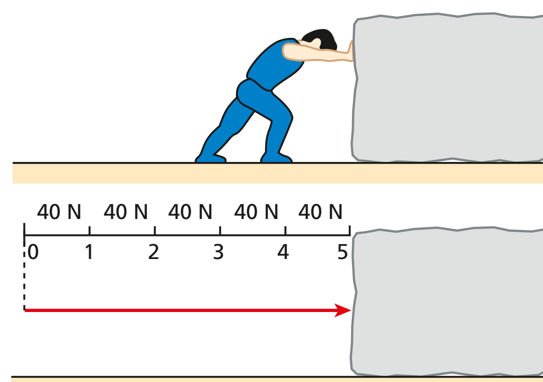
Um vetor pode ser esboçado graficamente por um segmento de reta orientado (seta), como mostra a figura ao lado.



Banco de imagens/Arquivo da editora

O comprimento ℓ do segmento orientado está associado ao módulo do vetor, a reta suporte **r** fornece a direção, e a orientação (ponta aguçada do segmento) evidencia o sentido.

No exemplo das figuras ao lado, um homem está empurrando um bloco horizontalmente para a direita, aplicando sobre ele uma força de intensidade 200 N (N = newton, a unidade de força no SI).



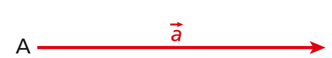
Banco de imagens/Arquivo da editora

A força de 200 N que o homem aplica no bloco (grandeza física vetorial) está representada pelo segmento de reta orientado, de comprimento 5,0 unidades, em que cada unidade de comprimento equivale a 40 N.

A notação de um vetor é feita geralmente se utilizando uma letra sobreposta por uma pequena seta, como, por exemplo, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{v}$, $\vec{F}$.

Outra notação também comum é obtida nomeando-se com letras maiúsculas as extremidades do segmento orientado que representa o vetor.

Nessa notação, faz-se sempre a letra que nomeia a ponta aguçada da seta menos a letra que nomeia a extremidade oposta (ou "origem"):



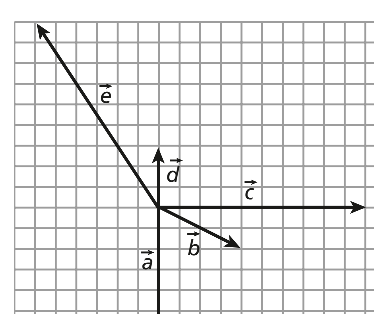
Banco de imagens/Arquivo da editora

$$\vec{a} = B - A.$$

3. Adição de vetores

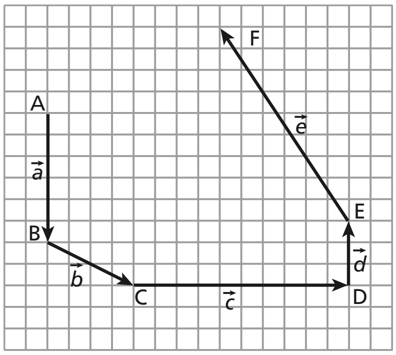
Considere os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$ representados ao lado.

Como podemos obter o vetor-soma (ou resultante) $\vec{s}$, dado por $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e}$?

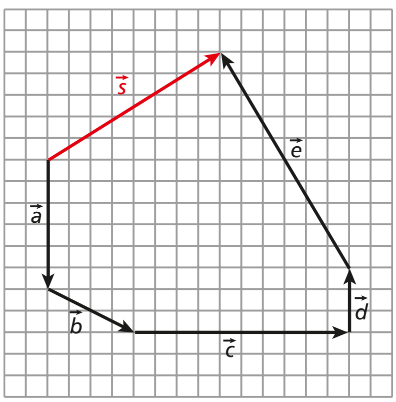


Banco de imagens/Arquivo da editora

Para responder a essa questão, faremos outra figura associando sequencialmente os segmentos orientados – representativos dos vetores parcelas –, de modo que a "origem" de um coincida com a ponta aguçada do que lhe antecede. Na construção dessa figura, devemos preservar as características de cada vetor: módulo, direção e sentido.



Banco de imagens/Arquivo da editora



Banco de imagens/Arquivo da editora

De acordo com a figura ao lado, o que se obtém é uma linha segmentada, denominada **linha poligonal**.

Então, temos: $\vec{a} = B - A$, $\vec{b} = C - B$, $\vec{c} = D - C$, $\vec{d} = E - D$ e $\vec{e} = F - E$.

Logo:

$$\vec{s} = (B - A) + (C - B) + (D - C) + (E - D) + (F - E)$$

Assim:

$$\vec{s} = F - A$$

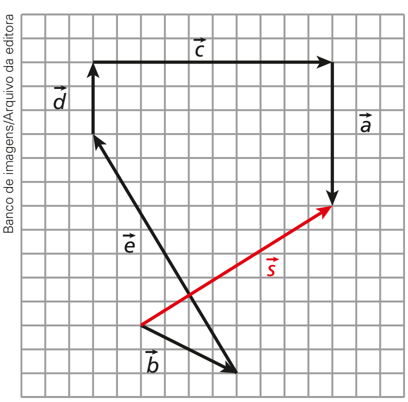
Na figura ao lado está ilustrado o vetor resultante $\vec{s}$. O segmento orientado que representa $\vec{s}$ **sempre fecha o polígono** e sua ponta aguçada coincide com a ponta aguçada do segmento orientado que representa o último vetor parcela.

A esse método de adição de vetores damos o nome de **regra do polígono**.

NOTAS!

- Vale a **propriedade comutativa**, isto é, a ordem dos vetores parcelas não altera o vetor soma.

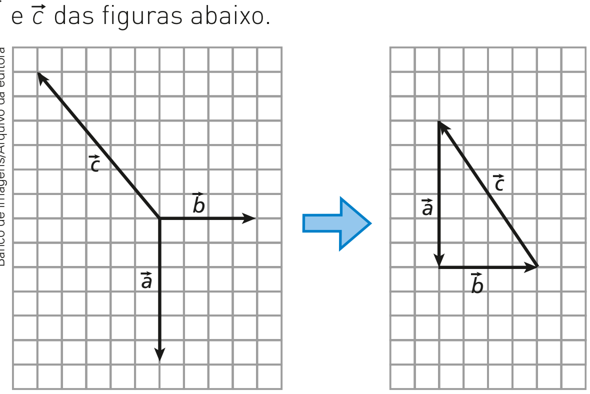
$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = \vec{b} + \vec{e} + \vec{d} + \vec{c} + \vec{a}$$



Banco de imagens/Arquivo da editora

A figura acima representa a mesma soma de vetores da figura anterior, mas com as parcelas em ordens diferentes. É possível verificar que o vetor $\vec{s}$ é o mesmo.

- Se a linha poligonal dos vetores parcelas for fechada, então o vetor soma será **nulo**, como ocorre no caso da soma dos vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ das figuras abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$$

JÁ PENSOU NISTO?

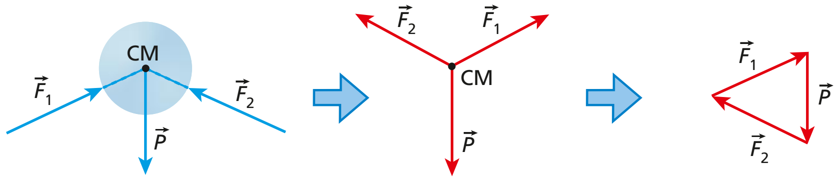
Criança boa de bola!

Nesta fotografia, a bola está em equilíbrio sob a ação de três forças principais: seu peso, $\vec{P}$, a força de contato com a perna da criança, $\vec{F}_1$, e a força de contato com os dedos de seu pé, $\vec{F}_2$. Estando a bola em repouso (equilíbrio estático), a resultante de $\vec{P}$, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ é nula e, para que isso ocorra, a linha poligonal constituída por essas três forças deve ser fechada.

Nas figuras a seguir você pode observar $\vec{P}$, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ alinhadas com o centro de massa, (CM), da bola, e a linha poligonal constituída por essas três forças.

Jaume Gual/Grupo Keystone

Banco de imagens/ Arquivo da editora



4. Adição de dois vetores

Considere os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados na figura 1. Admitamos que seus segmentos orientados representativos tenham "origens" coincidentes no ponto 0 e que o ângulo formado entre eles seja θ.

Na figura 2 está feita a adição $\vec{a} + \vec{b}$ pela regra do polígono:

Banco de imagens/Arquivo da editora

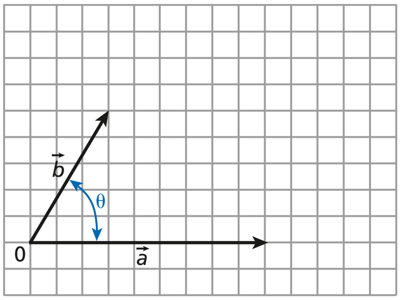


figura 1

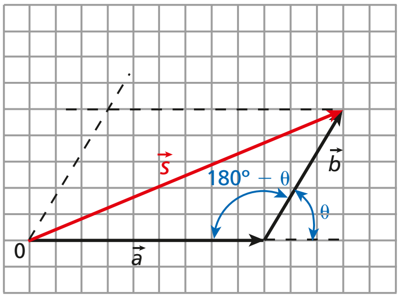
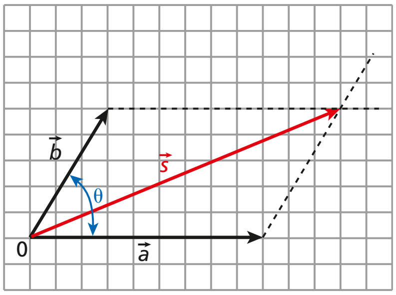


figura 2

Observe que o segmento orientado representativo do vetor resultante $\vec{s}$ nada mais é que a **diagonal do paralelogramo** formado ao traçarmos linhas paralelas aos vetores.

Assim, dados dois vetores, é sempre possível obter graficamente o vetor soma (resultante) pela **regra do paralelogramo**: fazemos que os segmentos orientados representativos dos vetores tenham "origens" coincidentes; da ponta aguçada do segmento orientado que representa um dos vetores, traçamos uma paralela ao segmento orientado que representa o outro vetor e vice-versa; o segmento orientado representativo do vetor resultante está na diagonal do paralelogramo obtido. Veja na figura 3 o vetor $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ obtido pela **regra do paralelogramo**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

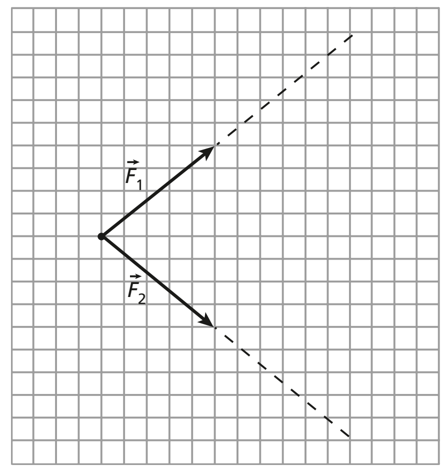
figura 3

Fernando Favoretto/Criar Imagens

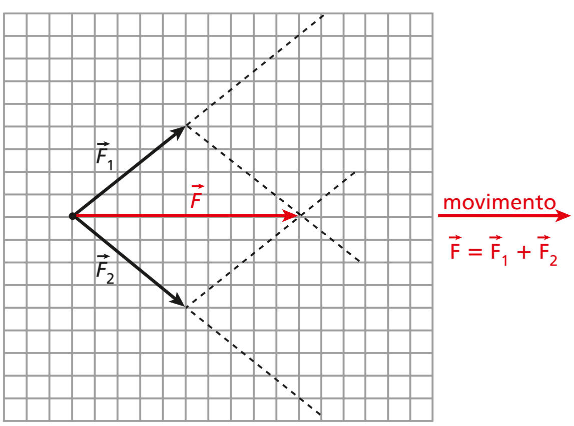
Garoto lançando uma bolinha de gude.

Na situação mostrada na fotografia, o garoto lança uma bolinha de gude sobre uma mesa horizontal, utilizando um elástico tracionado preso em dois pregos fixos.

No ato do lançamento, a bolinha recebe do elástico as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, representadas na figura abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora



Banco de imagens/Arquivo da editora

O movimento ocorrerá na direção e no sentido da força $\vec{F}$, resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, obtida na figura ao lado pela regra do paralelogramo.

Retornando agora à figura 2 na página 135, em que aparece a soma $\vec{a} + \vec{b}$ dada pela regra do polígono, nota-se que o módulo do vetor soma (resultante) $\vec{s}$ pode ser obtido aplicando-se uma importante relação matemática denominada **Lei dos Cossenos** ao triângulo formado pelos segmentos orientados representativos de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{s}$.

Sendo *a* o módulo de $\vec{a}$, *b* o módulo de $\vec{b}$ e *s* o módulo de $\vec{s}$, temos:

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(180° - \theta)$$

Mas:

$$\cos(180° - \theta) = -\cos\theta$$

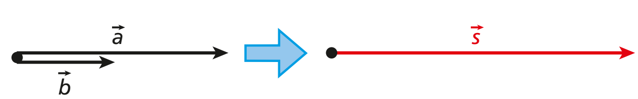
Assim:

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta$$

Casos particulares

I. $\vec{a}$ e $\vec{b}$ têm a mesma direção e o mesmo sentido.

Neste caso, $\theta = 0°$; então, $\cos\theta = 1$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab \Rightarrow s^2 = (a + b)^2$$

$$s = a + b$$

II. $\vec{a}$ e $\vec{b}$ têm a mesma direção e sentidos opostos.

Neste caso, $\theta = 180°$; então, $\cos \theta = -1$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

$$s^2 = a^2 + b^2 - 2ab \Rightarrow s^2 = (a - b)^2$$

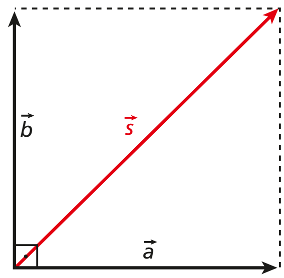
$$s = a - b$$

III. $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são perpendiculares entre si.

Neste caso, $\theta = 90°$; então, $\cos \theta = 0$.

$$s^2 = a^2 + b^2$$

(Teorema de Pitágoras)



Banco de imagens/Arquivo da editora

Exercícios Nível 1

1. A respeito das grandezas físicas escalares e vetoriais, analise as proposições a seguir:

(01) As escalares ficam perfeitamente definidas, mediante um valor numérico acompanhado da respectiva unidade de medida.

(02) As vetoriais, além de exigirem na sua definição um valor numérico, denominado módulo ou intensidade, acompanhado da respectiva unidade de medida, requerem, ainda, uma direção e um sentido.

(04) Comprimento, área, volume, tempo e massa são grandezas escalares.

(08) Deslocamento, velocidade, aceleração e força são grandezas vetoriais.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

2. Na figura, temos três vetores coplanares formando uma linha poligonal fechada. A respeito, vale a relação:

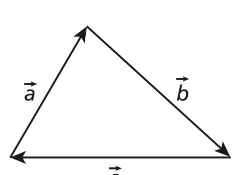
a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.

b) $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

c) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$.

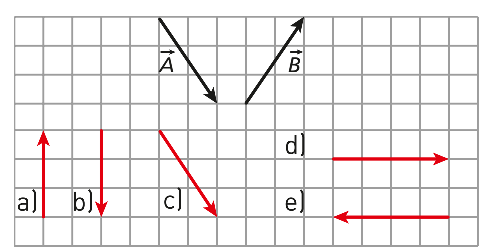
d) $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c} = \vec{0}$.

e) $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$.



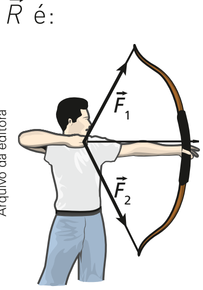
Banco de imagens/Arquivo da editora

3. Dados os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$, a melhor representação para o vetor $\vec{A} + \vec{B}$ é:

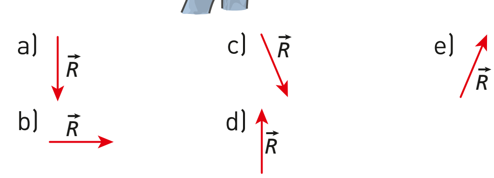


Banco de imagens/Arquivo da editora

4. Numa competição de arco e flecha, o que faz a flecha atingir altas velocidades é a ação da força resultante $\vec{R}$, obtida por meio da soma vetorial entre as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ exercidas pelo fio impulsor. A figura que melhor representa a resultante $\vec{R}$ é:



Banco de imagens/Arquivo da editora



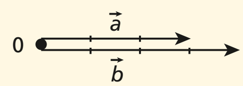
5. Num plano α, temos dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ de mesma origem formando um ângulo θ. Se os módulos de $\vec{a}$ de $\vec{b}$ são, respectivamente, iguais a 3 u e 4 u, em que **u** é uma unidade arbitrária, determine o módulo do vetor soma em cada um dos casos seguintes:

E.R.

a) $\theta = 0°$;
b) $\theta = 90°$;
c) $\theta = 180°$;
d) $\theta = 60°$.

Resolução:

a) Se o ângulo formado pelos vetores é 0°, eles possuem a mesma direção e o mesmo sentido:



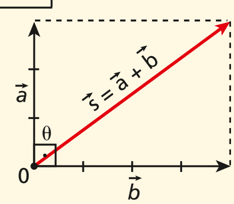
Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo s o módulo do vetor soma, temos:

$$s = a + b \Rightarrow s = 3 + 4$$

$$\boxed{s = 7\ u}$$

b) Se $\theta = 90°$, podemos calcular o módulo s do vetor soma aplicando o **Teorema de Pitágoras**:

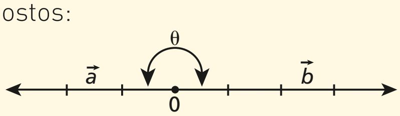


Banco de imagens/Arquivo da editora

$$s^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow s^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\boxed{s = 5\ u}$$

c) Se o ângulo formado pelos vetores é 180°, eles possuem a mesma direção e sentidos opostos:



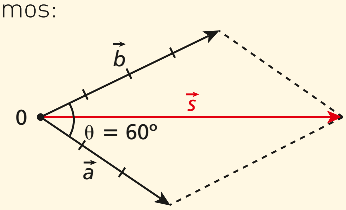
Banco de imagens/Arquivo da editora

O módulo s do vetor soma fica determinado por:

$$s = b - a \Rightarrow s = 4 - 3$$

$$\boxed{s = 1\ u}$$

d) Para $\theta = 60°$, aplicando a **Lei dos Cossenos**, obtemos:



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$s^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\theta$$

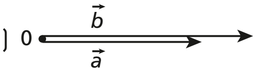
$$s^2 = 3^2 + 4^2 + 2(3)(4)\cos 60°$$

$$s^2 = 9 + 16 + 24 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow s^2 = 37$$

$$\boxed{s \cong 6\ u}$$

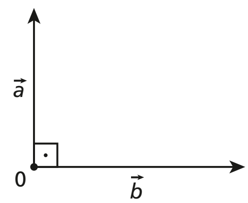
6. Determine o módulo do vetor soma de $\vec{a}$ (a = 60 u) com $\vec{b}$ (b = 80 u) em cada caso:

a)



b)

c)

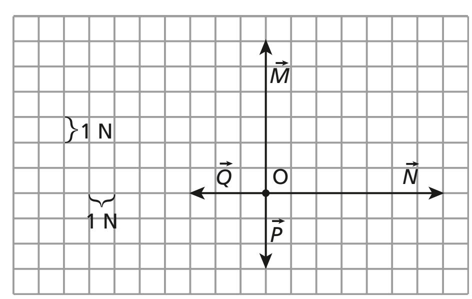


Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

7. Considere dois vetores, $\vec{u}$ e $\vec{v}$, de módulos respectivamente iguais a 10 unidades e 15 unidades. Qual o intervalo de valores admissíveis para o módulo do vetor $\vec{s}$, soma de $\vec{u}$ com $\vec{v}$?

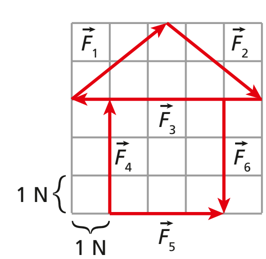
8. Dois vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$, de mesma origem, formam entre si um ângulo $\theta = 60°$. Se os módulos desses vetores são a = 7 u e b = 8 u, qual o módulo do vetor soma?

9. (UFRN) Qual é o módulo da resultante das forças coplanares $\vec{M}$, $\vec{N}$, $\vec{P}$, e $\vec{Q}$ aplicadas ao ponto **0**, como se mostra na figura abaixo?



Reprodução/Arquivo da editora

10. A figura mostra um sistema de seis forças aplicadas em uma partícula. O lado de cada quadrado na figura representa uma força de intensidade 1,0 N.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A força resultante do sistema tem módulo igual a:

a) zero
b) 3,0 N
c) 4,0 N
d) 5,0 N
e) 6,0 N

Exercícios Nível 2

11. Considere as grandezas físicas relacionadas a seguir, acompanhadas de um código numérico:

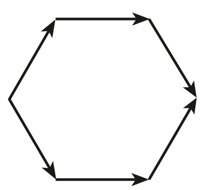
Energia (1)	Aceleração (5)
Massa (2)	Deslocamento (6)
Força (3)	Tempo (7)
Densidade (4)	Velocidade (8)

Escrevendo em ordem crescente os códigos associados às **grandezas escalares** e os códigos associados às **grandezas vetoriais**, obtemos dois números com quatro algarismos cada um.
Determine:

a) o número correspondente às **grandezas escalares**;

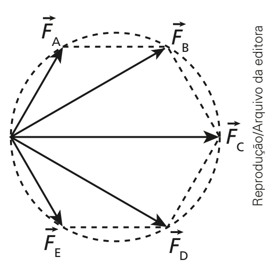
b) o número correspondente às **grandezas vetoriais**.

12. (UPM-SP) Com seis vetores de módulos iguais a 8 u, construiu-se o hexágono regular ao lado. O módulo do vetor resultante desses seis vetores é:



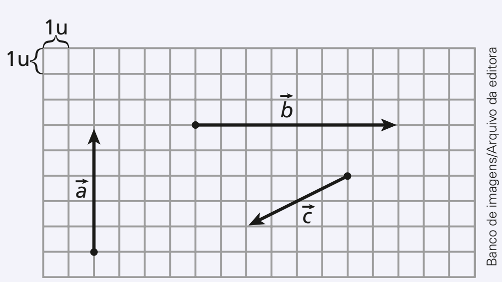
a) zero.
b) 16 u.
c) 24 u.
d) 32 u.
e) 40 u.

13. (UPM-SP) A figura mostra 5 forças representadas por vetores de origem comum, dirigindo-se aos vértices de um hexágono regular.
Sendo 10 N o módulo da força $\vec{F}_C$, a intensidade da resultante dessas 5 forças é:



a) 50 N.
b) 45 N.
c) 40 N.
d) 35 N.
e) 30 N.

14. E.R. No plano quadriculado a seguir, temos três vetores, $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$:

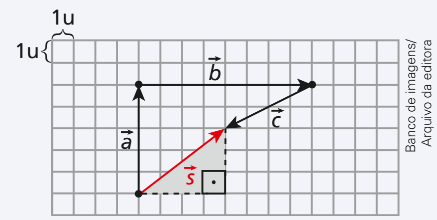


Qual é o módulo do vetor resultante da soma desses vetores?

Resolução:

Inicialmente, devemos trasladar os vetores, de modo que a origem de um coincida com a extremidade do outro, tomando cuidado para manter as características (direção, sentido e módulo) de cada vetor sem alteração.

O vetor resultante é aquele que fecha a linha poligonal.

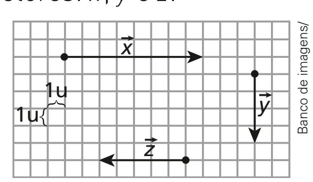


Observe que o vetor resultante é a hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos 3 u e 4 u. Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$s^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow s^2 = 9 + 16 \Rightarrow s^2 = 25$$

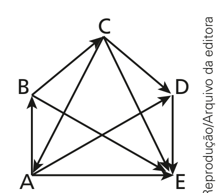
$$\boxed{s = 5\ u}$$

15. No plano quadriculado abaixo, estão representados três vetores: $\vec{x}$, $\vec{y}$ e $\vec{z}$.



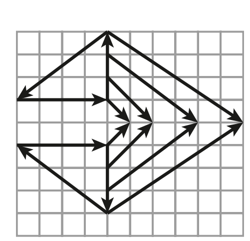
Determine o módulo do vetor soma $\vec{s} = \vec{x} + \vec{y} + \vec{z}$.

16. (UPM-SP) O vetor resultante da soma de $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BE}$ e $\overrightarrow{CA}$ é:



a) $\overrightarrow{AE}$.
b) $\overrightarrow{AD}$.
c) $\overrightarrow{CD}$.
d) $\overrightarrow{CE}$.
e) $\overrightarrow{BC}$.

17. Na figura estão representadas 14 forças. O lado de cada quadrícula da figura representa uma força de intensidade 1,0 N.
A força resultante do sistema das 14 forças tem intensidade igual a:



a) 10,0 N.
b) 16,0 N.
c) 26,0 N.
d) 29,0 N.
e) 42,0 N.

18. Considere duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ de intensidades respectivamente iguais a 18 N e 12 N, aplicadas em uma partícula **P**. A resultante $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ **não poderá** ter intensidade igual a:

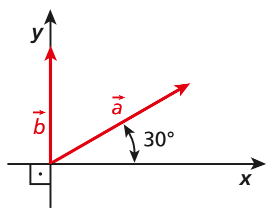
a) 30 N.
b) 18 N.
c) 12 N.
d) 6,0 N.
e) 3,0 N.

19. Suponha dois vetores de mesmo módulo *v*. A respeito da soma desses vetores, podemos afirmar que:

a) pode ter módulo $v\sqrt{10}$;
b) pode ter módulo *v*;
c) tem módulo 2*v*;
d) é nula;
e) tem módulo $v\sqrt{2}$.

20. Os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ da figura ao lado têm módulos respectivamente iguais a 24 u e 21 u. Qual o módulo do vetor soma $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$?

Dado:
sen 30° = cos 60° = 0,50



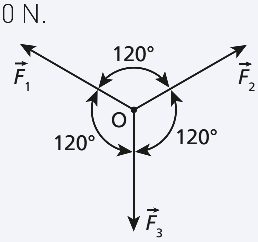
Banco de imagens/Arquivo da editora

21. A soma de dois vetores perpendiculares entre si tem módulo igual a $\sqrt{20}$. Se o módulo de um deles é o dobro do módulo do outro, qual é o módulo do maior?

22. Duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ estão aplicadas sobre uma partícula, de modo que a força resultante é perpendicular a $\vec{F}_1$.

Se $|\vec{F}_1| = x$ e $|\vec{F}_2| = 2x$, qual o ângulo entre $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$?

23. **E.R.** Três forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, contidas em um mesmo plano, estão aplicadas em uma partícula **O**, conforme ilustra a figura. $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ têm módulos iguais a 10 N.



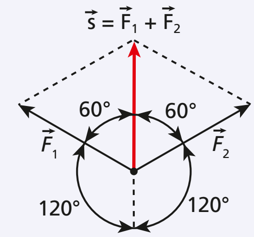
Banco de imagens/Arquivo da editora

Qual deve ser o módulo de $\vec{F}_3$ para que a soma $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$:

a) tenha módulo nulo?
b) tenha módulo 5,0 N estando dirigida para baixo?

Resolução:

Inicialmente, vamos calcular o módulo da soma $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Aplicando a **Lei dos Cossenos**, vem:



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$s^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos 120°$$

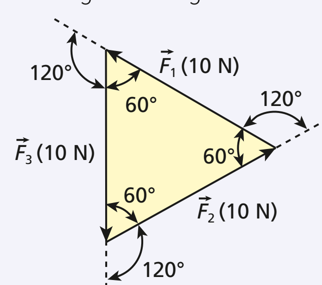
$$s^2 = (10)^2 + (10)^2 + 2 \cdot 10 \cdot 10\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$s^2 = (10)^2 \therefore \boxed{s = 10\ \text{N}}$$

$\vec{F}_3$ tem a mesma direção de $\vec{s} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$, porém sentido oposto, logo:

a) $F_3 - s = 0 \Rightarrow F_3 - 10 = 0 \therefore \boxed{F_3 = 10\ \text{N}}$

Nesse caso, a linha poligonal de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ forma um **triângulo equilátero**, conforme ilustra a figura a seguir:

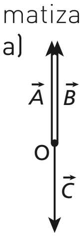


Banco de imagens/Arquivo da editora

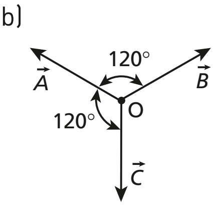
b) $F_3 - s = 5{,}0 \Rightarrow F_3 - 10 = 5{,}0 \therefore \boxed{F_3 = 15\ \text{N}}$

24. Considere três vetores coplanares $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, de módulos iguais a *x* e com origens coincidentes num ponto **O**. Calcule o módulo do vetor resultante da soma $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ nos dois casos esquematizados abaixo:

a)



b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

Dado: $\cos 120° = -\frac{1}{2}$.

25. Três forças coplanares $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, de intensidades respectivamente iguais a 10 N, 15 N e 20 N, estão aplicadas em uma partícula. Essas forças podem ter suas direções modificadas para alterar os ângulos entre elas. Determine para a resultante de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$:

a) a intensidade máxima;
b) a intensidade mínima.

5. Subtração de dois vetores

Considere os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados na figura ao lado. Admita que os segmentos orientados representativos de $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tenham "origens" coincidentes no ponto **0** e que o ângulo formado entre eles seja θ.

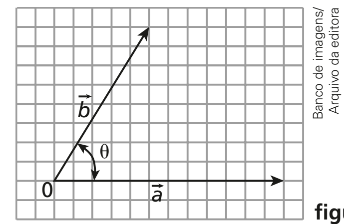


figura 1

O vetor diferença entre $\vec{a}$ e $\vec{b}$ ($\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$) pode ser obtido pela soma do vetor $\vec{a}$ com o **oposto** de $\vec{b}$: $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} \Rightarrow \vec{d} = \vec{a} + (-\vec{b})$. O oposto do vetor $\vec{b}$, ou seja, o vetor $-\vec{b}$, tem mesmo módulo e mesma direção de $\vec{b}$, porém em sentido contrário, o que será justificado na seção 7.

Graficamente, temos:

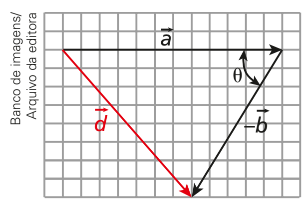


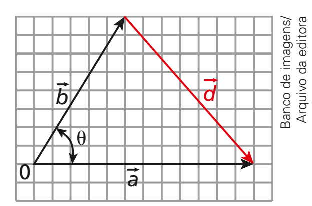
figura 2

$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$

O vetor $\vec{d}$ fica então representado na figura 1 como aparece ao lado.

O módulo de $\vec{d}$ também fica determinado pela **Lei dos Cossenos**.

$$d^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,b\cos\theta$$



$$\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$$

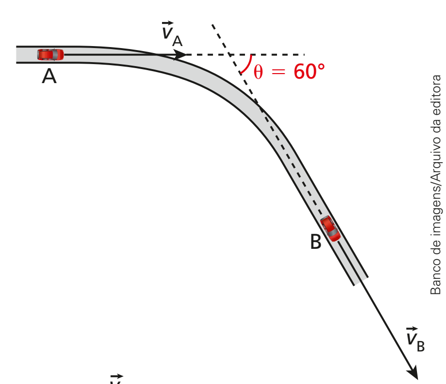
Variação de uma grandeza vetorial

A subtração de dois vetores tem caráter fundamental no estudo da Física.

A variação de uma grandeza vetorial qualquer ($\Delta\vec{G}$, por exemplo) é obtida subtraindo-se a grandeza inicial ($\vec{G}_i$) da grandeza final ($\vec{G}_f$).

$$\Delta\vec{G} = \vec{G}_f - \vec{G}_i$$

Na ilustração ao lado, vê-se de cima um carro que percorre uma curva passando pelo ponto **A** com velocidade $\vec{v}_A$ de intensidade 60 km/h e pelo ponto **B** com velocidade $\vec{v}_B$ de intensidade 80 km/h. Podemos concluir que a variação da velocidade escalar desse carro tem módulo igual a 20 km/h.

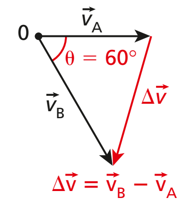


Determinemos agora as características da variação $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ da velocidade vetorial do veículo no percurso de **A** até **B**.

A direção e o sentido de $\Delta\vec{v}$ estão caracterizados na figura ao lado.

É interessante observar que $\Delta\vec{v}$ é dirigida para "dentro" da curva.

A intensidade de $\Delta\vec{v}$ é determinada pela **Lei dos cossenos**:



$$\Delta v^2 = v_A^2 + v_B^2 - 2\,v_A v_B \cos\theta$$

$$\Delta v^2 = (60)^2 + (80)^2 - 2 \cdot 60 \cdot 80 \cdot \cos 60°$$

$$\Delta v^2 = 3\,600 + 6\,400 - 2 \cdot 4\,800 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Delta v^2 = 5\,200 \therefore \boxed{\Delta v \cong 72 \text{ km/h}}$$

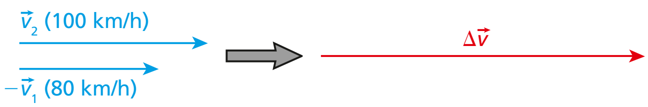
Observe que, nesse exemplo, a intensidade da variação da velocidade vetorial (72 km/h) é diferente do módulo da variação da velocidade escalar (20 km/h).

JÁ PENSOU NISTO?

Voleio com inversão no sentido da velocidade!

Admita que, no caso dessa fotografia, o tenista receba a bola com velocidade horizontal $\vec{v}_1$ de intensidade de 80 km/h dirigida para a esquerda e realize um vigoroso voleio, devolvendo a bola também na horizontal com velocidade $\vec{v}_2$ de intensidade de 100 km/h dirigida para a direita. A variação da velocidade vetorial da bola, $\Delta\vec{v}$, fica determinada por:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 \quad \Rightarrow \quad \Delta\vec{v} = \vec{v}_2 + (-\vec{v}_1)$$



A intensidade de $\Delta\vec{v}$ é obtida com:

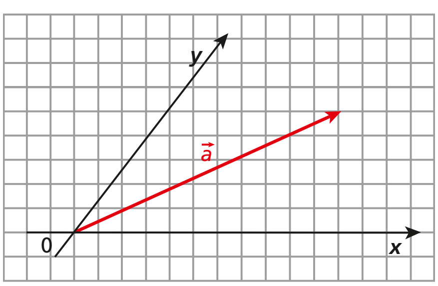
$\Delta v = (100 + 80)$ km/h

$\boxed{\Delta v = 180 \text{ km/h}}$

Tom Dee Ann McCarthy/CORBIS/Latinstock

As velocidades típicas do tênis são muito altas. Em 2014, por exemplo, a alemã Sabine Lisicki obteve o recorde de saque mais rápido em torneios femininos, com um lance que registrou 210,8 km/h.

6. Decomposição de um vetor



Banco de imagens/Arquivo da editora

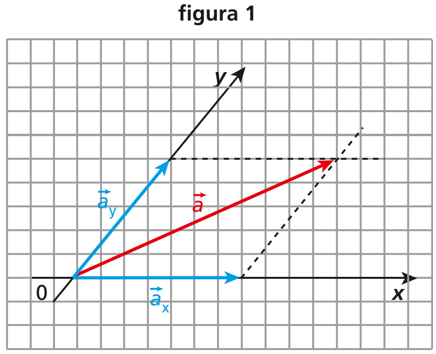
Considere o vetor $\vec{a}$, representado na figura ao lado, e as retas *x* e *y* que se interceptam no ponto **0**, "origem" de $\vec{a}$.

Conforme a regra do paralelogramo, podemos imaginar que o vetor $\vec{a}$ é o resultante da soma de dois vetores $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, contidos, respectivamente, nas retas *x* e *y*, conforme figura 1.

Os vetores $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$ são, portanto, componentes do vetor $\vec{a}$ nas direções *x* e *y*.

Incita especial interesse, entretanto, o caso particular das componentes do vetor $\vec{a}$ contidas em duas retas *x* e *y* perpendiculares entre si.

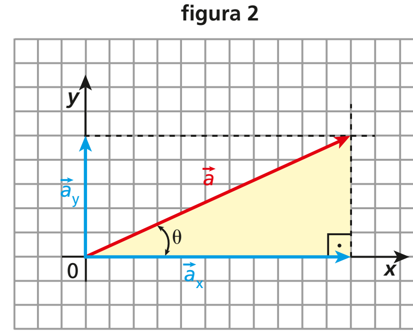
figura 1



Banco de imagens/Arquivo da editora

$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$

figura 2



Banco de imagens/Arquivo da editora

$\vec{a} = \vec{a}_x + \vec{a}_y$

Levando em conta a regra do paralelogramo, teremos as componentes $\vec{a}_x$ e $\vec{a}_y$, representadas na figura 2.

Observando o triângulo retângulo destacado na figura e sendo a_x o módulo de $\vec{a}_x$, a_y o módulo de $\vec{a}_y$, a o módulo de $\vec{a}$ e θ o ângulo formado entre $\vec{a}$ e a reta *x*, são aplicáveis as seguintes relações métricas e trigonométricas:

$$\cos\theta = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a_x}{a} \Rightarrow \boxed{a_x = a\cos\theta}$$

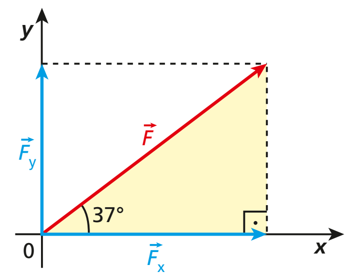
$$\text{sen } \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a_y}{a} \Rightarrow \boxed{a_y = a \text{ sen } \theta}$$

Assim, o módulo de $\vec{a}$ pode ser determinado pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$\boxed{a^2 = a_x^2 + a_y^2}$$

Exemplo

Nesta situação, estão calculadas as intensidades das componentes $\vec{F}_x$ e $\vec{F}_y$ da força $\vec{F}$ representada na figura ao lado.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Consideremos os seguintes dados: F = 20 N, sen 37° = 0,60, cos 37° = 0,80.

Portanto, os módulos de F_x e F_y são:

$$F_x = F \cos 37° \Rightarrow F_x = 20 \cdot 0{,}80$$

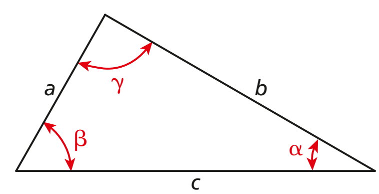
$$\boxed{F_x = 16 \text{ N}}$$

$$F_y = F \text{ sen } 37° \Rightarrow F_y = 20 \cdot 0{,}60$$

$$\boxed{F_y = 12 \text{ N}}$$

Por outro lado, a **Lei dos Senos**, que estabelece a proporcionalidade entre a medida do lado de um triângulo qualquer e o seno do ângulo oposto a ele, pode ser muito útil no estudo dos vetores.

Considere, por exemplo, o triângulo ao lado, cujos lados têm comprimentos *a*, *b* e *c*. Sejam α, β e γ os ângulos internos desse triângulo opostos, respectivamente, aos lados de medidas *a*, *b* e *c*.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A Lei dos senos estabelece que:

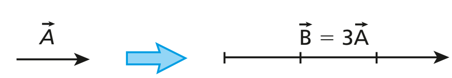
$$\boxed{\frac{a}{\text{sen } \alpha} = \frac{b}{\text{sen } \beta} = \frac{c}{\text{sen } \gamma}}$$

7. Multiplicação de um número real por um vetor

O produto de um número real *n*, não nulo, por um vetor $\vec{A}$ é um vetor $\vec{B}$, tal que seu módulo é dado pelo produto do módulo de *n* pelo módulo de $\vec{A}$, ou seja, $|\vec{B}| = |n|\,|\vec{A}|$. Sua direção é a mesma de $\vec{A}$; seu sentido, no entanto, é o mesmo de $\vec{A}$ se *n* for positivo, mas oposto ao de $\vec{A}$ se *n* for negativo.

Exemplo 1

Admitamos, por exemplo, n = 3. Sendo $\vec{A}$ o vetor representado na figura ao lado, determinamos o vetor $\vec{B} = n\vec{A} = 3\vec{A}$.



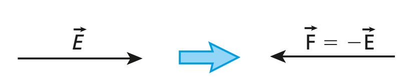
Exemplo 2

Consideremos $n = -\frac{1}{2}$. Sendo $\vec{C}$ o vetor representado na figura ao lado, determinamos o vetor $\vec{D} = n\vec{C} = -\frac{1}{2}\vec{C}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

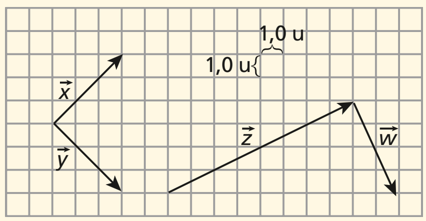
Exemplo 3

Façamos n = −1. Sendo $\vec{E}$ o vetor representado na figura ao lado, determinamos o vetor $\vec{F} = n\vec{E} = -\vec{E}$ chamado **vetor oposto** de $\vec{E}$.



Exercícios Nível 1

26. No plano quadriculado abaixo, estão representados os vetores $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ e $\vec{w}$.
E.R.



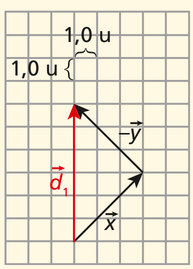
Banco de imagens/Arquivo da editora

Determine o módulo dos vetores:

a) $\vec{d}_1 = \vec{x} - \vec{y}$ b) $\vec{d}_2 = \vec{z} - \vec{w}$

Resolução:

a) $\vec{d}_1 = \vec{x} - \vec{y} \Rightarrow \vec{d}_1 = \vec{x} + (-\vec{y})$



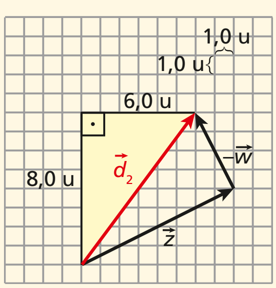
Banco de imagens/Arquivo da editora

Observando a figura, concluímos que:

$$\boxed{|\vec{d}_1| = 6{,}0 \text{ u}}$$

b) $\vec{d}_2 = \vec{z} - \vec{w} \Rightarrow \vec{d}_2 = \vec{z} + (-\vec{w})$

O módulo de $\vec{d}_2$ fica determinado aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo retângulo destacado na figura:

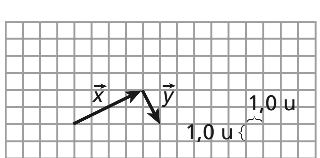


Banco de imagens/Arquivo da editora

$$|\vec{d}_2|^2 = (8{,}0)^2 + (6{,}0)^2$$

$$\boxed{|\vec{d}_2| = 10 \text{ u}}$$

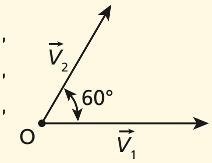
27. No plano quadriculado abaixo, estão representados dois vetores $\vec{x}$ e $\vec{y}$. O módulo do vetor diferença $\vec{x} - \vec{y}$ vale:



Banco de imagens/Arquivo da editora

a) 1 u.
b) 2 u.
c) 3 u.
d) 4 u.
e) 5 u.

28. Dados os vetores $\vec{V}_1$ e $\vec{V}_2$, representados na figura, com $V_1 = 16$ u e $V_2 = 10$ u, pede-se:
E.R.



Banco de imagens/Arquivo da editora

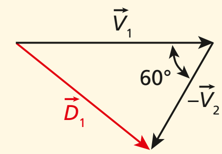
a) representar os vetores $\vec{D}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$ e $\vec{D}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$;

b) calcular os módulos de $\vec{D}_1$ e $\vec{D}_2$.

Resolução:

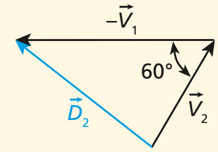
a) $\vec{D}_1 = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$

$\vec{D}_1 = \vec{V}_1 + (-\vec{V}_2)$



$\vec{D}_2 = \vec{V}_2 - \vec{V}_1$

$\vec{D}_2 = \vec{V}_2 + (-\vec{V}_1)$



Banco de imagens/Arquivo da editora

O vetor $\vec{D}_2$ é o **vetor oposto** de $\vec{D}_1$, isto é, $\vec{D}_2$ e $\vec{D}_1$ têm mesmo módulo, mesma direção e sentidos contrários.

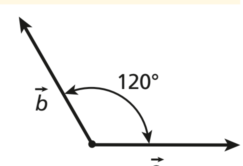
b) Sendo D o módulo de $\vec{D}_1$ ou de $\vec{D}_2$, aplicando a **Lei dos Cossenos**, vem:

$$D^2 = V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos 60°$$

$$D^2 = (16)^2 + (10)^2 - 2 \cdot 16 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$$

$$\boxed{D = 14 \text{ u}}$$

29. Observe os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados ao lado. Considerando $a = 7{,}0$ u e $b = 8{,}0$ u, pede-se:



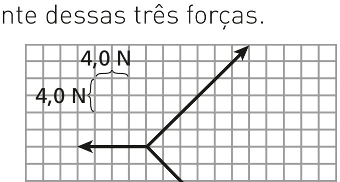
Banco de imagens/Arquivo da editora

a) represente os vetores $\vec{D}_1 = \vec{a} - \vec{b}$ e $\vec{D}_2 = \vec{b} - \vec{a}$;

b) calcule os módulos de $\vec{D}_1$ e $\vec{D}_2$.

Dado: $\cos 120° = -\frac{1}{2}$.

30. Na figura, estão representadas três forças que agem em um ponto material. Levando em conta a escala indicada, determine a intensidade da resultante dessas três forças.

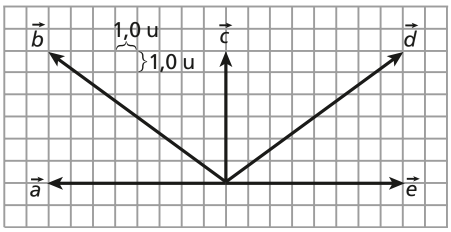


Banco de imagens/Arquivo da editora

a) 5 N
b) 10 N
c) 15 N
d) 20 N
e) 25 N

Exercícios Nível 2

31. No plano quadriculado abaixo, estão representados cinco vetores: $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$ e $\vec{e}$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Aponte a alternativa **incorreta**:

a) $\vec{a} = -\vec{e}$

b) $\vec{c} - \vec{a} = \vec{d}$

c) $\vec{c} - \vec{e} = \vec{b}$

d) $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{e}$

e) $\vec{a} + \vec{c} = \vec{e} + \vec{c}$

32. Considere duas forças $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ com intensidades respectivamente iguais a 12 N e 5,0 N. Calcule a intensidade das forças $\vec{S} = \vec{F}_A + \vec{F}_B$ e $\vec{D} = \vec{F}_A - \vec{F}_B$ nos seguintes casos:

a) $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ têm mesma direção e sentidos opostos;

b) $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ são perpendiculares.

33. (Ufop-MG) Os módulos de duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são $|\vec{F}_1| = 3$ e $|\vec{F}_2| = 5$, expressos em **newtons**. Então, é sempre verdade que:

I. $|\vec{F}_1 - \vec{F}_2| = 2$.

II. $2 \leq |\vec{F}_1 - \vec{F}_2| \leq 8$.

III. $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2| = 8$.

IV. $2 \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2| \leq 8$.

Indique a alternativa **correta**:

a) Apenas I e III são verdadeiras.

b) Apenas II e IV são verdadeiras.

c) Apenas II e III são verdadeiras.

d) Apenas I e IV são verdadeiras.

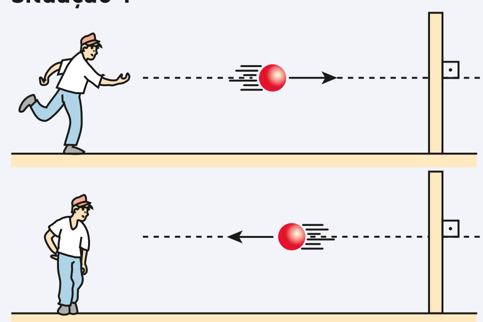
e) Nenhuma sentença é sempre verdadeira.

34. E.R. Nas duas situações esquematizadas a seguir, o garoto lança uma bola de borracha contra uma parede vertical fixa. Admita que as colisões sejam perfeitamente elásticas, isto é, que a bola conserve o módulo de sua velocidade vetorial igual a *v*.

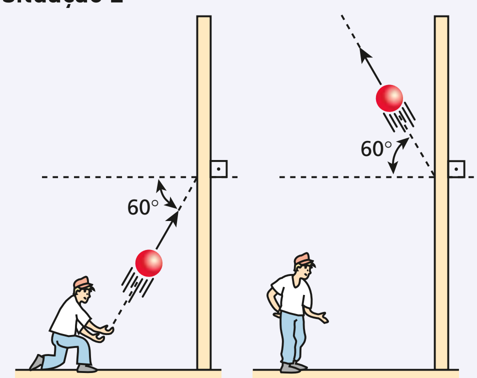
Na **situação 1**, a bola vai e volta pela mesma reta horizontal.

Na **situação 2**, a bola incide sob um ângulo de 60° em relação à reta normal à parede no ponto de impacto, sendo refletida sob um ângulo também de 60° em relação à mesma reta.

situação 1



situação 2



Banco de imagens/Arquivo da editora

Calcule o módulo da variação da velocidade vetorial da bola:

a) na situação 1;

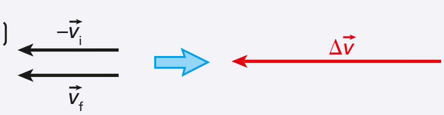
b) na situação 2.

Resolução:

Em ambos os casos, a variação da velocidade vetorial da bola ($\Delta\vec{v}$) fica determinada pela diferença entre a velocidade final ($\vec{v}_f$) e a velocidade inicial ($\vec{v}_i$).

$$\boxed{\Delta\vec{v} = \vec{v}_f - \vec{v}_i \Rightarrow \Delta\vec{v} = \vec{v}_f + (-\vec{v}_i)}$$

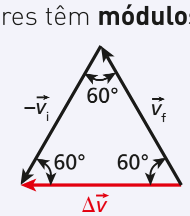
a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$|\Delta\vec{v}| = v + v \Rightarrow \boxed{|\Delta\vec{v}| = 2v}$$

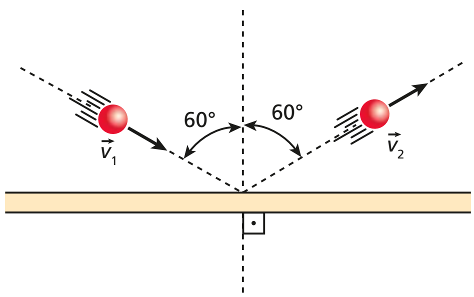
b) O triângulo formado pelos vetores $\vec{v}_f$, $-\vec{v}_i$ e $\Delta\vec{v}$ é **equilátero** e, por isso, esses três vetores têm **módulos iguais**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

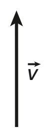
$$\boxed{|\Delta\vec{v}| = v}$$

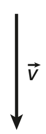
35. Na figura, estão representadas as velocidades vetoriais $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ de uma bola de sinuca, imediatamente antes e imediatamente depois de uma colisão contra uma das bordas da mesa.

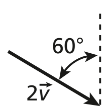


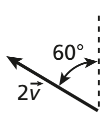
Banco de imagens/ Arquivo da editora

Sabendo que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ têm intensidades iguais a v, aponte a alternativa que melhor caracteriza a intensidade, a direção e o sentido da variação da velocidade vetorial da bola no ato da colisão:

a) 

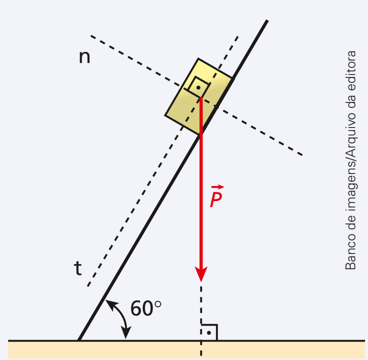
b) 

c) 

d) 

e) Vetor nulo.

36. E.R. O peso de um corpo é uma força vertical, dirigida para baixo. Na figura, está representado um bloco de peso $\vec{P}$, apoiado em um plano inclinado de 60° em relação à horizontal.



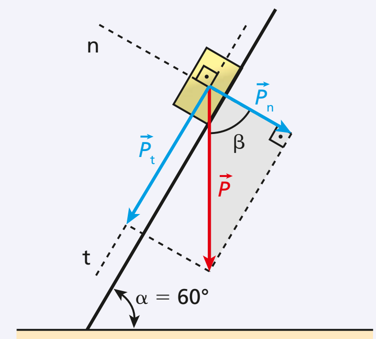
Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que a intensidade de $\vec{P}$ é igual a 20,0 newtons, calcule a intensidade das componentes de $\vec{P}$ segundo as retas **t** e **n**, respectivamente, tangente e normal ao plano inclinado no local em que se encontra o bloco. Adote: sen 60° ≅ 0,87 e cos 60° = 0,50.

Resolução:

Na figura a seguir, estão representadas as componentes de $\vec{P}$ segundo as retas **t** e **n**, respectivamente, $\vec{P}_t$ (componente tangencial) e $\vec{P}_n$ (componente normal).

É importante observar que, no triângulo retângulo destacado, temos $\beta = \alpha = 60°$ (ângulos de lados perpendiculares têm medidas iguais).



Banco de imagens/Arquivo da editora

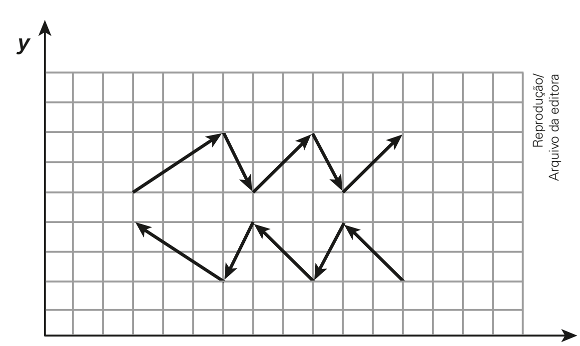
$$P_t = P \text{ sen } \beta \Rightarrow P_t = 20{,}0 \cdot 0{,}87$$

$$\boxed{P_t = 17{,}4 \text{ N}}$$

$$P_n = P \cos \beta \Rightarrow P_n = 20{,}0 \cdot 0{,}50$$

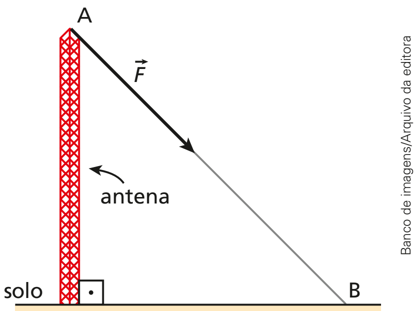
$$\boxed{P_n = 10{,}0 \text{ N}}$$

37. (UFC-CE) Na figura abaixo, em que o reticulado forma quadrados de lado L = 0,50 cm, estão desenhados dez vetores, contidos no plano **xy**. O módulo da soma de todos esses vetores é, em centímetros:



a) 0,0.
b) 0,50.
c) 1,0.
d) 1,5.
e) 2,0.

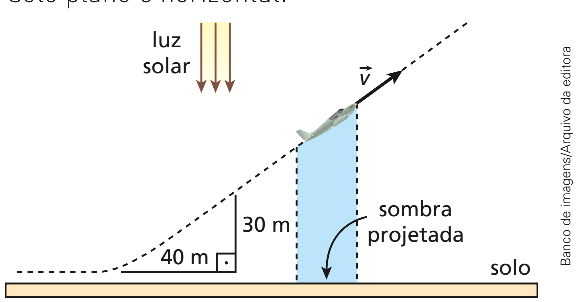
38. Uma antena transmissora de telefonia celular, de comprimento igual a 32 m, é mantida em equilíbrio na posição vertical devido a um sistema de cabos de aço que conectam sua extremidade superior ao solo horizontal. Na figura, está representado apenas o cabo **AB**, de comprimento igual a 40 m.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que a força $\vec{F}$ que o cabo **AB** exerce sobre a antena tem intensidade igual a $2{,}0 \cdot 10^3$ N, determine a intensidade das componentes horizontal e vertical de $\vec{F}$.

39. Objetivando a decolagem, um avião realiza a corrida na pista, alçando voo com velocidade $\vec{v}$, de intensidade 360 km/h, que é mantida constante ao longo de uma trajetória retilínea e ascendente, como esquematizado a seguir. O Sol está a pino, e a sombra do avião é projetada sobre o solo plano e horizontal.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Determine:

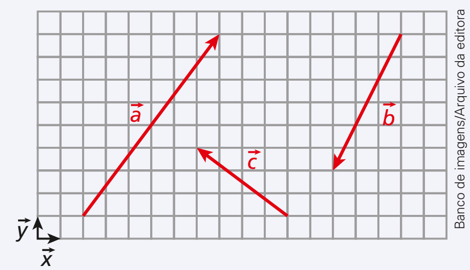
a) a intensidade da velocidade com que a sombra do avião percorre o solo;

b) o intervalo de tempo gasto pelo avião para atingir a altura de 480 m;

c) a distância percorrida pelo avião desde o instante em que alça voo até o instante em que atinge a altura de 480 m.

40. **E.R.** Um **versor** é um vetor de módulo unitário utilizado como referência na expressão de outros vetores.

No plano quadriculado abaixo, estão indicados os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Considerando-se os versores $\vec{x}$ e $\vec{y}$, respectivamente da horizontal e da vertical, pede-se obter:

a) O módulo do vetor $\vec{a}$;

b) A expressão vetorial de $\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Resolução:

a) O comprimento (módulo) do vetor $\vec{a}$ corresponde ao comprimento da hipotenusa de um triângulo retângulo de catetos com comprimentos respectivamente iguais a 6 u e 8 u. Logo, aplicando-se o Teorema de Pitágoras, vem:

$$a^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow a = 10 \text{ u}$$

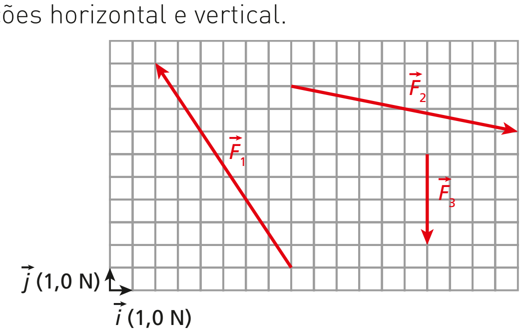
b) Vamos obter, inicialmente, as expressões vetoriais de $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$ em termos dos versores $\vec{x}$ e $\vec{y}$.

$$\vec{a} = 6\vec{x} + 8\vec{y}$$
$$\vec{b} = -3\vec{x} - 6\vec{y}$$
$$\vec{c} = -4\vec{x} + 3\vec{y}$$

Somando-se os termos semelhantes, obtém-se a expressão do vetor $\vec{R}$:

$$\vec{R} = -1\vec{x} + 5\vec{y}$$

41. Três forças coplanares, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, representadas no quadriculado abaixo, são aplicadas em uma partícula num determinado instante. Na figura, cada quadradinho tem lado equivalente a 1,0 N e $\vec{i}$ e $\vec{j}$ são, respectivamente, os versores das direções horizontal e vertical.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Determine, no instante considerado:

a) A expressão da força resultante $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$, em termos de $\vec{i}$ e $\vec{j}$;

b) O seno do menor ângulo formado entre as direções de $\vec{F}$ e $\vec{i}$.

Bloco 3

8. Deslocamento vetorial

Art Images Archive/Glow Images

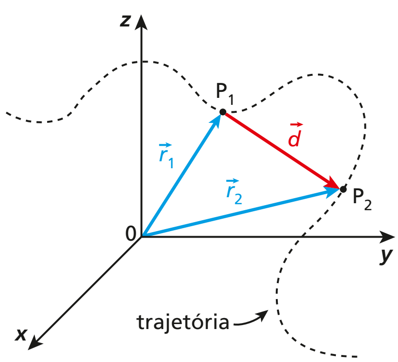
René Descartes: "Penso, logo existo". Pintura de Frans Hals, c. 1640. Museu do Louvre.

Uma compreensão mais consistente da Mecânica passa pela assimilação conceitual das grandezas físicas vetoriais que definiremos a seguir.

É importante destacar inicialmente, porém, que muito do que apresentaremos nesse ponto do presente tópico está fundamentado no pensamento do filósofo, físico e matemático francês René Descartes (1596-1650), que é considerado um dos intelectuais mais influentes do pensamento ocidental.

Como filósofo, Descartes foi o fundador do movimento chamado Racionalismo, que se baseou na valorização da dúvida, isto é, na busca das verdades essenciais por meio do questionamento: "Nenhum objeto do pensamento resiste à dúvida, mas o próprio ato de duvidar é indubitável". Ele criou um método dedutivo que obedecia a uma sequência lógica: evidência, análise, síntese e enumeração. Uma das citações de Descartes, feita originalmente em latim – *Cogito, ergo sum* –, tornou-se célebre: "Penso, logo existo".

Banco de imagens/Arquivo da editora



No campo da Matemática, criou a Geometria Analítica, que funde Geometria e Álgebra, tendo como elemento de sustentação um sistema de coordenadas chamado cartesiano.

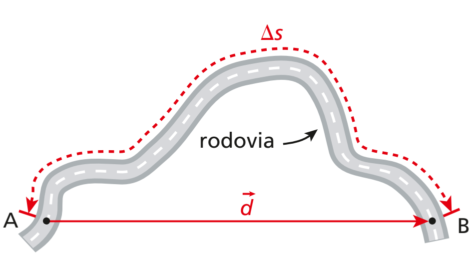
Considere uma partícula em movimento com relação a um referencial cartesiano **0xyz**. Na figura ao lado estão indicadas a trajetória descrita pela partícula, bem como as posições $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$ ocupadas por ela, respectivamente, nos instantes t_1 e t_2. Os vetores $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$ são os vetores posição correspondentes a $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$. Os vetores posição "apontam" a posição da partícula em cada ponto da trajetória. Sua "origem" está sempre na origem **0** do referencial e sua extremidade (ou ponta) aguçada coincide com o ponto em que a partícula se encontra no instante considerado.

Definimos o deslocamento vetorial $(\vec{d})$ no percurso de $\mathbf{P_1}$ a $\mathbf{P_2}$ por meio da subtração vetorial:

$$\vec{d} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

O deslocamento vetorial sempre conecta duas posições na trajetória. Sua "origem" coincide com o ponto de partida da partícula e sua extremidade (ou ponta) aguçada, com o ponto de chegada.

Banco de imagens/Arquivo da editora



Na situação esquematizada na figura ao lado, um carro parte do ponto **A** e percorre a rodovia até atingir o ponto **B**. Nessa figura estão indicados o deslocamento vetorial $\vec{d}$ e o deslocamento escalar Δs.

Observe que o módulo de $\vec{d}$ nunca excede o módulo de Δs.

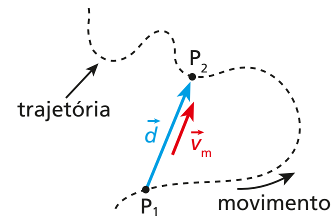
$$|\vec{d}| \leq |\Delta s|$$

Ocorrerá o caso da igualdade, $|\vec{d}| = |\Delta s|$, quando a trajetória for retilínea.

9. Velocidade vetorial média

É definida como o quociente do deslocamento vetorial $\vec{d}$ pelo respectivo intervalo de tempo Δt.

$$\vec{v}_m = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1}$$



Como Δt é um escalar positivo, a velocidade vetorial média tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido que o deslocamento vetorial (ambos são secantes à trajetória), como representa a figura ao lado.

Vamos comparar agora o módulo da velocidade vetorial média com o módulo da velocidade escalar média.

Sabemos que:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \qquad \text{e} \qquad |v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t}$$

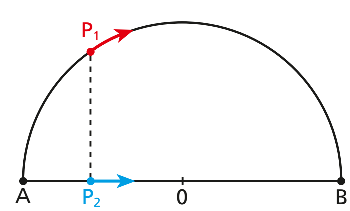
Lembrando que $|\vec{d}| \leqslant |\Delta s|$, podemos concluir que o módulo da velocidade vetorial média nunca excede o módulo da velocidade escalar média.

$$|\vec{v}_m| \leqslant |v_m|$$

Ocorrerá também o caso da igualdade, $|\vec{v}_m| = |v_m|$, quando a trajetória for retilínea.

Exemplo:

No caso da figura ao lado, uma partícula $\mathbf{P_1}$ vai de **A** até **B** percorrendo a semicircunferência, enquanto outra partícula $\mathbf{P_2}$ também vai de **A** até **B**, porém percorrendo o diâmetro que conecta esses dois pontos.



Supondo que as duas partículas se desloquem de **A** até **B** durante o **mesmo intervalo de tempo**, podemos concluir que:

I. os deslocamentos vetoriais são iguais: $\vec{d}_1 = \vec{d}_2$.

II. os deslocamentos escalares têm módulos diferentes: $|\Delta s_1| > |\Delta s_2|$.

III. $|\vec{d}_1| < |\Delta s_1|$; $|\vec{d}_2| = |\Delta s_2|$

IV. as velocidades vetoriais médias têm módulos iguais: $|\vec{v}_{m_1}| = |\vec{v}_{m_2}|$.

V. as velocidades escalares médias têm módulos diferentes: $|v_{m_1}| > |v_{m_2}|$.

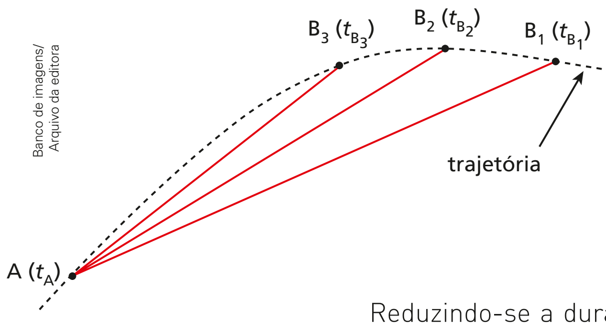
VI. $|\vec{v}_{m_1}| < |v_{m_1}|$; $|\vec{v}_{m_2}| = |v_{m_2}|$.

10. Velocidade vetorial (instantânea)

Frequentemente denominada apenas velocidade vetorial, a velocidade vetorial instantânea é dada matematicamente por:

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{v}_m$$

AAComo vimos, a velocidade vetorial média é secante à trajetória, apresentando mesma direção e mesmo sentido do deslocamento vetorial no intervalo de tempo considerado.



A velocidade vetorial instantânea, entretanto, pelo fato de ser definida em intervalos de tempo tendentes a zero, é **tangente à trajetória** em cada ponto e **orientada no sentido do movimento**.

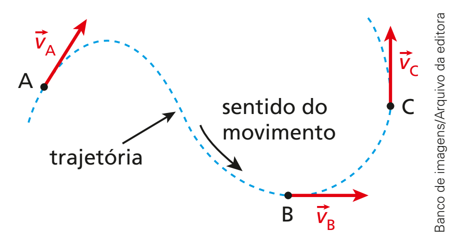
$$\Delta t_1 = t_{B_1} - t_A;\ \Delta t_2 = t_{B_2} - t_A;\ \Delta t_3 = t_{B_3} - t_A$$

$$\Delta t_3 < \Delta t_2 < \Delta t_1$$

Reduzindo-se a duração do intervalo de tempo, obtém-se no limite para Δt tendente a zero o ponto **B** praticamente coincidente com o ponto **A**. Com isso, no limite para Δt tendente a zero, a direção da velocidade vetorial média passa de secante a tangente à trajetória no ponto considerado.

Exemplo:

Na situação apresentada na figura ao lado, uma partícula percorre de **A** para **C**, em movimento uniforme, a trajetória esquematizada. Estão representadas nos pontos **A**, **B** e **C** as velocidades vetoriais da partícula, todas tangentes à trajetória e orientadas no sentido do movimento.



Observe que, embora as três velocidades vetoriais representadas tenham módulos iguais (movimento uniforme), $\vec{v}_A \neq \vec{v}_B \neq \vec{v}_C$. Isso ocorre porque os vetores representativos dessas velocidades têm direções diferentes.

Dois vetores ou mais são iguais somente quando têm o mesmo módulo, a mesma direção e o mesmo sentido.

O módulo (intensidade) da velocidade vetorial instantânea é sempre igual ao módulo da velocidade escalar instantânea:

$$|\vec{v}| = |v|$$

Exercícios Nível 1

42. E.R. Um escoteiro, ao fazer um exercício de marcha com seu pelotão, parte de um ponto **P** e sofre a seguinte sequência de deslocamentos:

I. 600 m para o Norte;
II. 300 m para o Oeste;
III. 200 m para o Sul.

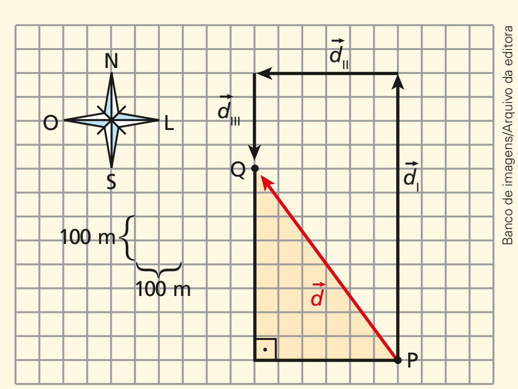
Sabendo que a duração da marcha é de 8 min 20 s e que o escoteiro atinge um ponto **Q**, determine:

a) o módulo do seu deslocamento vetorial de **P** a **Q**;

b) o módulo da velocidade vetorial média e da velocidade escalar média de **P** a **Q**. (Dê sua resposta em m/s.)

Resolução:

a) No esquema a seguir, estão representados os três deslocamentos parciais do escoteiro e também seu deslocamento total, de **P** até **Q**.



Aplicando o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo retângulo destacado, obtemos o módulo do deslocamento vetorial do escoteiro de **P** até **Q**.

$$|\vec{d}|^2 = (300)^2 + (400)^2 \therefore \boxed{|\vec{d}| = 500\text{ m}}$$

b) O intervalo de tempo gasto pelo escoteiro de **P** até **Q** é $\Delta t = 8\text{ min }20\text{ s} = 500\text{ s}$. Logo:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{v}_m| = \frac{500\text{ m}}{500\text{ s}}$$

$$\boxed{|\vec{v}_m| = 1{,}0\text{ m/s}}$$

$$|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{|\vec{d}_I| + |\vec{d}_{II}| + |\vec{d}_{III}|}{\Delta t}$$

$$|v_m| = \frac{600 + 300 + 200}{500}$$

$$\boxed{|v_m| = 2{,}2\text{ m/s}}$$

43. Três cidades **A**, **B** e **C**, situadas em uma região plana, ocupam os vértices de um triângulo equilátero de 60 km de lado. Um carro viaja de **A** para **C**, passando por **B**. Se o intervalo de tempo gasto no percurso total é de 1 h 12 min, determine, em km/h:

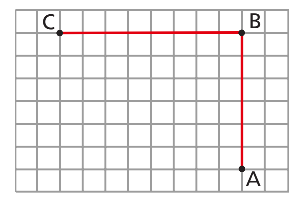
a) o valor absoluto da velocidade escalar média;

b) a intensidade da velocidade vetorial média.

44. Um carro percorreu a trajetória **ABC**, representada na figura, partindo do ponto **A** no instante $t_0 = 0$ e atingindo o ponto **C** no instante $t_1 = 20$ s. Considerando que cada quadrícula da figura tem lado igual a 10 m, determine:

a) o módulo do deslocamento vetorial sofrido pelo carro de **A** até **C**;

b) o módulo das velocidades vetorial média e escalar média no intervalo de t_0 a t_1.



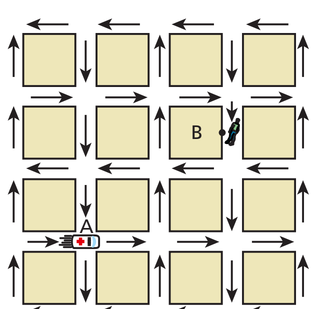
Banco de imagens/Arquivo da editora

Exercícios Nível 2

45. (Unicamp-SP) A figura abaixo representa um mapa da cidade de Vectoria o qual indica o sentido das mãos do tráfego. Devido ao congestionamento, os veículos trafegam com a velocidade média de 18 km/h. Cada quadra dessa cidade mede 200 m por 200 m (do centro de uma rua ao centro da outra rua). Uma ambulância localizada em **A** precisa pegar um doente localizado bem no meio da quadra em **B**, sem andar na contramão.

a) Qual é o menor intervalo de tempo gasto (em minutos) no percurso de **A** para **B**?

b) Qual é o módulo do vetor velocidade média (em km/h) entre os pontos **A** e **B**?

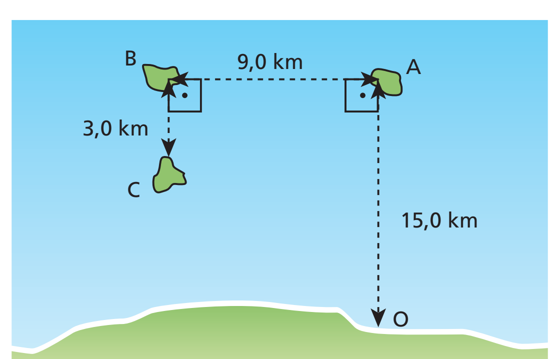


Reprodução/Arquivo da editora

46. (Vunesp) O plano de voo de um avião comercial prevê os seguintes trechos: do aeroporto **A** ao aeroporto **B**, 1 100 km para o norte, em 1,5 h; escala de 30 min em B; do aeroporto **B** ao aeroporto **C**, 800 km para o oeste, em 1,0 h; escala de 30 min em **C**; do aeroporto **C** ao aeroporto **D**, 500 km para o sul, em 30 min. O módulo da velocidade vetorial média, de **A** até **D**, desenvolvida por esse avião, em km/h, terá sido de

a) 250.
b) 300.
c) 350.
d) 400.
e) 450.

47. Uma embarcação carregada com suprimentos zarpa de um porto **O** na costa às 7 h para fazer entregas em três pequenas ilhas, **A**, **B** e **C**, posicionadas conforme representa o esquema.



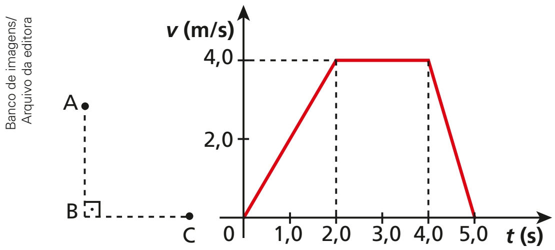
Banco de imagens/Arquivo da editora

A embarcação atraca na ilha **C** às 13 h do mesmo dia. Calcule para o percurso total de **O** até **C**:

a) a velocidade escalar média;

b) a velocidade vetorial média.

48. Uma partícula parte do ponto **A** da trajetória **ABC**, esquematizada abaixo, no instante $t_0 = 0$, atinge o ponto **B** no instante $t_1 = 3,0$ s e para no ponto **C** no instante $t_2 = 5,0$ s. A variação de sua velocidade escalar pode ser observada no gráfico abaixo:



Considerando o intervalo de 0 a 5,0 s, calcule para a partícula:

a) o valor absoluto da velocidade escalar média;

b) a intensidade da velocidade vetorial média.

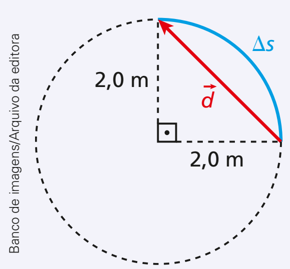
49. **E.R.** Considere uma partícula que percorre um quarto de circunferência de 2,0 m de raio em 10 s. Adotando $\sqrt{2} \cong 1,4$ e $\pi \cong 3,0$, determine:

a) o módulo da velocidade escalar média da partícula;

b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

Resolução:

Na figura abaixo, estão indicados o deslocamento escalar (Δs) e o deslocamento vetorial ($\vec{d}$) da partícula:



$$|\Delta s| = \frac{2\pi R}{4} = \frac{2 \cdot 3,0 \cdot 2,0}{4}$$

$$\boxed{|\Delta s| = 3,0 \text{ m}}$$

$$|\vec{d}| = \sqrt{(2,0)^2 + (2,0)^2} = 2,0\sqrt{2}$$

$$|\vec{d}| = 2,0 \cdot 1,4 \therefore \boxed{|\vec{d}| = 2,8 \text{ m}}$$

a) O módulo da velocidade escalar média é dado por:

$$|v_m| = \frac{|\Delta s|}{\Delta t} = \frac{3,0}{10} \therefore \boxed{|v_m| = 0,30 \text{ m/s}}$$

b) A intensidade da velocidade vetorial média é dada por:

$$|\vec{v}_m| = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{2,8}{10} \therefore \boxed{|\vec{v}_m| = 0,28 \text{ m/s}}$$

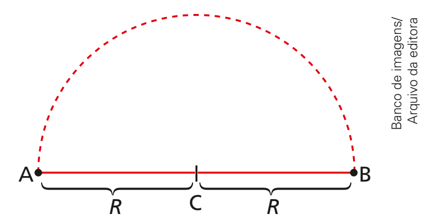
Observe, nesse caso, que $|\vec{v}_m| < |v_m|$.

50. Um ciclista percorre a metade de uma pista circular de 60 m de raio em 15 s. Adotando $\pi \cong 3,0$, calcule para esse ciclista:

a) o módulo da velocidade escalar média;

b) a intensidade da velocidade vetorial média.

51. Considere o esquema seguinte, em que o trecho curvo corresponde a uma semicircunferência de raio *R*.



Duas partículas, **X** e **Y**, partem simultaneamente do ponto **A** rumo ao ponto **B**. A partícula **X** percorre o trecho curvo, enquanto a partícula **Y** segue pelo diâmetro **AB**. Sabendo que as partículas atingem o ponto **B** no mesmo instante, calcule:

a) a relação entre os módulos das velocidades escalares médias de **X** e **Y**;

b) a relação entre as intensidades das velocidades vetoriais médias de **X** e **Y**.

52. Analise as proposições a seguir:

(01) A velocidade vetorial média entre dois pontos de uma trajetória tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido do deslocamento vetorial entre esses pontos.

(02) A velocidade vetorial é, em cada instante, tangente à trajetória e orientada no sentido do movimento.

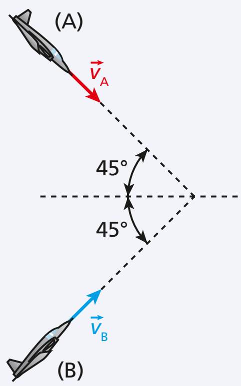
(04) Nos movimentos uniformes, a velocidade vetorial é constante.

(08) Nos movimentos retilíneos, a velocidade vetorial é constante.

(16) A velocidade vetorial de uma partícula só é constante nas situações de repouso e de movimento retilíneo e uniforme.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

53. Dois aviões de combate, **A** e **B**, em movimento num mesmo plano vertical, apresentam-se em determinado instante, conforme ilustra a figura, com velocidades vetoriais $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ de intensidades respectivamente iguais a 1000 km/h.
E.R.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Adotando $\sqrt{2} \cong 1{,}41$, determine as características da velocidade vetorial $\vec{v}_R$ do avião **B** em relação ao avião **A** no instante considerado.

Resolução:

Do ponto de vista vetorial, a velocidade de uma partícula 1 em relação a outra partícula 2 é $\vec{v}_{rel_{1,2}}$, dada pela subtração:

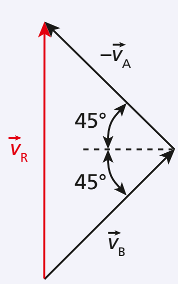
$$\boxed{\vec{v}_{rel_{1,2}} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2}$$

em que $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ são as velocidades vetoriais de 1 e 2 em relação ao solo.

Assim, a velocidade $\vec{v}_R$ do avião **B** em relação ao avião **A** fica determinada por:

$$\vec{v}_R = \vec{v}_B - \vec{v}_A \Rightarrow \vec{v}_R = \vec{v}_B + (-\vec{v}_A)$$

Graficamente:



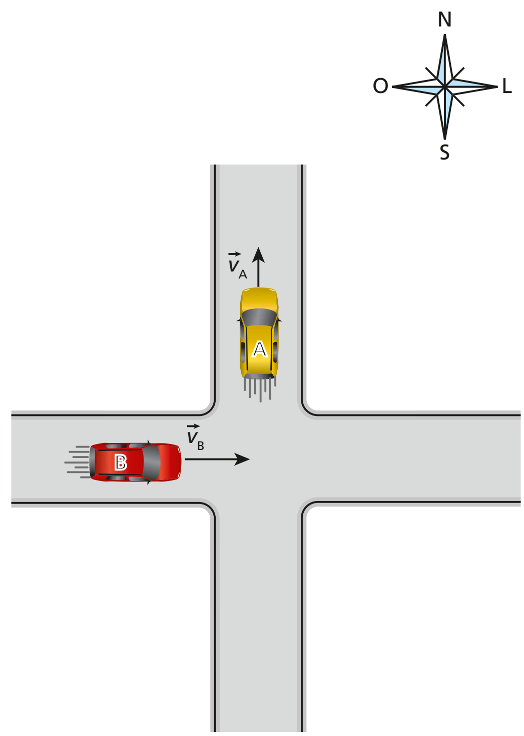
Banco de imagens/Arquivo da editora

$\vec{v}_R$ é **vertical** e **dirigida para cima** e sua intensidade pode ser obtida pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$|\vec{v}_R|^2 = |\vec{v}_A|^2 + |\vec{v}_B|^2 \Rightarrow |\vec{v}_R|^2 = (1000)^2 + (1000)^2$$

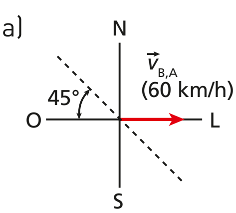
$$|\vec{v}_R| = 1000\sqrt{2} \therefore \boxed{|\vec{v}_R| = 1410 \text{ km/h}}$$

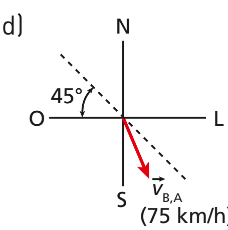
54. Considere um carro **A** dirigindo-se para o Norte, com velocidade $\vec{v}_A$ de intensidade igual a 45 km/h, e um carro **B** dirigindo-se para o Leste, com velocidade $\vec{v}_B$ de intensidade igual a 60 km/h, conforme representa a figura abaixo.



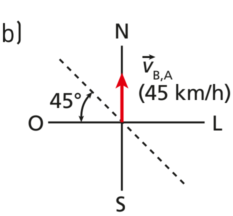
Banco de imagens/Arquivo da editora

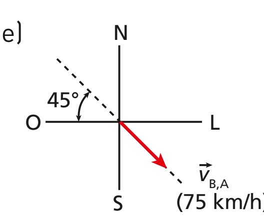
Aponte a alternativa que melhor traduz as características da velocidade $\vec{v}_{B,A}$ do carro **B** em relação ao carro **A**:

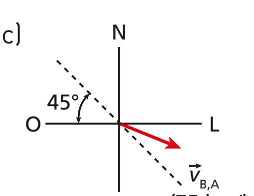
a)


d)


Banco de imagens/Arquivo da editora

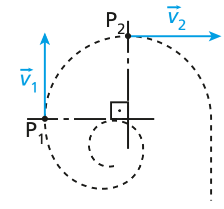
b)


e)


c)


11. Aceleração vetorial média

Considere agora uma partícula que, percorrendo uma trajetória como a esquematizada na figura ao lado, passa pela posição **P₁** no instante t_1 com velocidade vetorial $\vec{v}_1$ e pela posição **P₂** no instante t_2 com velocidade vetorial $\vec{v}_2$.

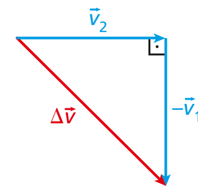


Banco de imagens/Arquivo da editora

De **P₁** para **P₂**, a partícula experimenta uma variação de velocidade vetorial $\Delta\vec{v}$, dada por:

$$\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$$

Graficamente, está representada na figura ao lado.

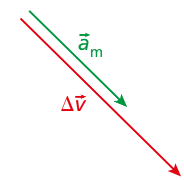


Banco de imagens/Arquivo da editora

A aceleração vetorial média da partícula no intervalo de t_1 a t_2 é definida por:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

Como Δt é um escalar positivo, a aceleração vetorial média ($\vec{a}_m$) tem sempre a mesma direção e o mesmo sentido que a variação da velocidade vetorial ($\Delta\vec{v}$).



Banco de imagens/Arquivo da editora

12. Aceleração vetorial (instantânea)

Em muitos casos simplesmente denominada aceleração vetorial, a aceleração vetorial instantânea é definida por:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_m$$

Admita que, ao percorrer a trajetória esboçada na figura 1 a seguir, uma partícula tenha no ponto **P** uma aceleração vetorial $\vec{a}$. As retas **t** e **n** são, respectivamente, **tangente** e **normal** à trajetória no ponto **P**.

Decompondo $\vec{a}$ segundo as retas **t** e **n**, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{a}_t$ (**tangencial**) e $\vec{a}_n$ (**normal**) (figura 2).

Banco de imagens/Arquivo da editora

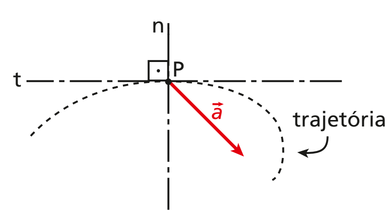


figura 1

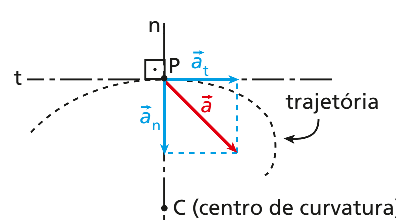


figura 2

A componente normal de $\vec{a}$ ($\vec{a}_n$), pelo fato de estar dirigida para o centro de curvatura da trajetória em cada instante, recebe também o nome de **componente centrípeta**. Preferiremos esta última denominação e adotaremos o símbolo $\vec{a}_{cp}$.

Relacionando vetorialmente $\vec{a}$, $\vec{a}_t$ e $\vec{a}_{cp}$, temos:

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

Aplicando o **Teorema de Pitágoras** e considerando a o módulo de $\vec{a}$, a_t o módulo de $\vec{a}_t$ e a_{cp} o módulo de $\vec{a}_{cp}$, podemos escrever que:

$$a^2 = a_t^2 + a_{cp}^2$$

Por ter a direção do raio de curvatura da trajetória em cada ponto, a aceleração centrípeta também é denominada **aceleração radial**.

Componente tangencial ou aceleração tangencial ($\vec{a}_t$)

A **aceleração tangencial** está relacionada com as **variações de intensidade** da velocidade vetorial.

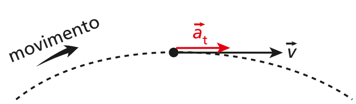
- Nos **movimentos variados**, isto é, naqueles em que a intensidade da velocidade vetorial é variável (movimentos acelerados ou retardados), **a aceleração tangencial é não nula**.
- Nos **movimentos uniformes**, isto é, naqueles em que a intensidade da velocidade vetorial é constante, **a aceleração tangencial é nula**.

Pode-se verificar que o módulo da aceleração tangencial é igual ao módulo da aceleração escalar.

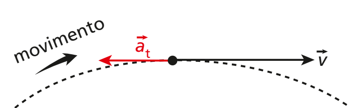
$$|\vec{a}_t| = |\alpha|$$

A direção da aceleração tangencial é sempre a mesma da tangente à trajetória no ponto considerado, e seu sentido depende de o movimento ser acelerado ou retardado.

Nos **movimentos acelerados**, $\vec{a}_t$ tem o **mesmo sentido** da velocidade vetorial; no entanto, nos **movimentos retardados**, $\vec{a}_t$ tem **sentido oposto** ao da velocidade vetorial, conforme representam as figuras abaixo.



Representação esquemática de movimento acelerado.



Representação esquemática de movimento retardado.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Componente centrípeta ou aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$)

A **aceleração centrípeta** está relacionada com as **variações de direção** da velocidade vetorial.

- Nos **movimentos curvilíneos**, isto é, naqueles em que a direção da velocidade vetorial é variável, **a aceleração centrípeta é não nula**.
- Nos **movimentos retilíneos**, isto é, naqueles em que a direção da velocidade vetorial é constante, **a aceleração centrípeta é nula**.

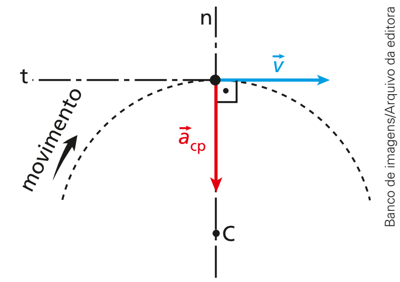
Pode-se demonstrar (veja boxe na página 156) que o módulo da aceleração centrípeta é calculado por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{v^2}{R}$$

em que v é a velocidade escalar instantânea e R é o raio de curvatura da trajetória.

A direção da aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$) é sempre normal à trajetória e o sentido é sempre para o centro de curvatura.

Note que a aceleração centrípeta ($\vec{a}_{cp}$) e a velocidade vetorial ($\vec{v}$) são perpendiculares entre si. Isso se justifica pois, enquanto $\vec{a}_{cp}$ é normal à trajetória, $\vec{v}$ é tangencial.



Ampliando o olhar

Demonstrações de $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$

Tratamento vetorial

Na figura 1, uma partícula realiza movimento circular e uniforme ao longo de uma circunferência de raio *R*. Sua velocidade vetorial tem intensidade *v*, sendo representada pelo vetor $\vec{v}_A$ no ponto **A** e pelo vetor $\vec{v}_B$ no ponto **B**.

Sendo Δt o intervalo de tempo gasto no percurso de **A** até **B**, o módulo da aceleração vetorial média da partícula fica determinado por:

$$|\vec{a}_m| = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} \quad \text{(I)}$$

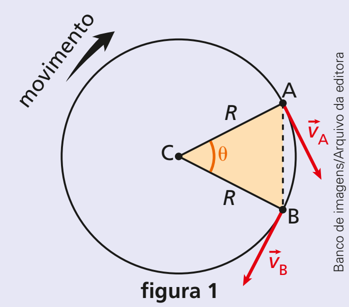


figura 1

A variação de velocidade vetorial $\Delta\vec{v} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$ está representada na figura 2.

Observando-se na figura 2 que o ângulo formado entre $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ é igual ao ângulo formado entre os raios da circunferência nos pontos **A** e **B** da figura 1 (ângulos de lados perpendiculares têm medidas iguais), pode-se concluir que os triângulos destacados nas duas figuras são semelhantes; logo:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{\overline{AB}} = \frac{|\vec{v}_A|}{R}$$

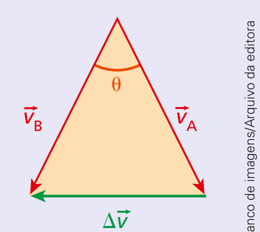


figura 2

Admitindo-se Δt muito pequeno, a medida do segmento $\overline{AB}$ fica praticamente igual à do arco $\overset{\frown}{AB}$. Observando-se que $\overline{AB} \cong \overset{\frown}{AB} = v\Delta t$ e que $|\vec{v}_A| = v$, tem-se:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v\Delta t} = \frac{v}{R} \Rightarrow \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v^2}{R} \quad \text{(II)}$$

Comparando as equações (I) e (II), vem:

$$|\vec{a}_m| = \frac{v^2}{R}$$

Para intervalos de tempo tendentes a zero, no entanto, a aceleração vetorial média assume caráter instantâneo, com direção radial e orientação para o centro da trajetória da mesma forma que $\Delta\vec{v}$, o que justifica a denominação **aceleração centrípeta (a_{cp})**. Finalmente:

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}}$$

Tratamento escalar

Na figura 3, uma partícula percorre uma circunferência de raio *R* com velocidade escalar constante igual a *v* (movimento circular e uniforme).

Para intervalos de tempo tendentes a zero, o movimento descrito pela partícula pode ser assimilado a uma sucessão de pares de movimentos elementares: um uniforme na direção tangencial e outro uniformemente acelerado na direção radial. Em cada movimento tangencial, a partícula percorre uma distância $\Delta s_1 = vt$, e em cada movimento radial ela percorre, a partir do repouso, uma distância $\Delta s_2 = \frac{\alpha t^2}{2}$, em que α traduz a aceleração escalar nessa direção.

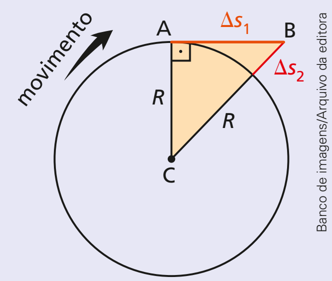


figura 3

Aplicando-se o **Teorema de Pitágoras** ao triângulo **ABC** destacado na figura, em que aparecem as distâncias Δs_1 e Δs_2 com dimensões exageradas para melhor visualização, vem:

$$(R + \Delta s_2)^2 = (\Delta s_1)^2 + R^2 \Rightarrow R^2 + 2R\Delta s_2 + (\Delta s_2)^2 = (\Delta s_1)^2 + R^2 \Rightarrow 2R\Delta s_2 + (\Delta s_2)^2 = (\Delta s_1)^2$$

Para pequenos intervalos de tempo:

$$\Delta s_2 << R \Rightarrow (\Delta s_2)^2 << R\,\Delta s_2$$

Logo, na soma $2R\Delta s_2 + (\Delta s_2)^2$, pode-se desprezar a parcela $(\Delta s_2)^2$, já que seu valor é muito menor que o da parcela $2R\Delta s_2$. Assim:

$$2R\Delta s_2 \cong (\Delta s_1)^2 \Rightarrow 2R\frac{\alpha}{2}t^2 = (vt)^2$$

$$R\alpha t^2 = v^2t^2 \Rightarrow a = \frac{v^2}{R}$$

Como a aceleração calculada ocorre na direção radial e no sentido do centro da trajetória, trata-se de uma **aceleração centrípeta** ($\boldsymbol{a_{cp}}$). Finalmente:

$$\boxed{a_{cp} = \frac{v^2}{R}}$$

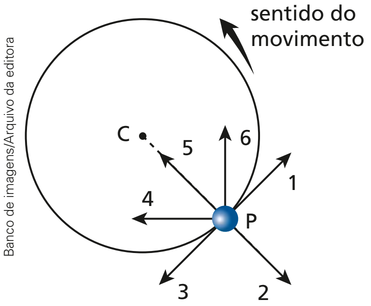
Christian Huygens (1629-1695), físico e astrônomo holandês (aqui em gravura de Gerard Edelinck baseada em pintura de Caspar Netscher, 1655; Bibliothèque Nationale, Paris), elucidou alguns fenômenos luminosos, atribuindo à luz caráter ondulatório. Isso conflitou com as teorias de Newton, que tratavam a luz como um conjunto de partículas. Huygens, ao construir telescópios sofisticados para a sua época, descobriu a lua Titã de Saturno e explicou a natureza dos anéis que circundam esse planeta. A Huygens credita-se a importante equação da aceleração centrípeta: $a_{cp} = \frac{v^2}{R}$.

Exercícios Nível 1

55. Se a aceleração vetorial de uma partícula é constantemente nula, suas componentes tangencial e centrípeta também o são. A respeito de um possível movimento executado por essa partícula, podemos afirmar que ele pode ser:

a) acelerado ou retardado, em trajetória retilínea.
b) uniforme, em trajetória qualquer.
c) apenas acelerado, em trajetória curva.
d) apenas uniforme, em trajetória retilínea.
e) acelerado, retardado ou uniforme, em trajetória curva.

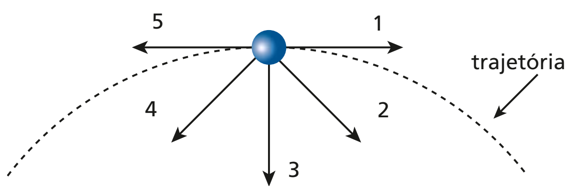
56. Uma partícula movimenta-se ao longo de uma trajetória circular com velocidade escalar constante. A figura a seguir representa a partícula no instante em que passa pelo ponto **P**:



As setas que representam a velocidade vetorial e a aceleração vetorial da partícula em **P** são, respectivamente:

a) 1 e 2.
b) 3 e 5.
c) 1 e 4.
d) 3 e 6.
e) 1 e 5.

57. A figura a seguir representa um instante do movimento curvilíneo e acelerado de uma partícula:

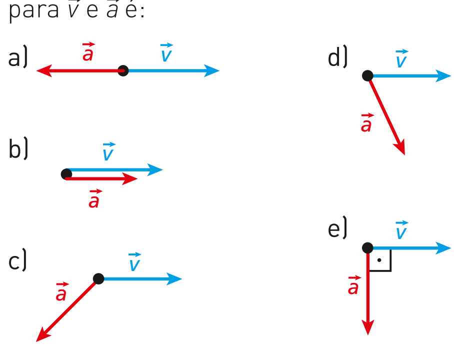


Banco de imagens/Arquivo da editora

Se o movimento ocorre da esquerda para a direita, os vetores que melhor representam a velocidade vetorial e a aceleração vetorial da partícula no instante considerado, e nessa ordem, são:

a) 1 e 2.
b) 5 e 3.
c) 1 e 4.
d) 5 e 4.
e) 1 e 1.

58. Admita que o piloto inglês Lewis Hamilton entre em uma curva freando seu carro de Fórmula 1. Seja $\vec{v}$ a velocidade vetorial do carro em determinado ponto da curva e $\vec{a}$ a respectiva aceleração. A alternativa que propõe a melhor configuração para $\vec{v}$ e $\vec{a}$ é:



Banco de imagens/Arquivo da editora

59. **E.R.** Um piloto consegue manter seu *kart* em movimento uniforme numa pista circular de raio 50 m. Sabendo que a velocidade escalar do *kart* é igual a 20 m/s, determine a intensidade da sua aceleração vetorial.

Resolução:

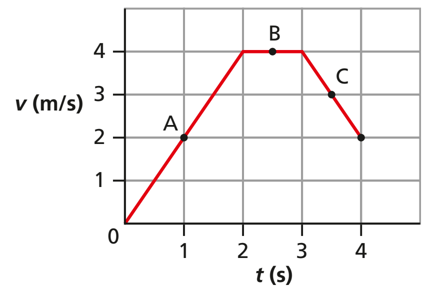
O movimento do *kart* é circular e uniforme, o que torna sua aceleração vetorial **centrípeta**.

Sendo v = 20 m/s e R = 50 m, a intensidade da aceleração centrípeta (a_{cp}) fica determinada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{(20)^2}{50}$$

$$\boxed{a_{cp} = 8{,}0 \text{ m/s}^2}$$

60. (IJSO) Uma atleta decide fazer um pequeno teste de velocidade, primeiramente em linha reta e depois em movimento circular. Durante o percurso em linha reta, sua velocidade obedece o gráfico conforme exibido na figura a seguir.



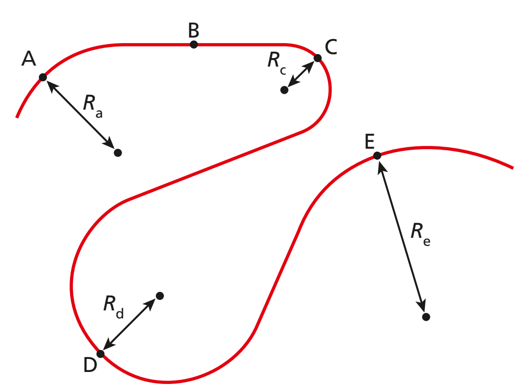
Reprodução/Arquivo da editora

a) Encontre a aceleração instantânea da atleta nos pontos **A**, **B** e **C**.

b) Calcule a distância que ela percorre nos dois primeiros segundos da corrida.

c) O percurso circular começa no instante t = 4 s, com a velocidade indicada pelo gráfico da figura acima. A força de atrito limitante entre o tênis e o solo não permite que a atleta tenha uma aceleração centrípeta maior do que 3,0 ms^{-2}. Calcule o raio mínimo de seu percurso circular. Considere uma velocidade constante ao longo de todo o percurso.

61. Um móvel executa um movimento com velocidade escalar constante ao longo de uma trajetória plana, composta de trechos retilíneos e trechos em arcos de circunferências, conforme indica a figura a seguir. Os raios de curvatura nos pontos **A**, **C**, **D** e **E** estão indicados na ilustração:



Banco de imagens/Arquivo da editora

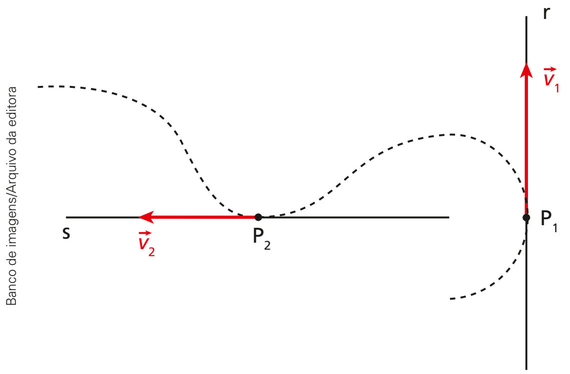
R_a = 2,50 m R_d = 1,70 m
R_c = 1,20 m R_e = 3,50 m

Pode-se afirmar corretamente que o valor máximo da aceleração vetorial ocorreu quando o móvel passava nas proximidades do ponto:

a) **A**.   b) **B**.   c) **C**.   d) **D**.   e) **E**.

Exercícios Nível 2

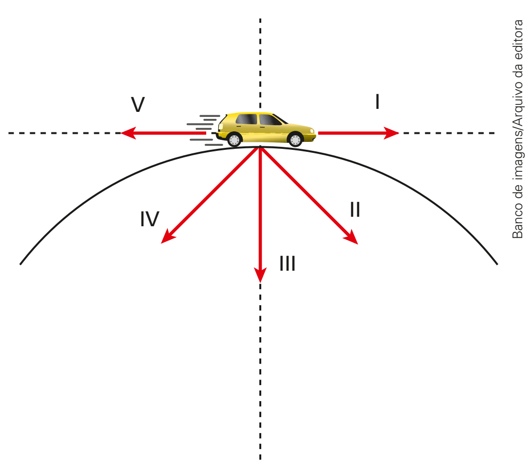
62. Um carrinho percorre a trajetória representada na figura, passando pelo ponto $\mathbf{P_1}$ no instante $t_1 = 5{,}0$ s, com velocidade vetorial $\vec{v}_1$, e pelo ponto $\mathbf{P_2}$ no instante $t_2 = 10$ s, com velocidade vetorial $\vec{v}_2$. As retas **r** e **s** são perpendiculares entre si.



Sabendo que $|\vec{v}_1| = 15$ m/s e que $|\vec{v}_2| = 20$ m/s, calcule para o percurso de $\mathbf{P_1}$ a $\mathbf{P_2}$ o módulo dos seguintes vetores:

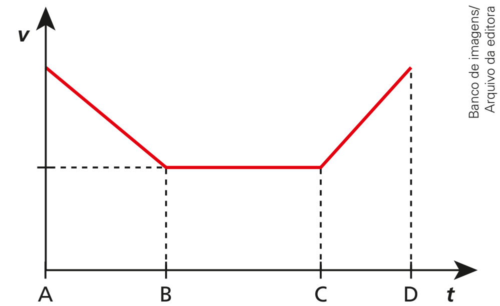
a) variação de velocidade vetorial;
b) aceleração vetorial média.

63. O carrinho esquematizado na figura a seguir percorre a trajetória circular da esquerda para a direita. I, II, III, IV e V são vetores que podem estar associados ao movimento. Indique, justificando, que vetores representam melhor a velocidade e a aceleração do carrinho nos seguintes casos:



a) o movimento é acelerado;
b) o movimento é retardado;
c) o movimento é uniforme.

64. O gráfico abaixo representa o módulo da velocidade (v) de um automóvel em função do tempo (t) quando ele percorre um trecho circular de uma rodovia.



Em relação a esse movimento, podemos afirmar que:

a) entre **A** e **B**, a aceleração tangencial tem o mesmo sentido da velocidade.
b) entre **B** e **C**, a aceleração tangencial é nula.
c) entre **B** e **C**, a aceleração centrípeta é nula.
d) entre **C** e **D**, a aceleração centrípeta é nula.
e) entre **C** e **D**, a aceleração tangencial tem sentido oposto ao da velocidade.

65. Admita que a trajetória da Terra em torno do Sol seja uma circunferência de raio $R = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ m e que o ano terrestre tenha duração $T = 3{,}1 \cdot 10^{7}$ s. Considerando uniforme o movimento de translação da Terra em torno do Sol e adotando $\pi \cong 3{,}1$, determine:

a) o módulo da velocidade vetorial do planeta em km/s;
b) a intensidade da sua aceleração vetorial em m/s^2.

66. A extremidade de uma das pás de um ventilador descreve uma circunferência de raio 0,50 m, com aceleração escalar de módulo 1,5 m/s^2. No instante em que a velocidade vetorial dessa extremidade tiver módulo igual a 1,0 m/s, calcule a intensidade de sua aceleração vetorial.

67. Uma partícula percorre uma trajetória circular de 6,0 m de diâmetro, obedecendo à função:

$$v = 1{,}0 + 4{,}0\,t$$

com v em m/s e t em s. Para o instante $t = 0{,}50$ s, determine:

a) a intensidade da velocidade vetorial;
b) a intensidade da aceleração vetorial.

68. Uma partícula descreve uma circunferência **E.R.** de 12 m de raio com aceleração escalar constante e igual a 4,0 m/s^2. Determine a intensidade da aceleração vetorial da partícula no instante em que sua velocidade for de 6,0 m/s.

Resolução:

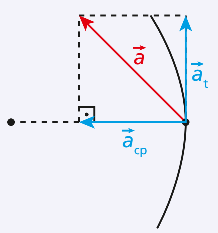
A aceleração tangencial tem intensidade igual ao módulo da aceleração escalar:

$$|\vec{a}_t| = |\alpha| = 4{,}0 \text{ m/s}^2$$

A aceleração centrípeta tem intensidade dada por:

$$|\vec{a}_{cp}| = \frac{|v^2|}{R} = \frac{(6{,}0)^2}{12} \therefore a_{cp} = 3{,}0 \text{ m/s}^2$$

A aceleração vetorial tem intensidade calculada pelo Teorema de Pitágoras:

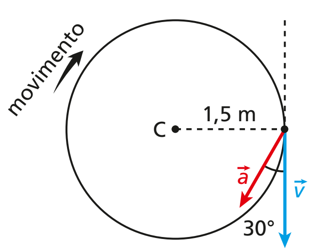


$$|\vec{a}| = \sqrt{(|\vec{a}_t|)^2 + (|\vec{a}_{cp}|)^2}$$

$$|\vec{a}| = \sqrt{(4{,}0)^2 + (3{,}0)^2}$$

$$\boxed{|\vec{a}| = 5{,}0 \text{ m/s}^2}$$

69. Uma partícula percorre uma circunferência de 1,5 m de raio no sentido horário, como está representado na figura. No instante t_0, a velocidade vetorial da partícula é $\vec{v}$ e a aceleração vetorial é $\vec{a}$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

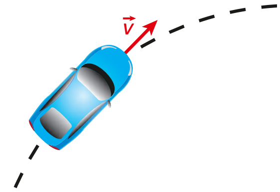
Sabendo que $|\vec{v}| = 3{,}0$ m/s:

a) calcule $|\vec{a}|$;

b) diga se no instante t_0 o movimento é **acelerado** ou **retardado**. Justifique sua resposta.

70. (GAVE) A figura seguinte representa um automóvel que percorre um trecho circular de uma estrada situada num plano horizontal.

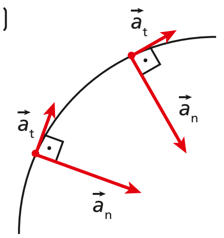
O automóvel entra na curva com uma velocidade de módulo 8,0 m/s. No percurso considerado, o módulo da velocidade do automóvel aumenta 2,0 m/s em cada segundo (aceleração escalar constante).



Reprodução/Arquivo da editora

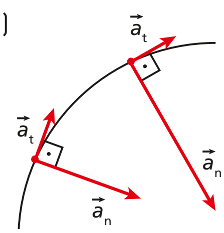
Em qual dos esquemas seguintes se encontram corretamente representadas as componentes tangencial, $\vec{a}_t$, e normal, $\vec{a}_n$, da aceleração do automóvel, nas posições assinaladas?

a)

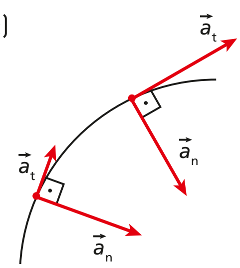


Ilustrações: Reprodução/Arquivo da editora

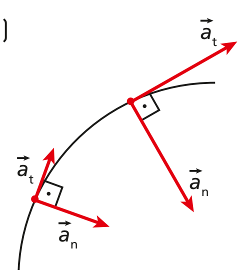
b)



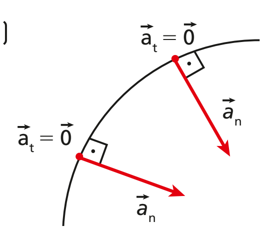
c)



d)



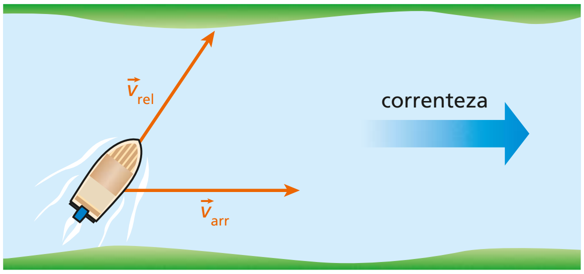
e)



Bloco 5

13. Velocidade relativa, de arrastamento e resultante

Consideremos um barco navegando em um rio, conforme ilustra a figura ao lado. Sejam $\vec{v}_{rel}$ a velocidade do barco em relação às águas e $\vec{v}_{arr}$ a velocidade das águas em relação às margens.

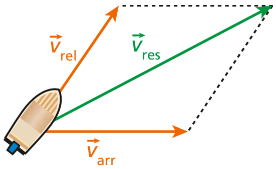


Banco de imagens/Arquivo da editora

O barco tem, portanto, dois movimentos parciais: o **movimento relativo**, provocado pelo motor em relação às águas, com velocidade $\vec{v}_{rel}$, e o **movimento de arrastamento**, provocado pela correnteza, com velocidade $\vec{v}_{arr}$.

Fazendo a composição desses movimentos, o barco apresentará em relação às margens um **movimento resultante** com velocidade $\vec{v}_{res}$, que é dada pela soma vetorial de $\vec{v}_{rel}$ com $\vec{v}_{arr}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora



$$\vec{v}_{res} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}$$

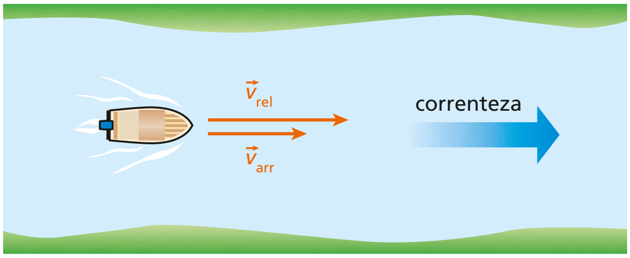
Note que o movimento provocado pelo motor do barco (movimento relativo) é o que a embarcação teria em relação às margens se no rio não houvesse correnteza (se as águas estivessem em repouso).

Casos particulares notáveis

Simbolizando por v_{res}, v_{rel} e v_{arr} os módulos de $\vec{v}_{res}$, $\vec{v}_{rel}$ e $\vec{v}_{arr}$, respectivamente, temos:

I. O barco "desce o rio" (navega a favor da correnteza).

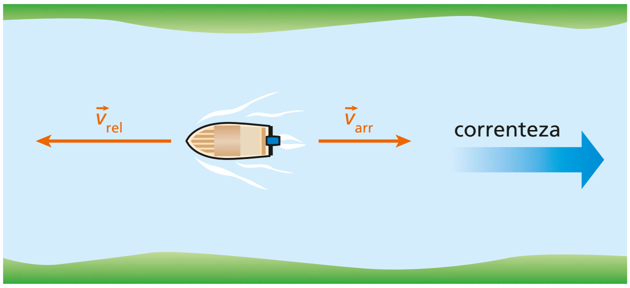
Banco de imagens/Arquivo da editora



$$v_{res} = v_{rel} + v_{arr}$$

II. O barco "sobe o rio" (navega contra a correnteza).

Banco de imagens/Arquivo da editora

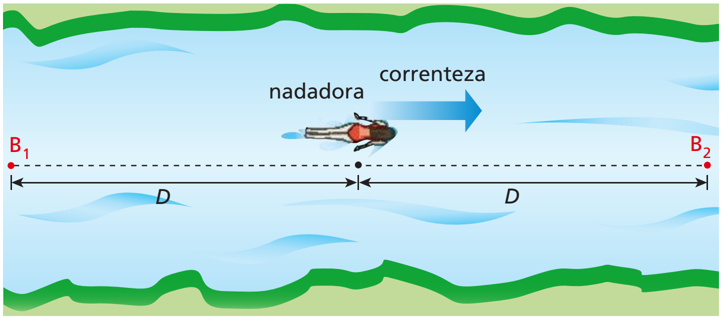


$$v_{res} = v_{rel} - v_{arr}$$

JÁ PENSOU NISTO?

Uma situação intrigante!

Imagine que uma nadadora esteja descendo um rio sob a ação exclusiva da correnteza, arrastada pela água com velocidade constante de intensidade v_{arr}, medida em relação às margens. Suponha que sua posição seja equidistante (distância D) de duas boias iguais, **B_1** e **B_2**, que também descem o rio sob a ação exclusiva da água. Veja a ilustração ao lado.



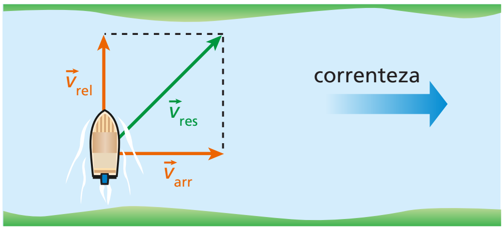
Ela resolve, então, agarrar uma das boias e, para isso, coloca-se a nadar em linha reta rumo a uma delas com velocidade constante de intensidade v_{rel}, medida em relação à água. Qual das duas boias a nadadora conseguiria atingir no menor intervalo de tempo, **B_1** ou **B_2**? Pense um pouco.

Se você optou por **B_1** ou por **B_2**, você errou, já que qualquer uma das boias poderia ser alcançada em um mesmo intervalo de tempo de duração T!

A explicação para esse fato é a seguinte: como a água afeta igualmente o movimento da nadadora e das boias, impondo aos três a velocidade própria da correnteza (v_{arr}), podemos raciocinar como se esse arrastamento não existisse. Logo, tudo se passa como se a água e as boias estivessem em repouso e só a nadadora se movimentasse! Isso significa que as duas boias poderiam ser alcançadas em intervalos de tempo de igual duração, já que a nadadora se desloca em movimento uniforme a partir de uma posição equidistante de ambas.

O valor de T fica determinado por:

$$v_{rel} = \frac{D}{T} \Rightarrow \boxed{T = \frac{D}{v_{rel}}}$$



III. O barco é dirigido perpendicularmente à correnteza.

Teorema de Pitágoras:

$$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$$

14. Princípio de Galileu

Analisando a situação ilustrada na figura anterior, como faríamos para calcular o intervalo de tempo Δt gasto pelo barco na travessia do rio, cuja largura admitiremos igual a L?

Consideramos no cálculo apenas o movimento relativo do barco, independentemente do movimento de arrastamento imposto pela água, pois a componente da velocidade associada à travessia é, nesse caso, exclusivamente $\vec{v}_{rel}$. A componente $\vec{v}_{arr}$ está relacionada com o deslocamento do barco rio abaixo, não tendo nenhuma relação com a travessia propriamente dita.

Assim, o cálculo do intervalo de tempo Δt é feito por:

$$v_{rel} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{L}{v_{rel}}$$

Estudando situações análogas à descrita, o cientista italiano **Galileu** Galilei (1564-1642) enunciou que:

> Se um corpo apresenta um **movimento composto**, cada um dos movimentos componentes se realiza como se os demais não existissem. Consequentemente, o intervalo de tempo de duração do movimento relativo é **independente** do movimento de arrastamento.

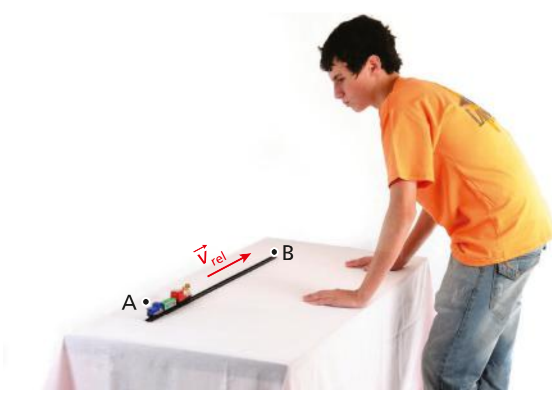
Visando reforçar o conceito de que o movimento relativo é independente do movimento de arrastamento, vamos estudar um exemplo em que uma locomotiva de brinquedo se deslocará com velocidade constante sobre trilhos retilíneos, montados em cima de uma mesa horizontal forrada com uma toalha, indo da extremidade **A** à extremidade **B**.

Para tanto, considere duas situações:

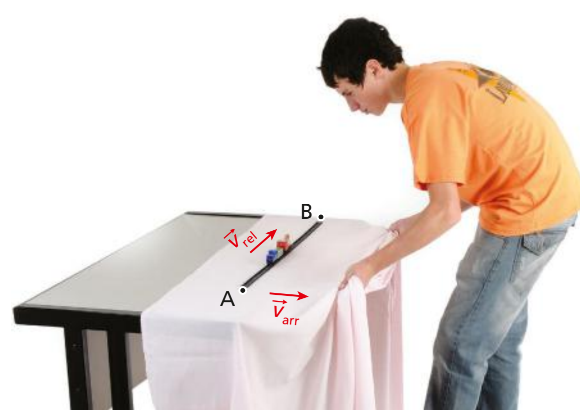
I. A locomotiva irá de **A** até **B** com velocidade $\vec{v}_{rel}$ em relação à toalha, que será mantida em repouso em relação à mesa.

II. A locomotiva irá de **A** até **B** com velocidade $\vec{v}_{rel}$ em relação à toalha e esta, por sua vez, será puxada com velocidade $\vec{v}_{arr}$ em relação à mesa. Neste ato, despreze qualquer abalo na locomotiva.

situação I



situação II



Fernando Favoretto/Criar Imagem/ Arquivo da editora

Nas duas situações, o intervalo de tempo Δt gasto pela locomotiva na travessia da mesa, da extremidade **A** à extremidade **B** do trilho, será o mesmo, independentemente do movimento de arrastamento imposto pela toalha na situação II.

Sendo L a distância de **A** até **B**, o intervalo de tempo Δt fica determinado nos dois casos por:

$$v_{rel} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Delta t = \frac{L}{v_{rel}}}$$

Ampliando o olhar

Aeronaves em voo sob a ação de ventos

Os aviões modernos dispõem de um grande número de equipamentos que auxiliam na pilotagem, além de computadores e sistemas de segurança, o que lhes permite voar praticamente sozinhos, com mínima ingerência da tripulação. A cabine de comando, em alguns casos, mais parece um ambiente multimídia repleto de *joysticks* e *videogames*.

Apesar de todos esses dispositivos, condições meteorológicas adversas podem surgir durante um voo, exigindo eficiência de todos esses aparelhos e perícia do comandante.

Suponha que logo após uma decolagem a cabine de comando de um grande avião de passageiros receba a informação de que um forte vento com velocidade de arrastamento ($\vec{v}_{arr}$) com intensidade constante igual a 72 km/h soprará horizontalmente durante toda a viagem no sentido de oeste para leste.

Admita que a velocidade do avião em relação ao ar sem vento ($\vec{v}_{rel}$) tenha intensidade constante de 650 km/h e que o voo tenha sido planejado para ocorrer horizontalmente no sentido de sul para norte ao longo de 1 292 km.

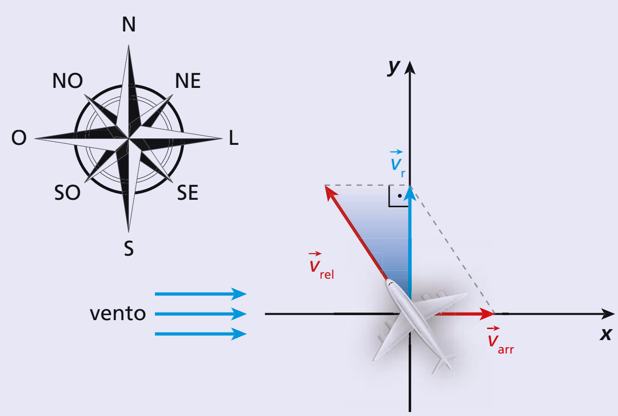
Olaser/E+/Getty Images

Decolagem para voo em linha reta com intenso vento lateral.

Para seguir a rota planejada, o piloto deverá aproar o avião entre noroeste e norte de modo que a velocidade resultante da aeronave, medida em relação ao solo, seja horizontal com sentido de sul para norte.

Isso significa que a equipe de comando terá que providenciar uma composição entre movimento relativo da aeronave e o movimento de arrastamento imposto pelo vento.

Veja o esquema ao lado.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A partir da situação proposta, desprezando-se os intervalos de tempo gastos no taxiamento em solo, decolagem e pouso, como seria feito o cálculo da duração total do voo?

(I) Aplicando-se o Teorema de Pitágoras, deve-se calcular de início a intensidade da velocidade resultante ($\vec{v}_R$) do avião.

$$v_{rel}^2 = v_R^2 + v_{arr}^2 \Rightarrow (650)^2 = v_R^2 + (72)^2$$

Da qual:

$$\boxed{v_R = 646 \text{ km/h}}$$

(II) Agora, tendo-se em conta que o movimento resultante é uniforme, calcula-se a duração total do voo.

$$v_R = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow 646 = \frac{1292}{\Delta t}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{\Delta t = 2{,}0 \text{ h}}$$

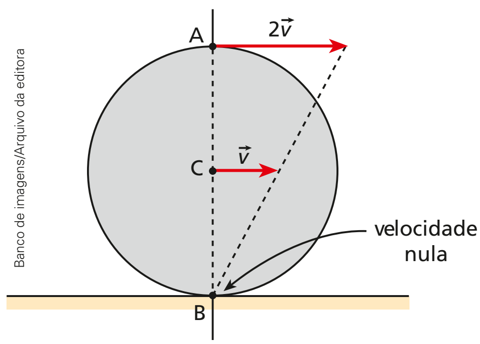
É importante observar que, conhecidos os lados do triângulo retângulo destacado no esquema (v_{rel}, v_{arr} e v_R), pode-se determinar por meio de funções trigonométricas o valor do ângulo θ entre o eixo da fuselagem do avião e a direção sul-norte. Apresente, pelo menos, duas dessas funções.

Tente responder: se a intensidade da velocidade de arrastamento imposta vento ($\vec{v}_{arr}$) aumentar, o que deverá ocorrer com a intensidade da velocidade do avião em relação ao ar sem vento ($\vec{v}_{rel}$) e com o ângulo θ formado entre essa velocidade e a direção sul-norte para que a velocidade resultante do avião em relação ao solo ($\vec{v}_R$) não se modifique?

JÁ PENSOU NISTO?

Gotas d'água mais velozes que o caminhão?

Nesta fotografia aparecem as rodas de um caminhão de grande porte trafegando em uma pista molhada. As gotas d'água que se desprendem dos pontos mais altos dos pneus têm, em relação ao solo, velocidade equivalente ao dobro da do caminhão. Se o veículo estiver trafegando com velocidade de intensidade 100 km/h, por exemplo, estará lançando gotas d'água a partir dos pontos mais altos dos pneus com velocidade de intensidade 200 km/h. Essas gotas, depois de realizarem trajetórias parabólicas, vão molhar partes do caminhão localizadas à frente das respectivas rodas.



Banco de imagens/Arquivo da editora

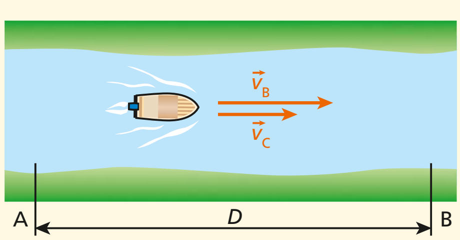
Zoran Milich/Grupo Keystone

Exercícios Nível 1

71. E.R. Um barco motorizado desce um rio deslocando-se de um porto **A** até um porto **B**, distante 36 km, em 0,90 h. Em seguida, esse mesmo barco sobe o rio deslocando-se do porto **B** até o porto **A** em 1,2 h. Sendo v_B a intensidade da velocidade do barco em relação às águas e v_C a intensidade da velocidade das águas em relação às margens, calcule v_B e v_C.

Resolução:

O barco desce o rio:

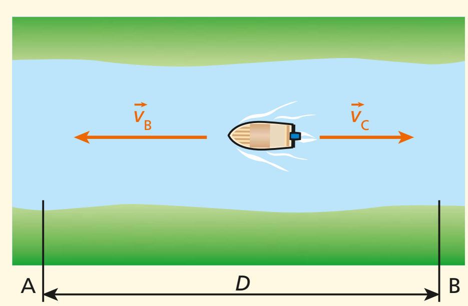


Banco de imagens/Arquivo da editora

$$v_B + v_C = \frac{D}{\Delta t_1} \Rightarrow v_B + v_C = \frac{36\text{ km}}{0{,}90\text{ h}}$$

$$\boxed{v_B + v_C = 40\text{ (km/h)}} \quad \text{(I)}$$

O barco sobe o rio:



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$v_B - v_C = \frac{D}{\Delta t_2} \Rightarrow v_B - v_C = \frac{36\text{ km}}{1{,}2\text{ h}}$$

$$\boxed{v_B + v_C = 30\text{ km/h}} \quad \text{(II)}$$

Fazendo (I) + (II), vem:

$$2\,v_B = 70 \therefore \boxed{v_B = 35\text{ km/h}}$$

De (I) ou (II), obtemos:

$$\boxed{v_C = 5{,}0\text{ km/h}}$$

72. Considere um rio cujas águas correm com velocidade de intensidade 3,0 km/h em relação às margens. Um barco desce esse rio, deslocando-se de um porto **A** até um porto **B** em 1,2 h. Em seguida, esse mesmo barco sobe o rio, deslocando-se do porto **B** até o porto **A** em 1,8 h. Sendo v_B a intensidade da velocidade do barco em relação às águas e **D** a distância entre os portos **A** e **B**, calcule v_B e **D**.

73. Um artista de cinema, ao gravar uma das cenas de um filme de aventura, vai de um extremo ao outro de um vagão de um trem, que se move em trilhos retilíneos com velocidade constante de 36 km/h, gastando 20 s. Sabendo que o vagão tem comprimento de 30 m e que o artista se move no mesmo sentido do movimento do trem, calcule:

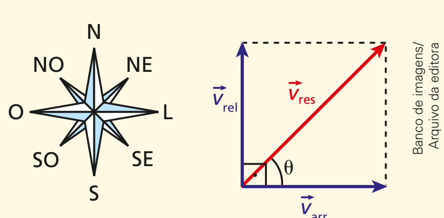
a) a intensidade da velocidade do artista em relação ao trem;

b) o intervalo de tempo necessário para que o artista percorra 230 m em relação ao solo.

74. E.R. Ao fazer um voo entre duas cidades, um ultraleve é posicionado por seu piloto de Sul para Norte. O motor impulsiona a aeronave com velocidade constante de módulo igual a 100 km/h. Durante o trajeto, passa a soprar um vento de velocidade 100 km/h, de Oeste para Leste. Se o piloto não mudar as condições iniciais do movimento do ultraleve, qual será a nova velocidade desse aparelho em relação à Terra, em módulo, direção e sentido?

Resolução:

A velocidade que o ultraleve passa a ter, em relação à Terra, é dada pela soma vetorial a seguir:



Banco de imagens/Arquivo da editora

em que:

$\vec{v}_{rel}$ é a velocidade do ultraleve em relação ao ar (100 km/h);

$\vec{v}_{arr}$ é a velocidade do ar em relação à Terra (100 km/h);

$\vec{v}_{res}$ é a velocidade do ultraleve em relação à Terra.

Dessa forma, aplicando o **Teorema de Pitágoras**, temos:

$$v_{res}^2 = v_{rel}^2 + v_{arr}^2$$

$$v_{res}^2 = 100^2 + 100^2 \therefore \boxed{v_{res} \cong 141 \text{ km/h}}$$

O ângulo θ da figura, cujo valor é igual a 45°, já que $v_{rel} = v_{arr}$, define a direção da velocidade $\vec{v}_{res}$. Na rosa dos ventos, notamos que a orientação de $\vec{v}_{res}$ é de Sudoeste (SO) para Nordeste (NE).

75. Uma pessoa deseja atravessar um rio cujas águas correm com velocidade constante de 6,0 m/s em relação às margens. Para tanto, usa um barco provido de motor de popa capaz de impulsionar a embarcação com uma velocidade constante de módulo igual a 8,0 m/s em relação às águas. Se o barco é pilotado perpendicularmente às margens, e mantendo-se o leme nessa direção, sua velocidade em relação à Terra será:

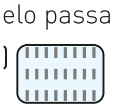
a) 2,0 m/s.
b) 6,0 m/s.
c) 8,0 m/s.
d) 10,0 m/s.
e) 14,0 m/s.

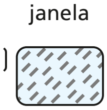
76. (UFMT) Um homem tem velocidade, relativa a uma esteira, de módulo 1,5 m/s e direção perpendicular à da velocidade de arrastamento da esteira. A largura da esteira é de 3,0 m e sua velocidade de arrastamento, em relação ao solo, tem módulo igual a 2,0 m/s. Calcule:

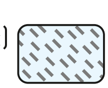
a) o módulo da velocidade da pessoa em relação ao solo;

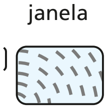
b) a distância percorrida pela pessoa, em relação ao solo, ao atravessar a esteira.

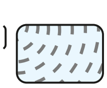
77. (UPM-SP) Um passageiro em um trem, que se move para sua direita em movimento retilíneo e uniforme, observa a chuva através da janela. Não há ventos e as gotas de chuva já atingiram sua velocidade-limite. O aspecto da chuva observado pelo passageiro é:

a) 
janela

b) 
janela

c) 
janela

d) 
janela

e) 
janela

Reprodução/Arquivo da editora

78. Luís Eduardo vai da base de uma escada rolante até seu topo e volta do topo até sua base, gastando um intervalo de tempo total de 12 s. A velocidade dos degraus da escada rolante em relação ao solo é de 0,50 m/s e a velocidade de Luís Eduardo em relação aos degraus é de 1,5 m/s. Desprezando o intervalo de tempo gasto pelo garoto na inversão do sentido do seu movimento, calcule o comprimento da escada rolante.

79. Uma balsa percorre o Rio Cuiabá de Porto Cercado a Porto Jofre (Pantanal mato-grossense), gastando 9,0 h na descida e 18 h na subida. O motor da balsa funciona sempre em regime de potência máxima, tal que a velocidade da embarcação em relação às águas pode ser considerada constante. Admitindo que a velocidade das águas também seja constante, responda: quanto tempo uma rolha, lançada na água em Porto Cercado e movida sob a ação exclusiva da correnteza, gastará para chegar até Porto Jofre?

80. E.R. Um rio de margens retilíneas e largura constante igual a 5,0 km tem águas que correm paralelamente às margens, com velocidade de intensidade 30 km/h. Um barco, cujo motor lhe imprime velocidade de intensidade sempre igual a 50 km/h em relação às águas, faz a travessia do rio.

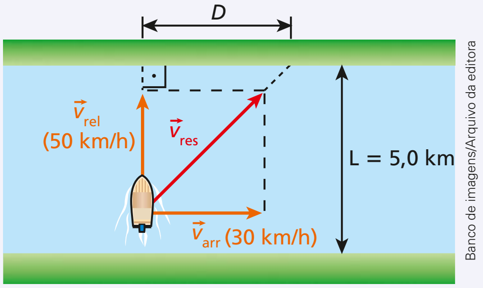
a) Qual o mínimo intervalo de tempo possível para que o barco atravesse o rio?

b) Na condição de atravessar o rio no intervalo de tempo mínimo, que distância o barco percorre paralelamente às margens?

c) Qual o intervalo de tempo necessário para que o barco atravesse o rio percorrendo a menor distância possível?

Resolução:

a) A travessia do rio é feita no menor intervalo de tempo possível quando a velocidade do barco em relação às águas é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza.
(O movimento relativo é independente do movimento de arrastamento.)



Travessia em tempo mínimo

$$v_{rel} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow 50 = \frac{5,0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{5,0}{50}$$

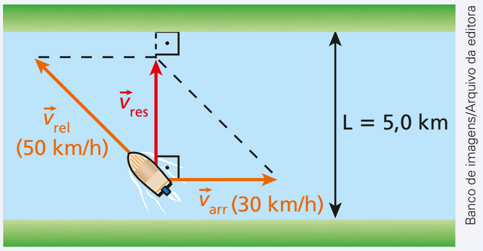
$$\boxed{\Delta t = 0,10\ h = 6,0\ min}$$

b) A distância *D* que o barco percorre paralelamente às margens, arrastado pelas águas do rio, é calculada por:

$$v_{arr} = \frac{D}{\Delta t} \Rightarrow 30 = \frac{D}{0,10} \Rightarrow D = 30 \cdot 0,10$$

$$\boxed{D = 3,0\ km}$$

c) A travessia do rio é feita com o barco percorrendo a menor distância possível entre as margens quando sua velocidade em relação ao solo (velocidade resultante) é mantida **perpendicular** à velocidade da correnteza.



Travessia em distância mínima

I. Pelo **Teorema de Pitágoras**:

$$v_{rel}^2 = v_{res}^2 + v_{arr}^2$$

$$(50)^2 = v_{res}^2 + (30)^2 \therefore \boxed{v_{res} = 40\ km/h}$$

II. $$v_{res} = \frac{L}{\Delta t'} \Rightarrow 40 = \frac{5,0}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = \frac{5,0}{40}$$

$$\boxed{\Delta t' = 0,125\ h = 7,5\ min}$$

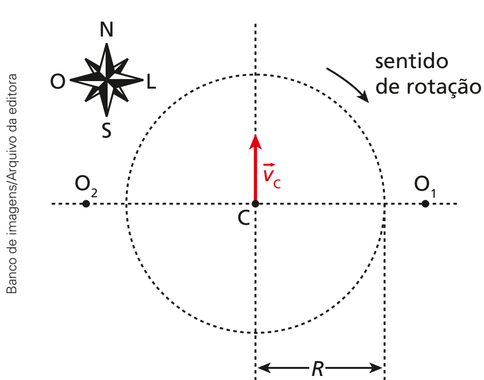
81. Um barco provido de um motor que lhe imprime velocidade de 20 km/h em relação às águas é posto a navegar em um rio de margens paralelas e largura igual a 5,0 km, cujas águas correm com velocidade de 15 km/h em relação às margens.

a) Qual o menor intervalo de tempo para que o barco atravesse o rio? Esse intervalo de tempo depende da velocidade da correnteza?

b) Supondo que o barco atravesse o rio no menor intervalo de tempo possível, qual a distância percorrida por ele em relação às margens?

82. Seja $\vec{v}_1$ a velocidade de um barco em relação às águas de um rio de margens paralelas e $\vec{v}_2$ a velocidade das águas em relação às margens. Sabendo que $v_1 = 40$ km/h e que $v_2 = 20$ km/h, determine o ângulo entre $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ para que o barco atravesse o rio perpendicularmente às margens. Admita que $\vec{v}_2$ seja paralela às margens.

83. O olho **C** de um furacão desloca-se em linha reta com velocidade de intensidade $v_C = 150$ km/h em relação à Terra na direção Sul-Norte, dirigindo-se para o Norte. A massa de nuvens desse ciclone tropical, contida em um plano horizontal paralelo ao solo, realiza uma rotação uniforme no sentido horário em torno de **C** abrangendo uma região praticamente circular de raio *R* igual a 100 km, conforme ilustra a figura, em que $\mathbf{O_1}$ e $\mathbf{O_2}$ são dois observadores em repouso em relação à superfície terrestre.



Sabendo que a velocidade angular da massa de nuvens é constante e igual a 0,50 rad/h, responda:

a) Qual a intensidade da velocidade dos ventos medida por $\mathbf{O_1}$?

b) Qual a intensidade da velocidade dos ventos medida por $\mathbf{O_2}$?

c) De que lado (Leste ou Oeste) o furacão tem maior poder de destruição?

84. (Unifei-MG) A cidade de Belo Horizonte (BH) localiza-se a 300 km ao norte da cidade de Volta Redonda. Se um avião sai desta cidade rumo a BH num dia de vento soprando na direção Leste-Oeste, no sentido de Oeste para Leste, com velocidade de módulo 60 km/h, pergunta-se: em que direção o piloto deve aproar o eixo longitudinal do seu avião para manter o rumo Sul-Norte e completar seu percurso em 0,50 h? Considere que o voo ocorre com velocidade constante e utilize a tabela apresentada a seguir:

θ (graus)	5,0	5,7	6,0	6,7	8,0
tg θ	0,09	0,10	0,11	0,12	0,14

85. (Vunesp) Sob a ação de um vento horizontal com velocidade de intensidade v = 15 m/s, gotas de chuva caem formando um ângulo de 30° em relação à vertical. A velocidade de um vento horizontal capaz de fazer com que essas mesmas gotas de chuva caiam formando um ângulo de 60° em relação à vertical deve ter intensidade, em m/s, igual a:

a) 45.
b) 30.
c) 20.
d) 15.
e) 10.

86. E.R. Num dia de chuva, um garoto em repouso consegue abrigar-se perfeitamente mantendo a haste do seu guarda-chuva vertical, conforme ilustra a figura 1. Movimentando-se para a direita com velocidade de intensidade 4,0 m/s, entretanto, ele só consegue abrigar-se mantendo a haste do guarda-chuva inclinada 60° com a horizontal, conforme ilustra a figura 2.

figura 1 **figura 2**

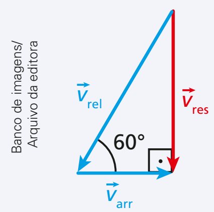
Admitindo que as gotas de chuva tenham movimento uniforme, calcule a intensidade da sua velocidade em relação ao garoto:

a) nas condições da figura 1;

b) nas condições da figura 2.

Resolução:

Sendo $\vec{v}_{rel}$ a velocidade das gotas de chuva em relação ao garoto, $\vec{v}_{res}$ a velocidade do garoto em relação ao solo e $\vec{v}_{res}$ a velocidade das gotas de chuva em relação ao solo, temos:



$$\boxed{\vec{v}_{res} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr}}$$

a) $\text{tg } 60° = \dfrac{v_{res}}{v_{arr}} \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{v_{res}}{4,0}$

$$\boxed{v_{res} = 4,0\sqrt{3}\ \text{m/s}}$$

Como o garoto está em repouso, $\vec{v}_{arr} = \vec{0}$. Logo $\vec{v}_{rel} = \vec{v}_{res}$:

$$\boxed{v_{rel} = 4,0\sqrt{3}\ \text{m/s} \cong 6,9\ \text{m/s}}$$

b) $\cos 60° = \dfrac{v_{arr}}{v_{rel}} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{4,0}{v_{rel}}$

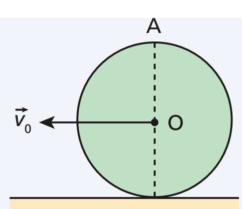
$$\boxed{v_{rel} = 8,0\ \text{m/s}}$$

87. Um trem dotado de janelas laterais retangulares de dimensões 80 cm (base) × 60 cm (altura) viaja ao longo de uma ferrovia retilínea e horizontal com velocidade constante de intensidade 40 km/h. Ao mesmo tempo, cai uma chuva vertical (chuva sem vento), de modo que as gotas apresentam, em relação ao solo, velocidade constante de intensidade v. Sabendo que o trajeto das gotas de chuva observado das janelas laterais do trem tem a direção da diagonal dessas janelas, determine:

a) o valor de v;

b) a intensidade da velocidade das gotas de chuva em relação a um observador no trem.

88. **E.R.** (Fuvest-SP) Um disco rola sobre uma superfície plana, sem deslizar. A velocidade do centro **O** é $\vec{v}_0$. Em relação ao plano de rolagem, responda:



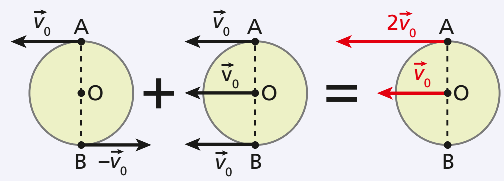
a) qual é a velocidade $\vec{v}_B$ do ponto **B**?

b) qual é a velocidade $\vec{v}_A$ do ponto **A**?

Resolução:

Os pontos **A** e **B** têm **dois movimentos parciais**: o **relativo**, provocado pela **rotação** do disco, e o de **arrastamento**, provocado pela **translação**. O movimento **resultante**, observado do plano de rolagem, é a **composição** desses movimentos parciais.

Como não há deslizamento da roda, a velocidade do ponto **B**, em relação ao plano de rolagem, é **nula**. Por isso, as velocidades desse ponto, devidas aos movimentos relativo e de arrastamento, devem ter mesmo módulo, mesma direção e sentidos opostos, como está representado nas figuras abaixo:



movimento relativo **movimento de arrastamento** **movimento resultante**

a) **Ponto B**: $\vec{v}_B = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_B = -\vec{v}_0 + \vec{v}_0$

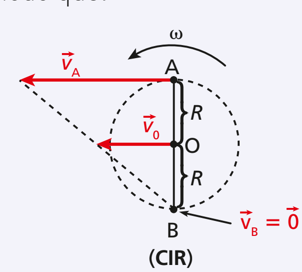
$$\boxed{\vec{v}_B = \vec{0}}$$

b) **Ponto A**: $\vec{v}_A = \vec{v}_{rel} + \vec{v}_{arr} \Rightarrow \vec{v}_A = \vec{v}_0 + \vec{v}_0$

$$\boxed{\vec{v}_A = 2\vec{v}_0}$$

Nota:

- Em situações como essa, podemos raciocinar também em termos do **centro instantâneo de rotação** (CIR) que, no caso, é o ponto **B**. Tudo se passa como se **A** e **B** pertencessem a uma "barra rígida", de comprimento igual ao diâmetro do disco, articulada em **B**. Essa barra teria, no instante considerado, velocidade angular ω, de modo que:

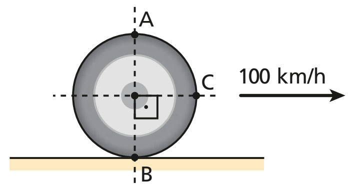


ponto A: $v_A = \omega 2R$

ponto O: $v_0 = \omega R$

$$\boxed{v_A = 2v_0}$$

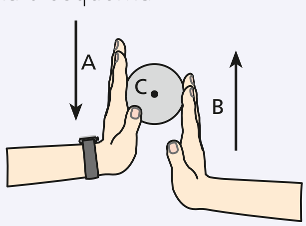
89. Um carro trafega a 100 km/h sobre uma rodovia retilínea e horizontal. Na figura, está representada uma das rodas do carro, na qual estão destacados três pontos: **A**, **B** e **C**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Desprezando derrapagens, calcule as intensidades das velocidades de **A**, **B** e **C** em relação à rodovia. Adote nos cálculos $\sqrt{2} \cong 1,4$.

90. **E.R.** Considere uma pessoa que tem entre as palmas de suas mãos um cilindro de eixo **C** horizontal. Admita que em determinado instante as mãos da pessoa estejam dotadas de movimentos verticais, com a mão esquerda (mão **A**) descendo, com velocidade de intensidade 8,0 cm/s, e a mão direita (mão **B**) subindo, com velocidade de intensidade 12 cm/s, conforme representa o esquema.



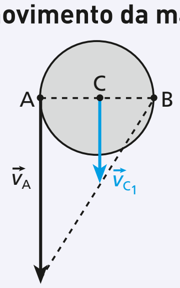
Banco de imagens/Arquivo da editora

Supondo que não haja escorregamento do cilindro em relação às mãos, determine no instante considerado as características (intensidade, direção e sentido) da velocidade do eixo **C**.

Resolução:

Analisemos os efeitos parciais que cada mão provoca no cilindro.

I. Devido ao movimento da mão A:

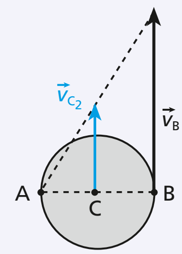


Banco de imagens/Arquivo da editora

$$v_{C_1} = \frac{v_A}{2} \Rightarrow v_{C_1} = \frac{8,0 \text{ cm/s}}{2}$$

$$\boxed{v_{C_1} = 4,0 \text{ cm/s}}$$

II. Devido ao movimento da mão B:



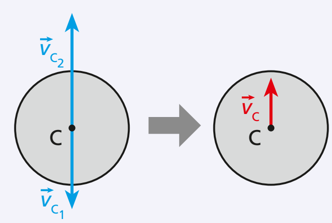
Banco de imagens/Arquivo da editora

$$v_{C_2} = \frac{v_B}{2} \Rightarrow v_{C_2} = \frac{12 \text{ cm/s}}{2}$$

$$\boxed{v_{C_2} = 6,0 \text{ cm/s}}$$

Superpondo os efeitos parciais provocados pelas duas mãos, obtemos o efeito resultante.

III. Velocidade do eixo C:



Banco de imagens/Arquivo da editora

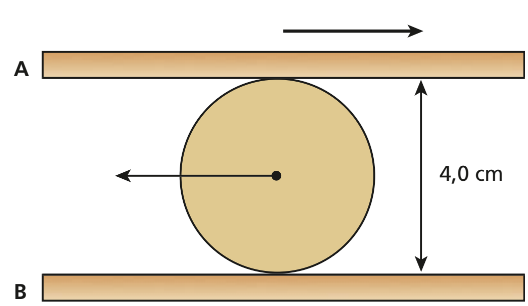
$$v_C = v_{C_2} - v_{C_1}$$

$$v_C = 6,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}} - 4,0 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$\boxed{v_C = 2,0 \text{ cm/s}}$$

($\vec{v}_C$ é vertical e dirigida para cima)

91. (Fuvest-SP) Um cilindro de madeira de 4,0 cm de diâmetro rola sem deslizar entre duas tábuas horizontais móveis, **A** e **B**, como representa a figura. Em determinado instante, a tábua **A** se movimenta para a direita com velocidade de 40 cm/s e o centro do cilindro se move para a esquerda com velocidade de intensidade 10 cm/s. Qual é nesse instante a velocidade da tábua **B** em módulo e sentido?



Reprodução/Arquivo da editora

DESCUBRA MAIS

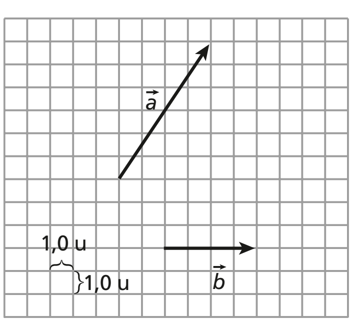
1. Admita que o ponteiro dos minutos e o das horas de um determinado relógio tenham o formato de setas com pontas aguçadas e que suas dimensões lineares estejam na proporção de 4/3, com o ponteiro das horas apresentando um comprimento igual a L. Esses ponteiros giram em torno do centro **O** do relógio a partir da situação correspondente ao meio-dia. Se eles caracterizassem dois vetores com origens coincidentes em **O**, passíveis de serem somados vetorialmente, como seria o gráfico do módulo da soma desses vetores em função do ângulo θ, expresso em radianos, formado entre os dois? Esboce o gráfico para, pelo menos, um intervalo de tempo igual a 1 h a partir do horário inicial.

2. Admita que exista uma longa ferrovia retilínea denominada Norte-Sul superposta a um dos meridianos terrestres e que intercepte a Linha do Equador. Um trem-bala trafega regularmente nessa ferrovia com velocidade constante de intensidade igual a 500 km/h em relação ao solo. Considere o movimento de rotação da Terra com período de 24 h e suponha que o planeta seja esférico com raio igual a $6{,}4 \cdot 10^6$ m. Em relação a um referencial fixo no centro da Terra, qual é a intensidade da velocidade do trem, em km/h, no instante em que ele cruza a Linha do Equador?

3. Se a calota de um carro que se desloca em movimento retilíneo e uniforme se desprender da roda, no instante em que ela tocar o solo, ainda em rotação em um plano perpendicular ao da estrada e deslocando-se no sentido do movimento do carro, seu centro desenvolverá uma velocidade de translação relativa ao solo menor que a do veículo. Por isso, o acessório se distanciará do automóvel, tendendo a se tornar um objeto perdido. Suponha que, no instante em que a calota toca o solo, sua velocidade angular seja igual à velocidade angular de rotação das rodas do carro. Explique por que a calota se distancia do veículo e substancie sua justificativa com expressões matemáticas.

Exercícios Nível 3

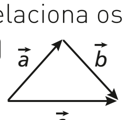
92. Dados os vetores $\vec{a}$ e $\vec{b}$ representados na figura, determine o módulo de:

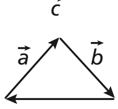


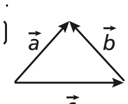
Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$; b) $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

93. Determine em cada caso a expressão vetorial que relaciona os vetores $\vec{a}$, $\vec{b}$ e $\vec{c}$.

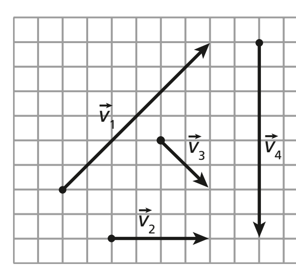
a)


b)


c)


Banco de imagens/Arquivo da editora

94. No esquema, estão representados os vetores $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$, $\vec{v}_3$ e $\vec{v}_4$. A relação vetorial correta entre esses vetores é:



Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2 + \vec{v}_3$.

b) $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{0}$.

c) $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$.

d) $\vec{v}_1 + \vec{v}_4 = \vec{v}_2$.

e) $\vec{v}_1 + \vec{v}_3 = \vec{v}_4$.

95. Seis vetores fecham um hexágono regular, dando resultante nula. Se trocarmos o sentido de três deles, alternadamente, a resultante terá módulo:

a) igual ao de um vetor componente;

b) 2 vezes o módulo de um vetor componente;

c) $2\sqrt{3}$ vezes o módulo de um vetor componente;

d) $3\sqrt{2}$ vezes o módulo de um vetor componente;

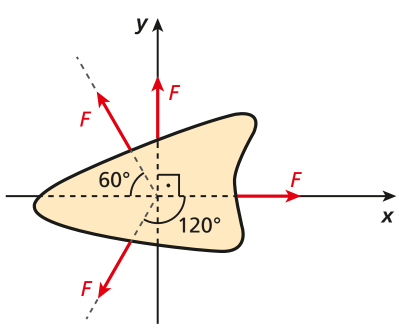
e) nulo.

96. Guardar no verão para não faltar no inverno

As formigas – da família Formicidae – distribuídas por todo o planeta, exceto nas regiões polares, significam entre 15% e 20% da biomassa animal terrestre. Atualmente, são cerca de 12 600 espécies catalogadas! Esses insetos manifestam comportamento social e colaborativo e, como as vespas e as abelhas, pertencem à ordem dos Hymenoptera.

Redmond Durrell/Alamy/Fotoarena

Admita que, num determinado instante, quatro formigas exerçam em uma folha posicionada em um plano horizontal as forças coplanares e concorrentes representadas no esquema a seguir, todas com intensidade F.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Qual será, nesse instante, a intensidade, a direção e o sentido da força resultante sobre a folha? Tenha como referência para sua resposta os eixos x e y indicados.

97. Uma partícula se desloca sobre o plano cartesiano **Oxy** tal que suas coordenadas de posição, x e y, variam em função do tempo t, conforme as expressões:

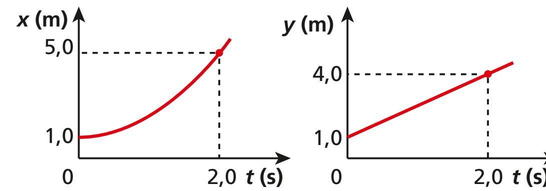
$$x = 1{,}0t^2 + 1{,}0t \ \text{(SI)} \quad \text{e} \quad y = 1{,}0t^3 + 5{,}0 \ \text{(SI)}$$

Sabendo-se que em $t_0 = 0$ a partícula se encontra em um ponto **A** e que no instante $t_1 = 2{,}0$ s ela se encontra em um ponto **B**, pede-se determinar:

a) o seno do ângulo θ formado entre o deslocamento vetorial da partícula de **A** até **B** e o eixo **Ox**;

b) a intensidade da velocidade vetorial média da partícula no trânsito de **A** até **B**.

98. Considere uma partícula em movimento sobre o plano cartesiano **Oxy**. Suas coordenadas de posição variam em função do tempo, conforme mostram os gráficos a seguir:



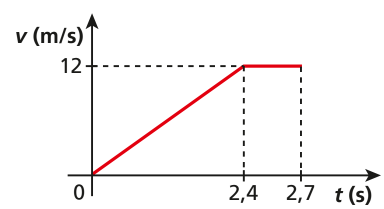
Banco de imagens/Arquivo da editora

No intervalo de $t_0 = 0$ a $t_1 = 2{,}0$ s, calcule:

a) a intensidade do deslocamento vetorial da partícula;

b) a intensidade da sua velocidade vetorial média.

99. Uma partícula parte do repouso e dá uma volta completa numa circunferência de raio R, gastando um intervalo de tempo de 2,7 s. A variação da sua velocidade escalar com o tempo pode ser observada no gráfico abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

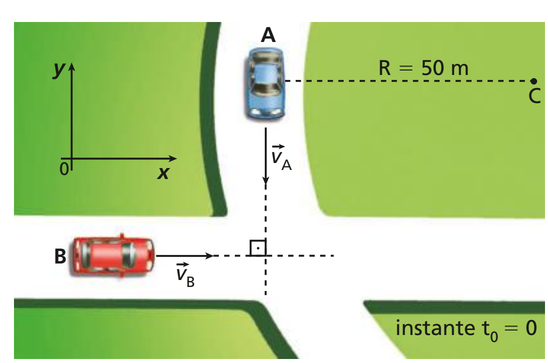
Adotando $\pi \cong 3{,}0$, calcule:

a) o valor de R;

b) a intensidade da aceleração vetorial da partícula no instante $t = 1{,}2$ s.

100. A figura representa dois carros, **A** e **B**, em um instante $t_0 = 0$. O referencial **Oxy** adotado está contido no solo, suposto plano e horizontal. O carro **A** se desloca com velocidade de módulo constante de 72 km/h em uma curva circular de centro **C** e raio R = 50 m; o carro **B** tem uma velocidade inicial de módulo 54 km/h e se desloca em uma trajetória reta.

Para evitar a colisão, o motorista do carro **B** começa a frear, no instante $t_0 = 0$, com uma aceleração de módulo 4,0 m/s^2.



Banco de imagens/Arquivo da editora

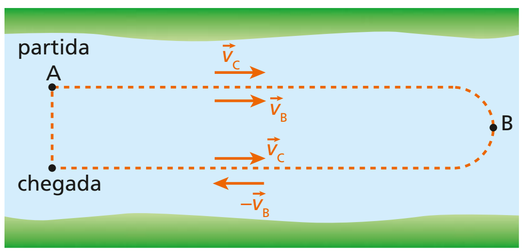
Pede-se determinar:

a) o módulo da aceleração de **A** em relação ao solo;

b) o módulo da velocidade de **A** em relação a **B** no instante $t_0 = 0$;

c) o módulo de aceleração de **A** em relação a **B** no instante $t_0 = 0$.

101. (UFBA) Um barco vai de Manaus até Urucu descendo um rio e, em seguida, retorna à cidade de partida, conforme esquematizado na figura.



Reprodução/Arquivo da editora

A velocidade da correnteza é constante e tem módulo v_C em relação às margens.

A velocidade do barco em relação à água é constante e tem módulo v_B.

Desconsiderando-se o tempo gasto na manobra para voltar, a velocidade escalar média do barco, em relação às margens, no trajeto total de ida e volta tem módulo dado por:

a) $\dfrac{v_B + v_C}{2}$.

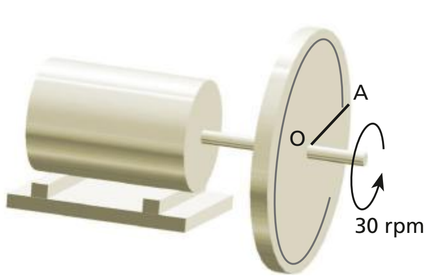
b) $\dfrac{v_B - v_C}{2}$.

c) $\sqrt{v_B v_C}$.

d) $\dfrac{v_B^2 + v_C^2}{v_B}$.

e) $\dfrac{v_B^2 - v_C^2}{v_B}$.

102. Um inseto percorre o raio OA = 10 cm da polia representada na figura, com velocidade de intensidade constante igual a 5,0 cm/s, medida em relação à polia. Esta, por sua vez, está rigidamente acoplada ao eixo de um motor que gira de modo uniforme, realizando 30 rotações por minuto. Sabendo que o inseto passa pelo ponto **O** no instante $t_0 = 0$, calcule a intensidade da sua velocidade em relação à base de apoio do motor no instante $t_1 = 0{,}80$ s. Adote nos cálculos $\pi \cong 3$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

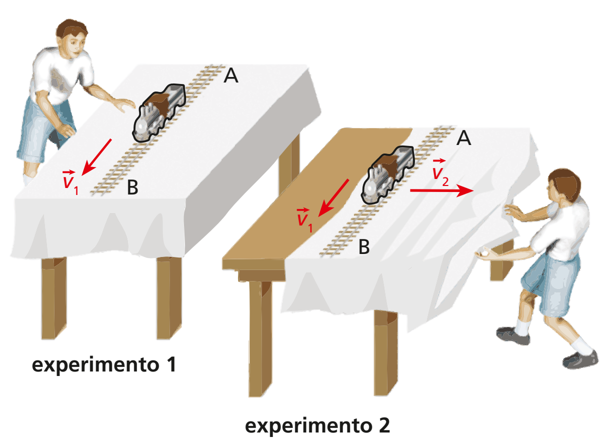
a) 8,0 cm/s
b) 10 cm/s
c) 13 cm/s
d) 15 cm/s
e) 17 cm/s

103. Um barco motorizado desenvolve, em relação às águas de um rio, velocidade constante de módulo *v*. Esse barco está subindo um trecho retilíneo do rio quando o piloto é informado de que um *container* flutuante, encerrando uma preciosa carga, caiu na água há exatamente uma hora. Nesse intervalo de tempo, a embarcação percorreu 16 km em relação às margens. Prontamente, o piloto inverte o sentido do movimento do barco e passa a descer o rio em busca do material perdido. Sabendo que as águas correm com velocidade constante de módulo 4,0 km/h, que o *container* adquire velocidade igual à das águas imediatamente após sua queda e que ele é resgatado pela tripulação do barco, determine:

a) a distância percorrida pelo *container* desde o instante de sua queda na água até o instante do resgate;

b) o valor de *v*.

104. Nos dois experimentos esquematizados a seguir, um trem de brinquedo, percorrendo trilhos retilíneos fixos a uma toalha postada sobre uma mesa, vai de um ponto **A** a um ponto **B** com velocidade $\vec{v}_1$ de intensidade 24 cm/s. A velocidade $\vec{v}_1$ é medida em relação aos trilhos, e os pontos **A** e **B** são pontos dos trilhos.



Banco de imagens/Arquivo da editora

No experimento 1, o trem percorre 1,2 m de **A** até **B**. No experimento 2, o garoto puxa a toalha, sem perturbar o movimento próprio do trem, com velocidade $\vec{v}_2$ de intensidade 10 cm/s. A velocidade $\vec{v}_2$ é medida em relação à mesa e é perpendicular a $\vec{v}_1$.

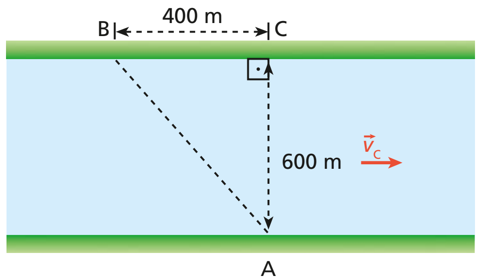
Com relação ao experimento 2 e considerando o percurso de **A** até **B**, responda:

a) Qual a distância percorrida pelo trem na direção de $\vec{v}_2$?

b) Qual a distância percorrida pelo trem em relação à mesa?

105. Considere um rio de margens paralelas e cuja correnteza tem velocidade constante de módulo v_C. Uma lancha tem velocidade relativa às águas constante e de módulo 10 m/s.

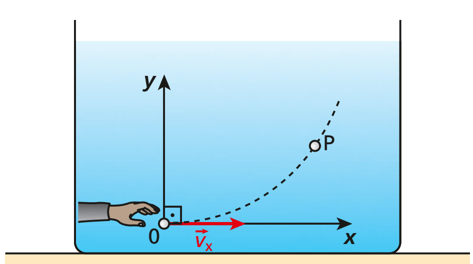
A lancha parte do ponto **A** e atinge a margem oposta no ponto **B**, indicado na figura, gastando um intervalo de tempo de 100 s.



O valor de v_C é:

a) 2,0 m/s.
b) 4,0 m/s.
c) 6,0 m/s.
d) 8,0 m/s.
e) 10 m/s.

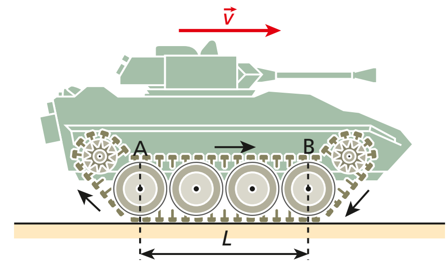
106. No esquema a seguir, uma pequena esfera de isopor é lançada horizontalmente com velocidade $\vec{v}_x$ de intensidade 2,5 m/s no interior da água contida em um tanque. O lançamento ocorre no instante $t_0 = 0$ a partir da origem do referencial **Oxy** indicado. Devido à pequena influência de forças de resistência viscosa, a velocidade horizontal da esfera permanece constante e ela realiza uma trajetória parabólica de equação $y = 0{,}24x^2$, com y e x em metros, passando no ponto **P** no instante t = 2,0 s.



Determine no ponto **P**:

a) a intensidade da velocidade vetorial da partícula;
b) a intensidade de sua aceleração vetorial.

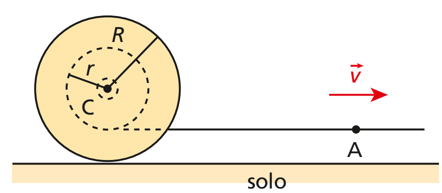
107. O tanque de guerra esquematizado na figura está em movimento retilíneo e uniforme para a direita, com velocidade de módulo *v*. Não há escorregamento das esteiras em relação ao solo nem das esteiras em relação aos roletes.



Os roletes maiores têm raio *R* e giram em torno dos respectivos eixos com frequência de 50 rpm. Os roletes menores, das extremidades, têm raio $\frac{2R}{3}$ e também giram em torno dos respectivos eixos. Sabendo que determinado elo da esteira da figura gasta 1,5 s para deslocar-se do ponto **A** até o ponto **B** e que nesse intervalo de tempo esse elo sofre um deslocamento de 6,0 m em relação ao solo, calcule:

a) o valor de *v*, bem como o comprimento *L* indicado no esquema;
b) a frequência de rotação dos roletes menores.

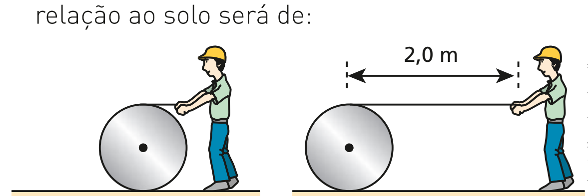
108. O esquema representa um carretel de linha sendo puxado sem escorregamento sobre o solo plano e horizontal. No instante considerado, o ponto **A** da linha tem velocidade horizontal para a direita, de intensidade *v*.



Determine nesse instante a intensidade da velocidade do ponto **C**, pertencente ao eixo longitudinal do carretel, em relação:

a) ao solo;
b) ao ponto **A**.

109. (AFA-SP) Um operário puxa a extremidade de um cabo que está enrolado num cilindro. À medida que o operário puxa o cabo, o cilindro vai rolando sem escorregar. Quando a distância entre o operário e o cilindro for igual a 2,0 m (ver figura abaixo), o deslocamento do operário em relação ao solo será de:

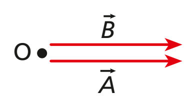


a) 1,0 m.
b) 2,0 m.
c) 4,0 m.
d) 6,0 m.

Para raciocinar um pouco mais

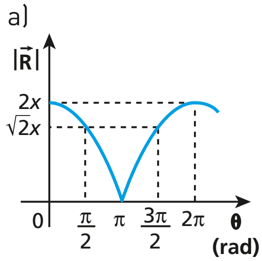
110. Considere dois vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ de módulos iguais a x, com origens coincidentes no ponto **O**, conforme representa a figura. O vetor $\vec{A}$ é fixo e o vetor $\vec{B}$ pode girar no plano da figura, porém mantendo sempre sua origem em **O**.

Sendo $\vec{R}$ o vetor resultante de $\vec{A} + \vec{B}$, o gráfico que melhor representa a variação do módulo de $\vec{R}$ em função do ângulo θ formado entre $\vec{A}$ e $\vec{B}$ é:

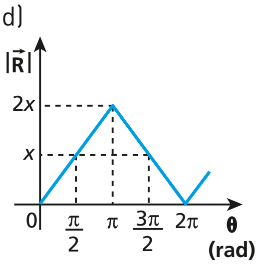


Banco de imagens/Arquivo da editora

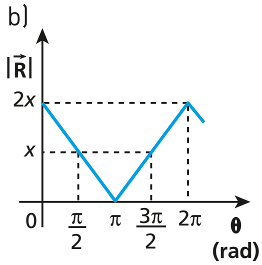
a)



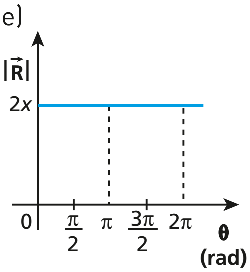
d)



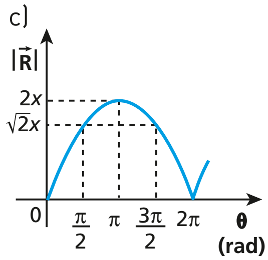
b)



e)

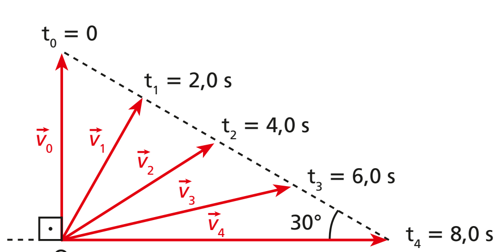


c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

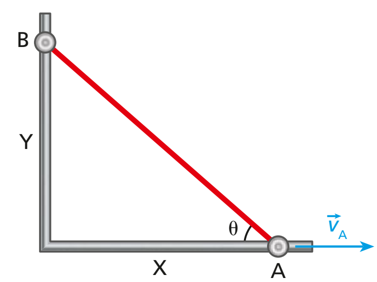
111. A velocidade vetorial $\vec{v}$ de uma partícula em função do tempo acha-se representada pelo diagrama vetorial da figura:



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que a intensidade de $\vec{v}_0$ é igual a 40 m/s, determine a intensidade da aceleração vetorial média da partícula no intervalo de $t_0 = 0$ a $t_4 = 8,0$ s.

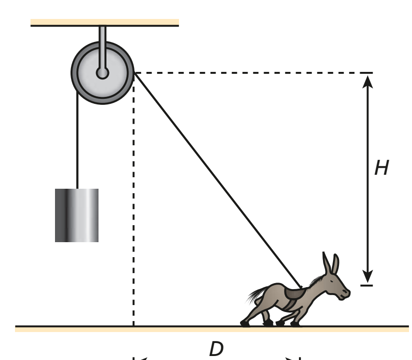
112. Na situação representada a seguir, têm-se dois trilhos perpendiculares, **X** e **Y**, com **X** na horizontal e **Y** na vertical, por onde pode deslocar-se uma barra rígida **AB**. Nas extremidades **A** e **B** da barra, existem dois pequenos roletes que se movimentam sem atrito acoplados aos trilhos.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Num determinado instante, verifica-se que a extremidade **A** tem velocidade vetorial horizontal dirigida para a direita, de intensidade v_A, de modo que a barra forma um ângulo θ com o trilho **X**. Qual é, nesse instante, a intensidade v_B da velocidade vetorial da extremidade **B** da barra?

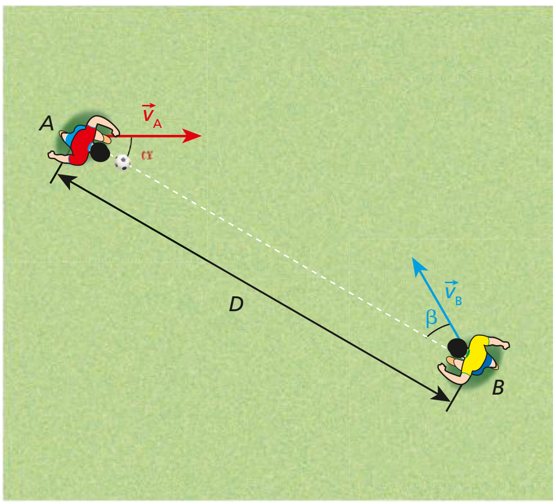
113. Um burro, deslocando-se para a direita sobre o solo plano e horizontal, iça verticalmente uma carga por meio de uma polia e de uma corda inextensível, como representa a figura:



Banco de imagens/Arquivo da editora

Se, no instante considerado, a velocidade da carga tem intensidade v, determine a intensidade da velocidade do burro em função de v e dos comprimentos H e D indicados no esquema.

114. Numa partida de futebol, dois jogadores, **A** e **B**, deslocam-se sobre o gramado plano e horizontal com as velocidades constantes $\vec{v}_A$ e $\vec{v}_B$ representadas abaixo. No esquema, mostram-se as posições de **A** e de **B** no instante $t_0 = 0$ em que a distância que separa os dois jogadores é igual a *D*. O jogador **A** conduz a bola, enquanto **B** vai tentar desarmá-lo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Supondo-se conhecidas as intensidades das velocidades dos jogadores, v_A e v_B, os ângulos α e β que essas velocidades formam com o segmento de reta que interliga os atletas, além da distância *D*, pede-se determinar:

a) a relação entre v_A, v_B, α e β para que ocorra encontro entre os dois jogadores;

b) na condição de encontro, com α constante, o ângulo β para que v_B seja mínima. Calcule, nesse caso, o valor de v_B;

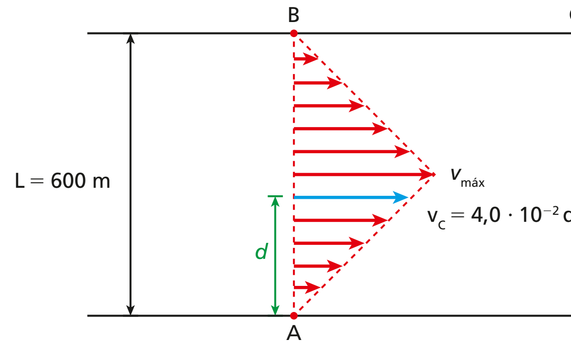
c) o instante de encontro dos jogadores.

115. Considere um rio de margens retilíneas e paralelas, de largura L = 600 m, que será atravessado por um barco motorizado de modo que gaste nesse deslocamento o menor intervalo de tempo, *T*, possível. O barco vai ser propulsionado por um motor que lhe confere uma velocidade de intensidade constante $v_B = 5{,}0$ m/s em relação às águas.

A correnteza do rio, por sua vez, é tal que, junto às margens, a velocidade de arrastamento é nula, mas a intensidade dessa velocidade, v_C, cresce uniformemente com a distância *d* a uma das margens, conforme a expressão:

$v_C = 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ d, com *d* em metros e v_C em m/s.

A intensidade de v_C é máxima no meio do rio, a 300 m de qualquer uma das margens, conforme ilustra o diagrama vetorial a seguir.



vista de cima do rio

Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nessas informações, pede-se:

a) calcular o valor de *T*;

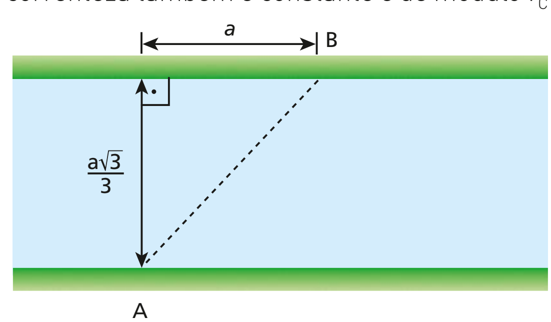
b) traçar o gráfico da intensidade da velocidade de arrastamento da correnteza (v_C) em função do tempo (*t*) de travessia do barco;

c) determinar a distância entre os pontos **B** e **C**, sabendo-se que **C** é o local onde o barco atraca na margem oposta;

d) esboçar a trajetória descrita pelo barco na travessia do rio, adotando-se como referencial um ponto fixo em uma das margens.

116. Uma lancha que desenvolve em relação às águas de um rio uma velocidade constante de módulo *v* deve partir do ponto **A** e chegar ao ponto **B** indicados na figura.

O rio tem largura constante e a velocidade da correnteza também é constante e de módulo v_C.



Banco de imagens/Arquivo da editora

O valor mínimo possível para *v* é:

a) $v_C\sqrt{3}$

b) v_C

c) $\frac{v_C\sqrt{3}}{3}$

d) $\frac{v_C}{2}$

e) $\frac{v_C}{4}$

TÓPICO

5

Movimentos circulares

Fernando Blanco Calzada/Shutterstock

Em relógios analógicos, o movimento circular está presente não apenas no movimento dos ponteiros, mas também no de suas engrenagens internas.

Nos delicados mecanismos dos relógios analógicos, muitas peças operam em rotação, como algumas pequenas engrenagens. Com isso, seus pontos giram de modo sincronizado e preciso, acionando cada um dos ponteiros. Os movimentos circulares fazem parte do nosso dia a dia; muitas das máquinas que laboram em favor de maiores funcionalidades têm engrenagens, volantes e polias em franca rotação. Aqui, você entrará em contato com algumas grandezas angulares, necessárias à descrição dos movimentos circulares.

Bloco 1

1. Introdução

iWebbtravel/Alamy/Fotoarena

Entre uma diversão radical e outra, para relaxar, vai bem um carrossel. Nesse caso, as pessoas, em repouso sobre o brinquedo, giram descontraídas em movimentos circulares em relação ao solo.

Nos parques de diversões, muitas são as atrações que envolvem movimentos circulares. Entre elas, destacam-se o carrossel, a roda-gigante, o chapéu mexicano e a xícara maluca.

O funcionamento de diversos utensílios domésticos também envolve movimentos circulares, como ventiladores, enceradeiras, liquidificadores, batedeiras, furadeiras, ou mesmo tocadores de CDs e DVDs.

Se pensarmos nas máquinas que fazem parte do nosso dia a dia, também se manifestam vários movimentos circulares. É o que se verifica em rodas de veículos, volantes, ponteiros de relógios, polias, engrenagens, etc.

Assim, devido à sua grande abrangência prática, os movimentos circulares requerem um olhar atento e detalhada compreensão, especialmente nesse momento em que encerramos a Cinemática para nos lançarmos aos estudos da Dinâmica.

2. Velocidade escalar angular

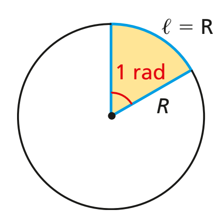
Tratamos até aqui de **grandezas lineares**, que envolvem a noção de comprimento, medido no SI em metros (m). É o caso do espaço, da velocidade escalar e da aceleração escalar.

Para uma melhor especificação neste tópico, utilizaremos os termos espaço linear (s), velocidade escalar linear (v) e aceleração escalar linear (α).

Nos movimentos circulares, no entanto, convém raciocinar também em termos de **grandezas angulares**, que envolvem medidas de ângulos.

Recordemos, inicialmente, os dois dos principais critérios para se medir ângulos:

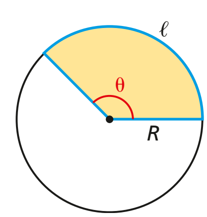
- **Grau**: Um grau (1°) é a medida do ângulo central correspondente a $\frac{1}{360}$ de uma volta completa em uma circunferência.
- **Radiano**: Um radiano (1 rad) é a medida do ângulo central que "enxerga" um arco de comprimento igual ao raio de uma circunferência.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Decorre da definição acima que um ângulo central θ qualquer fica expresso em **rad** dividindo-se o comprimento do arco de circunferência que ele "enxerga" pelo correspondente raio.

$$\theta = \frac{\ell}{R} \quad (\theta \text{ em rad})$$



Banco de imagens/Arquivo da editora

O ângulo correspondente a uma volta numa circunferência equivale a 2π rad ou 360°. Lembrando-se que $\pi \cong 3{,}14$, segue que:

$$2\pi \text{ rad} \cong 2 \cdot 3{,}14 \text{ rad} \cong 6{,}28 \text{ rad}$$

$$6{,}28 \text{ rad} \longrightarrow 360°$$
$$1 \text{ rad} \longrightarrow x$$

De onde decorre que:

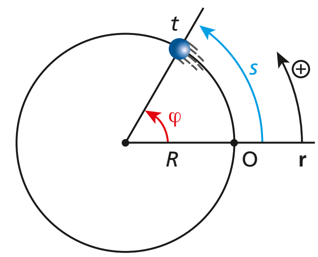
$$1 \text{ rad} \cong 57°$$

NOTA!

O radiano (rad) não tem dimensão física, já que é definido pelo quociente entre dois comprimentos. É, portanto, uma unidade de medida adimensional.

Espaço angular ou fase (φ)

Consideremos o esquema a seguir em que uma partícula percorre uma circunferência de raio R no sentido identificado – anti-horário –, apresentando-se na posição indicada em um instante t.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Adotando-se a reta radial **r** como referência e o ponto **O** como origem dos espaços, a partícula poderá ser posicionada na circunferência pelo espaço linear (s), já conhecido, indicado na figura.

Por outro lado, podemos também, nesse caso, localizar a partícula na circunferência por meio de um ângulo φ, com vértice no centro da circunferência (ângulo central) e medido positivamente a partir da reta **r**, no sentido do movimento, até o raio que contém a partícula no instante t.

A seta à direita (com o sinal ⊕) indica o sentido que vamos usar para determinar o ângulo φ. A esse ângulo φ damos o nome de **espaço angular** ou **fase**.

Espaço angular ou **fase** é uma coordenada de posição na trajetória circular dada por um ângulo φ com vértice no centro da circunferência, medido positivamente no sentido do movimento a partir de uma reta de referência r até o raio que contém a partícula em um instante t.
A medida de φ é geralmente dada em **radianos** (rad).

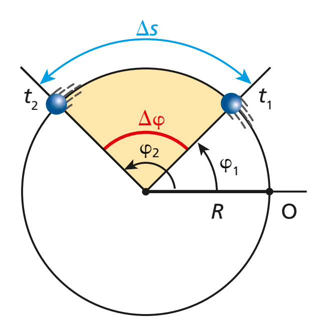
A relação entre o espaço linear (s) e o espaço angular (φ) decorre em analogia ao que foi dito anteriormente:

$$\varphi = \frac{s}{R} \Rightarrow s = \varphi R \; (\varphi \text{ em radianos})$$

Velocidade escalar angular média (ω_m)

Vamos conceituar agora uma grandeza própria dos movimentos giratórios, especialmente dos movimentos circulares, que expressa rapidez de "varredura" de ângulos.

Para isso, consideremos o esquema ao lado em que uma partícula percorre uma circunferência de raio R de modo que seus espaços angulares nos instantes t_1 e t_2 valem, respectivamente, φ_1 e φ_2.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Seja $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ a variação do espaço angular da partícula no intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$.

Define-se **velocidade escalar angular média**, ω_m, como sendo o quociente entre a variação do espaço angular (ou deslocamento angular), $\Delta\varphi$, e o correspondente intervalo de tempo, Δt.
Matematicamente:

$$\boxed{\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{t_2 - t_1}}$$

Com $\Delta\varphi$ expresso em radianos (rad) e Δt medido em segundos (s), ω_m fica dada em **radianos por segundo** (**rad/s**).

Relação entre as velocidades escalares linear e angular médias

A variação de espaço linear (Δs) relaciona-se com a variação de espaço angular pela expressão: $\Delta s = \Delta\varphi R$.

Logo:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{R} \quad \text{(I)}$$

Vimos, porém, que:

$$\omega_m = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \text{(II)}$$

Substituindo-se (I) em (II), vem:

$$\omega_m = \frac{\Delta s}{R\Delta t}$$

Recordando-se que a relação $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ traduz a velocidade escalar linear média (v_m), decorre que:

$$\omega_m = \frac{v_m}{R} \Rightarrow v_m = \omega_m R$$

Velocidade escalar angular instantânea (ω)

Sabemos que as grandezas instantâneas são obtidas a partir das respectivas grandezas médias passando-se estas últimas ao limite para o intervalo de tempo tendente a zero. Então, podemos definir:

A **velocidade escalar angular instantânea**, ω, é o limite da velocidade escalar angular média, ω_m, quando o intervalo de tempo Δt tende a zero. Matematicamente:

$$\boxed{\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \omega_m = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}}$$

Em termos de grandezas instantâneas, podemos escrever:

$$v = \omega R$$

Ampliando o olhar

Quem varre ângulos mais depressa?

Devido à necessidade de medir a passagem do tempo, relógios são uma das invenções humanas mais antigas. A primeira indicação de relógio mecânico consta de 725 d.C., quando o monge budista chinês Yi Xing (683-727) desenvolveu um complexo sistema de engrenagens que utilizava água para marcar as horas em seu mosteiro. Já no Ocidente, a invenção do relógio mecânico é comumente creditada ao papa Silvestre II (950-1003). Por volta de 1344, ele foi aprimorado por Ricardo de Walinfard (1293-1336), Jacopo de Dondi (1290-1359) e seu filho Giovanni de Dondi (c. 1330-1388).

Banco de imagens/Arquivo da editora

Utilizando engrenagens, alavancas e molas, esses relógios fazem seus ponteiros girar de maneira uniforme e sincronizada, registrando adequadamente cada horário.

Em geral, relógios analógicos têm três ponteiros: o das horas, o dos minutos e o dos segundos. Qual desses três ponteiros varre ângulos mais depressa?

Para responder a essa pergunta, basta calcularmos a velocidade escalar angular de cada um.

Ao dar uma volta completa no mostrador do relógio, o deslocamento angular de qualquer um desses ponteiros é:

$$\Delta\varphi = 2\pi \text{ rad}$$

E eles gastam nesse percurso intervalos de tempo respectivamente iguais a:

$$\Delta t_H = 12 \text{ h}$$

$$\Delta t_M = 1 \text{ h}$$

$$\Delta t_s = 60 \text{ s} = 60 \cdot \frac{1}{3600} \text{ h} = \frac{1}{60} \text{ h}$$

Assim, observando-se que as velocidades escalares angulares médias podem ser calculadas nesse caso pela expressão $\omega_m = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t}$, vem:

$$\omega_H = \frac{2\pi}{12} \therefore \omega_H \cong 0{,}52 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$$

$$\omega_M = \frac{2\pi}{1} \therefore \omega_M \cong 6{,}28 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$$

$$\omega_S = \frac{2\pi}{\frac{1}{60}} \therefore \omega_S \cong 376{,}89 \frac{\text{rad}}{\text{h}}$$

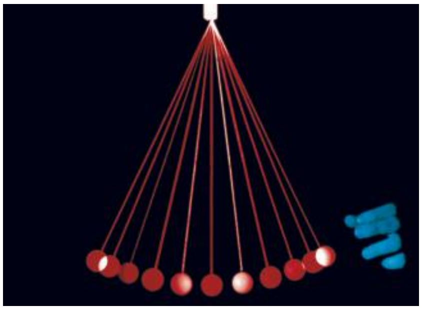
Assim:

$$\boxed{\omega_S > \omega_M > \omega_H}$$

Logo, o ponteiro dos segundos varre ângulos mais depressa que o ponteiro dos minutos e este varre ângulos mais depressa que o ponteiro das horas.

3. Movimentos periódicos

No movimento de vaivém de um pêndulo simples ideal, isento de atritos e da resistência do ar, a posição – linear e angular –, bem como as intensidades da velocidade e da aceleração se repetem identicamente em intervalos de tempo sucessivos e iguais. Isso caracteriza um **movimento periódico**.



Loren Winters/SPL/Latinstock

Oscilando em condições ideais, um pêndulo simples realiza um **movimento periódico**.

São também periódicos os movimentos dos ponteiros de relógios, bem como os movimentos de translação dos planetas em torno do Sol.

A Terra, por exemplo, descreve uma órbita quase circular de raio próximo de 150 000 000 km, realizando um ciclo completo em cerca de 365,25 dias.

A Lua também executa um movimento periódico ao redor da Terra. O raio de sua órbita é de aproximadamente 384 400 km e o intervalo de tempo gasto em cada revolução é cerca de 27 dias. Além disso, a Lua apresenta um movimento de rotação em torno de um eixo imaginário e sabe-se que o "dia" lunar tem a mesma duração do intervalo de tempo de sua translação em torno da Terra: 27 dias. Por isso, esse satélite sempre volta a mesma face para a Terra. Seu outro lado – a face "obscura" da Lua – só foi visualizado fotograficamente pelos humanos depois do advento das viagens espaciais.

MarcelClemens/Shutterstock

A Lua, único satélite natural da Terra, descreve ao redor do planeta um movimento periódico, circular e uniforme, em que todos os estados cinemáticos se repetem em intervalos de tempo sucessivos e iguais.

Período (T)

Chamamos de **período** (T) em um movimento periódico o intervalo de tempo correspondente à realização de um ciclo completo: oscilação, revolução, rotação, etc.

O período pode ser medido em qualquer unidade de tempo. Por exemplo, o período de rotação da Terra é de 1 dia ou 24 h; os de giro dos ponteiros das horas, minutos e segundos em um relógio são 12 h, 60 min e 60 s, respectivamente.

No SI o período é medido em segundos (s).

Frequência (f)

Chamamos de **frequência** (f) o número de ciclos (N) que ocorrem em um movimento – ou fenômeno – periódico durante certo intervalo de tempo (Δt). Matematicamente:

$$\boxed{f = \frac{1}{\Delta t}}$$

É fundamental destacar que, se o intervalo de tempo considerado for de um período ($\Delta t = T$), teremos a realização de um ciclo ($N = 1$), de onde se obtém:

$$f = \frac{1}{T}$$

Costuma-se dizer que a frequência é o inverso do período ou que o período é o inverso da frequência.

A unidade de frequência é o inverso da unidade de tempo. No SI, a frequência é medida em **hertz**:

$$\frac{1}{s} = s^{-1} = \text{hertz (Hz)}$$

Alguns múltiplos usuais do Hz:

- 1 kHz (quilohertz) = 10^3 Hz
- 1 MHz (megahertz) = 10^6 Hz
- 1 GHz (gigahertz) = 10^9 Hz

Uma unidade muito utilizada na expressão de frequências é **rpm** (rotações por minuto). A relação entre rpm e Hz está deduzida abaixo.

$$1 \text{ rpm} = 1\,\frac{\text{rotação}}{\text{min}} = 1\,\frac{\text{rotação}}{60 \text{ s}}$$

$$\boxed{1 \text{ rpm} = \frac{1}{60} \text{ rps} = \frac{1}{60} \text{ Hz}}$$

Alguns modelos de veículos são equipados com conta-giros, que registram o número de ciclos por minuto realizados pelo motor. Um valor habitual, com o veículo em velocidades relativamente baixas, é 3 000 rpm.

Pictorial Press Ltd/Alamy/Fotoarena

Não é exagero afirmar que o físico alemão Heinrich **Hertz** (1857–1894) é um dos principais nomes das telecomunicações por meios eletrônicos. A telefonia celular, por exemplo, deve muito a esse cientista. Fundamentado nas teorias e equações do físico-matemático escocês James Clerk **Maxwell** (1831–1879), Hertz construiu os primeiros equipamentos capazes de transmitir e receber sinais de rádio – radiofrequências. A unidade hertz (Hz) é uma homenagem a Heinrich Hertz.

A título de exemplo, qual o valor dessa frequência em Hz?

$$3\,000 \text{ rpm} = \frac{3000}{60} \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{3\,000 \text{ rpm} = 50 \text{ Hz}}$$

4. Movimento circular e uniforme

Rodas-gigantes em franco funcionamento fazem com que as pessoas que ocupam seus bancos, gôndolas ou cabines realizem movimento circular e uniforme em relação a um referencial fixo no solo.

Aneese/Shutterstock

A High Roller, em Las Vegas, Estados Unidos, é uma das maiores rodas-gigantes em operação no mundo. Do alto dos seus 180 m (equivalente a um prédio com cerca de 60 andares) é possível avistar toda a cidade, além de áreas do deserto típico do estado de Nevada. Ocupantes das cabines dessa gigantesca estrutura experimentam um movimento circular aproximadamente uniforme.

Movimento circular e uniforme (MCU) é todo aquele que ocorre em trajetória circular com velocidades escalares, linear (v) e angular (ω), constantes.

O MCU é **periódico**. Por isso, atribuem-se a este movimento os conceitos de período (T) e frequência (f).

As mesmas propriedades e regras estudadas no Tópico 2, Movimento uniforme, também se aplicam a este caso. Recordando:

- O móvel percorre distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.
- A aceleração tangencial ($\vec{a}_t$) é nula e o mesmo ocorre com a aceleração escalar (α).

Vale acrescentar que no MCU um raio girante ligado ao móvel varre ângulos iguais em intervalos de tempo iguais.

5. Equações fundamentais

As expressões a seguir são muito úteis no estudo do MCU.

Chamando de R o raio da circunferência, T o período e f a frequência e observando que, no percurso de uma volta completa, o deslocamento escalar linear é $\Delta s = 2\pi R$, o deslocamento escalar angular é $\Delta\varphi = 2\pi$ rad e o intervalo de tempo correspondente é $\Delta t = T$, tem-se:

- **Velocidade escalar linear (v)**.

  Medida em m/s, no SI:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R f}$$

- **Velocidade escalar angular (ω)**.
  Medida em rad/s, no SI:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

Embora já tenhamos apresentado essa expressão, vale a pena reforçar a relação entre *v* e ω:

$$\boxed{v = \omega R}$$

6. Funções horárias dos espaços linear (s) e angular (φ)

No MCU, como em qualquer movimento uniforme, a velocidade escalar linear (*v*) é constante e o espaço linear (*s*) varia uniformemente com o passar do tempo (*t*).

Isso é caracterizado por uma função afim, do 1º grau, do tipo:

$$\boxed{s = s_0 + vt}$$

Em que s_0 é o espaço linear inicial, definido no instante $t_0 = 0$.

Dividindo-se todos os termos da última expressão pelo raio *R* da circunferência, segue-se que:

$$\frac{s}{R} = \frac{s_0}{R} + \frac{v}{R}t$$

Observando-se que $\frac{s}{R} = \varphi$ (espaço angular, ou fase, no instante *t*), $\frac{s_0}{R} = \varphi_0$ (espaço angular inicial ou fase inicial no instante $t_0 = 0$) e que $\frac{v}{R} = \omega$ (velocidade escalar angular), podemos escrever a função horária do espaço angular (ou fase), também do 1º grau, própria ao MCU:

$$\boxed{\varphi = \varphi_0 + \omega t}$$

7. Aceleração no movimento circular e uniforme

Como foi visto no Tópico 4, Vetores e Cinemática vetorial, a aceleração vetorial ($\vec{a}$) é dada pela soma de duas componentes: a **tangencial** ($\vec{a}_t$) e a **centrípeta** ($\vec{a}_{cp}$).

$$\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_{cp}$$

A aceleração tangencial é não nula nos movimentos variados – acelerados ou retardados – e nula nos movimentos uniformes, em que a velocidade escalar é constante. Com isso, no MCU a aceleração tangencial é nula, como também é nula a aceleração escalar.

No MCU: $\vec{a}_t = \vec{0} \Rightarrow \alpha = 0$

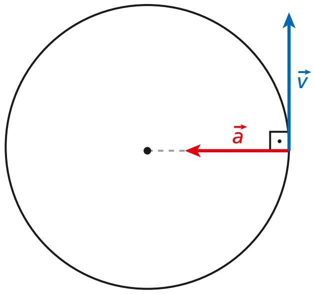
Já a aceleração centrípeta é não nula nos movimentos curvilíneos. Logo, no movimento circular e uniforme, a componente centrípeta da aceleração vetorial deve ser diferente de zero.

No MCU: $\vec{a}_{cp} \neq \vec{0}$

Tem-se, em resumo, portanto:

No **movimento circular e uniforme** (MCU), a aceleração vetorial é **centrípeta**, radial à circunferência em cada instante, perpendicular à velocidade vetorial e dirigida para o centro da trajetória.

No MCU: $\vec{a} = \vec{a}_{cp}$



Recordemos que, sendo *v* o módulo da velocidade escalar linear e *R* o raio da circunferência, a intensidade a_{cp} da aceleração centrípeta é calculada por:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Raciocinando-se em termos do módulo da velocidade escalar angular, ω, e lembrando-se que $v = \omega R$, a intensidade de a_{cp} também fica determinada fazendo-se:

$$a_{cp} = \frac{(\omega R)^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{\omega^2 R^2}{R}$$

De onde se conclui:

$$a_{cp} = \omega^2 R$$

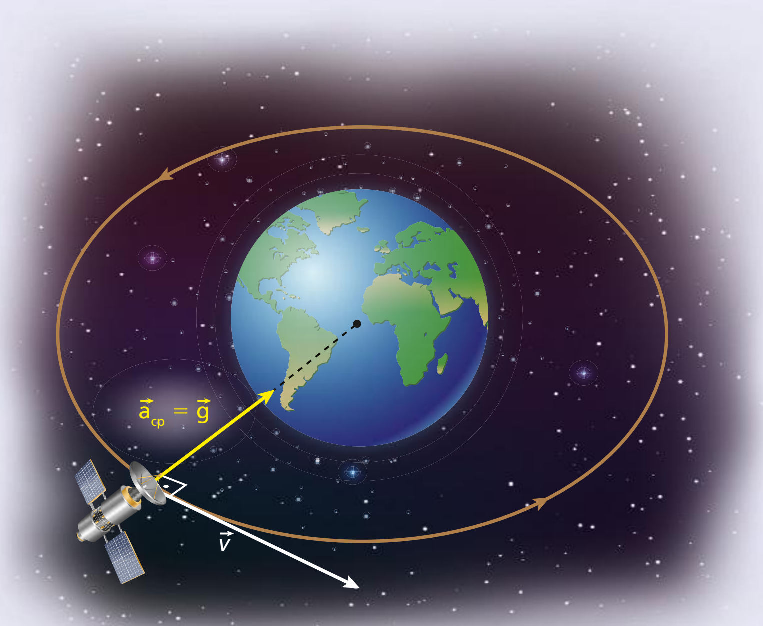
Ampliando o olhar

Satélites para muitas finalidades

Do artefato russo Sputnik para cá (primeiro satélite artificial a orbitar a Terra, colocado no espaço em 1957), um número incalculável de objetos foram postos em movimento ao redor do planeta, muitos deles hoje se constituindo sucata espacial. Há satélites com finalidades diversas, como os **geoestacionários**, utilizados em telecomunicações, dotados de período igual a 24 h, em órbita equatorial e em repouso em relação a determinado ponto da superfície da Terra, e os **polares**, para mapeamento geográfico e análises climáticas e ambientais, em órbitas que contêm os polos Norte e Sul da Terra.

Satélites que percorrem órbitas circulares movimentam-se em sua maioria sem nenhuma autopropulsão. Descrevem MCU em torno do planeta, mantendo constantes suas velocidades escalares linear e angular. A aceleração vetorial desses corpos é centrípeta e quem faz esse papel é a **aceleração da gravidade** nos pontos das respectivas órbitas.

$$\boxed{\vec{a}_{cp} = \vec{g}}$$



Exercícios Nível 1

1. Uma moto percorre uma pista circular em movimento rigorosamente uniforme. A respeito dessa situação, avalie como **falsa** ou **verdadeira** cada uma das proposições abaixo:

(01) A velocidade escalar linear é constante.
(02) A velocidade escalar angular é constante.
(04) A velocidade vetorial é constante.
(08) A aceleração escalar é constante e igual a zero.
(16) A aceleração vetorial é constante.

Dê como resposta a soma dos códigos associados às proposições verdadeiras.

2. E.R. *Hobbies* são atividades prazerosas exercidas como passatempo, estando geralmente associados ao lazer.

O **aeromodelismo** – por cabos ou controle remoto – é um *hobby* muito envolvente, que engloba delicada tecnologia e a intervenção direta do praticante.

Admitamos que um pequeno avião aeromodelo, controlado por cabos de aço de comprimento igual a 15 m, esteja equipado com um motor de alta potência, que confere à aeronave uma velocidade de intensidade constante igual a 108 km/h. Sabendo que o avião percorre uma trajetória circular contida em um plano horizontal, adotando $\pi \cong 3$ e $\sqrt{2} \cong 2$, calcule:

a) o intervalo de tempo, Δt, gasto pelo avião para realizar 20 voltas em sua trajetória;
b) a velocidade escalar angular, ω, do avião;
c) a intensidade, *a*, da aceleração vetorial da aeronave.

Resolução:

a) A velocidade do aeromodelo é:

$$v = 108\ \frac{km}{h} = \frac{108}{3,6}\ \frac{m}{s} = 30\ m/s$$

Portanto, para 20 voltas, temos:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = 20\frac{2\pi R}{\Delta t}$$

$$30 = 20 \cdot \frac{2 \cdot 3 \cdot 15}{\Delta t} \therefore \boxed{\Delta t = 60\ s = 1\ min}$$

b) Temos:

$$v = \omega^2 R \Rightarrow 30 = \omega^2\ 15 \Rightarrow \omega^2 = 2,0$$

$$\omega = \sqrt{2,0}\ rad/s \Rightarrow \boxed{\omega = 1,4\ rad/s}$$

c) No movimento circular e uniforme, a aceleração vetorial é centrípeta, logo:

$$a = a_{cp} \Rightarrow a = \omega^2 R$$

$$a = 2,0 \cdot 15 \therefore \boxed{a = 30\ m/s^2}$$

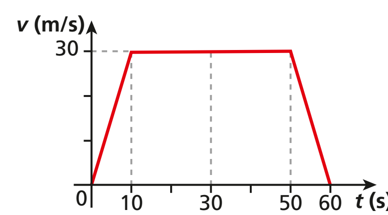
3. (UFJF-MG) Maria brinca em um carrossel, que gira com velocidade angular constante. A distância entre Maria e o centro do carrossel é de 4,0 m. Sua mãe está do lado de fora do brinquedo e contou 20 voltas nos 10 min em que Maria esteve no carrossel. Considerando-se essas informações, calcule:

a) a distância total percorrida por Maria;
b) a velocidade angular de Maria, em rad/s;
c) o módulo da aceleração centrípeta de Maria.

Adote $\pi = 3$.

4. Um carro percorre uma pista circular de raio *R*. O carro parte do repouso de um ponto **A** e retorna ao ponto **A**, completando uma volta após um intervalo de tempo de 1,0 min.

O gráfico a seguir representa a velocidade escalar do carro em função do tempo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Determine:

a) o raio *R* da circunferência descrita, adotando-se $\pi = 3$;
b) o módulo a da aceleração vetorial do carro no instante t = 30 s;
c) a razão *r* entre os módulos da aceleração centrípeta e da aceleração tangencial do carro no instante t = 5 s.

5. Um satélite artificial percorre em torno da Terra uma órbita circular de raio *R* sob a ação exclusiva do campo gravitacional do planeta, de intensidade igual a *g*. A distância percorrida pelo satélite ao longo de sua órbita durante um intervalo de tempo *T* está corretamente expressa na alternativa:

a) $2T\sqrt{gR}$
b) $T\sqrt{2gR}$
c) $T\sqrt{gR}$
d) $T\sqrt{\frac{gR}{2}}$
e) $\frac{T}{2}\sqrt{gR}$

Exercícios Nível 2

6. Um carro arranca a partir do repouso em uma pista retilínea, acelerando com intensidade constante igual a 1,5 m/s² durante um intervalo de tempo *T*. Verifica-se que ao fim desse intervalo a velocidade escalar do carro é igual a 108 km/h, conforme indica a imagem do velocímetro do veículo, abaixo.

RuskaPixs/Shutterstock

Adotando-se $\pi = 3$, responda:

a) Qual o valor de *T*?

b) Qual o valor da velocidade angular constante, ω, do ponteiro do velocímetro nesse intervalo de tempo?

c) Por que ω é constante?

7. E.R. Depois da meia-noite, quanto tempo demora, em horas, minutos e segundos, para que o ponteiro dos minutos de um bom relógio se superponha ao ponteiro das horas pela quarta vez?

Resolução:

O período de rotação dos ponteiros dos minutos é $T_M = 60 \text{ min} = 1 \text{ h}$, logo:

$$\omega_M = \frac{2\pi}{T_M} \Rightarrow \omega_M = \frac{2\pi}{1} \therefore \omega_M = 2\pi \text{ rad/h}$$

O período de rotação dos ponteiros das horas é $T_H = 12 \text{ h}$, logo:

$$\omega_H = \frac{2\pi}{T_H} \Rightarrow \omega_H = \frac{2\pi}{12} \therefore \omega_H = \frac{\pi}{6} \text{ rad/h}$$

Nesse cálculo, sugerimos raciocinar em termos de velocidade escalar angular relativa.

$$\omega_{rel} = \frac{\Delta\varphi_{rel}}{\Delta t} \Rightarrow \omega_M - \omega_H = \frac{n2\pi}{t}$$

$$\frac{2\pi}{1} - \frac{2\pi}{12} = \frac{n2\pi}{t} \Rightarrow \frac{12-1}{12} = \frac{n}{t}$$

Da qual:

$$t = \frac{12n}{11} \text{ (h) (Com } 0 \leq n \leq 11)$$

Impondo-se n = 4, vem:

$$t = \frac{12 \cdot 4}{11} \Rightarrow t = \frac{48}{11}$$

$$t = 4{,}363636...\text{h} = 4 \text{ h} + 60 \cdot 0{,}36363... \text{ min}$$

$$t = 4 \text{ h} + 21{,}818181... \text{ min}$$

$$t = 4 \text{ h} + 21 \text{ min} + 60 \cdot 0{,}81818... \text{ s}$$

$$t = 4 \text{ h} + 21 \text{ min} + 49{,}090909... \text{ s}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{t \cong 4 \text{ h } 21 \text{ min } 49 \text{ s}}$$

8. O Palácio de Westminster talvez seja o cartão-postal mais característico da cidade de Londres, na Inglaterra. Às margens do rio Tâmisa, a construção imponente, com mais de 1 000 salas e cerca de 5 km de corredores, abriga o Parlamento Inglês, com suas duas casas: a Câmara dos Lordes e a Câmara dos Comuns. Sobressai-se a Elizabeth Tower, com seus quatro relógios e o enorme sino (o Big Ben), que marca com suas badaladas a reconhecida pontualidade britânica.

1000 Words/Shutterstock

Admita que os ponteiros dos relógios da Elizabeth Tower trabalhem sincronizados, realizando rotação uniforme. Supondo-se que os ponteiros dos minutos tenham o dobro do comprimento dos ponteiros das horas e que todos os ponteiros estejam perfeitamente superpostos às 12 h, determine:

a) a razão entre os módulos das velocidades escalares lineares das extremidades dos ponteiros dos minutos e das horas;

b) os instantes *t*, em horas, nos quais os ponteiros dos minutos ficam perfeitamente superpostos com os ponteiros das horas no intervalo de $t_0 = 0$ a $t_1 = 12$ h;

c) o horário (em horas, minutos e segundos) em que os ponteiros dos minutos se superpõem com os das horas pela terceira vez depois das 12 h.

9. E.R. Dois ciclistas **A** e **B** percorrem determinada pista circular de raio R = 100 m, no mesmo sentido, com velocidades escalares constantes, respectivamente iguais a $v_A = 8{,}0$ m/s e $v_B = 5{,}0$ m/s. Num determinado instante, o ciclista **A** ultrapassa o ciclista **B** diante de um marco **M** fixo na pista. Adotando-se $\pi = 3$, pergunta-se:

a) De quanto em quanto tempo **A** acrescentará uma volta a mais de vantagem em relação a **B**?

b) De quanto em quanto tempo **A** ultrapassará **B** diante do marco **M**?

Resolução:

a) Recomendamos raciocinar-se em termos de velocidade escalar relativa:

$$v_{rel} = \frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t} \Rightarrow v_A - v_B = \frac{\Delta s_{rel}}{\Delta t_1}$$

Nesse caso, tudo se passa como se o ciclista **B** permanecesse em repouso e só o ciclista **A** se movimentasse com a velocidade escalar relativa.

Dessa forma, **A** acrescentará uma volta a mais de vantagem em relação a **B** quando o deslocamento escalar relativo for

$$\Delta s_{rel} = 2\pi R$$

Logo:

$$v_A - v_B = \frac{2\pi R_{rel}}{\Delta t_1}$$

$$8{,}0 - 5{,}0 = \frac{2 \cdot 3 \cdot 100}{\Delta t_1} \Rightarrow 3{,}0 = \frac{600}{\Delta t_1}$$

Da qual:

$$\boxed{\Delta t_1 = 200 \text{ s} = 3 \text{ min } 20 \text{ s}}$$

b) (I) Cálculo dos períodos T_A e T_B dos movimentos circulares e uniformes dos ciclistas **A** e **B**:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$$

$$T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$T_A = \frac{2 \cdot 3 \cdot 100}{8{,}0} \therefore T_A = 75 \text{ s}$$

$$T_B = \frac{2 \cdot 3 \cdot 100}{5{,}0} \therefore T_B = 120 \text{ s}$$

(II) Para que **A** ultrapasse **B** diante do marco **M**, os dois ciclistas deverão dar números inteiros de voltas.

Isso significa que o intervalo de tempo procurado, Δt_2, será um múltiplo (inteiro) de T_A e T_B. O mínimo múltiplo comum (m.m.c.) entre $T_A = 75$ s e $T_B = 120$ s é:

$$\boxed{\Delta t_2 = 600 \text{ s} = 10 \text{ min}}$$

Nesse caso, **A** dá oito voltas na pista, enquanto **B** dá apenas cinco voltas.

10. Dois atletas, **A** e **B**, estão correndo em uma mesma pista circular com velocidades escalares constantes, porém em sentidos opostos. Verifica-se que o atleta **A** dá seis voltas na pista em 24 min, enquanto o atleta **B**, nesse mesmo intervalo de tempo, realiza apenas quatro voltas.

Se num determinado instante $t_0 = 0$, **A** passa por **B** em determinado ponto da pista, pergunta-se:

a) Em que instante t_1 **A** e **B** estarão, pela primeira vez, em posições diametralmente opostas na trajetória?

b) Em que instante t_2 **A** cruzará pela primeira vez com **B** na mesma posição da pista em que esses atletas se encontravam em $t_0 = 0$?

Bloco 2

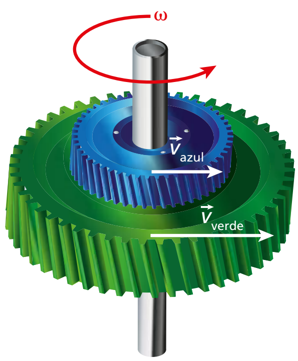
8. Associações de polias e engrenagens

Polias e engrenagens comparecem isoladas ou associadas em inúmeros mecanismos, desde os mais delicados até aqueles de grande porte. É o que se verifica em relógios mecânicos, molinetes e carretilhas de pesca, moendas, trituradores, bicicletas, motocicletas, motores de veículos automotivos, caixas de câmbio, etc.

Javier Larrea/Grupo Keystone

Essas rodas dentadas – **engrenagens** – transmitem umas às outras **movimento de rotação**. Nesta imagem, podem-se notar duas engrenagens ligadas a um mesmo eixo, acopladas a outras por contato direto.

Mesmo eixo



Banco de imagens/Arquivo da editora

Na situação esquematizada ao lado, têm-se duas engrenagens – uma verde e uma azul – rigidamente fixadas a um mesmo eixo, que provoca rotação uniforme no sistema.

Nesse caso, é importante notar que cada giro do eixo também imprime um giro completo a cada uma das engrenagens. Isso significa que os intervalos de tempo gastos pelas engrenagens em uma revolução é o mesmo, o que implica o **mesmo período de rotação**:

$$\boxed{T_{verde} = T_{azul}}$$

Essa conclusão abrange também a frequência, *f*, e a velocidade escalar angular, ω.

$$f = \frac{1}{T} \Rightarrow \boxed{f_{verde} = f_{azul}}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \boxed{\omega_{verde} = \omega_{azul}}$$

As velocidades escalares lineares dos pontos periféricos das engrenagens, *v*, no entanto, **são diferentes**. Sendo a velocidade escalar angular constante, os valores de *v* crescem na proporção direta dos respectivos raios das trajetórias, segundo a expressão:

$$\boxed{v = \omega R}$$

No caso, tem-se, do esquema, que $R_{verde} > R_{azul}$, logo:

$$\boxed{v_{verde} > v_{azul}}$$

Contato direto ou conexão por correias ou correntes

Nas associações representadas a seguir, há duas polias (ou engrenagens) **A** e **B**, de raios R_A e R_B, que operam em rotação uniforme, sem escorregamento, com velocidades escalares lineares em seus pontos periféricos de módulos v_A e v_B, frequências f_A e f_B, períodos T_A e T_B e velocidades escalares angulares de módulos ω_A e ω_B, respectivamente.

Na figura 1, as polias giram em contato direto, apresentando rotações em sentidos opostos.

Já na figura 2, as polias giram no mesmo sentido, acionadas por uma correia devidamente tracionada.

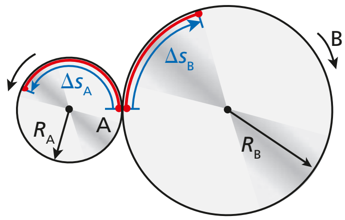


Figura 1: polias em contato direto.

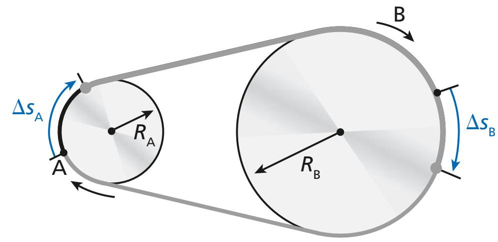


Figura 2: polias acopladas por correias

Essas duas situações têm grande equivalência conceitual.

Veja que, em ambos os casos, durante um mesmo intervalo de tempo, um ponto periférico na polia **A** sofre um deslocamento escalar linear de mesmo módulo que o sofrido por um ponto periférico na polia **B**. Afinal, na figura 1, um ponto (ou dente) "empurra" o outro sem escorregamento e na figura 2, a correia imprime o mesmo módulo de variação de espaço linear a todos os pontos (ou dentes) periféricos com quem estabelece contato.

Isso significa que:

$$\frac{\Delta s_A}{\Delta t} = \frac{\Delta s_B}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{v_A = v_B}$$

As **velocidades escalares lineares** dos pontos periféricos das polias têm o **mesmo módulo**.

Depreende-se dessa conclusão que:

$$v_A = v_B \Rightarrow 2\pi R_A f_A = 2\pi R_B f_B \Rightarrow \boxed{\frac{f_A}{f_B} = \frac{R_B}{R_A}}$$

As frequências guardam **proporção inversa** em relação aos respectivos raios.

Decorre também desse estudo que:

$$\frac{f_A}{f_B} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \frac{\frac{1}{T_A}}{\frac{1}{T_B}} = \frac{R_B}{R_A} \Rightarrow \boxed{\frac{T_B}{T_A} = \frac{R_B}{R_A}}$$

Os períodos guardam **proporção direta** em relação aos respectivos raios.

$$v_A = v_B \Rightarrow \omega_A R_A = \omega_B R_B \Rightarrow \boxed{\frac{\omega_A}{\omega_B} = \frac{R_B}{R_A}}$$

As velocidades escalares angulares guardam **proporção inversa** em relação aos respectivos raios.

11. Como transportar uma coisa assim?

E.R.

O que você vê na imagem abaixo é a maior lâmina de turbina eólica do mundo a caminho da maior turbina eólica marítima do mundo. São impressionantes 83,5 metros de comprimento por 4,2 metros de largura sendo transportado da Dinamarca, lugar onde foi fabricada, para a Escócia. Um verdadeiro pesadelo logístico. [...]

Disponível em: <www.tecmundo.com.br/energia-eolica/53969-lamina-de-turbina-eolica-de-83-metros-e-transportada-por-caminhoes.htm>. Acesso em: 19 jul. 2018.

Reprodução/SSP Technology

A lâmina da imagem, desenvolvida e produzida pela empresa SSP Technology, percorreu mais de 170 km de estradas.

Imagine essa turbina eólica devidamente montada com o eixo do gerador girando preso às lâminas e em funcionamento em um dia de vento fraco, com frequência constante igual a 5,0 rpm. Considerando-se um ponto **A** na extremidade da lâmina e um ponto **B** distante 56,0 m de **A** sobre a mesma linha radial que contém **A**, adotando-se $\pi \cong 3$, pergunta-se:

a) Quais os módulos, v_A e v_B, das velocidades escalares lineares dos pontos **A** e **B**, em km/h?

b) Qual a intensidade, a, da aceleração vetorial do ponto **A**, em m/s^2?

Resolução:

a) (I) Cálculo da frequência de rotação da lâmina em rps ou Hz:

$$f = 5{,}0 \text{ rpm} = \frac{5{,}0}{60} \text{ rps ou Hz}$$

$$\boxed{f = \frac{1{,}0}{12} \text{ Hz}}$$

Essa frequência será comum aos movimentos circulares e uniformes de **A** e de **B**.

(II) Cálculo de v_A:

$$v_A = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_A = 2\pi R_A f$$

$$v_A = 2 \cdot 3 \cdot 84{,}0 \cdot \left(\frac{1{,}0}{12}\right)$$

$$v_A = 42{,}0 \text{ m/s} = 42{,}0 \cdot 3{,}6 \text{ km/h}$$

$$\boxed{v_A = 151{,}2 \text{ km/h}}$$

(III) Cálculo de v_B:

$$v_B = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t}\right)_B = 2\pi R_B f$$

$$v_B = 2 \cdot 3 \cdot (84{,}0 - 56{,}0) \cdot \left(\frac{1{,}0}{12}\right)$$

$$v_B = 14{,}0 \text{ m/s} = 14{,}0 \cdot 3{,}6 \text{ km/h}$$

$$\boxed{v_B = 50{,}4 \text{ km/h}}$$

b) Os pontos da lâmina girante descrevem movimentos circulares e uniformes e a aceleração vetorial é a centrípeta nas respectivas trajetórias.

Para o ponto **A**, tem-se:

$$a = a_{cp_A} \Rightarrow a = \frac{(v_A)^2}{R_A} \Rightarrow a = \frac{(42{,}0)^2}{84{,}0}$$

Da qual:

$$\boxed{a = 21{,}0 \text{ m/s}^2}$$

12. A música e a dança exercem papel de suma importância na vida social e cultural dos povos indígenas. O povo indígena dança para celebrar diversas situações: a boa colheita, a boa caça, a boa pesca, a chegada da adolescência e também para homenagear os mortos.

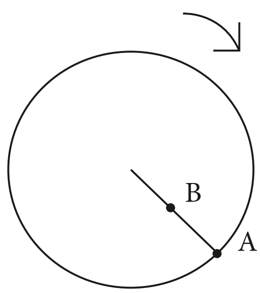
Danças como o Toré o Kuarup, a Acyigua e o Kahê-Tuagê influenciaram sobremaneira o folclore e os ritmos típicos de cada região do Brasil, como o Cateretê, o Jacundá e o Gato.

Picture Contact BV/AGE Fotostock/ AGB Photo Library/Keystone

Considere que, em uma dança como a ilustrada na imagem anterior, as oito mulheres se mantenham abraçadas, equidistantes e perfeitamente alinhadas entre si. Elas vão girar em círculo de maneira coordenada e uniforme, que terá como centro a mulher 1, gastando todas 30 s para dar uma volta completa. Considerando as mulheres 8 e 3 distantes 5,0 m entre si e adotando $\pi \cong 3$, pede-se determinar para essas duas mulheres:

a) o módulo da velocidade escalar angular;
b) o módulo da velocidade escalar linear.

13. (Efomm-RJ) Considere uma polia girando em torno de seu eixo central, conforme figura ao lado. As velocidades escalares lineares dos pontos **A** e **B** são, respectivamente, 60 cm/s e 0,3 m/s.

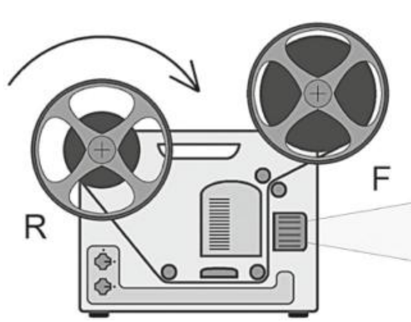


Reprodução/Efomm, 2017

A distância **AB** vale 10 cm. O diâmetro e a velocidade angular da polia, respectivamente valem:

a) 10 cm e 1,0 rad/s
b) 20 cm e 1,5 rad/s
c) 40 cm e 3,0 rad/s
d) 50 cm e 0,5 rad/s
e) 60 cm e 2,0 rad/s

14. (Etec-SP) Em um antigo projetor de cinema, o filme a ser projetado deixa o carretel **F**, seguindo um caminho que o leva ao carretel **R**, onde será rebobinado. Os carretéis são idênticos e se diferenciam apenas pelas funções que realizam. Pouco depois do início da projeção, os carretéis apresentam-se como mostrado na figura, na qual observamos o sentido de rotação que o aparelho imprime ao carretel **R**.



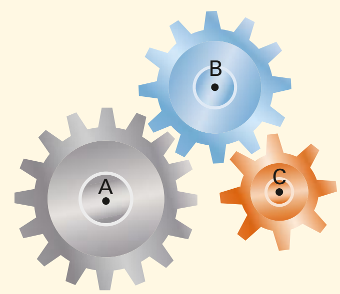
Reprodução/Etec, 2014

Os motores do projetor que fazem girar os carretéis **F** e **R** trabalham de modo sincronizado, fazendo com que a película passe diante da lente do equipamento com velocidade escalar constante.

Nesse momento, considerando as quantidades de filmes que os carretéis contêm e o tempo necessário para que o carretel **R** dê uma volta completa, é correto concluir que o carretel **F** gira em sentido

a) anti-horário e dá mais voltas que o carretel **R**.
b) anti-horário e dá menos voltas que o carretel **R**.
c) horário e dá mais voltas que o carretel **R**.
d) horário e dá menos voltas que o carretel **R**.
e) horário e dá o mesmo número de voltas que o carretel **R**.

15. **E.R.** No esquema abaixo as engrenagens **A**, **B** e **C** têm dentes com iguais dimensões e giram solidárias fazendo parte de um mecanismo multiplicador de velocidades. Os números de dentes em **A**, **B** e **C** são, respectivamente, 16, 12 e 8. Ao eixo da engrenagem **A** está ligada uma manivela que é girada, no sentido horário, por um operador externo, com frequência constante, $f_{operador} = 60$ rpm. Não há qualquer deslizamento entre as peças do sistema.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nessas informações, responda:

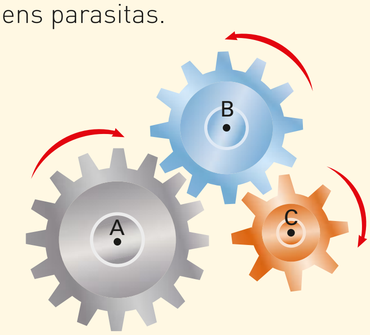
a) Em que sentido giram as engrenagens **B** e **C**?
b) Quais as frequências de rotação das engrenagens **A**, **B** e **C**, em rpm?

Resolução:

a) A engrenagem **A** – engrenagem motriz – gira no **sentido horário**, igual ao da manivela fixada a ela, e com a mesma frequência que esta, isto é:

$$\boxed{f_A = f_{operador} = 60 \text{ rpm}}$$

Veja, no esquema abaixo, o sentido de rotação das engrenagens **B** e **C** – engrenagens parasitas.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Engrenagem B: sentido anti-horário.

Engrenagem C: sentido horário.

b) Sendo *d* a largura dos dentes de iguais dimensões das engrenagens, os comprimentos das circunferências periféricas dessas peças ficam expressos por:

$$C_A = 2 \cdot 16d \Rightarrow 2\pi R_A = 2 \cdot 16\,d \Rightarrow R_A = 16\frac{d}{\pi}$$

$$C_B = 2 \cdot 12d \Rightarrow 2\pi R_B = 2 \cdot 12\,d \Rightarrow R_B = 12\frac{d}{\pi}$$

$$C_C = 2 \cdot 8d \Rightarrow 2\pi R_C = 2 \cdot 18 \Rightarrow R_C = 8\frac{d}{\pi}$$

Os raios das engrenagens são **diretamente proporcionais** aos respectivos números de dentes.

Por outro lado, em situações como essa, em que as engrenagens giram em contato sem escorregamento, os pontos periféricos de todas elas percorrem distâncias iguais em intervalos de tempo iguais.
Isso significa que esses pontos se deslocam com igual **velocidade escalar linear**.
Para as engrenagens **A** e **B**:

$$v_B = v_A \Rightarrow 2\pi R_B f_B = 2\pi R_A f_A$$

De onde se obtém:

$$\frac{f_B}{f_A} = \frac{R_A}{R_B} \Rightarrow \frac{f_B}{60} = \frac{16\frac{d}{\pi}}{12\frac{d}{\pi}}$$

Da qual:

$$\boxed{f_B = 80 \text{ rpm}}$$

Para as engrenagens **B** e **C**:

$$v_C = v_B \Rightarrow 2\pi R_C f_C = 2\pi R_B f_B$$

De onde se obtém:

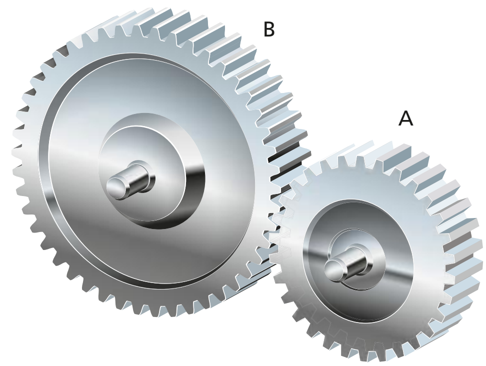
$$\frac{f_C}{f_B} = \frac{R_B}{R_C} \Rightarrow \frac{f_C}{80} = \frac{12\frac{d}{\pi}}{8\frac{d}{\pi}}$$

Da qual:

$$\boxed{f_c = 120 \text{ rpm}}$$

É importante destacar que nesse tipo de acoplamento direto – e em similares – as frequências de rotação das engrenagens e os respectivos raios variam na **proporção inversa**.

16. As engrenagens **A** e **B** da figura abaixo, de raios respectivamente iguais a 10 cm e 24 cm, operam acopladas, sendo que a engrenagem **A** está conectada a um motor que lhe confere uma frequência de rotação constante, igual a 120 rotações por minuto (rpm).



Banco de imagens/Arquivo da editora

Pede-se determinar o intervalo de tempo, em segundos, gasto pela engrenagem **B** para realizar uma volta completa.

17. Se motos elétricas são opções mais sustentáveis para lidar com o trânsito das grandes cidades, o que dizer de um monociclo elétrico? A Ryno é uma invenção do designer Chris Hoffmann que pode chegar a 40 km/h e percorrer quase 50 km com uma única carga – e sobre uma única roda. [...]

Disponível em: <www.ecodesenvolvimento.org/posts/2011/novembro/designer-apresenta-ryno-um-monociclo-eletrico-para/>. Acesso em: 10 jun. 2018.

Ryno Motors/Wenn/Newscom

Suponha que uma Ryno se desloque de modo que sua roda gire com frequência constante f = 150 rpm, sem escorregamento em relação ao solo. Admitindo-se que a circunferência externa da roda tem raio R = 0,50 m e adotando-se $\pi \cong 3$, pede-se determinar:

a) a velocidade escalar angular da roda, em rad/s;

b) a velocidade escalar de translação do conjunto homem-monociclo elétrico, em km/h.

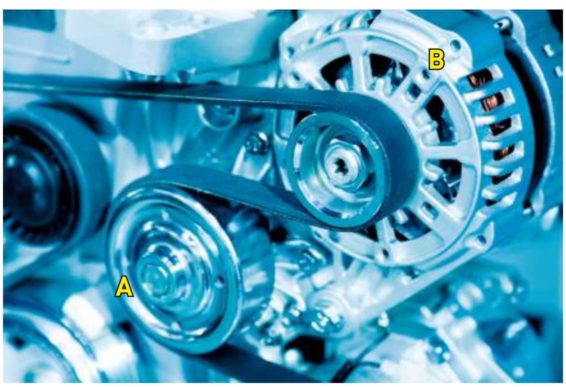
Exercícios Nível 2

18. Evite imprevistos com a correia dentada

O motorista se lembra de sua existência apenas quando ela se rompe. Só que nessa hora não há mais solução. O carro não sai do lugar e a alternativa é chamar o guincho. O rompimento da correia dentada é um dos motivos mais comuns que levam o carro a ter uma pane no meio da rua. Na madrugada, é uma das peças mais vendidas em auto elétricos. Fazer a manutenção preventiva da correia sincronizada – o nome técnico da correia dentada – é a solução mais rápida (e barata) para evitar aborrecimentos. [...]

Disponível em: <www.estadao.com.br/noticias/geral, evite-imprevistos-com-a-correia-dentada,20041110p10635>. Acesso em: 10 jun. 2018.

qingqing/Shutterstock



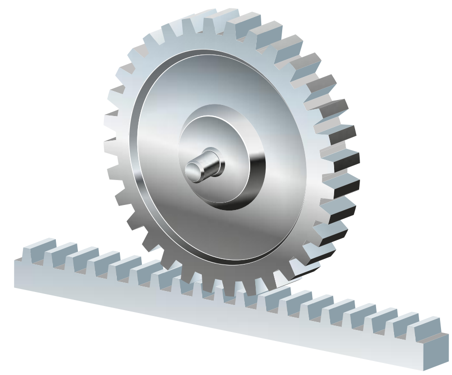
Considere as polias **A** e **B** indicadas nesta imagem, que giram sem escorregamento acionadas pela correia dentada de um veículo. Os raios de **A** e **B** estão na proporção $\frac{R_A}{R_B} = \frac{4}{3}$.

a) Se um ponto da correia dentada percorre dentro do motor uma distância igual a 1,0 m, quanto percorrem, no mesmo intervalo de tempo, pontos periféricos das polias **A** e **B**?

b) Qual a relação entre as frequências de rotação das polias **A** e **B**, isto é, $\frac{f_A}{f_B}$?

c) Se, durante certo intervalo de tempo, a polia **A** realiza 120 voltas completas, quantas voltas completas realizará a polia **B** nesse mesmo intervalo?

19. A engrenagem ilustrada na figura seguinte tem raio igual a 6 cm e opera presa ao eixo de um motor que lhe imprime rotação com velocidade angular constante. Esta engrenagem, por sua vez, aciona uma cremalheira, rigidamente acoplada ao topo do portão de uma garagem, abrindo-o ou fechando-o com velocidade horizontal de módulo 15 cm/s.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nessas informações, determine, em rpm, a frequência de rotação do eixo do motor que movimenta a engrenagem e o portão. Considere nos cálculos $\pi \cong 3$.

20. E.R. Um trator trafega em linha reta por uma superfície plana e horizontal com velocidade constante de intensidade *v*. Seus pneus, cujas dimensões então indicadas na figura, rolam sobre a superfície sem escorregar.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Em determinado instante, duas listras brancas pintadas nas laterais dos pneus encontram-se nas posições mais baixas de suas trajetórias, como mostra o esquema. Sabendo-se que $\pi \cong 3$ e que a roda dianteira gira com frequência de 5,0 Hz, determine:

a) o valor de *v*;

b) o intervalo de tempo mínimo, *T*, para que as duas listras brancas estejam novamente nas posições mais baixas de suas trajetórias.

Resolução:

a) As velocidades dos pontos periféricos dos pneus em relação aos respectivos eixos das rodas do trator são iguais entre si e têm o mesmo valor da velocidade de translação do veículo em relação ao solo, isto é, *v*.

Sendo v_D a intensidade da velocidade dos pontos periféricos do pneu dianteiro em relação ao eixo da roda dianteira, o que foi dito significa que:

$$v = v_D \Rightarrow v = 2\pi R_D f_D$$

$$v = 2 \cdot 3 \cdot \frac{0,8}{2} \cdot 5,0$$

Da qual:

$$\boxed{v = 12,0 \text{ m/s}}$$

b) (I) O período de rotação da roda dianteira, T_D, fica determinado fazendo-se:

$$T_D = \frac{1}{f_D} \Rightarrow T_D = \frac{1}{5,0} \text{ s} \Rightarrow \boxed{T_D = 0,2 \text{ s}}$$

(II) Mas, sendo T_T o período de rotação da roda traseira, também deve ocorrer que:

$$v_T = v \Rightarrow \frac{2\pi R_T}{T_T} = v$$

$$\frac{2 \cdot 3 \cdot \frac{2,0}{2}}{T_T} = 12,0$$

$$\frac{6,0}{T_T} = 12,0 \therefore \boxed{T_T = 0,5 \text{ s}}$$

(III) O intervalo de tempo *T* procurado deve corresponder a um número inteiro de voltas da roda dianteira e também a um número inteiro de voltas da roda traseira. Logo, o valor de *T* deve ser múltiplo inteiro de T_D e T_T.

Interessa-nos o mínimo múltiplo comum (m. m. c.) entre $T_D = 0,2$ s e $T_T = 0,5$ s.

$$\boxed{T \text{ é o m.m.c. entre } T_D \text{ e } T_T.}$$

Sendo assim:

$$\boxed{T = 1,0 \text{ s}}$$

Nesse caso, a roda dianteira dará cinco voltas enquanto a traseira dará apenas duas.

21. A invenção da bicicleta teria ocorrido na China, há mais de 2 500 anos. Há estudiosos, porém, que atribuem a concepção desse veículo, de apenas duas rodas, a Leonardo da Vinci (ou um de seus discípulos), manifestada em desenho existente no *Codex Atlanticus* do final do século XV. Na década de 70 do século XIX, bicicletas denominadas *penny-farthing* eram produzidas em série, mas seu desempenho funcional foi logo rejeitado, principalmente pela discrepância entre os diâmetros das rodas dianteira e traseira, o que causava desconforto e mau manejo ao ciclista. A denominação *penny-farthing* seria uma alusão a duas moedas britânicas em circulação na época. O diâmetro do *penny* era bem maior que o do *farthing*, o que suscitou o pitoresco apelido.

Otto Herschan/Getty Images

Considere uma bicicleta *penny-farthing* cuja roda traseira tem diâmetro de 0,40 m, igual a um quarto do diâmetro da roda dianteira. Suponha que essa bicicleta esteja em movimento uniforme, com velocidade de 10,8 km/h, ao longo de uma estrada retilínea e horizontal. Imagine que os pneus desse veículo tenham duas pequenas marcas brancas bem visíveis em sua lateral – uma em cada pneu – e que em determinado instante essas marcas estejam, ao mesmo tempo, embaixo, junto ao chão.

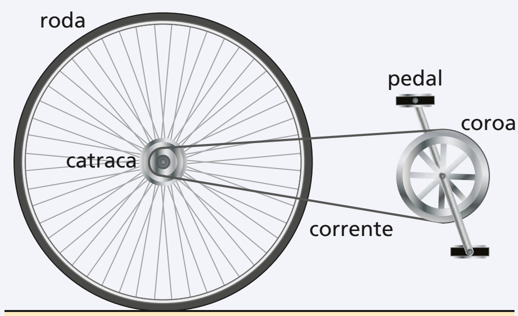
Adotando-se $\pi \cong 3$, responda:

a) De quanto em quanto tempo as duas marcas brancas se apresentarão, ao mesmo tempo, embaixo, junto ao chão?

b) Qual a relação entre as intensidades das acelerações centrípetas, respectivamente, de um ponto na periferia da roda dianteira e de um ponto na periferia da roda traseira?

c) Qual a forma da trajetória da marca branca existente na roda dianteira da bicicleta em relação a um observador em repouso à beira da estrada? Faça um esboço dessa trajetória.

22. Em uma bicicleta, a propulsão é provocada
E.R. pela ação muscular do ciclista e se dá por meio de um par de pedais rigidamente acoplados a uma engrenagem denominada coroa. Esta, por meio de uma corrente, é conectada a outra engrenagem, chamada de catraca, que gira solidária à roda traseira do veículo, conforme representa o esquema.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Admitamos que em determinada bicicleta, os raios da coroa e da catraca sejam, respectivamente, 5 cm e 15 cm, que o raio da roda traseira seja 30 cm e que o mecanismo coroa-corrente--catraca opere sem deslizamentos. Adotando-se $\pi \cong 3$ e supondo-se que as rodas da bicicleta não derrapem em relação ao solo, pede-se calcular quantos metros a bicicleta se desloca pela ação exclusiva de uma volta completa no pedal.

Resolução:

(I) Se não há deslizamentos, a intensidade da velocidade dos pontos periféricos da coroa (v_{co}) e da catraca (v_{ca}), bem como dos pontos da corrente, é a mesma, logo:

$$v_{ca} = v_{co} \Rightarrow 2\pi f_{ca} R_{ca} = 2\pi f_{co} R_{co}$$

Da qual:

$$f_{ca} = \frac{R_{co}}{R_{ca}} f_{co}$$

Devemos observar, porém, que:

$$f_{pedais} = f_{co}$$

Assim:

$$f_{ca} = \frac{R_{co}}{R_{ca}} f_{pedais} \quad (1)$$

(II) A intensidade da velocidade de translação da bicicleta em relação ao solo, v_B, deve ser igual à intensidade da velocidade dos pontos periféricos das rodas, v_{ro}, em relação aos respectivos eixos. Com isso:

$$v_B = v_{ro} \Rightarrow v_B = 2\pi R_{ro} f_{ro}$$

Como a catraca opera solidária à roda traseira, podemos afirmar que $f_{ro} = f_{ca}$. Portanto:

$$v_B = 2\pi R_{ro} f_{ca} \quad (2)$$

(III) Substituindo-se (1) em (2), decorre que:

$$\boxed{v_B = 2\pi R_{ro} \frac{R_{co}}{R_{ca}} f_{pedais}}$$

(IV) Fazendo-se $v_B = \frac{\Delta s_B}{T_{pedais}}$ e $f_{pedais} = \frac{1}{T_{pedais}}$, segue-se que:

$$\frac{\Delta s_B}{T_{pedais}} = 2\pi R_{ro} \frac{R_{co}}{R_{ca}} \cdot \frac{1}{T_{pedais}}$$

$$\Delta s_B = 2\pi R_{ro} \frac{R_{co}}{R_{ca}}$$

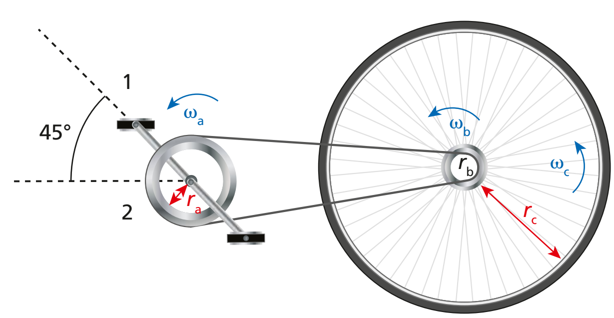
Com $\pi \cong 3$, $R_{ro} = 30\ \text{cm} = 0{,}3\ \text{m}$, $R_{co} = 15\ \text{cm}$ e $R_{ca} = 5\ \text{cm}$, vem:

$$\Delta s_B = 2 \cdot 3 \cdot 0{,}3 \cdot \frac{15}{5}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{\Delta s_B = 5{,}4\ \text{m}}$$

23. A figura ilustra, de forma esquematizada, um sistema de transmissão coroa-catraca de uma bicicleta. Na figura r_a, r_b, r_c e ω_a, ω_b, ω_c identificam, respectivamente, os raios e as velocidades angulares da coroa, da catraca e da roda da bicicleta. Considere a situação em que um ciclista, pedalando em um modelo de bicicleta com $r_a = 10$ cm, $r_b = 5$ cm e $r_c = 40$ cm, mantém velocidade escalar constante em uma bicicleta cujo pedal leva 0,1 segundo para ser deslocado da posição 1 para a posição 2, na horizontal. Considere, ainda, que a bicicleta não sofre deslizamentos. Adote $\pi = 3$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A velocidade escalar da bicicleta é mais próxima de:

a) 2,0 m/s
b) 4,0 m/s
c) 5,0 m/s
d) 6,0 m/s
e) 7,0 m/s

24. **E.R.** A cidade de Macapá, no Brasil, situa-se sobre a linha do equador, na latitude $\theta = 0°$. Já a ilha de Kayak localiza-se no Alasca, Estados Unidos, na latitude $\theta' = 60°$. Admita a Terra esférica, com raio igual 6 371 km, e considere exclusivamente, nessa abordagem, o movimento de rotação do planeta em torno de seu eixo, responsável pela sucessão dos dias e noites. Adotando-se $\pi \cong 3{,}14$, pede-se determinar:

a) o módulo da velocidade escalar linear de um corpo em Macapá em relação ao eixo de rotação da Terra;

b) a relação entre as velocidades escalares lineares de dois corpos, em Kayak e Macapá, respectivamente, em relação a esse eixo;

c) o gráfico do módulo da velocidade escalar linear de um corpo que vai do Equador ao Polo Norte em função da latitude.

Resolução:

a) O corpo em Macapá descreve em torno do eixo da Terra um movimento circular e uniforme com raio R = 6 371 km e período T = 24 h.

Logo, o módulo da velocidade escalar linear desse corpo, *v*, fica determinado fazendo-se:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$$

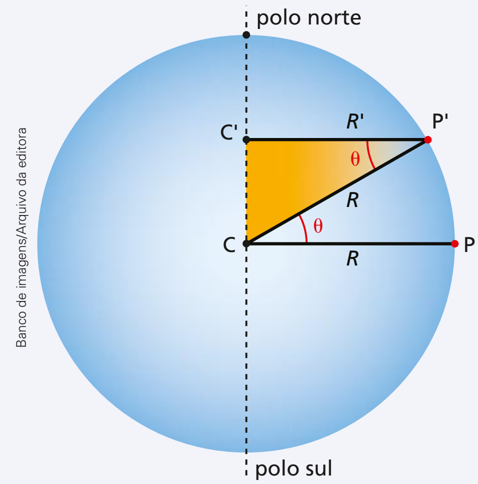
$$v = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6\,371}{24}$$

Da qual:

$$\boxed{v \cong 1\,667 \text{ km/h}}$$

b) Tanto em Macapá como em Kayak, o período de rotação da Terra é o mesmo: T = 24 h. Isso significa que nessas duas localidades, bem como em qualquer outro ponto do planeta (interno ou em sua superfície), exceto aqueles pertencentes ao eixo de rotação, a velocidade escalar angular, ω, é a mesma.

Em Kayak, o raio *R'* da circunferência descrita pelo corpo em torno do eixo da Terra é menor que em Macapá. Veja a figura a seguir:



$$\cos\theta = \frac{R'}{R} \Rightarrow R' = R\cos\theta$$

Lembrando-se que $v = \omega R$, vem:

$$\frac{v'}{v} = \frac{\omega R'}{\omega R} \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{R\cos 60°}{R}$$

De onde se obtém:

$$\boxed{\frac{v'}{v} = \frac{1}{2}}$$

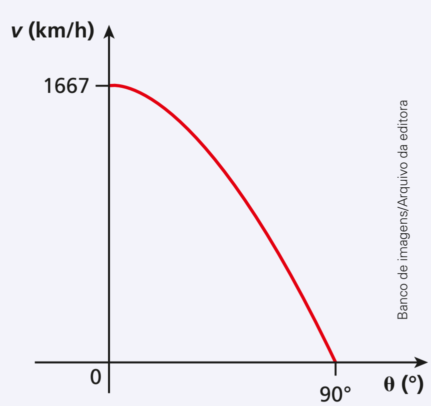
c) O módulo *v* da velocidade escalar linear de um corpo que vai do equador ao polo norte em função da latitude θ desse corpo em cada instante é dado pela expressão:

$$\boxed{v = \omega R\cos\theta}$$

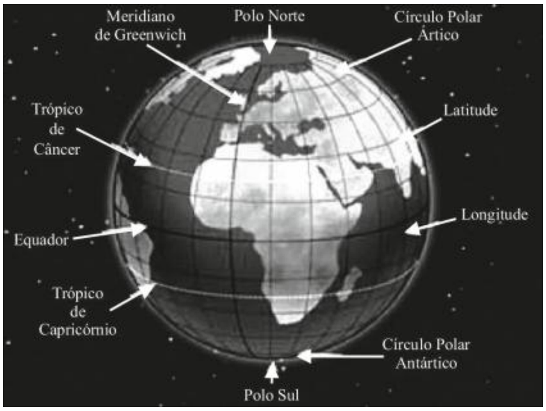
em que ω e *R* são constantes.

Logo, à medida que o corpo se desloca do equador para o polo norte, o ângulo θ cresce de 0° a 90° ao mesmo tempo que $\cos\theta$ decresce de 1,0 a zero, respectivamente.

A curva representativa de $v \times \theta$ é um arco de cossenoide, como esboçamos a seguir:



25. (Vunesp) Para a determinação da posição de qualquer objeto sobre a superfície da Terra, o globo terrestre foi dividido por círculos no sentido vertical e no sentido horizontal, conforme a figura.



Reprodução/Vunesp, 2012

Considere duas pessoas, ambas na superfície da Terra, uma localizada no Equador e outra no Trópico de Câncer. Admitindo-se apenas o movimento de rotação da Terra em torno do seu próprio eixo, pode-se dizer que, para a pessoa localizada no Equador em relação à pessoa localizada no Trópico de Câncer,

a) a aceleração centrípeta será maior e a frequência de rotação, igual.
b) a velocidade angular será maior e a frequência de rotação, menor.
c) a velocidade angular será maior e a frequência de rotação, maior.
d) a aceleração centrípeta será maior e a velocidade de rotação, menor.
e) a velocidade linear será maior e a frequência de rotação, menor.

26. Nos pontos da órbita circular de um satélite artificial da Terra a intensidade do campo gravitacional é igual a *g*. Sendo *T* o período de revolução desse satélite, é correto afirmar que o módulo de sua velocidade orbital é igual a:

a) πgT b) $2gT$ c) gT d) $\frac{gT}{2}$ e) $\frac{gT}{2\pi}$

Exercícios Nível 3

27. (UEA/SIS-AM) A vantagem de se construir bases de lançamento de foguetes nas proximidades da linha do equador terrestre é que o foguete já parte com uma velocidade maior, dada pela rotação da Terra. No Brasil, o Centro de Lançamento de Alcântara (CLA) apresenta esse requisito.

Reprodução/UEA, 2014

(www.cta.br. Adaptado.)

Sendo a velocidade angular de rotação da Terra $\omega = \frac{\pi}{12}$ rad/h e supondo-se que no CLA o raio de rotação seja de 6 360 km, a velocidade escalar, em km/h, de um foguete instalado na superfície do CLA é

a) $\frac{\pi}{530}$
b) $\frac{\pi}{350}$
c) 12π
d) 350π
e) 530π

28. (UFPR) Em 10 de setembro de 2008, a Organização Europeia para Pesquisa Nuclear (sigla internacional CERN) ligou pela primeira vez o acelerador de partículas Grande Colisor de Hádrons (LHC, em inglês), máquina com a qual se espera descobrir partículas elementares que comprovarão ou não o modelo atual das partículas nucleares. O colisor foi construído em um gigantesco túnel circular de 27 km de comprimento, situado sob a fronteira entre a Suíça e a França e a uma profundidade de 50 a 120 m. Prótons são injetados no tubo circular do LHC e, após algum tempo em movimento, atingem velocidades próximas à da luz no vácuo (*c*). Supondo-se que após algumas voltas os prótons atinjam a velocidade escalar constante de 0,18*c*, com base nas informações acima e desprezando-se os efeitos relativísticos, determine:

a) quantas voltas os prótons dariam ao longo do túnel no intervalo de um minuto;
b) a velocidade angular desses prótons. Adote $\pi = 3$.

Dado: $c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s.

29. (Fuvest-SP) Uma criança com uma bola nas mãos está sentada em um "gira-gira" que roda com velocidade angular constante e frequência $f = 0{,}25$ Hz.

a) Considerando-se que a distância da bola ao centro do "gira-gira" é 2,0 m, determine os módulos da velocidade $\vec{v}_T$ e da aceleração $\vec{a}$ da bola, em relação ao chão.

Num certo instante, a criança arremessa a bola horizontalmente em direção ao centro do "gira--gira", com velocidade $\vec{v}_R$ de módulo 4,0 m/s, em relação a si.

Determine, para um instante imediatamente após o lançamento:

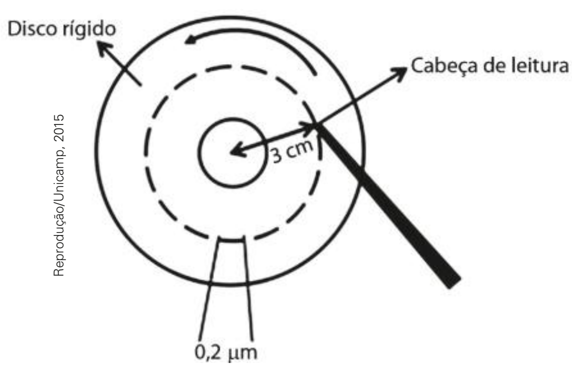
b) o módulo da velocidade $\vec{U}$ da bola em relação ao chão;

c) o ângulo θ entre as direções das velocidades $\vec{U}$ e $\vec{v}_R$ da bola.

Note e adote:
sen 37° = cos 53° = 0,60
cos 37° = sen 53° = 0,80 e $\pi \cong 3$

30. (Unicamp-SP) Considere um computador que armazena informações em um disco rígido que gira a uma frequência de 120 Hz. Cada unidade de informação ocupa um comprimento físico de 0,2 μm na direção do movimento de rotação do disco. Quantas informações magnéticas passam, por segundo, pela cabeça de leitura, se ela estiver posicionada a 3,0 cm do centro de seu eixo, como mostra o esquema simplificado apresentado abaixo? (Considere $\pi \cong 3$.)

a) $1{,}62 \cdot 10^6$.
b) $1{,}8 \cdot 10^6$.
c) $64{,}8 \cdot 10^8$.
d) $1{,}08 \cdot 10^8$.



31. (Uern)

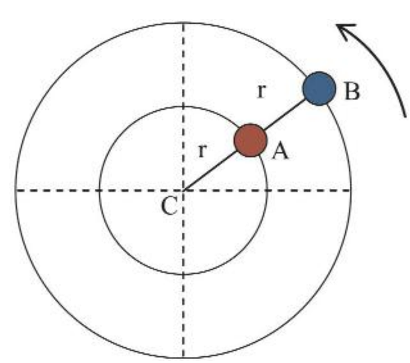
Seguir uma trajetória correta nas curvas é algo fundamental para a segurança do motociclista. Na estrada, encontramos o mais variado gênero de curvas: de raio crescente, sucessivas, em variados ângulos. (...) Antes de chegar a uma curva, devemos ter em mente como efetuar a manobra e, supostamente, conhecer a curva em questão. Devemos também decidir qual a velocidade, quando e onde vamos frear, porque nem todos o fazem de idêntico modo. Realizar tudo isto permite circular com superior segurança, porque o nosso cérebro passa a coordenar antecipadamente todas as manobras.

(http://www.motoesporte.com.br/site/dicas/como-fazer-curvas)

Um motociclista percorre uma curva que corresponde a um arco de circunferência de 60° com velocidade escalar constante de 108 km/h e aceleração centrípeta de módulo 2,5 m/s^2. Considerando-se $\pi = 3$, o intervalo de tempo gasto para percorrer toda a curva é

a) 12 s
b) 20 s
c) 15 s
d) 10 s

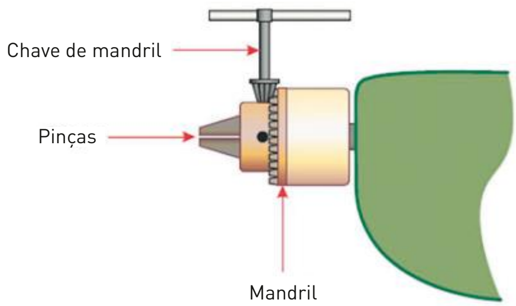
32. (UEA-AM) Dois objetos, **A** e **B**, estão ligados por um cabo rígido e descrevem movimento circular uniforme. As distâncias dos objetos ao centro comum **C** das trajetórias estão indicadas na figura.



As razões entre as velocidades escalares lineares $\frac{v_B}{v_A}$ e os módulos das acelerações centrípetas $\frac{a_B}{a_A}$ são, respectivamente,

a) 2 e 4
b) 1 e 2
c) 1 e 1
d) 2 e 1
e) 2 e 2

33. (Uninove-SP) Para prender uma broca ao mandril de uma furadeira, utiliza-se uma ferramenta especialmente desenhada para esse fim. A chave de mandril, como é denominada, consiste em uma pequena engrenagem que se acopla à engrenagem do cilindro do mandril e que, ao ser girada, fecha as pinças que seguram a broca.

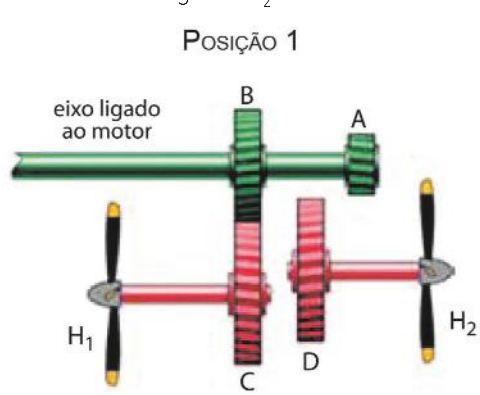


Reprodução/Uninove Medicina, 2015

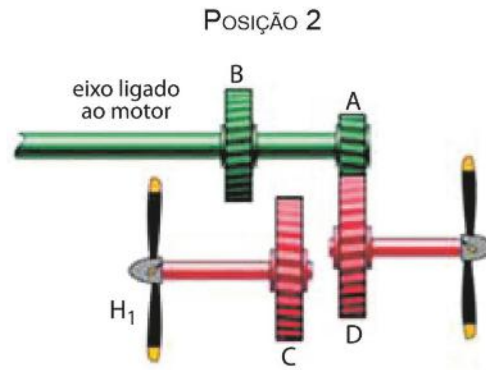
Sabendo-se que a engrenagem da chave de mandril tem 10 dentes e que a engrenagem do cilindro do mandril tem 40 dentes, se a chave de mandril é girada com velocidade angular de 2,0 rad/s, o cilindro do mandril é girado com velocidade angular, em rad/s, igual a

a) 4 b) 1 c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{2}$ e) 2

34. (Unesp-SP) A figura a seguir representa, de forma simplificada, parte de um sistema de engrenagens que tem a função de fazer girar duas hélices idênticas, $\mathbf{H_1}$ e $\mathbf{H_2}$. Um eixo ligado a um motor gira com velocidade angular constante e nele estão rigidamente presas duas engrenagens, **A** e **B**. Esse eixo pode movimentar-se horizontalmente, assumindo a posição 1 ou a posição 2. Na posição 1, a engrenagem **B** acopla-se à engrenagem **C** e, na posição 2, a engrenagem **A** acopla-se à engrenagem **D**. Com as engrenagens **B** e **C** acopladas, a hélice $\mathbf{H_1}$ gira com velocidade angular ω_1 e, com as engrenagens **A** e **D** acopladas, a hélice $\mathbf{H_2}$ gira com velocidade angular ω_2.



Reprodução/Unesp, 2015

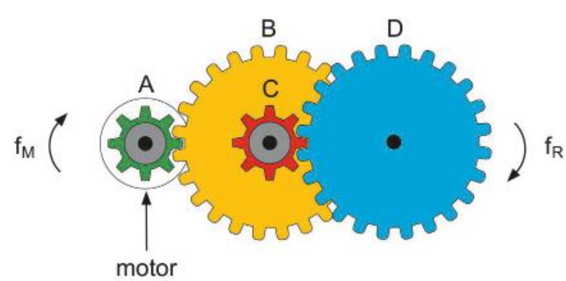


Reprodução/Unesp, 2015

Considere r_A, r_B, r_C e r_D os raios das engrenagens **A**, **B**, **C** e **D**, respectivamente. Sabendo que $r_B = 2r_A$ e que $r_C = r_D$, é correto afirmar que a relação $\frac{\omega_1}{\omega_2}$ é igual a

a) 1,0. c) 0,5. e) 2,2.
b) 0,2. d) 2,0.

35. (Unesp-SP) Um pequeno motor a pilha é utilizado para movimentar um carrinho de brinquedo. Um sistema de engrenagens transforma a velocidade de rotação desse motor na velocidade de rotação adequada às rodas do carrinho. Esse sistema é formado por quatro engrenagens, **A**, **B**, **C** e **D**, sendo que **A** está presa ao eixo do motor, **B** e **C** estão presas a um segundo eixo e **D** a um terceiro eixo, no qual também estão presas duas das quatro rodas do carrinho.



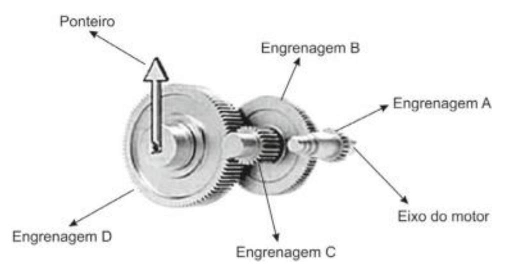
(www.mecatronicaatual.com.br. Adaptado.)
Reprodução/Unesp, 2016

Nessas condições, quando o motor girar com frequência f_M, as duas rodas do carrinho girarão com frequência f_R. Sabendo que as engrenagens **A** e **C** possuem 8 dentes, que as engrenagens **B** e **D** possuem 24 dentes, que os dentes das engrenagens são todos iguais, que não há escorregamento entre as engrenagens e que $f_M = 13{,}5$ Hz, é correto afirmar que f_R, em Hz, é igual a:

a) 1,5 d) 1,0
b) 3,0 e) 2,5
c) 2,0

36. (Enem) A invenção e o acoplamento entre engrenagens revolucionaram a ciência na época e propiciaram a invenção de várias tecnologias, como os relógios. Ao construir um pequeno cronômetro, um relojoeiro usa o sistema de engrenagens mostrado. De acordo com a figura, um motor é ligado ao eixo e movimenta as engrenagens fazendo o ponteiro girar. A frequência do motor é de 18 rpm, e o número de dentes das engrenagens está apresentado no quadro.

Engrenagem	Dentes
A	24
B	72
C	36
D	108



Reprodução/Enem, 2016

A frequência de giro do ponteiro, em rpm, é

a) 1 b) 2 c) 4 d) 81 e) 162

37. O estudo do movimento circular e uniforme introduz algumas noções próprias dos movimentos periódicos, como período e frequência. Traz também o conceito de velocidade angular e aceleração centrípeta, este último associado a todos os movimentos curvilíneos.

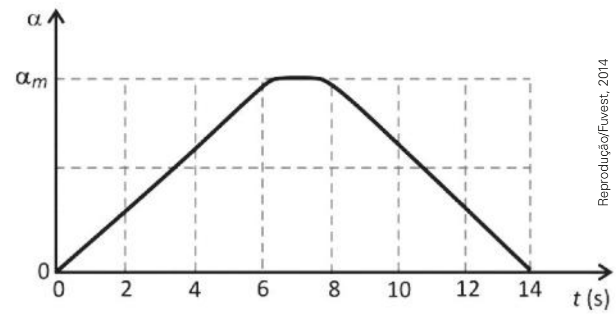
Na foto abaixo, um caminhão percorre uma pista circular de raio 120 m mantendo velocidade escalar constante igual a 108 km/h. As rodas dianteiras desse veículo têm diâmetro menor que as traseiras, sendo de 60 cm e 80 cm tais diâmetros, respectivamente.

Ian Bracegirdle/iStockphoto/Getty Images

Com base nessas informações, pede-se determinar:

a) a intensidade da aceleração vetorial do caminhão;
b) a relação entre as velocidades angulares das rodas traseiras e dianteiras;
c) o número de voltas que as rodas dianteiras dão a mais que as traseiras quando o caminhão realiza uma volta completa na pista.

38. (Fuvest-SP) Para suportar acelerações elevadas, um piloto de caça foi treinado em uma grande centrífuga com frequência de 20 rotações por minuto (rpm). A figura mostra o comportamento do módulo da aceleração angular α da centrífuga, em função do tempo, desde $t = 0$ até o instante $t = 14$ s, em que ela adquire a frequência de 20 rpm.



Reprodução/Fuvest, 2014

O valor máximo do módulo da aceleração, α_m, é próximo de

a) 0,15 rad/s² c) 0,70 rad/s² e) 25 rad/s²
b) 0,25 rad/s² d) 15 rad/s²

Adote $\pi \cong 3$.

39. (Fuvest-SP) De férias em Macapá, cidade brasileira situada na linha do equador e a 51 de longitude oeste, Maria faz um *selfie* em frente ao monumento do marco zero do equador. Ela envia a foto a seu namorado, que trabalha em um navio ancorado próximo à costa da Groenlândia, a 60° de latitude norte e no mesmo meridiano em que ela está. Considerando-se apenas os efeitos da rotação da Terra em torno de seu eixo, determine, para essa situação,

a) a velocidade escalar v_M de Maria;
b) o módulo a_M da aceleração de Maria;
c) a velocidade escalar v_n do namorado de Maria;
d) a medida do ângulo α entre as direções das acelerações de Maria e de seu namorado.

Note e adote:

Maria e seu namorado estão parados em relação à superfície da Terra.

As velocidades e acelerações devem ser determinadas em relação ao centro da Terra.

Considere a Terra uma esfera com raio $6 \cdot 10^6$ m.

Duração do dia $8 \cdot 10^4$ s.

$\pi \cong 3$

Ignore os efeitos da translação da Terra em torno do Sol.

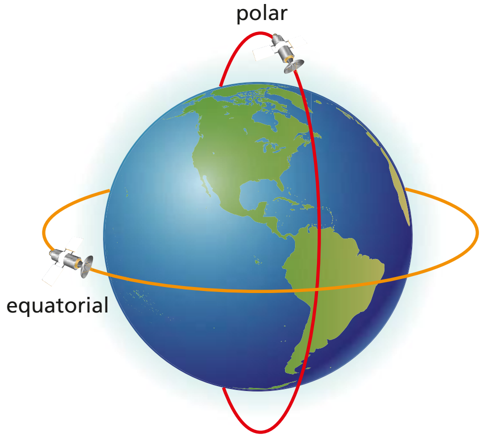
sen 30° = cos 60° = 0,5

sen 60° = cos 30° = 0,9

Para raciocinar um pouco mais

40. Suponha que fosse possível um pequeno satélite realizar translações em torno da Terra, admitida perfeitamente esférica, em uma órbita rasante (muito próxima ao solo) coincidente com a linha do Equador. Se ao comprimento dessa órbita fosse acrescido 1,0 m, a que altura *x* em relação do chão orbitaria o satélite?

41. Atualmente, gravitam ao redor da Terra centenas de satélites artificiais de várias nacionalidades, destacando-se os satélites **estacionários** (em repouso relativamente a um determinado ponto da superfície do planeta) e os satélites **polares**. Os estacionários, utilizados em telecomunicações, gravitam no plano do Equador em órbita circular alta, com raio próximo de 42 500 km. Já os polares, utilizados em monitoramento e mapeamento geográfico, meteorologia e espionagem, gravitam no plano que contém os polos Norte e Sul em órbitas baixas, com raios diversos que variam de 6 700 km a 8 400 km.



Banco de imagens/Arquivo da editora

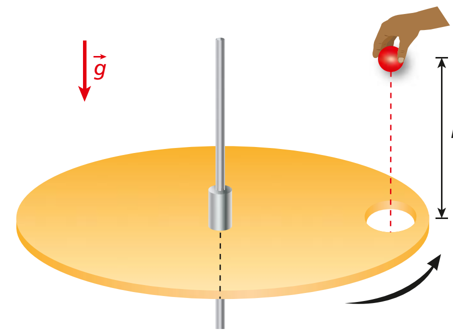
Suponha que um determinado satélite polar, em órbita circular de raio 8 400 km, ao passar duas vezes consecutivas por um mesmo ponto de sua órbita, o faça sobre dois meridianos terrestres alternados, intercalados por dois fusos horários. Adotando-se $\pi \cong 3$, pede-se responder:

a) Qual a velocidade escalar linear desse satélite polar, em km/h?

b) Em um período de 24 h, quantas vezes esse satélite passa sobre a cidade de Macapá, situada na Amazônia Brasileira, sobre a linha do Equador?

c) De quanto em quanto tempo esse satélite passa pela reta radial à esfera terrestre que contém um mesmo satélite estacionário?

42. Um disco horizontal dotado de um furo circular gira horizontalmente em rotação uniforme com frequência *f*, conforme ilustra o esquema a seguir. Uma bola, cujo diâmetro é pouco menor que o desse furo, será abandonada do repouso de uma altura *H* em relação à superfície girante e deverá despencar verticalmente em queda livre de modo a trespassar o furo existente no disco enquanto este realiza um número *N* (inteiro) de voltas.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo *g* a intensidade da aceleração da gravidade, pede-se:

a) determinar o valor de *N* em função de *H*, *g* e *f*;

b) esboçar o gráfico de *N* em função de *H*.

43. Considere um satélite artificial em órbita circular contida no plano do Equador, no mesmo sentido da rotação da Terra, com período de translação igual à T_S. Sabendo-se que esse satélite é visualizado a pino (no Zênite) sobre a cidade de Macapá a cada três dias, pede-se determinar, em horas, o valor de T_S nos seguintes casos:

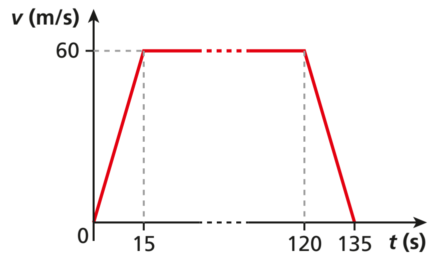
a) a velocidade angular do satélite em sua órbita é maior que a velocidade angular de rotação da Terra;

b) a velocidade angular do satélite em sua órbita é menor que a velocidade angular de rotação da Terra.

44. Para aprimorar suas habilidades em curvas relativamente fechadas, um piloto de motocicletas partiu do repouso no instante $t_0 = 0$ em uma pista circular de raio *R*, realizou seu treinamento e voltou ao repouso no instante t = 135 s, ao completar 25 voltas na trajetória.

Rainer Herhaus/Shutterstock

O gráfico da velocidade escalar, *v*, em função do tempo, *t*, dado abaixo, traduz esse evento cinemático.



Banco de imagens/Arquivo da editora

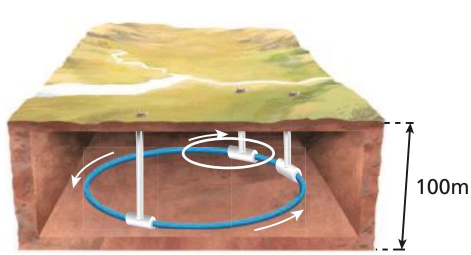
Desprezando-se as dimensões do conjunto piloto-moto e adotando-se $\pi \cong 3$, pede-se determinar:

a) o valor de *R*, em metros;

b) a velocidade escalar angular do conjunto piloto-moto, ω, em rad/s, entre os instantes t = 15 s e t = 120 s;

c) a intensidade da aceleração vetorial do conjunto piloto-moto, *a*, em m/s^2, no instante t = 132 s.

45. O LHC (Large Hadron Collider) é o maior acelerador de partículas em operação no mundo, estando localizado na fronteira entre a França e a Suíça. Sua forma é circular, com cerca de 27 km de comprimento, e sua instalação é subterrânea, a uma profundidade média de 100 m. Nesse equipamento feixes de prótons, núcleos atômicos e íons de chumbo são acelerados por potentes campos elétricos e magnéticos até velocidades da ordem da velocidade da luz no vácuo, sofrendo depois disso colisão com outras partículas. Desse impacto, resultam partículas ainda menores, similares às que existiam logo depois do instante primordial: o *big-bang*. Com isso, fica possível um "olhar ao passado", que permite aos cientistas identificarem características que existiam nos primórdios do Universo.

Banco de imagens/Arquivo da editora


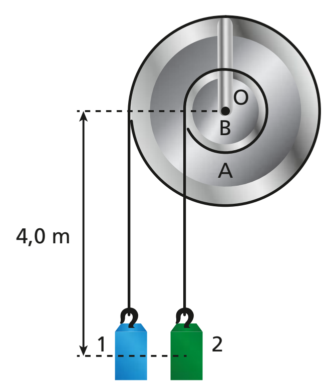
Suponha que um próton parta do repouso no LHC e acelere uniformemente até atingir a velocidade escalar linear de 0,6*c* ($c = 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s) depois de 1,0 s.

Não se levando em conta efeitos relativísticos, responda:

a) Qual intensidade da aceleração escalar angular do próton durante sua arrancada?

b) Quantas voltas o próton dá no LHC, aproximadamente, durante seu primeiro segundo de movimento?

46. No esquema abaixo estão representadas, fora de escala, duas polias, **A** e **B**, rigidamente acopladas entre si e trespassadas pelo eixo de um motor em **O**. O raio de **A** é $R_A = 40$ cm e o de **B** é $R_B = 30$ cm. Em **A** e **B** estão enrolados fios ideais que prendem em suas extremidades livres dois blocos, 1 e 2, de dimensões desprezíveis, inicialmente distantes 4,0 m do nível horizontal que contém o eixo **O**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Num determinado instante, o motor é ligado, impondo ao seu eixo uma aceleração escalar angular de módulo 0,2 rad/s^2, o que faz as polias girarem no sentido horário a partir do repouso e os blocos subirem.

a) Qual dos blocos, 1 ou 2, atinge primeiro o nível horizontal que contém o eixo **O**?

b) Depois de quanto tempo da situação inicial o bloco "vencedor" atinge esse nível?

DESCUBRA MAIS

1. Uma das maiores façanhas da Matemática em todos os tempos foi, sem dúvida, a medição do comprimento da circunferência da Terra e, consequentemente, do raio do planeta, realizada pelo grego de Sirene (território atual da Líbia), **Eratóstenes** (~276 a.C.-194 a.C.).
Pesquise sobre o método utilizado pelo matemático e como ele obteve seu resultado. O valor encontrado por Eratóstenes foi muito destoante do valor atual do raio da Terra, estimado em 6 371 km?

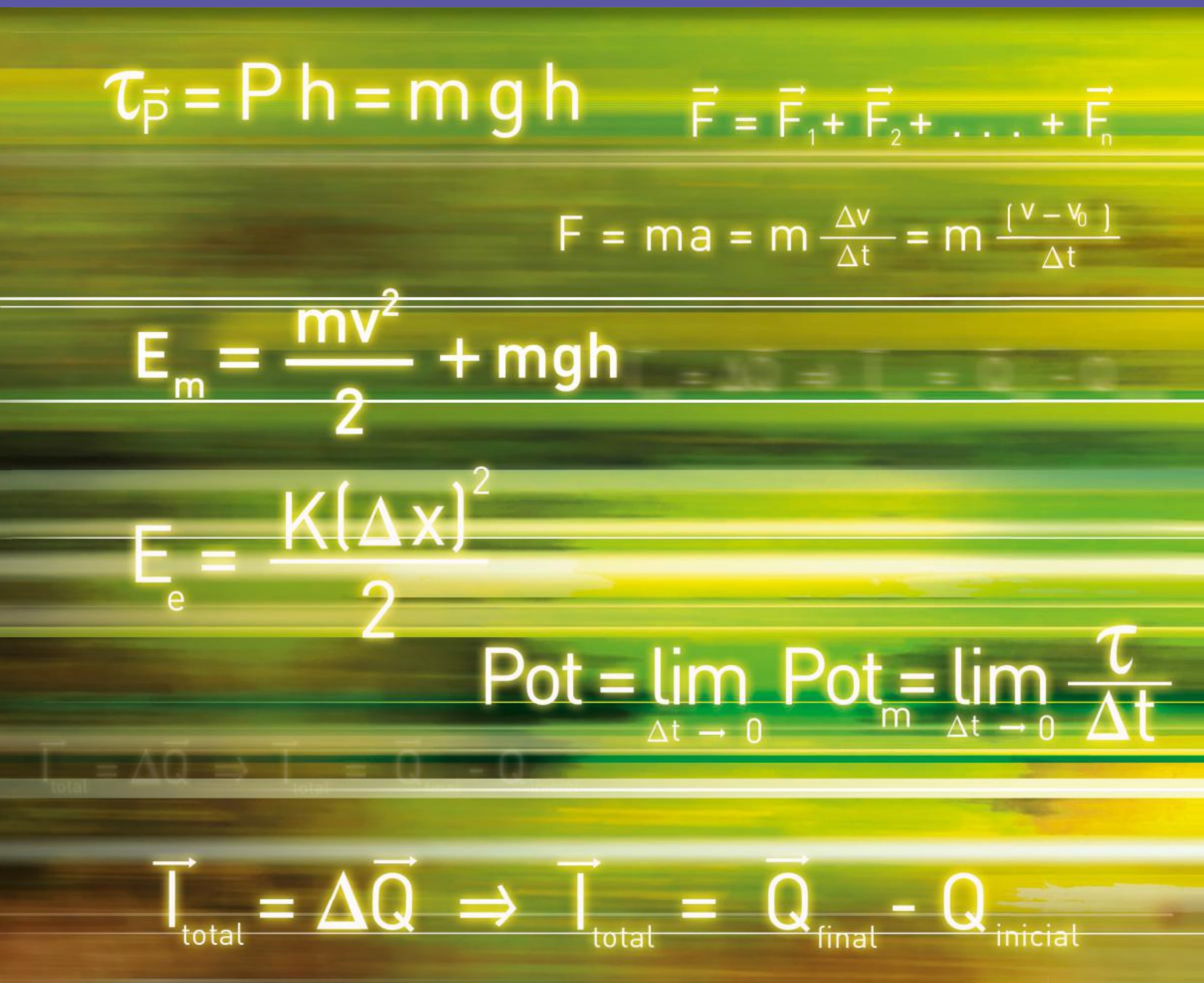
UNIDADE

2 Dinâmica

Foto: PeopleImages/DigitalVision/Getty Images
Ilustração: Gus Morais/Arquivo da editora

Na preparação de um atleta de ponta, especializado em provas de 100 metros rasos ou em corridas de meio-fundo (de 800 a 3 000 metros), ou mesmo de fundo (de 5 000 metros à maratona), tudo deve ser muito bem planejado e monitorado. O treinamento e a alimentação do esportista, seu peso, as capacidades aeróbica e de aceleração, além da velocidade escalar média, são realmente decisivos. Até o calçado mais adequado deve ser levado em conta com vistas a se obterem resultados mais contundentes ou até mesmo recordes.

Em **Dinâmica**, estudam-se os movimentos juntamente com as causas que os produzem e modificam. Nesse estudo comparecem as grandezas físicas massa, força, trabalho, energia, impulso e quantidade de movimento, entre outras.



NESTA UNIDADE VAMOS ESTUDAR:

- **Tópico 1:** Os princípios da Dinâmica
- **Tópico 2:** Atrito entre sólidos
- **Tópico 3:** Resultantes tangencial e centrípeta
- **Tópico 4:** Gravitação
- **Tópico 5:** Movimentos em campo gravitacional uniforme
- **Tópico 6:** Trabalho e potência
- **Tópico 7:** Energia mecânica e sua conservação
- **Tópico 8:** Quantidade de movimento e sua conservação

TÓPICO

1

Os princípios da Dinâmica

Picturecorrect/Dreamstime/Glow Images

Nesta imagem, atletas com traje de *wingsuit* saltam sobre Koror, Palau.

O *wingsuit* é um esporte radical em que os praticantes têm incríveis momentos de homens-pássaros. Trajando roupas aerodinâmicas, especialmente desenhadas para essa modalidade, paraquedistas realizam longos movimentos de descida sob a ação da gravidade e das forças de resistência do ar.

Considerando-se uma queda vertical, enquanto a intensidade do peso do esportista supera a magnitude da força de resistência do ar, o movimento é acelerado, tornando-se uniforme a partir do instante em que essas forças se equilibram.

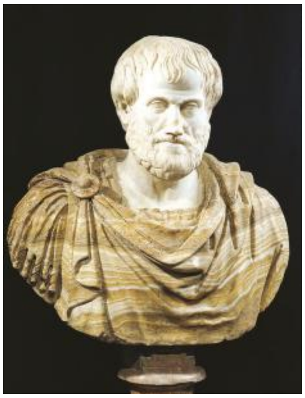
No tópico que aqui iniciamos, estudaremos as **Leis de Newton**, fundamentais na análise das causas que produzem e modificam os movimentos. Nesse estudo, serão adicionadas duas grandezas físicas essenciais ao desenvolvimento da Mecânica: **força** e **massa**.

Bloco 1

1. Introdução

Vivemos em um Universo em movimento. Galáxias se movem, o mesmo acontece com estrelas, planetas, asteroides, satélites, cometas e meteoros. Uma pedra em queda, uma pessoa caminhando, um ônibus se deslocando ou um elétron se movimentando no interior de um acelerador de partículas são situações de movimento que exigem análise e compreensão.

Os movimentos fascinam o espírito indagador humano desde os mais remotos tempos. Muitos pensadores formularam hipóteses na tentativa de explicá-los. O filósofo grego Aristóteles apresentou teorias que vigoraram por muitos séculos, pois se adequavam ao pensamento religioso da época. Posteriormente, entretanto, suas ideias foram em grande parte refutadas por Galileu Galilei. Depois deste, seguiram-se Isaac Newton e Albert Einstein, que deram sustentação matemática às teorias já existentes e ampliaram o conhecimento sobre os movimentos.


DeAgostini/Diomedia

Aristóteles (384 a.C.-322 a.C.). Considerado um dos maiores pensadores do Ocidente, nasceu na Grécia, na cidade de Estagira (hoje Stavros), dominada na época pelos macedônios. Discípulo de Platão, durante grande parte da sua vida viveu em Atenas, onde produziu obras de importância fundamental para o desenvolvimento do pensamento humano, abrangendo praticamente todos os assuntos de interesse para a Filosofia e a Ciência. Seus postulados constituem a base da lógica e muitas de suas citações sobre os movimentos tiveram, no mínimo, relevância histórica, já que estimularam outros pensadores a iniciar uma discussão mais fundamentada sobre o assunto.

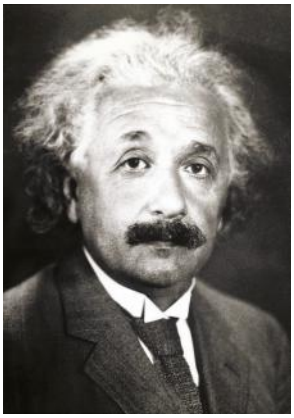
Galileu Galilei (1564-1642). Italiano de Pisa, é considerado o fundador da Ciência Moderna pela introdução do **método científico** – compreensão e comprovação das leis da natureza por meio da experimentação sistemática. Estudou a queda dos corpos e inventou uma série de instrumentos científicos ligados à Hidrostática e à Astronomia. Desenvolveu o telescópio, que lhe permitiu observar a Lua, os anéis de Saturno e as manchas solares. Deu forte apoio à teoria heliocêntrica de Copérnico, o que lhe custou enfrentamentos com a Igreja, a qual o obrigou a abjurar perante um tribunal da Inquisição.

Domenico Tintoretto Galilei Galileo, 1605-7/National Maritime Museum, London, UK/Diomedia

Retrato de **Galileu** Galilei, pintado por Domenico Robusti, conhecido por il Tintoretto.


Art Images Archive/Glow Images

Isaac Newton (1642-1727). Inglês de Woolstorpe, fundamentou-se nos trabalhos de Galileu para apresentar as leis do movimento em seu livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*. Elaborou a importantíssima Lei da Atração das Massas, que deu à Física e à Astronomia explicações essenciais. Formulou teorias sobre Óptica e estudou a decomposição da luz branca nos prismas. Ao perceber que a matemática da época era insuficiente para descrever completamente os fenômenos físicos conhecidos, desenvolveu o Cálculo Diferencial Integral, abrindo novos horizontes aos pesquisadores. Segundo Voltaire, Newton seria "o maestro que regeria a orquestra quando, um dia, todos os gênios do mundo se reunissem".



SuperStock /Diomedia

Albert Einstein (1879-1955). Alemão de Ulm, publicou, em 1905, a Teoria da Relatividade Restrita ao descobrir que os princípios da Mecânica Clássica de Galileu e Newton eram inadequados para descrever movimentos de corpos a velocidades próximas à da luz no vácuo ($c \cong 3{,}0 \cdot 10^8$ m/s). Na sua teoria, os conceitos de comprimento, massa e tempo adquiriram caráter relativo, já que dependiam da velocidade do corpo considerado. Einstein, homem genial, foi distinguido com o Nobel de Física, em 1921, por trabalhos sobre o efeito fotoelétrico. Estabeleceu a relação de transformação de massa em energia, o que, para sua tristeza, serviu de base para a construção de bombas atômicas.

A Dinâmica é a parte da Mecânica que estuda os movimentos, considerando os fatores que os produzem e modificam. Nessa parte da Física, aparecem as leis que regem os movimentos, envolvendo os conceitos de massa, força e energia, entre outros. Em nosso curso, abordaremos a chamada Mecânica Clássica, que é baseada nos pensamentos de Galileu e Newton. No final do volume 3, apresentaremos os fundamentos da Mecânica Relativística de Einstein.

2. O efeito dinâmico de uma força

Na Cinemática, estudamos diversas situações em que a aceleração vetorial não era nula, ou seja, as partículas movimentavam-se com velocidade vetorial variável. É o que acontece, por exemplo, nos movimentos acelerados, em que há aumento do módulo da velocidade no decorrer do tempo. Entretanto, esses movimentos de aceleração não nula foram apresentados sem que fosse feita uma pergunta fundamental: quem é o agente físico causador da aceleração? E a resposta aqui está: é a **força**.

Somente sob a ação de uma força é que uma partícula pode ser acelerada, isto é, pode experimentar variações de velocidade vetorial ao longo do tempo.

Diz-se, então, que:

Força é o agente físico cujo efeito dinâmico é a aceleração.

JÁ PENSOU NISTO?

Aceleradíssimos!

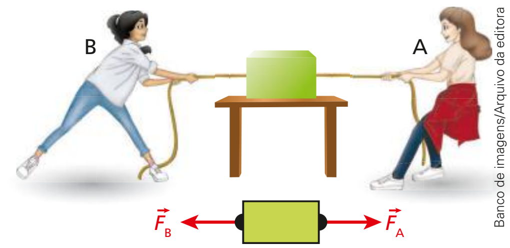
Os *dragsters* são veículos capazes de arrancar com acelerações elevadíssimas se comparadas às dos carros comuns, conseguindo atingir 500 km/h em apenas 8 s, depois de partirem do repouso. Isso se deve a um motor especial, de grande potência, instalado em uma estrutura leve e de aerodinâmica adequada. Para obter essa aceleração, os *dragsters* requerem uma força propulsora externa que é aplicada pelo solo sobre as rodas motrizes traseiras.

Zuma Press/Glow Images

3. Conceito de força resultante

Consideremos o arranjo experimental representado na figura ao lado, em que um bloco, apoiado em uma mesa horizontal e lisa, é puxado horizontalmente pelas garotas **A** e **B**.

A garota **A** puxa o bloco para a direita, aplicando-lhe uma força $\vec{F}_A$. A garota **B**, por sua vez, puxa o bloco para a esquerda, exercendo uma força $\vec{F}_B$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

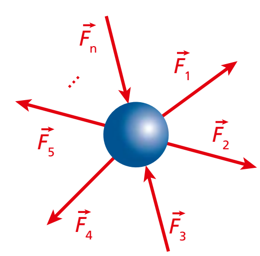
Se apenas **A** puxasse o bloco, este seria acelerado para a direita, com aceleração $\vec{a}_A$. Se, entretanto, apenas **B** puxasse o bloco, este seria acelerado para a esquerda, com aceleração $\vec{a}_B$.

Supondo que **A** e **B** puxem o bloco conjuntamente, observaremos como produto final uma aceleração $\vec{a}$, que poderá ter características diversas. Tudo dependerá da intensidade de $\vec{F}_A$ comparada à de $\vec{F}_B$:

- Se $|\vec{F}_A| > |\vec{F}_B|$, notaremos $\vec{a}$ dirigida para a direita;
- se $|\vec{F}_A| = |\vec{F}_B|$, teremos $\vec{a} = \vec{0}$;
- se $|\vec{F}_A| < |\vec{F}_B|$, $\vec{a}$ será orientada para a esquerda.

A **força resultante** de $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ equivale a uma força única que, atuando sozinha, imprime ao bloco a mesma aceleração $\vec{a}$ que $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$ imprimiriam se agissem em conjunto.

Considere a partícula da figura ao lado submetida à ação de um sistema de *n* forças.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

A resultante ($\vec{F}$) desse sistema de forças é a soma vetorial das *n* forças que o compõem:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n$$

NOTA!

A resultante $\vec{F}$ não é uma força a mais a agir na partícula; $\vec{F}$ é apenas o resultado de uma adição vetorial.

Exercícios Nível 1

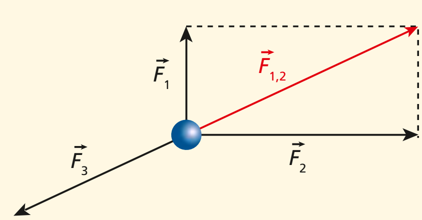
1. **E.R.** Uma partícula está sujeita à ação de três forças, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$, cuja resultante é nula. Sabendo que $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são perpendiculares entre si e que suas intensidades valem, respectivamente, 6,0 N e 8,0 N, determine as características de $\vec{F}_3$.

Resolução:

Inicialmente, temos que:

> Se a resultante de três forças aplicadas em uma partícula é nula, então as três forças devem estar contidas no mesmo plano.

No caso, $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ determinam um plano. A força $\vec{F}_3$ (equilibrante da soma de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$) deve pertencer ao plano de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_2$ e, além disso, ser oposta em relação à resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$\boxed{\vec{F}_3 = -\vec{F}_{1,2}; \quad F_3 = F_{1,2}}$$

A intensidade de $\vec{F}_3$ pode ser calculada pelo **Teorema de Pitágoras**:

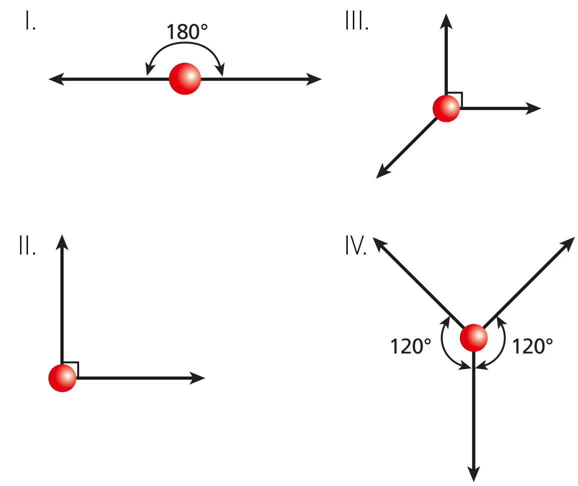
$$F_3^2 = F_1^2 + F_2^2 \Rightarrow F_3^2 = (6{,}0)^2 + (8{,}0)^2$$

$$\boxed{F_3 = 10 \text{ N}}$$

Respondemos, finalmente, que as características de $\vec{F}_3$ são:

- **intensidade**: 10 N;
- **direção**: a mesma da resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$;
- **sentido**: contrário ao da resultante de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.

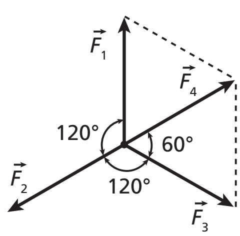
2. Nos esquemas de I a IV, é representada uma partícula e todas as forças que agem sobre ela. As forças têm a mesma intensidade F e estão contidas em um mesmo plano. Em que caso (ou casos) a força resultante na partícula é certamente nula?



Banco de imagens/Arquivo da editora

Exercícios Nível 2

3. Com base no sistema de forças coplanares de mesma intensidade, representado abaixo, indique a alternativa correta:



Banco de imagens/Arquivo da editora

a) $\vec{F}_1$ é resultante da soma de $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$.

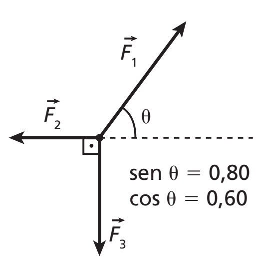
b) $\vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$.

c) $\vec{F}_2$ é resultante da soma de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_3$ e $\vec{F}_4$.

d) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0}$.

e) $\vec{F}_2$ é resultante da soma de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_3$.

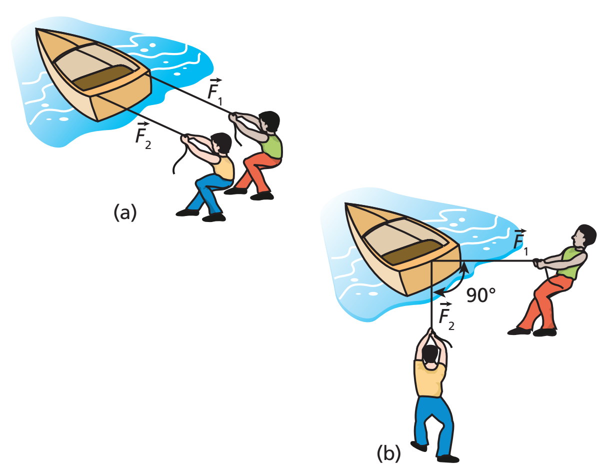
4. Um ponto material está sob a ação das forças coplanares $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ indicadas na figura abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que as intensidades de $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ valem, respectivamente, 100 N, 66 N e 88 N, calcule a intensidade da força resultante do sistema.

5. (PUC-SP) Os esquemas seguintes mostram um barco sendo retirado de um rio por dois homens. Em (a), são usadas cordas que transmitem ao barco forças paralelas de intensidades F_1 e F_2. Em (b), são usadas cordas inclinadas de 90° que transmitem ao barco forças de intensidades iguais às anteriores.



Reprodução/Arquivo da editora

Sabe-se que, no caso (a), a força resultante transmitida ao barco tem valor 700 N e, no caso (b), 500 N. Nessas condições, calcule F_1 e F_2.

4. Equilíbrio de uma partícula

Dizemos que uma partícula está em **equilíbrio** em relação a um dado referencial quando a resultante das forças que nela agem é nula.

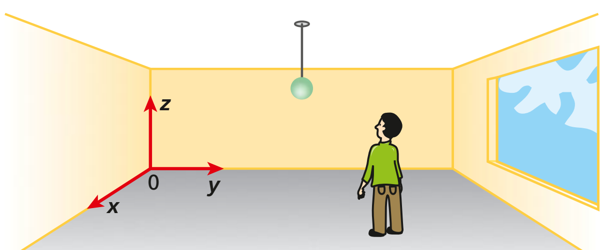
Distinguem-se dois tipos de equilíbrio para uma partícula: equilíbrio **estático** e equilíbrio **dinâmico**.

Equilíbrio estático

Dizemos que uma partícula está em **equilíbrio estático** quando se apresenta em repouso em relação a um dado referencial.

Estando em equilíbrio estático, uma partícula tem velocidade vetorial constante e nula ($\vec{v}$ = constante = $\vec{0}$).

Considere, por exemplo, a situação da figura abaixo, em que um homem pendurou no teto de uma sala uma pequena esfera, utilizando um cordão. Suponha que ele tenha associado a um dos cantos da sala um referencial cartesiano, formado pelos eixos ***x*** (abscissas), ***y*** (ordenadas) e ***z*** (cotas).



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Se a posição da esfera é invariável em relação ao referencial adotado, temos aí uma situação de equilíbrio estático. A esfera está em repouso (velocidade vetorial nula) e a resultante das forças que nela agem é nula.

Equilíbrio dinâmico

Dizemos que uma partícula está em **equilíbrio dinâmico** quando se apresenta em movimento retilíneo e uniforme (MRU) em relação a um dado referencial.

Estando em equilíbrio dinâmico, uma partícula tem velocidade vetorial constante e não nula ($\vec{v}$ = constante $\neq \vec{0}$).

Um exemplo em que se pode analisar o equilíbrio dinâmico é o lançamento de uma nave espacial da Terra rumo a um astro distante. Inicialmente seu movimento é acelerado sob a ação dos sistemas propulsores em franco funcionamento.

Ao atingir regiões do espaço onde as influências gravitacionais são desprezíveis, entretanto, os sistemas propulsores podem ser desligados. Com esses sistemas desligados a nave não para; segue em movimento retilíneo e uniforme, mantendo constante a velocidade que tinha no instante do desligamento.

Livre de ações gravitacionais significativas e com os sistemas propulsores desligados, a nave encontra-se em equilíbrio dinâmico.

5. Conceito de inércia

Inércia é a tendência dos corpos em conservar sua velocidade vetorial.

Exemplifiquemos o conceito de inércia abordando uma situação conhecida de todos: trata-se do corriqueiro caso do passageiro que viaja de pé no corredor de um ônibus.

Suponhamos que o ônibus esteja parado diante de um semáforo. Quanto valem as velocidades do ônibus e do passageiro em relação à Terra? Zero! Então, o ônibus arranca e, como se diz na linguagem cotidiana, o passageiro é jogado para trás. Nesse instante, ele está manifestando **inércia de repouso**, pois tende a continuar, em relação à Terra, parado no mesmo lugar. É importante frisar que, em relação à Terra, o passageiro não foi "jogado para trás": na realidade, seu corpo apenas manifestou uma tendência de manter a velocidade nula.

Vamos supor ainda que o ônibus esteja viajando por uma estrada retilínea, plana e horizontal, com velocidade de 60 km/h. Quanto vale a velocidade do passageiro, nesse caso, em relação à Terra? Também 60 km/h. Então, o ônibus freia bruscamente e o passageiro é "atirado para a frente". Nessa situação, ele está manifestando **inércia de movimento**, pois tende a continuar, em relação à Terra, com a mesma velocidade (60 km/h), em movimento retilíneo e uniforme. É importante destacar que, em relação à Terra, o passageiro não foi "atirado para a frente": na realidade, seu corpo apenas manifestou uma tendência de manter a velocidade anterior à freada.

O passageiro entrará em movimento a partir do repouso ou será freado a partir de 60 km/h se receber do meio que o cerca uma **força**. Só com a aplicação de uma força externa adequada é que suas tendências inerciais serão vencidas e, consequentemente, sua velocidade vetorial será alterada.

Com base no que foi exposto, podemos concluir:

Tudo o que possui matéria tem inércia.
A inércia é uma característica própria da matéria.

E ainda:

Para que as tendências inerciais de um corpo sejam vencidas, é necessária a intervenção de força externa.

6. O Princípio da Inércia (1ª Lei de Newton)

Este princípio está implícito nos itens anteriores. Vamos agora formalizá-lo por meio de dois enunciados equivalentes.

1º Enunciado

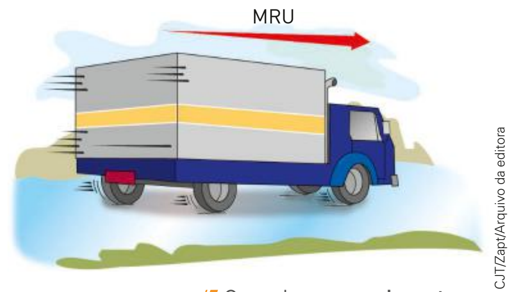
Se a força resultante sobre uma partícula é nula, ela permanece em repouso ou em movimento retilíneo e uniforme, por inércia.

Como exemplo, admitamos um grande lago congelado, cuja superfície é perfeitamente lisa, plana e horizontal. No local, não há presença de ventos, e a influência do ar é desprezível. Num caminhão parado no meio do lago, a força resultante é nula. Se o motorista tentar arrancar com o veículo, não conseguirá, pois, devido à inexistência de atrito, o caminhão permanecerá "patinando", sem sair do lugar.

CJT/Zapt/Arquivo da editora

Quando em **repouso**, enquanto a força resultante for nula, o caminhão permanecerá em repouso, por inércia.

Vamos supor, no entanto, que, de algum modo, o caminhão seja colocado em movimento. Nesse caso, sua velocidade será constante, ou seja, o veículo seguirá em linha reta, em movimento uniforme. Se o motorista virar o volante para qualquer lado ou acionar os freios, nada ocorrerá. Pelo fato de a força externa resultante ser nula, o movimento do caminhão não será afetado.



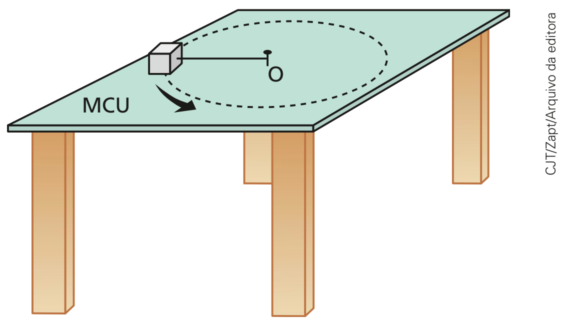
Quando em **movimento**, enquanto a força externa resultante for nula, o caminhão seguirá em movimento retilíneo e uniforme (MRU), por inércia.

2º Enunciado

Um corpo livre de uma força externa resultante é incapaz de variar sua própria velocidade vetorial.

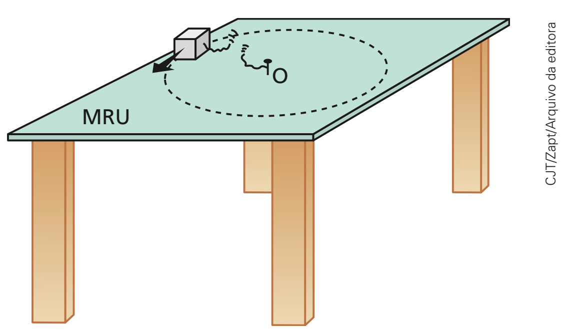
Para entender o Princípio da Inércia sob esse ponto de vista, analisemos o exemplo a seguir.

Na figura abaixo, está representada uma mesa plana, horizontal e perfeitamente lisa, sobre a qual um bloco, preso por um fio inextensível, realiza um movimento circular e uniforme (MCU) em torno do centro **O**.



Nesse caso, embora tenha módulo constante, a velocidade vetorial do bloco varia em direção de ponto para ponto da trajetória. Quem provoca essa variação na direção da velocidade? É a força aplicada pelo fio que, em cada instante, tem a direção do raio da circunferência e está dirigida para o centro **O**. É ela quem mantém o bloco em movimento circular.

Suponha que, em dado instante, o fio se rompa. O bloco "escapará pela tangente", passando a descrever, sobre a mesa, um movimento retilíneo e uniforme (MRU).



Pode-se concluir, então, que, eliminada a força exercida pelo fio, o bloco torna-se incapaz de, por si só, variar sua velocidade vetorial. Ele segue, por inércia, em trajetória reta com velocidade constante.

Note que, para variar a velocidade vetorial de um corpo, é necessária a intervenção de uma força resultante, fruto das ações de agentes externos ao corpo. Sozinho (livre de força resultante externa), um corpo em movimento mantém velocidade vetorial constante, por inércia.

Faça você mesmo

Observando a inércia de repouso de uma moeda

Manifestações da inércia dos corpos podem ser notadas em diversas ocorrências do dia a dia, como na situação que propomos a seguir.

Material necessário

- 1 copo de vidro transparente;
- 1 moeda de 1 real ou equivalente;
- 1 placa retangular bem lisa, de acrílico ou papelão.

Procedimento

I. Coloque a moeda sobre a placa e esta sobre a boca do copo, apoiando todo o conjunto em cima de uma mesa. Cuide para que durante o procedimento o copo não se desloque.

Cristina Xavier/Acervo da fotógrafa

II. Puxe vigorosa e rapidamente a placa, na direção horizontal. Você perceberá a moeda cair dentro do copo, atingindo seu fundo.

Cristina Xavier/Acervo da fotógrafa

Desenvolvimento

1. Com base nos conceitos de força resultante e peso, e também na **1ª Lei de Newton** (Princípio da Inércia), redija uma explicação para o fenômeno observado. Compare seu texto com o de seus colegas e discuta os resultados obtidos.

2. Se a placa retangular fosse bastante áspera, ainda assim a moeda cairia dentro do copo?

3. Se você puxasse a placa retangular lentamente, ainda assim a moeda cairia dentro do copo?

4. Enumere outras situações práticas similares à da atividade experimental proposta que você já tenha vivenciado em seu dia a dia.

5. Considere um enorme bloco de gelo em forma de paralelepípedo apoiado sobre a carroceria de um caminhão inicialmente em repouso em uma estrada reta, plana e horizontal. Despreze qualquer atrito entre o gelo e a superfície de apoio, bem como a resistência do ar. Admita ainda que a carroceria do veículo consista simplesmente de uma plataforma plana paralela ao solo. Se o caminhão arrancar, imprimindo um movimento acelerado, o que ocorrerá com o bloco de gelo? Justifique sua resposta com base em princípios físicos.

6. Leia a tirinha abaixo.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Elaborado com base na ideia de Ricardo Helou Doca.

É possível concluir que o cavaleiro foi atirado para fora do cavalo porque:

a) conforme a 1ª Lei de Newton, matéria atrai matéria.

b) conforme a 1ª Lei de Newton, todos os corpos são capazes de se mover sozinhos.

c) conforme o Princípio da Inércia, cavalos permanecem inertes diante de cobras.

d) com a súbita freada, sua aceleração inicial foi mantida por inércia.

e) com a súbita freada, sua velocidade inicial foi mantida por inércia.

7. Indique a alternativa que está em desacordo com o Princípio da Inércia.

a) A velocidade vetorial de uma partícula só pode ser variada se esta estiver sob a ação de uma força resultante não nula.

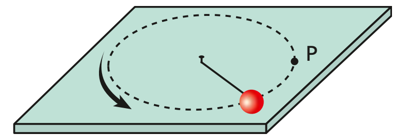
b) Se a resultante das forças que agem em uma partícula é nula, dois estados cinemáticos são possíveis: repouso ou movimento retilíneo e uniforme.

c) Uma partícula livre da ação de uma força externa resultante é incapaz de vencer suas tendências inerciais.

d) Numa partícula em movimento circular e uniforme, a resultante das forças externas não pode ser nula.

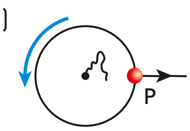
e) Uma partícula pode ter movimento acelerado sob força resultante nula.

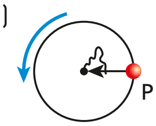
8. (Cesgranrio) Uma bolinha descreve uma trajetória circular sobre uma mesa horizontal sem atrito, presa a um prego por um cordão (figura seguinte).

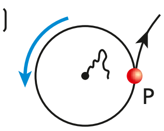


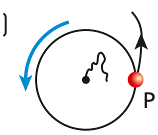
Reprodução/Arquivo da editora

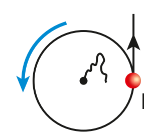
Quando a bolinha passa pelo ponto **P**, o cordão que a prende ao prego arrebenta. A trajetória que a bolinha então descreve sobre a mesa é:

a)


b)


c)


d)


e)


Reprodução/Arquivo da editora

9. Super-homem, famoso herói das histórias em quadrinhos e do cinema, acelera seu próprio corpo, freia e faz curvas sem utilizar sistemas propulsores, tais como asas e foguetes. É possível a existência de um herói como o Super-homem? Fundamente sua resposta em leis físicas.

10. Analise as proposições a seguir:

I. O cinto de segurança, item de uso obrigatório no trânsito brasileiro, visa aplicar ao corpo do motorista e dos passageiros forças que contribuam para vencer sua inércia de movimento.

II. Um cachorro pode ser acelerado simplesmente puxando com a própria boca a guia presa à coleira atada em seu pescoço.

III. O movimento orbital da Lua ao redor da Terra ocorre por inércia.

Estão corretas:

a) I, II e III.

b) Somente I e II.

c) Somente II e III.

d) Somente I e III.

e) Somente I.

Exercícios Nível 2

11. (Uepa) Na parte final de seu livro, *Discursos e demonstrações concernentes a duas novas ciências*, publicado em 1638, Galileu Galilei trata do movimento de um projétil da seguinte maneira: "Suponhamos um corpo qualquer, lançado ao longo de um plano horizontal, sem atrito; sabemos... que esse corpo se moverá indefinidamente ao longo desse mesmo plano, com um movimento uniforme e perpétuo, se tal plano for ilimitado."

O princípio físico com o qual se pode relacionar o trecho destacado acima é:

a) o Princípio da Inércia ou 1ª Lei de Newton.
b) o Princípio Fundamental da Dinâmica ou 2ª Lei de Newton.
c) o Princípio da Ação e Reação ou 3ª Lei de Newton.
d) a Lei da Gravitação Universal.
e) o Teorema da Energia Cinética.

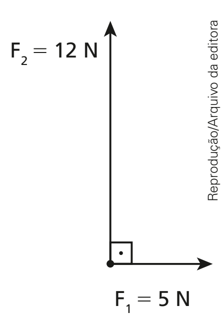
12. A respeito de uma partícula em equilíbrio, examine as proposições abaixo:

I. Não recebe a ação de forças.
II. Descreve trajetória retilínea.
III. Pode estar em repouso.
IV. Pode ter altas velocidades.

São corretas:

a) todas.
b) apenas I e II.
c) apenas I e III.
d) apenas III e IV.
e) apenas I, III e IV.

13. (PUCC-SP) Submetida à ação de três forças constantes, uma partícula se move em linha reta com movimento uniforme. A figura ao lado representa duas dessas forças:



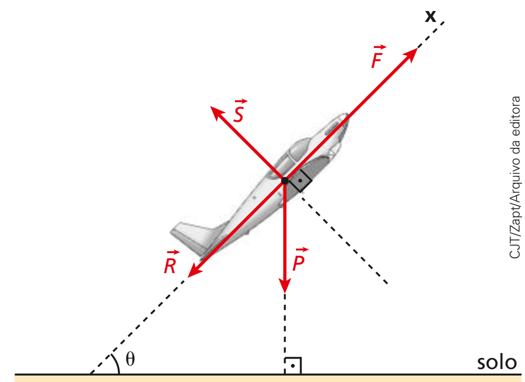
Reprodução/Arquivo da editora

A terceira força tem módulo:

a) 5.
b) 7.
c) 12.
d) 13.
e) 17.

14. O avião esquematizado na figura a seguir está em voo ascendente, de modo que sua trajetória é uma reta **x**, inclinada de um ângulo θ em relação ao solo, admitido plano e horizontal. Nessa situação, o avião recebe a ação de quatro forças:

$\vec{P}$: força da gravidade ou peso (perpendicular ao solo);
$\vec{S}$: força de sustentação do ar (perpendicular a **x**);
$\vec{F}$: força propulsora (na direção de **x**);
$\vec{R}$: força de resistência do ar (na direção de **x**).



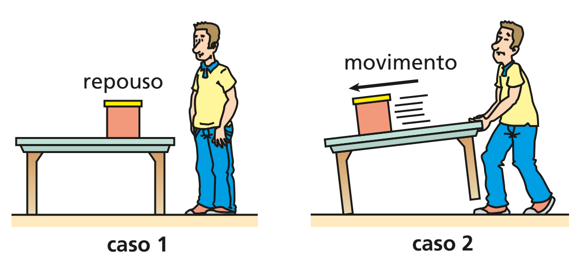
CJT/Zapt/Arquivo da editora

Supondo que o movimento do avião seja uniforme, analise as proposições a seguir e identifique as corretas:

(01) O avião está em equilíbrio dinâmico.
(02) $\vec{P} + \vec{S} + \vec{F} + \vec{R} = \vec{0}$
(04) $|\vec{F}| = |\vec{R}| + |\vec{P}|\,\text{sen}\,\theta$
(08) $|\vec{S}| = |\vec{P}|$
(16) O avião está em movimento, por inércia.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

15. Nas situações 1 e 2 esquematizadas a seguir, um mesmo bloco de peso $\vec{P}$ é apoiado sobre a superfície plana de uma mesa, que é mantida em repouso em relação ao solo horizontal. No caso 1, o bloco permanece parado e, no caso 2, ele desce a mesa inclinada, deslizando com velocidade vetorial constante.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Sendo $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ as forças totais de contato que a mesa aplica sobre o bloco nos casos 1 e 2, respectivamente, aponte a alternativa **incorreta**:

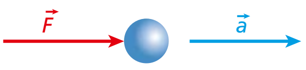
a) $|\vec{F}_1| = |\vec{P}|$.
b) $\vec{F}_1 = -\vec{P}$.
c) $\vec{F}_2$ é perpendicular ao solo.
d) $\vec{F}_1 = \vec{F}_2$.
e) $|\vec{F}_2| > |\vec{P}|$.

Bloco 3

7. O Princípio Fundamental da Dinâmica (2ª Lei de Newton)

Consideremos uma partícula submetida à ação de uma força resultante $\vec{F}$. O que devemos esperar que aconteça com essa partícula? Ela adquirirá uma aceleração $\vec{a}$, isto é, experimentará variações de velocidade com o decorrer do tempo.

Supondo que $\vec{F}$ seja horizontal e dirigida para a direita, qual será a direção e o sentido de $\vec{a}$? Mostra a experiência que $\vec{a}$ terá a mesma orientação de $\vec{F}$, ou seja, será horizontal para a direita.

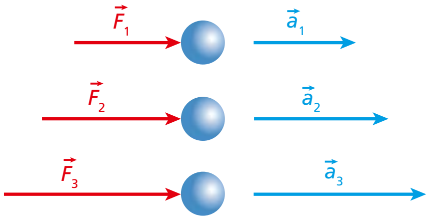


Banco de imagens/Arquivo da editora

Se $\vec{F}$ é a resultante das forças que agem em uma partícula, esta adquire uma aceleração $\vec{a}$ de mesma orientação que $\vec{F}$, isto é, $\vec{a}$ tem a mesma direção e o mesmo sentido que $\vec{F}$.

Se aumentarmos a intensidade de $\vec{F}$, o que ocorrerá? Verifica-se que esse aumento provoca aumento diretamente proporcional no módulo de $\vec{a}$. A partícula experimenta variações de velocidade cada vez maiores, para um mesmo intervalo de tempo.

Considere o exemplo esquematizado ao lado, em que uma mesma partícula é submetida, sucessivamente, à ação das forças resultantes $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$. Consequentemente, como já dissemos, a partícula irá adquirir, respectivamente, as acelerações $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ e $\vec{a}_3$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Assim, se $F_3 > F_2 > F_1$, teremos $a_3 > a_2 > a_1$. Lembrando que o módulo da aceleração é diretamente proporcional à intensidade da força, podemos escrever:

$$\frac{F_3}{a_3} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_1}{a_1} = k$$

em que *k* é a constante da proporcionalidade.

A constante *k* está ligada à dificuldade de se produzir na partícula determinada aceleração, isto é, refere-se à medida da inércia da partícula. Essa constante denomina-se **massa** (inercial) da partícula e é simbolizada por *m*. Daí segue que:

$$\frac{F_3}{a_3} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_1}{a_1} = m$$

Ou, de forma genérica:

$$\frac{F}{a} = m \Rightarrow F = ma$$

Escrevendo essa expressão na forma vetorial, temos: $\vec{F} = m\vec{a}$.

Tendo em vista o exposto, cabe ao **Princípio Fundamental da Dinâmica** (2ª Lei de Newton) o seguinte enunciado:

> Se $\vec{F}$ é a resultante das forças que agem em uma partícula, então, em consequência de $\vec{F}$, a partícula adquire na mesma direção e no mesmo sentido da força uma aceleração $\vec{a}$, cujo módulo é diretamente proporcional à intensidade da força.
>
> A expressão matemática da 2ª Lei de Newton é:
>
> $$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}}$$

Pedro Rubens/Arquivo da editora

Um litro de leite pasteurizado, que tem uma grande porcentagem de água, apresenta massa muito próxima de 1 kg a cerca de 4 °C.

No SI, a unidade de massa é o quilograma (kg), que corresponde à massa de um protótipo cilíndrico de platina iridiada, conservado no Escritório Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, na França.

Para se ter uma noção simplificada da unidade **quilograma**, basta considerar 1 litro de água pura, que tem massa de 1 quilograma, a 4,4 °C.

Outras unidades de massa frequentemente usadas são:

- grama (g): 1 g = 0,001 kg = 10^{-3} kg;
- miligrama (mg): 1 mg = 0,001 g = 10^{-6} kg;
- tonelada (t): 1 t = 1000 kg = 10^{3} kg.

Conforme vimos na Cinemática, a unidade SI de aceleração é o metro por segundo ao quadrado (m/s^2).

Considerando que $\vec{F} = m\vec{a}$, podemos deduzir a unidade de força:

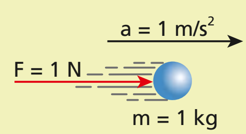
$$\text{unid. (F)} = \text{unid. (m)} \cdot \text{unid. (a)}$$

No SI:

$$\text{unid. (F)} = \text{kg}\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = \text{newton (N)}$$

Costuma-se definir 1 newton da seguinte maneira:

Um newton é a intensidade da força que, aplicada em uma partícula de massa igual a 1 quilograma, produz na sua direção e no seu sentido uma aceleração de módulo 1 metro por segundo, por segundo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

JÁ PENSOU NISTO?

Como é definido o quilograma?

A medição de massa e das demais grandezas físicas que com ela se relacionam – como força, energia e quantidade de movimento – depende de um objeto cilíndrico de platina-irídio com diâmetro e altura iguais a 39 mm (do tamanho de uma ameixa), confeccionado há mais de cem anos. Esse protótipo, entretanto, tem se mostrado inadequado, já que foi comprovada uma alteração de sua massa em cerca de 50 microgramas desde a sua elaboração. Por isso, está se cogitando um padrão de medida de massa baseado em algum fenômeno natural, que se repita da mesma forma independentemente de época ou condições externas. Duas abordagens despontam como mais promissoras: uma está relacionada à massa de uma determinada quantidade de carbono-12, e outra envolve fenômenos quânticos.

Outras duas grandezas físicas fundamentais – o comprimento e o tempo – já dispõem de unidades de medida no SI definidas a partir de fenômenos naturais. Um metro equivale à distância percorrida pela luz no vácuo durante 1/299 792 458 de segundo. Por outro lado, um segundo corresponde à duração de 9 192 631 770 períodos da radiação emitida pelo átomo de césio-133 na transição entre dois níveis hiperfinos do seu estado fundamental.


Jacques Brinon/AP Photo/Glow Images

Fotografia de quilograma-padrão exposto no Escritório Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, França.

Ampliando o olhar

Leis físicas: dogmas perenes ou visões em mutação?

A Física está longe de ser uma ciência dogmática, alicerçada em verdades absolutas, imunes a retoques. Com o passar das eras, surgem novas abordagens e tecnologias que retomam velhos temas sob um novo olhar.

Às vezes, porém, isso coloca em xeque conceitos, ou mesmo leis, amplamente estabelecidos.

Seriam as Leis de Newton, estudadas neste tópico, inquestionáveis? Elas valem em quaisquer circunstâncias? Haveria contornos limitantes para sua utilização?

Sabidamente, nos primórdios do Universo, logo após o *Big Bang*, a matéria se sobrepujou à antimatéria. Elétrons, em maior número, aniquilaram pósitrons, o que gerou fantásticas quantidades de energia.

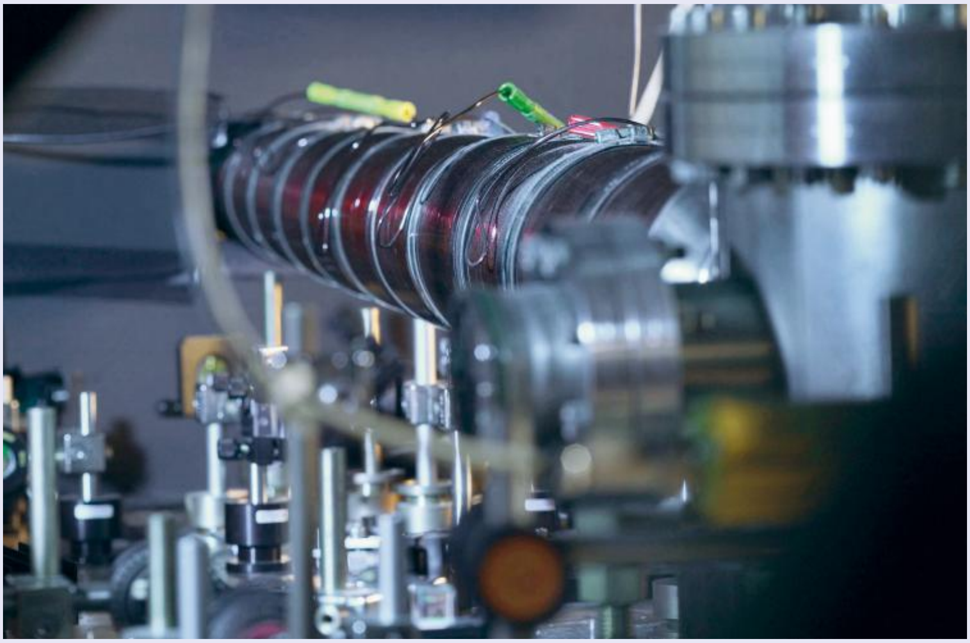
Positivo atrai negativo, há dois tipos de carga elétrica, que manifestam comportamentos opostos. Convencionou-se que cargas como a do elétron são negativas, enquanto cargas como a do próton são positivas.

Haveria também a possibilidade de massa positiva e negativa? Em analogia com as cargas elétricas, isso seria perfeitamente possível!!

Descobertas recentes apontam para a possibilidade de massa negativa, o que conflita com algumas expectativas da mecânica newtoniana que, diante dessas revelações, têm seu âmbito de aplicação restringido.

No texto a seguir, do jornal BBC Brasil, você pode se informar a respeito.

Cientistas criam objeto com "massa negativa", que desafia as leis da Física



Pascal Goetgheluck/SPL/Latinstock

Pesquisadores esfriaram átomos de rubídio quase à situação térmica do zero absoluto.

Físicos criaram um fluido com "massa negativa", que acelera em direção a você quando empurrado.

A descoberta desafia a Segunda Lei de Newton, conhecida como o Princípio Fundamental da Dinâmica, segundo a qual, quando empurrado, o objeto se acelera na mesma direção que a força aplicada nele.

Mas, em teoria, a matéria pode ter massa negativa, da mesma forma que uma carga elétrica pode ser positiva ou negativa.

O fenômeno foi descrito na publicação científica *Physical Review Letters*.

Uma equipe de cientistas, liderada por Peter Engels, da Washington State University (WSU), esfriou átomos de rubídio a uma temperatura pouco acima do zero absoluto (perto de −273 °C), gerando o que é conhecido como Condensado de Bose-Einstein.

Nesse estado da matéria, as partículas se comportam como ondas, se movem de forma extremamente lenta, conforme previsto pela Mecânica Quântica.

Elas também se sincronizam e se movimentam juntas no que é conhecido como superfluido, que flui sem perder energia.

Para criar as condições para a massa negativa, os pesquisadores usaram *lasers* para capturar os átomos de rubídio e empurrá-los para frente e para trás, mudando a forma como eles giram.

Quando os átomos foram liberados da "armadilha do *laser*", eles se expandiram, revelando massa negativa.

"Com massa negativa, se você empurrar alguma coisa, ela acelera em sua direção", disse o coautor Michael Forbes, professor-assistente de Física da WSU.

"Parece que o rubídio se choca contra uma parede invisível".

A técnica poderia ser usada para entender melhor o fenômeno, dizem os pesquisadores.

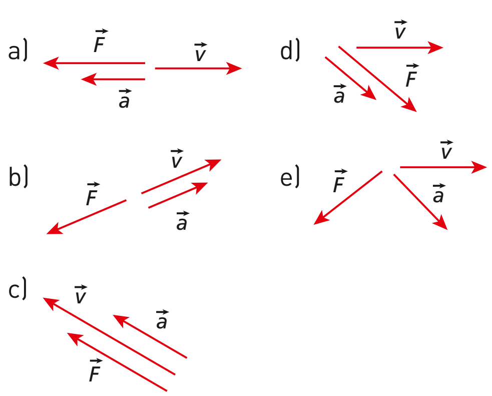
"Primeiramente, nos chamou atenção o controle que temos sobre a natureza da massa negativa, sem quaisquer complicações", diz Forbes.

Esse controle também fornece aos pesquisadores uma ferramenta para explorar as possíveis relações entre massa negativa e fenômenos observados no cosmos, como estrelas de nêutrons, buracos negros e energia escura.

Cientistas criam objeto com "massa negativa", que desafia as leis da Física.
Disponível em: <www.bbc.com/portuguese/geral-39652571>. Acesso em: 21 jul. 2018.

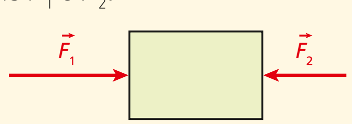
Exercícios Nível 1

16. Um corpúsculo desloca-se em movimento retilíneo e acelerado de modo que, num instante *t*, sua velocidade é $\vec{v}$. Sendo $\vec{F}$ e $\vec{a}$, respectivamente, a força resultante e a aceleração no instante referido, aponte a alternativa que traz um possível esquema para os vetores $\vec{v}$, $\vec{F}$ e $\vec{a}$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

17. **E.R.** O bloco da figura tem massa igual a 4,0 kg e está sujeito à ação exclusiva das forças horizontais $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$:



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que as intensidades de $\vec{F}_1$ e de $\vec{F}_2$ valem, respectivamente, 30 N e 20 N, determine o módulo da aceleração do bloco.

Resolução:

Como $|\vec{F}_1| > |\vec{F}_2|$, o bloco é acelerado horizontalmente para a direita por uma força resultante $\vec{F}$, cuja intensidade é dada por:

$$F = F_1 - F_2 \Rightarrow F = 30 - 20$$

$$\boxed{F = 10\ \text{N}}$$

A aceleração $\vec{a}$ do bloco pode ter seu módulo calculado pelo **Princípio Fundamental da Dinâmica**:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$$

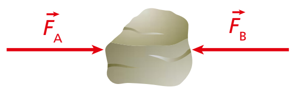
$$a = \frac{10\ \text{N}}{4{,}0\ \text{kg}} \Rightarrow \boxed{a = 2{,}5\ \text{m/s}^2}$$

18. Uma partícula de massa 2,0 kg está em repouso quando, a partir do instante $t_0 = 0$, passa a agir sobre ela uma força resultante constante, de intensidade 6,0 N.

a) Calcule o módulo da aceleração da partícula.

b) Trace o gráfico de sua velocidade escalar em função do tempo desde $t_0 = 0$ até $t_1 = 4{,}0$ s.

19. Um fragmento de meteorito de massa 1,0 kg é acelerado no laboratório a partir do repouso pela ação exclusiva das forças $\vec{F}_A$ e $\vec{F}_B$, que têm mesma direção, mas sentidos opostos, como representa o esquema a seguir.



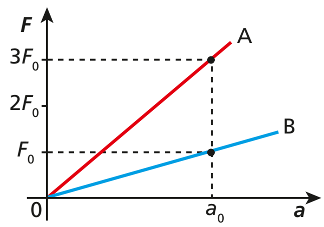
Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que a aceleração do corpo tem módulo 2,0 m/s^2 e que $|\vec{F}_A| = 10$ N, determine:

a) $|\vec{F}_B|$ se $|\vec{F}_B| < |\vec{F}_A|$ e se $|\vec{F}_B| > |\vec{F}_A|$;

b) o módulo da velocidade do corpo ao completar 25 m de deslocamento.

20. O gráfico a seguir mostra a variação do módulo da aceleração (*a*) de duas partículas **A** e **B** com a intensidade (*F*) da força resultante que atua sobre elas.

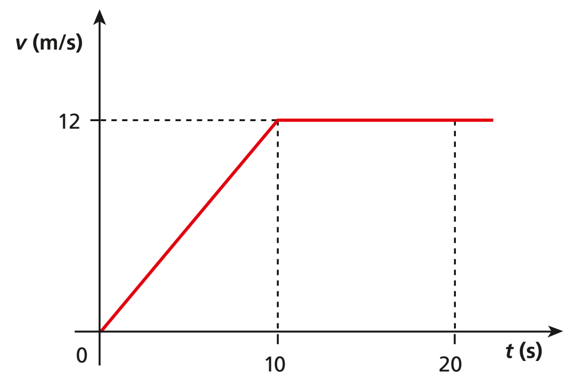


Banco de imagens/Arquivo da editora

Determine a relação $\frac{m_A}{m_B}$ entre as massas de **A** e de **B**.

21. Aplica-se a mesma força resultante em duas partículas **A** e **B** de massas respectivamente iguais a *M* e a 4*M*. Qual a relação entre as intensidades das acelerações adquiridas por **A** e **B**?

22. A velocidade escalar de um carrinho de massa 6,0 kg que percorre uma pista retilínea varia em função do tempo, conforme o gráfico abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Determine:

a) a velocidade escalar média do carrinho no intervalo de 0 a 20 s;

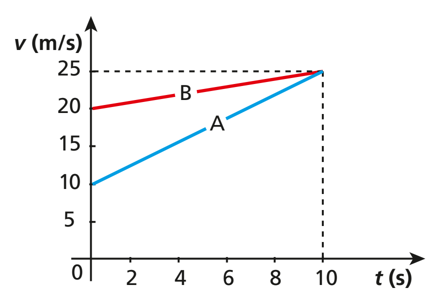
b) a intensidade da força resultante no carrinho nos intervalos de 0 a 10 s e de 10 s a 20 s.

Exercícios Nível 2

23. Um bloco de massa m_1, inicialmente em repouso, recebe a ação exclusiva de uma força $\vec{F}$ constante que o leva a percorrer uma distância *d* durante um intervalo de tempo *T*. Um outro bloco, de massa m_2, também inicialmente em repouso, recebe a ação da mesma força $\vec{F}$ constante, de modo a percorrer a mesma distância *d* durante um intervalo de tempo 2*T*. Pede-se determinar a relação de massas $\frac{m_2}{m_1}$.

24. Uma força resultante $\vec{F}$ produz num corpo de massa *m* uma aceleração de intensidade 2,0 m/s^2 e num corpo de massa *M*, uma aceleração de intensidade 6,0 m/s^2. Qual a intensidade da aceleração que essa mesma força produziria se fosse aplicada nesses dois corpos unidos?

25. (PUC-PR) Dois corpos, **A** e **B**, de massas M_A e M_B, estão apoiados em uma superfície horizontal sem atrito. Sobre eles são aplicadas forças iguais. A variação de suas velocidades é dada pelo gráfico.



Reprodução/Arquivo da editora

Para esses corpos, é correto afirmar que:

a) $\frac{M_A}{M_B} = 4$

b) $\frac{M_A}{M_B} = 3$

c) $\frac{M_A}{M_B} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{M_A}{M_B} = \frac{1}{2}$

e) $\frac{M_A}{M_B} = 2$

26. Uma partícula de massa 4,0 kg parte do repouso no instante $t_0 = 0$, sob a ação de uma força resultante constante. Sabendo que no instante $t_1 = 2{,}0$ s sua velocidade escalar vale 10 m/s, calcule:

a) a aceleração escalar da partícula;

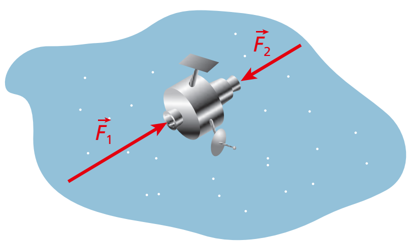
b) a intensidade da força resultante.

27. (Unicamp-SP) Um carro de massa 800 kg, andando em linha reta a 108 km/h, freia bruscamente e para em 5,0 s.

a) Qual o módulo da desaceleração do carro, admitida constante?

b) Qual a intensidade da força de atrito que a pista aplica sobre o carro durante a freada?

28. Uma espaçonave de massa $8,0 \cdot 10^2$ kg em movimento retilíneo e uniforme num local de influências gravitacionais desprezíveis tem ativados simultaneamente dois propulsores que a deixam sob a ação de duas forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ de mesma direção e sentidos opostos, conforme está representado no esquema a seguir:



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Sendo as intensidades de $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ respectivamente iguais a 4,0 kN e 1,6 kN, determine o módulo, a direção e o sentido da aceleração vetorial adquirida pela espaçonave.

29. (Etec-SP) No Monumento às Bandeiras, situado no Parque do Ibirapuera em São Paulo, o escultor Victor Brecheret representou a ação de escravos e portugueses empenhados em transportar uma enorme canoa, arrastando-a pela mata.


Reprodução/Etec, 2015.

Admita que, numa situação real, todos os homens que estão a pé exercem forças de iguais intensidades entre si e que as forças exercidas pelos cavalos também tenham as mesmas intensidades entre si.

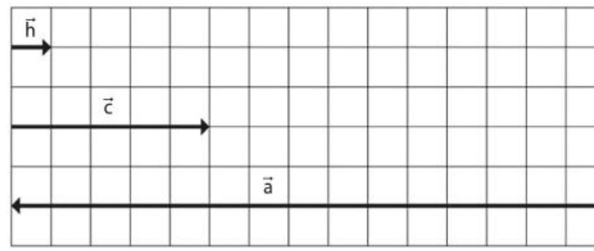
Na malha quadriculada, estão representados o sentido e a direção dos vetores força de um homem, de um cavalo e do atrito da canoa com o chão. Como a malha é constituída de quadrados, também é possível verificar que as intensidades da força de um cavalo e do atrito são múltiplos da intensidade da força de um homem.

Legenda

$\vec{h}$: vetor que representa a força de um único homem.

$\vec{c}$: vetor que representa a força de um único cavalo.

$\vec{a}$: vetor que representa a força de atrito da canoa com o chão.



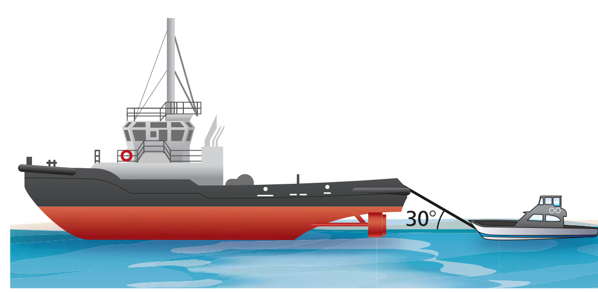
Reprodução/Etec, 2015.

Imagine que, em determinado momento, as forças horizontais sobre a canoa sejam unicamente a de sete homens, dois cavalos e do atrito da canoa com o chão. A canoa tem massa igual a 1 200 kg e, devido às forças aplicadas, ela é movimentada com aceleração de 0,4 m/s^2.

Com base nessas informações, é correto afirmar que a intensidade da força exercida por um único homem é, em newtons,

a) 180.
b) 240.
c) 360.
d) 480.
e) 500.

30. Na imagem abaixo, um barco de pesca reboca com velocidade constante um pequeno bote por meio de uma corda ideal inclinada 30° em relação à superfície da água, considerada plana e horizontal.



Banco de imagens/Arquivo da editora

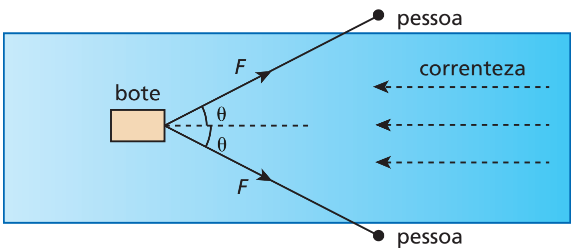
Adotando-se sen 30° = 0,50 e cos 30° = 0,87 e sabendo-se que a intensidade da força de tração na corda é igual a 200 N, pede-se determinar:

a) a intensidade da força horizontal de resistência que a água opõe ao movimento do bote;

b) a intensidade da componente vertical da força que a corda exerce no barco de pesca.

31. A figura a seguir ilustra duas pessoas (representadas por pontos), uma em cada margem de um rio, puxando um bote de massa 600 kg através de cordas ideais paralelas ao solo. Neste instante, o ângulo que cada corda faz com a direção da correnteza do rio vale $\theta = 37°$, o módulo da força de tração em cada corda é F = 80 N e o bote possui aceleração de módulo 0,02 m/s^2, no sentido contrário ao da correnteza. (O sentido da correnteza está indicado por setas tracejadas.)

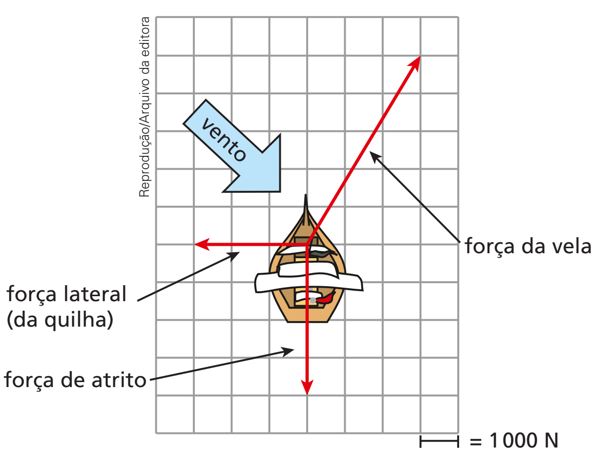
Banco de imagens/Arquivo da editora



Considerando-se sen 37° = 0,6 e cos 37° = 0,8, qual é o módulo da força que a correnteza exerce no bote?

32. (Unicamp-SP) Na viagem do descobrimento, a frota de Cabral precisou navegar contra o vento uma boa parte do tempo. Isso só foi possível devido à tecnologia de transportes marítimos mais moderna da época: as caravelas. Nelas, o perfil das velas é tal que a direção do movimento pode formar um ângulo agudo com a direção do vento, como indicado pelo diagrama de forças a seguir:

Reprodução/Arquivo da editora



Considere uma caravela com massa de 20 000 kg.

a) Determine a intensidade, a direção e o sentido da força resultante sobre a embarcação.

b) Calcule o módulo da aceleração da caravela.

33. E.R. Uma bola está em repouso na marca do pênalti quando um jogador transmite a ela um poderoso chute rasteiro, fazendo-a sair com uma velocidade de 20 m/s. Sabendo que a bola tem massa de 0,50 kg e que a duração do impacto do pé do jogador com ela foi de $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ s, calcule a intensidade da força média recebida pela bola por ocasião do chute.

Resolução:

Apliquemos à bola a **2ª Lei de Newton**, considerando que a força recebida no ato do chute é a resultante:

$$F_m = ma$$

No caso, o módulo da aceleração média que a bola adquire pode ser dado por:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{\Delta t}$$

Assim:

$$F_m = m\frac{(v_{final} - v_{inicial})}{\Delta t}$$

Sendo m = 0,50 kg, v_{final} = 20 m/s, $v_{inicial}$ = 0 e $\Delta t = 1{,}0 \cdot 10^{-3}$ s, calculemos F_m, que é a intensidade da força média que a bola recebe por ocasião do chute:

$$F_m = 0{,}50 \cdot \frac{(20 - 0)}{1{,}0 \cdot 10^{-3}} \quad \therefore \quad \boxed{F_m = 1{,}0 \cdot 10^4 \text{ N}}$$

34. Um projétil de massa 10 g repousa na câmara de um fuzil quando o tiro é disparado. Os gases provenientes da explosão comunicam ao projétil uma força média de intensidade $1{,}2 \cdot 10^3$ N. Sabendo que a detonação do cartucho dura $3{,}0 \cdot 10^{-3}$ s, calcule o módulo da velocidade do projétil imediatamente após o disparo.

35. (UPM-SP) Um corpo em repouso de massa 1,0 t é submetido a uma resultante de forças, com direção constante, cuja intensidade varia em função do tempo (*t*), segundo a função F = 200t, no Sistema Internacional, a partir do instante zero. A velocidade escalar desse corpo no instante t = 10 s vale:

a) 3,6 km/h.

b) 7,2 km/h.

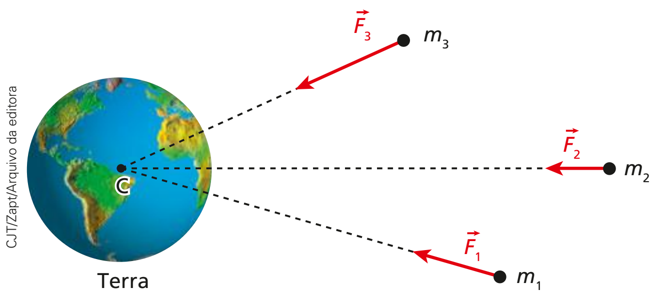
c) 36 km/h.

d) 72 km/h.

e) 90 km/h.

8. Peso de um corpo

Uma caixa de isopor vazia é leve ou pesada? Um grande paralelepípedo maciço de aço é leve ou pesado? As noções de leve ou pesado fazem parte de nosso dia a dia e nos possibilitam responder de imediato a perguntas como essas: a caixa de isopor vazia é leve, e o grande paralelepípedo maciço de aço é pesado.



As massas m_1, m_2 e m_3 são atraídas gravitacionalmente por meio das forças $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ respectivamente. (Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala e em cores fantasia.)

Um corpo é tanto mais pesado quanto mais intensa for a **força de atração gravitacional** exercida pelo planeta sobre ele.

Por outro lado, todos sabemos que, se largarmos uma laranja ou outros corpos nas proximidades da Terra, eles cairão verticalmente, indo de encontro à superfície do planeta. Isso se deve também a uma interação de natureza gravitacional que ocorre entre a Terra e o corpo, que recebe uma força atrativa dirigida para o centro de massa do planeta. Essa força é o que, na ausência de atritos, faz o corpo despencar em movimento acelerado até colidir com o solo.

Desprezando os efeitos ligados à rotação da Terra, podemos dizer em primeira aproximação que:

O **peso** de um corpo é a força de atração gravitacional exercida sobre ele.

É importante destacar que a aceleração produzida pela força gravitacional (peso) é a **aceleração da gravidade** ($\vec{g}$), que constitui o vetor característico da interação de campo entre a Terra e o corpo.

Para pontos situados fora da Terra, o vetor $\vec{g}$ e a força peso têm a mesma orientação: são radiais à "esfera" terrestre e dirigidos para o seu centro.

JÁ PENSOU NISTO?

Pegando pesado

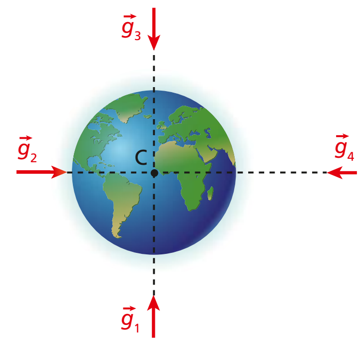
Na busca por uma vida mais saudável, algumas pessoas adquiriram o hábito de frequentar sistematicamente academias de ginástica e musculação. Isso deve ser feito, porém, com acompanhamento médico e de profissionais capacitados para que sobrecargas e excessos não provoquem lesões ou alterações indesejáveis. Nesses ambientes, os conceitos de leve ou pesado se fazem presentes, já que cada aparelho ou utensílio requer uma regulagem adequada ao grau de dificuldade do exercício a ser praticado.

Thinkstock/Getty Images

A intensidade de $\vec{g}$, por sua vez, depende do local em que é feita a avaliação. Como veremos no Tópico 4, Gravitação, quanto maior for a distância do ponto considerado à superfície terrestre, menor será a magnitude da aceleração da gravidade, o que significa que $|\vec{g}|$ decresce com a altitude. Além disso, e em razão principalmente da rotação da Terra, verifica-se que, sobre a superfície terrestre, do Equador para os polos, $|\vec{g}|$ cresce, mostrando que o valor dessa aceleração varia com a latitude.

Por meio de diversos experimentos, pôde-se constatar que, ao nível do mar e em um local de latitude 45°, o módulo de $\vec{g}$ (denominado normal) vale:

$$g_n = 9{,}80665 \text{ m/s}^2$$



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Representação do vetor $\vec{g}$ em quatro diferentes pontos do campo gravitacional terrestre. (Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala e em cores fantasia.)

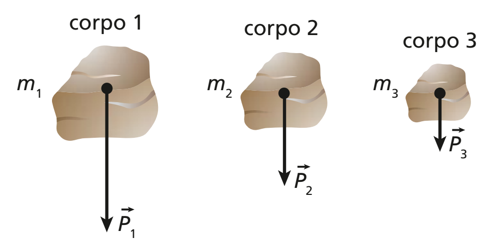
Como podemos, porém, calcular o peso de um corpo? Para responder a essa pergunta, vamos considerar a situação a seguir.

Sejam três corpos de pesos $\vec{P}_1$, $\vec{P}_2$ e $\vec{P}_3$, com massas respectivamente iguais a m_1, m_2 e m_3, situados em um mesmo local.

Através de experimentos, verifica-se que a intensidade do peso é diretamente proporcional à massa do corpo considerado. À maior massa corresponde o peso de maior intensidade.

Levando em conta a proporcionalidade mencionada, podemos escrever que:

$$\frac{|\vec{P}_1|}{m_1} = \frac{|\vec{P}_2|}{m_2} = \frac{|\vec{P}_3|}{m_3} = k \text{ (constante)}$$



Luciano da S. Teixeira/Arquivo da editora

Se $m_1 > m_2 > m_3$, então $P_1 > P_2 > P_3$.

A constante da proporcionalidade (k) é o módulo da aceleração da gravidade do local, o que nos permite escrever que:

$$\frac{|\vec{P}|}{m} = |\vec{g}| \Rightarrow |\vec{P}| = m|\vec{g}|$$

ou vetorialmente:

$$\vec{P} = m\vec{g}$$

Observe que a massa m é uma grandeza escalar positiva, enquanto o peso $\vec{P}$ é uma grandeza vetorial. Assim, o peso tem direção (da vertical do lugar) e sentido (para baixo), da mesma forma que o vetor de aceleração da gravidade $\vec{g}$.

De acordo com os preceitos da Mecânica Clássica, a massa de um corpo é uma característica sua, sendo constante em qualquer ponto do Universo. No entanto, o mesmo não ocorre com o peso, que é função do local, já que depende de $\vec{g}$. Na Lua, por exemplo, uma mesma pessoa pesa cerca de $\frac{1}{6}$ do que pesa na Terra, pois o módulo da aceleração da gravidade na superfície lunar é cerca de 1,67 m/s², o que corresponde a $\frac{1}{6}$ de 9,8 m/s² aproximadamente.

JÁ PENSOU NISTO?

Afinal, as balanças são medidores de peso ou massa?

Sergio Dotta/The Next

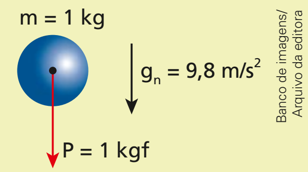
As balanças, como as encontradas em banheiros, farmácias ou supermercados, são dinamômetros acionados pela força de compressão que exercemos sobre elas, cuja intensidade é igual à do nosso peso nas condições da avaliação. Esses dispositivos, no entanto, indicam em seus mostradores uma medida de massa – em quilogramas, por exemplo – que está mais de acordo com o hábito das pessoas, que teriam dificuldade em expressar pesos em newtons ou quilogramas-força. Onde se deveria ler "980 N" ou "100 kgf", por exemplo, o fabricante grafa "100 kg".

O quilograma-força (kgf)

Um quilograma-força é uma unidade de força usada na medição da intensidade de pesos e é definida pela intensidade do peso de um corpo de 1 quilograma de massa, situado em um local onde a gravidade é normal (aceleração da gravidade com módulo $g_n \cong 9,8\ m/s^2$).

$$P = mg$$

$$1\ kgf = 1\ kg \cdot 9,8\ m/s^2$$



Destaquemos que, em um ponto onde a gravidade é normal ($g_n \cong 9,8\ m/s^2$), o peso de um corpo em kgf é numericamente igual à sua massa em kg.

Vejamos a relação entre as unidades quilograma-força (kgf) e newton (N):

$$1\ kgf = 1\ kg \cdot 9,8\ m/s^2 = 9,8\ kg\ m/s^2$$

Como $1\ N = 1\ kg\ m/s^2$, temos:

$$\boxed{1\ kgf = 9,8\ N}$$

Ampliando o olhar

Elevadores e a sensação da ausência de peso

Uma das grandes invenções do milênio passado foi, sem dúvida, o elevador. Apresentado originalmente pelo mecânico norte-americano Elisha Graves Otis (1811-1861), em 1854, na Feira Mundial de Nova York, esse engenho modificou o cenário urbano do planeta, uma vez que, a partir dele, foram viabilizados os arranha-céus, que proporcionaram às grandes cidades a possibilidade de crescimento vertical.

O elevador permite o içamento e o abaixamento de cargas em condições seguras e confortáveis. Para tanto, utiliza um sistema de contrapesos conectados por cabos de aço à cabina. Esses cabos passam por roldanas e são tracionados por um motor elétrico.

Elevadores podem se comportar como verdadeiras câmaras de produção de gravidade artificial diferente da gravidade normal ($g \cong 9,8\ m/s^2$). Isso ocorre quando se deslocam verticalmente, para cima ou para baixo, com acelerações diferentes de zero.

Se o elevador subir ou descer com aceleração dirigida para cima, tudo o que estiver em seu interior aparentará um peso maior que o real, ocorrendo o contrário se subir ou descer com aceleração orientada para baixo.

Uma situação intrigante é a do elevador que se desloca com aceleração igual à da gravidade ($\vec{g}$). Nesse caso, os corpos em seu interior aparentam peso nulo, permanecendo imponderáveis, em levitação.

Alguns parques de diversões têm brinquedos que simulam elevadores em queda livre. Durante o despencamento vertical do sistema, os ocupantes sofrem grandes descargas de adrenalina e sentem um "frio na barriga", que se justifica pela levitação das vísceras dentro do abdome.


Guy Medeiros/Arquivo da editora

Simulação de queda livre em parques de diversões: adrenalina e "frio na barriga".

Faça você mesmo

Determinando experimentalmente a intensidade de $\vec{g}$

Há muitas maneiras de obter experimentalmente a intensidade da aceleração da gravidade. Vamos propor um procedimento relativamente simples que, se bem realizado, pode conduzir a um valor bem próximo do teórico: **9,81 m/s²**.

Material necessário

- 1 cronômetro digital (disponível em alguns modelos de telefone celular);
- 1 trena ou fita métrica;
- 1 arruela metálica (ou anel) de pequenas dimensões (diâmetro próximo de 1 cm);
- 1 fio de náilon fino, desses utilizados como linha de pescar, de comprimento um pouco maior que 2 m;
- fita adesiva ou pequenos pregos (tachinhas);
- óleo de cozinha.

Procedimento

I. Mergulhe previamente o fio de náilon no óleo de cozinha; lubrifique também a arruela com o mesmo líquido para atenuar os atritos, certamente existentes. Em seguida, passe o fio de náilon pelo orifício da arruela.

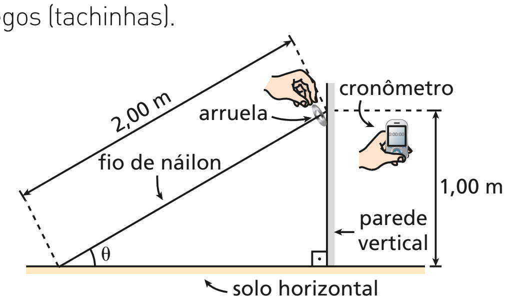
II. Feito isso, fixe uma das extremidades do fio de náilon no solo e a outra em uma parede vertical de modo que este ponto de fixação fique a 1 m de altura em relação ao piso. As extremidades do fio podem ser fixadas utilizando-se a fita adesiva ou os pequenos pregos (tachinhas).

A ilustração ao lado representa a montagem pronta para ser utilizada.

Observe que o ângulo θ formado entre o fio de náilon e o solo é praticamente igual a 30°. Isso pode ser verificado fazendo-se:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

$$\text{sen}\,\theta = \frac{1{,}00\text{ m}}{2{,}00\text{ m}} = 0{,}5 \Rightarrow \theta = 30°$$



Luis Fernando R. Tucillo/Arquivo da editora

III. Abandone a arruela junto ao ponto de fixação do fio de náilon na parede vertical, acionando simultaneamente o cronômetro, previamente zerado. Cronometre então o intervalo de tempo gasto pela arruela para percorrer os 2,00 m de extensão do fio. É muito importante que a medida encontrada para esse intervalo de tempo seja obtida com a maior precisão possível. Para tanto, repita a medição várias vezes, adotando como valor mais provável, a ser utilizado nos cálculos, o da **média aritmética** das diversas medidas verificadas no cronômetro. Quanto mais próximo de **0,903 s** for o intervalo de tempo obtido, melhor.

Desenvolvimento

Pode-se dizer que o movimento descrito pela arruela é uniformemente acelerado, o que nos permite calcular a intensidade de sua aceleração ao longo do fio de náilon como fazemos a seguir:

$$\Delta s = v_0 t + \frac{\alpha}{2} t^2$$

Com $\Delta s = 2{,}00$ m, $v_0 = 0$ e $t \cong 0{,}903$ s, temos:

$$2{,}00 = 0 + \frac{\alpha}{2}(0{,}903)^2 \quad \therefore \quad \alpha \cong 4{,}905 \text{ m/s}^2$$

A componente de peso da arruela na direção do fio de náilon (componente tangencial) tem intensidade dada por:

$$P_t = P\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow P_t = m\,g\,\text{sen}\,\theta \qquad \text{(I)}$$

Mas, não levando em conta os possíveis atritos, a força resultante responsável pela aceleração da arruela é a componente de seu peso na direção do fio de náilon (componente tangencial).

Logo, aplicando-se a **2ª Lei de Newton**, obtemos:

$$F = ma \Rightarrow P_t = ma \qquad \text{(II)}$$

Comparando-se (I) e (II), segue que:

$$ma = mg\,\text{sen}\,\theta \Rightarrow g = \frac{a}{\text{sen}\,\theta}$$

Substituindo *a* por 4,905 m/s² e sen θ por 0,5, determinamos a intensidade aproximada da aceleração da gravidade no local (*g*):

$$g \cong \frac{4{,}905}{0{,}5}\ \text{m/s}^2 \Rightarrow g \cong 9{,}81\ \text{m/s}^2$$

Realize as atividades a seguir:

1. Avalie o resultado encontrado em seu experimento e reflita sobre o que pode ser feito para torná-lo mais próximo de 9,81 m/s².
2. Será que a lubrificação do fio de náilon e da arruela pode ser melhorada? O que podemos fazer para atenuar ainda mais os atritos? Aponte soluções.
3. A medição do intervalo de tempo gasto pela arruela em sua descida, feita com o cronômetro do telefone celular, pode ser mais bem realizada? O tempo de reação do experimentador exerce alguma influência no resultado? Proponha métodos melhores que permitam obter valores mais exatos desse intervalo de tempo.
4. Por que foi sugerido medir-se o intervalo de tempo de descida da arruela diversas vezes, tirando-se uma média aritmética dos valores experimentais encontrados?
5. Você é capaz de propor outro procedimento experimental para se obter o valor da aceleração da gravidade de um local? Compartilhe suas ideias com os colegas e o professor.

Exercícios Nível 1

36. (Cesgranrio) Considere um helicóptero movimentando-se no ar em três situações diferentes:

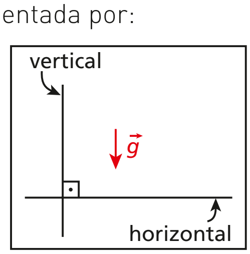
I. subindo verticalmente com velocidade escalar constante;

II. descendo verticalmente com velocidade escalar constante;

III. deslocando-se horizontalmente para a direita, em linha reta, com velocidade escalar constante.

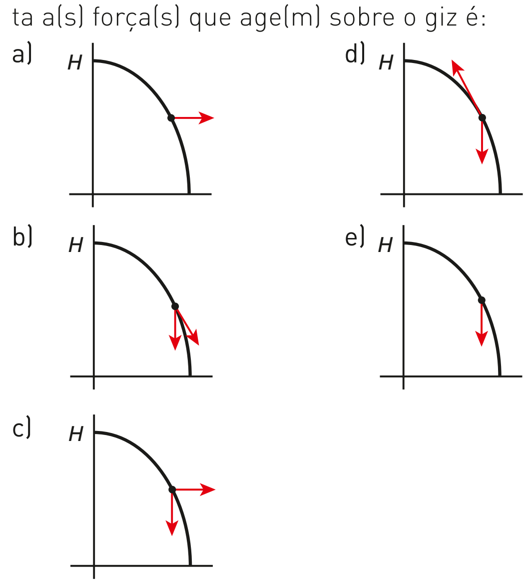
A resultante das forças exercidas pelo ar sobre o helicóptero, em cada uma dessas situações, é corretamente representada por:

	I	II	III
a)	↑	↑	↑
b)	↑	↓	→
c)	↓	↑	←
d)	↓	↑	→
e)	↓	↓	↓



Reprodução/Arquivo da editora

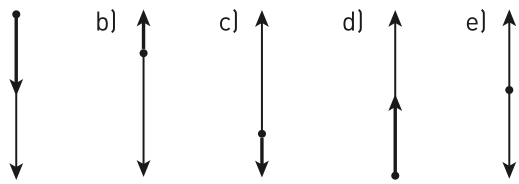
37. (Cesgranrio) Um pedaço de giz é lançado horizontalmente de uma altura *H*. Desprezando-se a influência do ar, a figura que melhor representa a(s) força(s) que age(m) sobre o giz é:



Reprodução/Arquivo da editora

38. (EsPCEx-SP) Na superfície da Terra, uma pessoa lança uma pedra verticalmente para cima. Considerando-se que a resistência do ar não é desprezível, indique a alternativa que representa as forças que atuam na pedra, no instante em que ela está passando pelo ponto médio de sua trajetória durante a subida. Despreze o empuxo do ar.

a) b) c) d) e)



39. Na Terra, um astronauta de massa *M* tem peso
E.R. *P*. Supondo que na Lua a aceleração da gravidade seja $\frac{1}{6}$ da verificada na Terra, obtenha:

a) a massa do astronauta na Lua;
b) o peso do astronauta na Lua.

Resolução:

a) A massa de um corpo independe do local, sendo a mesma em qualquer ponto do Universo. Assim, na Lua, a massa do astronauta também será igual a *M*.

b) O peso *P* do astronauta na Terra é dado por:

$$P = Mg$$

O peso (P') do astronauta na Lua será dado por:

$$P' = Mg'$$

Sendo $g' = \frac{1}{6}g$, segue que:

$$P' = M\frac{1}{6}g = \frac{1}{6}Mg$$

$$\boxed{P' = \frac{1}{6}P}$$

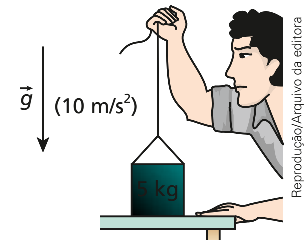
40. Na Terra, num local em que a aceleração da gravidade vale 9,8 m/s², um corpo pesa 49 N. Esse corpo é, então, levado para a Lua, onde a aceleração da gravidade vale 1,6 m/s².
Determine:

a) a massa do corpo;
b) seu peso na Lua.

41. Num local em que a gravidade é normal (9,8 m/s²), um bloco de concreto pesa 20 kgf. Determine:

a) a massa do bloco em kg;
b) o peso do bloco em newtons.

42. (Fuvest-SP) Um homem tenta levantar uma caixa de 5 kg, que está sobre uma mesa, aplicando uma força vertical de 10 N.
Nesta situação, o valor da força que a mesa aplica na caixa é de:



a) 0 N.
b) 5 N.
c) 10 N.
d) 40 N.
e) 50 N.

43. Um bloco de massa 2,0 kg é acelerado verti-
E.R. calmente para cima com 4,0 m/s², numa região em que a influência do ar é desprezível. Sabendo que, no local, a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s², calcule:

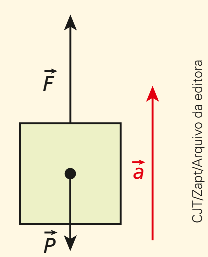
a) a intensidade do peso do bloco;
b) a intensidade da força vertical ascendente que age sobre ele.

Resolução:

a) O peso do bloco é calculado por: P = mg.
Com m = 2,0 kg e g = 10 m/s², vem:

$$P = 2{,}0 \cdot 10 \therefore \boxed{P = 20\ N}$$

b) O esquema abaixo mostra as forças que agem no bloco:



Aplicando ao bloco o **Princípio Fundamental da Dinâmica**, calculemos a intensidade de $\vec{F}$:

$$F - P = ma \Rightarrow F - 20 = 2{,}0 \cdot 4{,}0$$

$$\boxed{F = 28\ N}$$

44. (UFMT) Um corpo de massa 5,0 kg é puxado verticalmente para cima por uma força $\vec{F}$, adquirindo uma aceleração constante de intensidade igual a 2,0 m/s², dirigida para cima. Adotando g = 10 m/s² e desprezando o efeito do ar, determine a intensidade de $\vec{F}$.

45. Um garoto arremessa verticalmente para cima uma pedra, que passa a mover-se sob a ação exclusiva do campo gravitacional terrestre. A influência do ar é desprezível. A alternativa que representa corretamente os vetores força resultante na pedra ($\vec{F}$), aceleração resultante ($\vec{a}$) e velocidade instantânea ($\vec{v}$), em dado instante do movimento de subida, é:

a) $\uparrow \vec{F} \uparrow \vec{a} \uparrow \vec{v}$
b) $\uparrow \vec{F} \downarrow \vec{a} \uparrow \vec{v}$
c) $\downarrow \vec{F} \downarrow \vec{a} \uparrow \vec{v}$
d) $\uparrow \vec{F} \downarrow \vec{a} \downarrow \vec{v}$
e) $\downarrow \vec{F} \downarrow \vec{a} \downarrow \vec{v}$

46. Na Terra, num local em que a aceleração da gravidade é normal, uma sonda espacial pesa $5{,}0 \cdot 10^2$ kgf. Levada para um planeta **X**, seu peso passa a valer $1{,}0 \cdot 10^4$ N. Determine:

a) a massa da sonda na Terra e no planeta **X**;
b) o módulo da aceleração da gravidade na superfície do planeta **X**.

47. (Unip-SP) Uma balança de farmácia (balança de mola) foi graduada em kg em um local onde $g = 9{,}8$ m/s². A balança é levada para um local onde $g = 10$ m/s². Nesse novo local, uma pessoa de massa 49 kg sobe na balança.
A leitura na balança será de:

a) 9,8 kg.
b) 10 kg.
c) 49 kg.
d) 50 kg.
e) 490 kg.

48. (UFMG) Na Terra, um fio de cobre é capaz de suportar, em uma de suas extremidades, massas suspensas de até 60 kg sem se romper. Considere a aceleração da gravidade, na Terra, igual a 10 m/s² e, na Lua, igual a 1,5 m/s².

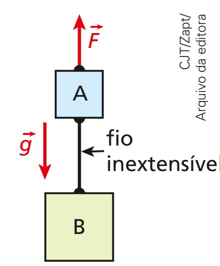
a) Qual a intensidade da força máxima que o fio poderia suportar na Lua?
b) Qual a maior massa de um corpo suspenso por esse fio, na Lua, sem que ele se rompa?

49. Um balão atmosférico de massa M desloca-se verticalmente com aceleração de intensidade a dirigida para baixo. Adotando-se para aceleração da gravidade módulo g e considerando-se que nesse balão só atuam o peso e o empuxo (força vertical dirigida para cima aplicada pelo ar), admitidos constantes, pede-se determinar a massa m de lastro que deve ser descartada para que a aceleração do sistema mantenha sua intensidade (a), mas inverta seu sentido.

50. Um robô foi projetado para operar no planeta Marte, porém ele é testado na Terra, erguendo verticalmente a partir do repouso e ao longo de um comprimento d um pedaço de rocha de massa igual a 5,0 kg com aceleração constante de módulo 2,0 m/s². Remetido ao seu destino e trabalhando sempre com a mesma calibração, o robô iça verticalmente, também a partir do repouso e ao longo do mesmo comprimento d, uma amostra do solo marciano de massa idêntica à do pedaço de rocha erguido na Terra. Sabendo que na Terra e em Marte as acelerações da gravidade têm intensidades respectivamente iguais a 10,0 m/s² e 4,0 m/s², determine:

a) a intensidade da força que o robô exerce para erguer o pedaço de rocha na Terra;
b) o módulo da aceleração adquirida pela amostra do solo marciano;
c) a relação entre os tempos de duração da operação em Marte e na Terra.

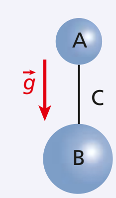
51. No esquema ao lado, os blocos **A** e **B** têm massas $m_A = 2{,}0$ kg e $m_B = 3{,}0$ kg. Desprezam-se o peso do fio e a influência do ar. Sendo $|\vec{F}| = 80$ N e adotando $|\vec{g}| = 10$ m/s², determine:



CJT/Zapt/ Arquivo da editora

a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força que traciona o fio.

52. **E.R.** Uma esfera maciça, **A**, de peso P, está ligada por um fio inextensível, **C**, de massa desprezível, a outra esfera, **B**, também maciça, de peso $P' = 2P$. O conjunto é abandonado no vácuo, sem velocidade inicial, e executa um movimento de queda livre com o fio reto na vertical. A aceleração da gravidade tem intensidade g. Calcule:



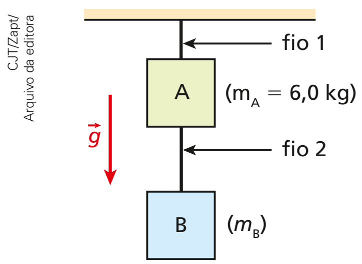
CJT/Zapt/ Arquivo da editora

a) os módulos das acelerações das esferas **A** e **B**;
b) a intensidade da força de tração no fio.

Resolução:

a) Como as esferas **A** e **B** estão em queda livre, sua aceleração é igual à da gravidade: g.
b) A força resultante em cada esfera em queda livre é o seu próprio peso. Por isso, as duas esferas não interagem com o fio, que permanece frouxo sem estar tracionado (tração nula).

53. Na situação esquematizada na figura abaixo, os blocos **A** e **B** encontram-se em equilíbrio, presos a fios ideais iguais, que suportam uma tração máxima de 90 N.

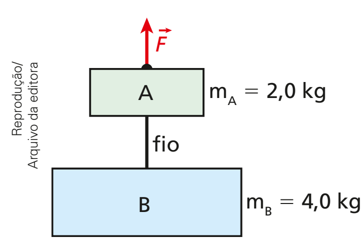


Sabendo que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) a maior massa m_B admissível ao bloco **B**, de modo que nenhum dos fios arrebente;

b) a intensidade da força de tração no fio 2, supondo que o fio 1 se rompeu e que os blocos estão em queda livre na vertical.

54. (PUC-PR) Sobre o bloco **A**, de massa 2,0 kg, atua a força vertical $\vec{F}$. O bloco **B**, de massa 4,0 kg, é ligado ao **A** por um fio inextensível, de massa desprezível e alta resistência à tração.
Adote $g = 10\ m/s^2$.



Considere as proposições:

I. Se F = 60 N, o sistema está em equilíbrio e a tração no fio é 50 N.

II. Se F = 120 N, o sistema está em movimento acelerado e a tração no fio é 40 N.

III. Se F = 0, o sistema tem uma aceleração de $10\ m/s^2$ e a tração no fio é nula.

IV. Se F = 12 N, o sistema tem aceleração dirigida para baixo e a tração no fio é 8,0 N.

a) Apenas IV está correta.

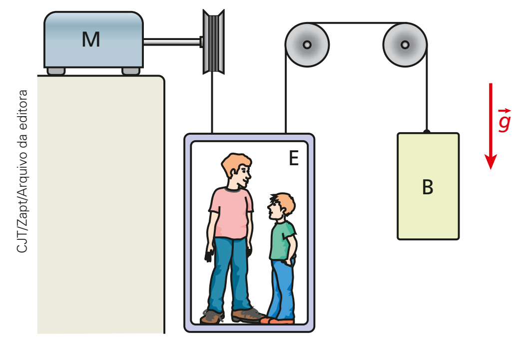
b) Todas estão corretas.

c) Apenas I está correta.

d) Apenas I, II e III estão corretas.

e) Apenas III e IV estão corretas.

55. Considere o esquema a seguir, em que estão representados um elevador **E** de massa igual a $1{,}0 \cdot 10^3$ kg (incluída a massa do seu conteúdo), um contrapeso **B** de massa igual a $5{,}0 \cdot 10^2$ kg e um motor elétrico **M** que exerce no cabo conectado em **E** uma força vertical constante $\vec{F}$. Os dois cabos têm massas desprezíveis, são flexíveis e inextensíveis, e as polias são ideais. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10\ m/s^2$.



Se o elevador está acelerado para cima, com aceleração de módulo $0{,}20\ m/s^2$, a intensidade de $\vec{F}$ é:

a) $4{,}7 \cdot 10^3$ N.

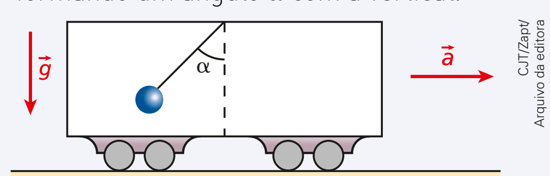
b) $5{,}0 \cdot 10^3$ N.

c) $5{,}2 \cdot 10^3$ N.

d) $5{,}3 \cdot 10^3$ N.

e) $5{,}5 \cdot 10^3$ N.

56. **E.R.** Considere um veículo, como o representado abaixo, em movimento retilíneo sobre um plano horizontal. Pelo fato de estar acelerado para a direita, um pêndulo preso ao seu teto desloca-se em relação à posição de equilíbrio, formando um ângulo α com a vertical.



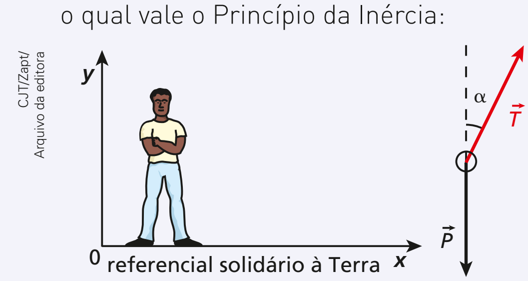
São conhecidos o ângulo α, o módulo da aceleração da gravidade (g) e a massa da esfera (m) atada ao fio ideal.

a) Qual o módulo da aceleração $\vec{a}$ do veículo?

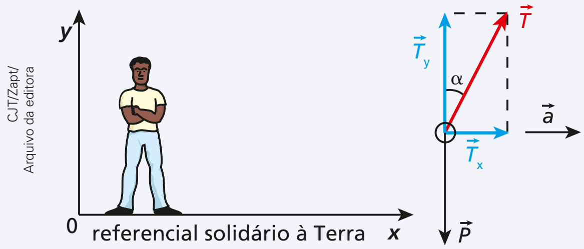
b) O módulo de $\vec{a}$ depende de m?

Resolução:

a) Isolemos a esfera pendular e identifiquemos as forças que nela agem em relação a um referencial inercial, isto é, todo aquele para o qual vale o Princípio da Inércia:



Na esfera pendular, agem duas forças: seu peso ($\vec{P}$) e a força de tração devida ao fio ($\vec{T}$). Façamos a decomposição de $\vec{T}$ nas direções horizontal e vertical:



Temos que:

$$T_x = T \text{ sen } \alpha \quad \text{(I)}$$

e

$$T_y = T \cos \alpha \quad \text{(II)}$$

Para o observador fixo na Terra, a esfera pendular não é acelerada verticalmente. Isso significa que $\vec{T}_y$ equilibra $\vec{P}$, o que nos leva a escrever:

$$T_y = P \Rightarrow T_y = mg \quad \text{(III)}$$

Para o mesmo observador fixo na Terra, a esfera pendular possui movimento com aceleração dirigida para a direita, juntamente com o veículo. A resultante que acelera a esfera pendular em relação à Terra é $\vec{T}_x$. Aplicando a **2ª Lei de Newton**, vem:

$$T_x = ma \quad \text{(IV)}$$

Comparando as expressões (I) e (IV), obtemos:

$$ma = T \text{ sen } \alpha \quad \text{(V)}$$

Comparando as expressões (III) e (II), vem:

$$mg = T \cos \alpha \quad \text{(VI)}$$

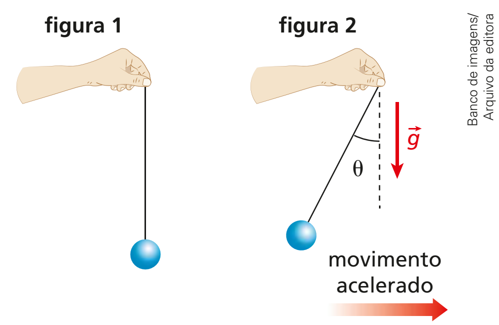
Dividindo (V) e (VI) membro a membro, temos:

$$\frac{ma}{mg} = \frac{T \text{ sen } \alpha}{T \cos \alpha} \Rightarrow \frac{a}{g} = \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\boxed{a = g \text{ tg } \alpha}$$

b) O módulo de $\vec{a}$ não depende de *m*, que foi cancelada nos cálculos.

57. Um passageiro de um avião que taxia em um aeroporto segura um pêndulo constituído de um fio ideal em cuja extremidade está atado um pequeno objeto. Incialmente, com a aeronave em repouso na cabeceira da pista, o pêndulo permanece na vertical, conforme indica a figura 1. Iniciada a corrida para a decolagem, em movimento retilíneo uniformemente acelerado, verifica-se que o pêndulo deixa sua posição inicial, assumindo a posição representada na figura 2, formando com a vertical um ângulo θ, tal que sen $\theta = 0{,}60$ e cos $\theta = 0{,}80$.

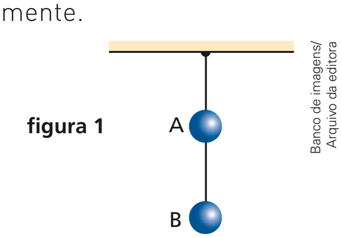


Sabendo-se que a aeronave percorre, até alcançar voo na pista horizontal, uma distância igual a 540 m, não se levando em conta a influência do ar sobre o objeto e admitindo-se para o módulo da aceleração da gravidade o valor $g = 10{,}0 \text{ m/s}^2$, pede-se determinar:

a) a intensidade da aceleração do avião;

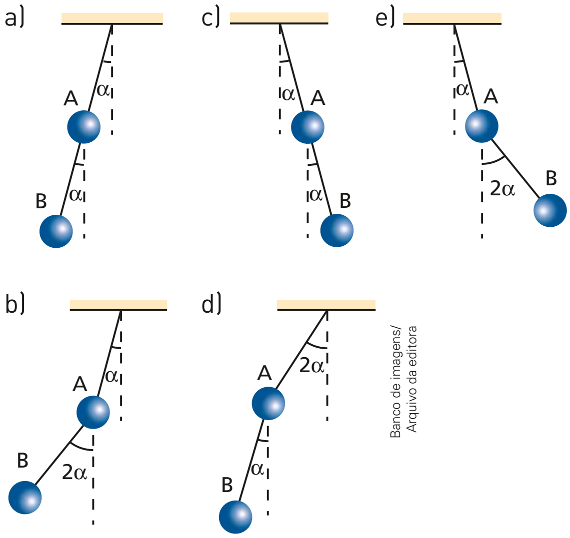
b) sua velocidade, em km/h, no momento em que levanta voo.

58. Na figura 1, mostra-se um duplo pêndulo em equilíbrio, constituído de fios leves e inextensíveis e duas esferas **A** e **B** de massas *M* e 2*M*, respectivamente.



Na figura 2, aparece um carro em cujo teto está dependurado o duplo pêndulo. O carro, em movimento para a direita, inicia, em dado instante, uma freada com desaceleração constante.

Das alternativas a seguir, a que melhor representa o duplo pêndulo durante a freada é:



Banco de imagens/Arquivo da editora

59. Um corpo de massa 4,0 kg cai, a partir do **E.R.** repouso, no campo gravitacional terrestre, suposto de intensidade constante, de módulo 10 m/s^2. A força de resistência que o corpo recebe do ar durante a queda tem intensidade dada, em newtons, pela expressão $F_r = 10v^2$, em que v é o módulo de sua velocidade. Admitindo que a altura de queda seja suficientemente grande, calcule a velocidade-limite atingida pelo corpo.

Resolução:

Durante a queda, duas forças agem no corpo: o peso ($\vec{P}$) e a força de resistência do ar ($\vec{F}_r$).

CJT/Zapt/Arquivo da editora

A intensidade de $\vec{F}$ cresce a partir de zero. A intensidade de $\vec{P}$, entretanto, é constante.

À medida que o corpo ganha velocidade durante a queda, $\vec{F}$, se intensifica, atingindo, depois de certo intervalo de tempo, o mesmo valor de $\vec{P}$.

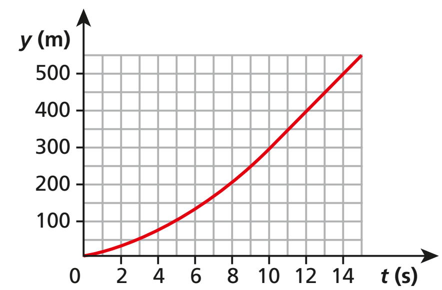
A partir daí, a velocidade estabiliza, assumindo um valor constante denominado **velocidade-limite**.

Condição de velocidade-limite:

$$F_r = P \Rightarrow F_r = mg$$

$$10\,v_{lim}^2 = 4{,}0 \cdot 10 \therefore \boxed{v_{lim} = 2{,}0 \text{ m/s}}$$

60. (Fuvest-SP) O gráfico seguinte descreve o deslocamento vertical y, para baixo, de um surfista aéreo de massa igual a 75 kg, em função do tempo t. A origem $y = 0$, em $t = 0$, é tomada na altura do salto. Nesse movimento, a força R de resistência do ar é proporcional ao quadrado da velocidade v do surfista ($R = kv^2$, em que k é uma constante que depende principalmente da densidade do ar e da geometria do surfista). A velocidade inicial do surfista é nula; cresce com o tempo, por aproximadamente 10 s; e tende para uma velocidade constante denominada velocidade-limite (v_L).



Reprodução/Arquivo da editora

Adotando g = 10 m/s^2, determine:

a) o valor da velocidade-limite v_L;

b) o valor da constante k no SI;

c) a aceleração do surfista quando sua velocidade é a metade da velocidade-limite.

61. (Unifesp) Em um salto de paraquedismo, identificam-se duas fases do movimento de queda do paraquedista. Nos primeiros instantes do movimento, ele é acelerado. Devido à força de resistência do ar, porém, o seu movimento passa rapidamente a ser uniforme com velocidade v_1, com o paraquedas ainda fechado. A segunda fase tem início no momento em que o paraquedas é aberto. Rapidamente, ele entra novamente em um regime de movimento uniforme, com velocidade v_2. Supondo-se que a densidade do ar é constante, a intensidade da força de resistência do ar sobre um corpo é proporcional à área sobre a qual atua a força e ao quadrado de sua velocidade. Se a área efetiva aumenta 100 vezes no momento em que o paraquedas se abre, pode-se afirmar que:

a) $\frac{v_2}{v_1} = 0{,}08$.

b) $\frac{v_2}{v_1} = 0{,}10$.

c) $\frac{v_2}{v_1} = 0{,}15$.

d) $\frac{v_2}{v_1} = 0{,}21$.

e) $\frac{v_2}{v_1} = 0{,}30$.

Bloco 5

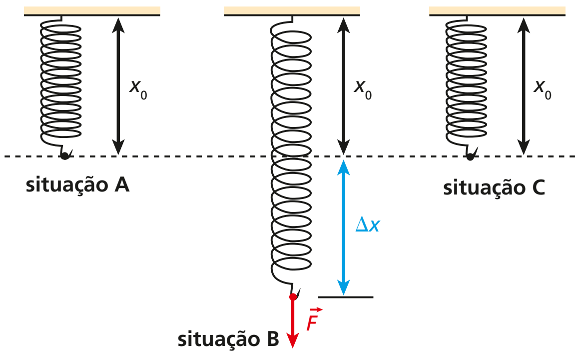
9. Deformações em sistemas elásticos

Lei de Hooke

Consideremos a figura a seguir, em que uma mola de massa desprezível tem uma de suas extremidades fixa.

O comprimento da mola na situação **A** é seu comprimento natural (x_0). Portanto, a mola não está deformada.

Na situação **B**, uma força $\vec{F}$ foi aplicada à extremidade livre da mola, provocando nela uma deformação (alongamento) Δx.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Na situação **C**, $\vec{F}$ foi suprimida e a mola recobrou seu comprimento natural x_0.

Pelo fato de a mola ter recobrado seu comprimento natural (x_0) depois de cessada a ação da força, dizemos que ela experimentou, na situação **B**, uma deformação **elástica**.

Em seus estudos sobre deformações elásticas, Robert Hooke (1635-1703) chegou à seguinte conclusão, que ficou conhecida por **Lei de Hooke**:

Em regime elástico, a deformação sofrida por uma mola é **diretamente proporcional** à intensidade da força que a provoca.

A expressão matemática da Lei de Hooke é dada a seguir:

$$F = K\Delta x$$

em que: F é a intensidade da força deformadora;
K é a constante de proporcionalidade;
Δx é a deformação (alongamento ou encurtamento sofrido pela mola).

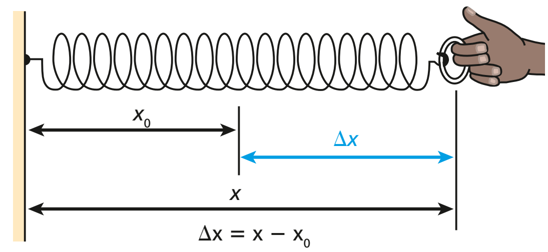
A constante de proporcionalidade K é uma qualidade da mola considerada que depende do material de que é feita a mola e das dimensões que ela possui, dentre outras características. A constante K é comumente chamada de **constante elástica** e tem por unidade no SI o N/m.

Rita Greer/Coleção Particular

Cientista inglês de raro senso prático, **Robert Hooke** notabilizou-se como antagonista de muitas ideias do seu contemporâneo Isaac Newton. Desenvolveu mecanismos operados por molas que permitiram a construção de relógios de maior precisão. Aperfeiçoou o microscópio e, ao observar pedaços de cortiça com esse instrumento, notou a existência de uma unidade construtiva, que chamou de célula (do latim *cellula*: pequenos cômodos ou celas adjacentes). Esse termo se tornou usual entre os biólogos para denominar estruturas elementares de matéria viva.

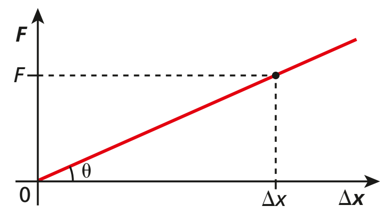
Consideremos o modelo experimental representado na figura ao lado, em que uma mola, de eixo horizontal, é puxada, por uma pessoa, para a direita.

Admitindo-se que a mola esteja em regime de deformação elástica, o gráfico da intensidade da força exercida pela pessoa em função da deformação é representado abaixo.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Esse comportamento linear dura até o limite de elasticidade da mola. A partir daí, o formato do gráfico modifica-se.



Banco de imagens/Arquivo da editora

NOTAS!

- Embora na apresentação da Lei de Hooke tenhamos nos baseado na deformação de uma mola, a conclusão a que chegamos estende-se a quaisquer sistemas elásticos de comportamento similar. Como exemplo, podemos destacar uma tira de borracha ou um elástico que, ao serem tracionados, também podem obedecer a essa lei.
- A declividade do gráfico anterior (tg θ) fornece a constante elástica da mola. De fato:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{F}{\Delta x} = K$$

O dinamômetro

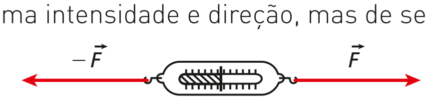
O **dinamômetro** (ou "balança de mola") é um dispositivo destinado a indicar intensidade de forças.

O funcionamento desse aparelho baseia-se nas deformações elásticas sofridas por uma mola que tem ligado a si um cursor. À medida que a mola é deformada, o cursor corre ao longo de uma escala impressa no aparato de suporte.

A calibração da escala, que pode ser graduada em newtons, em kgf ou em qualquer outra unidade de força, é feita utilizando-se corpos-padrão de pesos conhecidos.

A força resultante no dinamômetro, suposto de massa desprezível – dinamômetro ideal –, é nula. Isso significa que suas extremidades são puxadas por forças opostas, isto é, de mesma intensidade e direção, mas de sentidos contrários.


Gennady Grechishkin/Shutterstock



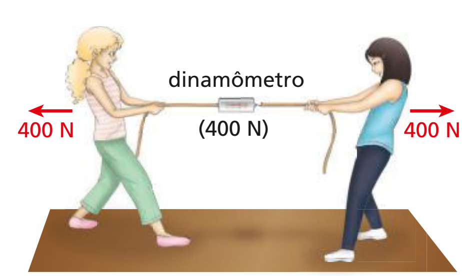
CJT/Zapt/Arquivo da editora

Uma importante característica funcional de um dinamômetro é o fato de ele indicar a intensidade da força aplicada **em uma de suas extremidades**. No caso da figura anterior, o dinamômetro indica a intensidade de $\vec{F}$ (ou de $-\vec{F}$) e não o dobro desse valor, como poderia ser imaginado.

No caso de ambas as extremidades estarem interligadas a um fio tracionado, o dinamômetro indica a intensidade da força de tração estabelecida no fio.

Veja o exemplo ao lado, em que duas garotas tracionam uma corda que tem um dinamômetro intercalado nela.

Como ambas puxam as extremidades da corda em sentidos opostos com 400 N, o dinamômetro registra 400 N, que é o valor da tração estabelecida no fio.



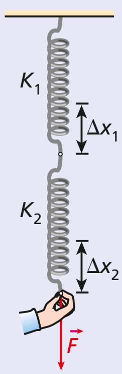
Banco de imagens/Arquivo da editora

Ampliando o olhar

Associação de molas

Dispondo de duas molas de massas desprezíveis com constantes elásticas respectivamente iguais a K_1 e K_2 que obedeçam à Lei de Hooke é possível associá-las de duas maneiras: em **série** ou em **paralelo**.

Associação em série



Ilustrações: CJT/Zapt/Arquivo da editora

Nessa associação, a intensidade da força aplicada nas duas molas é igual e a deformação total do sistema, Δx, é obtida pela soma das deformações individuais exibidas em cada mola, isto é:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2$$

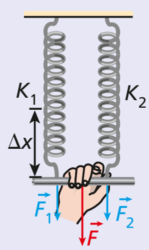
Utilizando a lei de Hooke, podemos obter a constante elástica K_s equivalente à associação:

$$\frac{F}{K_s} = \frac{F}{K_1} + \frac{F}{K_2} \Rightarrow \boxed{\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

No caso de n molas associadas em série, a constante elástica equivalente K_s fica determinada por:

$$\boxed{\frac{1}{K_s} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + ... + \frac{1}{K_n}}$$

Associação em paralelo



Para essa associação, ao aplicar uma força $\vec{F}$ em um ponto bem determinado da barra, as duas molas sofrem deformações iguais, e a intensidade da força total aplicada na barra é dada pela soma das intensidades das forças aplicadas em cada mola, isto é:

$$F = F_1 + F_2$$

Representando K_p a constante elástica equivalente à associação, decorre que:

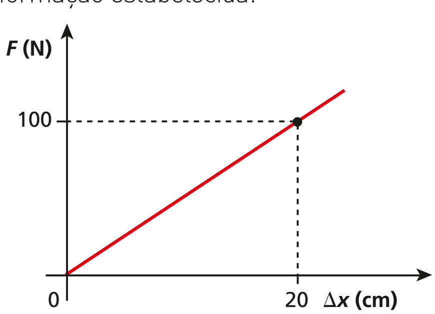
$$K_p\Delta x = K_1\Delta x + K_2\Delta x \Rightarrow \boxed{K_p = K_1 + K_2}$$

No caso de n molas associadas em paralelo, a constante elástica equivalente K_p fica determinada por:

$$\boxed{K_p = K_1 + K_2 + ... + K_n}$$

Exercícios Nível 1

62. O gráfico abaixo mostra como varia a intensidade da força de tração aplicada em uma mola em função da deformação estabelecida:



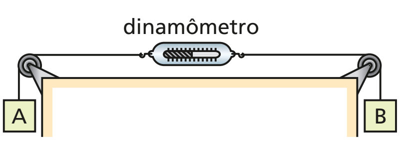
Banco de imagens/Arquivo da editora

Determine:

a) a constante elástica da mola (em N/m);

b) a intensidade da força de tração para a deformação de 5,0 cm.

63. Na montagem do esquema, os blocos **A** e **B** têm pesos iguais a 100 N cada um:

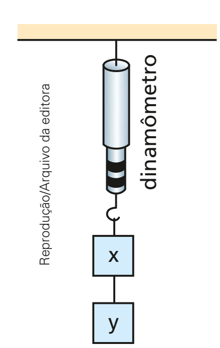


Banco de imagens/Arquivo da editora

A indicação do dinamômetro ideal, que está graduado em newtons, é de:

a) 400 N;
b) 200 N;
c) 100 N;
d) 50 N;
e) zero.

64. (UFRGS-RS) Um dinamômetro fornece uma leitura de 15 N quando os corpos **x** e **y** estão pendurados nele, conforme mostra a figura ao lado. Sendo a massa de **y** igual ao dobro da de **x**, qual a tração na corda que une os dois corpos?



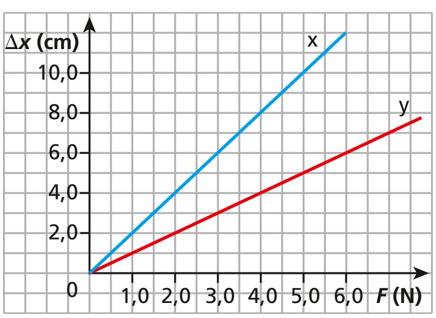
Reprodução/Arquivo da editora

65. Uma tira de borracha de peso desprezível e comprimento natural (sem deformação) L_0 é fixada em um suporte de modo a permanecer em posição vertical. Nesse elástico, são pendurados sucessivamente dois blocos, **A** e **B**, de pesos respectivamente iguais a 1,0 N e 3,0 N. Com **A** suspenso e em equilíbrio, verifica-se que a tira de borracha apresenta um comprimento de 8,0 cm e com **B** suspenso e em equilíbrio, nota-se, agora, um comprimento de 12,0 cm. Admitindo-se que a tira de borracha obedeça à Lei de Hooke, pede-se determinar:

a) o valor de L_0, em centímetros;

b) a constante elástica K da tira de borracha, em N/cm.

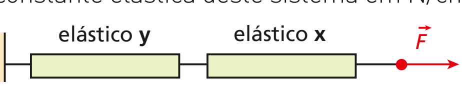
66. (UFRN) No gráfico seguinte, estão representadas as distensões (Δx) de dois elásticos (**x** e **y**) em função do módulo (F) da força de tração aplicada em cada um deles separadamente:



Reprodução/Arquivo da editora

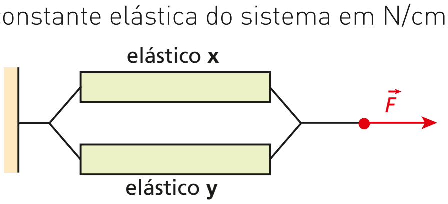
a) Suponha que os elásticos sejam associados em série, como mostra a figura abaixo. Qual é o valor da constante elástica deste sistema em N/cm?

Reprodução/Arquivo da editora



b) Se os elásticos forem associados em paralelo, como mostra a figura seguinte, qual será o valor da constante elástica do sistema em N/cm?

Reprodução/Arquivo da editora



67. Um garoto está em repouso pendurado na extremidade **A** de uma corda elástica de massa desprezível, como ilustra a figura 1. Nesse caso, o alongamento sofrido pela corda é igual a x_1. O garoto sobe, então, permanecendo em repouso dependurado no ponto **B**, como ilustra a figura 2. Nesse caso, o alongamento sofrido pela corda é igual a x_2. Se a intensidade da aceleração da gravidade é constante, a expressão que relaciona corretamente x_2 e x_1 é:

CJT/Zapt/Arquivo da editora

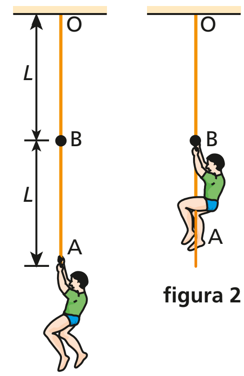


figura 1

figura 2

a) $x_2 = 4x_1$

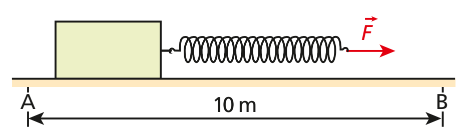
b) $x_2 = 2x_1$

c) $x_2 = x_1$

d) $x_2 = \dfrac{x_1}{2}$

e) $x_2 = \dfrac{x_1}{4}$

68. (FEI-SP) O bloco da figura, de massa m = 4,0 kg, desloca-se sob a ação de uma força horizontal constante de intensidade $\vec{F}$. A mola ideal, ligada ao bloco, tem comprimento natural (isto é, sem deformação) ℓ_0 = 14,0 cm e constante elástica K = 160 N/m.

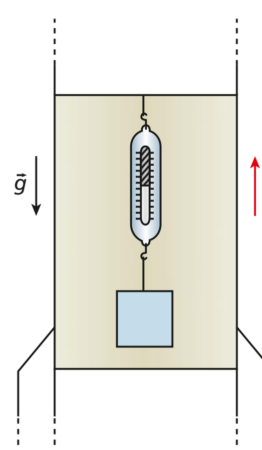


Reprodução/Arquivo da editora

Desprezando-se as forças de atrito e sabendo-se que as velocidades escalares do bloco em **A** e **B** são, respectivamente, iguais a 4,0 m/s e 6,0 m/s, qual é, em centímetros, o comprimento da mola durante o movimento?

69. A figura ao lado representa o corte de um dos compartimentos de um foguete, que acelera verticalmente para cima nas proximidades da Terra.

No teto do compartimento, está fixado um dinamômetro ideal, que tem preso a si um bloco de massa 4,0 kg. Adotando $|\vec{g}|$ = 10 m/s^2 e admitindo que a indicação do dinamômetro seja 60 N, determine o módulo da aceleração do foguete.

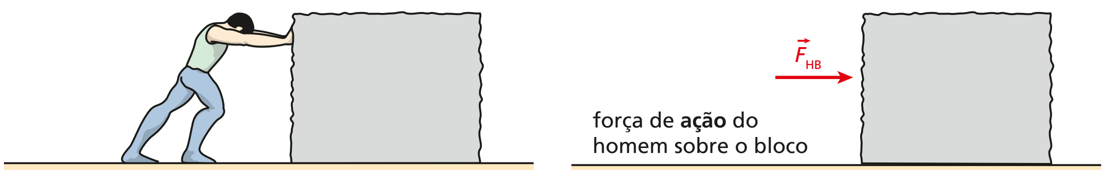


CJT/Zapt/Arquivo da editora

10. O Princípio da Ação e da Reação (3ª Lei de Newton)

Analisemos a situação a seguir, em que um homem empurra horizontalmente para a direita um pesado bloco.

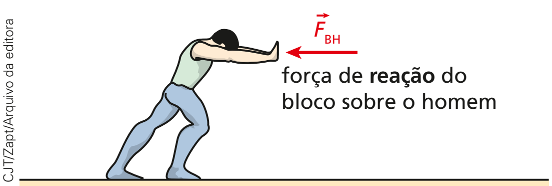
Ao empurrar o bloco, o homem aplica sobre ele uma força $\vec{F}_{HB}$, que convencionaremos chamar de **força de ação**.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

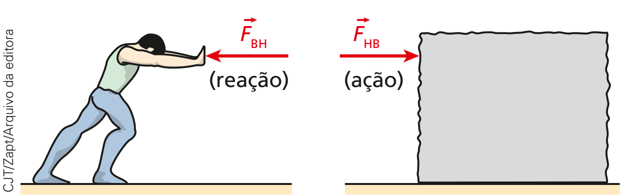
Será que o bloco também "empurra" o homem? Sim! Mostram fatos experimentais que, se o homem exerce força no bloco, este faz o mesmo em relação ao homem. O bloco aplica no homem uma força $\vec{F}_{BH}$, dirigida para a esquerda, que convencionaremos chamar de **força de reação**.

CJT/Zapt/Arquivo da editora



Em resumo, o homem exerce no bloco uma força $\vec{F}_{HB}$, horizontal e para a direita. O bloco, por sua vez, exerce no homem uma força de reação $\vec{F}_{BH}$, horizontal e para a esquerda.

CJT/Zapt/Arquivo da editora



O homem e o bloco trocam entre si forças de ação e reação.

Verifica-se que as forças $\vec{F}_{HB}$ e $\vec{F}_{BH}$ são opostas, isto é, $\vec{F}_{HB} = -\vec{F}_{BH}$. Devemos entender, então, que $\vec{F}_{HB}$ e $\vec{F}_{BH}$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos. Supondo, por exemplo, que a intensidade da ação ($\vec{F}_{HB}$) seja 100 N, observaremos que a intensidade da reação ($\vec{F}_{BH}$) também será 100 N.

Outro detalhe importante é o fato de as forças de ação e reação estarem aplicadas em **corpos diferentes**. No caso da situação descrita, a ação ($\vec{F}_{HB}$) está aplicada no bloco, enquanto a reação ($\vec{F}_{BH}$) está aplicada no homem.

O **Princípio da Ação e da Reação** pode ser enunciado da seguinte maneira:

> A toda força de **ação** corresponde uma de **reação**, de modo que essas forças têm sempre mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, estando aplicadas em corpos diferentes.

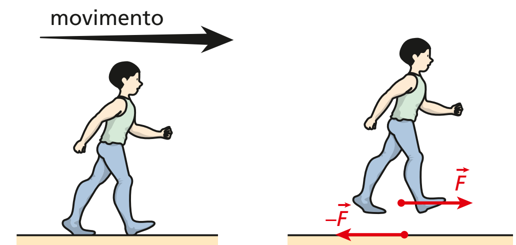
É importante destacar que as forças de ação e reação, por estarem aplicadas em corpos diferentes, nunca se equilibram (isto é, nunca se anulam) mutuamente.

Em nossa vida prática, várias são as situações relacionadas com o Princípio da Ação e da Reação. Vejamos algumas delas.

Exemplo 1

Ao caminhar, uma pessoa age no chão, empurrando-o "para trás". Este, por sua vez, reage na pessoa, empurrando-a "para a frente".

Observemos, nesse caso, que a ação está aplicada no solo, enquanto a reação está aplicada na pessoa.



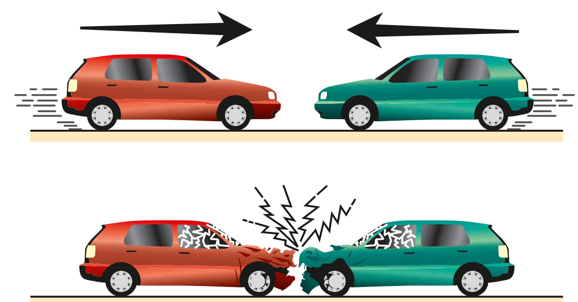
CJT/Zapt/Arquivo da editora

Exemplo 2

Na colisão entre dois automóveis, ambos deformam-se. Isso prova que, se um deles age, o outro reage em sentido contrário.

Os automóveis trocam forças de ação e reação que têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos.

Embora os carros troquem forças de intensidades iguais, ficará menos deformado aquele que receber a pancada numa região de estrutura mais resistente.


CJT/Zapt/Arquivo da editora

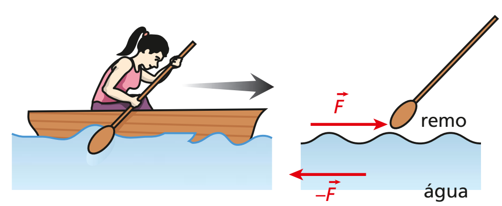
Exemplo 3

Ao remar um barco, uma pessoa põe em prática o Princípio da Ação e da Reação.

O remo age na água, empurrando-a com uma força $-\vec{F}$. Esta, por sua vez, reage no remo, empurrando-o em sentido oposto com uma força $\vec{F}$.

É importante notar que a ação $-\vec{F}$ está aplicada na água, enquanto a reação $\vec{F}$ está aplicada no remo.

Ação e reação aplicam-se em **corpos diferentes**.

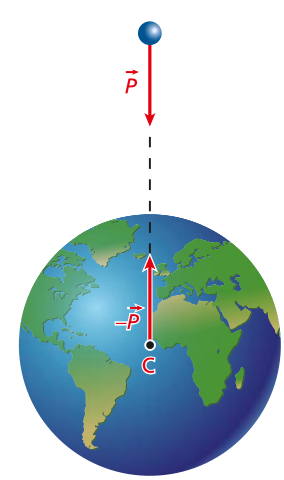


CJT/Zapt/Arquivo da editora

Exemplo 4

Consideremos um corpo sob a influência do campo gravitacional terrestre. Conforme sabemos, o corpo é atraído gravitacionalmente, sendo solicitado por uma força $\vec{P}$. Mas, se a Terra, por meio do seu campo de gravidade, age no corpo, este reage na Terra, atraindo-a com uma força $-\vec{P}$.

O corpo e a Terra interagem gravitacionalmente, trocando entre si forças de ação e reação. Observemos que $\vec{P}$ está aplicada no corpo, enquanto $-\vec{P}$ está aplicada na Terra (no seu centro de massa).



CJT/Zapt/Thinkstock/Getty Images

Ilustração fora de escala e em cores fantasia.

NOTAS!

- Nos três primeiros exemplos, as forças de ação e de reação exercidas pelos corpos descritos são **forças de contato**. Entretanto, no exemplo 4, as forças trocadas pela Terra e pelo corpo são **forças de campo**, pois advêm de uma interação a distância, que não necessita de contato para ocorrer.
- É importante perceber que as forças de ação e reação têm sempre a mesma natureza, ou seja, são ambas de contato ou ambas de campo.

JÁ PENSOU NISTO?

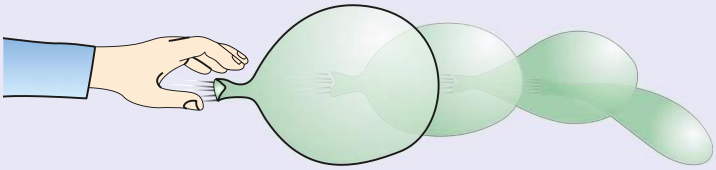
REUTERS/Latinstock

Cena chocante!

Nesta imagem, literalmente chocante, as forças trocadas entre o rosto do jogador e a bola são do tipo **ação** e **reação**. Por isso, essas forças têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, estando aplicadas em corpos diferentes. As deformações visíveis tanto no rosto do jogador como na bola deixam evidente que, durante o breve intervalo de tempo em que ocorre o contato, as duas partes – rosto e bola – ficam sob a ação de forças.

Ampliando o olhar

Aplicações da 3ª Lei de Newton



Luciano da S. Teixeira/Arquivo da editora

Um experimento simples que você já deve ter realizado está esquematizado na figura ao lado, na qual está representado um balão de borracha movimentando-se à medida que expele o ar existente em seu interior.

Esse fenômeno pode ser explicado pelo Princípio da Ação e da Reação. Cada partícula do ar ejetado recebe uma "força para trás". Essas partículas, que são em grande número, reagem no balão com "pequenas forças para a frente". Essas "forças" originam uma força resultante expressiva, capaz de acelerar o corpo elástico.

As mochilas espaciais também são equipamentos que operam com base no Princípio da Ação e da Reação, permitindo a um astronauta se locomover autonomamente no espaço.

Jatos estrategicamente posicionados, dotados de um dispositivo de acionamento individual, expelem um gás acondicionado em alta pressão. As partículas desse gás recebem forças no ato da ejeção e reagem na mochila em sentido contrário, o que possibilita o deslocamento do astronauta. Isso propicia uma série de atividades fora da nave, como reparos, observações e experimentos.

Thinkstock/Getty Images

Fotografia de astronauta fora da nave, equipado com uma mochila espacial.

O conjunto astronauta-mochila troca forças de ação e reação com as partículas de gás expelidas pelos jatos e também com o planeta, já que ambos se atraem mutuamente com forças de origem gravitacional (forças de campo).

Jogando com as Leis de Newton

O rapel é um esporte radical, derivado do alpinismo, que permite descidas verticais em montanhas, cachoeiras e, até mesmo, em pontes e edifícios. Os praticantes utilizam cordas, argolas-mosquetões, argolas em 8 (que têm a função de freio), além, é claro, do capacete. A prática do rapel, que também é empregado em salvamentos e resgates, requer coragem, perícia e treinamento especializado.

Numa descida vertical, desprezada a influência do ar, o corpo de um praticante de rapel fica sujeito a duas forças de mesma direção: o peso, $\vec{P}$, e a força exercida pela corda, ou força de tração, $\vec{T}$, como ilustra a figura.

SCHREYER Patrice /Age Fotostock/Grupo Keystone

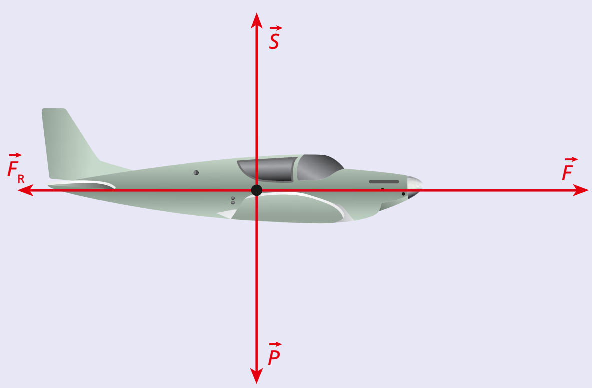
Rapel: emoção e adrenalina em descidas radicais.

Conforme o Princípio Fundamental da Dinâmica (2ª Lei de Newton), deve-se inferir que, se $|\vec{P}| = |\vec{T}|$, o corpo da pessoa permanece em repouso ou desloca-se para baixo em movimento retilíneo e uniforme.

Já, se $|\vec{P}| > |\vec{T}|$, a força resultante e a correspondente aceleração ficam dirigidas para baixo, e a pessoa desce em movimento acelerado. Ainda, se $|\vec{P}| < |\vec{T}|$, a força resultante e a correspondente aceleração ficam dirigidas para cima, e a pessoa desce em movimento retardado.

O avião, por outro lado, é um dos meios de transporte mais seguros em operação, permitindo deslocamentos rápidos entre dois locais quaisquer do planeta. Prevê-se para meados deste século aeronaves ainda mais rápidas, para pouco mais de 100 passageiros, que voarão a altitudes da ordem de 30 000 m, com velocidades em torno de Mach 4 (quatro vezes a velocidade do som no ar, ou cerca de 4 900 km/h). Dessa forma, serão possíveis voos entre Nova York e Paris em pouco mais de uma hora.

Pilotar aviões, desde os mais simples até os mais sofisticados, implica administrar quatro forças: a de sustentação aerodinâmica $\vec{S}$, a de propulsão, ou empuxo, $\vec{F}$, o peso, $\vec{P}$, e a resistência ao avanço, $\vec{F}_R$, representadas no esquema a seguir.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A sustentação aerodinâmica ($\vec{S}$) provém de diferenças de pressão do ar entre a parte de baixo da aeronave e a parte de cima, como será mais bem explicado em Hidrodinâmica. A fuselagem e as asas do avião são desenhadas de modo a receberem do ar que escoa em sentido contrário ao do voo a força de sustentação aerodinâmica.

Banco de imagens/Arquivo da editora

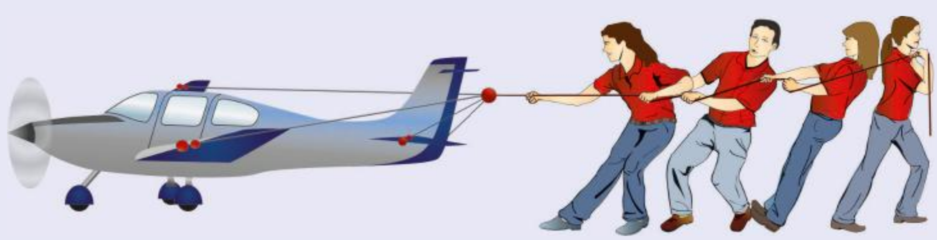
A propulsão ($\vec{F}$) vem da interação entre os motores da aeronave (hélices ou turbinas) e o ar. Os motores do avião "empurram" o ar para trás e o ar, conforme a 3ª Lei de Newton, reage no corpo da aeronave, "empurrando-a" para frente.

Banco de imagens/Arquivo da editora

O peso ($\vec{P}$) é a força aplicada pela gravidade. O peso é vertical e dirigido para baixo, atuando no sentido de "derrubar" a aeronave.

Banco de imagens/Arquivo da editora

A força de resistência ao avanço ($\vec{F}_R$), por sua vez, também é imposta pelo ar, mas no sentido de resistir ao movimento do avião.

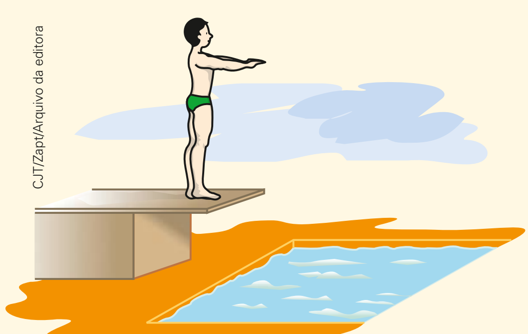

Banco de imagens/Arquivo da editora

Vamos admitir um avião em pleno voo. De forma simples e considerando-se um referencial fixo no solo terrestre, podemos dizer que:

1. Se $\vec{S} + \vec{F} + \vec{P} + \vec{F}_R = \vec{0}$, a aeronave segue em movimento retilíneo e uniforme. Este é o momento de realizar o serviço de bordo, com oferta de lanches e bebidas aos passageiros, já que a aeronave está equilibrada (equilíbrio dinâmico).
2. Se $F > F_R$, a aeronave avança em movimento acelerado.
3. Se $F < F_R$, a aeronave avança em movimento retardado.
4. Se $S > P$, a aeronave realiza movimento com aceleração dirigida para cima (sobe em movimento acelerado ou desce em movimento retardado).
5. Se $S < P$, a aeronave realiza movimento com aceleração dirigida para baixo (desce em movimento acelerado ou sobe em movimento retardado).

Exercícios Nível 1

70. **E.R.** Um garoto encontra-se em pé sobre o trampolim de uma piscina, conforme representa o esquema seguinte:

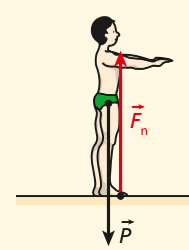

CJT/Zapt/Arquivo da editora

A deflexão do trampolim é desprezível, de forma que este pode ser considerado horizontal. Desprezando-se os efeitos do ar, caracterize todas as forças que atuam no corpo do garoto, dizendo quais as outras que formam, com aquelas primeiras, pares ação-reação.

A massa do garoto vale 60 kg e, no local, $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

Resolução:

Se o garoto está em repouso na extremidade do trampolim, a resultante das forças que atuam em seu corpo é nula (o garoto está em equilíbrio estático).



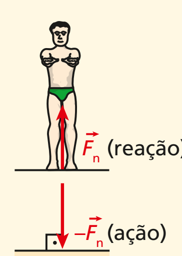
CJT/Zapt/Arquivo da editora

Apenas duas forças verticais e de sentidos opostos atuam no corpo do garoto, conforme representa o esquema a seguir.

$\vec{P}$ = ação gravitacional (exercida pela Terra);

$\vec{F}_n$ = reação normal do apoio (exercida pelo trampolim).

As forças $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ equilibram-se mutuamente, portanto têm intensidades iguais:



CJT/Zapt/Arquivo da editora

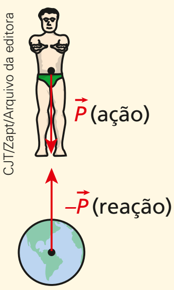
$$|\vec{F}_n| = |\vec{P}| = m|\vec{g}|$$

$$|\vec{F}_n| = |\vec{P}| = 60 \cdot 10$$

$$\boxed{|\vec{F}_n| = |\vec{P}| = 600\ N}$$

A ação correspondente à reação $\vec{F}_n$ é a força de compressão $-\vec{F}_n$ que o garoto exerce no trampolim.

$$|\vec{F}_n| = |-\vec{F}_n| = 600\ \text{N}$$



CJT/Zapt/Arquivo da editora

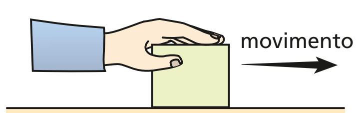
A reação correspondente à ação $\vec{P}$ é a força $-\vec{P}$, que o garoto exerce no centro de massa da Terra.

$$|\vec{P}| = |-\vec{P}| = 600\ \text{N}$$

Nota:

- As forças $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, porém, não constituem entre si um par ação-reação, uma vez que estão aplicadas no mesmo corpo (o do garoto).

71. Um homem empurra um bloco sobre uma mesa horizontal perfeitamente sem atrito, aplicando-lhe uma força paralela à mesa, conforme ilustra a figura:



CJT/Zapt/ Arquivo da editora

Faça um esquema representando todas as forças que agem no bloco, bem como as que, com elas, formam pares ação-reação.

72. Leia a tirinha a seguir:

Ricardo Helou Doca/Arquivo da editora

Papai Noel, o personagem da tirinha, é reconhecidamente bastante opulento e rechonchudo.

Suponha que ele esteja na Terra, na Lapônia, e que a balança se encontre em repouso, apoiada sobre o solo horizontal.

Considere que, na situação de repouso, Papai Noel exerça sobre a plataforma da balança uma compressão de intensidade 1 200 N.

A respeito do descrito, são feitas as seguintes afirmações:

I. O peso do Papai Noel, na Terra, tem intensidade 1 200 N.
II. A plataforma da balança exerce sobre Papai Noel uma força de intensidade 1 200 N.
III. Papai Noel exerce no centro de massa da Terra uma força atrativa de intensidade menor que 1 200 N.
IV. O peso de Papai Noel e a força que a plataforma da balança exerce sobre ele constituem entre si um par ação-reação.

É(são) verdadeira(s):

a) somente I e II;
b) somente II e III;
c) somente I, II e III;
d) somente I, III e IV;
e) todas as afirmativas.

73. **E.R.** Um trem está se deslocando para a direita sobre trilhos retilíneos e horizontais, com movimento uniformemente variado em relação à Terra.

Uma esfera metálica, que está apoiada no piso horizontal de um dos vagões, é mantida em repouso em relação ao vagão por uma mola colocada entre ela e a parede frontal, como ilustra a figura. A mola encontra-se comprimida.

CJT/Zapt/Arquivo da editora

Supondo desprezível o atrito entre a esfera e o piso do vagão:

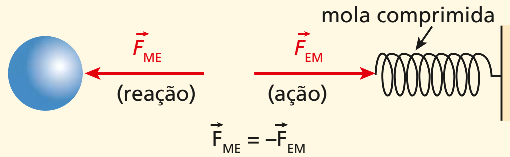
a) esquematize a força $\vec{F}_{EM}$, que a esfera exerce na mola, e a força $\vec{F}_{ME}$ que a mola exerce na esfera;
b) determine a direção e o sentido da aceleração do trem em relação à Terra.

c) verifique se o movimento do trem é uniformemente acelerado ou uniformemente retardado.

Resolução:

a) Se a mola se encontra **comprimida**, a força de contato (ação) $\vec{F}_{EM}$ que ela recebe da esfera é dirigida para a direita.
A mola, por sua vez, reage na esfera com a força $\vec{F}_{ME}$ dirigida para a esquerda, conforme está esquematizado abaixo:

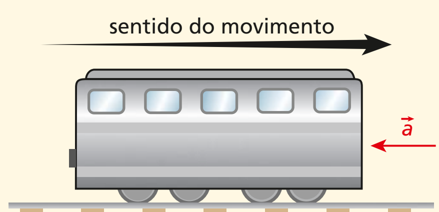
CJT/Zapt/Arquivo da editora



b) A força resultante na esfera é $\vec{F}_{ME}$. Como essa força está dirigida para a esquerda, o mesmo ocorre com a correspondente aceleração (2ª Lei de Newton), que é igual à do trem, já que a esfera está em repouso em relação ao seu piso.

A aceleração da esfera, que é igual à do trem, é horizontal e dirigida para a esquerda.

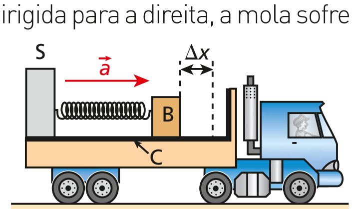
c)



CJT/Zapt/Arquivo da editora

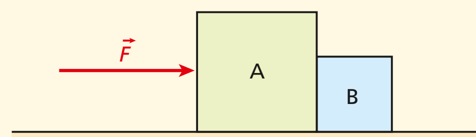
O movimento é **uniformemente retardado**, uma vez que o vetor aceleração ($\vec{a}$) tem sentido oposto ao do movimento do trem.

74. (UFPE) Uma mola de constante elástica $K = 1{,}5 \cdot 10^3$ N/m é montada horizontalmente em um caminhão, ligando um bloco **B** de massa $m = 30$ kg a um suporte rígido **S**. A superfície de contato entre o bloco **B** e a base **C** é perfeitamente lisa. Observa-se que, quando o caminhão se desloca sobre uma superfície plana e horizontal com aceleração $\vec{a}$, dirigida para a direita, a mola sofre uma compressão $\Delta x = 10$ cm. Determine o módulo de $\vec{a}$ em m/s^2.



Reprodução/Arquivo da editora

75. **E.R.** Os dois blocos indicados na figura encontram-se em contato, apoiados em um plano horizontal sem atrito. Com os blocos em repouso, aplica-se em **A** uma força constante, paralela ao plano de apoio e de intensidade *F*. Sabe-se que as massas de **A** e **B** valem, respectivamente, 2*M* e *M*.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Não considerando a influência do ar, determine:

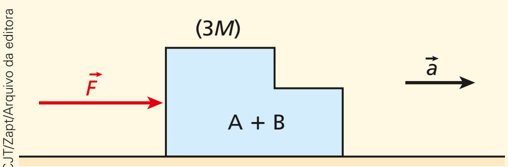
a) o módulo da aceleração adquirida pelo sistema;

b) a intensidade da força de contato trocada pelos blocos.

Resolução:

a) A resultante externa que acelera o conjunto A + B é $\vec{F}$:

CJT/Zapt/Arquivo da editora



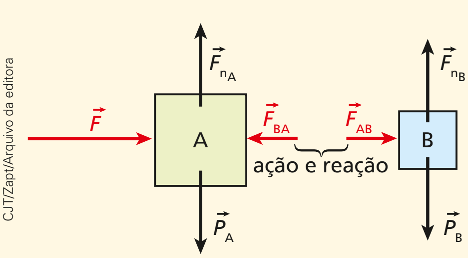
Aplicando ao conjunto A + B (de massa total 3*M*) o Princípio Fundamental da Dinâmica, vem:

$$F = (m_A + m_B)a \Rightarrow F = 3Ma$$

$$\boxed{a = \frac{F}{3M}}$$

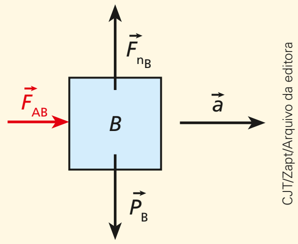
b) Isolando os blocos e fazendo o esquema das forças que agem em cada um:

CJT/Zapt/Arquivo da editora



Na região de contato, os blocos exercem entre si as forças $\vec{F}_{AB}$ e $\vec{F}_{BA}$, que constituem um par ação-reação.

A intensidade de $\vec{F}_{AB}$ (ou de $\vec{F}_{BA}$) pode ser facilmente calculada aplicando-se a 2ª Lei de Newton ao bloco **B**. Assim:

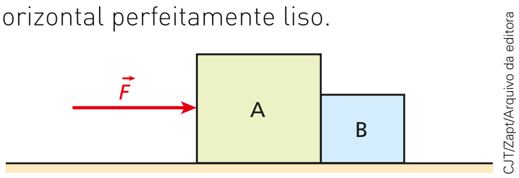


$\vec{F}_{n_B}$ e $\vec{P}_B$ equilibram-se, já que a aceleração vertical é nula. Logo, quem acelera exclusivamente o bloco **B** é $\vec{F}_{AB}$.

$$F_{AB} = m_B a \Rightarrow F_{AB} = M\frac{F}{3M}$$

$$\boxed{F_{AB} = F_{BA} = \frac{F}{3}}$$

76. Na figura abaixo, os blocos **A** e **B** têm massas m_A = 6,0 kg e m_B = 2,0 kg e, estando apenas encostados entre si, repousam sobre um plano horizontal perfeitamente liso.

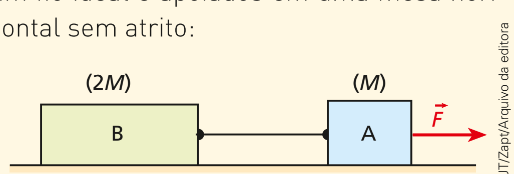


A partir de um dado instante, exerce-se em **A** uma força horizontal $\vec{F}$, de intensidade igual a 16 N. Desprezando a resistência do ar, calcule:

a) o módulo da aceleração do conjunto;

b) a intensidade das forças que **A** e **B** exercem entre si na região de contato.

77. E.R. A figura seguinte representa dois blocos, **A** (massa *M*) e **B** (massa 2*M*), interligados por um fio ideal e apoiados em uma mesa horizontal sem atrito:



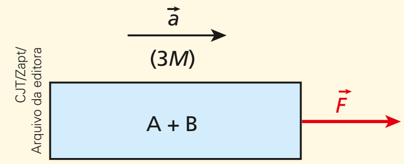
Aplica-se em **A** uma força paralela à mesa, de intensidade *F* e que acelera o conjunto. Desprezando a influência do ar, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força que traciona o fio.

Resolução:

a) A resultante externa que acelera o conjunto A + B é $\vec{F}$:

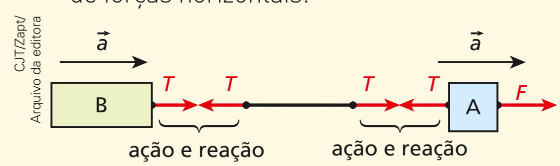


O módulo da aceleração $\vec{a}$ é calculado pelo Princípio Fundamental da Dinâmica:

$$F = (m_A + m_B)a \quad \Rightarrow \quad F = 3Ma$$

$$\boxed{a = \frac{F}{3M}}$$

b) As forças verticais (peso e normal) equilibram-se em cada bloco; assim, isolando os blocos e o fio, obtemos o seguinte esquema de forças horizontais:

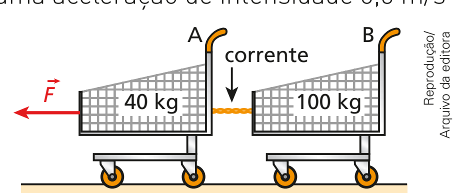


A força que traciona o fio tem a mesma intensidade daquela que acelera o bloco **B**. Assim, aplicando a **B** a 2ª Lei de Newton, vem:

$$T = m_B a \quad \Rightarrow \quad T = 2M\frac{F}{3M}$$

$$\boxed{T = \frac{2}{3}F}$$

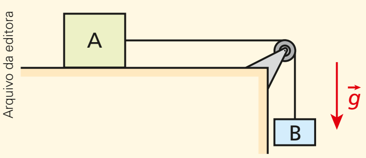
78. (FGV-SP) Dois carrinhos de supermercado, **A** e **B**, podem ser acoplados um ao outro por meio de uma pequena corrente de massa desprezível, de modo que uma única pessoa, em vez de empurrar dois carrinhos separadamente, possa puxar o conjunto pelo interior do supermercado. Um cliente aplica uma força horizontal constante de intensidade *F* sobre o carrinho da frente, dando ao conjunto uma aceleração de intensidade 0,5 m/s².



Sendo o piso plano e as forças de atrito desprezíveis, o módulo da força *F* e o da força de tração na corrente são, em N, respectivamente:

a) 70 e 20.
b) 70 e 40.
c) 70 e 50.
d) 60 e 20.
e) 60 e 50.

79. Na montagem representada na figura, o fio é
E.R. inextensível e de massa desprezível; a polia pode girar sem atrito em torno de seu eixo, tendo inércia de rotação desprezível; as massas dos blocos **A** e **B** valem, respectivamente, m_A e m_B; inexiste atrito entre o bloco **A** e o plano horizontal em que se apoia e a resistência do ar é insignificante:



CJT/Zapt/Arquivo da editora

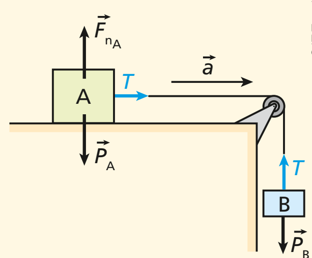
Em determinado instante, o sistema é abandonado à ação da gravidade. Assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor *g*, determine:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força que traciona o fio.

Resolução:

Façamos, inicialmente, o esquema das forças que agem em cada bloco:



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Apliquemos o Princípio Fundamental da Dinâmica a cada um deles:

Bloco **B**: $P_B - T = m_B a$ (I)

Bloco **A**: $T = m_A a$ (II)

a) Somando (I) e (II), calculamos o módulo da aceleração do sistema:

$$P_B = (m_A + m_B)a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{P_B}{m_A + m_B}$$

$$\boxed{a = \frac{m_B}{m_A + m_B} g}$$

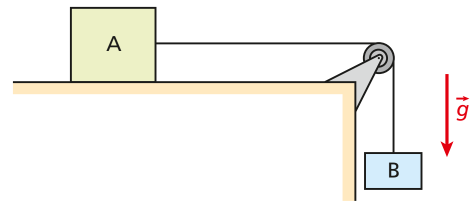
Nota:

- A força resultante que acelera o conjunto A + B é o peso de **B**.

b) Substituindo o valor de *a* em (II), obtemos a intensidade da força que traciona o fio:

$$T = m_A a \quad \Rightarrow \quad \boxed{T = \frac{m_A m_B}{m_A + m_B} g}$$

80. No arranjo experimental esquematizado a seguir, os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a 4,0 kg e 1,0 kg (desprezam-se os atritos, a resistência do ar e a inércia da polia).



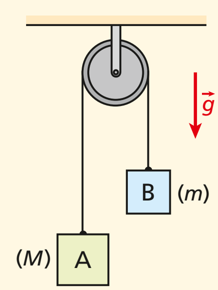
CJT/Zapt/Arquivo da editora

Considerando o fio que interliga os blocos leve e inextensível e adotando nos cálculos $|\vec{g}| = 10$ m/s², determine:

a) o módulo da aceleração dos blocos;

b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio.

81. O dispositivo representado
E.R. no esquema ao lado é uma máquina de Atwood, numa referência ao físico inglês George Atwood (1745-1807). A polia tem inércia de rotação desprezível e não se consideram os atritos. O fio é inextensível e de massa desprezível, e, no local, a aceleração gravitacional tem módulo *g*. Sabe-se, ainda, que as massas dos corpos **A** e **B** valem, respectivamente, *M* e *m*, com M > m. Supondo que em determinado instante a máquina é destravada, determine:



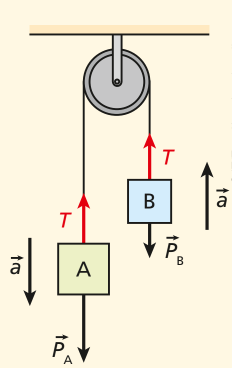
CJT/Zapt/Arquivo da editora

a) o módulo da aceleração adquirida pelo bloco **A** e pelo bloco **B**;

b) a intensidade da força que traciona o fio durante o movimento dos blocos.

Resolução:

A figura ao lado mostra o esquema das forças que agem em cada corpo.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Como M > m, o corpo **A** é acelerado para baixo, enquanto **B** é acelerado para cima. Aplicando a **A** e a **B** a 2ª Lei de Newton, obtemos:

Corpo **A**: $P_A - T = Ma$ (I)

Corpo **B**: $T - P_B = ma$ (II)

a) Somando (I) e (II), calculamos o módulo da aceleração dos blocos:

$$P_A - P_B = (M + m)a$$
$$(M - m)g = (M + m)a$$
$$\boxed{a = \frac{(M - m)}{M + m}g}$$

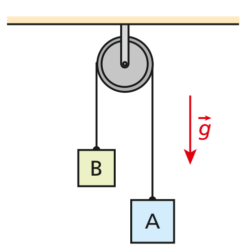
Nota:

- A força resultante que acelera o conjunto A + B é dada pela diferença entre os pesos de **A** e **B**.

b) De (II), segue que:

$$T - mg = m\frac{(M - m)}{M + m}g$$
$$\boxed{T = \frac{2Mm}{M + m}g}$$

82. O dispositivo esquematizado na figura é uma máquina de Atwood. No caso, não há atritos, o fio é inextensível e desprezam-se sua massa e a da polia.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Supondo que os blocos **A** e **B** tenham massas respectivamente iguais a 3,0 kg e 2,0 kg e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:

a) o módulo da aceleração dos blocos;

b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio;

c) a intensidade da força de tração estabelecida na haste de sustentação da polia.

83. **E.R.** Um homem de massa 60 kg acha-se de pé sobre uma balança graduada em newtons. Ele e a balança situam-se dentro da cabine de um elevador que tem, em relação à Terra, uma aceleração vertical de módulo 1,0 m/s^2. Adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule:

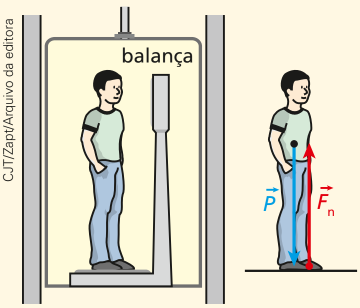
a) a indicação da balança no caso de o elevador estar acelerado para cima;

b) a indicação da balança no caso de o elevador estar acelerado para baixo.

Resolução:

A figura a seguir representa a situação proposta, juntamente com o esquema das forças que agem no homem.

CJT/Zapt/Arquivo da editora



$\vec{P}$: peso do homem
$(P = mg = 60 \cdot 10\ N = 600\ N)$;

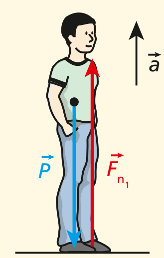
$\vec{F}_n$: reação normal da balança.

A força $\vec{F}_n$ tem intensidade igual à indicação da balança. Isso ocorre pelo fato de o homem e a balança trocarem, na região de contato, forças de ação e reação. A intensidade de $\vec{F}_n$ é o **peso aparente** do homem dentro do elevador.

a) No caso de o elevador estar acelerado para cima, $|\vec{F}_{n_1}| > |\vec{P}|$:

Aplicando a 2ª Lei de Newton, vem:

$$F_{n_1} - P = ma$$
$$F_{n_1} = m(g + a)$$
$$F_{n_1} = 60\ (10 + 1{,}0)$$
$$\boxed{F_{n_1} = 660\ N}$$



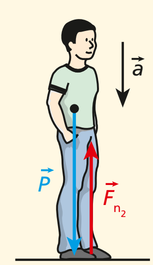
CJT/Zapt/Arquivo da editora

O peso aparente é **maior** que o peso real (660 N > 600 N).

b) No caso de o elevador estar acelerado para baixo, $|\vec{F}_{n_2}| < |\vec{P}|$:

Aplicando a 2ª Lei de Newton, vem:

$$P - F_{n_2} = ma$$
$$F_{n_2} = m(g - a)$$
$$F_{n_2} = 60\ (10 - 1{,}0)$$
$$\boxed{F_{n_2} = 540\ N}$$



CJT/Zapt/Arquivo da editora

O peso aparente é **menor** que o peso real (540 N < 600 N)

Nota:

- Podemos dizer que dentro de um elevador em movimento acelerado na vertical reina uma **gravidade aparente** (g_{ap}) diferente da gravidade externa (g).

  (I) Elevador com aceleração de módulo ***a***, **orientada para cima** (↑), em movimento **ascendente** ou **descendente**.

  Nesse caso, os corpos dentro do elevador aparentam um peso maior que o real:

  $$\boxed{g_{ap} = g + a}$$

  (II) Elevador com aceleração de módulo ***a***, **orientada para baixo** (↓), em movimento **ascendente** ou **descendente**.

  Nesse caso, os corpos dentro do elevador aparentam um peso menor que o real:

  $$\boxed{g_{ap} = g - a}$$

  Observe que, se $a = g$, teremos $g_{ap} = 0$ e os corpos, dentro do elevador, aparentarão peso nulo.

84. Em determinado parque de diversões, o elevador que despenca verticalmente em queda livre é a grande atração. Rafael, um garoto de massa igual a 70 kg, encara o desafio e, sem se intimidar com os comentários de seus colegas, embarca no brinquedo, que começa a subir a partir do repouso. Durante a ascensão vertical do elevador, são verificadas três etapas:

I. movimento uniformemente acelerado com aceleração de módulo 1,0 m/s^2;

II. movimento uniforme;

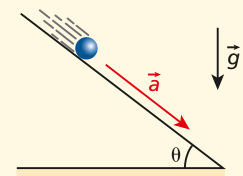
III. movimento uniformemente retardado com aceleração de módulo 1,0 m/s^2.

Depois de alguns segundos estacionado no ponto mais alto da torre, de onde Rafael acena triunfante para o grupo de amigos, o elevador é destravado, passando a cair com aceleração praticamente igual à da gravidade (10 m/s^2). Pede-se calcular o peso aparente de Rafael:

a) nas etapas I, II e III;

b) durante a queda livre.

85. E.R. Uma partícula de massa m é abandonada no topo do plano inclinado da figura, de onde desce em movimento acelerado com aceleração $\vec{a}$.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

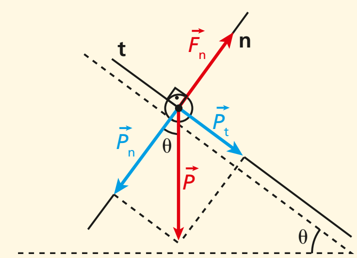
O ângulo de inclinação do plano em relação à horizontal é θ, e o módulo da aceleração da gravidade é g. Desprezando os atritos e a influência do ar:

a) calcule o módulo de $\vec{a}$;

b) trace os seguintes gráficos: módulo de $\vec{a}$ em função de θ e módulo de $\vec{a}$ em função de m.

Resolução:

a) Nas condições citadas, apenas duas forças atuam na partícula: seu peso ($\vec{P}$) e a reação normal do plano inclinado ($\vec{F}_n$):



CJT/Zapt/Arquivo da editora

$\vec{P}_n$ = componente normal do peso
($P_n = P \cos \theta$)

Como, na direção **n**, a aceleração da partícula é nula, deve ocorrer:

$$P_n = F_n$$

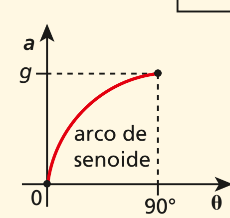
$\vec{P}_t$ = componente tangencial do peso
($P_t = P \text{ sen } \theta$)

A resultante externa que acelera a partícula na direção **t** é $\vec{P}_t$. Logo, aplicando o Princípio Fundamental da Dinâmica, vem:

$$P_t = ma \Rightarrow P \text{ sen } \theta = ma$$

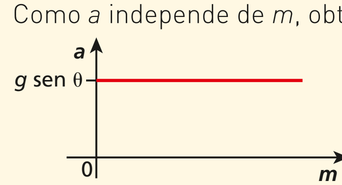
$$mg \text{ sen } \theta = ma \Rightarrow \boxed{a = g \text{ sen } \theta}$$

b)



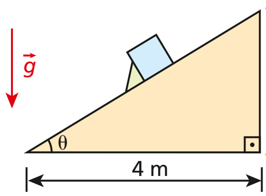
Banco de imagens/Arquivo da editora

Como a independe de m, obtemos:



Banco de imagens/Arquivo da editora

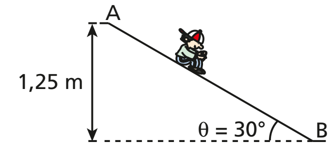
86. No plano inclinado representado a seguir, o bloco encontra-se impedido de se movimentar devido ao calço no qual está apoiado. Os atritos são desprezíveis, a massa do bloco vale 5,0 kg e $g = 10\ m/s^2$.



CJT/Zapt/ Arquivo da editora

a) Copie a figura esquematizando todas as forças que agem no bloco.
b) Calcule as intensidades das forças com as quais o bloco comprime o calço e o plano de apoio.

87. Um garoto de massa igual a 40,0 kg parte do repouso do ponto **A** do escorregador esquematizado abaixo e desce sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar.



CJT/Zapt/ Arquivo da editora

Sabendo-se que no local a aceleração da gravidade tem intensidade $10,0\ m/s^2$, responda:
a) Qual o módulo da aceleração adquirida pelo garoto? O valor calculado depende de sua massa?
b) Qual o intervalo de tempo gasto pelo garoto no percurso de **A** até **B**?
c) Com que velocidade ele atinge o ponto **B**?

Exercícios Nível 2

88. Um astronauta, do qual desprezaremos as dimensões, encontra-se em repouso no ponto **A** da figura 1, numa região do espaço livre de ações gravitacionais significativas. **Oxyz** é um referencial inercial. Por meio de uma mochila espacial, dotada dos jatos 1, 2 e 3, de mesma potência e que expelem combustível queimado nos sentidos indicados na figura 2, o astronauta consegue mover-se em relação a **Oxyz**.

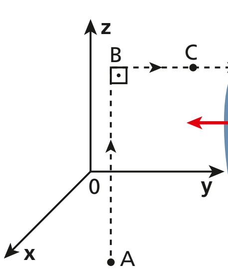


figura 1

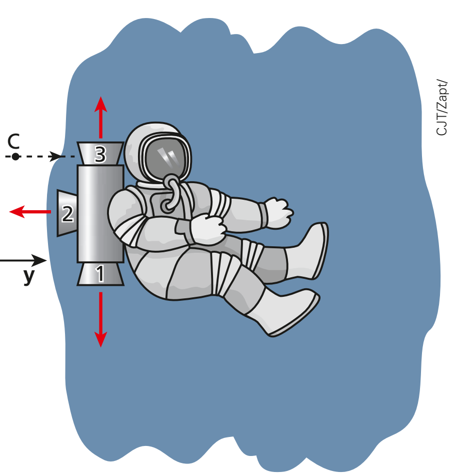


figura 2

CJT/Zapt/ Arquivo da editora

Para percorrer a trajetória A → B → C →, o astronauta deverá acionar, durante o mesmo intervalo de tempo, os jatos na seguinte sequência:

a) 1 e 2;
b) 3 e 2;
c) 3, 1 e 2;
d) 1, 3 e 2;
e) 1, 2 e 3.

89. **E.R.** Dois garotos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 40 kg e 60 kg, encontram-se sobre a superfície plana, horizontal e perfeitamente lisa de um grande lago congelado. Em dado instante, **A** empurra **B**, que sai com velocidade de 4,0 m/s. Supondo desprezível a influência do ar, determine:
a) o módulo da velocidade de **A** após o empurrão;
b) a distância que separa os garotos, decorridos 10 s do empurrão.

Resolução:

a) Durante o contato (empurrão), **A** e **B** trocam entre si forças de ação e reação: **A** age em **B** e **B** reage em **A**.

O Princípio Fundamental da Dinâmica, aplicado ao garoto **A**, conduz a:

$$F_A = m_A a_A = m_A \frac{\Delta v_A}{\Delta t} = m_A \frac{(v_A - v_{0_A})}{\Delta t}$$

Como $v_{0_A} = 0$ (**A** estava inicialmente parado), vem:

$$F_A = m_A \frac{v_A}{\Delta t}$$

O Princípio Fundamental da Dinâmica, aplicado ao garoto **B**, conduz a:

$$F_B = m_B a_B = m_B \frac{\Delta v_B}{\Delta t} = m_B \frac{(v_B - v_{0_B})}{\Delta t}$$

Como $v_{0_B} = 0$ (**B** estava inicialmente parado), vem:

$$F_B = m_B \frac{v_B}{\Delta t}$$

Notas:

- F_A e F_B são as intensidades das forças médias recebidas, respectivamente, por **A** e **B** no ato do mútuo empurrão (ação e reação). Como as forças de ação e reação têm intensidades iguais, segue que:

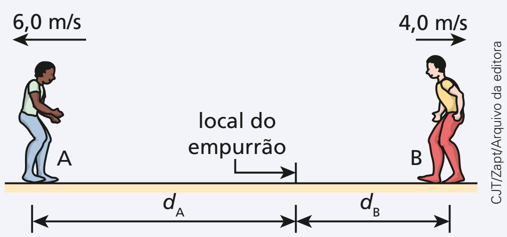
$$F_A = F_B \Rightarrow m_A \frac{v_A}{\Delta t} = m_B \frac{v_B}{\Delta t}$$

$$\boxed{\frac{v_A}{v_B} = \frac{m_B}{m_A}}$$

- As velocidades adquiridas pelos garotos têm intensidades inversamente proporcionais às respectivas massas. Sendo $v_B = 4{,}0$ m/s, $m_A = 40$ kg e $m_B = 60$ kg, calculamos v_A:

$$\frac{v_A}{4{,}0} = \frac{60}{40} \therefore \boxed{v_A = 6{,}0 \text{ m/s}}$$

b)



A distância *D* que separa os garotos, decorridos 10 s do empurrão, é dada por:

$$D = d_A + d_B$$

em que d_A e d_B são as distâncias percorridas por **A** e por **B** no referido intervalo de tempo. Assim:

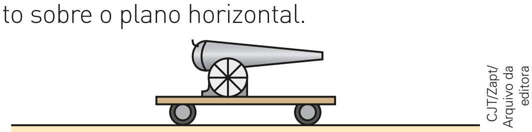
$$d_A = 6{,}0 \frac{m}{s} \cdot 10 \text{ s} \Rightarrow d_A = 60 \text{ m}$$

$$d_B = 4{,}0 \frac{m}{s} \cdot 10 \text{ s} \Rightarrow d_B = 40 \text{ m}$$

Logo:

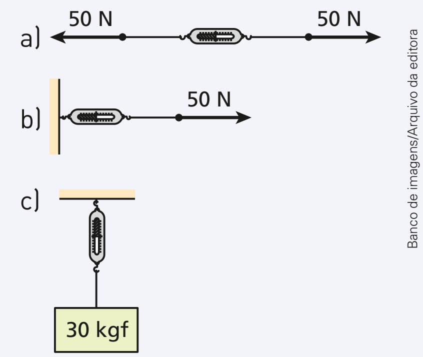
$$D = 60 \text{ m} + 40 \text{ m} \Rightarrow \boxed{D = 100 \text{ m}}$$

90. O esquema seguinte representa um canhão rigidamente ligado a um carrinho, que pode deslizar sem atrito sobre o plano horizontal.



O sistema, inicialmente em repouso, dispara horizontalmente um projétil de 20 kg de massa, que sai com velocidade de $1{,}2 \cdot 10^2$ m/s. Sabendo que a massa do conjunto canhão-carrinho perfaz $2{,}4 \cdot 10^3$ kg e desprezando a resistência do ar, calcule o módulo da velocidade de recuo do conjunto canhão-carrinho após o disparo.

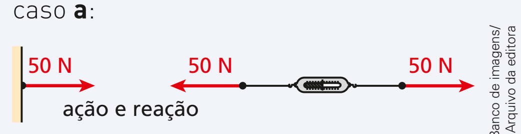
91. E.R. Nas figuras seguintes, o dinamômetro tem peso desprezível. Determine, em cada caso, a indicação do aparelho, supondo que a unidade de calibração das escalas seja coerente com as unidades em que estão dadas as intensidades das forças. Os fios são ideais, isto é, inextensíveis, flexíveis e de massas desprezíveis.



Resolução:

a) Nesse caso, o dinamômetro indica 50 N, conforme suas características funcionais.

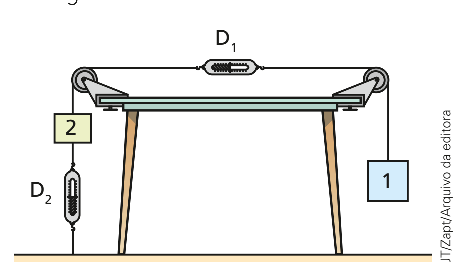
b) Essa situação equivale fisicamente à do caso **a**:



De fato, o dinamômetro puxa a parede para a direita, aplicando-lhe uma força de 50 N, e esta reage, puxando o dinamômetro para a esquerda, também com uma força de 50 N. Assim, nesse caso, o dinamômetro indica 50 N.

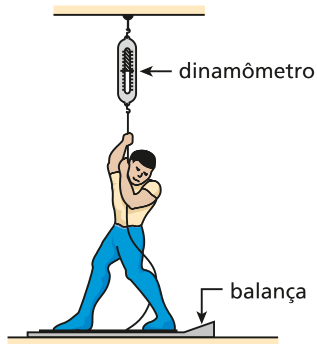
c) Nesse arranjo, o dinamômetro indica a intensidade do peso do bloco, isto é, 30 kgf.

92. Dois blocos 1 e 2 de pesos respectivamente iguais a 30 kgf e 10 kgf estão em equilíbrio, conforme mostra a figura abaixo:



Quais as indicações dos dinamômetros $\mathbf{D_1}$ e $\mathbf{D_2}$, graduados em kgf?

93. (Faap-SP) Um homem está sobre a plataforma de uma balança e exerce força sobre um dinamômetro preso ao teto. Sabe-se que, quando a leitura no dinamômetro é zero, a balança indica 80 kgf.

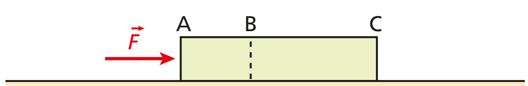


Reprodução/Arquivo da editora

a) Qual a intensidade do peso do homem?

b) Se o homem tracionar o dinamômetro, de modo que este indique 10 kgf, qual será a nova indicação da balança?

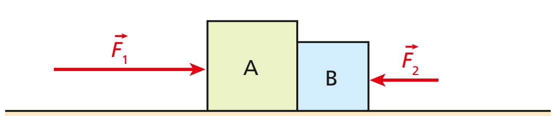
94. (Vunesp) Uma barra **AC** homogênea de massa *M* e comprimento *L*, colocada em uma mesa lisa e horizontal, desliza sem girar sob a ação de uma força $\vec{F}$, também horizontal, aplicada em sua extremidade esquerda.



Reprodução/Arquivo da editora

Se o comprimento da fração **BC** da barra é $\frac{2L}{3}$, determine a intensidade da força que essa fração exerce na fração **AB**.

95. Na situação esquematizada na figura, desprezam-se os atritos e a influência do ar. As massas de **A** e **B** valem, respectivamente, 3,0 kg e 2,0 kg.

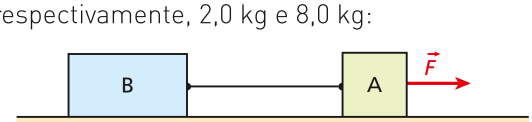


CJT/Zapt/Arquivo da editora

Sabendo-se que as forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são paralelas ao plano horizontal de apoio e que $|\vec{F}_1| = 40$ N e $|\vec{F}_2| = 10$ N, pode-se afirmar que a intensidade da força que **B** aplica em **A** vale:

a) 10 N
b) 12 N
c) 18 N
d) 22 N
e) 26 N

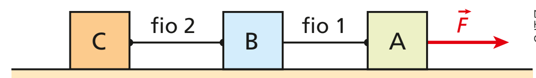
96. Na situação do esquema seguinte, não há atrito entre os blocos e o plano horizontal, a influência do ar é desprezível e as massas de **A** e de **B** valem, respectivamente, 2,0 kg e 8,0 kg:



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Sabe-se que o fio leve e inextensível que une **A** com **B** suporta, sem romper-se, uma tração máxima de 32 N. Calcule a maior intensidade admissível à força $\vec{F}$, horizontal, para que o fio não se rompa.

97. Na montagem esquematizada na figura, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas iguais a 2,0 kg e a força $\vec{F}$, paralela ao plano horizontal de apoio, tem intensidade 12 N.



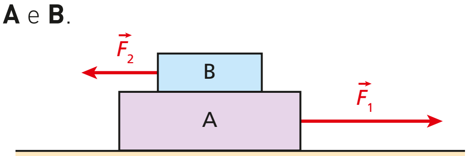
CJT/Zapt/Arquivo da editora

Desprezando todas as forças resistentes, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) as intensidades das forças de tração estabelecidas nos fios ideais 1 e 2.

98. Na situação esquematizada na figura, **A** é uma caixa de massa $m_A = 4{,}0$ kg que pode se movimentar sem atrito em uma mesa horizontal. Sobre **A** é colocado um bloco **B**, de massa $m_B = 2{,}0$ kg, que não escorrega em relação à caixa.
$\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são forças horizontais, de intensidades respectivamente iguais a 20,0 N e 2,0 N aplicadas em **A** e **B**.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Desprezando-se a resistência do ar, pede-se determinar:

a) o módulo da aceleração do conjunto **AB**;

b) a intensidade da força de atrito trocada entre **A** e **B**.

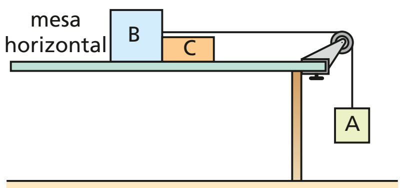
99. (Unesp-SP) Em um trecho retilíneo e horizontal de uma ferrovia, uma composição constituída por uma locomotiva e 20 vagões idênticos partiu do repouso e, em 2 minutos, atingiu a velocidade de 12 m/s. Ao longo de todo o percurso, um dinamômetro ideal acoplado à locomotiva e ao primeiro vagão indicou uma força de módulo constante e igual a 120 000 N. Considere que uma força total de resistência ao movimento, horizontal e de intensidade média correspondente a 3% do peso do conjunto formado pelos 20 vagões, atuou sobre eles nesse trecho. Adotando $g = 10$ m/s², calcule:

Reprodução/Unesp, 2014.

a) a distância percorrida pela frente da locomotiva, desde o repouso até atingir a velocidade de 12 m/s;

b) a massa de cada vagão da composição.

100. Na figura, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas respectivamente iguais a $3M$, $2M$ e M; o fio e a polia são ideais. Os atritos são desprezíveis e a aceleração da gravidade tem intensidade g.

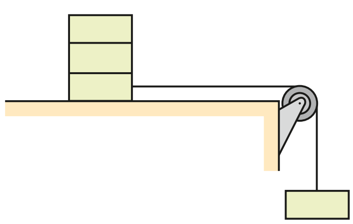


CJT/Zapt/ Arquivo da editora

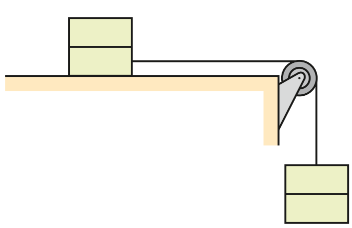
Admitindo os blocos em movimento sob a ação da gravidade, calcule as intensidades da força de tração no fio (T) e da força de contato trocada por **B** e **C** (F).

101. Admita que você disponha de quatro blocos iguais, de massa M cada um, e de um fio e de uma polia ideais. Com esses elementos, você realiza as três montagens esquematizadas a seguir:

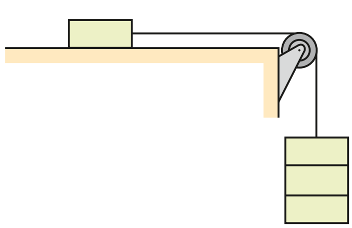
I.



II.



III.



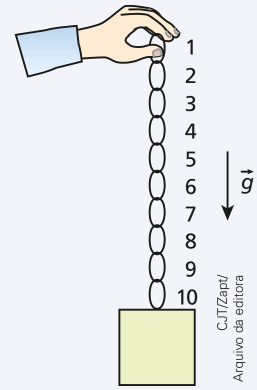
Banco de imagens/Arquivo da editora

O plano horizontal de apoio é perfeitamente liso e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo g. Desprezando os efeitos do ar e admitindo que os blocos empilhados se movam em relação à mesa de apoio sem apresentar movimento relativo entre si, calcule para as montagens I, II e III:

a) o módulo da aceleração dos blocos;

b) a intensidade da força de tração no fio.

102. E.R. Na figura, estão representadas uma caixa, de massa igual a 4,7 kg, e uma corrente constituída de dez elos iguais, com massa de 50 g cada um. Um homem aplica no elo 1 uma força vertical dirigida para cima, de intensidade 78 N, e o sistema adquire aceleração. Admitindo $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e desprezando todos os atritos, responda:



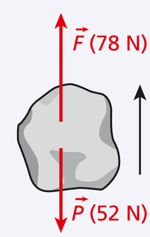
CJT/Zapt/ Arquivo da editora

a) Qual a intensidade da aceleração do sistema?

b) Qual a intensidade da força de contato entre os elos 4 e 5?

Resolução:

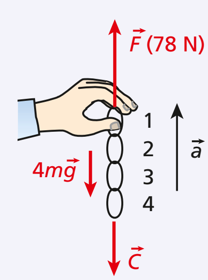
a) Supondo que a corrente e a caixa constituam um corpo único de massa total igual (4,7 + 0,50) kg = 5,2 kg, apliquemos ao sistema a 2ª Lei de Newton:



CJT/Zapt/Arquivo da editora

$$F - P_{total} = m_{total}\ a$$
$$F - m_{total}\ g = m_{total}\ a$$
$$78 - 5{,}2 \cdot 10 = 5{,}2a$$
$$\boxed{a = 5{,}0\ m/s^2}$$

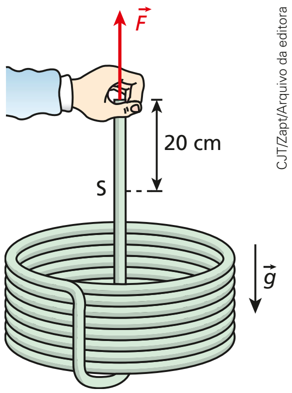
b) Sendo m = 50 g = 0,050 kg a massa de cada elo, aplicamos a 2ª Lei de Newton aos elos 1, 2, 3 e 4 e calculamos a intensidade da força $\vec{C}$ de contato entre os elos 4 e 5.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

$$F - P - C = 4ma \Rightarrow F - 4mg - C = 4ma$$
$$78 - 4 \cdot 0{,}050 \cdot 10 - C = 4 \cdot 0{,}050 \cdot 5{,}0$$
$$\boxed{C = 75\ N}$$

103. Depois de regar o jardim de sua casa, José Procópio enrolou cuidadosamente os 10 m da mangueira flexível utilizada na operação, deixando um arremate de 60 cm emergido do centro do rolo, conforme ilustra a figura. Querendo guardar o acessório em uma prateleira elevada, o rapaz puxou o rolo para cima, exercendo, por alguns instantes, uma força vertical $\vec{F}$ de intensidade 30,0 N na extremidade do arremate.

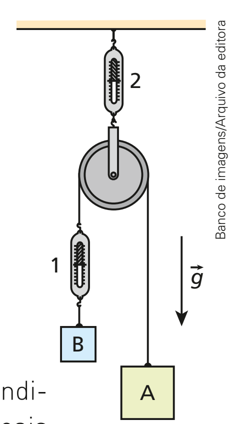


Sabendo que a densidade linear da mangueira (massa por unidade de comprimento) é igual a 250 g/m e que $|\vec{g}| = 10{,}0 \text{ m/s}^2$, calcule, durante o breve intervalo de tempo de atuação da força $\vec{F}$:

a) o módulo da aceleração adquirida pela mangueira;

b) a intensidade da força de tração em uma secção **S** do arremate situada 20 cm abaixo da mão de José Procópio.

104. Na máquina de Atwood da figura ao lado, o fio (inextensível) e a polia têm pesos desprezíveis, a influência do ar é insignificante e a aceleração da gravidade tem módulo g. As massas dos blocos **A** e **B** são, respectivamente, M e m, com $M > m$.



Sendo a o módulo da aceleração dos blocos e D_1 e D_2 as indicações dos dinamômetros ideais 1 e 2, analise as proposições seguintes:

I. $a < g$

II. $D_1 = \dfrac{2Mm}{M + m}g$

III. $D_2 = (M + m)g$

IV. $mg < D_1 < Mg$

Responda mediante o código:

a) Todas as proposições são corretas.

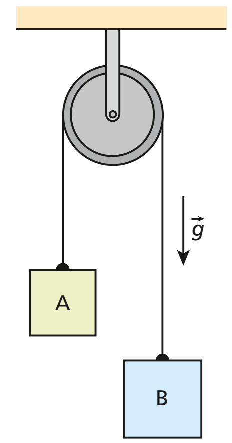
b) Todas as proposições são incorretas.

c) Apenas as proposições I e III são corretas.

d) Apenas as proposições I, II e IV são corretas.

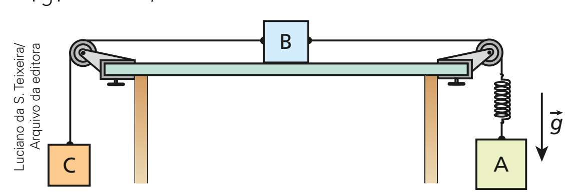
e) Apenas as proposições I, III e IV são corretas.

105. Dois blocos **A** e **B**, de massas $m_A = 2{,}0$ kg e $m_B = 3{,}0$ kg, estão acoplados por um fio inextensível de massa desprezível que passa por uma polia fixa, conforme ilustra a figura ao lado.



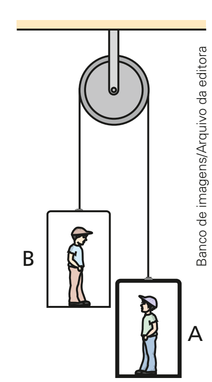
Esses blocos foram abandonados à ação da gravidade ($|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$) e, após moverem-se por 1,0 m, quando o bloco **B** se encontrava a 3,0 m do solo, o fio de conexão de **A** com **B** arrebentou. Desprezando a massa da polia, a resistência do ar, bem como todas as formas de atrito, determine, em segundos, o intervalo de tempo decorrido desde o rompimento do fio até o bloco **B** colidir com o chão.

106. Na montagem experimental abaixo, os blocos **A**, **B** e **C** têm massas $m_A = 5{,}0$ kg, $m_B = 3{,}0$ kg e $m_C = 2{,}0$ kg. Desprezam-se os atritos e a resistência do ar. Os fios e as polias são ideais e adota-se $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$.



No fio que liga **A** com **B**, está intercalada uma mola leve, de constante elástica $3{,}5 \cdot 10^3$ N/m. Com o sistema em movimento, calcule, em centímetros, a deformação da mola.

107. Na máquina de Atwood esquematizada ao lado, a caixa **A** é mais pesada que a caixa **B**. Os dois bonecos são idênticos e cada um apresenta um peso de intensidade de P. Com o sistema abandonado à ação da gravidade, os bonecos comprimem as bases das caixas com forças de intensidades F_A e F_B, respectivamente. Considerando a polia e o fio ideais e desprezando a influência do ar, aponte a alternativa correta:



a) $F_A = P = F_B$

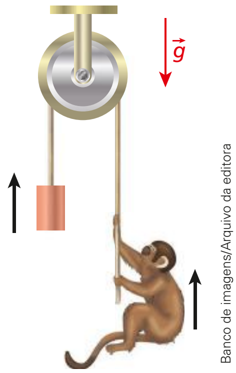
b) $F_A < P < F_B$

c) $F_A < F_B < P$

d) $F_A > P > F_B$

e) $F_A > F_B > P$

108. Um macaco, de massa m = 10 kg, sobe verticalmente em movimento uniformemente acelerado puxando para baixo com força constante o ramo direito de uma corda ideal que passa por uma polia sem atrito, como esquematizado ao lado.



Ao mesmo tempo, uma carga de massa M = 15 kg sobe verticalmente com velocidade constante presa no ramo esquerdo da corda. Desprezando-se as forças de resistência do ar e adotando-se $g = 10\ m/s^2$, pede-se determinar:

a) a intensidade *T* da força de tração na corda;

b) o módulo *a* da aceleração do macaco em relação ao solo.

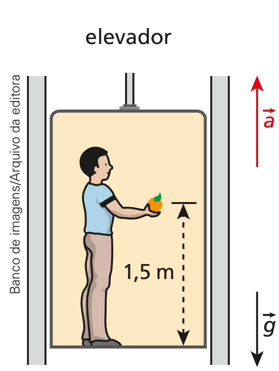
109. Um homem de massa igual a 80 kg sobe na plataforma de uma balança de banheiro esquecida no interior de um elevador em operação. A balança está graduada em quilogramas, e o homem fica intrigado ao verificar que a indicação do instrumento é de 100 kg. Sabendo-se que no local $g = 10{,}0\ m/s^2$, pede-se:

a) determinar o sentido e o módulo da aceleração do elevador;

b) indicar se o elevador está subindo ou descendo.

110. Considere um elevador cujo piso suporta uma força de compressão de intensidade máxima igual a $4{,}0 \cdot 10^3$ N. Esse elevador vai subir em movimento acelerado, transportando *n* caixas de massa 50 kg cada uma. Sabendo que a aceleração do elevador tem módulo igual a $2{,}0\ m/s^2$ e que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule o máximo valor de *n*.

111. No esquema da figura, Raimundo tem apoiada na palma de sua mão uma laranja de massa 100 g. O elevador sobe aceleradamente, com aceleração de módulo $2{,}0\ m/s^2$.



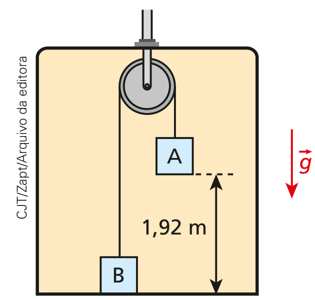
Em dado instante, Raimundo larga a laranja, que se choca com o piso.

Supondo $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, calcule:

a) a intensidade da força (em newtons) aplicada pela laranja na mão de Raimundo enquanto em contato com ela;

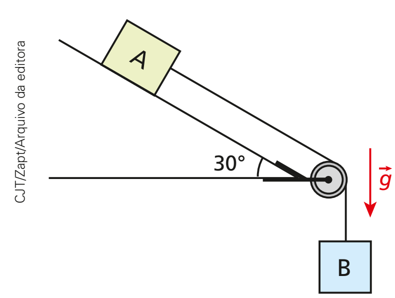
b) o intervalo de tempo decorrido desde o instante em que a laranja é largada até o instante do seu choque com o piso (a laranja é largada de uma altura de 1,5 m em relação ao piso do elevador). Despreze o efeito do ar.

112. A figura representa os blocos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 3,00 kg e 1,00 kg, conectados entre si por um fio leve e inextensível que passa por uma polia ideal, fixa no teto de um elevador. Os blocos estão inicialmente em repouso, em relação ao elevador, nas posições indicadas.



Admitindo que o elevador tenha aceleração de intensidade $2{,}0\ m/s^2$, vertical e dirigida para cima, determine o intervalo de tempo necessário para o bloco **A** atingir o piso do elevador. Adote nos cálculos $|\vec{g}| = 10{,}0\ m/s^2$.

113. No arranjo experimental esquematizado na figura, o fio e a polia são ideais, despreza-se o atrito entre o bloco **A** e o plano inclinado e adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Não levando em conta a influência do ar, calcule:



Massa de **A**: 6,0 kg.

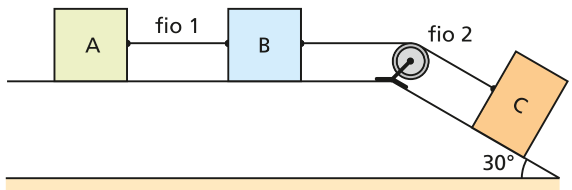
Massa de **B**: 4,0 kg.

a) o módulo da aceleração dos blocos;

b) a intensidade da força de tração no fio;

c) a intensidade da força resultante que o fio aplica na polia.

114. No esquema a seguir, fios e polia são ideais. Desprezam-se todos os atritos, bem como a influência do ar.



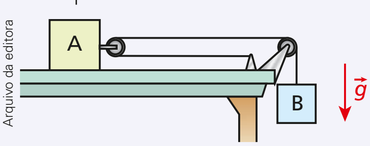
Sendo g o módulo da aceleração da gravidade e $2m$, $2m$ e m as massas dos blocos **A**, **B** e **C**, nessa ordem, calcule:

a) o módulo da aceleração de cada bloco;

b) a intensidade das forças que tracionam os fios 1 e 2;

c) a intensidade da força paralela ao plano horizontal de apoio a ser aplicada no bloco **A** de modo que o sistema permaneça em repouso.

115. **E.R.** Na situação esquematizada na figura, o fio e as polias são ideais. Os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a M e m, e o atrito entre o bloco **A** e a mesa horizontal de apoio é desprezível.



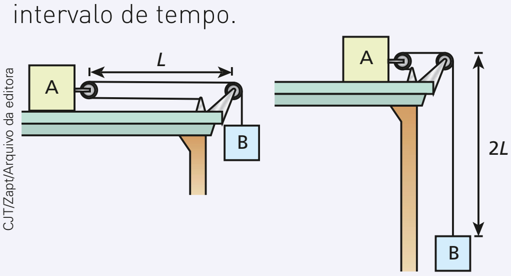
Sendo g a intensidade da aceleração da gravidade, determine:

a) o módulo da aceleração do bloco **A** e do bloco **B**;

b) a intensidade da força que traciona o fio.

Resolução:

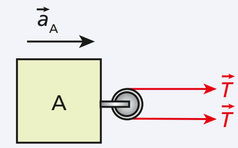
Observando os esquemas, podemos notar que o deslocamento do bloco **B** é o dobro do deslocamento do bloco **A** durante o mesmo intervalo de tempo.



Isso permite concluir que o módulo da aceleração do bloco **B** é o dobro do módulo da aceleração do bloco **A**.

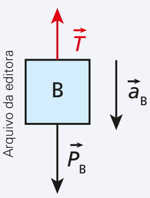
$$a_B = 2a_A$$

a) 2ª Lei de Newton para o bloco **A**:



$$2T = Ma_A \quad \text{(I)}$$

2ª Lei de Newton para o bloco **B**:



$$P_B - T = ma_B$$

$$mg - T = m\,2a_A$$

$$(\times 2) : 2mg - 2T = 4ma_A \quad \text{(II)}$$

Somando-se (I) e (II), vem:

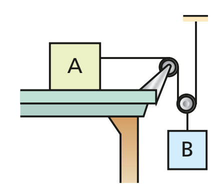
$$2mg = (M + 4m)a_A$$

Logo, $\boxed{a_A = \dfrac{2mg}{M + 4m}}$ e $\boxed{a_B = \dfrac{4mg}{M + 4m}}$

b) De (I): $2T = Ma_A \Rightarrow 2T = M\dfrac{2mg}{M + 4m}$

$$\boxed{T = \dfrac{Mmg}{M + 4m}}$$

116. (AFA-SP) Os corpos **A** e **B** da figura ao lado têm massas M e m respectivamente. Os fios são ideais. A massa da polia e todos os atritos podem ser considerados desprezíveis.



O módulo da aceleração de **B** é igual a:

a) $\dfrac{mg}{M + m}$

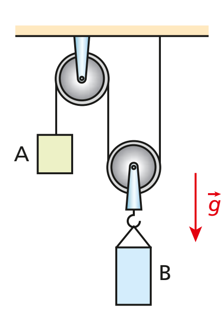
b) $\dfrac{mg}{4M + m}$

c) $\dfrac{2Mg}{M + m}$

d) $\dfrac{2mg}{4M + m}$

117. No arranjo experimental da figura, a caixa **A** é acelerada para baixo com $2{,}0\ m/s^2$. As polias e o fio têm massas desprezíveis e adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

Supondo que a massa da caixa **B** seja de 80 kg e ignorando a influência do ar no sistema, determine:



a) o módulo da aceleração de subida da caixa **B**;

b) a intensidade da força de tração no fio;

c) a massa da caixa **A**.

A força de resistência do ar e o estudo da queda vertical de um corpo no ar

A força de resistência do ar

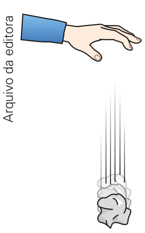
Por ser um meio gasoso, o ar permite a penetração de corpos através dele. Esses corpos, porém, colidem com as moléculas do ar durante o movimento, ficando sujeitos a uma força de oposição ao avanço, denominada **força de resistência do ar**. Essa força é tanto mais intensa quanto maior for a área da superfície externa do corpo exposta às colisões com as partículas do ar.

Um experimento simples que comprova esse fato pode ser realizado com uma folha de papel. Deixando-se a folha cair aberta, ela descreverá uma trajetória irregular. Se essa mesma folha cair do mesmo ponto, porém embolada, descreverá uma trajetória praticamente retilínea, gastando até o solo um intervalo de tempo menor que o gasto no caso anterior. Isso mostra que, na folha embolada, a ação do ar é menos expressiva, pois a área que colide com as moléculas torna-se menor.

Luis Fernando R. Tucillo/ Arquivo da editora

Folha aberta: trajetória irregular e maior tempo de queda.

Luis Fernando R. Tucillo/ Arquivo da editora



Folha embolada: trajetória praticamente retilínea e menor tempo de queda.

É fácil constatar que a força de resistência do ar é tanto mais intensa quanto maior for a velocidade do corpo em relação ao ar, o que se justifica pela intensificação dos efeitos das colisões das partículas de ar contra o corpo. Verifica-se que, na maioria dos casos, a proporção é aproximadamente quadrática, isto é, do tipo:

$$F_r = kv^2$$

em que F_r é a intensidade da força de resistência do ar; k é um coeficiente que depende da forma do corpo, da densidade do ar e da maior área de uma seção do corpo perpendicular à direção do movimento; v é a intensidade da velocidade.

O *design* de um carro define sua forma aerodinâmica, que influi no coeficiente k. Modelos que apresentam pequenos valores de k percebem menos a força de resistência do ar, que cresce em qualquer caso com a velocidade.

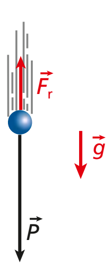
Thinkstock/Getty Images

Em um carro em movimento, atua uma força de resistência exercida pelo ar que depende, entre outros fatores, da forma do veículo (aerodinâmica) e da velocidade.

O estudo da queda vertical, no ar, de um corpo de dimensões relativamente pequenas

Consideremos um corpo esférico abandonado do repouso de uma grande altitude em relação ao solo. Desprezando-se a ação de ventos, durante a queda apenas duas forças agirão sobre ele: o peso ou força da gravidade ($\vec{P}$) e a força de resistência do ar ($\vec{F}_r$), conforme representa a figura ao lado.

Banco de imagens/Arquivo da editora



Supondo desprezíveis as variações do campo gravitacional durante a queda do corpo, seu peso permanecerá constante durante o movimento. Entretanto, o mesmo não ocorrerá com a força de resistência do ar, pois esta terá intensidade crescente à medida que o corpo for ganhando velocidade.

Esta etapa de movimento acelerado terá duração limitada, visto que, atingida certa velocidade, a força de resistência do ar assumirá intensidade igual à da força-peso.

A partir daí, a força resultante será nula, de modo que o corpo prosseguirá sua queda em movimento retilíneo e uniforme, por inércia. A velocidade constante apresentada durante esse movimento inercial denomina-se **velocidade-limite**.

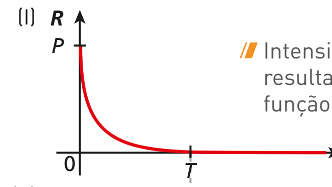
Thinkstock/Getty Images

Um paraquedista descreve, inicialmente, um movimento acelerado na direção vertical, sob a ação da força da gravidade (peso) e da força vertical de resistência do ar. A partir do instante em que o componente vertical da força resistente aplicada pelo ar equilibra o peso, o movimento do esportista torna-se uniforme, e a velocidade constante adquirida é a **velocidade-limite**.

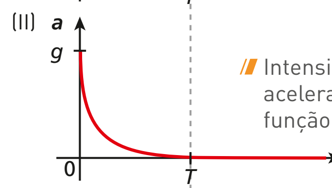
Nos gráficos qualitativos (I), (II) e (III) ao lado, representamos as variações com o tempo (t) da intensidade da força resultante (R) sobre o corpo, da intensidade da aceleração (a) e da intensidade da velocidade (v). Nesses gráficos, g é o módulo da aceleração da gravidade, v_{lim} é o módulo da velocidade-limite atingida pelo corpo e T é o instante em que é atingida essa velocidade.

Condição de v_{lim}: $|\vec{F}_r| = |\vec{P}|$

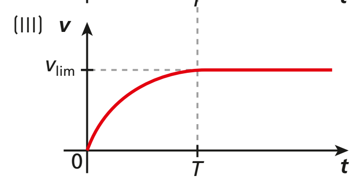
Banco de imagens/Arquivo da editora



Intensidade da força resultante em função do tempo.



Intensidade da aceleração em função do tempo.



Intensidade da velocidade em função do tempo.

Superaquecimento por fricção com o ar na entrada na atmosfera teria sido a causa da desintegração do ônibus espacial Columbia

Nem só de sucessos vive a história das viagens espaciais estadunidenses.

Por duas vezes, ônibus espaciais de missões promovidas pelos Estados Unidos espatifaram-se, ceifando a vida de toda a tripulação. O primeiro foi o Challenger, em 28 de janeiro de 1986, que explodiu 73 s depois do lançamento, matando seus sete astronautas. Um dos foguetes propulsores apresentou defeito, provocando a explosão da espaçonave. Com isso, estabeleceu-se uma pausa de 32 meses nas viagens espaciais organizadas por esse país com ônibus espaciais reutilizáveis.

A segunda tragédia ocorreu em 1º de fevereiro de 2003, com o ônibus espacial Columbia, o segundo veículo reutilizável da série *space shuttles* construída pelos Estados Unidos. Depois de uma missão de 16 dias, em que foram realizados 80 experimentos com sucesso, a nave se desintegrou ao reentrar na atmosfera terrestre, matando seus sete tripulantes.

A provável causa do acidente do Columbia foi o colapso da estrutura externa constituída por um revestimento cerâmico capaz de suportar temperaturas elevadíssimas. Com danos nesse revestimento, regiões próximas à asa direita superaqueceram devido à fricção com o ar na entrada na atmosfera, o que teria provocado a desintegração total do veículo.

Nasa

O Columbia sendo lançado ao espaço. Cabo Canaveral, Flórida, janeiro de 2003.

O jornal *Folha de S.Paulo* (edição de 1º fev. 2003, *on-line*) assim descreveu o desastre do Columbia:

Ônibus espacial se desintegra sobre EUA; sete astronautas morrem

O ônibus espacial Columbia se desintegrou na manhã de sábado sobre os Estados Unidos enquanto preparava-se para pousar, confirmou a Nasa (agência espacial norte-americana).

A tripulação, formada por seis norte-americanos e um israelense, morreu. A Nasa hasteou a bandeira dos Estados Unidos a meio mastro no Centro Espacial Kennedy, no cabo Canaveral.

O ônibus caiu no Estado do Texas, após a agência perder o contato com os astronautas às 14 h (12 h em Brasília), 16 minutos antes do horário programado para sua aterrissagem no cabo Canaveral, na Flórida. Moradores da cidade de Palestine, no leste do Texas, disseram à rede de televisão CNN que escutaram uma "grande explosão".

O Columbia teria se desintegrado durante a entrada na atmosfera, a 63 quilômetros de altitude. Ele era o mais antigo ônibus espacial americano, lançado pela primeira vez em 12 de abril de 1981.

Durante sua decolagem, em janeiro, uma placa de isolamento térmico se desprendeu da fuselagem. No entanto, a agência afirmou que o incidente não comprometeria a missão.

No ano passado, fissuras encontradas em tubos de combustível fizeram com que ele e os outros três ônibus espaciais da Nasa passassem por uma revisão. Esta era a primeira missão do Columbia desde então.

Sean O'Keefe, administrador da Nasa, afirmou que duas equipes, uma federal e outra independente, investigarão a causa do acidente. Segundo ele, não há indicações de que o acidente tenha sido causado por algo ou alguém em terra.

NASA/Getty Images

Tripulação do Columbia antes do retorno da fatídica missão.

Missão cumprida

Os sete astronautas participavam de uma missão científica e estavam há 16 dias na órbita terrestre.

A tripulação se dividiu em duas equipes, cada uma trabalhando 12 horas, para dar conta das 80 experiências programadas. A maioria, 59, foi realizada em um módulo laboratorial no porão de carga do ônibus.

A maior parte dos dados foi transmitida à Terra antes do fim da missão, que vinha sendo considerada um sucesso até o acidente.

"A tripulação era totalmente dedicada. Temos de saber o que aconteceu e não deixar que o sacrifício deles seja em vão", disse o administrador associado da Nasa, Bill Readdy.

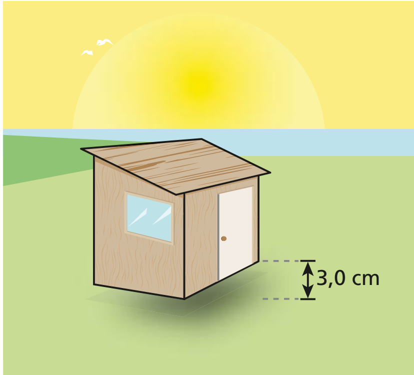
Disponível em: <www1.folha.uol.com.br/folha/ciencia/ult306u8321.shtml>. Acesso em: 21 jul. 2018.

Compreensão, pesquisa e debate

1. Como os pássaros voam?
2. Qual é a finalidade das asas e dos aerofólios existentes nos carros de Fórmula 1?
3. Qual é o valor aproximado da velocidade-limite atingida por um paraquedista em queda vertical no ar com seu paraquedas aberto?
4. Pesquise pelo menos dois outros cientistas ou estudiosos que pereceram em nome da ciência e cite as circunstâncias da morte de cada um.
5. A saga dos ônibus espaciais reutilizáveis finalizou-se em 2012 com a última missão do Atlantis. No futuro próximo, como será feito o envio de missões tripuladas ao espaço?

Exercícios Nível 3

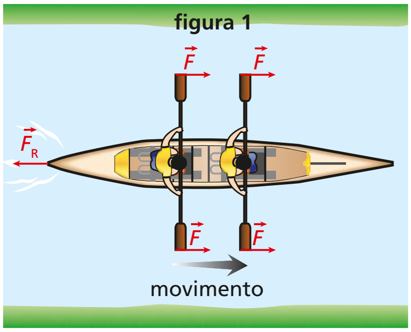
118. (UFTM-MG) Para testar a viabilidade da construção de casas antiterremotos, engenheiros construíram um protótipo constituído de um único cômodo, capaz de acomodar uma pessoa de 90 kg. Sob o fundo do piso do cômodo, inúmeros ímãs permanentes foram afixados e igual número de ímãs foi afixado ao piso sobre o qual a casa deveria flutuar.

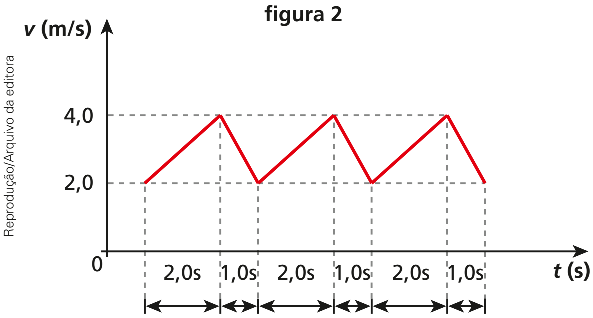


O cômodo, muito leve, somava, com seu ocupante, uma massa de 900 kg e, devidamente ocupado, pairava sobre o solo a 3,0 cm de distância. Supondo-se que, devido à disposição dos ímãs, a intensidade da força magnética dependa inversamente do quadrado da distância entre os polos de mesmo nome, no momento em que a pessoa dentro do cômodo o deixasse, a nova distância entre a parte inferior da construção e o solo, em cm, tornar-se-ia, aproximadamente,

a) 3,2
b) 4,3
c) 6,1
d) 6,2
e) 9,0

119. (Vunesp) Numa regata, as massas dos dois remadores, da embarcação e dos quatro remos somam 220 kg. Quando acionam seus remos sincronizadamente, os remadores imprimem ao barco quatro forças de mesma intensidade *F* durante 2,0 s na direção e sentido do movimento e, em seguida, os remos são mantidos fora da água por 1,0 s, preparando a próxima remada. Durante esses 3,0 s, o barco fica o tempo todo sujeito a uma força resistiva F_R, constante, exercida pela água, conforme a figura 1. Dessa forma, a cada 3,0 s o barco descreve um movimento retilíneo acelerado seguido de um retilíneo retardado, como mostrado no gráfico da figura 2.





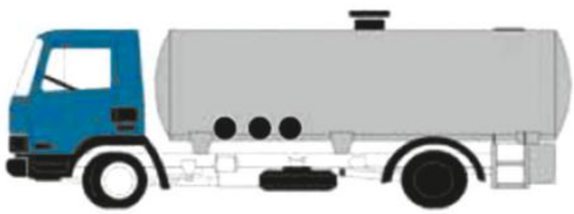
Considerando-se desprezível a força de resistência do ar, pode-se afirmar que a intensidade de cada força *F* vale, em N,

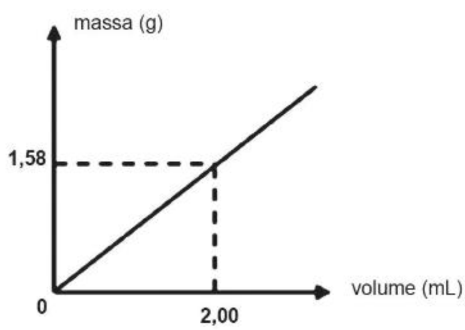
a) 55
b) 165
c) 225
d) 440
e) 600

120. Uma partícula de massa m = 2,0 kg vai se deslocar sobre uma superfície plana e horizontal na qual está associado um referencial cartesiano **Oxy**. Essa partícula passa pelo ponto de coordenadas $x_0 = 0$; $y_0 = 0$ no instante $t_0 = 0$ com uma velocidade $v_0 = 3{,}0$ m/s, no sentido do eixo **Ox**. Nesse mesmo instante, passa a atuar na partícula uma força resultante constante, $\vec{F}$, no sentido do eixo **Oy**, de intensidade igual a 4,0 N. Com base nessas informações, pede-se:

a) a partir de $t_0 = 0$, determinar no SI a equação da trajetória descrita pela partícula em relação ao referencial adotado;
b) no intervalo de $t_0 = 0$ a $t_1 = 4{,}0$ s, esboçar no sistema cartesiano **Oxy** a trajetória descrita pela partícula;
c) em $t_1 = 4{,}0$ s, calcular o módulo do vetor posição da partícula.

121. (FICSAE-SP) Um caminhão-tanque, estacionado sobre um piso plano e horizontal, tem massa de 12 toneladas quando o tanque transportador, internamente cilíndrico, de raio interno 1 m, está totalmente vazio. Quando esse tanque está completamente cheio de combustível, ele fica submetido a uma reação normal do solo de 309 600 N. Com base nessas informações e nas contidas no gráfico, referentes ao combustível transportado, determine o comprimento interno do tanque cilíndrico, em unidades do SI. Suponha invariável a densidade do combustível em função da temperatura.



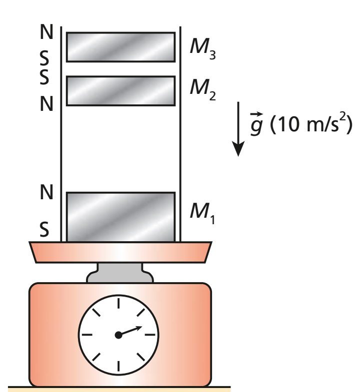


Reprodução/Faculdade Albert Einstein, 2017.

a) 8
b) 10
c) 12
d) 15

122. (Fuvest-SP) Um tubo de vidro de massa m = 30 g está sobre uma balança. Na parte inferior do vidro, está um ímã cilíndrico de massa M_1 = 90 g.

Dois outros pequenos ímãs de massas $M_2 = M_3$ = 30 g são colocados no tubo e ficam suspensos devido às forças magnéticas e aos seus pesos.

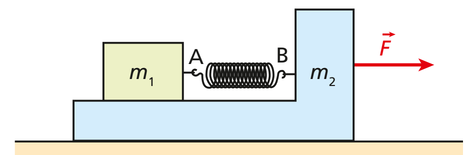


Reprodução/Arquivo da editora

a) Qual a orientação e o módulo (em newtons) da resultante das forças magnéticas que agem sobre o ímã 2?

b) Qual a indicação da balança (em gramas)?

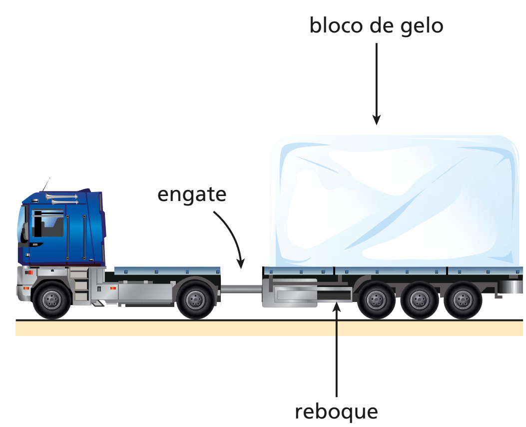
123. (FEI-SP) Os blocos representados na figura a seguir possuem, respectivamente, massas m_1 = 2,0 kg e m_2 = 4,0 kg; a mola **AB** possui massa desprezível e constante elástica K = 50 N/m. Não há atrito entre os dois blocos nem entre o bloco maior e o plano horizontal.



Reprodução/Arquivo da editora

Aplicando ao conjunto a força $\vec{F}$ constante e horizontal, verifica-se que a mola experimenta uma deformação de 20 cm. Qual a aceleração do conjunto e a intensidade da força $\vec{F}$?

124. (UFJF-MG) Na figura a seguir, um bloco de gelo, de massa 3,0 t, é colocado sobre o reboque de um caminhão que inicialmente está em repouso. No instante t = 0, o caminhão arranca, recebendo do chão uma força total de atrito de intensidade 10 kN. A massa do caminhão é de 3,0 t, a massa do reboque é de 1,0 t e o engate tem massa desprezível. O atrito entre o bloco de gelo e o reboque é desprezível. Não considere a força de resistência do ar.



Reprodução/Arquivo da editora

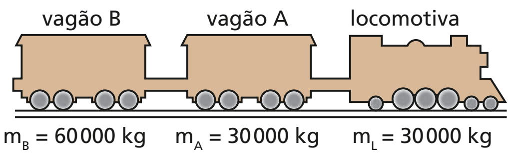
Calcule:

a) os módulos das acelerações do caminhão, do reboque e do bloco de gelo, imediatamente após o instante t = 0;

b) a intensidade da força no engate.

125. Na figura seguinte, a locomotiva interage com os trilhos, recebendo deles uma força horizontal, dirigida para a direita e de intensidade 60 000 N. Essa força acelera os vagões **A** e **B** e a própria locomotiva, que parte do repouso no instante $t_0 = 0$.

Banco de imagens/Arquivo da editora



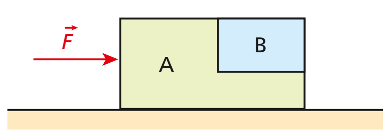
No local do movimento, a estrada de ferro é plana, reta e horizontal. No instante t = 20 s, o vagão **B** desacopla-se da composição, o mesmo ocorrendo com o vagão **A** no instante t = 40 s.

a) Determine o módulo da aceleração do trem no instante t = 10 s, bem como as intensidades das forças de tração nos dois engates.

b) Faça o traçado, num mesmo par de eixos, dos gráficos da velocidade escalar em função do tempo para os movimentos da locomotiva, do vagão **A** e do vagão **B**, desde $t_0 = 0$ até t = 50 s.

126. A figura esquematiza dois blocos **A** e **B** de massas respectivamente iguais a 6,0 kg e 3,0 kg em movimento sobre o solo plano e horizontal. O bloco **B** está simplesmente apoiado em uma reentrância existente no bloco **A**, não havendo atrito entre **B** e **A**.

CJT/Zapt/Arquivo da editora



Admitindo que a intensidade da força horizontal $\vec{F}$ que acelera o conjunto é 120 N e que $|\vec{g}| = 10 \text{ m/s}^2$:

a) faça um esquema representando as forças que agem no bloco **A**;

b) calcule a intensidade da força de contato que **A** exerce em **B**.

127. Turbulência nas alturas

Muitos passageiros de avião negligenciam as orientações da tripulação em relação a manter afivelado o cinto de segurança em determinados momentos do voo. Recentemente, um avião em rota de aproximação do aeroporto de Guarulhos, em São Paulo, procedente dos Estados Unidos, ficou sujeito a uma intensa rajada de vento vertical, o que impôs à aeronave um deslocamento vertical para baixo de 200 m em 4,0 s. Em decorrência disso, alguns tripulantes que encerravam o serviço de bordo foram parar no teto da cabina, junto com pratos, garrafas, talheres e também alguns passageiros incautos, que não usavam o cinto de segurança.

Admita que nesses aterrorizantes 4,0 s o avião tenha mantido aceleração vertical constante e iniciado seu movimento nessa direção a partir do repouso. Sendo *F* a intensidade da força vertical de contato entre um corpo qualquer projetado contra o teto da cabina e *P* a intensidade do peso desse corpo, pode-se afirmar que:

(Adote para a intensidade da aceleração da gravidade o valor 10,0 m/s².)

a) $F = \frac{P}{2}$

b) $F = P$

c) $F = \frac{3}{2}P$

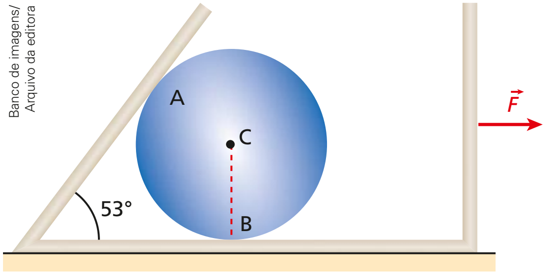
d) $F = 2P$

e) $F = \frac{5}{2}P$

128. Considere um recipiente de massa m = 0,5 kg, de formato indicado na figura, contendo em seu interior uma esfera de massa M = 1,0 kg. Não há atrito entre o recipiente e a esfera, nem entre o recipiente e o apoio horizontal. Uma força horizontal constante de intensidade F = 30,0 N é aplicada ao recipiente. Despreze o efeito do ar e adote g = 10,0 m/s².

Dados: sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60.

Banco de imagens/Arquivo da editora



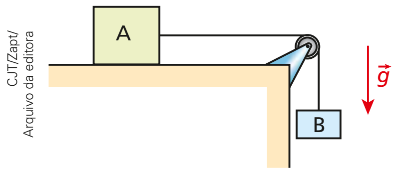
Calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força normal que o recipiente aplica na esfera no ponto **A**;

c) a intensidade da força normal que o recipiente aplica na esfera no ponto **B**.

129. Na situação representada abaixo, os blocos **A** e **B** têm massas *M* e *m* respectivamente. O fio e a polia são ideais e não há atrito entre **A** e o plano horizontal de apoio. A aceleração da gravidade vale *g* e não há influência do ar.



Sendo *a* o módulo da aceleração dos blocos e *T* a intensidade da força de tração no fio, analise as proposições seguintes:

I. Por maior que seja *M* em comparação com *m*, verifica-se sempre $a \neq 0$.

II. $a < g$

III. $T < mg$

IV. $T < Mg$

Responda mediante o código:

a) Todas as proposições são corretas.

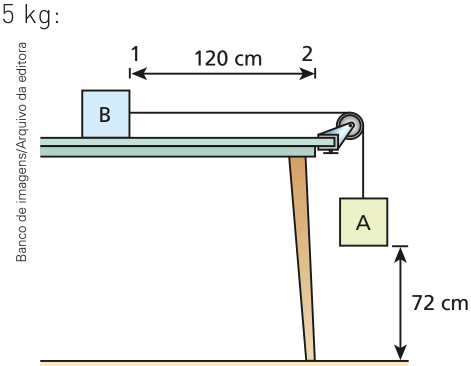
b) Todas as proposições são incorretas.

c) Apenas as proposições I e IV são corretas.

d) Apenas as proposições II e III são corretas.

e) Apenas as proposições I, II e III são corretas.

130. Na montagem experimental esquematizada a seguir, a mesa horizontal é perfeitamente lisa, o fio e a polia são ideais e os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a 1,0 kg e 1,5 kg:

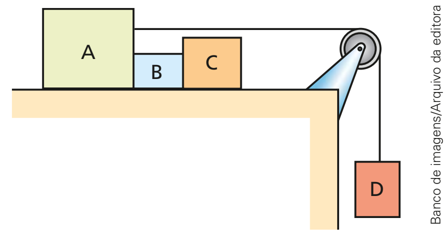


Com o bloco **B** na posição 1, o sistema é destravado no instante $t_0 = 0$, ficando sob a ação da gravidade. Desprezando a influência do ar, adotando $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$ e admitindo que a colisão de **A** com o solo seja instantânea e perfeitamente inelástica, determine:

a) a intensidade da aceleração dos blocos no instante $t_1 = 0{,}50$ s;

b) o instante t_2 em que o bloco **B** atinge a posição 2.

131. No arranjo experimental do esquema seguinte, desprezam-se os atritos e a influência do ar. O fio e a polia são ideais, e adota-se para a aceleração da gravidade o valor 10 m/s^2.



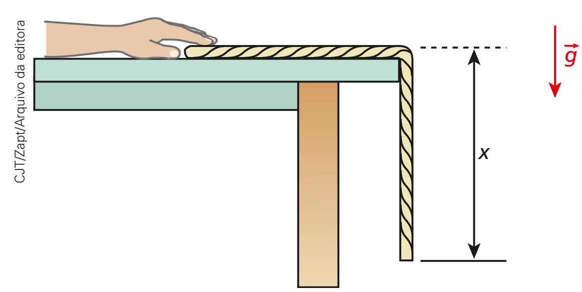
Largando-se o bloco **D**, o movimento do sistema inicia-se e, nessas condições, a força de contato trocada entre os blocos **B** e **C** tem intensidade 20 N. Sabendo que as massas de **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, 6,0 kg, 1,0 kg e 5,0 kg, calcule:

a) a massa de **D**;

b) a intensidade da força de tração estabelecida no fio;

c) a intensidade da força de contato trocada entre os blocos **A** e **B**.

132. Uma corda flexível e homogênea tem secção transversal constante e comprimento total *L*. A corda encontra-se inicialmente em repouso, com um trecho de seu comprimento apoiado em uma mesa horizontal e perfeitamente lisa, conforme indica a figura a seguir.



Em determinado instante, a corda é abandonada, adquirindo movimento acelerado. Não considerando a influência do ar e assumindo para o módulo da aceleração da gravidade o valor *g*, responda: como poderia ser apresentada a variação do módulo da aceleração da corda em função do comprimento pendente *x*?

a) $a = \dfrac{g}{L}x$

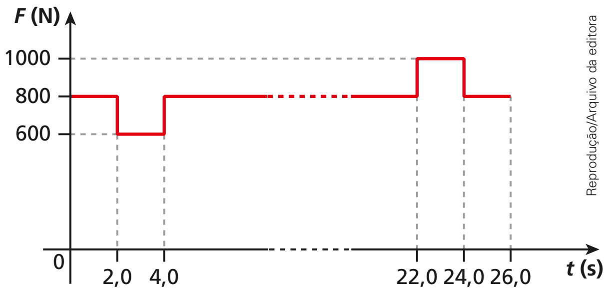
b) $a = \dfrac{g}{L^2}x^2$

c) $a = \dfrac{gL}{x}$

d) $a = \dfrac{g}{L^3}x^3$

e) Não há elementos para uma conclusão, pois a massa da corda não foi dada.

133. (Olimpíada Americana de Física) Um estudante entra em um elevador em repouso e sobe em uma balança de mola. O elevador faz um gráfico de indicação da balança, graduada em N, em função do tempo.



Reprodução/Arquivo da editora

O elevador começa a se mover no instante t = 2,0 s e volta ao repouso no instante t = 24,0 s. Adote $g = 10{,}0\ m/s^2$.

Determine:

a) a massa do estudante;

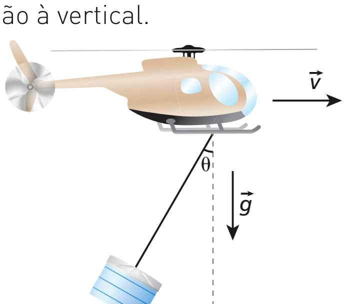
b) a velocidade escalar máxima atingida pelo elevador e o intervalo de tempo em que manteve esta velocidade máxima.

c) o gráfico velocidade escalar × tempo no intervalo de 0 a 26,0 s.

d) a distância percorrida pelo elevador.

134. Incêndios florestais constituem um grave problema ambiental que tem fustigado diversos países no mundo, especialmente o Brasil. Conforme dados do Ministério do Meio Ambiente, 2007 foi um ano atípico, que registrou um número recorde de focos de mata ardente, algo em torno de 38 mil ocorrências, bem acima da média histórica nacional.

No esquema a seguir, um helicóptero desloca-se horizontalmente com velocidade constante transportando um contêiner cheio de água que vai ser despejada sobre as chamas de um incêndio em uma reserva florestal. O cabo que sustenta o contêiner, cuja massa total, incluída a da água, é 400 kg, está inclinado de um ângulo $\theta = 37°$ em relação à vertical.



Banco de imagens/Arquivo da editora

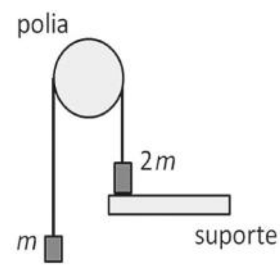
Essa inclinação se deve à força de resistência do ar, que tem intensidade dada em função da velocidade do sistema por $F_{ar} = 1{,}2v^2$, com F_{ar} em newtons e v em m/s.

Supondo-se que no local a aceleração da gravidade tem módulo $g = 10\ m/s^2$ e adotando-se $\text{sen}\ \theta = 0{,}60$ e $\cos\theta = 0{,}80$, pede-se determinar:

a) a intensidade da força de tração no cabo de sustentação do contêiner, admitido de massa desprezível;

b) a velocidade, em km/h, com que se desloca o helicóptero.

135. (SBF) Dois corpos, com massas m e $2m$, são ligados por um fio e suspensos verticalmente por uma polia, como mostra a figura. Um suporte colocado sob a massa $2m$ mantém o sistema em repouso.



Reprodução/MNPEF, 2016.

Num dado instante, o suporte é retirado e o corpo de massa $2m$ desce, elevando o corpo de massa m. O fio é inextensível, tem massa desprezível e desliza sem atrito pela polia. Se $\vec{T}_0$ é a força tensora no fio antes da retirada do suporte, e $\vec{T}$ é a força tensora após a retirada do suporte, podemos afirmar que

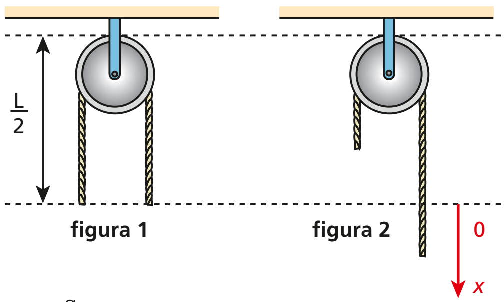
a) $T = \frac{T_0}{2}$

b) $T = T_0$

c) $T = \frac{4T_0}{3}$

d) $T = 2T_0$

136. Na figura 1, a corda flexível e homogênea de comprimento L repousa apoiada na polia ideal de dimensões desprezíveis. Um pequeno puxão é dado ao ramo direito da corda e esta põe-se em movimento. Sendo g o módulo da aceleração da gravidade, aponte a opção que mostra como varia o módulo da aceleração a da extremidade direita da corda em função da coordenada x indicada na figura 2, a seguir.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

a) $a = \frac{g}{L}x$

b) $a = \frac{2g}{L}x$

c) $a = \frac{2g}{3L}x$

d) $a = g$

e) A aceleração depende da massa da corda.

137. (IJSO) Um macaco está segurando a extremidade de uma corda de massa desprezível que passa por uma polia isenta de atrito e na outra extremidade está preso um espelho plano de massa igual à do macaco e na mesma altura em relação ao solo.

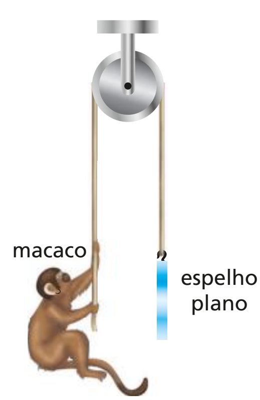
Na situação de equilíbrio, o macaco é capaz de ver sua imagem no espelho.

Considere as seguintes situações:

I. O macaco sobe pela corda com velocidade constante.

II. O macaco sobe pela corda com movimento acelerado.

III. O macaco solta a corda e cai em queda livre.



Reprodução/Arquivo da editora

Em que situação o macaco continua a ver sua imagem?

a) Somente em I.

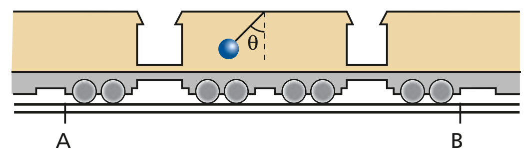
b) Somente em II.

c) Somente em III.

d) Somente em I e II.

e) I, II, III.

138. No teto de um vagão ferroviário, prende-se uma esfera de aço por meio de um fio leve e inextensível. Verifica-se que, em um trecho retilíneo e horizontal da ferrovia, o fio mantém-se na posição indicada, formando com a vertical um ângulo $\theta = 45°$. No local, adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Sendo $\vec{v}$ a velocidade vetorial do trem e $\vec{a}$ sua aceleração vetorial, responda:

a) Qual a orientação de $\vec{a}$, de **A** para **B** ou de **B** para **A**?

b) Qual a intensidade de $\vec{a}$?

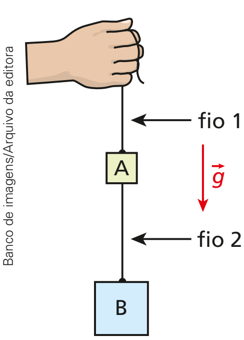
c) Qual a orientação de $\vec{v}$, de **A** para **B** ou de **B** para **A**?

139. Na situação esquematizada, os blocos **A** e **B** têm massas respectivamente iguais a *m* e *M*, e os fios são ideais. Inicialmente, com o sistema em repouso suspenso na vertical, as trações nos fios 1 e 2 valem T_1 e T_2. Acelerando-se o conjunto verticalmente para cima com intensidade *a*, as trações nos fios passam a valer T'_1 e T'_2. Sendo *g* a intensidade da aceleração da gravidade e não levando em conta a influência do ar, analise as proposições a seguir:

I. $T_1 = (M + m)g$ e $T_2 = Mg$

II. $T'_1 = T_1$ e $T'_2 = T_2$

III. $\frac{T'_1}{T_1} = \frac{T'_2}{T_2} = \frac{a + g}{g}$



Banco de imagens/Arquivo da editora

Responda mediante o código:

a) Se todas forem corretas.

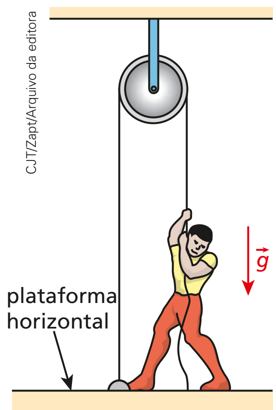
b) Se todas forem incorretas.

c) Se I e II forem corretas.

d) Se II e III forem corretas.

e) Se I e III forem corretas.

140. No esquema abaixo, o homem (massa de 80 kg) é acelerado verticalmente para cima juntamente com a plataforma horizontal (massa de 20 kg) sobre a qual está apoiado.



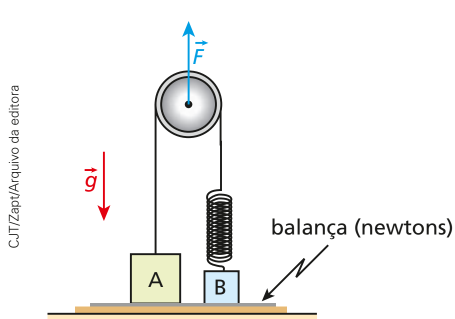
Isso é possível porque ele puxa verticalmente para baixo a corda que passa pela polia fixa. A aceleração do conjunto homem-plataforma tem módulo 5,0 m/s^2 e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s^2. Considerando ideais a corda e a polia e desprezando a influência do ar, calcule:

a) a intensidade da força com que o homem puxa a corda;

b) a intensidade da força de contato trocada entre o homem e a plataforma.

141. Na figura seguinte, os pesos da polia, do fio e da mola são desprezíveis.

No local, o efeito do ar é desprezível e assume-se g = 10 m/s^2.



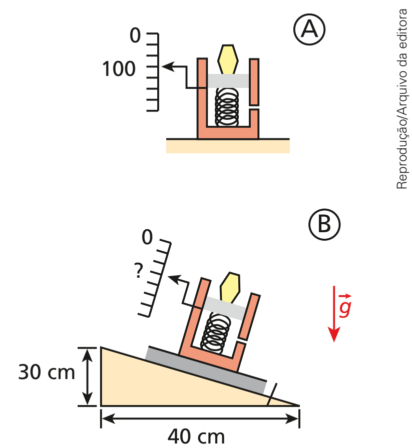
Sendo m_A = 40 kg e m_B = 24 kg, a deformação da mola de 50 cm e a intensidade de $\vec{F}$ igual a 720 N, determine:

a) a constante elástica da mola, em N/m;

b) o módulo das acelerações de **A**, de **B** e do eixo da polia;

c) a indicação da balança sobre a qual repousam, inicialmente, os dois blocos.

142. (Fuvest-SP) O mostrador de uma balança, quando um objeto é colocado sobre ela, indica 100 N, como esquematizado em **A**. Se tal balança estiver desnivelada, como se observa em **B**, seu mostrador deverá indicar, para esse mesmo objeto, o valor de:



a) 125 N.

b) 120 N.

c) 100 N.

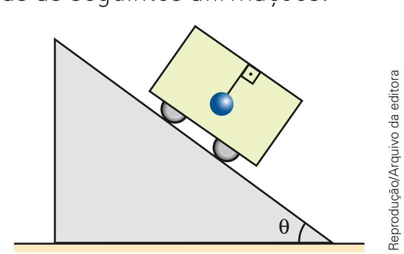
d) 80 N.

e) 75 N.

143. (Cesgranrio) Na figura, o carrinho move-se ao longo de um plano inclinado, sujeito apenas às interações gravitacional e com a superfície do plano inclinado.

Preso ao teto do carrinho, existe um pêndulo simples cujo fio permanece perpendicular à direção do movimento do sistema.

São feitas as seguintes afirmações:



I. O carrinho está descendo o plano inclinado.

II. O movimento do carrinho é uniforme.

III. Não há atrito entre a superfície do plano inclinado e o carrinho.

Dessas afirmações, é (são) necessariamente verdadeira(s) apenas:

a) I e II.

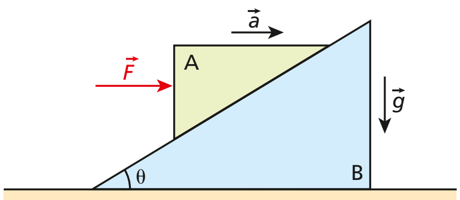
b) I e III.

c) I.

d) II.

e) III.

144. (Fuvest-SP) Duas cunhas **A** e **B**, de massas M_A e M_B respectivamente, se deslocam juntas sobre um plano horizontal sem atrito, com aceleração constante de módulo *a*, sob a ação de uma força horizontal $\vec{F}$ aplicada à cunha **A**, como mostra a figura a seguir. A cunha **A** permanece parada em relação à cunha **B**, apesar de não haver atrito entre elas, e, no local, o módulo de aceleração da gravidade é igual a *g*.



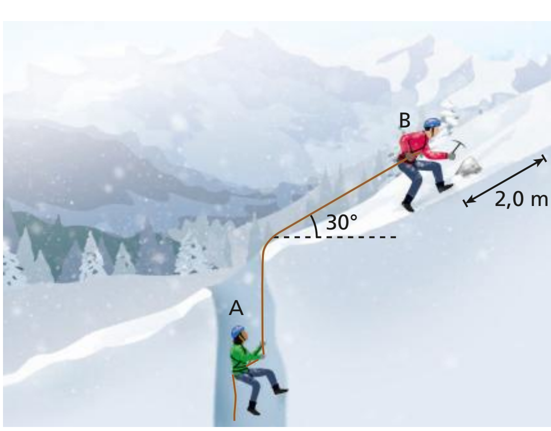
Reprodução/Arquivo da editora

a) Determine a intensidade da força $\vec{F}$ aplicada à cunha **A**.

b) Determine a intensidade da força $\vec{N}$ que a cunha **B** aplica à cunha **A**.

c) Sendo θ o ângulo de inclinação da cunha **B**, determine a tangente de θ.

145. Dois alpinistas, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 40 kg e 60 kg, mantêm-se unidos por meio de uma corda esticada enquanto sobem, enfileirados, por uma encosta plana coberta de neve, inclinada de 30° em relação à horizontal, rumo ao almejado cume da montanha. De repente, o alpinista que caminhava atrás (**A**) despenca em uma enorme fenda vertical escondida sob a neve, puxando em sua direção, por meio da corda, o alpinista que caminhava à frente (**B**). Após um breve intervalo de tempo escorregando praticamente sem atrito, **B** cravou uma pequena picareta no piso gelado e, com isso, sob a ação da salvadora força resistente ao longo de um percurso retilíneo de 2,0 m, passou a frear a si mesmo e seu parceiro, até o repouso.



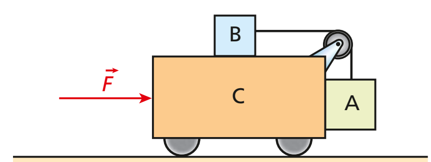
Banco de imagens/Arquivo da editora

No instante em que a picareta foi introduzida na neve, a intensidade da velocidade do conjunto era de 2,0 m/s. Desprezando-se a massa da corda, admitida flexível e inextensível, e considerando-se como dados $g = 10\ m/s^2$, $\text{sen } 30° = \frac{1}{2}$ e $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, determine:

a) a intensidade da força de tração na corda durante o breve intervalo de tempo decorrido entre a queda de **A** e a introdução da picareta de **B** no solo nevado;

b) a intensidade da força de atrito que a picareta de **B** recebe da neve, admitida constante, durante o providencial movimento retardado dos dois alpinistas.

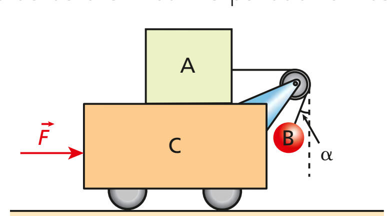
146. Na figura, o sistema está sujeito à ação da resultante externa $\vec{F}$, paralela ao plano horizontal sobre o qual o carrinho está apoiado. Todos os atritos são irrelevantes e as inércias do fio e da polia são desprezíveis. As massas dos corpos **A**, **B** e **C** valem, respectivamente, 2,0 kg, 1,0 kg e 5,0 kg e, no local, o módulo da aceleração da gravidade é 10 m/s^2.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Supondo que **A** esteja apenas encostado em **C**, determine a intensidade de $\vec{F}$ de modo que **A** e **B** não se movimentem em relação ao carrinho **C**.

147. No esquema da figura, tem-se o sistema locomovendo-se horizontalmente, sob a ação da resultante externa $\vec{F}$. A polia tem peso desprezível, o fio que passa por ela é ideal e a influência do ar no local do movimento é irrelevante. Não há contato da esfera **B** com a parede vertical.

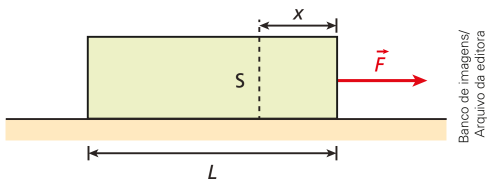


CJT/Zapt/Arquivo da editora

Sendo $m_A = 10{,}0$ kg, $m_B = 6{,}00$ kg, $m_C = 144$ kg e $g = 10{,}0\ m/s^2$, determine a intensidade de $\vec{F}$ que faz com que **não** haja movimento dos dois corpos **A** e **B** em relação a **C**.

Para raciocinar um pouco mais

148. Um bloco maciço e homogêneo de densidade volumétrica ρ, em forma de um paralelepípedo retângulo de comprimento L e seção quadrada de lado C, está inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal perfeitamente lisa. Aplica-se nesse bloco uma força horizontal constante de intensidade F, como na figura, que o faz adquirir aceleração na direção e sentido da força.

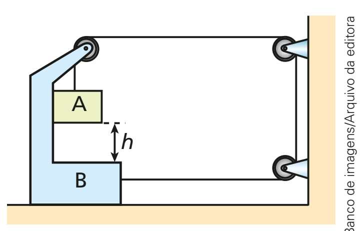


Sendo **S** uma seção transversal do bloco situada a uma distância horizontal x do ponto de aplicação da força, faça o que se pede:

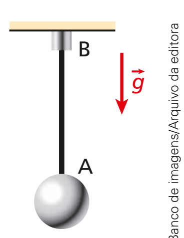
a) calcular a intensidade da aceleração do bloco em função de F, ρ, C e L;

b) traçar o gráfico da intensidade T da força interna de tração na seção S do bloco em função de x.

149. No sistema representado na figura não há atritos, e o fio é inextensível e de peso desprezível. No local, a intensidade da aceleração da gravidade vale g. Ignorando a influência do ar, calcule o intervalo de tempo que o corpo **A** (de massa m) leva para atingir a base do corpo **B** (de massa M) quando é abandonado de uma altura h em relação a **B**.



150. Na situação representada na figura, uma esfera metálica de raio R e densidade volumétrica (massa por unidade de volume) μ está em repouso sustentada por um cabo de aço de comprimento L e densidade linear (massa por unidade de comprimento) ρ.



Sabendo-se que no local a aceleração da gravidade tem intensidade g, pede-se:

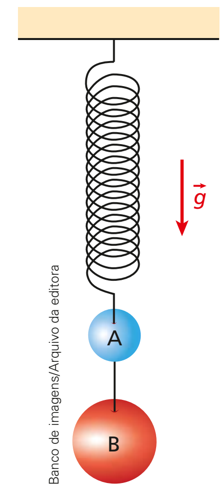
a) determinar a intensidade do peso da esfera;

b) determinar a intensidade da força de tração no ponto médio do cabo de aço;

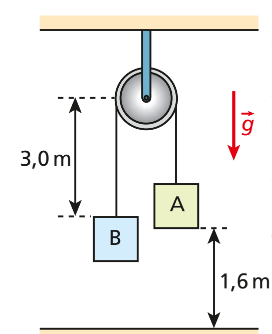
c) esboçar o gráfico da intensidade da força de tração ao longo do cabo de aço em função da posição medida de **A** para **B**.

151. Duas pequenas esferas, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a m e $2m$, estão em repouso penduradas em uma mola fixa de massa desprezível com eixo disposto na vertical, conforme indica a figura. No local, a aceleração da gravidade é $\vec{g}$ e a presença do ar pode ser ignorada.

Num determinado instante, o fio ideal que conecta **A** com **B** se rompe. Quais serão, logo após esse instante, as acelerações de **A** e **B**? Responda em termos do vetor $\vec{g}$.



152. No sistema esquematizado ao lado, o fio e a polia são ideais, a influência do ar é desprezível e $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Os blocos **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 6,0 kg e 2,0 kg, encontram-se inicialmente em repouso, nas posições indicadas.

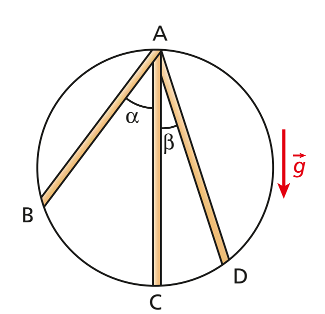


Abandonando-se o sistema à ação da gravidade, pede-se calcular:

a) o módulo da velocidade do bloco **A** imediatamente antes da colisão com o solo, admitida instantânea e perfeitamente inelástica;

b) a distância percorrida pelo bloco **B** em movimento ascendente.

153. Na figura, **AB**, **AC** e **AD** são três tubos de pequeno diâmetro, muito bem polidos internamente e acoplados a um arco circular. O tubo **AC** é vertical e passa pelo centro do arco.



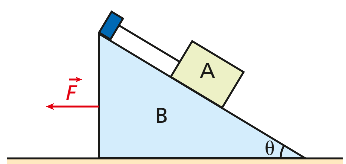
Uma mesma esfera é abandonada do repouso sucessivamente do topo dos três tubos, atingindo o arco circular decorridos intervalos de tempo respectivamente iguais a t_{AB}, t_{AC} e t_{AD}. A aceleração da gravidade tem módulo g e $\alpha > \beta$.

Não considerando a influência do ar:

a) calcule o módulo da aceleração da bolinha no tubo **AB**, em função de g e de α;

b) relacione t_{AB}, t_{AC} e t_{AD}.

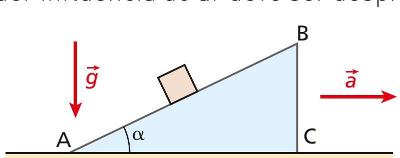
154. Na situação esquematizada na figura, o bloco **A** de massa m está apoiado sobre o prisma **B** de massa M. O bloco **A** deverá ser mantido em repouso em relação ao prisma **B**. Para tanto, utiliza-se um fio ideal paralelo à face do prisma inclinada de um ângulo θ em relação à superfície de apoio do sistema, considerada plana e horizontal. Todos os atritos são desprezíveis e a aceleração da gravidade local tem módulo g.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

Aplica-se em **B** uma força constante horizontal $\vec{F}$, e o sistema é acelerado para a esquerda. Admitindo que **A** não perde o contato com **B**, determine a máxima intensidade admissível para $\vec{F}$.

155. Na figura abaixo, um prisma **ABC**, inclinado de um ângulo α em relação à horizontal, é acelerado horizontalmente para a direita com aceleração $\vec{a}$ de intensidade 7,5 m/s^2. Na face **AB** do prisma está apoiado um pequeno bloco, de massa igual a 0,40 kg, que se mantém em repouso em relação ao prisma, sem escorregar. Qualquer influência do ar deve ser desprezada.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Adotando-se para a aceleração da gravidade módulo g = 10 m/s^2 e sabendo-se que a força normal de contato que o prisma exerce no bloco tem intensidade igual a 3,0 N, pede-se calcular:

a) a intensidade da força de atrito que o prisma exerce no bloco;

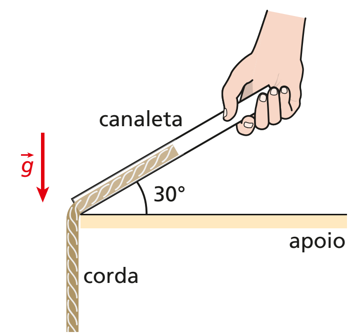
b) o valor aproximado do ângulo α.

Utilize, se necessário:

sen 37° = cos 53° = 0,60

sen 53° = cos 37° = 0,80

156. Uma corda flexível, homogênea, de secção transversal constante e de comprimento igual a L será posta a deslizar no interior de uma canaleta perfeitamente lisa, inclinada de um ângulo $\theta = 30°$ em relação à horizontal, conforme representa a figura. Na situação, a influência do ar é desprezível e a aceleração da gravidade tem intensidade g = 10 m/s^2.



Banco de imagens/Arquivo da editora

No instante em que o comprimento pendente na vertical for igual a $\frac{L}{2}$, a intensidade da aceleração da corda:

a) valerá 2,5 m/s^2.

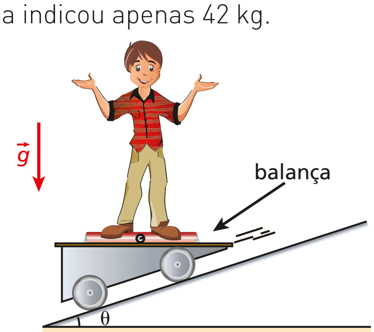
b) valerá 5,0 m/s^2.

c) valerá 7,5 m/s^2.

d) valerá 10 m/s^2.

e) estará indeterminada, pois não foi dado o valor numérico de L.

157. Um garoto realizou o seguinte experimento: conseguiu uma balança dessas utilizadas em banheiros, colocou-a sobre a plataforma horizontal de um carrinho dotado de pequenas rodas, de modo que este foi posto a deslizar para baixo ao longo de uma rampa inclinada de um ângulo θ, como representa a figura. O garoto, cuja massa é 56 kg, ficou surpreso ao observar que, durante seu movimento em conjunto com o carrinho, a balança indicou apenas 42 kg.



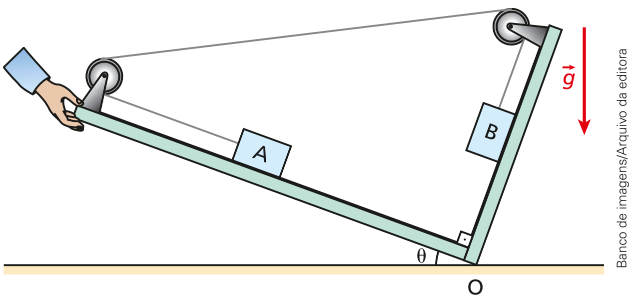
Banco de imagens/Arquivo da editora

Desprezando-se os atritos resistentes ao movimento do carrinho e adotando-se $|\vec{g}| = 10{,}0$ m/s^2, responda:

a) Qual o sentido da força de atrito atuante nos pés do garoto durante o movimento? Para a esquerda ou para a direita? Justifique.

b) Qual o valor do ângulo θ?

158. Considere a situação esquematizada a seguir em que uma estrutura em forma de *L* está articulada em **O**, podendo girar em torno desse ponto em um plano vertical. Dessa forma, o ângulo θ, formado entre a parte esquerda da estrutura e uma mesa horizontal, pode ser variado entre 0° e 90°. São utilizadas duas polias ideais, fixas nas extremidades do *L*, e um fio leve, flexível e inextensível para conectar dois pequenos blocos **A** e **B** de massas iguais, de valor m = 2,0 kg, cada uma. Os atritos são desprezíveis, bem como a influência do ar, e, no local, adota-se $|\vec{g}| = 10,0 \text{ m/s}^2$.



a) Obtenha, em função de *g* e θ, uma expressão matemática para o valor algébrico da aceleração dos blocos e determine os valores de θ para que essa aceleração tenha intensidade máxima.

b) Calcule, em cada caso, a intensidade da força de tração no fio.

c) Para que valor de θ os blocos permanecem em equilíbrio?

159. (OBF) Em um quadro de madeira fixo na parede, é preso um pêndulo constituído de uma barra metálica de massa desprezível de 40 cm e um pequeno disco que pode oscilar livremente. O pêndulo é colocado a oscilar e, no momento em que ele passa pela parte mais baixa de sua trajetória, com velocidade de módulo igual a 2,0 m/s, deixa-se o quadro cair em queda livre (sem girar, inclinar, vibrar ou encostar na parede). Depois de quanto tempo o disco voltará a passar pela mesma posição mais baixa de sua trajetória?

Despreze o atrito e a resistência do ar. Adote $\pi = 3$.

Admita que o disco pode completar a circunferência sem colidir com o quadro, que continua em queda livre.

DESCUBRA MAIS

1. Suponha que, ao perceber a iminente colisão frontal entre seu barco e uma rocha, um homem desligue imediatamente o motor de popa e puxe vigorosamente uma corda amarrada na proa da embarcação em sentido oposto ao do movimento, que ocorre com alta velocidade. O homem consegue frear o barco dessa maneira? Justifique sua resposta.

2. Nos porta-aviões, os caças dispõem de cerca de 80,0 m para realizar sua decolagem. É um comprimento muito pequeno, que obriga cada aeronave, com massa próxima de 13300 kg, a ser arremessada por um dispositivo denominado catapulta a vapor. Esse sistema, constituído de trilhos e cabos de aço, imprime ao avião forças que, somadas às de impulsão provocadas pelas turbinas funcionando em alta rotação e em pós-combustão, produzem o empurrão resultante necessário à decolagem.

A arrancada do caça na curta pista do porta-aviões é tão violenta que o corpo do piloto sofre uma intensa compressão contra o encosto da poltrona, ficando sua face sensivelmente deformada durante o curto intervalo de tempo da operação. Supondo-se que o avião alce voo com velocidade próxima de 56,0 m/s (aproximadamente 202 km/h), explique por que ocorre essa compressão do corpo do piloto contra o encosto da poltrona, bem como a deformação de sua face. Estime a intensidade média da aceleração da aeronave ao decolar e também a intensidade média da força resultante responsável por essa aceleração.

3. Quando abandonamos uma pequena pedra nas proximidades do solo, ela cai verticalmente com aceleração de intensidade próxima de 10 m/s². Durante essa queda, a pedra e a Terra atraem-se mutuamente, trocando forças gravitacionais de ação e reação, que têm intensidades iguais. O planeta experimenta alguma aceleração detectável devido a essa interação? Justifique sua resposta.

TÓPICO

2

Atrito entre sólidos

Sunnybeach/E+/Getty Images

Acender um fósforo só é possível devido ao atrito da cabeça do palito com a superfície da caixinha. Na extremidade do palito que se inflama prontamente há algumas substâncias que fazem com que a combustão seja possível. No entanto, é necessário que haja uma faísca inicial para provocar a combustão. Essa faísca ocorre quando raspamos a cabeça do palito na caixa. O atrito entre as duas superfícies gera energia térmica, essa energia converte o fósforo vermelho em fósforo branco, que, ao interagir com o oxigênio no ar, origina a faísca catalizadora do processo.

Situações que envolvem atrito permeiam o nosso cotidiano, apresentando seus aspectos convenientes (por exemplo, ao utilizar o freio em uma bicicleta) e inconvenientes (ao empurrar um armário).

Veremos neste tópico a natureza das forças de atrito entre sólidos, os conceitos de força de atrito estático e cinético e o papel que as forças de atrito desempenham em diversos fenômenos, desde o simples ato de caminhar até o funcionamento de frenagem em automóveis.

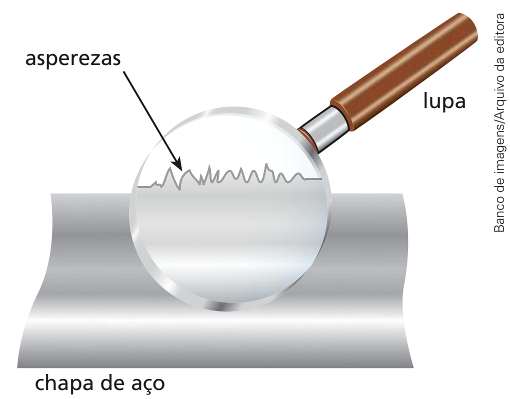
Bloco 1

1. Introdução

O atrito é um fenômeno de grande importância no acontecimento de determinados fatos em nossa vida diária. Se, por um lado, apresenta um caráter útil, por outro, revela um caráter indesejável.

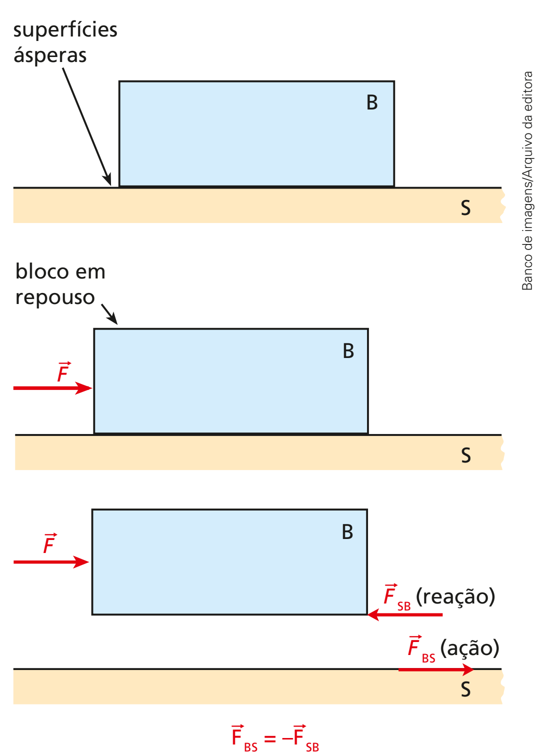
Se não fosse o atrito, seria impossível caminhar sobre o solo, bem como seria impraticável o movimento de um carro convencional sobre o asfalto. Um lápis não escreveria sobre uma folha de papel, tampouco conseguiríamos empunhá-lo; uma lixa não desgastaria um pedaço de madeira, e não poderíamos desfrutar do som emitido por um violino, já que esse som é obtido pelo esfregar das fibras ou dos fios do arco sobre as cordas do instrumento.

O atrito também se manifesta em várias situações como agente dissipador de formas de energia, como é o caso da energia cinética (de movimento). Se, por exemplo, você lançar o apagador do quadro de giz sobre o chão da sala de aula, notará que, pela ação do atrito, ele será freado, perdendo a energia cinética recebida no ato do lançamento.



Uma superfície qualquer, por mais bem polida que seja, sempre apresenta irregularidades: saliências e reentrâncias, altos e baixos, enfim, asperezas.

Consideremos dois corpos em contato, comprimindo-se mutuamente. Quando a superfície de um deles escorrega ou tende a escorregar em relação à superfície do outro, há troca de forças, denominadas **forças de atrito**. Essas forças, que sempre surgem no sentido de se opor ao escorregamento ou à tendência de escorregamento, devem-se a interações de origem eletromagnética entre os átomos das regiões de contato efetivo das duas superfícies. O modelo mecânico de irregularidades (rugosidades), entretanto, satisfaz nossas necessidades neste estudo e, por isso, nos restringiremos a ele.



Consideremos, por exemplo, a situação ao lado, em que o bloco **B** repousa sobre a superfície **S**, plana e horizontal.

Admitamos que **B** seja empurrado horizontalmente para a direita por uma força $\vec{F}$, mas sem sair do lugar.

Ao ser empurrado, **B** aplica em **S** uma força $\vec{F}_{BS}$ horizontal dirigida para a direita.

Como se explica, então, o repouso de **B**? Ocorre que esse bloco recebe de **S**, na região de contato, uma força $\vec{F}_{SB}$ horizontal dirigida para a esquerda, que equilibra a força $\vec{F}$.

As forças $\vec{F}_{BS}$ e $\vec{F}_{SB}$ que **B** e **S** trocam na região de contato são forças de atrito e constituem um par **ação-reação** (3ª Lei de Newton).

Observemos que $\vec{F}_{BS}$ e $\vec{F}_{SB}$ têm mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos, estando aplicadas em corpos diferentes.

Destaquemos, ainda, que as forças de atrito $\vec{F}_{BS}$ e $\vec{F}_{SB}$ só aparecem se $\vec{F} \neq \vec{0}$. De fato, se não houver solicitação de escorregamento, não haverá troca de forças de atrito entre as superfícies em contato.

Então, para o bloco **B** em repouso sobre a superfície **S**, temos:

$$\text{Se } \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_{BS} = \vec{F}_{SB} = \vec{0}$$

No caso de **B** já estar escorregando sobre a superfície **S**, as forças de atrito também estarão presentes, independentemente de $\vec{F}$ estar atuando ou não.

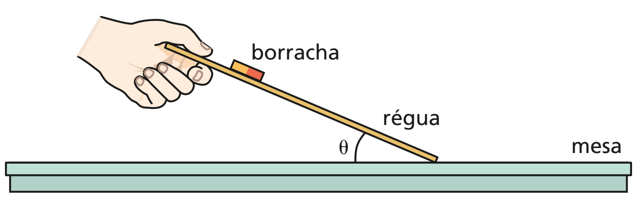
Estudaremos neste tópico o atrito de escorregamento entre sólidos, atribuindo-lhe duas denominações: **atrito estático**, enquanto não houver escorregamento entre as superfícies atritantes, e **atrito cinético**, para o caso de o escorregamento já haver se iniciado.

2. O atrito estático

Conceito

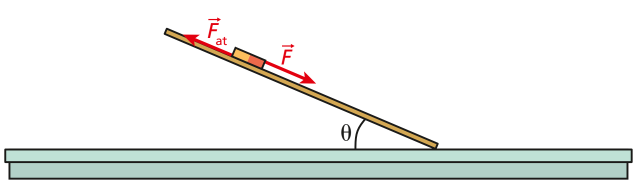
Considere uma mesa horizontal sobre a qual repousa uma régua de madeira. Imagine uma borracha escolar apoiada sobre a face mais larga da régua. Inicialmente, a borracha não recebe forças de atrito, uma vez que não manifesta nenhuma tendência de escorregamento.

Suponha agora que a régua seja inclinada lentamente em relação à superfície da mesa, conforme sugere a figura a seguir.



Banco de imagens/Arquivo da editora

De início, para pequenos valores do ângulo θ, a borracha permanece parada e a força de atrito que a mantém em equilíbrio é do tipo estático. Tal força tem intensidade crescente para valores constantes de θ, constituindo-se na equilibrante da força que solicita a borracha a descer (componente tangencial do peso da borracha).



Banco de imagens/Arquivo da editora

Enquanto a borracha está em equilíbrio, $\vec{F}$ e $\vec{F}_{at}$ têm intensidades crescentes com o ângulo θ, valendo a relação $\vec{F}_{at} = -\vec{F}$.

Continuando a inclinar a régua de modo que aumente o ângulo θ, chega-se a um ponto em que a borracha se apresenta na iminência de movimento, isto é, está prestes a descer. Nesse caso, a força de atrito estático, que ainda mantém a borracha em equilíbrio, terá atingido sua máxima intensidade. Essa máxima força de atrito estático, que se manifesta quando o escorregamento é iminente, denomina-se **força de atrito de destaque** $\left(\vec{F}_{at_d}\right)$.

Resumindo, vimos que a força de atrito estático tem intensidade variável desde zero, quando não há solicitação de escorregamento, até um valor máximo ou de destaque, quando o corpo fica na iminência de escorregar.

Assim, podemos dizer que:

$$0 \leqslant F_{at} \leqslant F_{at_d}$$

A intensidade da força de atrito estático depende da intensidade da força que visa provocar o escorregamento, sendo sempre igual à desta última.

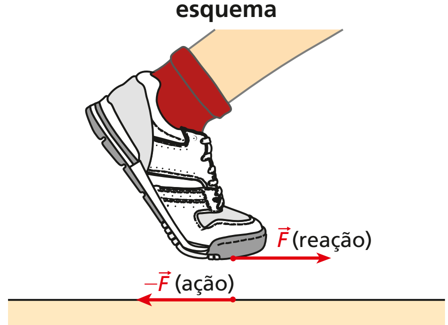
JÁ PENSOU NISTO?

O atrito permite-nos caminhar!

Ao caminhar, o pé de uma pessoa empurra o chão para trás e este reage no pé da pessoa, empurrando-o para a frente. Pé e solo trocam entre si forças de atrito do tipo **ação** e **reação** (mesma intensidade, mesma direção e sentidos opostos). Você deve observar que uma força está aplicada no chão e a outra, no pé da pessoa.

Thinkstock/Getty Images

esquema



Banco de imagens/Arquivo da editora

Cálculo da intensidade da força de atrito de destaque ($\vec{F}_{at_d}$)

Vamos considerar agora uma caixa de papelão, como uma caixa de sapatos, destampada e apoiada sobre a superfície plana e horizontal de um piso de concreto. Empurrando-se a caixa inicialmente vazia com uma força horizontal, ela será colocada "facilmente" em movimento. Se colocarmos, porém, certa quantidade de areia dentro dela, a força horizontal necessária para iniciar o movimento será, certamente, mais intensa que aquela aplicada no caso anterior. Se aumentarmos gradativamente a quantidade de areia na caixa, notaremos que, quanto mais areia introduzirmos, maior será a intensidade da força horizontal a ser aplicada para que o movimento seja iniciado. Isso mostra que, à medida que se preenche a caixa com areia, maior se torna a força de atrito de destaque entre ela e o plano de apoio.

Você seria capaz de responder qual é a relação entre a quantidade de areia na caixa e o atrito de destaque?

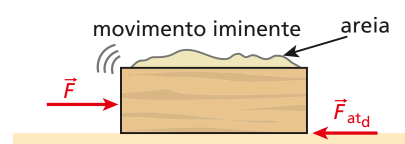
Ocorre que a introdução de areia contribui para o aumento do peso do sistema e, por isso, este exerce sobre o plano de apoio uma força normal de compressão cada vez mais intensa.

Verifica-se que a intensidade da força de atrito de destaque (F_{at_d}) é diretamente proporcional à intensidade da força normal (F_n) trocada entre as superfícies atritantes na região de contato.

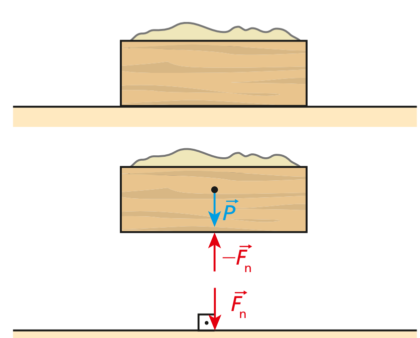
Matematicamente:

$$F_{at_d} = \mu_e F_n$$

A constante de proporcionalidade μ_e denomina-se **coeficiente de atrito estático** e seu valor depende dos materiais atritantes e do grau de polimento deles.



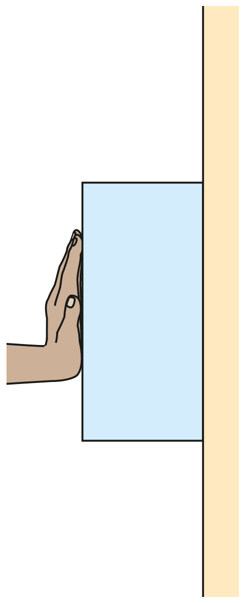
Aumentando-se a quantidade de areia na caixa, aumenta-se a intensidade da força de atrito de destaque e, consequentemente, mais intensa deve ser a força exercida pelo operador para iniciar o movimento.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Quanto mais areia é depositada na caixa, maior é o peso do sistema e mais intensa é a força normal de compressão ($\vec{F}_n$) exercida sobre o piso.

JÁ PENSOU NISTO?

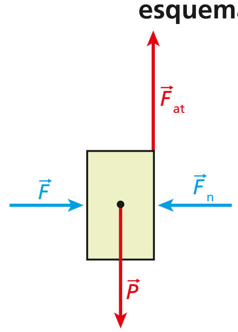


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sem deixar cair!

É muito comum comprimirmos horizontalmente objetos contra paredes verticais no intuito de mantê-los em repouso. Isso é possível desde que a força de compressão seja suficientemente intensa para que a intensidade do peso do objeto não supere a intensidade da força de atrito de destaque. Na situação de equilíbrio, a força de atrito estático (não necessariamente a de destaque) equilibra a força peso.

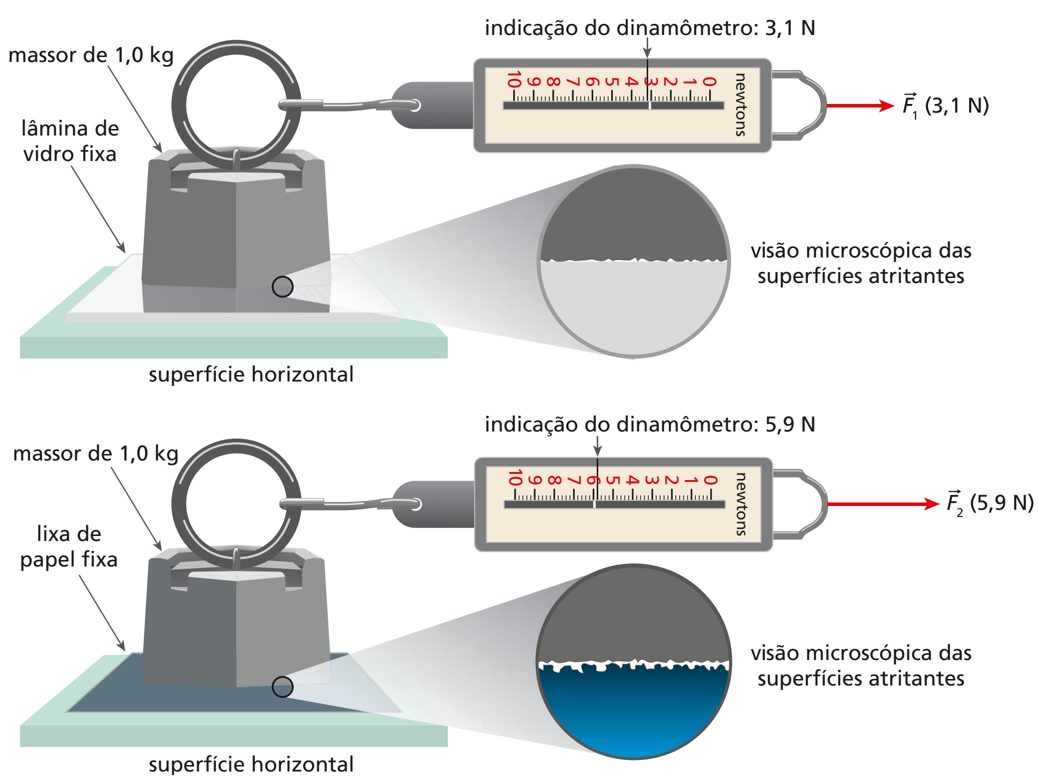
esquema de forças na caixa



$\vec{F}$: força aplicada pela mão da pessoa;
$\vec{F}_n$: reação normal da parede;
$\vec{P}$: força da gravidade (peso);
$\vec{F}_{at}$: força de atrito estático.
Equilíbrio na horizontal: $|\vec{F}_n| = |\vec{F}|$
Equilíbrio na vertical: $|\vec{F}_{at}| = |\vec{P}|$

Nessa análise, não consideramos a possível força de atrito entre a caixa e a mão.

O experimento proposto nas imagens abaixo tem a finalidade de determinar o coeficiente de atrito estático entre um bloco de ferro de massa-padrão 1,0 kg e superfícies horizontais de apoio de materiais diferentes. No primeiro caso, o bloco é colocado sobre uma lâmina de vidro (superfície bastante lisa), e o dinamômetro indica na situação de movimento iminente uma força de 3,1 N. No segundo caso, o bloco é colocado sobre uma lixa de papel (superfície bastante áspera), e o dinamômetro indica na situação de movimento iminente 5,9 N. Supondo $g = 10\ m/s^2$, pode-se determinar para o primeiro caso $\mu_{e_1} = 0,31$ e para o segundo, $\mu_{e_2} = 0,59$.



Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

Faça você mesmo

Determinando experimentalmente o coeficiente de atrito estático

Experimento 1

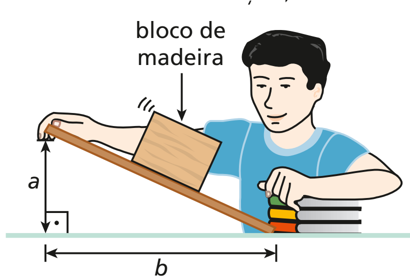
Vamos descrever agora um experimento muito simples, com o objetivo de determinar o coeficiente de atrito estático entre duas superfícies.

Material necessário

- 1 tábua plana de madeira sem irregularidades (ondulações, rachaduras, etc.);
- 1 bloco de madeira ou de outro material, sem irregularidades;
- Régua ou trena.

Procedimento

I. Apoie o bloco sobre a tábua de madeira e incline lentamente a tábua em relação à horizontal, conforme indicado na figura abaixo. Perceba que será estabelecida uma situação em que o bloco se apresentará na iminência de deslizar. Nesta situação, fixe a tábua.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

II. Com a tábua fixada, meça com uma régua ou trena os comprimentos *a* e *b* indicados na figura. O coeficiente de atrito estático μ_e entre o bloco e a superfície de apoio será determinado por:

$$\mu_e = \frac{a}{b}$$

Desenvolvimento

1. Junto com um colega, faça a demonstração matemática da expressão apresentada no procedimento II.

2. Use os valores que você obteve e determine o coeficiente de atrito estático μ entre o bloco e a tábua.

Experimento 2

Maior compressão: escorregamento mais difícil

Sugerimos a seguir um experimento muito simples que pode ser feito em casa. Com ele, você irá comprovar que a intensidade da força de atrito de destaque cresce com a intensidade da força normal de compressão. Vejamos:

Material necessário

- 1 vassoura;
- 1 objeto comprido e pesado – uma barra de ferro, um cilindro de madeira como aquele conhecido por "pau de macarrão", ou mesmo a própria vassoura.

Procedimento

I. Coloque a vassoura na posição horizontal, com o cabo apoiado sobre os seus dois dedos indicadores, distantes um do outro.
Se você tentar fazer com que seus dedos escorreguem no sentido de se encontrarem, como sugere a fotografia, notará uma dificuldade muito maior em relação ao indicador da mão direita, que se encontra do lado mais pesado, que é a extremidade que contém, amarrados, os tufos de fibras (vegetais, animais ou sintéticas).
Isso acontece porque, devido à maior concentração de massa à sua direita, a força normal de compressão sobre o dedo indicador da mão direita é mais intensa que a força normal de compressão sobre o dedo indicador da mão esquerda.

Sergio Dotta/ The Next

II. Segure o objeto pesado escolhido de modo que o seu eixo fique perpendicular ao solo, conforme sugere a fotografia abaixo.
Se você afrouxar os dedos, exercendo menor pressão sobre o objeto, ele cairá. Esse afrouxamento provoca uma redução na intensidade da força normal de compressão sobre o objeto e, consequentemente, uma redução na intensidade da força de atrito de destaque que, ao ser superada pelo peso do objeto, determina seu deslizamento.

Cristina Xavier

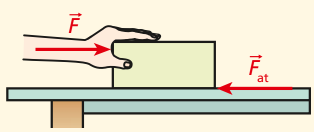
Exercícios Nível 1

1. **E.R.** Uma caixa de peso 10 kgf acha-se em repouso sobre uma mesa horizontal. Calcule a intensidade da força de atrito exercida sobre a caixa quando ela é empurrada por uma força horizontal de 2,0 kgf. O coeficiente de atrito estático entre a caixa e a mesa vale 0,30.

Resolução:

A situação descrita está esquematizada abaixo:

Inicialmente, vamos calcular a intensidade da força de atrito de destaque entre a caixa e a mesa:



Banco de imagens/Arquivo da editora

$$F_{at} = \mu_e F_n \Rightarrow F_{at_d} = \mu_e P$$

Sendo $\mu_e = 0,30$ e $P = 10$ kgf, vem:

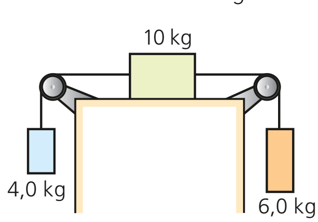
$$F_{at_d} = 0,30 \cdot 10$$

$$\boxed{F_{at_d} = 3,0 \text{ kgf}}$$

Como a força com que a caixa é empurrada (2,0 kgf) é menos intensa que a força de atrito de destaque (3,0 kgf), temos uma situação de equilíbrio. A caixa permanece em repouso, e a força de atrito estático exercida sobre ela tem intensidade 2,0 kgf:

$$\boxed{F_{at} = 2,0 \text{ kgf}}$$

2. (FGV-SP) O sistema indicado está em repouso devido à força de atrito entre o bloco de massa de 10 kg e o plano horizontal de apoio. Os fios e as polias são ideais e adota-se $g = 10$ m/s^2.



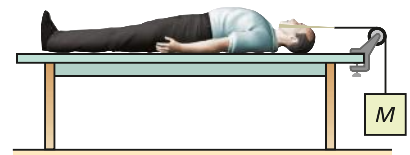
Reprodução/Arquivo da editora

a) Qual o sentido da força de atrito no bloco de massa de 10 kg, para a esquerda ou para a direita?

b) Qual a intensidade dessa força?

3. Para colocar um bloco de peso 100 N na iminência de movimento sobre uma mesa horizontal, é necessário aplicar sobre ele uma força, paralela à mesa, de intensidade 20 N. Qual o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa?

4. Na situação esquematizada na figura, um homem de massa 70 kg está deitado sobre uma mesa horizontal para submeter-se a uma terapia por tração.



Banco de imagens/Arquivo da editora

O fio e a polia são ideais e o coeficiente de atrito estático entre o corpo do homem e a mesa vale 0,40. Se o homem está na iminência de deslizar sobre a mesa, qual o valor da massa *M*?

5. Sobre um piso horizontal, repousa uma caixa de massa $2,0 \cdot 10^2$ kg. Um homem a empurra, aplicando-lhe uma força paralela ao piso, conforme sugere o esquema abaixo:

Banco de imagens/Arquivo da editora

O coeficiente de atrito estático entre a caixa e o piso é 0,10 e, no local, $g = 10$ m/s^2. Determine:

a) a intensidade da força com que o homem deve empurrar a caixa para colocá-la na iminência de movimento;

b) a intensidade da força de atrito que se exerce sobre a caixa quando o homem a empurra com 50 N.

6. **E.R.** Na figura abaixo, Roberval está empurrando um fogão de massa 40 kg, aplicando sobre ele uma força $\vec{F}$, paralela ao solo plano e horizontal. O coeficiente de atrito estático entre o fogão e o solo é igual a 0,75 e, no local, adota-se $g = 10$ m/s^2.

Banco de imagens/Arquivo da editora

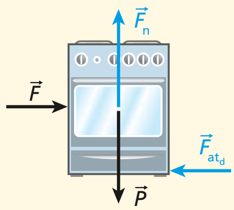
Supondo que o fogão está na iminência de escorregar, calcule:

a) a intensidade de $\vec{F}$;

b) a intensidade da força $\vec{C}$ de contato que o fogão recebe do solo.

Resolução:

No esquema a seguir, representamos as forças que agem no fogão:



Banco de imagens/Arquivo da editora

$\vec{F}$: força aplicada por Roberval;

$\vec{F}_{at_d}$: força de atrito de destaque (movimento iminente);

$\vec{P}$: força da gravidade (peso);

$\vec{F}_n$: força normal.

a) **Equilíbrio na vertical**: $F_n = P$

$$F_n = mg \Rightarrow F_n = 40 \cdot 10 \therefore \boxed{F_n = 400\ N}$$

Equilíbrio na horizontal: $F = F_{at_d}$

$$F = \mu_e F_n \Rightarrow F = 0{,}75 \cdot 400 \therefore \boxed{F = 300\ N}$$

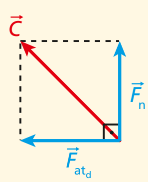
b) A força $\vec{C}$ é a resultante da soma vetorial de $\vec{F}_{at_d}$ com $\vec{F}_n$.

Aplicando o Teorema de Pitágoras, vem:

$$C^2 = F_n^2 + F_{at_d}^2$$

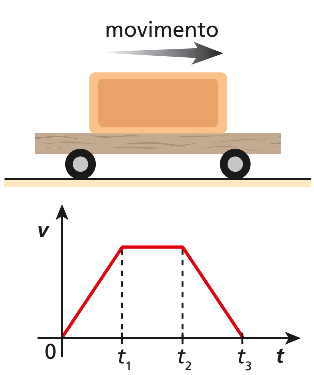
$$C^2 = (400)^2 + (300)^2$$

$$\boxed{C = 500\ N}$$



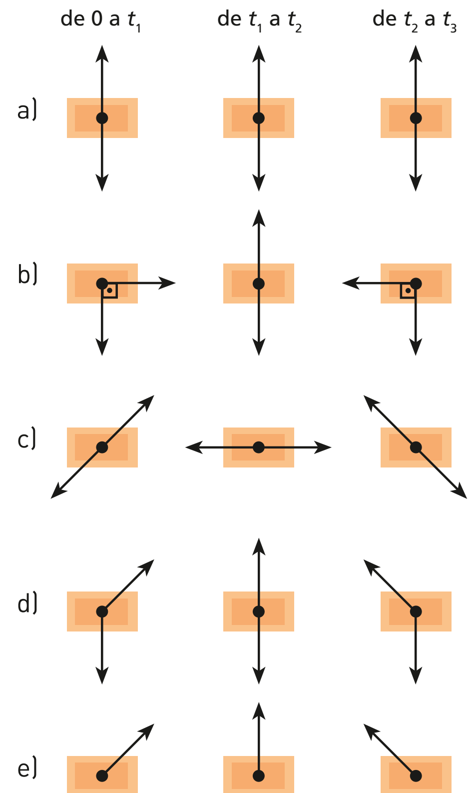
Banco de imagens/Arquivo da editora

7. Considere a situação esquematizada na figura, em que um tijolo está apoiado sobre uma plataforma de madeira plana e horizontal. O conjunto parte do repouso no instante $t_0 = 0$ e passa a descrever uma trajetória retilínea com velocidade de intensidade v, variável com o tempo, conforme o gráfico apresentado. No local, a influência do ar é desprezível.



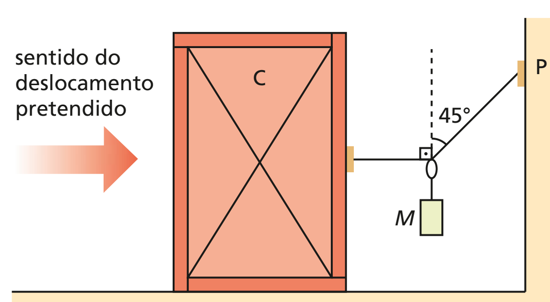
Banco de imagens/Arquivo da editora

Admitindo que não haja escorregamento do tijolo em relação à plataforma e adotando um referencial fixo no solo, aponte a alternativa que melhor representa as forças que agem no tijolo nos intervalos de 0 a t_1, de t_1 a t_2 e de t_2 a t_3:



Banco de imagens/Arquivo da editora

8. Para vencer o atrito e deslocar um grande contêiner **C**, no sentido indicado, é necessária uma força horizontal que supere 500 N. Na tentativa de movê-lo, blocos de massa m = 15 kg são pendurados em um fio, que é esticado entre o contêiner e o ponto **P** na parede, como na figura.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Para movimentar o contêiner, é preciso pendurar no fio, no mínimo:

(Adote $g = 10\ m/s^2$.)

a) 1 bloco.

b) 2 blocos.

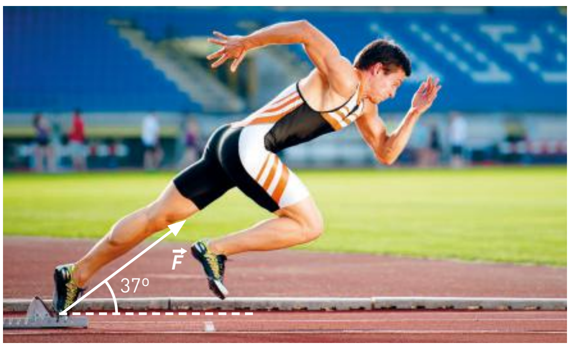
c) 3 blocos.

d) 4 blocos.

e) 5 blocos.

Exercícios Nível 2

9. O instante de largada – momento de pura explosão muscular – é decisivo em uma corrida de pedestrianismo, especialmente em provas disputadas em curtas distâncias, de cem ou duzentos metros.



MinDof/Shutterstock

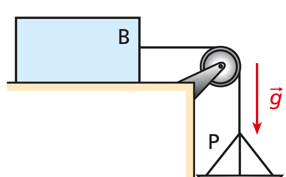
Admita que o atleta que aparece nessa imagem tenha massa igual a 60 kg e que, partindo do repouso, adquira movimento horizontal. A força $\vec{F}$ indicada é a reação total de contato que o apoio de pés, rigidamente fixado ao solo, exerce no corpo do atleta.

Sendo $g = 10\ m/s^2$, sen 37° = 0,60 e cos 37° = 0,80, pede-se determinar:

a) a intensidade da componente horizontal de atrito aplicada pelo apoio de pés no corpo do atleta;

b) o valor aproximado do módulo da aceleração de largada adquirida por ele.

10. Na situação da figura, o bloco **B** e o prato **P** pesam, respectivamente, 80 N e 1,0 N. O coeficiente de atrito estático entre **B** e o plano horizontal de apoio vale 0,10 e desprezam-se os pesos dos fios e o atrito no eixo da polia. No local, $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

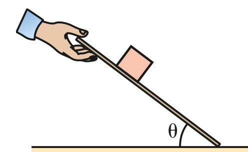
Dispõe-se de 20 blocos iguais, de 100 g de massa cada um, que podem ser colocados sobre o prato **P**.

a) Colocando-se dois blocos sobre **P**, qual a intensidade da força de atrito exercida em **B**?

b) Qual o número de blocos que deve ser colocado sobre **P**, para que **B** fique na iminência de se movimentar?

11. (Unirio-RJ) Uma caixa vazia, pesando 20 N, é colocada sobre uma superfície horizontal. Ao atuar sobre ela uma força também horizontal, ela começa a se movimentar quando a intensidade da força supera 5,0 N; cheia de água, isso acontece quando a intensidade da força supera 30 N. Qual a massa de água contida na caixa? (Admita $g = 10\ m/s^2$.)

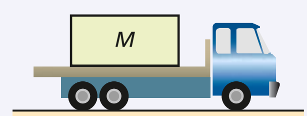
12. Sobre um plano inclinado, de ângulo θ variável, apoia-se uma caixa de pequenas dimensões, conforme sugere o esquema ao lado.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a caixa e o plano de apoio vale 1,0, qual o máximo valor de θ para que a caixa ainda permaneça em repouso?

13. **E.R.** Na figura, representa-se um caminhão inicialmente em repouso sobre uma pista plana e horizontal. Na sua carroceria, apoia-se um bloco de massa *M*.

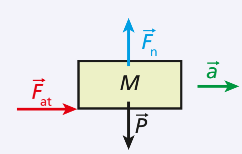


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo μ o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a carroceria e *g* o valor da aceleração da gravidade local, determine a máxima intensidade da aceleração que o caminhão pode adquirir sem que o bloco escorregue.

Resolução:

Na figura ao lado, estão representadas as forças que agem no bloco:



Banco de imagens/Arquivo da editora

$\vec{P}$: força da gravidade (peso);

$\vec{F}_n$: reação normal;

$\vec{F}_{at}$: força de atrito.

É importante notar que a força de atrito tem sentido oposto ao da tendência de escorregamento do bloco, porém o mesmo sentido do movimento do caminhão.

A força que acelera o bloco em relação à pista é $\vec{F}_{at}$; logo, aplicando a 2ª lei de Newton:

$$F_{at} = Ma \qquad \text{(I)}$$

O bloco está em equilíbrio na vertical; logo:

$$F_n = P \Rightarrow F_n = Mg \qquad \text{(II)}$$

Como o bloco **não** deve escorregar, o atrito entre ele e a carroceria é **estático**. Assim:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu F_n \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (I) e (II) em (III), segue que:

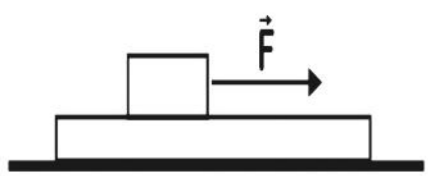
$$Ma \leqslant \mu Mg \Rightarrow a \leqslant \mu g$$

$$\boxed{a_{máx} = \mu g}$$

Nota:

- Observe que a aceleração calculada independe da massa do bloco.

14. (OBF) Durante as aulas sobre as leis de Newton, em especial sobre as condições de atrito entre superfícies em contato, o professor colocou um objeto com massa de 1,0 kg apoiado sobre uma prancha de 4,0 kg, como mostra a figura abaixo.



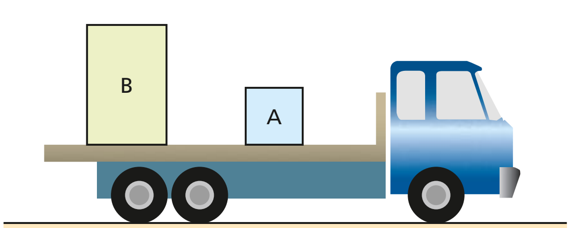
Reprodução/OBF, 2016.

Em seguida, o professor puxa o objeto aplicando-lhe uma força $\vec{F}$ horizontal e constante. Considerando-se que o atrito entre a prancha e a mesa seja desprezível e que os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o objeto e a prancha sejam iguais a 0,8 e 0,6, respectivamente, a maior aceleração que a prancha possa adquirir será de:

Dado: $g = 10\ m/s^2$.

a) $1{,}0\ m/s^2$
b) $1{,}2\ m/s^2$
c) $1{,}5\ m/s^2$
d) $1{,}6\ m/s^2$
e) $2{,}0\ m/s^2$

15. Considere duas caixas, **A** e **B**, de massas respectivamente iguais a 10 kg e 40 kg, apoiadas sobre a carroceria de um caminhão que trafega em uma estrada reta, plana e horizontal. No local, a influência do ar é desprezível. Os coeficientes de atrito estático entre **A** e **B** e a carroceria valem $\mu_A = 0{,}35$ e $\mu_B = 0{,}30$ e, no local, $g = 10\ m/s^2$.

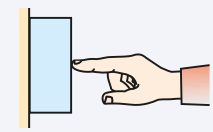


Banco de imagens/Arquivo da editora

Para que nenhuma das caixas escorregue, a maior aceleração (ou desaceleração) permitida ao caminhão tem intensidade igual a:

a) $3{,}5\ m/s^2$
b) $3{,}0\ m/s^2$
c) $2{,}5\ m/s^2$
d) $2{,}0\ m/s^2$
e) $1{,}5\ m/s^2$

16. **E.R.** Um homem comprime uma caixa contra uma parede vertical, aplicando-lhe com o dedo uma força de intensidade F perpendicular à parede, conforme representa a figura.

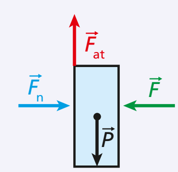


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo m a massa da caixa e g a intensidade da aceleração da gravidade e desprezando o atrito entre o dedo e a caixa, responda: qual é o menor coeficiente de atrito estático entre a caixa e a parede que impede o seu escorregamento?

Resolução:

Na figura ao lado, representamos as forças que agem na caixa:



Banco de imagens/Arquivo da editora

$\vec{F}$: força aplicada pelo homem;
$\vec{P}$: força da gravidade (peso);
$\vec{F}_n$: reação normal da parede;
$\vec{F}_{at}$: força de atrito.

Se não há escorregamento da caixa em relação à parede, o atrito é **estático**. Logo:

$$F_{at} \leqslant \mu_e F_n \qquad \text{(I)}$$

Equilíbrio na horizontal:

$$F_n = F \qquad \text{(II)}$$

Equilíbrio na vertical:

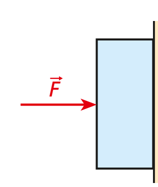
$$F_{at} = P \Rightarrow F_{at} = mg \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), vem: $mg \leqslant \mu_e F$.

$$\mu_e \geqslant \frac{mg}{F}$$

$$\boxed{\mu_{e_{mín}} = \frac{mg}{F}}$$

17. Na figura, uma caixa de peso igual a 30 kgf é mantida em equilíbrio, na iminência de deslizar, comprimida contra uma parede vertical por uma força horizontal $\vec{F}$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que o coeficiente de atrito estático entre a caixa e a parede é igual a 0,75, determine, em kgf:

a) a intensidade de $\vec{F}$;
b) a intensidade da força de contato que a parede aplica na caixa.

Bloco 2

3. O atrito cinético

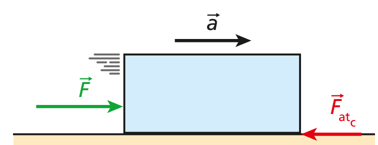
Conceito

Admita que o bloco da figura abaixo esteja em repouso sobre um plano horizontal áspero. Suponha que sobre ele seja aplicada uma força $\vec{F}$, paralela ao plano de apoio. Com a atuação de $\vec{F}$, o bloco recebe do plano a força de atrito $\vec{F}_{at}$.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Qual a condição a ser satisfeita para que o bloco seja colocado em movimento? A resposta é simples: o movimento será iniciado se a intensidade de $\vec{F}$ superar a intensidade da força de atrito de destaque.

Supondo que essa condição tenha sido cumprida, observaremos uma situação dinâmica, com o bloco em movimento. Enquanto o bloco estava em repouso, o atrito era chamado de estático. Agora, porém, receberá a denominação de **atrito cinético** (ou **dinâmico**).



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo $F > F_{at_d}$, o bloco entra em movimento e, nessa situação, o atrito recebido do plano de apoio é cinético.

Cálculo da intensidade da força de atrito cinético (F_{at_c})

Verifica-se que a intensidade da força de atrito cinético (F_{at_c}) é diretamente proporcional à intensidade da força normal trocada pelas superfícies atritantes.

Matematicamente, temos:

$$F_{at_c} = \mu_c F_n$$

A constante de proporcionalidade μ_c denomina-se **coeficiente de atrito cinético** (ou **dinâmico**), e seu valor também depende dos materiais atritantes e do grau de polimento deles.

Surge, então, outra pergunta: a força de atrito cinético tem a mesma intensidade que a força de atrito de destaque? A resposta também é simples: essas forças não possuem a mesma intensidade, pois $\mu_c \neq \mu_e$. É de observação experimental que geralmente $\mu_c < \mu_e$, o que implica $F_{at_c} < F_{at_d}$.

De fato, podemos constatar que é mais fácil manter um armário escorregando sobre o chão do que iniciar seu movimento a partir do repouso.

Em muitos casos, porém, para simplificar os cálculos, a diferença entre μ_c e μ_e é ignorada, possibilitando-nos escrever que $F_{at_c} = F_{at_d} = \mu F_n$, em que μ é chamado apenas de coeficiente de atrito.

Veja, na tabela ao lado, os valores de coeficientes de atrito entre alguns materiais.

Materiais	μ_e	μ_c
Metal com metal	0,15	0,06
Borracha com concreto	1,0	0,8
Aço com aço	0,74	0,57
Madeira com madeira	0,5	0,2
Gelo com gelo	0,1	0,03
Juntas sinoviais humanas	0,01	0,003

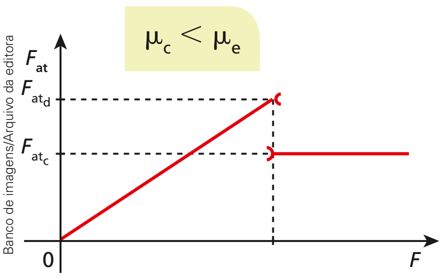
Fonte: <http://engineering.nyu.edu/gk12/Information/Vault_of_Labs/Physics_Labs/static%20and%20kinetic%20friction.doc>. Acesso em: 20 jul. 2018.

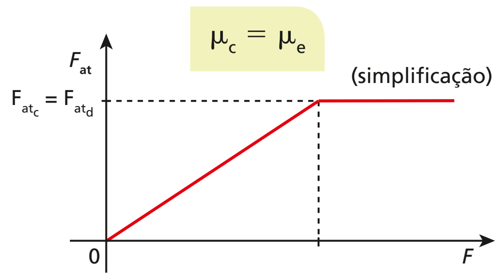
NOTA!

Para sólidos, a intensidade da força de atrito cinético nunca ultrapassa a da força de atrito estático. No entanto, para fluidos, a força de atrito é obtida utilizando modelos mais complexos, podendo ocorrer que a intensidade da força de atrito cinético é maior que a da força de atrito estático.

Graficamente, a intensidade da força de atrito recebida por um corpo em função da intensidade da força que o solicita ao escorregamento é dada conforme os diagramas abaixo:

Banco de imagens/Arquivo da editora





Note, de acordo com os gráficos apresentados, que a força de atrito cinético permanece constante, pelo menos dentro de certos limites de velocidade.

4. Lei do atrito

Revelam os experimentos que:

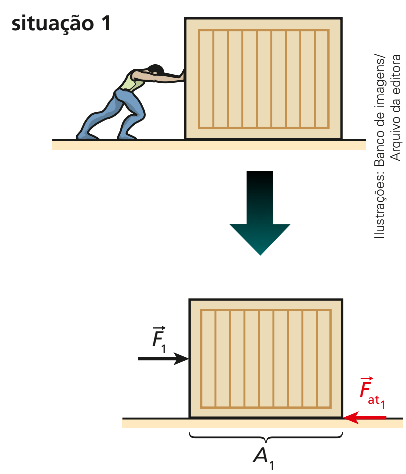
As forças de atrito de destaque e cinético são praticamente independentes da área de contato entre as superfícies atritantes.

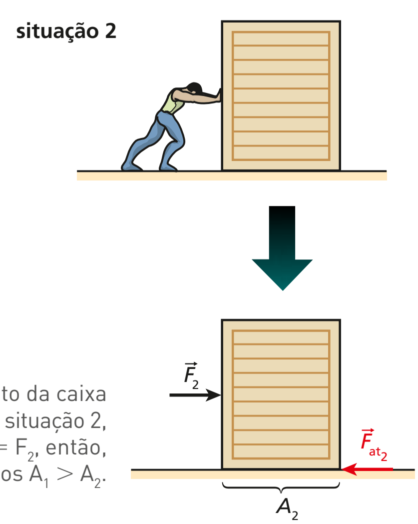
Disso decorre, por exemplo, que uma mesma caixa de madeira empurrada sobre uma mesma superfície horizontal de concreto recebe, para uma mesma solicitação, forças de atrito de intensidades iguais, independentemente de ela estar apoiada conforme a situação 1 ou a situação 2, ilustradas ao lado.

Foi o artista e inventor italiano Leonardo da Vinci (1452-1519) quem primeiro apresentou a formulação das leis do atrito. Quase dois séculos antes de Isaac Newton propor formalmente o conceito de força, ele já dizia: "O atrito exige o dobro do esforço se o peso for dobrado". E também: "O atrito provocado pelo mesmo peso determinará a mesma resistência no início do movimento, embora áreas ou comprimentos de contato sejam diferentes".

Alguns séculos depois, o cientista francês Charles Augustin Coulomb (1736-1806) realizou muitos experimentos sobre atrito e estabeleceu a diferença entre atrito estático e atrito cinético.

Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora





No caso da situação 1, a área de contato da caixa com o plano de apoio é A_1; no caso da situação 2, é A_2, de modo que $A_1 > A_2$. Se $F_1 = F_2$, então, $F_{at_1} = F_{at_2}$, independentemente de termos $A_1 > A_2$.

Thinkstock/Getty Images

Os sulcos dos pneus dos carros têm por finalidade favorecer o escoamento da água que se interpõe entre a borracha e o asfalto. Isso evita as reduções bruscas do coeficiente de atrito que geralmente provocam o fenômeno da aquaplanagem, causador de derrapagens do veículo. Pneus "carecas", com sulcos pouco profundos, são responsáveis por muitos acidentes de trânsito, pois determinam, entre outros fatores, frenagens menos eficientes.

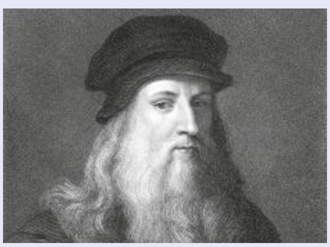
Thinkstock/Getty Images

Para a locomoção sobre barro ou neve, pode-se revestir os pneus com correntes. Dessa forma, é compensada a insuficiência de atrito.

Ampliando o olhar

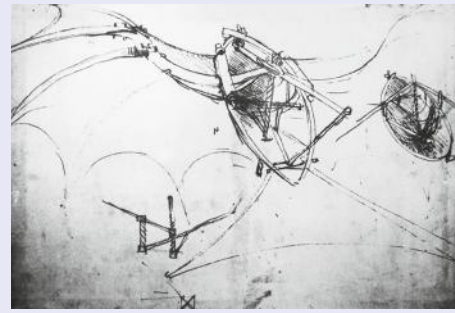
Leonardo da Vinci

Italiano de Anchiano, Leonardo da Vinci, além de ter sido um dos maiores mestres da arte renascentista, notabilizando-se por obras como a *Mona Lisa* (Museu do Louvre – Paris), também foi um visionário da ciência. Já nos séculos XV e XVI, ainda distante de formulações matemáticas que se sucederiam no campo da Física, ele projetava objetos voadores, paraquedas e mecanismos para trocar cenários de teatros (altamente sofisticados até para os dias de hoje). No campo da Biologia, estudou anatomia humana, registrando suas descobertas em desenhos que servem de referência para a Medicina ainda nos tempos atuais. Foi um verdadeiro gênio, como poucos que a humanidade conheceu.

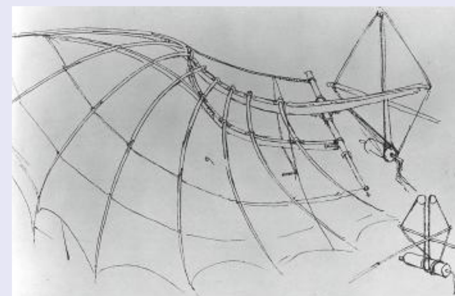


Thinkstock/Getty Images

Gravura representando Leonardo da Vinci. Autor desconhecido, séc. XIX. Coleção particular.



Bettmann/CORBIS/Latinstock



The Bridgeman Art Library/Grupo Keystone

Reprodução dos desenhos originais do livro de notas de Da Vinci: estudos para uma máquina voadora.

Ampliando o olhar

Como obter maior eficiência nas arrancadas e freadas?

Em muitas competições de automobilismo, o piloto arranca fazendo as rodas de tração derraparem ou, como se diz na linguagem coloquial, "cantando os pneus". Será que é dessa forma que se obtém a máxima intensidade na aceleração de largada? Certamente que não. A aceleração máxima é obtida quando as rodas de tração ficam prestes a deslizar. É nessa situação que a principal força que impulsiona o carro tem intensidade máxima, já que se trata da força de atrito de destaque. Numa arrancada em que o piloto deixa as rodas derraparem, devido ao fato de haver escorregamento entre os pneus e a pista, o atrito é do tipo dinâmico e este é em geral menor que o atrito de destaque. Dessa forma, fica diminuída a força propulsora sobre o veículo, o que determina uma menor aceleração.

Também nas freadas não se deve deixar as rodas travarem, pois, na situação de um carro deslizando com os pneus bloqueados, a força de atrito responsável pela frenagem – atrito dinâmico – tem intensidade menor que a da força de atrito de destaque, o que obriga o veículo a percorrer uma distância maior até sua imobilização. O processo de frenagem ocorre com eficiência maior quando se mantêm as rodas na iminência de travar, já que nesse caso o veículo fica sujeito à força máxima de retardamento: a força de atrito de destaque.

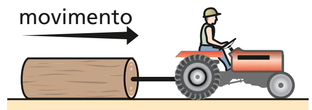
Isso explica a enorme aceitação pelo mercado consumidor do sistema de freios ABS – *Antiblock Braking System* –, pois ele impede o travamento das rodas do veículo durante as freadas. Em geral, diante de perigo iminente, motoristas tendem a pressionar o pedal de freio com muita força, o que quase sempre provoca bloqueio das rodas. Com freios ABS, essa possibilidade fica praticamente eliminada, o que garante frenagens mais eficazes e seguras.

Tony Watson/Alamy/Fotoarena

Largada com o veículo "cantando os pneus": desperdício de potência e aceleração com intensidade menor que a máxima possível.

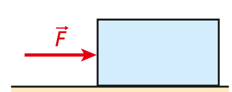
Exercícios Nível 1

18. Na situação esquematizada na figura ao lado, um trator arrasta uma tora cilíndrica de $4,0 \cdot 10^3$ N de peso sobre o solo plano e horizontal. Se a velocidade vetorial do trator é constante e a força de tração exercida sobre a tora vale $2,0 \cdot 10^3$ N, qual é o coeficiente de atrito cinético entre a tora e o solo?



Banco de imagens/Arquivo da editora

19. Na situação esquematizada abaixo, um bloco de peso igual a 40 N está inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal. Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre a base do bloco e a superfície da mesa valem, respectivamente, 0,30 e 0,25. Admita que seja aplicada no bloco uma força horizontal $\vec{F}$. Adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, indique os valores que preenchem as lacunas da tabela abaixo com as intensidades da força de atrito e da aceleração do bloco correspondentes às intensidades definidas para a força $\vec{F}$.



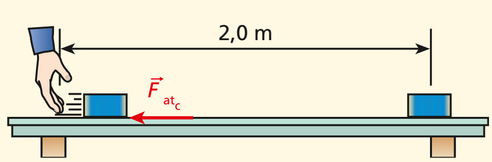
Banco de imagens/Arquivo da editora

F (N)	10	12	30
F_{at} (N)			
a (m/s²)			

20. **E.R.** Uma caixa de fósforos é lançada sobre uma mesa horizontal com velocidade de 2,0 m/s, parando depois de percorrer 2,0 m. No local do experimento, a influência do ar é desprezível. Adotando para o campo gravitacional módulo igual a 10 m/s², determine o coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a mesa.

Resolução:

A figura seguinte ilustra o evento descrito no enunciado:



Banco de imagens/Arquivo da editora

Inicialmente, devemos calcular o módulo da aceleração de retardamento da caixa de fósforos. Para isso, aplicamos a Equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2\alpha\Delta s$$

Como $v = 0$, $v_0 = 2,0$ m/s e $\Delta s = 2,0$ m, vem:

$$0 = (2,0)^2 + 2 \cdot \alpha \cdot 2,0 \quad \therefore \quad \alpha = -1,0 \text{ m/s}^2$$

$$a = |\alpha| = 1,0 \text{ m/s}^2$$

A força resultante responsável pela freada da caixa é a força de atrito cinético. Pela 2ª Lei de Newton, podemos escrever:

$$F_{at_c} = ma \qquad \text{(I)}$$

Entretanto:

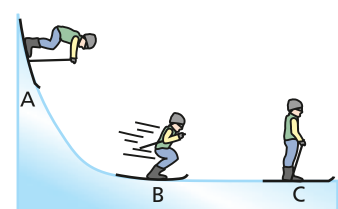
$$F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c m g \qquad \text{(II)}$$

Comparando (I) e (II), calculamos, finalmente, o coeficiente de atrito cinético μ_c:

$$\mu_c mg = ma \Rightarrow \mu_c = \frac{a}{g} = \frac{1,0 \text{ m/s}^2}{10 \text{ m/s}^2}$$

$$\boxed{\mu_c = 0,10}$$

21. Na figura, o esquiador parte do repouso do ponto **A**, passa por **B** com velocidade de 20 m/s e para no ponto **C**:



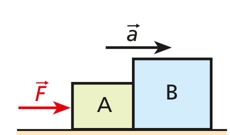
Banco de imagens/Arquivo da editora

O trecho **BC** é plano, reto e horizontal e oferece aos esquis um coeficiente de atrito cinético de valor 0,20. Admitindo desprezível a influência do ar e adotando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

a) a intensidade da aceleração de retardamento do esquiador no trecho **BC**;

b) a distância percorrida por ele de **B** até **C** e o intervalo de tempo gasto nesse percurso.

22. Os blocos **A** e **B** da figura ao lado têm massas respectivamente iguais a 2,0 kg e 3,0 kg e estão sendo acelerados horizontalmente sob a ação de uma força $\vec{F}$ de intensidade de 50 N, paralela ao plano do movimento.



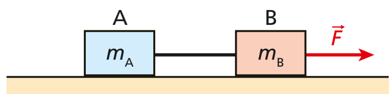
Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que o coeficiente de atrito de escorregamento entre os blocos e o plano de apoio vale $\mu = 0,60$, que $g = 10 \text{ m/s}^2$ e que o efeito do ar é desprezível, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;

b) a intensidade da força de interação trocada entre os blocos na região de contato.

23. (Unesp-SP) A figura ilustra um bloco **A**, de massa $m_A = 2{,}0$ kg, atado a um bloco **B**, de massa $m_B = 1{,}0$ kg, por um fio inextensível de massa desprezível. O coeficiente de atrito cinético entre cada bloco e a mesa é μ_c. Uma força de intensidade $F = 18{,}0$ N é aplicada ao bloco **B**, fazendo com que os dois blocos se desloquem com velocidade constante.

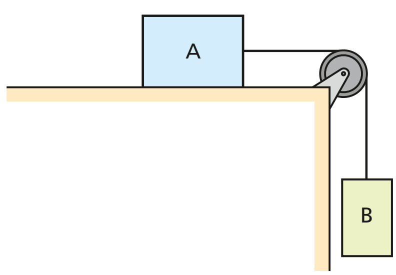


Considerando-se $g = 10{,}0$ m/s^2, calcule:

a) o coeficiente de atrito μ_c;

b) a intensidade da tração T no fio.

24. O corpo **A**, de 5,0 kg de massa, está apoiado em um plano horizontal, preso a uma corda que passa por uma roldana de massa e atrito desprezíveis e que sustenta em sua extremidade o corpo **B**, de 3,0 kg de massa. Nessas condições, o sistema apresenta movimento uniforme. Adotando $g = 10$ m/s^2 e desprezando a influência do ar, determine:

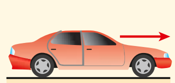


a) o coeficiente de atrito cinético entre o corpo **A** e o plano de apoio;

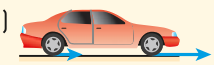
b) a intensidade da aceleração do sistema se colocarmos sobre o corpo **B** uma massa de 2,0 kg.

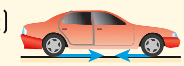
25. (Uerj) Considere um carro de tração dianteira que acelera no sentido indicado na figura abaixo. O motor é capaz de impor às rodas de tração, por meio de um torque, um determinado sentido de rotação. Só há movimento quando há atrito, pois, na sua ausência, as rodas de tração patinam sobre o solo, como acontece em um terreno enlameado.

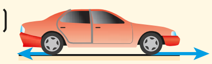
E.R.

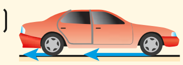


O diagrama que representa **corretamente** as orientações das forças de atrito estático que o solo exerce sobre as rodas é:

a) 

c) 

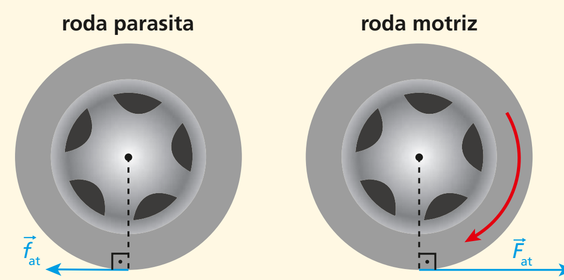
b) 

d) 

Resolução:

A roda motriz (com tração) empurra o chão para trás e recebe deste, pelo atrito, uma força dirigida para frente ($\vec{F}_{at}$).

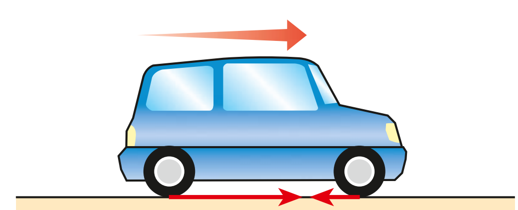
A roda parasita (sem tração) é arrastada para frente juntamente com o veículo e raspa o chão também para a frente, recebendo deste, pelo atrito, uma força dirigida para trás ($\vec{f}_{at}$).



É importante destacar que, no caso de um movimento acelerado:

$$F_{at} \gg f_{at}$$

26. (EsPCEx-SP) A figura abaixo representa um automóvel em movimento retilíneo e acelerado da esquerda para a direita. Os vetores desenhados junto às rodas representam os sentidos das forças de atrito exercidas pelo chão sobre as rodas.



Sendo assim, pode-se afirmar que o automóvel:

a) tem tração apenas nas rodas traseiras.

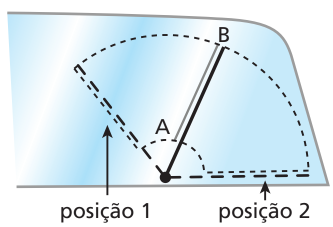
b) tem tração nas quatro rodas.

c) tem tração apenas nas rodas dianteiras.

d) move-se em ponto morto, isto é, sem que nenhuma das rodas seja tracionada.

e) está em alta velocidade.

27. Na figura, está representado o limpador de para-brisa de um carro. O aparelho está funcionando, e tanto sua borracha quanto o vidro sobre o qual ela desliza podem ser considerados homogêneos. Admitindo que a compressão do limpador sobre o para-brisa seja uniforme em toda a extensão **AB**, podemos afirmar que:



Banco de imagens/Arquivo da editora

a) da posição 1 à posição 2, a velocidade angular média da extremidade **B** é maior que a da extremidade **A**;
b) da posição 1 à posição 2, a aceleração angular média da extremidade **B** é menor que a da extremidade **A**;
c) da posição 1 à posição 2, a velocidade linear média da extremidade **B** é igual à da extremidade **A**;
d) a força de atrito na região próxima da extremidade **A** é mais intensa que a força de atrito na região próxima da extremidade **B**;
e) a borracha próxima da extremidade **B** desgasta-se mais rapidamente que a borracha próxima da extremidade **A**.

Exercícios Nível 2

28. (Vunesp) Na linha de produção de uma fábrica, uma esteira rolante movimenta-se no sentido indicado na figura 1, com velocidade constante, transportando caixas de um setor a outro. Para fazer uma inspeção, um funcionário detém uma das caixas, mantendo-a parada diante de si por alguns segundos, mas ainda apoiada na esteira que continua rolando, conforme a figura 2.

figura 1

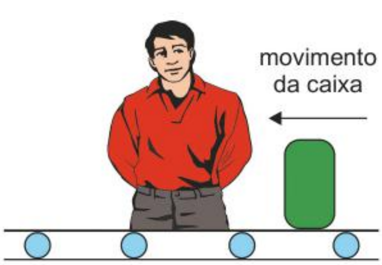
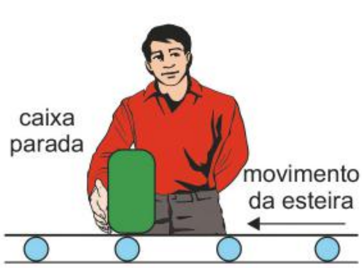
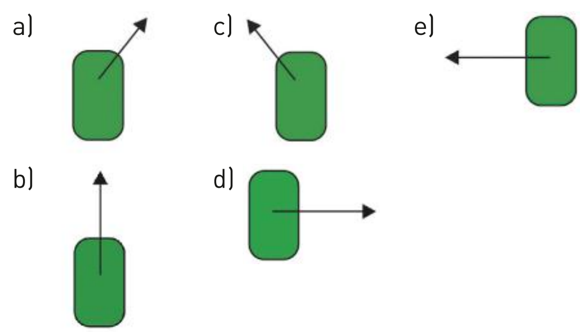


figura 2



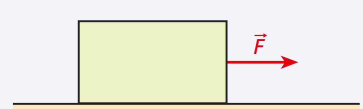
Reprodução/Unesp, 2017.

No intervalo de tempo em que a esteira continua rolando com velocidade constante e a caixa é mantida parada em relação ao funcionário (figura 2), a resultante das forças aplicadas pela esteira sobre a caixa está corretamente representada na alternativa



Reprodução/Unesp, 2017.

29. **E.R.** Um bloco de 2,0 kg de massa repousa sobre um plano horizontal quando lhe é aplicada uma força $\vec{F}$, paralela ao plano, conforme representa a figura abaixo:



Banco de imagens/Arquivo da editora

Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco e o plano de apoio valem, respectivamente, 0,50 e 0,40 e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo 10 m/s^2.
Calcule:

a) a intensidade da força de atrito recebida pelo bloco quando $|\vec{F}| = 9{,}0$ N;
b) o módulo da aceleração do bloco quando $|\vec{F}| = 16$ N.
Despreze o efeito do ar.

Resolução:

Devemos, inicialmente, calcular a intensidade da força de atrito de destaque entre o bloco e o plano de apoio:

$$F_{at_d} = \mu_e F_n \Rightarrow F_{at_d} = \mu_e P = \mu_e m g$$

Sendo $\mu_e = 0{,}50$, $m = 2{,}0$ kg e $g = 10$ m/s^2, vem:

$$F_{at_d} = 0{,}50 \cdot 2{,}0 \cdot 10 \therefore \boxed{F_{at_d} = 10\text{ N}}$$

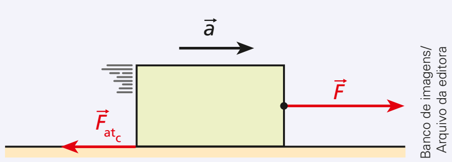
a) A força $\vec{F}$, apresentando intensidade 9,0 N, é insuficiente para vencer a força de atrito de destaque (10 N). Por isso, o bloco permanece em repouso e, nesse caso, a força de atrito que ele recebe equilibra a força $\vec{F}$, tendo intensidade 9,0 N:

$$\boxed{F_{at} = 9{,}0\text{ N}}$$

b) Com $|\vec{F}| = 16$ N, o bloco adquire movimento, sendo acelerado para a direita. Nesse caso, o atrito é cinético e sua intensidade é dada por:

$$F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c m g$$

$$F_{at_c} = 0{,}40 \cdot 2{,}0 \cdot 10 \therefore \boxed{F_{at_c} = 8{,}0\text{ N}}$$



A 2ª Lei de Newton, aplicada ao bloco, permite escrever que:

$$F - F_{at_c} = ma \Rightarrow 16 - 8{,}0 = 2{,}0 \cdot a$$

$$\boxed{a = 4{,}0\text{ m/s}^2}$$

30. José Osvaldo, um musculoso rapaz, empurra horizontalmente um cofre de massa m = 100 kg sobre um plano horizontal, conforme indica a figura.

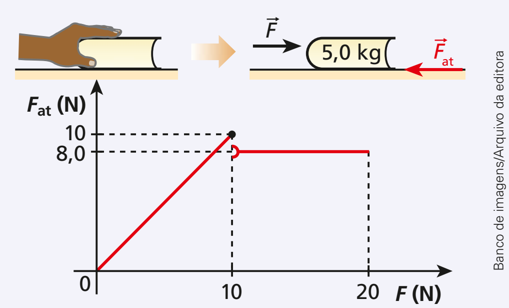
O cofre encontra-se inicialmente em repouso e sabe-se que os coeficientes de atrito estático e cinético entre ele e o plano de apoio valem, respectivamente, 0,820 e 0,450.

Considerando $g = 10$ m/s^2, calcule:

a) a intensidade da força de atrito recebida pelo cofre se a força aplicada pelo jovem valer $8{,}00 \cdot 10^2$ N;

b) o módulo da aceleração do cofre se a força aplicada por José Osvaldo valer $8{,}50 \cdot 10^2$ N.

31. E.R. No esquema seguinte, representa-se um livro inicialmente em repouso sobre uma mesa horizontal sendo empurrado horizontalmente por um homem; $\vec{F}$ é a força que o homem aplica no livro e $\vec{F}_{at}$ é a força de atrito exercida pela mesa sobre o livro. Representa-se, também, como varia a intensidade de $\vec{F}_{at}$ em função da intensidade de $\vec{F}$. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s^2.



Com base no gráfico e nos demais dados, determine:

a) os coeficientes de atrito estático e cinético entre o livro e a mesa;

b) o módulo da aceleração do livro quando F = 18 N.

Resolução:

a) (I) Determinação do coeficiente de atrito estático (μ_e):

Observando o gráfico, percebemos que a força de atrito máxima (de destaque) que o livro recebe da mesa vale $F_{at_d} = 10$ N.

A partir disso, podemos escrever que:

$$F_{at_d} = \mu_e F_n = \mu_e m g \Rightarrow 10 = \mu_e \cdot 5{,}0 \cdot 10$$

$$\boxed{\mu_e = 0{,}20}$$

(II) Determinação do coeficiente de atrito cinético (μ_c):

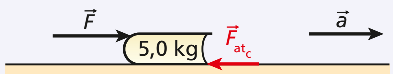
Observando o gráfico, notamos que a força de atrito cinético que age no livro depois de iniciado seu movimento vale $F_{at_c} = 8{,}0$ N.

Dessa conclusão, segue que:

$F_{at_c} = \mu_c F_n = \mu_c mg \Rightarrow 8{,}0 = \mu_c \cdot 5{,}0 \cdot 10$

$$\boxed{\mu_c = 0{,}16}$$

b) Calculamos o módulo da aceleração do livro aplicando a ele a 2ª Lei de Newton:



Banco de imagens/Arquivo da editora

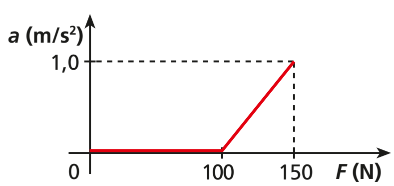
$F - F_{at_c} = ma \Rightarrow 18 - 8{,}0 = 5{,}0\,a$

$$\boxed{a = 2{,}0\ m/s^2}$$

32. No arranjo experimental da figura, Bernardo puxa a corda para a esquerda e, com isso, consegue acelerar horizontalmente a caixa para a direita:

Banco de imagens/Arquivo da editora

O módulo de aceleração da caixa varia com a intensidade da força que o homem aplica na corda, conforme o gráfico seguinte.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Admitindo que o fio e a polia sejam ideais e desprezando a influência do ar:

a) esboce o gráfico da intensidade da força de atrito recebida pela caixa em função da intensidade da força exercida por Bernardo na corda;

b) calcule a massa da caixa e o coeficiente de atrito entre ela e o plano de apoio ($g = 10\ m/s^2$).

33. **E.R.** Nas duas situações esquematizadas abaixo, uma mesma caixa de peso 20 N deverá ser arrastada sobre o solo plano e horizontal em movimento retilíneo e uniforme. O coeficiente de atrito cinético entre a caixa e a superfície de apoio vale 0,50.

Banco de imagens/Arquivo da editora

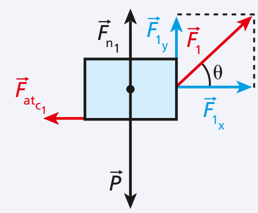
Dados: sen θ = 0,80 e cos θ = 0,60.

Desprezando a influência do ar, calcule as intensidades das forças $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ que satisfazem à condição citada.

Resolução:

Decompondo $\vec{F}_1$ nas direções horizontal e vertical, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{F}_{1_x}$ e $\vec{F}_{1_y}$, de intensidades dadas por:

$$F_{1_x} = F_1 \cos\theta \quad \text{e} \quad F_{1_y} = F_1 \operatorname{sen}\theta$$



Banco de imagens/Arquivo da editora

Equilíbrio na vertical:

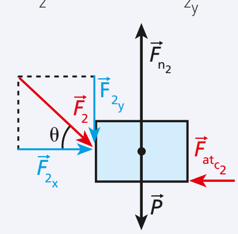
$$F_{n_1} + F_1 \operatorname{sen}\theta = P$$
$$F_{n_1} + 0{,}80\,F_1 = 20$$
$$F_{n_1} = 20 - 0{,}80\,F_1$$

Equilíbrio na horizontal:

$$F_1 \cos\theta = \mu_c F_{n_1}$$
$$0{,}60\,F_1 = 0{,}50(20 - 0{,}80\,F_1)$$
$$\boxed{F_1 = 10\ N}$$

Decompondo, agora, $\vec{F}_2$ nas direções horizontal e vertical, obtemos, respectivamente, as componentes $\vec{F}_{2_x}$ e $\vec{F}_{2_y}$, de intensidades dadas por:

$$F_{2_x} = F_2 \cos\theta \quad \text{e} \quad F_{2_y} = F_2 \operatorname{sen}\theta$$



Banco de imagens/Arquivo da editora

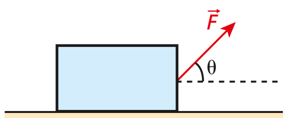
Equilíbrio na vertical:

$$F_{n_2} = P + F_2 \operatorname{sen}\theta$$
$$F_{n_2} = 20 + 0{,}80\,F_2$$

Equilíbrio na horizontal:

$$F_2 \cos\theta = \mu_c F_{n_2}$$
$$0{,}60\,F_2 = 0{,}50\,(20 + 0{,}80\,F_2)$$
$$\boxed{F_2 = 50\ N}$$

34. Considere o esquema seguinte, em que se representa um bloco de 1,0 kg de massa apoiado sobre um plano horizontal. O coeficiente de atrito de arrastamento entre a base do bloco e a superfície de apoio vale 0,25 e a aceleração da gravidade, no local, tem módulo 10 m/s^2.

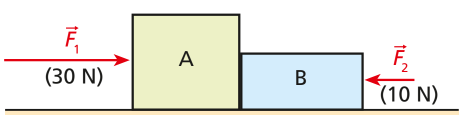


Banco de imagens/Arquivo da editora

A força $\vec{F}$, cuja intensidade é de 10 N, forma com a direção horizontal um ângulo θ constante, tal que sen θ = 0,60 e cos θ = 0,80. Desprezando a influência do ar, aponte a alternativa que traz o valor correto da aceleração do bloco:

a) 7,0 m/s^2
b) 5,5 m/s^2
c) 4,0 m/s^2
d) 2,5 m/s^2
e) 1,5 m/s^2

35. (Efomm-RJ) Os blocos **A** e **B** representados na figura possuem massas de 3,0 kg e 2,0 kg respectivamente. A superfície horizontal onde eles se deslocam apresenta um coeficiente de atrito cinético igual a 0,30. $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$ são forças horizontais que atuam nos blocos.

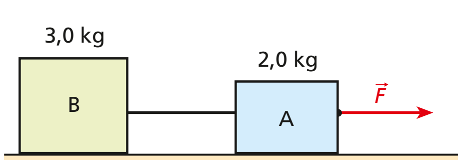


Reprodução/Arquivo da editora

Adotando g = 10 m/s^2 e desprezando o efeito do ar, determine:

a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força de contato entre **A** e **B**.

36. Sobre o plano horizontal da figura, apoiam-se os blocos **A** e **B**, interligados por um fio inextensível e de massa desprezível. O coeficiente de atrito estático entre os blocos e o plano vale 0,60, e o cinético, 0,50. No local, a influência do ar é desprezível, e adota-se $|\vec{g}| = 10$ m/s^2.

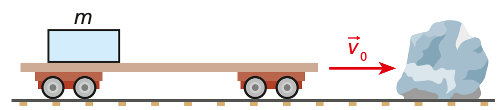


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que a força $\vec{F}$ é horizontal e que sua intensidade vale 50 N, calcule:

a) o módulo da aceleração do sistema;
b) a intensidade da força de tração no fio.

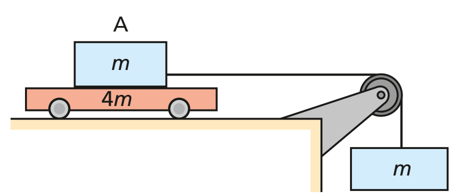
37. (Fuvest-SP) Um vagão de carga, transportando sobre seu piso plano uma caixa de massa *m*, desloca-se com velocidade constante $\vec{v}_0$ sobre trilhos retilíneos e horizontais. Em dado instante, o vagão choca-se com uma pedra sobre os trilhos e para instantaneamente. A caixa começa, então, a deslizar sobre o piso, parando antes de atingir a extremidade do vagão. Sabe-se que o coeficiente de atrito entre a caixa e o piso do vagão vale μ e a aceleração da gravidade tem intensidade igual a *g*.



Reprodução/Arquivo da editora

a) Durante quanto tempo a caixa desliza?
b) Qual a distância percorrida pela caixa sobre o vagão?

38. (Vunesp) Dois blocos, **A** e **B**, ambos de massa *m*, estão ligados por um fio leve e flexível, que passa por uma polia de massa desprezível, que gira sem atrito. O bloco **A** está apoiado sobre um carrinho de massa 4*m*, que pode se deslocar sobre a superfície horizontal sem encontrar qualquer resistência. A figura mostra a situação descrita.

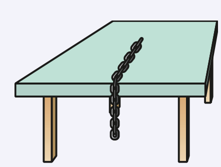


Reprodução/Arquivo da editora

Quando o conjunto é liberado, **B** desce e **A** se desloca com atrito constante sobre o carrinho, acelerando-o. Sabendo que o coeficiente de atrito dinâmico entre **A** e o carrinho vale 0,20 e fazendo g = 10 m/s^2, determine:

a) o módulo da aceleração do carrinho;
b) o módulo da aceleração do sistema constituído por **A** e **B**.

39. (Cesesp-PE) Uma fina corrente metálica encontra-se parcialmente dependurada de uma mesa, como ilustra a figura.
E.R.

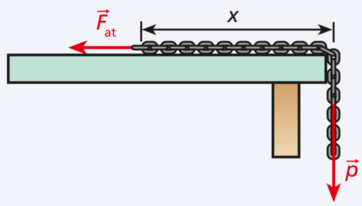


Reprodução/Arquivo da editora

Se o coeficiente de atrito estático entre a corrente e a mesa for μ, qual é a fração mínima do comprimento da corrente que deve ser mantida sobre a mesa para que a corrente não escorregue?

Resolução:

Admitamos a corrente na **iminência de escorregar**. Nesse caso, a força de atrito recebida pelo trecho apoiado na mesa é igual à força de atrito de destaque.



Reprodução/Arquivo da editora

$$F_{at} = F_{at_d}$$

$$F_{at} = \mu F_n \qquad \text{(I)}$$

Sejam L o comprimento da corrente, M a sua massa total e m a massa do comprimento $(L - x)$ pendente na vertical.

Analisando o equilíbrio da corrente, temos:

$$F_{at} = p \Rightarrow F_{at} = mg \qquad \text{(II)}$$

$$F_n = P_{total} - p \Rightarrow F_n = (M - m)g \qquad \text{(III)}$$

Substituindo (II) e (III) em (I), vem:

$$mg = \mu(M - m)g \Rightarrow \frac{m}{M-m} = \mu \qquad \text{(IV)}$$

Como a corrente é suposta homogênea, sua densidade linear ρ é constante, isto é, a relação entre a massa considerada e o respectivo comprimento é sempre a mesma.

$$\frac{m}{L-x} = \rho \quad \text{e} \quad \frac{M-m}{x} = \rho$$

Donde:

$$\frac{m}{L-x} = \frac{M-m}{x}$$

$$\frac{m}{M-m} = \frac{L-x}{x} \qquad \text{(V)}$$

Comparando (IV) e (V), segue que:

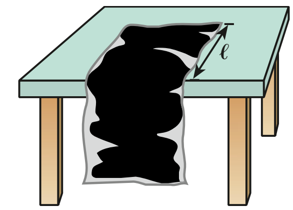
$$\frac{L-x}{x} = \mu \Rightarrow L - x = \mu x$$

$$L = (\mu + 1)x \Rightarrow \boxed{\frac{x}{L} = \frac{1}{\mu + 1}}$$

Observe que a fração $\frac{x}{L}$ é a menor possível (mínima), já que a corrente está na iminência de escorregar.

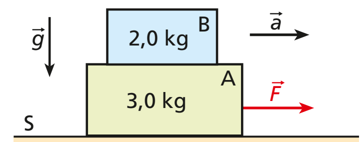
40. (UFF-RJ) Um pano de prato retangular, com 60 cm de comprimento e constituição homogênea, está em repouso sobre uma mesa, parte sobre sua superfície, horizontal e fina, e parte pendente, como mostra a figura. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre a superfície da mesa e o pano é igual a 0,50 e que o pano está na iminência de deslizar, pode-se afirmar que o comprimento ℓ da parte sobre a mesa é:

a) 40 cm.
b) 45 cm.
c) 50 cm.
d) 55 cm.
e) 58 cm.



Reprodução/Arquivo da editora

41. Na figura seguinte, a superfície **S** é horizontal, a intensidade de $\vec{F}$ é 40 N, o coeficiente de atrito de arrastamento entre o bloco **A** e a superfície **S** vale 0,50 e g = 10 m/s^2.

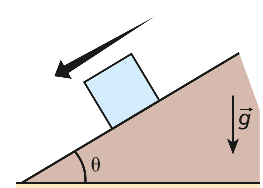


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sob a ação da força $\vec{F}$, o sistema é acelerado horizontalmente e, nessas condições, o bloco **B** apresenta-se na iminência de escorregar em relação ao bloco **A**. Desprezando a influência do ar:

a) determine o módulo da aceleração do sistema;
b) calcule o coeficiente do atrito estático entre os blocos **A** e **B**.

42. Um pequeno bloco é lançado para baixo ao longo de um plano com inclinação de um ângulo θ com a horizontal, passando a descer com velocidade constante.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo g o módulo da aceleração da gravidade e desprezando a influência do ar, analise as proposições seguintes:

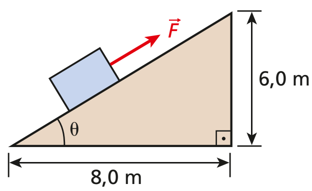
I. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio depende da área de contato entre as superfícies atritantes.
II. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio é proporcional a g.
III. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano de apoio vale tg θ.
IV. A força de reação do plano de apoio sobre o bloco é vertical e dirigida para cima.

Responda mediante o código:

a) Somente I e III são corretas.
b) Somente II e IV são corretas.
c) Somente III e IV são corretas.
d) Somente III é correta.
e) Todas são incorretas.

43. (PUCC-SP) Um bloco de massa 5,0 kg é arrastado para cima, ao longo de um plano inclinado, por uma força $\vec{F}$, constante, paralela ao plano e de intensidade 50 N, como representa a figura abaixo. Sabendo que o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e o plano vale 0,40 e que a aceleração da gravidade tem módulo $g = 10\ m/s^2$, a intensidade da aceleração do bloco em m/s^2, vale:

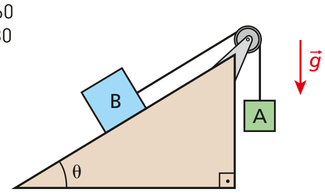
a) 0,68 b) 0,80 c) 1,0 d) 2,5 e) 6,0



Reprodução/Arquivo da editora

44. Na situação esquematizada na figura, o fio e a polia são ideais; despreza-se o efeito do ar e adota-se $g = 10\ m/s^2$.

sen θ = 0,60
cos θ = 0,80

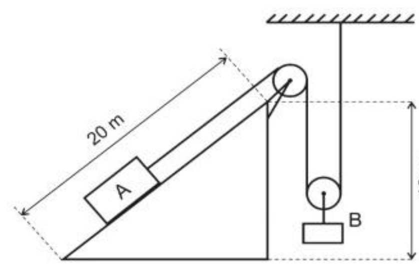


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que os blocos **A** e **B** têm massas iguais a 5,0 kg e que os coeficientes de atrito estático e cinético entre **B** e o plano de apoio valem, respectivamente, 0,45 e 0,40, determine:

a) o módulo da aceleração dos blocos;
b) a intensidade da força de tração no fio.

45. (OBF) O corpo **B** da figura possui 1,6 kg de massa, através de um sistema de cordas e polias ideais, faz com que o corpo **A** de massa 1,0 kg suba o plano inclinado com velocidade constante de 2,0 m/s. Desprezando-se a massa da corda, da polia móvel e o atrito nas polias, determine o valor do coeficiente de atrito entre o bloco **A** e o plano inclinado.



Reprodução/OBF, 2017.

Dado: $g = 10\ m/s^2$.

a) 0,50. c) 0,25. e) 0,15.
b) Nulo. d) 0,40.

DESCUBRA MAIS

1. Sabidamente, há quatro forças fundamentais na natureza que se manifestam em ambientes e contextos distintos. São elas: a força nuclear forte, a força eletromagnética, a força nuclear fraca e a força gravitacional, citadas em ordem decrescente de intensidade relativa. Foi dito na introdução deste tópico que as forças de atrito são de origem eletromagnética. Que outras forças, além das forças de atrito, também são eletromagnéticas?

2. Por que a presença de lubrificantes geralmente atenua a intensidade das forças de atrito trocadas entre as duas superfícies sólidas?

3. Por que as lagartixas podem subir paredes, deslocando-se na vertical, sem cair?

Exercícios Nível 3

46. Um cubo 1, de aço e de aresta *a*, acha-se apoiado sobre um piso de madeira plano, horizontal e que lhe oferece atrito. Nessas condições, a força horizontal que o deixa na iminência de se movimentar tem intensidade F_1. Substitui-se, então, o cubo 1 por um cubo 2, de mesmo material, porém de aresta 2*a*. A força que coloca o cubo 2 na iminência de se movimentar tem intensidade F_2. Analise as proposições seguintes:

I. O coeficiente de atrito estático é o mesmo para os dois cubos.

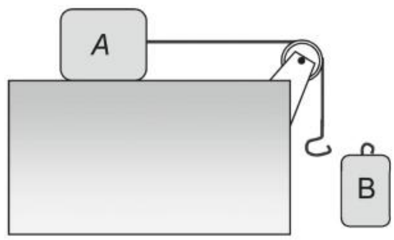
II. $F_2 = F_1$, pois a força de atrito máxima independe da área de contato entre as superfícies atritantes.

III. $F_2 = 8F_1$, pois o peso do cubo 2 tem intensidade oito vezes a do cubo 1.

Aponte a alternativa correta:

a) Somente I é verdadeira.
b) Somente II é verdadeira.
c) Somente III é verdadeira.
d) Somente I e II são verdadeiras.
e) Somente I e III são verdadeiras.

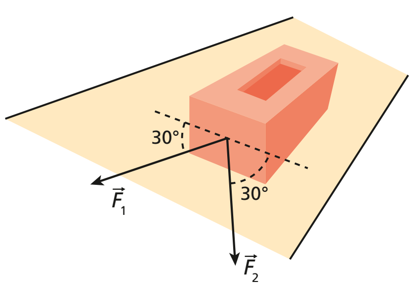
47. (PUC-PR) Um bloco **A** de massa 3,0 kg está apoiado sobre uma mesa plana horizontal e preso a uma corda ideal. A corda passa por uma polia ideal e na sua extremidade final existe um gancho de massa desprezível, conforme mostra o desenho. Uma pessoa pendura, suavemente, um bloco **B** de massa 1,0 kg no gancho. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre o bloco **A** e a mesa são, respectivamente, $\mu_e = 0{,}50$ e $\mu_c = 0{,}20$. Determine a força de atrito que a mesa exerce sobre o bloco **A**. Adote $g = 10\ m/s^2$.



Reprodução/PUC-PR, 2017.

a) 15 N b) 6,0 N c) 30 N d) 10 N e) 12 N

48. (Unesp-SP) A figura a seguir mostra um tijolo de 1,2 kg sendo arrastado com velocidade constante por duas forças constantes de módulos iguais a 6,0 N cada, paralelas ao plano horizontal.
Dados: $g = 10\ m/s^2$; sen 30° = cos 60° = 0,50; sen 60° = cos 30° = 0,87.



Reprodução/Arquivo da editora

O valor do coeficiente de atrito cinético entre o corpo e o piso sobre o qual ele é arrastado é:
a) 0,05. b) 0,08 c) 0,50 d) 0,80 e) 0,96.

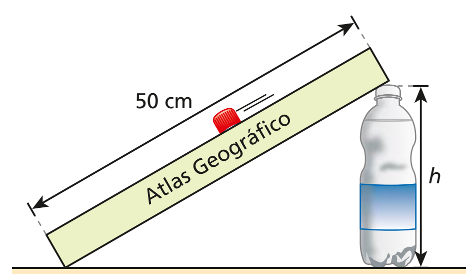
49. Um carro especial projetado para arrancadas de alta *performance* (*drag racing*) tem tração nas rodas traseiras de modo que elas comprimem a pista de provas – plana, reta e horizontal – com uma força equivalente a $\frac{2}{3}$ do peso total do veículo. No local, a aceleração da gravidade tem intensidade *g* e a resistência do ar pode ser ignorada. Supondo que os coeficientes de atrito estático e cinético entre as rodas traseiras e a pista valham μ_e e μ_c, respectivamente, e admitindo desprezíveis os atritos nas rodas não motrizes, determine:

a) o módulo da máxima aceleração possível para o carro;
b) o mínimo intervalo de tempo para o veículo percorrer, a partir do repouso, uma distância *d* com aceleração de intensidade constante.

50. (Fuvest-SP) Você empurra um livro sobre uma mesa horizontal, comunicando-lhe certa velocidade inicial. Você observa que, depois de abandonado, o livro desliza aproximadamente 1 metro sobre a mesa, até parar. Se a massa do livro fosse o dobro e se você o empurrasse, comunicando-lhe a mesma velocidade inicial, ele deslizaria, até parar, aproximadamente:

a) 0,25 m.
b) 0,5 m.
c) 1 m.
d) 1,4 m.
e) 2 m.

51. Pedro Paulo faz a montagem esquematizada abaixo e verifica que a tampa da garrafa PET de altura *h*, que serve de apoio para o livro de comprimento 50 cm, depois de levemente impulsionada, desce o plano inclinado constituído pela capa do livro com velocidade praticamente constante.

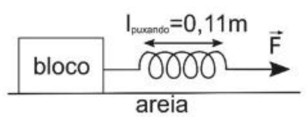


Banco de imagens/Arquivo da editora

Se ele sabe que o coeficiente de atrito cinético entre a tampa da garrafa e a capa do livro é igual a 0,75, que valor aproximado Pedro Paulo pode determinar para *h*?

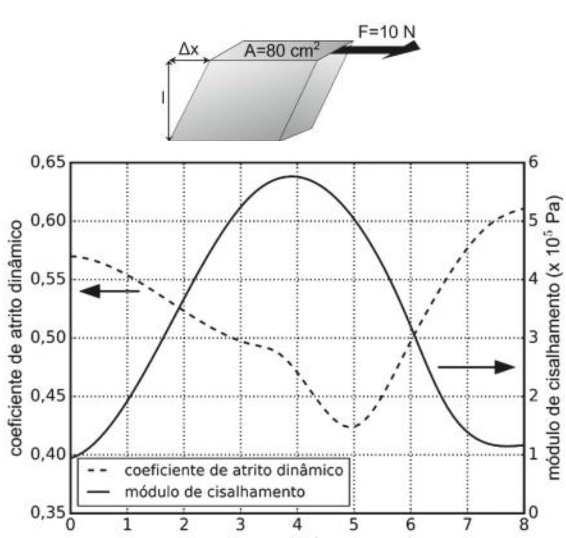
52. (Unicamp-SP) Um estudo publicado em 2014 na renomada revista científica *Physical Review Letters* (http://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.112.175502) descreve como a antiga civilização egípcia reduzia o atrito entre a areia e os trenós que levavam pedras de até algumas toneladas para o local de construção das pirâmides. O artigo demonstrou que a areia na frente do trenó era molhada com a quantidade certa de água para que ficasse mais rígida, diminuindo a força necessária para puxar o trenó. Caso necessário, use $g = 10\ m/s^2$ para resolver as questões a seguir.

a) Considere que, no experimento realizado pelo estudo citado anteriormente, um bloco de massa m = 2 kg foi colocado sobre uma superfície de areia úmida e puxado por uma mola de massa desprezível e constante elástica k = 840 N/m, com velocidade constante, como indica a figura abaixo. Se a mola em repouso tinha comprimento $l_{repouso}$ = 0,10 m, qual é o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco e a areia?



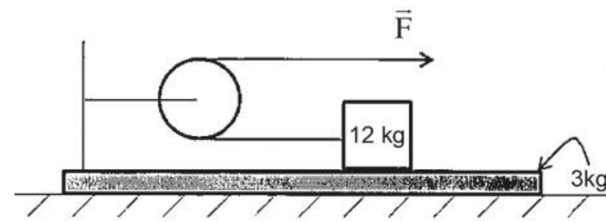
Reprodução/ Unicamp, 2016.

b) Neste experimento, o menor valor de coeficiente de atrito entre a areia e o trenó é obtido com a quantidade de água que torna a areia rígida ao cisalhamento. Esta rigidez pode ser caracterizada pelo seu módulo de cisalhamento, dado por $G = \dfrac{Fl}{A\Delta x}$, em que *F* é o módulo da força aplicada tangencialmente a uma superfície de área *A* de um material de espessura *l*, e que a deforma por uma distância Δx, como indica a figura abaixo. Considere que a figura representa o experimento realizado para medir *G* da areia e também o coeficiente de atrito dinâmico entre a areia e o bloco, ambos em função da quantidade de água na areia. O resultado do experimento é mostrado no gráfico apresentado no espaço de resolução abaixo. Com base no experimento descrito, qual é o valor da razão $\dfrac{l}{\Delta x}$ da medida que resultou no menor coeficiente de atrito dinâmico?



Reprodução/Unicamp, 2016.

53. (CPAEN-RJ) Analise a figura abaixo.



Reprodução/CPAEN, 2011.

A figura acima exibe um bloco de 12 kg que se encontra na horizontal sobre uma plataforma de 3,0 kg. O bloco está preso a uma corda de massa desprezível que passa por uma roldana de massa e atrito desprezíveis fixada na própria plataforma. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre as superfícies de contato (bloco e plataforma) são, respectivamente, 0,3 e 0,2. A plataforma, por sua vez, encontra-se inicialmente em repouso sobre uma superfície horizontal sem atrito. Considere que em um dado instante uma força horizontal $\vec{F}$ passa a atuar sobre a extremidade livre da corda, conforme indicado na figura. Para que não haja escorregamento entre o bloco e plataforma, o maior valor do módulo da força *F* aplicada, em newtons, é

a) $\dfrac{4}{9}$

b) $\dfrac{15}{9}$

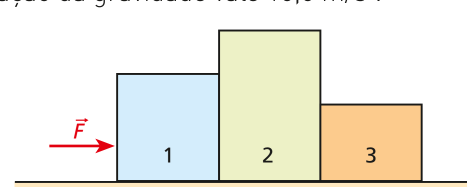
c) 10

d) 20

e) 30

Dado: g = 10 m/s².

54. (ITA-SP) A figura abaixo representa três blocos de massas M_1 = 1,00 kg, M_2 = 2,50 kg e M_3 = 0,50 kg respectivamente. Entre os blocos e o piso que os apoia existe atrito, cujos coeficientes cinético e estático são, respectivamente, 0,10 e 0,15; a aceleração da gravidade vale 10,0 m/s².

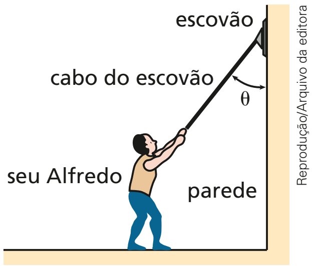


Reprodução/ Arquivo da editora

Se ao bloco 1 for aplicada uma força $\vec{F}$ horizontal de 10,0 N, qual será a intensidade da força que o bloco 2 exercerá no bloco 3?

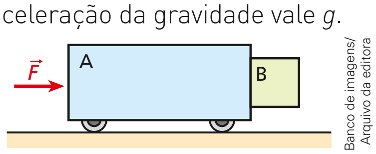
55. (UFRN) Seu Alfredo limpa uma parede vertical com um escovão, como mostra a figura abaixo. Ele empurra o escovão contra a parede de tal modo que o escovão desliza sobre ela, realizando um movimento vertical, **de baixo para cima**, com velocidade constante. A força $\vec{F}$ aplicada por Seu Alfredo sobre o escovão tem a mesma direção do cabo do utensílio, que, durante todo o movimento, forma um ângulo constante θ com a parede.

Considere que o cabo tenha massa desprezível em comparação com a massa *m* do escovão. O coeficiente de atrito cinético entre o escovão e a parede é μ_c e a aceleração da gravidade tem módulo *g*.



a) Faça um desenho mostrando as forças que atuam sobre o escovão.
b) Deduza a expressão para o módulo da força $\vec{F}$ em função de *m*, *g*, μ_c, sen θ e cos θ.

56. Na situação da figura a seguir, os corpos **A** e **B** têm massas *M* e *m*, respectivamente, estando **B** simplesmente encostado em uma parede vertical de **A**. O sistema movimenta-se horizontalmente sob a ação da força $\vec{F}$, paralela ao plano de apoio, sem que **B** escorregue em relação a **A**. O efeito do ar é desprezível, não há atrito entre **A** e o solo e no local a aceleração da gravidade vale *g*.



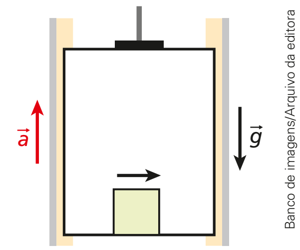
Sendo μ o coeficiente de atrito estático entre **B** e **A**, analise as proposições seguintes:

I. A situação proposta só é possível se o sistema estiver, necessariamente, em alta velocidade.
II. Para que **B** não escorregue em relação a **A**, a aceleração do sistema deve ser maior ou igual a μg.
III. Se **B** estiver na iminência de escorregar em relação a **A**, a intensidade de $\vec{F}$ será $(M + m)g/\mu$.

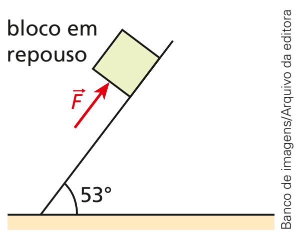
Responda mediante o código:

a) Se somente I e II forem corretas.
b) Se somente I e III forem corretas.
c) Se somente II e III forem corretas.
d) Se somente II for correta.
e) Se somente III for correta.

57. Um elevador é acelerado verticalmente para cima com 6,0 m/s², num local em que $|\vec{g}| = 10$ m/s². Sobre o seu piso horizontal, é lançado um bloco, sendo-lhe comunicada uma velocidade inicial de 2,0 m/s. O bloco é freado pela força de atrito exercida pelo piso até parar em relação ao elevador. Sabendo que o coeficiente de atrito cinético entre as superfícies atritantes vale 0,25, calcule, em relação ao elevador, a distância percorrida pelo bloco até parar.



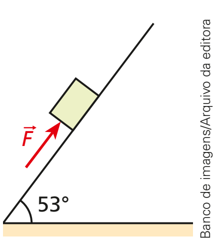
58. Um bloco pesando 100 N deve permanecer em repouso sobre um plano inclinado, que faz com a horizontal um ângulo de 53°. Para tanto, aplica-se ao bloco a força $\vec{F}$, representada na figura, paralela à rampa.



Sendo $\mu_e = 0{,}50$ o coeficiente de atrito estático entre o bloco e o plano, que valores são admissíveis para $\vec{F}$, tais que a condição do problema seja satisfeita?

Dados: sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60.

59. Um corpo de massa 20 kg é colocado em um plano inclinado de 53° sendo-lhe aplicada uma força $\vec{F}$ paralela ao plano, conforme representa a figura. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10$ m/s².



Dados: sen 53° = 0,80;
cos 53° = 0,60.

Sabendo que os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre o corpo e a superfície de apoio valem 0,30 e 0,20, respectivamente, determine:

a) a intensidade da força de atrito que atua no corpo quando F = 160 N;
b) o módulo da aceleração do corpo quando F = 100 N.

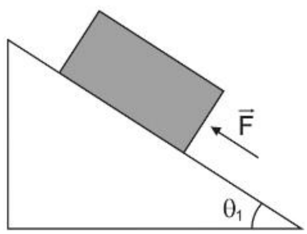
60. (Unesp-SP) Um homem sustenta uma caixa de peso 1 000 N, que está apoiada em uma rampa com atrito, a fim de colocá-la em um caminhão, como mostra a figura 1. O ângulo de inclinação da rampa em relação à horizontal é igual a θ_1 e a força de sustentação aplicada pelo homem para que a caixa não deslize sobre a superfície inclinada é $\vec{F}$, sendo aplicada à caixa paralelamente à superfície inclinada, como mostra a figura 2.

FIGURA 1

Reprodução/Unesp, 2017.

(http://portaldoprofessor.mec.gov.br)

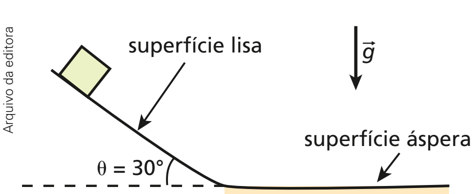
FIGURA 2



Quando o ângulo θ_1 é tal que sen θ_1 = 0,60 e cos θ_1 = 0,80, o valor mínimo da intensidade da força $\vec{F}$ é 200 N. Se o ângulo for aumentado para um valor θ_2, de modo que sen θ_2 = 0,80 e cos θ_2 = 0,60, o valor mínimo da intensidade da força *F* passa a ser de

a) 400 N
b) 350 N
c) 800 N
d) 270 N
e) 500 N

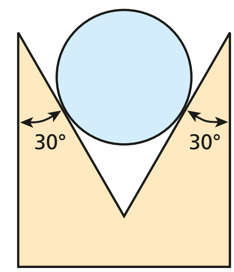
61. Um corpo de massa 10 kg parte do repouso do alto de um plano inclinado de um ângulo $\theta = 30°$, conforme representa a figura, escorregando sem sofrer a ação de atritos ou da resistência do ar até atingir um plano horizontal áspero, de coeficiente de atrito cinético $\mu_c = 0{,}20$. Sabendo que o corpo gasta 2,0 s para descer o plano inclinado, num local em que $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$, determine:



Banco de imagens/ Arquivo da editora

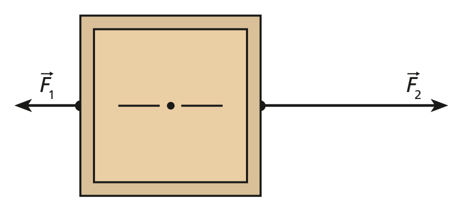
a) a duração total do movimento;
b) as distâncias percorridas pelo corpo no plano inclinado e no plano horizontal.

62. (Faap-SP) Qual é a força horizontal capaz de tornar iminente o deslizamento do cilindro, de 50 kgf de peso, ao longo do apoio em **V**, mostrado na figura? O coeficiente de atrito estático entre o cilindro e o apoio vale 0,25.



Reprodução/Arquivo da editora

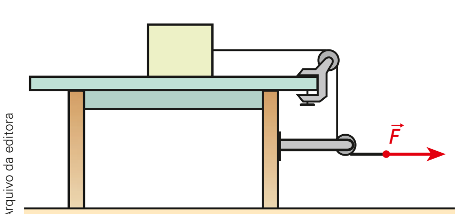
63. O esquema representa, visto de cima, uma caixa de CDs de computador apoiada sobre uma mesa plana e horizontal submetida à ação conjunta de três forças de mesma direção, paralelas à mesa, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ e $\vec{F}_3$ (não representada), de intensidades respectivamente iguais a 1,0 N, 4,0 N e 2,7 N.



Banco de imagens/ Arquivo da editora

Supondo que a caixa se mantenha em repouso, determine o intervalo de valores possíveis para a força de atrito estático que atua sobre ela.

64. Na situação esquematizada, o fio e as polias são ideais e inexiste atrito entre os pés da mesa (massa da mesa igual a 15 kg) e a superfície horizontal de apoio. O coeficiente de atrito estático entre o bloco (massa do bloco igual a 10 kg) e o tampo da mesa vale 0,60 e, no local, adota-se $g = 10\ m/s^2$.

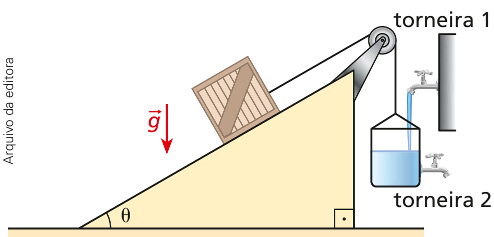


Banco de imagens/ Arquivo da editora

Qual é a máxima intensidade da força horizontal $\vec{F}$ aplicada na extremidade livre do fio que faz o sistema ser acelerado sem que o bloco escorregue em relação à mesa?

Para raciocinar um pouco mais

65. No esquema, representa-se um plano inclinado, cujo ângulo de elevação θ tem seno igual a 0,60. O fio e a polia são ideais, a massa da caixa apoiada na rampa é de 10,0 kg e, no local, adota-se $\vec{g} = 10{,}0\ m/s^2$. Pendente no segmento vertical do fio está um balde que pode receber água, por um processo lento, da torneira externa 1, e despejar água, também por um processo lento, pela torneira 2, acoplada ao balde e de peso desprezível.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Verifica-se que, quando a torneira 1 é aberta e a massa total do balde com água assume o valor 10,0 kg, a caixa fica na iminência de se deslocar para cima ao longo da rampa. Considerando-se o experimento proposto e os dados fornecidos, responda:

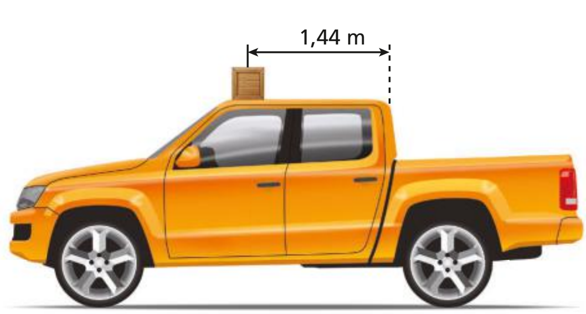
a) Qual é o coeficiente de atrito estático entre a caixa e a superfície do plano inclinado?

b) Com a torneira 1 fechada e a torneira 2 aberta até que a caixa fique na iminência de se deslocar para baixo ao longo da rampa, qual a massa do balde com água nesta situação?

66. Fato que não é tão raro é o de um motorista desatento que esquece um pequeno objeto no teto do carro e arranca com o veículo... (sic)

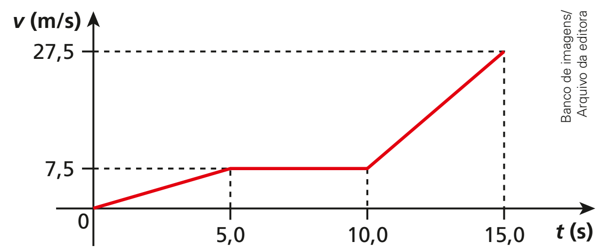
Pois bem, suponha que isso tenha acontecido!

Rinaldo deixou uma pequena caixa simplesmente apoiada no teto horizontal de sua caminhonete, conforme indica a figura, entrou no veículo e acelerou a partir do repouso, no instante $t_0 = 0$, em uma pista reta, plana e horizontal.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A velocidade escalar da caminhonete em função do tempo obedeceu ao gráfico abaixo.



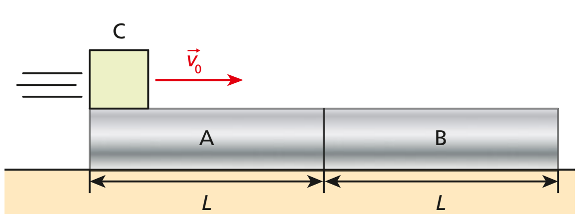
Banco de imagens/Arquivo da editora

Os coeficientes de atrito estático e dinâmico entre a caixa e o teto do veículo valem, respectivamente, 0,30 e 0,20. No local, a influência do ar é desprezível e adota-se $g = 10\ m/s^2$. A partir dos dados apresentados, determine:

a) a intensidade da máxima aceleração da caminhonete de modo que a caixa não deslize em relação ao teto do veículo.

b) o instante *t* em que a caixa despenca do teto da caminhonete.

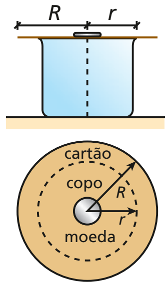
67. Na situação esquematizada abaixo, os blocos **A** e **B** são idênticos, apresentando comprimento $L = 50$ cm e massa $M = 1{,}0$ kg, cada um. O atrito entre **A** e **B** e a superfície horizontal de apoio é desprezível e, no local, $g = 10\ m/s^2$. Num determinado instante, caracterizado como $t_0 = 0$, com **A** e **B** em contato e em repouso, um terceiro bloco, **C**, de dimensões desprezíveis e massa $m = 200$ g, é lançado horizontalmente sobre **A** com velocidade de intensidade $v_0 = 3{,}0$ m/s.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo-se que o coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco **C** e os blocos **A** e **B** é $\mu = 0{,}60$, pede-se traçar o gráfico da intensidade da velocidade dos três blocos em função do tempo a partir do instante $t_0 = 0$.

68. (OBF) A boca de um copo é coberta com um cartão circular, e sobre o cartão coloca-se uma moeda (Veja a figura a seguir). Os centros do cartão e da moeda são coincidentes com o centro da boca do copo. Considere como dados deste problema: o raio do cartão, R, o raio da boca do copo, r, o coeficiente de atrito entre a moeda e o cartão, μ, e o módulo g da aceleração da gravidade. O raio da moeda pode ser desprezado.



Reprodução/Arquivo da editora

Move-se o cartão horizontalmente, em trajetória retilínea e com aceleração constante. Determine o valor da menor aceleração do cartão, a_c, para que a moeda ainda caia dentro do copo quando o cartão for retirado por completo.

69. Tudo pronto para decolar

Viagens de avião são geralmente mais rápidas e seguras se comparadas a opções terrestres e marítimas. Na fotografia abaixo uma aeronave, visando decolar, vai partir do repouso no instante $t_0 = 0$ com aceleração constante de intensidade $a = 5{,}0\ m/s^2$. O avião deverá percorrer uma pista retilínea e horizontal.

Brostock/Shutterstock

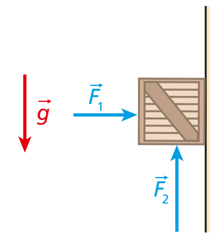
Antes de o aparelho levantar voo, uma pequena caixa apoiada sobre o assoalho, inicialmente em repouso junto à cabine do piloto em $t_0 = 0$, vai escorregar ao longo do corredor retilíneo de comprimento $L = 18$ m, destacado na imagem, até colidir contra uma estrutura existente na traseira da aeronave, o que ocorre em um instante t, com velocidade relativa de intensidade v_R. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre a caixa e a superfície de apoio têm o mesmo valor, $\mu = 0{,}10$, a influência do ar no movimento da caixa é desprezível e, no local, adota-se $g = 10\ m/s^2$.

Com base nessas informações, calcule:

a) o valor de t;
b) o valor de v_R.

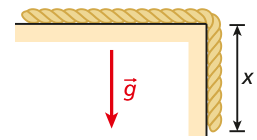
70. Na situação esquematizada a seguir, uma caixa de massa $m = 2{,}0$ kg em forma de paralelepípedo está em repouso com uma de suas faces em contato com uma parede vertical sob a ação de duas forças $\vec{F}_1$ (horizontal) e $\vec{F}_2$ (vertical). As intensidades dessas forças, em newtons, são variáveis com o tempo, expresso em segundos, conforme as expressões $F_1 = F_0 + 2{,}0t$ e $F_2 = F_0 + 3{,}0t$.

Sabe-se que no instante $t_0 = 0$, a caixa está na iminência de escorregar para baixo. Se o coeficiente de atrito estático entre as superfícies em contato, da caixa e da parede, é igual a 0,60 e $g = 10{,}0\ m/s^2$, qual o sentido e a intensidade da força de atrito que a parede exerce na caixa em $t_1 = 3{,}0$ s?



Banco de imagens/Arquivo da editora

71. Considere uma corda flexível e inextensível de comprimento igual a L com massa uniformemente distribuída ao longo de toda sua extensão. Inicialmente, essa corda encontra-se em repouso, como mostra a figura, parcialmente apoiada em uma superfície horizontal áspera que oferece a ela coeficientes de atrito estático e cinético de mesmo valor μ.

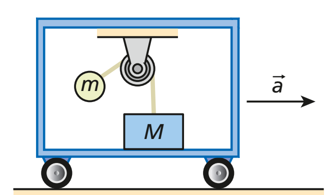


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo g o módulo da aceleração da gravidade local e desprezando-se os efeitos do ar, pedem-se:

a) determinar o máximo valor do comprimento pendente na vertical, $x_{máx}$, para que a corda ainda continue em repouso em relação à superfície de apoio;
b) para $x > x_{máx}$, traçar o gráfico da intensidade da aceleração dos pontos da corda em função de x.

72. (Ufes) No teto de um vagão, presa por uma haste rígida, está fixada uma polia ideal. Pela polia, passa um fio ideal. Nas extremidades do fio estão presos uma pequena esfera de massa m e um bloco de massa $M = 28\,m$. A esfera encontra-se suspensa e o bloco está em repouso em relação ao vagão, em contato com o piso. Devido ao fato de o vagão estar acelerado horizontalmente com uma aceleração de módulo $a = 3g/4$, em que g é a intensidade da aceleração da gravidade, a parte do fio que passa pela polia e prende a esfera não se encontra na vertical.



Reprodução/Arquivo da editora

Com base nessas informações, determine:

a) o ângulo θ de inclinação do fio que prende a esfera, em relação à vertical;
b) a intensidade da força de atrito estático que age sobre o bloco, em função de m e de g;
c) o valor mínimo do coeficiente de atrito estático entre o piso do vagão e o bloco para que o bloco permaneça em repouso em relação ao vagão.

Resultantes tangencial e centrípeta

Carlos Luvizari/Acervo do fotógrafo

No Globo da Morte, acrobatas realizam manobras impressionantes com motocicletas dentro de uma estrutura oca de forma esférica, com paredes de aço. Essas manobras consistem em percorrer o globo em movimentos circulares em diversos planos, que são possíveis graças à componente centrípeta da força resultante que atua em cada conjunto moto-piloto.

Ao estudar os princípios da Dinâmica, vimos que a aceleração de uma partícula está relacionada a uma força resultante que atua sobre ela. Neste tópico, estudaremos as componentes da força resultante sobre um corpo em movimento curvilíneo: as componentes tangencial e centrípeta.

Desenvolveremos a análise vetorial dessas componentes e estudaremos como elas influenciam o movimento. Apresentaremos também exemplos de sistemas nos quais as componentes tangencial e centrípeta desempenham papel fundamental e, por último, analisaremos o conceito de força centrífuga.

Bloco 1

1. Componentes da força resultante

Speedpix/Alamy/Fotoarena

Observe nesta fotografia que o *cockpit* de um carro de Fórmula 1 é bastante apertado, oferecendo apenas o espaço necessário para alojar o corpo do piloto.

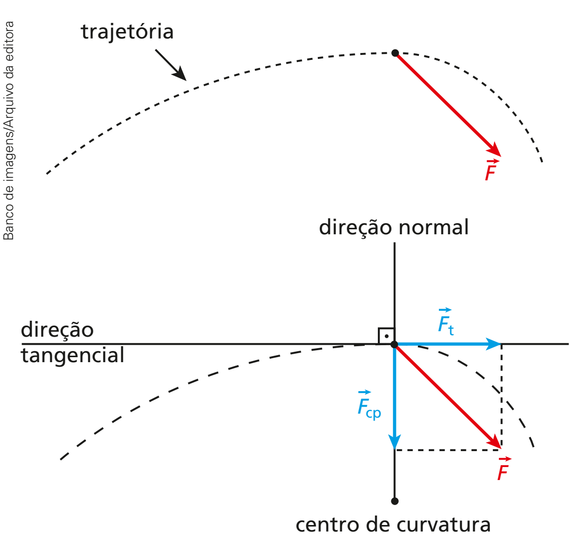
Vida de piloto de Fórmula 1 não é nada fácil! Afinal, ao longo de uma corrida são inúmeros os solavancos ou chacoalhadas que submetem o intrépido competidor a condições extremas, que exigem muito preparo físico.

Nas arrancadas, o corpo do piloto tende a ficar em repouso, por inércia, e para que seja acelerado juntamente com o carro deve receber do encosto do banco, predominantemente, uma força no mesmo sentido do movimento. Já nas freadas, seu corpo tende a manter a velocidade anterior a este ato, também por inércia, e para que ocorra a frenagem adequada os cintos de segurança devem entrar em ação, aplicando as forças necessárias ao movimento retardado, em sentido oposto ao da velocidade. Em uma curva para a direita, o corpo do piloto tende a seguir em frente, por inércia, e, para que ele acompanhe a trajetória do carro, os cintos de segurança e a parte lateral esquerda do *cockpit* (termo em inglês para a cabine, o espaço do veículo onde fica o piloto) devem exercer uma força total dirigida para o centro da curva, sem a qual o piloto "sairia pela tangente". Finalmente, em uma curva para a esquerda, o corpo do piloto também tende a seguir em frente, por inércia, e, para que ele acompanhe a trajetória do carro, os cintos de segurança e a parte lateral direita do *cockpit* devem exercer uma força total dirigida para o centro da curva, sem a qual, mais uma vez, o piloto "sairia pela tangente".

A Lei da Inércia é mesmo implacável!

Em resumo, em relação a um observador em repouso no solo que está assistindo a uma corrida de Fórmula 1, a força resultante no corpo de um piloto deve admitir nas arrancadas uma componente no sentido do movimento, nas freadas uma componente em sentido oposto ao do movimento e nos trechos curvos do circuito uma componente dirigida para o centro de curvatura da trajetória.

Neste tópico, faremos um estudo mais conceitual sobre a influência da força resultante em uma partícula. Buscaremos explicar como essa força afeta a velocidade vetorial em casos de arrancadas, freadas e trajetórias curvas.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Para tanto, devemos recordar que a força resultante é o resultado de uma adição vetorial, ou seja, é a soma vetorial de todas as forças que atuam na partícula.

Consideremos a figura ao lado, na qual está representada uma partícula em dado instante do seu movimento curvilíneo e variado. Nesse instante, $\vec{F}$ é a resultante de todas as forças.

A resultante $\vec{F}$ pode ser decomposta em duas direções perpendiculares entre si: uma tangencial e outra normal à trajetória. Essa decomposição é usualmente feita quando conveniente. Decompondo $\vec{F}$, obtemos a configuração ao lado.

Para $\vec{F}_t$ e $\vec{F}_{cp}$ atribuímos as denominações **componente tangencial** e **componente centrípeta** respectivamente.

O termo "centrípeta" advém do fato de a componente $\vec{F}_{cp}$ estar, a cada instante, dirigida para o centro de curvatura da trajetória.

Como as componentes $\vec{F}_t$ e $\vec{F}_{cp}$ são perpendiculares entre si, podemos relacionar suas intensidades com a intensidade de $\vec{F}$, aplicando o **Teorema de Pitágoras**:

$$F^2 = F_t^2 + F_{cp}^2$$

A componente centrípeta da força resultante, por ter a direção do raio de curvatura da trajetória em cada ponto, é também denominada **radial** ou **normal**.

2. A componente tangencial ($\vec{F}_t$)

Intensidade

Na figura seguinte, seja *m* a massa da partícula e $\vec{a}_t$ a aceleração produzida por $\vec{F}_t$:

Aplicando a **2ª Lei de Newton**, podemos escrever que:

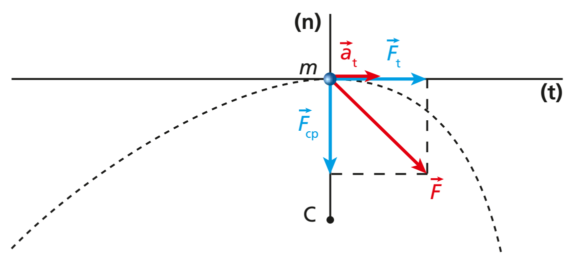
$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t$$

Conforme sabemos, o módulo de $\vec{a}_t$ é igual ao módulo da aceleração escalar α:

$$|\vec{a}_t| = |\alpha|$$

Assim, a intensidade da componente tangencial da força resultante pode ser expressa por:

$$|\vec{F}_t| = m|\alpha|$$

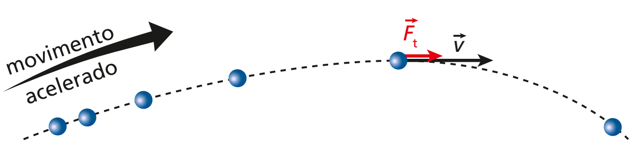


Banco de imagens/Arquivo da editora

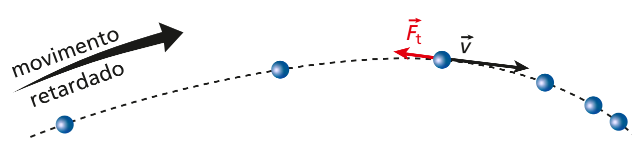
Orientação

A direção de $\vec{F}_t$ é sempre a da **tangente** à trajetória em cada instante. Por isso, é a mesma da velocidade vetorial, que também é tangente à trajetória em cada instante.

O sentido de $\vec{F}_t$, por sua vez, depende do fato de o movimento ser acelerado ou retardado. Veja as figuras abaixo:



No caso de **movimento acelerado**, $\vec{F}_t$ tem o **mesmo sentido** da velocidade vetorial $\vec{v}$.

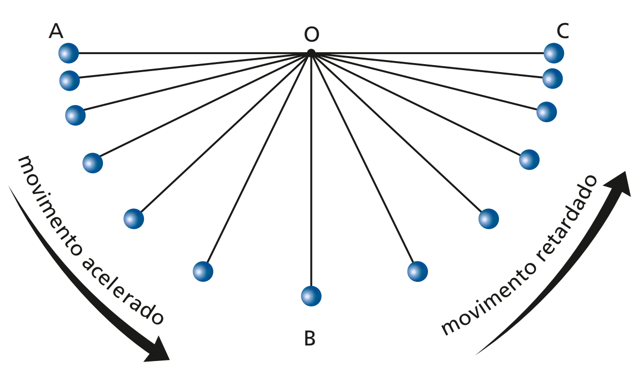


Já no caso de **movimento retardado**, $\vec{F}_t$ tem **sentido contrário** ao da velocidade vetorial $\vec{v}$.

Admitamos, por exemplo, o pêndulo da figura a seguir, cujo fio é fixo no ponto **O**. Supondo desprezível a influência do ar, a esfera pendular, abandonada no ponto **A**, entra em movimento, passa pelo ponto **B**, no qual sua velocidade tem intensidade máxima, e vai parar no ponto **C**.

Entre os pontos **A** e **B**, o movimento é acelerado, o que significa que a componente tangencial da força resultante tem a mesma direção e o mesmo sentido da velocidade vetorial.

Por outro lado, entre os pontos **B** e **C**, o movimento é retardado, o que significa que a componente tangencial da força resultante tem mesma direção, porém, sentido oposto em relação à velocidade vetorial.



Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

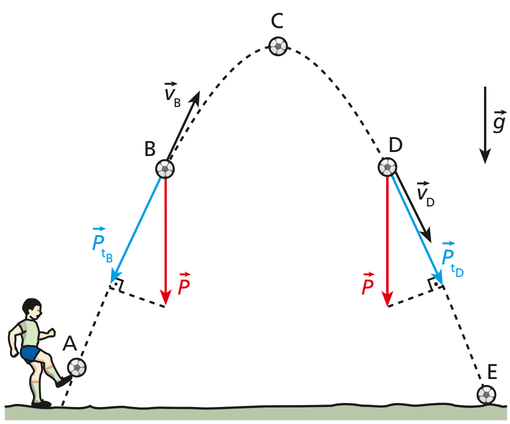
Função

A componente tangencial da força resultante ($\vec{F}_t$) tem por função **variar a intensidade da velocidade vetorial** ($\vec{v}$) da partícula móvel.

Isso se explica com base no fato de $\vec{F}_t$ e $\vec{v}$ terem mesma direção.

Nos movimentos variados (acelerados ou retardados), $\vec{v}$ varia em intensidade e quem provoca essa variação é a componente $\vec{F}_t$, que, nesses casos, é não nula.

Já nos movimentos uniformes, $\vec{v}$ não varia em intensidade, isto é, o valor de $\vec{v}$ é constante, o que implica, nessas situações, que a componente $\vec{F}_t$ é nula.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Consideremos, por exemplo, a figura ao lado, em que aparece um jogador de futebol chutando uma bola, à qual ele imprime uma velocidade inicial oblíqua em relação ao gramado.

Desprezando os efeitos do ar, a bola fica sob a ação exclusiva do campo gravitacional, e, por isso, a força resultante que sobre ela atua ao longo de toda a trajetória parabólica é seu peso $\vec{P}$.

Entre **A** e **C** (ponto mais alto), o movimento é retardado, e a intensidade da velocidade vetorial da bola decresce. Quem responde por isso é a componente tangencial de $\vec{P}$, que, na subida da bola, tem sentido oposto ao de $\vec{v}$.

Entre **C** e **E**, o movimento é acelerado, e a intensidade da velocidade vetorial da bola cresce. Quem responde por isso é também a componente tangencial de $\vec{P}$, que, na descida da bola, tem o mesmo sentido de $\vec{v}$.

JÁ PENSOU NISTO?

Trem-bala: mais veloz que um carro de Fórmula 1?

Os trens-bala utilizados na Europa e no Japão trafegam ao longo das ferrovias com velocidades que podem superar 500 km/h. Na fase de arrancada, que sucede à partida de uma estação, a força resultante sobre eles deve admitir uma componente tangencial no sentido do movimento, o que provoca o aumento da intensidade da velocidade vetorial.

Enzojz/Thinkstock/Getty Images

Trem de alta velocidade. Anthéor, França. Setembro de 2014.

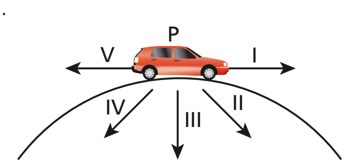
O Brasil, por sua vez, propõe para um futuro próximo um sistema de trens-bala ligando os centros mais populosos do país, São Paulo e Rio de Janeiro, com conexões nos dois maiores aeroportos brasileiros, Cumbica e Galeão. O projeto, em desenvolvimento, almeja que a viagem entre São Paulo e Rio, de aproximadamente 518 km, seja feita em menos de duas horas, a uma velocidade escalar média superior a 250 km/h. O nascedouro dessa linha será construído na região de Campinas (SP). É importante observar que os trens-bala são propulsionados por energia elétrica e que os fatores que contribuem de forma importante para torná-los tão velozes são o traçado das trajetórias – bastante retilíneas, por utilizarem túneis, pontes e viadutos – e seu formato aerodinâmico, capaz de "cortar" o ar com facilidade.

Exercícios Nível 1

Considere a situação seguinte, referente aos exercícios **1** a **5**.

No esquema a seguir aparece, no ponto **P**, um carrinho de massa 2,0 kg, que percorre a trajetória indicada da esquerda para a direita. A aceleração escalar do carrinho é constante, e seu módulo vale 0,50 m/s^2.

As setas enumeradas de I a V representam vetores que podem estar relacionados com a situação proposta.



Banco de imagens/Arquivo da editora

1. A velocidade vetorial do carrinho em **P** é mais bem representada pelo vetor:

a) I b) II c) III d) IV e) V

2. Se o movimento for acelerado, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho em **P** será mais bem representada pelo vetor:

a) I b) II c) III d) IV e) V

3. Se o movimento for retardado, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho em **P** será mais bem representada pelo vetor:

a) I b) II c) III d) IV e) V

4. A intensidade da componente tangencial da força resultante que age no carrinho em **P** vale:

a) zero
b) 0,25 N
c) 0,50 N
d) 1,0 N
e) 2,0 N

5. Analise as proposições seguintes:

I. Ao longo da trajetória, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho tem intensidade variável.
II. Ao longo da trajetória, a componente tangencial da força resultante que age no carrinho é constante.
III. Ao longo da trajetória, a velocidade vetorial do carrinho tem intensidade variável.
IV. Quem provoca as variações do módulo da velocidade do carrinho ao longo da trajetória é a componente tangencial da força resultante que age sobre ele.

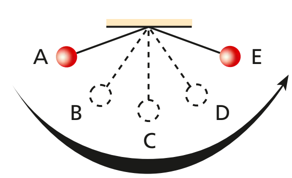
Responda mediante o código:

a) Todas são corretas.
b) Todas são incorretas.
c) Somente I e II são corretas.
d) Somente III e IV são corretas.
e) Somente II, III e IV são corretas.

Exercícios Nível 2

Considere o enunciado abaixo para os exercícios **6** a **8**.

Abandona-se um pêndulo no ponto **A**, representado na figura. Este desce livremente e atinge o ponto **E**, após passar pelos pontos **B**, **C** e **D**. O ponto **C** é o mais baixo da trajetória e despreza-se a influência do ar.



Banco de imagens/Arquivo da editora

6. No ponto **B**, a componente da força resultante que age na esfera pendular, na direção tangencial à trajetória, é mais bem caracterizada pelo vetor:

a) ↘
b) ↖
c) ↗
d) ↙
e) Nenhum dos anteriores.

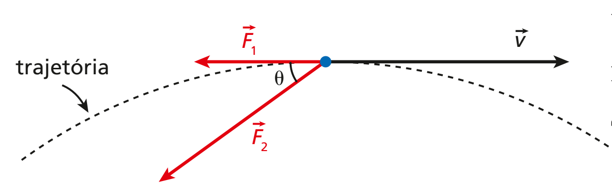
7. No ponto **C**, a componente da força resultante que age na esfera pendular, na direção tangencial à trajetória, é mais bem caracterizada pelo vetor:

a) ↘
b) ↖
c) ↗
d) ↙
e) Nenhum dos anteriores.

8. No ponto **D**, a componente da força resultante que age na esfera pendular, na direção tangencial à trajetória, é mais bem caracterizada pelo vetor:

a) ↘
b) ↖
c) ↗
d) ↙
e) Nenhum dos anteriores.

9. Na figura a seguir, está representada uma partícula de massa *m* em determinado instante de seu movimento curvilíneo. Nesse instante, a velocidade vetorial é $\vec{v}$, a aceleração escalar tem módulo α e apenas duas forças agem na partícula: $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

No instante citado, é correto que:

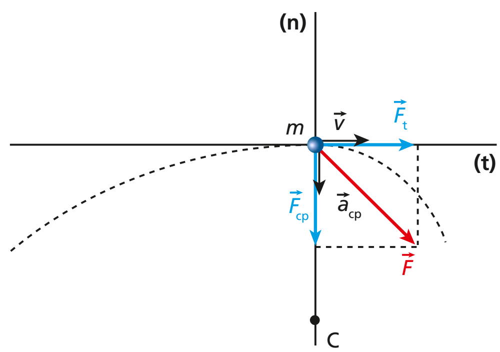
a) o movimento é acelerado e $F_1 = m\alpha$.
b) o movimento é retardado e $F_1 = m\alpha$.
c) o movimento é acelerado e $F_1 + F_2 \cos\theta = m\alpha$.
d) o movimento é retardado e $F_1 + F_2 \cos\theta = m\alpha$.
e) o movimento é retardado e $F_1 + F_2 \operatorname{sen}\theta = m\alpha$.

Bloco 2

3. A componente centrípeta ($\vec{F}_{cp}$)

Intensidade

Na figura abaixo, representamos uma partícula de massa *m*, vista num instante em que sua velocidade vetorial é $\vec{v}$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

A trajetória descrita por ela é uma curva que, para a posição destacada no esquema, tem raio de curvatura *R*. Seja, ainda, $\vec{a}_{cp}$ a aceleração centrípeta comunicada por $\vec{F}_{cp}$.

Aplicando a **2ª Lei de Newton**, podemos escrever que:

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp}$$

Conforme vimos em Cinemática Vetorial, o módulo de $\vec{a}_{cp}$ é dado pelo quociente do quadrado do módulo de $\vec{v}$ por *R*, isto é:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Assim, a intensidade da componente centrípeta da força resultante fica determinada por:

$$|\vec{F}_{cp}| = \frac{mv^2}{R}$$

Para *m* e *v* constantes, $|\vec{F}_{cp}|$ é inversamente proporcional a *R*. Isso significa que, quanto mais "fechada" é a curva (menor raio de curvatura), maior é a intensidade da força centrípeta requerida pelo móvel. Reduzindo-se *R* à metade, por exemplo, $|\vec{F}_{cp}|$ dobra.

Para *m* e *R* constantes, $|\vec{F}_{cp}|$ é diretamente proporcional ao quadrado de *v*. Assim, para uma mesma curva (raio constante), quanto maior é a velocidade *v*, maior é a intensidade da força centrípeta requerida pelo móvel. Dobrando-se *v*, por exemplo, $|\vec{F}_{cp}|$ quadruplica.

Sendo ω a velocidade angular, expressemos $|\vec{F}_{cp}|$ em função de *m*, ω e *R*:

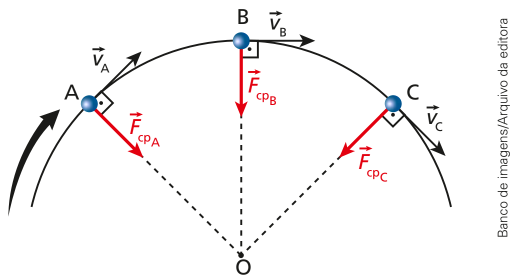
$$|\vec{F}_{cp}| = \frac{mv^2}{R} = \frac{m(\omega R)^2}{R} = \frac{m\omega^2 R^2}{R}$$

Logo:

$$|\vec{F}_{cp}| = m\omega^2 R$$

Orientação

Conforme definimos, a componente $\vec{F}_{cp}$ tem, a cada instante, direção normal à trajetória e sentido para o centro de curvatura. Note que $\vec{F}_{cp}$ é perpendicular à velocidade vetorial em cada ponto da trajetória. A figura abaixo ilustra a orientação de $\vec{F}_{cp}$.



Função

A componente centrípeta da força resultante ($\vec{F}_{cp}$) tem por função **variar a direção da velocidade vetorial** ($\vec{v}$) da partícula móvel. Isso se explica pelo fato de $\vec{F}_{cp}$ e $\vec{v}$ serem perpendiculares entre si.

Nos movimentos curvilíneos, $\vec{v}$ varia em direção ao longo da trajetória e quem provoca essa variação é a componente $\vec{F}_{cp}$, que, nesses casos, é não nula.

Já nos movimentos retilíneos, $\vec{v}$ não varia em direção, o que implica, nessas situações, que a componente $\vec{F}_{cp}$ é nula.

Consideremos, por exemplo, a Lua em seu movimento orbital ao redor da Terra.

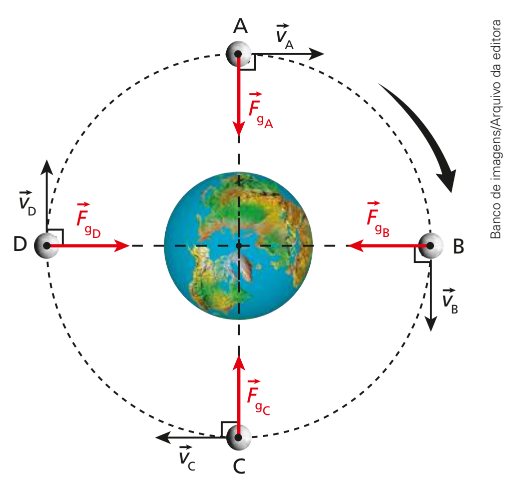
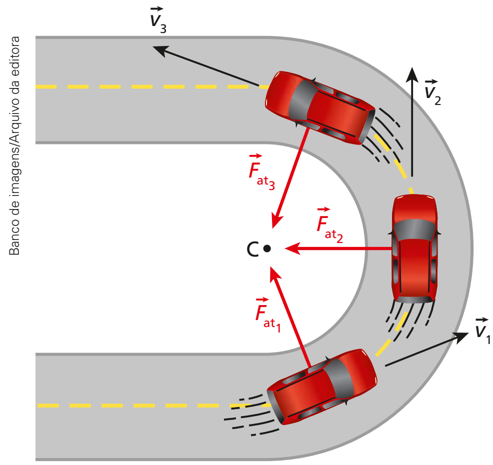


Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.

Para um referencial inercial ligado ao centro da Terra, a Lua descreve um movimento praticamente circular, em que sua velocidade vetorial varia em direção ao longo da trajetória. O que, no entanto, provoca essa variação na direção da velocidade vetorial da Lua, mantendo-a em sua órbita? É a força de atração gravitacional ($\vec{F}_g$) exercida pela Terra, que, estando sempre dirigida para o centro da trajetória, desempenha a função de resultante centrípeta no movimento circular.

$$\vec{F}_g = \vec{F}_{cp}$$

Observe outro exemplo interessante: a figura abaixo representa a vista aérea de uma pista plana e horizontal, em que existe uma curva circular.



Um carro, ao percorrer o trecho curvo em movimento uniforme, tem sua velocidade vetorial variando em direção de ponto para ponto. Desprezando a influência do ar, tem-se que a força responsável por esse fato é a força de atrito, que o carro recebe do asfalto por intermédio dos seus pneus. A força de atrito ($\vec{F}_{at}$), estando dirigida em cada instante para o centro da trajetória, é a resultante centrípeta que mantém o carro em movimento circular e uniforme.

$$\vec{F}_{at} = \vec{F}_{cp}$$

O que ocorreria se, a partir de certo ponto da curva, a pista deixasse de oferecer atrito ao carro? Sem a força de atrito (resultante centrípeta), o carro "escaparia pela tangente" à trajetória, já que um corpo, por si só, é incapaz de variar sua velocidade vetorial (Princípio da Inércia).

Queremos, com isso, enfatizar que, **sem força centrípeta, corpo nenhum pode manter-se em trajetória curvilínea**.

Na fotografia, aviões soltando fumaça descrevem curvas espetaculares. Isso significa que, em cada ponto de suas trajetórias, a resultante das forças externas admite uma componente dirigida para o centro de curvatura. Essa componente é a força centrípeta, que provoca as variações de direção da velocidade vetorial.

4. As componentes tangencial e centrípeta nos principais movimentos

Comentaremos, nos movimentos mencionados a seguir, a presença ou não das componentes tangencial e centrípeta da força resultante.

Movimento retilíneo e uniforme	Movimento circular e uniforme
Pelo fato de o movimento ser uniforme: $\|\vec{v}\| = \text{constante} \neq 0 \Rightarrow \vec{F}_t = \vec{0}$ Pelo fato de o movimento ser retilíneo: $\vec{v}$ tem direção constante $\Rightarrow \vec{F}_{cp} = \vec{0}$ A resultante total é nula.	Pelo fato de o movimento ser uniforme: $\|\vec{v}\| = \text{constante} \neq 0 \Rightarrow \vec{F}_t = \vec{0}$ Pelo fato de o movimento ser circular: $\vec{v}$ tem direção variável $\Rightarrow \vec{F}_{cp} \neq \vec{0}$ A resultante total é centrípeta.
Movimento retilíneo e variado	**Movimento curvilíneo e variado**
Pelo fato de o movimento ser variado: $\|\vec{v}\|$ é variável $\Rightarrow \vec{F}_t \neq \vec{0}$ Pelo fato de o movimento ser retilíneo: $\vec{v}$ tem direção constante $\Rightarrow \vec{F}_{cp} = \vec{0}$ A resultante total é tangencial.	Pelo fato de o movimento ser variado: $\|\vec{v}\|$ é variável $\Rightarrow \vec{F}_t \neq \vec{0}$ Pelo fato de o movimento ser curvilíneo: $\vec{v}$ tem direção variável $\Rightarrow \vec{F}_{cp} \neq \vec{0}$ A resultante total admite duas componentes: a tangencial e a centrípeta.

JÁ PENSOU NISTO?

Como descrever as componentes da força resultante no movimento de esquiadores na neve?

Os dois esquiadores que aparecem nesta fotografia descrevem trajetórias sinuosas ao percorrerem a encosta não muito íngreme de uma montanha. Eles realizam movimentos ora acelerados, ora retardados. Nos trechos de movimento curvilíneo e acelerado, a força resultante admite uma componente centrípeta e uma componente tangencial de sentido igual ao da velocidade, enquanto nos trechos de movimento curvilíneo e retardado a força resultante admite uma componente centrípeta e uma componente tangencial de sentido oposto ao da velocidade.

Randy Lincks/Age Fotostock/Grupo Keystone

Ampliando o olhar

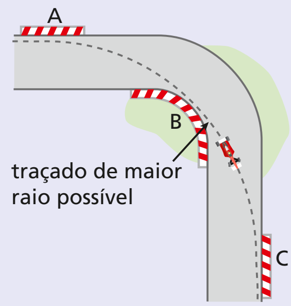
Velocidade e estabilidade no automobilismo

No automobilismo, sobretudo na Fórmula 1, os décimos, os centésimos e até os milésimos de segundo são decisivos.

Uma ótima máquina e muita sorte são aspectos que não podem ser dissociados de um campeão, mas apenas isso não basta! É preciso também muito arrojo e técnica ao dirigir. Utilizar um autódromo e usufruir de um carro extraindo de ambos toda a sua potencialidade é privilégio de poucos.

Um dos pontos fundamentais para a boa dirigibilidade é o **traçado de curva**, que consiste em fazer uma curva buscando uma trajetória que harmonize velocidade e estabilidade.

Suponhamos que um piloto deva fazer uma curva circular contida em um plano horizontal como a que esquematizamos na figura ao lado. Admitamos que o movimento seja uniforme. Recomenda-se, então, o traçado em que o carro tangencie as zebras **A**, **B** e **C**, isto é, aquele que tem o **maior raio possível**.



Luciano da S. Teixeira/ Arquivo da editora

Marcos Hirakawa/Grupo Keystone

A imagem deixa claro o procedimento dos pilotos ao fazer a curva: eles buscam a trajetória de raio máximo, o que possibilita mais estabilidade e maior velocidade.

O motivo dessa recomendação é fundamentado no fato de que, para uma mesma massa (m) e uma mesma velocidade escalar (v), a intensidade da resultante centrípeta ($\vec{F}_{cp}$) é inversamente proporcional ao raio (R):

$$F_{cp} = \frac{mv^2}{R}$$

Quanto maior for o raio da trajetória, menor será a intensidade da resultante centrípeta exigida pelo carro e, consequentemente, menor será a solicitação dos pneus e da estrutura do veículo. Dessa forma, o piloto poderá percorrer a curva em maior velocidade e com maior estabilidade.

Curva circular em pista sobrelevada sem atrito

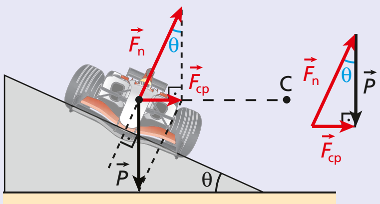
Algumas modalidades de corrida são realizadas em pistas circulares ou ovais dotadas de **sobrelevação** (inclinação do piso em relação ao plano horizontal), que contribui para reduzir a necessidade de atrito entre os pneus do veículo e o solo.

HodagMedia/Thinkstock/Getty Images

Pilotos de Fórmula Indy em curva com sobrelevação. Iowa, EUA. Julho de 2015.

Consideremos um carro de massa m percorrendo uma curva circular de raio R, sobrelevada de um ângulo θ em relação ao plano horizontal. Suponhamos que a aceleração da gravidade tenha módulo g e que o movimento seja uniforme, com velocidade de intensidade v.

Admitindo que o atrito não seja solicitado lateralmente, apenas duas forças, no plano da figura ao lado, agirão no carro: a força da gravidade (peso) $\vec{P}$ e a reação normal da pista $\vec{F}_n$.



CJT/Zapt/ Arquivo da editora

Nesse caso, para que o veículo se mantenha em trajetória circular, a resultante entre $\vec{P}$ e $\vec{F}_n$ deverá ser centrípeta, e a intensidade da velocidade v em função de g, R e θ ficará determinada por:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \text{tg}\,\theta = \frac{mv^2}{Rmg}$$

$$\boxed{v = \sqrt{gR\text{tg}\theta}}$$

Destacamos ainda que, para g e R constantes, quanto maior for θ, maiores serão tg θ e v.

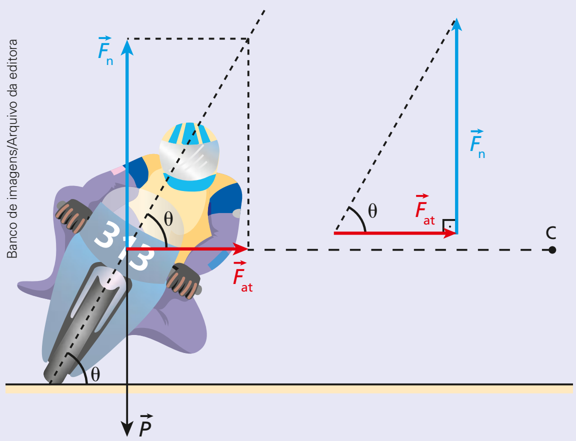
Motos inclinadas

Em corridas de motocicletas, é comum observarmos os pilotos tombando suas máquinas nas curvas na tentativa de percorrê-las com a maior velocidade possível. Isso é realmente necessário? Sim! Veja a explicação a seguir.


Thinkstock/Getty Images

Vamos considerar um conjunto moto-piloto de massa *m* percorrendo uma curva circular de raio *R*, contida em um plano horizontal, em movimento uniforme, com velocidade de intensidade *v*. Sejam θ o ângulo de inclinação do eixo do corpo do piloto em relação à pista e *g* o módulo da aceleração da gravidade no local.

No esquema abaixo, estão representadas, em dado ponto da curva, a força da gravidade (peso) $\vec{P}$, a reação normal do solo $\vec{F}_n$ e a força de atrito $\vec{F}_{at}$, que impede a derrapagem da moto:



Banco de imagens/Arquivo da editora

Observando que $\vec{F}_n$ equilibra $\vec{P}$ e que $\vec{F}_{at}$ desempenha o papel de resultante centrípeta, calculemos *v* em função de *g*, *R* e θ.

$$\text{tg}\ \theta = \frac{F_n}{F_{at}} \Rightarrow \text{tg}\ \theta = \frac{mg}{\dfrac{mv^2}{R}}$$

$$\text{tg}\ \theta = \frac{gR}{v^2} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{gR}{\text{tg}\ \theta}}}$$

Note que, quanto maior for *v*, menor deverá ser tg θ, o que obriga o piloto a tombar a moto a ponto de, em alguns casos, esfregar um dos joelhos na pista.

Destacamos que, para pequenas tg θ, devemos ter pequenos ângulos θ.

Avião em curva circular contida em plano horizontal

Sabemos que aviões não utilizam rodas em voo. Esse fato motiva a seguinte pergunta: Sem interação direta com o solo, como as aeronaves realizam curvas, alterando a direção de sua velocidade vetorial e, consequentemente, sua trajetória?

Isso ocorre por meio da deflexão de *flaps*, o que provoca inclinação das asas, como representa a imagem ao lado.

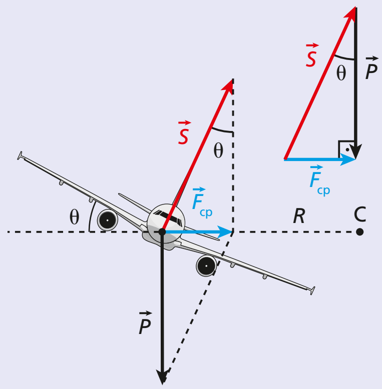
Dessa forma, o avião fica sujeito a uma componente da força resultante que desempenha a função de força centrípeta, o que viabiliza a realização da curva.

É importante ter sempre em mente o **Princípio da Inércia (1ª Lei de Newton)**: para que seja alterada a direção da velocidade vetorial, faz-se necessária uma força externa, perpendicular à trajetória em cada instante: a força centrípeta.


Dirk Enters/imageBROKER/Easypix

Airbus A380 em voo, inclinado em relação à horizontal. Essa aeronave é uma das maiores em operação no mundo e pode transportar quase 600 pessoas, entre tripulantes e passageiros.

No esquema a seguir, está representado um avião, visto de frente, realizando uma curva circular de raio *R* contida em um plano horizontal. Estão indicadas duas forças atuantes na aeronave, fundamentais nesta análise: a força da gravidade (peso) $\vec{P}$, vertical e dirigida para baixo, e a força de sustentação aerodinâmica $\vec{S}$ exercida pelo ar, perpendicular ao plano das asas do avião.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Admitindo-se que o movimento seja uniforme com velocidade de intensidade *v*, pode-se inferir que a força resultante de $\vec{P}$ e $\vec{S}$ é centrípeta. Assim, a soma vetorial $\vec{P} + \vec{S} = \vec{F}_{cp}$ está dirigida para o centro *C* da trajetória.

Sendo θ o ângulo formado entre o eixo das asas da aeronave e a direção horizontal, *g* o módulo da aceleração da gravidade e *m* a massa, é possível determinar uma expressão correspondente à intensidade da velocidade do avião:

$$\text{tg}\,\theta = \frac{F_{cp}}{P} \Rightarrow \text{tg}\,\theta = \frac{mv^2}{Rmg}$$

$$\boxed{v = \sqrt{gR\,\text{tg}\,\theta}}$$

É importante notar que a expressão obtida para o cálculo de *v* não depende da massa *m* do avião.

Imagine que uma aeronave tenha percorrido uma curva com velocidade $\vec{v}_1$. O que deveria ocorrer para que a mesma trajetória fosse percorrida com velocidade $\vec{v}_2$, de intensidade maior do que $\vec{v}_1$?

Observe que, como não se pode variar *g* nem *R*, o aumento de *v* está relacionado ao aumento de tg θ, o que implicaria o avião percorrer a curva com as asas mais inclinadas, ou seja, formando com a horizontal um ângulo θ maior que no caso anterior.

Nesse caso, maiores velocidades demandam maiores ângulos de inclinação das asas em relação à direção horizontal. Converse com os colegas e o professor sobre a conclusão apresentada acima.

Faça você mesmo

! Cuidado ao manusear o prego e o martelo.

Gira-gira

Apresentamos nesta seção dois experimentos bastante simples, que podem ser realizados com materiais acessíveis, com o fim de avaliarmos algumas características da componente centrípeta da força resultante.

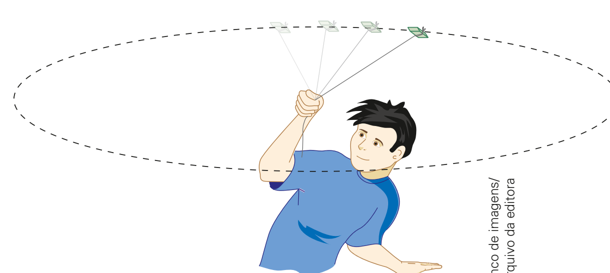
Material necessário

- 1 pedaço de barbante resistente ou fio de náilon (linha de pescar) de aproximadamente 2 m de comprimento;
- 1 borracha escolar, relativamente grande;
- 1 lata de refrigerante vazia, como as de 350 mL ou um pedaço de mangueira de aproximadamente 15 cm de comprimento;
- 1 pequena sacola de plástico resistente;
- algumas bolinhas de gude ou outros objetos equivalentes para a finalidade do experimento (porcas de parafusos, por exemplo);
- 1 prego relativamente grosso;
- 1 martelo.

Experimento 1

Procedimento

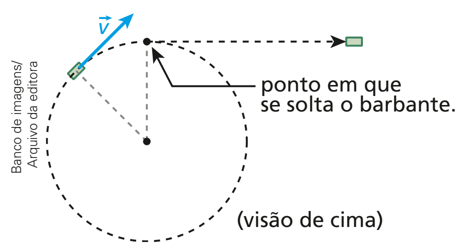
I. Atravesse o centro da borracha com o prego, tomando cuidado para não se machucar. Passe o barbante pelo orifício da borracha e dê alguns nós em sua extremidade de modo que a borracha fique fortemente fixada ao barbante.



Banco de imagens/Arquivo da editora

II. Em um ambiente onde não haja risco de machucar pessoas ou danificar objetos, segurando firmemente a extremidade livre do barbante, faça a borracha realizar um movimento circular em um plano horizontal acima da sua cabeça, como mostra a figura da página anterior. Procure produzir um movimento uniforme, em que a borracha tenha velocidade com intensidade praticamente constante.

III. Em um determinado momento, com a borracha passando em frente ao seu rosto, largue o barbante e observe a trajetória descrita pelo objeto imediatamente após esse ato. Você deverá notar que a borracha escapará pela tangente à circunferência que ela descrevia antes da soltura do barbante, como ilustra o esquema abaixo.



Desenvolvimento

1. Quais são as forças que agem na borracha durante seu movimento circular e uniforme no plano horizontal?

2. Que força desempenha o papel de resultante centrípeta nesse movimento?

3. Por que a borracha escapou pela tangente à circunferência imediatamente após a soltura do barbante?

4. Ignorando-se os efeitos do ar, que força (ou forças) atua (atuam) na borracha em seu deslocamento até o chão?

5. Em relação a você, qual é a forma da trajetória descrita pela borracha logo após a soltura do barbante?

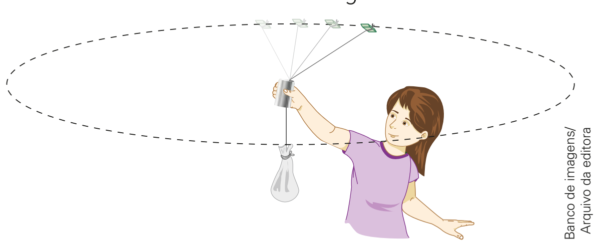
Experimento 2

Procedimento

I. Utilizando o prego e o martelo e tomando o devido cuidado para não se ferir, faça um furo circular relativamente grande no fundo da lata de refrigerante de modo que esse furo fique alinhado com o bocal da lata. Esse alinhamento deverá ocorrer segundo uma reta paralela às paredes laterais da lata. Cuide para não deixar rebarbas no furo feito no fundo da lata, já que isso poderá cortar o barbante durante o experimento.

II. Passe o barbante pelo furo e pelo bocal da lata. Em uma extremidade desse fio deverá estar fixada a borracha e, na outra, você irá amarrar fortemente a sacola plástica contendo certo número de bolinhas de gude.

III. Faça a borracha girar em um plano horizontal um pouco acima da sua cabeça de modo que ela realize um movimento circular e uniforme. Estabeleça para a borracha uma velocidade de intensidade adequada tal que a sacola com o seu conteúdo permaneça em equilíbrio presa no segmento vertical do barbante. Observe a figura abaixo.



Desenvolvimento

1. Desconsiderando os atritos certamente existentes entre o barbante e a lata, bem como a influência do ar, estabeleça uma comparação entre a intensidade do peso da sacola plástica com seu conteúdo e a intensidade da força centrípeta que mantém a borracha em movimento circular e uniforme no plano horizontal. Admita, para simplificar a resposta, que o segmento de barbante que prende a borracha se mantenha praticamente na horizontal.

2. Supondo que a sacola esteja em equilíbrio suspensa pelo segmento vertical do barbante, o que ocorre se você aumentar a intensidade da velocidade da borracha? E se você diminuir a intensidade dessa velocidade?

3. Seja v a intensidade da velocidade da borracha na situação em que a sacola plástica com o seu conteúdo permanece em equilíbrio presa ao segmento vertical do fio. Se você adicionar mais algumas bolinhas de gude na sacola, o equilíbrio do sistema será restabelecido operando-se a borracha com velocidade de intensidade maior ou menor que v? Verifique experimentalmente.

10. Considere a tirinha abaixo.

Banco de imagens/Arquivo da editora

Elaborado com base na ideia de Ricardo Helou Doca.

Considerando-se uma mesma pessoa ocupando o carrinho da montanha-russa ou uma das gôndolas da roda-gigante, classifique as afirmações a seguir como **verdadeiras** ou **falsas**:

I. Nos trechos curvos da montanha-russa, a força resultante no corpo da pessoa deve admitir uma componente centrípeta sem a qual ela "escaparia pela tangente" à trajetória.

II. Nos trechos da montanha-russa em que o movimento do carrinho é acelerado, a força resultante no corpo da pessoa deve admitir uma componente tangencial no sentido da velocidade.

III. Na roda-gigante, a intensidade da componente centrípeta da força resultante requerida pelo corpo da pessoa é geralmente menor que na montanha-russa, pois o módulo da velocidade escalar linear é menor e o raio de curvatura da trajetória é maior.

IV. Na roda-gigante, pelo fato de o movimento da pessoa ser circular e uniforme, a força resultante em seu corpo é nula.

São **verdadeiras**:

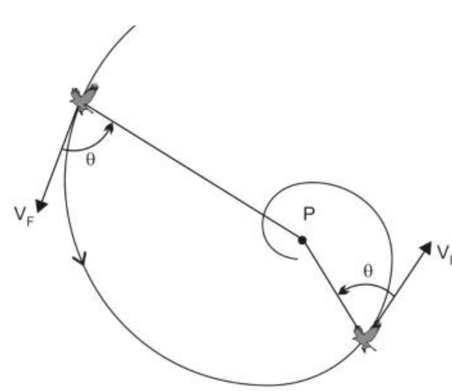
a) Todas as afirmações.
b) Apenas as afirmações (I), (II) e (III).
c) Apenas as afirmações (I) e (II).
d) Apenas as afirmações (II) e (III).
e) Apenas as afirmações (III) e (IV).

11. Um avião de massa 4,0 toneladas descreve uma curva circular de raio $R = 200$ m com velocidade escalar constante igual a 216 km/h. Qual a intensidade da resultante das forças que agem na aeronave?

12. Considere um carro de massa $1{,}0 \cdot 10^3$ kg percorrendo, com velocidade escalar constante, uma curva circular de 125 m de raio, contida em um plano horizontal. Sabendo que a força de atrito responsável pela manutenção do carro na curva tem intensidade 5,0 kN, determine o valor da velocidade do carro. Responda em km/h.

13. (FGV-SP) A espiral logarítmica é uma curva plana com a propriedade de que todas as retas pertencentes ao seu plano e que passam por um certo ponto fixo interceptam essa curva fazendo com ela o mesmo ângulo.

Ela ocorre com muita frequência na natureza, como por exemplo, nos braços de ciclones tropicais, nos braços de galáxias espirais, como a própria Via Láctea, e em conchas de moluscos. Mas uma de suas ocorrências mais interessantes é na Biologia. Falcões-peregrinos, ao se aproximarem de suas presas, não seguem o caminho mais curto, a linha reta, mas sim uma espiral logarítmica. A figura a seguir mostra um falcão-peregrino se movendo em uma espiral que está no plano horizontal. Note que sua velocidade faz sempre o mesmo ângulo θ com a reta que liga o falcão ao ponto **P**, posição da presa.

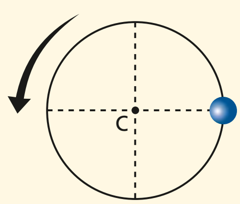


Reprodução/FGV

Supondo-se que o módulo da velocidade do falcão (V_F) seja constante no trecho de sua trajetória indicado na figura, assinale a afirmativa correta referente a esse trecho (considere o falcão como uma partícula).

a) Como o módulo da velocidade do falcão é constante, também sua aceleração tem módulo constante.
b) O vetor aceleração do falcão aponta para o ponto **P**.
c) A força resultante sobre o falcão é nula, pois sua velocidade tem módulo constante.
d) A força resultante sobre o falcão é vertical e para cima, anulando o seu peso.
e) O módulo da aceleração do falcão aumenta, pois, embora o módulo de sua velocidade seja constante, o raio de curvatura de sua trajetória diminui.

14. **E.R.** A figura representa uma partícula em movimento circular no instante em que ela passa por um ponto **P** de sua trajetória. Sabendo que o movimento acontece no sentido anti-horário, reproduza a figura, desenhando o vetor que representa a força resultante sobre a partícula nos seguintes casos:

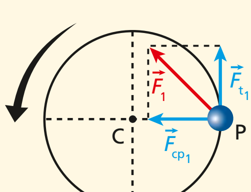


Banco de imagens/Arquivo da editora

a) quando o movimento é acelerado;
b) quando o movimento é retardado.

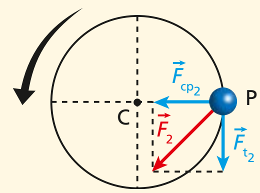
Resolução:

a) No caso de o movimento ser acelerado, a força resultante deve admitir uma componente tangencial ($\vec{F}_{t_1}$) de mesmo sentido que o movimento.
Pelo fato de o movimento ser circular, a força resultante deve admitir uma componente centrípeta ($\vec{F}_{cp_1}$).
A resultante total, nesse caso, é $\vec{F}_1$, dada por:
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{t_1} + \vec{F}_{cp_1}$$
Graficamente, temos:



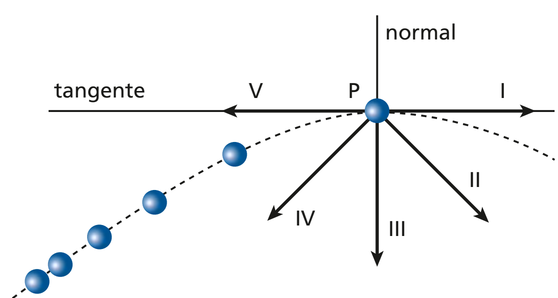
Banco de imagens/Arquivo da editora

b) No caso de o movimento ser retardado, a força resultante deve admitir uma componente tangencial ($\vec{F}_{t_2}$) de sentido contrário ao do movimento.
Pelo fato de o movimento ser circular, a força resultante deve admitir uma componente centrípeta ($\vec{F}_{cp_2}$).
A resultante total, nesse caso, é $\vec{F}_2$, dada por:
$$\vec{F}_2 = \vec{F}_{t_2} + \vec{F}_{cp_2}$$
Graficamente, temos:



Banco de imagens/Arquivo da editora

15. A figura abaixo mostra a fotografia estroboscópica do movimento de uma partícula:

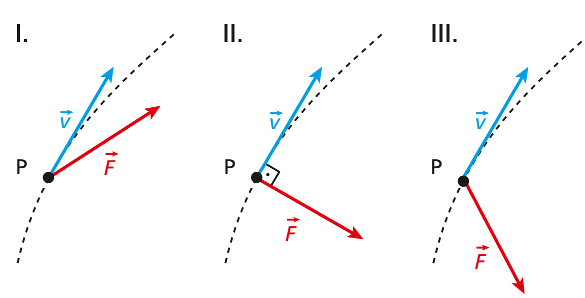


Banco de imagens/Arquivo da editora

A resultante das forças que atuam na partícula no ponto **P** é mais bem representada pelo vetor:

a) I
b) II
c) III
d) IV
e) V

16. Uma partícula percorre certa trajetória curva e plana, como a representada nos esquemas a seguir. Em **P**, a força resultante que age sobre ela é $\vec{F}$ e sua velocidade vetorial é $\vec{v}$:



Banco de imagens/Arquivo da editora

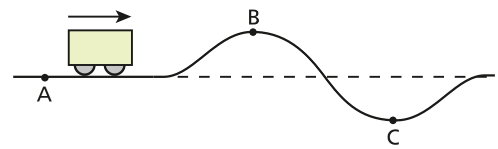
Nos casos I, II e III, a partícula está dotada de um dos três movimentos citados abaixo:

A – movimento uniforme;
B – movimento acelerado;
C – movimento retardado.

A alternativa que traz as associações corretas é:

a) I – A; II – B; III – C.
b) I – C; II – B; III – A.
c) I – B; II – A; III – C.
d) I – B; II – C; III – A.
e) I – A; II – C; III – B.

17. Um carrinho, apenas apoiado sobre um trilho, desloca-se para a direita com velocidade escalar constante, conforme representa a figura a seguir. O trilho pertence a um plano vertical e o trecho que contém o ponto **A** é horizontal. Os raios de curvatura nos pontos **B** e **C** são iguais.



Banco de imagens/Arquivo da editora

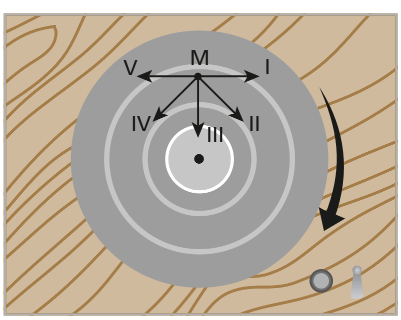
Sendo F_A, F_B e F_C, respectivamente, as intensidades das forças de reação normal do trilho sobre o carrinho nos pontos **A**, **B** e **C**, podemos concluir que:

a) $F_A = F_B = F_C$
b) $F_C > F_A > F_B$
c) $F_B > F_A > F_C$
d) $F_A > F_B > F_C$
e) $F_C > F_B > F_A$

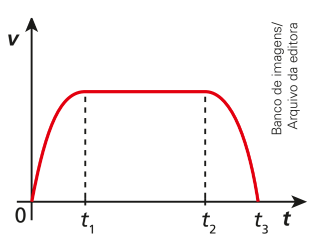
Exercícios Nível 2

Na figura abaixo, vemos, de cima, um antigo toca-discos apoiado sobre uma mesa horizontal. Sobre o prato do aparelho, que em operação gira no sentido horário, foi colocada uma pequena moeda **M**, que não escorrega em relação à superfície de apoio.

Banco de imagens/Arquivo da editora



O toca-discos é ligado e, depois de funcionar normalmente durante certo intervalo de tempo, é desligado. O gráfico ao lado mostra a variação da intensidade v da velocidade tangencial de M em função do tempo t.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Com base nesse enunciado, responda às questões **18** a **20**.

18. Qual das setas numeradas de I a V melhor representa a força resultante em **M** num instante do intervalo de 0 a t_1?

a) I b) II c) III d) IV e) V

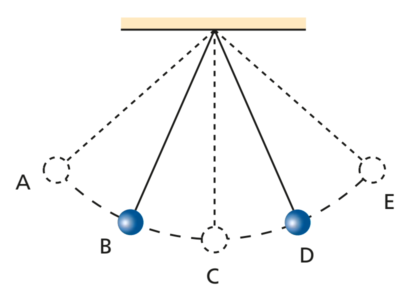
19. Qual das setas numeradas de I a V melhor representa a força resultante em **M** num instante do intervalo de t_1 a t_2?

a) I b) II c) III d) IV e) V

20. Qual das setas numeradas de I a V melhor representa a força resultante em **M** num instante do intervalo de t_2 a t_3?

a) I b) II c) III d) IV e) V

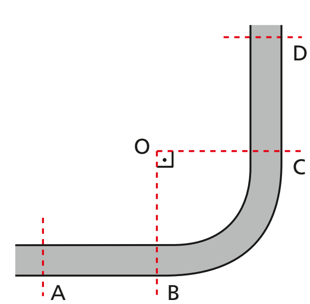
21. Na figura, está representado um pêndulo em oscilação num plano vertical. O fio é inextensível e de massa desprezível e o ar não influencia significativamente o movimento do sistema. Na posição **C**, o fio apresenta-se na vertical. Nas posições **A** e **E**, ocorre inversão no sentido do movimento.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Reproduza o esquema do pêndulo desenhando nas posições **A**, **B**, **C**, **D** e **E**, respectivamente, cinco setas representativas das forças resultantes $\vec{F}_A$, $\vec{F}_B$, $\vec{F}_C$, $\vec{F}_D$ e $\vec{F}_E$ na esfera pendular.

22. Uma pista é constituída por três trechos: dois retilíneos, **AB** e **CD**, e um circular, **BC**, conforme representa a vista aérea abaixo.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Admita que um carro de massa *m* percorra a pista com velocidade de intensidade constante igual a *v*. Sendo *R* o raio do trecho **BC**, analise as proposições a seguir:

(01) No trecho **AB**, a força resultante sobre o carro é nula.

(02) No trecho **CD**, a força resultante sobre o carro é não nula.

(04) Em qualquer ponto do trecho **BC**, a força resultante sobre o carro é dirigida para o ponto **O** e sua intensidade é dada por $\frac{mv^2}{R}$.

(08) No trecho **BC**, a força resultante sobre o carro é constante.

(16) De **A** para **D**, a variação da velocidade vetorial do carro tem intensidade $v\sqrt{2}$.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

23. Considere uma partícula de massa *M* descrevendo movimento circular e uniforme com velocidade de intensidade *v*. Se o período do movimento é igual a *T*, a intensidade da força resultante na partícula é:

a) $\frac{Mv}{T}$

b) $\frac{2Mv}{T}$

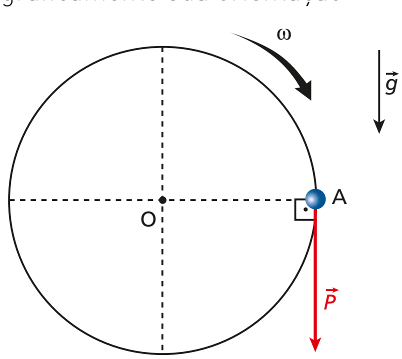
c) $\frac{2\pi Mv}{T}$

d) $\frac{\pi Mv}{T}$

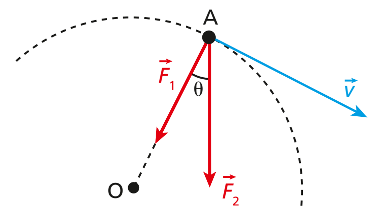
e) $\frac{2\pi v}{T}$

24. Um ponto material de massa 4,0 kg realiza movimento circular e uniforme ao longo de uma trajetória contida em um plano vertical de 7,5 m de raio. Sua velocidade angular é $\omega = 1{,}0$ rad/s e, no local, $|\vec{g}| = 10$ m/s^2. No ponto **A** indicado na figura, além da força da gravidade $\vec{P}$, age no ponto material somente uma outra força, $\vec{F}$. Caracterize $\vec{F}$, calculando sua intensidade e indicando graficamente sua orientação.

Banco de imagens/Arquivo da editora



25. A partícula indicada na figura descreve uma trajetória circular de raio *R* e centro **O**. Ao passar pelo ponto **A**, verifica-se que sobre ela agem apenas duas forças: $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sendo *m* a massa da partícula e $\vec{v}$ a sua velocidade vetorial em **A**, é correto afirmar que:

a) $F_1 = \frac{mv^2}{R}$.

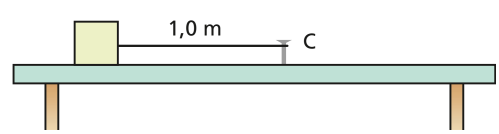
b) $F_2 = \frac{mv^2}{R}$.

c) $F_1 + F_2 = \frac{mv^2}{R}$.

d) $F_1 + F_2 \cos\theta = \frac{mv^2}{R}$.

e) $F_1 + F_2 \cos\theta + F' = \frac{mv^2}{R}$, em que *F'* é a força centrífuga.

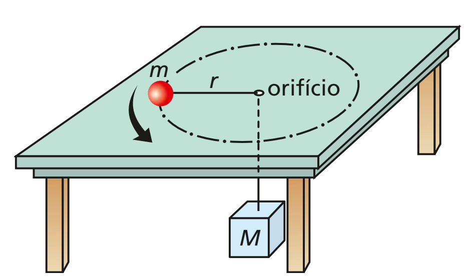
26. Um bloco de massa 4,0 kg descreve movimento circular e uniforme sobre uma mesa horizontal perfeitamente polida. Um fio ideal, de 1,0 m de comprimento, prende-o a um prego **C**, conforme ilustra o esquema:



Banco de imagens/Arquivo da editora

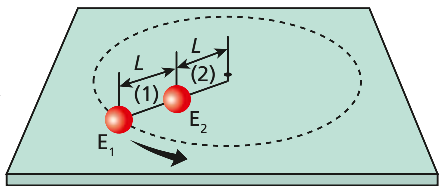
Se a força de tração no fio tem intensidade $1{,}0 \cdot 10^2$ N, qual a velocidade angular do bloco, em rad/s?

27. Na figura abaixo, uma esfera de massa m = 2,0 kg descreve sobre a mesa plana, lisa e horizontal um movimento circular. A esfera está ligada por um fio ideal a um bloco de massa M = 10 kg, que permanece em repouso quando a velocidade da esfera é v = 10 m/s. Sendo g = 10 m/s^2, calcule o raio da trajetória da esfera, observando a condição de o bloco permanecer em repouso.



Banco de imagens/Arquivo da editora

28. A figura representa duas esferas iguais, $\mathbf{E_1}$ e $\mathbf{E_2}$, que, ligadas a fios inextensíveis e de massas desprezíveis, descrevem movimento circular e uniforme sobre uma mesa horizontal perfeitamente lisa:



Banco de imagens/ Arquivo da editora

Desprezando o efeito do ar e supondo que $\mathbf{E_1}$ e $\mathbf{E_2}$ se mantenham sempre alinhadas com o centro, aponte a alternativa que traz o valor correto da relação T_1/T_2, respectivamente, das forças de tração nos fios (1) e (2):

a) 2 b) $\frac{3}{2}$ c) 1 d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{1}{2}$

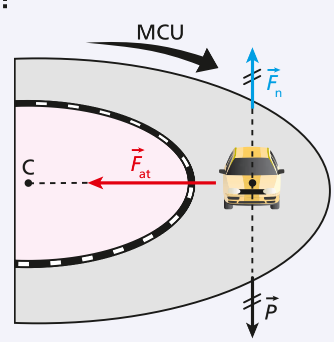
29. Um carro percorre uma pista circular de raio *R*, contida em um plano horizontal. O coeficiente de atrito estático entre seus pneus e o asfalto vale μ e, no local, a aceleração da gravidade tem módulo *g*. Despreze a influência do ar.

E.R.

a) Com que velocidade linear máxima o carro deve deslocar-se ao longo da pista, com a condição de não derrapar?

b) A velocidade calculada no item anterior depende da massa do carro?

Resolução:



Banco de imagens/ Arquivo da editora

a) Na figura, estão representadas as forças que agem no carro.

A reação normal da pista ($\vec{F}_n$) equilibra o peso do carro ($\vec{P}$):

$$F_n = P \Rightarrow F_n = mg \quad \text{(I)}$$

Já a força de atrito ($\vec{F}_{at}$) é a resultante centrípeta que mantém o carro em movimento circular e uniforme (MCU):

$$F_{at} = F_{cp} \Rightarrow F_{at} = \frac{mv^2}{R} \quad \text{(II)}$$

Como não há derrapagem, o atrito entre os pneus do carro e o solo é do tipo estático. Assim:

$$F_{at} \leqslant F_{at_d} \Rightarrow F_{at} \leqslant \mu F_n \quad \text{(III)}$$

Substituindo (I) e (II) em (III), vem:

$$\frac{mv^2}{R} \leqslant \mu mg \Rightarrow v \leqslant \sqrt{\mu g R}$$

$$\boxed{v_{máx} = \sqrt{\mu g R}}$$

b) A velocidade calculada **independe** da massa do carro.

30. Um carro deverá fazer uma curva circular, contida em um plano horizontal, com velocidade de intensidade constante igual a 108 km/h. Se o raio da curva é $R = 300$ m e $g = 10$ m/s², o coeficiente de atrito estático entre os pneus do carro e a pista (μ) que permite que o veículo faça a curva sem derrapar:

a) é $\mu \geqslant 0{,}35$.

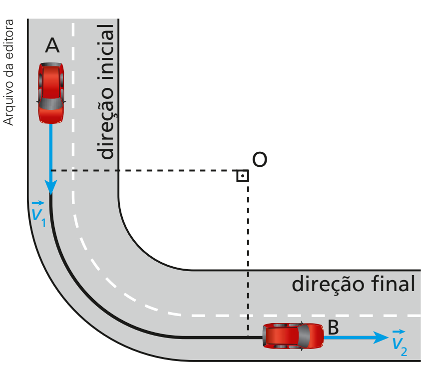
b) é $\mu \geqslant 0{,}30$.

c) é $\mu \geqslant 0{,}25$.

d) é $\mu \geqslant 0{,}20$.

e) está indeterminado, pois não foi dada a massa do carro.

31. Um estudante, indo para a faculdade em seu carro, desloca-se num plano horizontal, no qual descreve uma trajetória curvilínea de 48 m de raio, com velocidade constante, em módulo. Entre os pneus e a pista, o coeficiente de atrito estático é de 0,30.



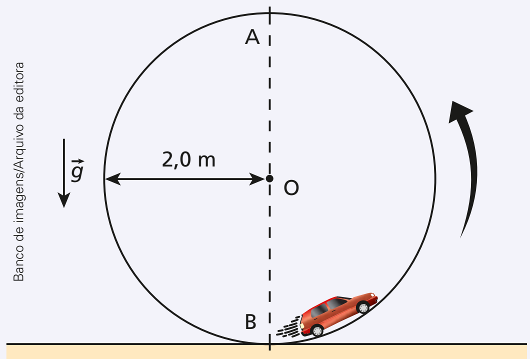
Banco de imagens/ Arquivo da editora

Considerando-se a figura, a aceleração da gravidade no local, com módulo de 10 m/s², e a massa do carro de 1,2 t, faça o que se pede:

a) Caso o estudante resolva imprimir uma velocidade de módulo 60 km/h ao carro, ele conseguirá fazer a curva? Justifique.

b) A velocidade escalar máxima possível, para que o carro possa fazer a curva, sem derrapar, irá se alterar se diminuirmos sua massa? Explique.

32. Na figura seguinte, um carrinho de massa
E.R. 1,0 kg descreve movimento circular e uniforme ao longo de um trilho envergado em forma de circunferência de 2,0 m de raio:



A velocidade escalar do carrinho vale 8,0 m/s, sua trajetória pertence a um plano vertical e adota-se $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Supondo que os pontos **A** e **B** sejam, respectivamente, o mais alto e o mais baixo do trilho, determine a intensidade da força que o trilho exerce no carrinho:

a) no ponto **A**; b) no ponto **B**.

Resolução:

Como o carrinho executa movimento circular e uniforme, em cada ponto da trajetória a resultante das forças que nele agem deve ser centrípeta. Calculemos a intensidade constante dessa resultante:

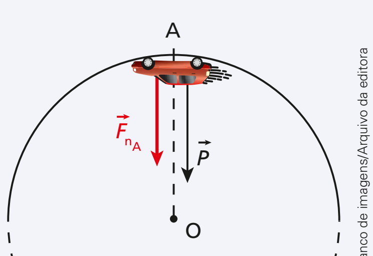
$$F_{cp} = \frac{mv^2}{R}$$

$$F_{cp} = \frac{1,0 \cdot (8,0)^2}{2,0} \quad \therefore \quad F_{cp} = 32\ N$$

O peso do carrinho vale:

$$P = mg = 1,0 \cdot 10 \quad \therefore \quad P = 10\ N$$

a) No ponto **A**, o esquema das forças que agem no carrinho está dado abaixo:



$\vec{F}_{n_A}$ = força que o trilho exerce no carrinho em **A**.

A resultante de $\vec{F}_{n_A}$ e $\vec{P}$ deve ser centrípeta, isto é:

$$\vec{F}_{cp_A} = \vec{F}_{n_A} + \vec{P}$$

Em módulo:

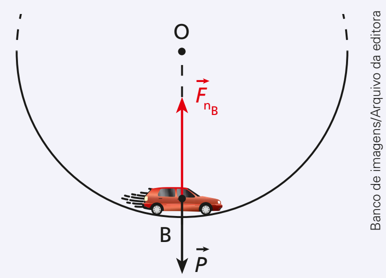
$$F_{cp_A} = F_{n_A} + P$$

Calculemos F_{n_A}:

$$F_{n_A} = F_{cp_A} - P \Rightarrow F_{n_A} = 32 - 10$$

$$\boxed{F_{n_A} = 22\ N}$$

b) No ponto **B**, o esquema das forças que agem no carrinho está dado a seguir:



$\vec{F}_{n_B}$ = força que o trilho exerce no carrinho em **B**.

A resultante de $\vec{F}_{n_B}$ e $\vec{P}$ deve ser centrípeta, isto é:

$$\vec{F}_{cp_B} = \vec{F}_{n_B} + \vec{P}$$

Em módulo:

$$F_{cp_B} = F_{n_B} - P$$

Calculemos F_{n_B}:

$$F_{n_B} = F_{cp_B} + P \Rightarrow F_{n_B} = 32 + 10$$

$$\boxed{F_{n_B} = 42\ N}$$

33. (Fuvest-SP) Nina e José estão sentados em cadeiras, diametralmente opostas, de uma roda-gigante que gira com velocidade angular constante. Num certo momento, Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo; após 15 s, antes de a roda completar uma volta, suas posições estão invertidas. A roda-gigante tem raio R = 20 m e as massas de Nina e José são, respectivamente, $M_N = 60$ kg e $M_J = 70$ kg. Calcule

a) o módulo *V* da velocidade linear das cadeiras da roda-gigante;

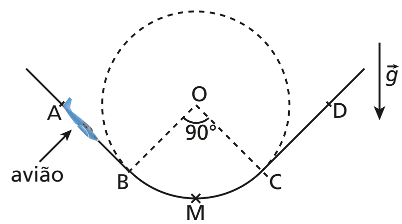
b) o módulo a_R da aceleração radial de Nina e de José;

c) os módulos N_N e N_J das forças normais que as cadeiras exercem, respectivamente, sobre Nina e sobre José no instante em que Nina se encontra no ponto mais alto do percurso e José, no mais baixo.

Note e adote:
$\pi = 3$
Módulo da aceleração da gravidade $g = 10m/s^2$

34. (Unicamp-SP) A figura adiante descreve a trajetória **ABMCD** de um avião em um voo em um plano vertical. Os trechos **AB** e **CD** são retilíneos. O trecho **BMC** é um arco de 90° de uma circunferência de 2,5 km de raio. O avião mantém velocidade de módulo constante igual a 900 km/h. O piloto tem massa de 80 kg e está sentado sobre uma balança (de mola) neste voo experimental.

Reprodução/Arquivo da editora

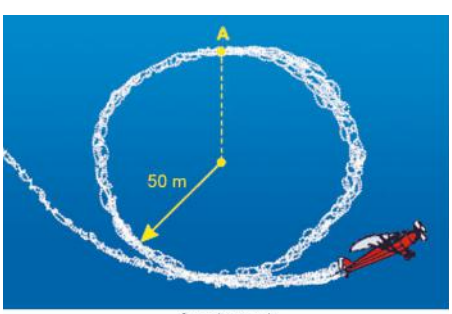


Adotando-se g = 10 m/s² e $\pi \cong 3$, pergunta-se:

a) Quanto tempo o avião leva para percorrer o arco **BMC**?

b) Qual a marcação da balança no ponto **M** (ponto mais baixo da trajetória)?

35. (Famerp-SP) Em uma exibição de acrobacias aéreas, um avião pilotado por uma pessoa de 80 kg faz manobras e deixa no ar um rastro de fumaça indicando sua trajetória. Na figura, está representado um *looping* circular de raio 50 m contido em um plano vertical, descrito por esse avião.



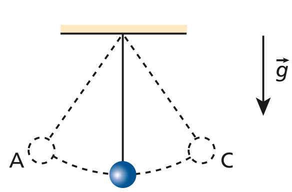
Reprodução/Famerp, 2017

fora de escala

Adotando g = 10 m/s^2 e considerando que ao passar pelo ponto **A**, ponto mais alto da trajetória circular, a velocidade do avião é 180 km/h, a intensidade da força exercida pelo assento sobre o piloto, nesse ponto, é igual a

a) 3 000 N.
b) 2 800 N.
c) 3 200 N.
d) 2 600 N.
e) 2 400 N.

36. O pêndulo da figura oscila em condições ideais, invertendo sucessivamente o sentido do seu movimento nos pontos **A** e **C**:



Banco de imagens/Arquivo da editora

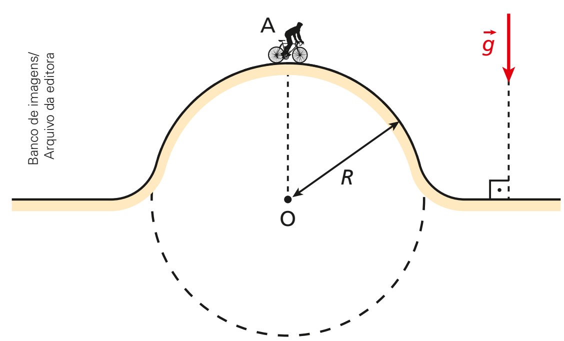
A esfera tem massa 1,0 kg e o comprimento do fio, leve e inextensível, vale 2,0 m. Sabendo que no ponto **B** (mais baixo da trajetória) a esfera tem velocidade de módulo 2,0 m/s e que $|\vec{g}|$ = 10 m/s^2, determine:

a) a intensidade da força resultante sobre a esfera quando ela passa pelo ponto **B**;

b) a intensidade da força que traciona o fio quando a esfera passa pelo ponto **B**.

37. Um jovem passa diariamente com sua bicicleta sobre uma grande lombada de perfil circular e raio *R*, contida em um plano vertical, como representa o esquema abaixo, em que o ponto **A** é o mais alto dessa lombada.

Banco de imagens/Arquivo da editora



A intensidade da aceleração da gravidade local é *g* e a massa do rapaz juntamente com sua bicicleta é igual a *M*.

Qual o valor da diferença entre as intensidades da força de contato bicicleta-solo supondo-se, primeiramente, o veículo em repouso no ponto **A** e, em seguida, a bicicleta passando por esse mesmo ponto com velocidade de módulo *v*?

a) $Mg - \dfrac{Mv^2}{R}$

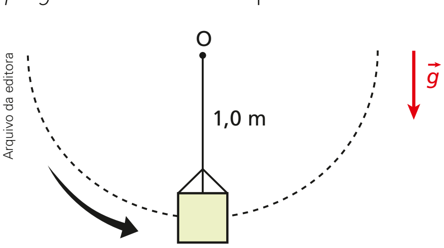
b) $\dfrac{Mv^2}{R} - Mg$

c) Mg

d) $\dfrac{Mv^2}{R}$

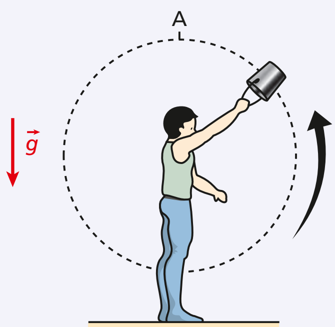
38. A figura a seguir representa uma lata de paredes internas lisas, dentro da qual se encaixa perfeitamente um bloco de concreto, cuja massa vale 2,0 kg. A lata está presa a um fio ideal, fixo em **O** e de 1,0 m de comprimento. O conjunto realiza *loopings* circulares num plano vertical:

Banco de imagens/Arquivo da editora



A lata passa pelo ponto mais alto dos *loopings* com velocidade de 5,0 m/s e adota-se, no local, $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$. Desprezando as dimensões da lata e do bloco, determine a intensidade da força vertical que o bloco troca com o fundo da lata no ponto mais alto dos *loopings*.

39. **E.R.** No esquema abaixo, um homem faz com que um balde cheio de água, dotado de uma alça fixa em relação ao recipiente, realize uma volta circular de raio *R* num plano vertical.

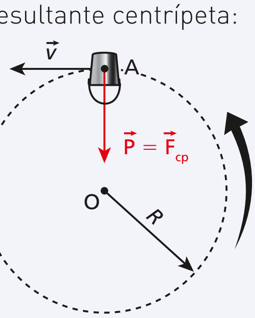


Banco de imagens/Arquivo da editora

Sabendo que o módulo da aceleração da gravidade vale *g*, responda: qual a mínima velocidade linear do balde no ponto **A** (mais alto da trajetória) para que a água não caia?

Resolução:

Ao passar em **A** com a mínima velocidade admissível, a água não troca forças verticais com o balde. Assim, a única força vertical que nela age é a da gravidade, que desempenha o papel de resultante centrípeta:



Banco de imagens/ Arquivo da editora

Ponto **A**:

$$P = F_{cp}$$

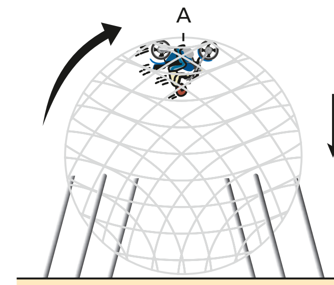
$$mg = \frac{mv^2_{mín}}{R}$$

$$\boxed{v_{mín} = \sqrt{gR}}$$

Nota:

- $v_{mín}$ independe da massa de água no balde.

40. A ilustração ao lado representa um globo da morte, dentro do qual um motociclista realiza evoluções circulares contidas em um plano vertical. O raio da circunferência descrita pelo conjunto moto-piloto é igual ao do globo e vale *R*.



Banco de imagens/ Arquivo da editora

O ponto **A** é o mais alto da trajetória e por lá o conjunto moto-piloto, que tem massa *M*, passa com a mínima velocidade admissível para não perder o contato com a superfície esférica. Supondo que a aceleração da gravidade tenha módulo *g*, analise as proposições a seguir:

(01) No ponto **A**, a força vertical trocada pelo conjunto moto-piloto e o globo é nula.

(02) No ponto **A**, a força resultante no conjunto moto-piloto tem intensidade *Mg*.

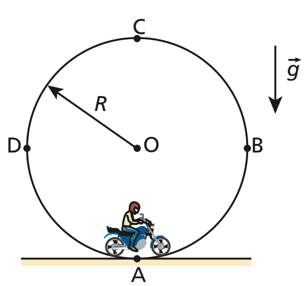
(04) No ponto **A**, o peso do conjunto moto-piloto desempenha a função de resultante centrípeta.

(08) No ponto **A**, a velocidade do conjunto moto-piloto tem módulo $\sqrt{gR}$.

(16) Se a massa do conjunto moto-piloto fosse 2*M*, sua velocidade no ponto **A** teria módulo $\sqrt{2gR}$.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

41. (Unicamp-SP) Uma atração muito popular nos circos é o "Globo da Morte", que consiste em uma gaiola de forma esférica no interior da qual se movimenta uma pessoa pilotando uma motocicleta. Considere um globo de raio R = 3,6 m.



Reprodução/ Arquivo da editora

a) Reproduza a figura, fazendo um diagrama das forças que atuam sobre a motocicleta nos pontos **A**, **B**, **C** e **D** sem incluir as forças de atrito. Para efeitos práticos, considere o conjunto piloto + motocicleta como sendo um ponto material.

b) Qual a velocidade mínima que a motocicleta deve ter no ponto **C** para não perder o contato com o interior do globo? Adote $|\vec{g}| = 10\ m/s^2$.

Ampliando o olhar

Uma questão de peso

A possibilidade de visitar outros planetas e galáxias sempre fascinou o imaginário humano, promovendo viagens mentais aos mais diferentes rincões do Universo. Mas até que ponto esse sonho pode se tornar realidade?

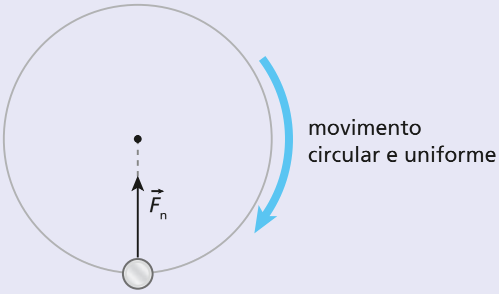
Considerando-se a tecnologia de que dispomos, há muitos embaraços que dificultariam viagens espaciais. Um deles é a questão da gravidade a que nosso organismo está condicionado. O coração humano, bem como o sistema circulatório, muscular e ósseo, é adaptado para operar sob uma gravidade da ordem de 10 m/s^2 e, no espaço, longe de qualquer influência gravitacional, ficaria exposto a situações de falta de gravidade, o que provocaria um verdadeiro colapso, sobretudo se pensarmos nas longas durações das viagens espaciais. Teríamos atrofia muscular, degeneração óssea, além de muitos outros problemas.

Os filmes de ficção científica raramente abordam a questão da ausência de gravidade de maneira satisfatória. Os personagens deslocam-se dentro de espaçonaves como se estivessem caminhando confortavelmente sobre a superfície terrestre. E de onde vem a gravidade que os mantém saudáveis praticando todas as ações da mesma forma que em nosso planeta? Isso quase nunca é revelado ao espectador. Há, porém, exceções, como em *2001, uma Odisseia no Espaço* (Estados Unidos, 1968, Stanley Kubrick e Arthur Clarke), em que uma estação espacial, parecida com uma roda de carroça, gira em torno do seu eixo, produzindo uma gravidade artificial confortável para astronautas em contato com pisos e paredes internas.


Mary Evans/Diomedia

Estação espacial de *2001, uma Odisseia no Espaço*: rotação uniforme para produzir gravidade artificial.

Consideremos uma espaçonave cilíndrica de diâmetro interno igual a 125 m. Admitindo-se $\pi \cong 3$ e desprezando-se as forças de Coriolis inerentes a essa situação, com que frequência esse cilindro deveria rotar de maneira uniforme em torno do seu eixo para que o corpo de dimensões desprezíveis e massa *m* "percebesse" uma gravidade artificial de mesma intensidade que a da Terra, isto é, 10 m/s^2?



Banco de imagens/Arquivo da editora

A força normal $\vec{F}_n$ exercida radialmente pela parede desempenha a função de resultante centrípeta no movimento circular e uniforme do corpo. Essa força surge como reação à força de compressão que o corpo exerce contra a parede do cilindro. É o "efeito centrífugo", que tende a projetar o corpo contra a superfície interna do rotor, de modo que ele fique o mais distante possível do eixo de rotação.

Observando-se que a intensidade de $\vec{F}_n$ deve ser igual à do peso do corpo na Terra, vem:

$$F_n = F_{cp} \Rightarrow mg = m\omega^2 R \Rightarrow g = (2\pi f)^2 R$$

Da qual:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{R}}$$

Substituindo-se os valores numéricos, vem:

$$f = \frac{1}{2 \cdot 3}\sqrt{\frac{10}{\frac{125}{2}}}\ \frac{\text{rotações}}{\text{s}} \Rightarrow f = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{4}{25}}\ \frac{\text{rotações}}{\frac{1}{60}\text{min}}$$

Da qual:

$$\boxed{f = 4\ \frac{\text{rotações}}{\text{min}}}$$

Salientemos que esse resultado independe da massa do corpo.

Do ponto de vista prático, porém, uma situação como essa traria muitos inconvenientes. Imaginando-se que a espaçonave fosse dotada de alguns andares internos, também cilíndricos e com eixo coincidente com o do cilindro externo, em cada "nível" seria percebida uma gravidade diferente, chegando-se a uma gravidade praticamente nula nas vizinhanças do eixo de rotação. No caso de uma espaçonave de pequenas dimensões, um astronauta sentiria uma determinada gravidade na região dos pés e outra menos intensa, na região da cabeça. Além disso, se fosse jogada uma partícula dentro da espaçonave, esta descreveria uma trajetória bastante diferente daquela verificada na Terra em iguais condições de lançamento. O que ocorreria com o astronauta se ele, por exemplo, desse um salto "vertical"? Como ficaria um corpo sem contato com o piso ou as paredes da espaçonave?

Mas também haveria vantagens nesse processo: a rotação do sistema seria mantida por inércia, depois da aplicação de um impulso inicial. Não seria necessária a utilização de combustível para a manutenção do movimento giratório da espaçonave.

Outro modo de gerar gravidade artificial seria acelerar a espaçonave numa direção perpendicular à do piso sobre o qual os astronautas se apoiam, no sentido de seus pés para suas cabeças. Nesse caso, no entanto, haveria necessidade da queima permanente de combustível. Na busca de uma gravidade de intensidade semelhante à da Terra, a espaçonave teria que permanecer acelerada, apresentando ao fim de um ano terrestre uma velocidade próxima à da luz no vácuo ($3{,}0 \cdot 10^8$ m/s), o que constitui uma conjectura impraticável.

Mais uma maneira de produzir gravidade artificial seria instalar eletroímãs sob o piso da espaçonave. Estes interagiriam com os astronautas dotados de acessórios ferromagnéticos estrategicamente fixados em seus trajes. Mas também nesse caso haveria uma série de problemas, como o consumo permanente de energia pelos eletroímãs e a exposição continuada de organismos humanos à ação magnética.

Discuta com seus colegas as melhores formas de produzir gravidade artificial. Analise os convenientes e inconvenientes, bem como a viabilidade de cada processo. Tenha sempre presente como seria a adaptação do corpo humano a cada caso. Envolva conhecimentos de Biologia, entre outros.

Para saber mais:
<http://www.xr.pro.br/fc/GRAVIDADE.HTML>
Acesso em: 15 jun. 2018.

DESCUBRA MAIS

1. As plantas "percebem" a gravidade da Terra. O crescimento de suas raízes e de seus caules é significativamente influenciado pelo campo gravitacional do planeta, o que caracteriza um tipo de **geotropismo**. Um pé de milho, por exemplo, plantado no solo, desenvolve-se de modo que seu caule se mantenha praticamente vertical durante todo o processo, na direção do vetor $\vec{g}$ do local. Suponha que um pé de milho seja plantado em um vaso fixo à borda de um carrossel que gira, o qual tem eixo vertical. Admita que esse carrossel tenha funcionamento ininterrupto por tempo indeterminado. Considerando-se apenas os efeitos ligados ao geotropismo, em que direção crescerá o caule dessa planta? Pesquise.

2. No dia 30 de março de 2006 o primeiro astronauta brasileiro, Marcos César Pontes, foi lançado ao espaço a bordo da nave russa Soyuz TMA-8. Sua missão foi permanecer cerca de oito dias na Estação Espacial Internacional (EEI) e realizar alguns experimentos científicos. Durante sua estada na EEI, Pontes observou a germinação de grãos de feijão em ambiente de microgravidade. Houve alguma direção preferencial em que essas sementes lançaram suas raízes?

3. A Terra fotografada do espaço assemelha-se a uma esfera perfeita. No entanto, estudos elaborados pelo matemático e astrônomo alemão Carl Friedrich **Gauss** (1777-1855), aliados a avaliações mais recentes, dão conta de que a Terra tem forma de **geoide**, que corresponde aproximadamente à de um elipsoide de revolução. De maneira mais simples, costuma-se dizer que a Terra é ligeiramente "achatada nos polos e dilatada no equador". A que se deve essa forma geodésica do planeta? Pesquise.

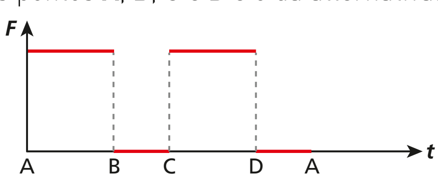
Exercícios Nível 3

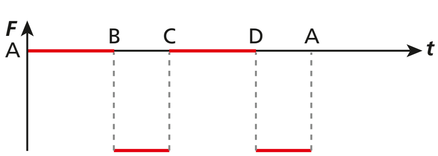
42. (Uncisal-AL) As corridas de Fórmula Indy são famosas por uma série de características que lhe são peculiares por exemplo, a pontuação pelos melhores lugares no *grid* de largada ou pelo número de voltas na liderança da corrida durante sua realização etc. Uma outra característica marcante está no fato de alguns circuitos serem denominados ovais. Considere a pista de um circuito oval, cujo traçado tem dois trechos retilíneos e paralelos, **AB** e **CD**, ligados por dois trechos semicirculares, **BC** e **DA**, como mostra a figura.

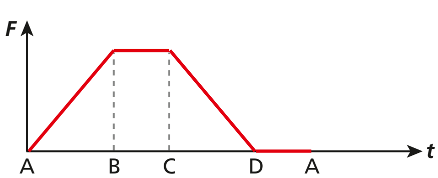
Reprodução/Arquivo da editora

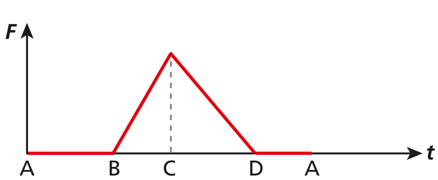
Imaginando-se que um carro percorra os trechos retilíneos e curvilíneos com velocidades escalares constantes, o esboço gráfico que melhor representa a intensidade da força resultante sobre o carro em função dos instantes de passagem pelos pontos **A**, **B**, **C** e **D** é o da alternativa:

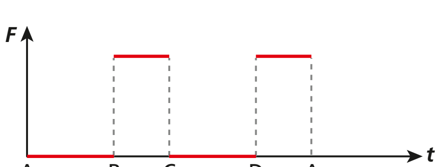
Reprodução/Arquivo da editora

a)


b)


c)


d)


e)


43. Pedro e Paulo são dois irmãos gêmeos (idênticos ou univitelinos), de massas praticamente iguais, que se encontram em diferentes pontos do planeta. Pedro está em Macapá, cidade brasileira situada praticamente na linha do Equador. Já Paulo está em Estocolmo, capital sueca situada na latitude 60° norte. Admitindo-se que Pedro e Paulo estejam em repouso em relação à superfície terrestre, analise as proposições a seguir:

(01) A duração do dia terrestre medida em Macapá ou em Estocolmo é exatamente a mesma.

(02) Os dois irmãos descrevem em torno do eixo de rotação da Terra movimentos circulares e uniformes com a mesma velocidade escalar angular.

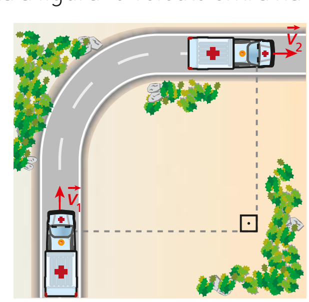
(04) Os dois irmãos descrevem em torno do eixo de rotação da Terra, movimentos circulares uniformes com a mesma velocidade escalar linear.

(08) Devido à rotação da Terra em torno do seu eixo, o espaço percorrido por Paulo durante um dia é a metade do espaço percorrido por Pedro.

(16) Como as massas de Pedro e Paulo são iguais, as forças centrípetas requeridas pelos corpos dos dois irmãos para acompanhar o movimento de rotação da Terra têm intensidades iguais.

Dê como resposta a soma dos códigos associados às proposições corretas.

44. Uma ambulância de massa igual a 1 500 kg, em atendimento a uma emergência, percorre uma trajetória contida em um plano horizontal que, em determinado local, se apresenta em forma de curva circular em 90°, conforme representa a figura. O veículo entra na curva com velocidade v_1 = 144 km/h e diminui uniformemente a velocidade, saindo da curva com velocidade v_2 = 72 km/h. Sabendo-se que a curva é percorrida em 5,0 s e que $\pi \cong 3$, determine:

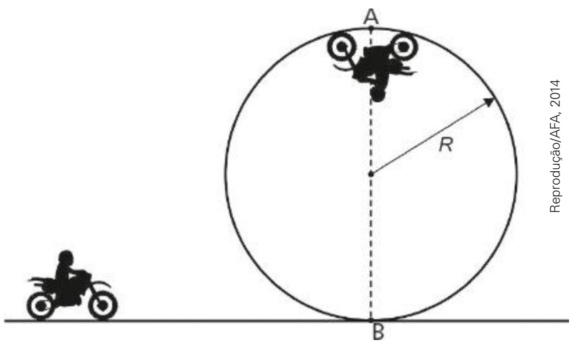


Banco de imagens/Arquivo da editora

a) a intensidade da força tangencial que provoca a frenagem da ambulância ao longo da curva;

b) a intensidade da força centrípeta que mantém a ambulância na curva, no instante em que sua velocidade for 108 km/h.

45. (AFA-SP) Um motociclista, pilotando sua motocicleta, move-se com velocidade escalar constante durante a realização do *looping* da figura abaixo.



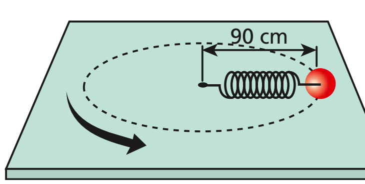
Reprodução/AFA, 2014

Quando está passando pelo ponto mais alto dessa trajetória circular, o motociclista lança, para trás, um objeto de massa desprezível, comparada à massa de todo o conjunto motocicleta-motociclista. Dessa forma, o objeto cai, em relação à superfície da Terra, como se tivesse sido abandonado em **A**, percorrendo uma trajetória retilínea até **B**. Ao passar, após esse lançamento, em **B**, o motociclista consegue recuperar o objeto imediatamente antes dele tocar o solo.

Desprezando-se a resistência do ar e as dimensões do conjunto motocicleta-motociclista, e considerando $\pi^2 = 10$, a razão entre a intensidade da força normal (N), que age sobre a motocicleta no instante em que passa no ponto **A**, e a intensidade do peso (P) do conjunto motocicleta-motociclista, (N/P), será igual a

a) 0,5 b) 1,0 c) 1,5 d) 3,5

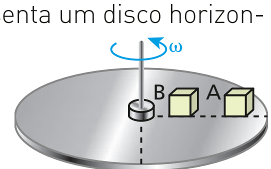
46. Na situação esquematizada na figura, a mesa é plana, horizontal e perfeitamente polida. A mola tem massa desprezível, constante elástica igual a $2{,}0 \cdot 10^2$ N/m e comprimento natural (sem deformação) de 80 cm.



Banco de imagens/Arquivo da editora

Se a esfera (massa de 2,0 kg) descreve movimento circular e uniforme, qual o módulo da sua velocidade tangencial?

47. O esquema ao lado representa um disco horizontal que, acoplado rigidamente a um eixo vertical, gira uniformemente sem sofrer resistência do ar:



Banco de imagens/Arquivo da editora

Sobre o disco, estão apoiados dois blocos, **A** e **B**, constituídos de materiais diferentes, que distam do eixo 40 cm e 20 cm respectivamente. Sabendo que, nas condições do problema, os blocos estão na iminência de deslizar, obtenha:

a) a relação v_A/v_B das velocidades lineares de **A** e de **B** em relação ao eixo;

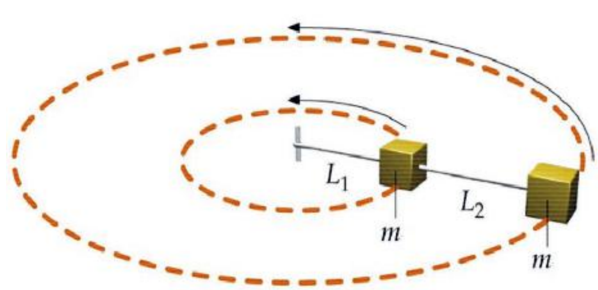
b) a relação μ_A/μ_B dos coeficientes de atrito estático entre os blocos **A** e **B** e o disco.

48. (IJSO) Responda às duas questões a seguir:

a) Um passageiro de massa 50 kg está sentado em uma roda-gigante que tem movimento circular vertical de raio 35 m. Ela gira com uma velocidade angular constante e realiza uma volta completa a cada 50 s. Calcule a intensidade da força exercida pelo assento sobre o passageiro na parte mais baixa desse movimento circular. Considere a aceleração da gravidade 9,8 m/s^2. Adote $\pi^2 = 10$.

Reprodução/IJSO, 2011

b) A figura mostra um pequeno bloco de massa m preso na extremidade de um fio de comprimento L_1. O bloco realiza um movimento circular horizontal em uma mesa sem atrito. Um segundo pequeno bloco de mesma massa m é preso ao primeiro por um fio de comprimento L_2, e também descreve um movimento circular como mostrado na figura.



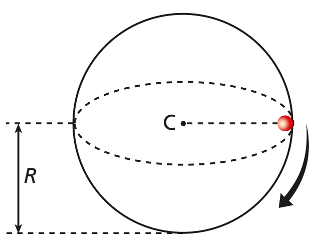
Reprodução/IJSO, 2011

Se o período do movimento é T, determine a expressão para a força de tração F_{T_1}, no fio L_1, em função dos dados fornecidos.

49. (Fuvest-SP) Um caminhão, com massa total de 10 000 kg, está percorrendo uma curva circular plana e horizontal a 72 km/h (ou seja, 20 m/s) quando encontra uma mancha de óleo na pista e perde completamente a aderência. O caminhão encosta então no muro lateral que acompanha a curva e que o mantém em trajetória circular de raio igual a 90 m. O coeficiente de atrito entre o caminhão e o muro vale 0,30. Podemos afirmar que, ao encostar no muro, o caminhão começa a perder velocidade à razão de, aproximadamente:

a) $0{,}070\ m \cdot s^{-2}$ c) $3{,}0\ m \cdot s^{-2}$ e) $67\ m \cdot s^{-2}$
b) $1{,}3\ m \cdot s^{-2}$ d) $10\ m \cdot s^{-2}$

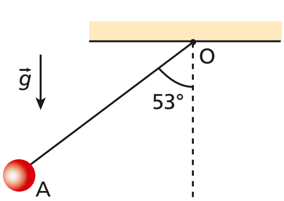
50. (UPM-SP) Um corpo de pequenas dimensões realiza voltas verticais no sentido horário dentro de uma esfera rígida de raio R = 1,8 m. Na figura abaixo, temos registrado o instante em que sua velocidade tem módulo igual a 6,0 m/s e a força de atrito, devido ao contato com a esfera, é equilibrada pelo peso. Nessas condições, determine o coeficiente de atrito cinético entre o corpo e a esfera.



Reprodução/Arquivo da editora

Adote $g = 10\ m/s^2$ e não considere o efeito do ar.

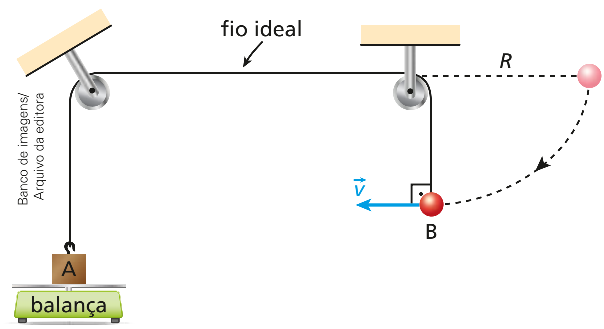
51. Na figura a seguir, representa-se um pêndulo fixo em **O**, oscilando num plano vertical. No local, despreza-se a influência do ar e adota-se $g = 10\ m/s^2$. A esfera tem massa de 3,0 kg e o fio é leve e inextensível, apresentando comprimento de 1,5 m. Se, na posição **A**, o fio forma com a direção vertical um ângulo de 53° e a esfera tem velocidade igual a 2,0 m/s, determine a intensidade da força de tração no fio.
Dados: sen 53° = 0,80; cos 53° = 0,60.



Banco de imagens/Arquivo da editora

52. Uma partícula de massa 3,0 kg parte do repouso no instante $t_0 = 0$, adquirindo movimento circular uniformemente acelerado. Sua aceleração escalar é de $4{,}0\ m/s^2$ e o raio da circunferência suporte do movimento vale 3,0 m. Para o instante $t_1 = 1{,}0$ s, calcule a intensidade da força resultante sobre a partícula.

53. Na situação esquematizada na figura, um bloco **A**, de massa $m_A = 8{,}0$ kg, está em repouso sobre a plataforma de uma balança preso a um fio que passa por duas polias fixas ideais niveladas na mesma horizontal. Esse fio tem sua outra extremidade atada a uma pequena esfera **B**, de massa $m_B = 1{,}0$ kg, que vai partir do repouso da posição indicada, passando a descrever uma trajetória circular de raio R = 0,10 m.



Banco de imagens/Arquivo da editora

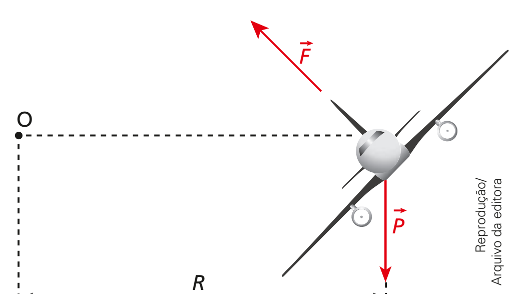
Sabendo-se que no local a influência do ar é desprezível, que $g = 10{,}0\ m/s^2$ e que quando a esfera **B** passa pela posição mais baixa de sua trajetória a balança indica 30,0 N, nesse instante, pede-se determinar:

a) a intensidade *T* da força de tração no fio;
b) o módulo *v* da velocidade do corpo **B**.

54. (AFA-SP) Na aviação, quando um piloto executa uma curva, a força de sustentação ($\vec{F}$) torna-se diferente do peso do avião ($\vec{P}$). A razão entre *F* e *P* é chamada fator de carga (*n*):

$$n = \frac{F}{p}$$

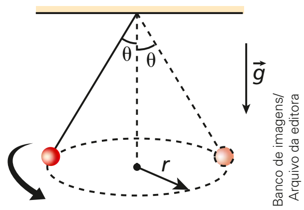
Um avião executa um movimento circular e uniforme, conforme a figura, em um plano horizontal com velocidade escalar de 40 m/s e com fator de carga igual a $\frac{5}{3}$.



Reprodução/Arquivo da editora

Supondo $g = 10\ m \cdot s^{-2}$, calcule o raio *R* da circunferência descrita pelo avião.

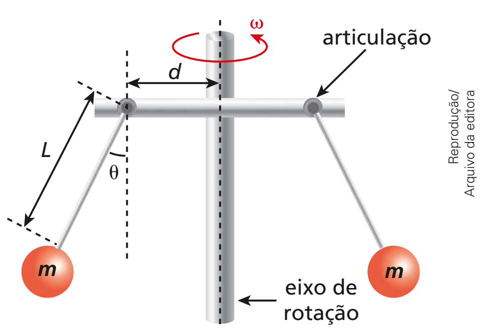
55. No esquema ao lado, representa-se um pêndulo cônico operando em condições ideais. A esfera pendular descreve movimento circular e uniforme, num plano horizontal, de modo que o afastamento angular do fio em relação à vertical é θ. Sendo g o módulo do campo gravitacional do local e r o raio da circunferência descrita pela esfera pendular:



a) calcule o período de revolução do pêndulo;

b) discuta, justificando, se o período calculado no item anterior seria modificado se o pêndulo fosse levado para um outro local, de aceleração da gravidade igual a $\frac{g}{4}$.

56. (Unicamp-SP) As máquinas a vapor, que foram importantíssimas na Revolução Industrial, costumavam ter um engenhoso regulador da sua velocidade de rotação, como é mostrado esquematicamente na figura abaixo. As duas esferas afastavam-se do eixo em virtude de sua rotação e acionavam um dispositivo regulador da entrada de vapor, controlando assim a velocidade de rotação, sempre que o ângulo θ atingia 30°. Considere hastes de massa desprezível e comprimento $L = 0,2$ m, com esferas de massas $m = 0,18$ kg em suas pontas, $d = 0,1$ m e $\sqrt{3} \cong 1,8$. Adote $g = 10$ m/s^2.

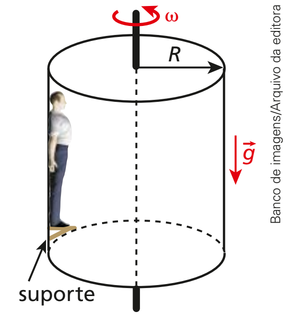


a) Faça um diagrama indicando as forças que atuam sobre uma das esferas.

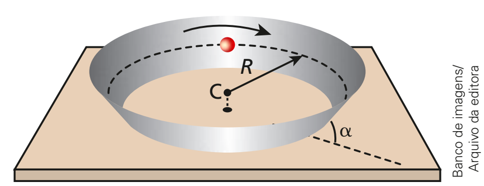
b) Calcule a velocidade angular ω para a qual $\theta = 30°$.

57. Em alguns parques de diversões, existe um brinquedo chamado rotor, que consiste em um cilindro oco, de eixo vertical, dentro do qual é introduzida uma pessoa:

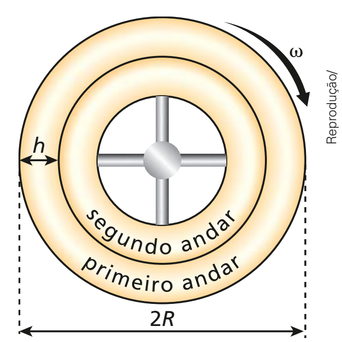
De início, a pessoa apoia-se sobre um suporte, que é retirado automaticamente quando o rotor gira com uma velocidade adequada. Admita que o coeficiente de atrito estático entre o corpo da pessoa e a parede interna do rotor valha μ. Suponha que o módulo da aceleração da gravidade seja g e que o rotor tenha raio R. Calcule a mínima velocidade angular do rotor, de modo que, com o suporte retirado, a pessoa não escorregue em relação à parede.



58. Considere uma superfície, em forma de tronco de cone, fixa sobre uma mesa, conforme representa a figura. Seja α o ângulo formado entre a parede externa da superfície e a mesa. Uma partícula de massa m percorre a parede interna da superfície em movimento uniforme, descrevendo uma circunferência de raio R, contida em um plano horizontal. Desprezando todos os atritos e adotando para a aceleração da gravidade o valor g, calcule a intensidade da velocidade linear da partícula.



59. (Unifesp) Uma estação espacial, construída em forma cilíndrica, foi projetada para contornar a ausência de gravidade no espaço. A figura mostra, de maneira simplificada, a secção reta dessa estação, que possui dois andares.



Para simular a presença de gravidade, a estação deve girar em torno do seu eixo com certa velocidade angular. Se o raio externo da estação é R:

a) deduza a velocidade angular ω com que a estação deve girar para que um astronauta, em repouso no primeiro andar e a uma distância R do eixo da estação, fique sujeito a uma aceleração de módulo igua a g;

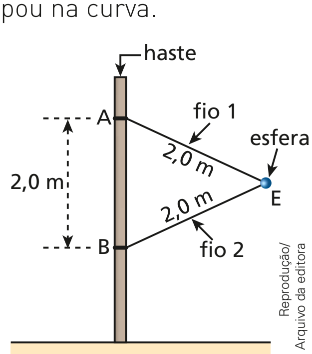
b) suponha que o astronauta, cuja massa vale m, vá para o segundo andar, a uma distância h do piso do andar anterior. Calcule o peso do astronauta nessa posição e compare-o com o seu peso quando estava no primeiro andar. O peso aumenta, diminui ou permanece inalterado?

Para raciocinar um pouco mais

60. Admita que fosse possível reunir, num mesmo grande prêmio de Fórmula 1, os memoráveis pilotos Chico Landi, José Carlos Pace, Emerson Fittipaldi, Ayrton Senna e Nelson Piquet. Faltando apenas uma curva plana e horizontal para o final da prova, observa-se a seguinte formação: na liderança, vem Pace, a 200 km/h; logo atrás, aparece Landi, a 220 km/h; em terceira colocação, vem Senna, a 178 km/h, seguido por Fittipaldi, a 175 km/h. Por último, surge Piquet, a 186 km/h. A curva depois da qual os vencedores recebem a bandeirada final é circular e seu raio vale 625 m. Sabendo-se que o coeficiente de atrito estático entre os pneus dos carros e a pista é igual a 0,40 e que $g = 10\ m/s^2$, é muito provável que tenha ocorrido o seguinte:

a) Pace venceu a corrida, ficando Landi em segundo lugar, Senna em terceiro, Fittipaldi em quarto e Piquet em quinto.
b) Landi venceu a corrida, ficando Pace em segundo lugar, Piquet em terceiro, Senna em quarto e Fittipaldi em quinto.
c) Senna venceu a corrida, ficando Fittipaldi em segundo lugar; Pace, Landi e Piquet derraparam na curva.
d) Piquet venceu a corrida, ficando Senna em segundo lugar e Fittipaldi em terceiro; Pace e Landi derraparam na curva.
e) Pace venceu a corrida, ficando Senna em segundo lugar, Fittipaldi em terceiro e Piquet em quarto; Landi derrapou na curva.

61. (Unip-SP) Uma pequena esfera **E**, de massa 1,0 kg, gira em torno de uma haste vertical com velocidade angular constante de 5,0 rad/s.

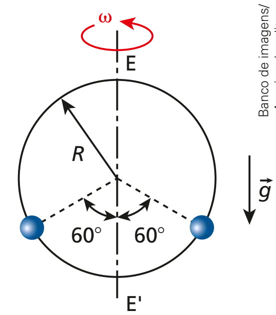


A esfera está ligada à haste por dois fios ideais de 2,0 m de comprimento cada um, que estão em contato com a haste por meio de dois anéis, **A** e **B**, a uma distância fixa de 2,0 m um do outro. A esfera **E** não se desloca verticalmente.

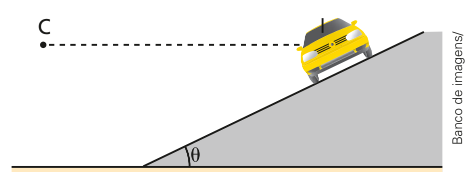
Adote $g = 10\ m/s^2$ e despreze o efeito do ar.

Determine as intensidades T_1 e T_2 das forças que tracionam os fios 1 e 2.

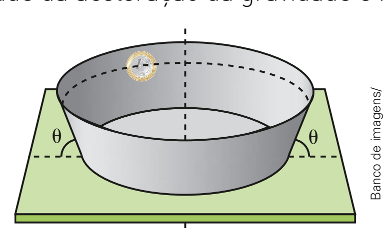
62. Um aro metálico circular e duas esferas são acoplados conforme a figura ao lado. As esferas são perfuradas diametralmente, de modo a poderem se deslocar ao longo do aro, sem atrito. Sendo *R* o raio do aro e *m* a massa de cada esfera, determine a velocidade angular que o aro deve ter, em torno do eixo vertical **EE'**, para que as esferas fiquem na posição indicada. A aceleração da gravidade tem intensidade *g*.



63. Um automóvel está em movimento circular e uniforme com velocidade escalar *v*, numa pista sobrelevada de um ângulo θ em relação à horizontal. Sendo μ o coeficiente de atrito estático entre os pneus e a pista, *R* o raio da trajetória e *g* a intensidade do campo gravitacional, determine o valor máximo de *v*, de modo que não haja deslizamento lateral do veículo.



64. Uma moeda descreve movimento circular e uniforme com velocidade angular ω encostada na parede interna de um recipiente em forma de tronco de cone, com eixo vertical. A trajetória descrita pelo objeto tem raio *R* e está contida num plano horizontal. As paredes do recipiente formam um ângulo θ com uma superfície horizontal de apoio e, no local, a influência do ar é desprezível e a intensidade da aceleração da gravidade é igual a *g*.



Sendo μ o coeficiente de atrito dinâmico entre a moeda e a parede interna do recipiente, pede-se determinar o mínimo valor de ω para a moeda não escorregar.

65. (Fuvest-SP) Um brinquedo consiste em duas pequenas bolas **A** e **B**, de massas iguais a *M*, e um fio flexível e inextensível: a bola **B** está presa na extremidade do fio e a bola **A** possui um orifício pelo qual o fio passa livremente. Para operar adequadamente o dispositivo, um jovem (com treino) deve segurar a extremidade livre do fio e girá-la de maneira uniforme num plano horizontal, de modo que as bolas realizem movimentos circulares e horizontais, de mesmo período, mas de raios diferentes. Nessa situação, como indicado na figura 1, as bolas permanecem em lados opostos em relação ao eixo vertical fixo, que apenas toca os pontos **O** e **Q** do fio. Na figura 2, estão indicados os raios das trajetórias de **A** e **B**, bem como os ângulos que os dois segmentos do fio fazem com a horizontal.

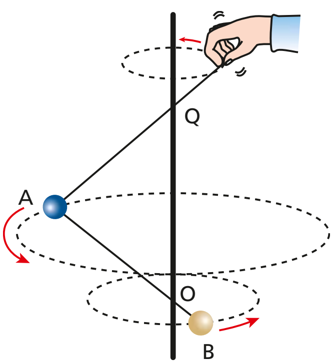


figura 1

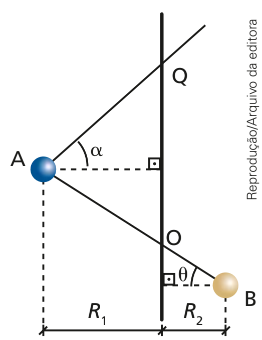


figura 2

Note e adote:
Os atritos e a influência do ar são desprezíveis. A aceleração da gravidade tem módulo $g = 10\ m/s^2$. $\text{sen}\ \theta \cong 0{,}4$; $\cos\theta \cong 0{,}9$ e $\pi \cong 3$.

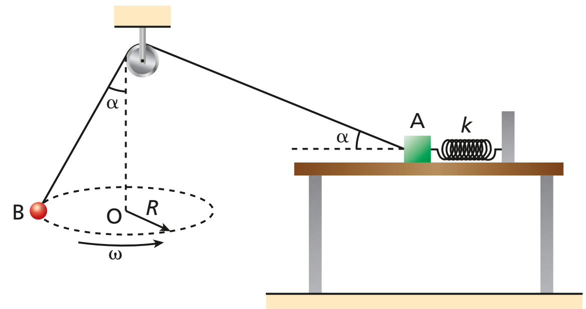
Determine:

a) a intensidade *F* da força de tração, admitida constante em toda a extensão do fio, em função de *M* e *g*;

b) a razão $K = \text{sen}\ \alpha/\text{sen}\ \theta$ entre os senos dos ângulos indicados na figura 2;

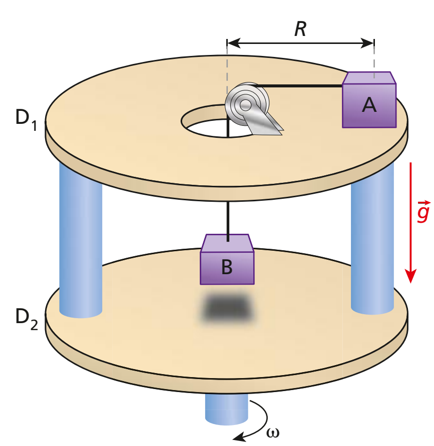
c) o número de voltas por segundo que o conjunto deve realizar no caso de o raio R_2 da trajetória descrita pela bola **B** ser igual a 0,10 m.

66. (IME-RJ) Uma mola ideal de constante elástica igual a *k* está distendida, fixa no corpo **A**, de massa m_A. Um fio leve e inextensível passa por uma roldana de dimensões desprezíveis e tem suas extremidades presas ao corpo **A** e ao corpo **B**, de massa m_B, que realiza um movimento circular e uniforme com raio *R* e velocidade angular ω em um plano horizontal.



O corpo **A** encontra-se sobre uma mesa horizontal na iminência de movimento no sentido de reduzir a distensão da mola e sua massa é suficientemente grande para mantê-lo sempre apoiado sobre a mesa. Sabendo-se que a aceleração da gravidade tem módulo *g* e que o coeficiente de atrito estático entre o corpo **A** e a mesa é igual a μ, pede-se calcular a deformação *x* da mola.

67. Na situação esquematizada a seguir, o sistema realiza rotação uniforme de modo que o bloco **A** permanece apoiado sobre o disco horizontal $\mathbf{D_1}$ sem deslizar em relação a este. O bloco **B**, por sua vez, mantém-se em equilíbrio na vertical preso a um fio ideal que o conecta a **A**, sem tocar no disco $\mathbf{D_2}$, também horizontal. As massas de **A** e **B** valem respectivamente *m* e *M* e o coeficiente de atrito estático entre **A** e $\mathbf{D_1}$ vale μ.



Sendo $\omega_{máx}$ e $\omega_{mín}$, respectivamente, as velocidades angulares máxima e mínima do sistema que atendem às condições do problema e desprezando-se a influência do ar, calcule a relação entre $\omega_{máx}$ e $\omega_{mín}$.

APÊNDICE

Força centrífuga

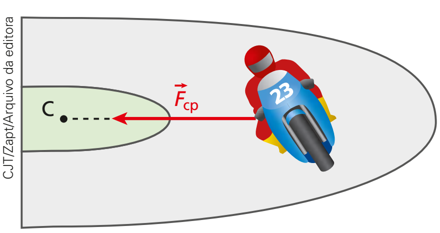
Thinkstock/Getty Images

Pessoas se divertindo no brinquedo conhecido como chapéu mexicano.

Uma atração muito concorrida nos parques de diversões é o chapéu mexicano, como o que aparece na fotografia. A rotação do dispositivo faz com que as pessoas descrevam trajetórias circulares de raios tanto maiores quanto maior for a velocidade angular do sistema. Para um referencial solidário ao banco ocupado por uma pessoa, esta se encontra em equilíbrio, o que torna nula a resultante das forças em seu corpo. Isso requer uma força de inércia, denominada **força centrífuga**, definida apenas em relação ao referencial acelerado do banco. Do ponto de vista da pessoa, é a força centrífuga que puxa seu corpo para fora da trajetória, fazendo-o distanciar-se do eixo de rotação do brinquedo. A força centrífuga somada vetorialmente com as demais forças (peso, força de tração aplicada pelo cabo de sustentação do banco, resistência do ar, etc.) torna nula a força resultante no corpo da pessoa, o que justifica seu equilíbrio no referencial do banco. É importante salientar, porém, que a força centrífuga não é definida em relação ao solo (referencial inercial); só é "sentida" no referencial acelerado associado ao banco.

Consideremos um conjunto moto-piloto descrevendo uma curva circular em movimento uniforme. Nesse caso, em relação a um referencial ligado ao solo (referencial inercial), a resultante das forças no corpo do piloto é radial e dirigida para o centro da curva, sendo denominada **centrípeta** ($\vec{F}_{cp}$).

CJT/Zapt/Arquivo da editora



Em relação a um referencial no solo, a resultante das forças no corpo do piloto é **centrípeta**.

Chamando de *m* a massa do piloto, de *v* a intensidade da velocidade e de *R* o raio de curvatura da trajetória, temos:

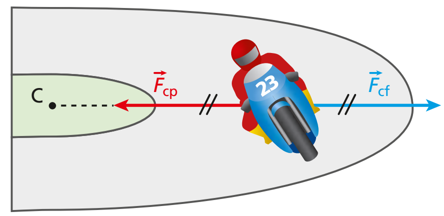
$$|\vec{F}_{cp}| = \frac{mv^2}{R}$$

Em relação a um referencial ligado à moto (referencial acelerado), entretanto, o piloto está em repouso e, por isso, a resultante das forças que agem em seu corpo deve ser nula. Isso significa que, em relação a esse referencial, deve ser considerada uma força que equilibra a resultante centrípeta. A equilibrante da força centrípeta é, portanto, uma força também radial, porém dirigida para fora da trajetória, sendo denominada **centrífuga** ($\vec{F}_{cf}$).

Destaquemos que a intensidade da força centrífuga é igual à da força centrípeta:

$$|\vec{F}_{cf}| = |\vec{F}_{cp}| \Rightarrow |\vec{F}_{cf}| = \frac{mv^2}{R}$$

A força centrífuga é uma **força de inércia** que é introduzida para justificar o equilíbrio de um corpo em relação a um referencial acelerado quando este corpo descreve trajetórias curvilíneas em relação a um referencial inercial. Trata-se de uma força fictícia, já que não é consequência de nenhuma interação: é um artifício criado para que as duas primeiras leis de Newton possam ser usadas em referenciais em que elas não valem.



CJT/Zapt/Arquivo da editora

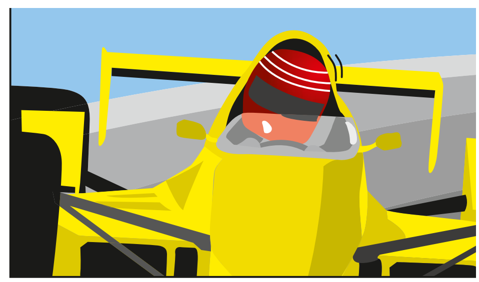
Em relação a um referencial na moto, a resultante das forças no corpo do piloto é nula; a força centrífuga equilibra a força centrípeta.

JÁ PENSOU NISTO?

Haja pescoço!

Um piloto de Fórmula 1 tem a musculatura do pescoço bastante solicitada ao fazer uma curva. Em relação a um referencial no carro, isso se deve à **força centrífuga**, que "puxa" sua cabeça para fora da trajetória. Alguns amenizam esse efeito adaptando elásticos, que conectam o capacete aos ombros.

Deve-se entender, entretanto, que a força centrífuga não existe para quem vê a corrida parado em relação ao solo; ela é definida em relação ao carro, que é um referencial acelerado (não inercial).



Luis Fernando R. Tucillo/Arquivo da editora

Faça você mesmo

Pêndulo cônico

Um pequeno corpo preso a um fio realiza movimento circular e uniforme em um plano horizontal.

O sistema assim descrito denomina-se **pêndulo cônico**.

Material necessário

- Aproximadamente 50 cm de barbante;
- 1 pequeno objeto de aproximadamente 50 g de massa.

Procedimento

I. Prenda o corpo em uma das extremidades do barbante.

II. Pegue esse conjunto e faça o objeto girar num plano horizontal descrevendo uma circunferência com velocidade de intensidade constante.

III. Você notará que o barbante varrerá no espaço uma superfície cônica e permanecerá formando um ângulo θ invariável em relação a um eixo imaginário vertical baixado do ponto de suspensão **O**.

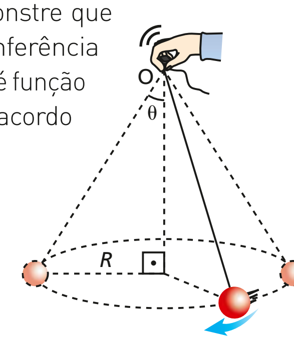
IV. Você poderá verificar que, aumentando-se a intensidade da velocidade, o ângulo θ e o raio *R* da circunferência descrita pelo objeto também ficarão maiores, isto é, mais o barbante tenderá a ficar horizontal.

Desenvolvimento

1. Considerando-se um referencial ligado ao objeto, você poderá dizer que, quanto maior for a intensidade da velocidade, maior será a força centrífuga? Isso justifica o afastamento do objeto em relação ao eixo vertical do dispositivo?

2. Sendo *L* o comprimento do barbante, *g* a intensidade da aceleração da gravidade e ω a velocidade angular, demonstre que o raio *R* da circunferência descrita pelo objeto é função crescente de ω de acordo com a expressão:

$$R = \sqrt{L^2 - \frac{g^2}{\omega^4}}$$



Banco de imagens/Arquivo da editora

Exercícios

68. Com relação à força centrífuga, aponte a alternativa incorreta:

a) É ela que "puxa" o nosso corpo para fora da trajetória quando fazemos uma curva embarcados em um veículo qualquer.

b) Numa mesma curva, sua intensidade cresce com o quadrado da velocidade do corpo.

c) Tem a mesma intensidade que a força centrípeta, porém sentido oposto.

d) É uma força de inércia, que só é definida em relação a referenciais acelerados.

e) É a reação à força centrípeta.

69. Considere a Lua (massa *M*) em sua gravitação em torno da Terra. Admita que, em relação à Terra, a órbita da Lua seja circular de raio *R* e que sua velocidade vetorial tenha intensidade *v*.

Analise os esquemas ao lado nos quais estão representadas forças na Lua com suas respectivas intensidades.

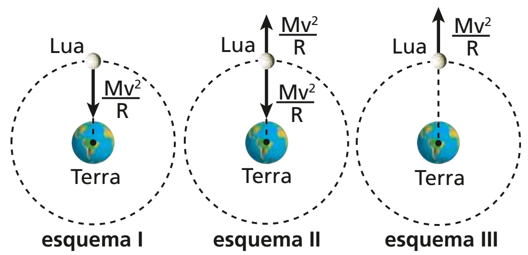
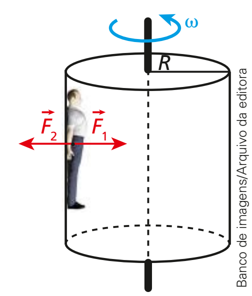


Ilustração com tamanhos e distâncias fora de escala.

Para um referencial na Terra e um na Lua, os esquemas corretos são, respectivamente:

a) I e II. b) I e III. c) II e III. d) I e I. e) II e II.

70. Considere um cilindro oco de raio *R*, como o esquematizado ao lado, em rotação em torno de um eixo vertical com velocidade angular igual a ω. Uma pessoa de massa *m* está acompanhando o movimento do sistema apenas encostada na parede interna do cilindro, porém na iminência de escorregar. As forças horizontais $\vec{F}_1$ (reação normal da parede) e $\vec{F}_2$ ($\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$) têm sentidos opostos e estão aplicadas no corpo da pessoa.



A respeito dessa situação, analise as proposições abaixo:

(01) Diminuindo-se a velocidade angular do cilindro aquém do valor ω, a pessoa escorrega em relação à parede, deslocando-se para baixo.

(02) Aumentando-se a velocidade angular do cilindro além do valor ω, a pessoa escorrega em relação à parede, deslocando-se para cima.

(04) Em relação a um referencial externo, fixo no solo, não deve ser considerada $\vec{F}_1$. $\vec{F}_2$ é a resultante centrífuga, de intensidade dada por $m\omega^2/R$.

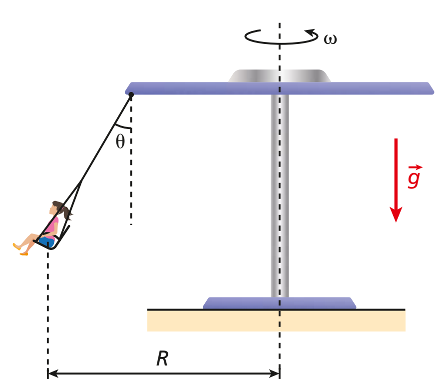
(08) Em relação a um referencial externo, fixo no solo, não deve ser considerada $\vec{F}_2$. $\vec{F}_1$ é a resultante centrípeta, de intensidade dada por $m\omega^2R$.

(16) Em relação a um referencial interno, fixo no cilindro, devem ser consideradas $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, ambas com intensidade dada por $m\omega^2R$. $\vec{F}_2$ é a força centrífuga que equilibra $\vec{F}_1$.

Dê como resposta a soma dos números associados às proposições corretas.

71. Para pessoas imunes a vertigens e enjoos, o chapéu mexicano, com seu frenético movimento giratório que projeta os usuários para fora do prumo vertical, é uma das grandes atrações dos parques de diversões.

No esquema ao lado, uma pessoa que ocupa um dos assentos do chapéu mexicano descreve, com velocidade angular ω, um movimento circular e uniforme em um plano horizontal em torno do eixo vertical do brinquedo.



Sendo *g* a intensidade da aceleração da gravidade e *R* o raio da circunferência descrita pela pessoa, pedem-se:

a) determinar o valor do ângulo θ formado entre as amarras do assento e a direção vertical;

b) desenhar um vetor que indique a aceleração da gravidade aparente, como sentida pela pessoa em seu assento, calculando-se também a intensidade desse vetor.

Respostas

Unidade 1 – Cinemática

Tópico 1 – Introdução à Cinemática escalar

1. d

2. a) 26 km b) 40 km

4. a) I. Circular; II. Helicoidal.
b) I. Retilínea; II. Parabólica.

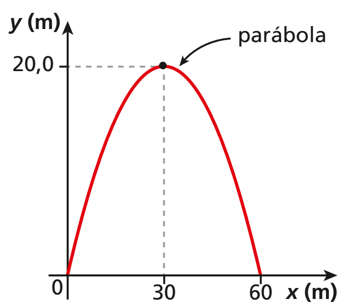
5. d

6. e

7. a) Circunferência.
b) Hélice cilíndrica.

8. a) 0,50 rps
b) Segmento de reta.
c) Espiral.

10. a) $y = \frac{4,0}{3,0}x - \frac{x^2}{45,0}$ (SI)
b) Alcance horizontal: 60 m e altura máxima: 20,0 m



Banco de imagens/Arquivo da editora

11. 2 min 30 s

13. 225 km/h

14. 2 m/s^2

15. 15,0 m e −6,0 m/s^2

16. Na subida: movimento retardado; na descida: movimento acelerado.

18. a) De 0 a t_1: Movimento progressivo e acelerado.
De t_1 a t_2: Movimento progressivo e uniforme.
De t_2 a t_3: Movimento progressivo e retardado.
De t_3 a t_4: Movimento retrógrado e acelerado.
De t_4 a t_5: Movimento retrógrado e retardado.
De t_5 a t_6: Movimento progressivo e acelerado.
b) t_3 e t_5

19. a) 60 pessoas.
b) 70 m

20. 6 cm/s

21. 72 km/h

23. a) 10 m b) 0,5 m/s

25. a) $\frac{25L}{12v}$ b) $\frac{48v}{25}$

27. a) 10 s;
b) 20 s;
c) 2,7 cm/s

29. d

30. a) Aproximadamente 11,6 m/s^2
b) Aproximadamente 149,2 km/h

31. a) 230,4 km/h
b) 6 m/s^2

32. c

34. a) 25,0 m
b) 5,0 m/s
c) De 1,0 s a 2,0 s: Movimento progressivo e retardado.
De 2,0 s a 3,0 s: Movimento retrógrado e acelerado.
d) Inversão no sentido do movimento.

35. c

36. b

37. b

38. 36 min

39. 102,3 km/h

40. a) 72 km/h b) 3 m

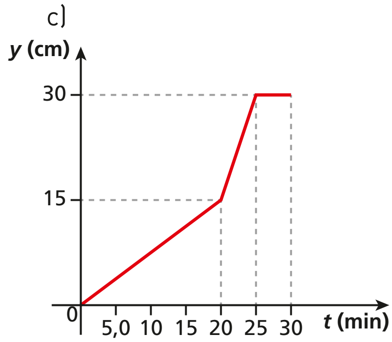
41. a

42. a) 80 m c) 100 m
b) 60 m

43. $3,0 \cdot 10^3$ m ou 3,0 km

44. a) 96 m c) 192 m
b) 288 m

45. a) 25,0 min
b) 4
c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

46. a) $y = \sqrt{27,0x}$ (*x* e *y* em metros)
b) Arco de parábola com eixo de simetria em *x*.

47. a) Repouso.
b) Movimento no plano xy.
c) Movimento ao longo de uma reta paralela ao eixo z.
d) Repouso ou movimento sobre a reta x = y = z.

48. a) π b) $\frac{4L}{v}$

49. 13 h 36 min

50. a) $2,0 \cdot 10^{-2}$ s
b) 6,0 s

51. a) 5,0 m b) 4,0 s

Tópico 2 – Movimento uniforme

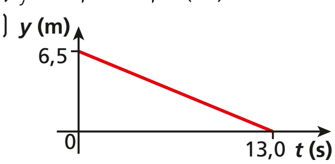
1. 20 cm/s

2. c

3. Aproximadamente 100 μs

5. d

7. a) Retrógrado.
b) y = 6,5 − 0,5t (SI)
c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

8. e

9. d

11. 120 km

12. a) 100 m
b) 260 s ou 4 min 20 s

13. 400 m/s

15. 1 450 m/s

16. d > 17 m

17. a) 80 s ou 1 min 20 s
b) 160 passos.

18. a) 100 s ou 1 min 40 s
b) 2,0 km

20. a) 8,0 s
b) 36,0 m

22. a) 20 s
b) 37,5 passos.

24. d

25. d

26. a) 13 s
b) 390 m e 260 m

27. a) 8,0 s
b) 9,8 m/s
c) Aproximadamente 9,3 m

28. a) 20 min   c) 10 s
b) 18 km

29. a) 360 m
b) $\frac{8}{9}$
c) 648 s ou 10 min 48 s

30. b

31. a) 8 min 20 s
b) 5 passos e 2 500 passos

32. d

33. c

34. d

35. 340 m/s

36. a) 0,80 s   b) 0,26 s

37. c

38. a) 2,5 s   b) 425 m

39. b

40. a) 6,0 m/s   b) 10,0 m

41. $\frac{L + v_2T}{v_1 + v_2}$

42. 40 s

43. 4,0 m/s e 20 m/s

44. 6,0 m

45. c

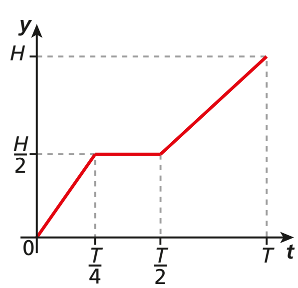
46. a) $T_B = 89$ s   b) 400 s

47. $\frac{H}{H - h}v$

48. 216 km/h

49. a) Aproximadamente 421 m/s
b) É supersônico.

50. a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

b) 2

51. a) $s_A = 6{,}0t$ (SI) e $s_B = 8{,}0(t - 2{,}0)$ (SI)
b) 48,0 m
c) 192 m

Tópico 3 – Movimento uniformemente variado

1. 22

3. a) 288 km/h   b) 4,0 m/s²

5. a) 0,50 m/s²
b) 11º andar.
c) 1,6 m/s

6. e

7. a) 0,20 m/s²
b) 125 m e 160 m
c) 2,5 m/s

8. a) 1,5 s e 5,0 m/s²
b) 1,0 g/L e 77 g

10. 10

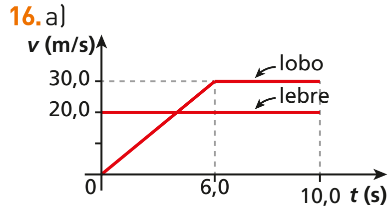
11. a) 200 m   b) 4,0 m/s²

12. a) 54 km/h
b) 1,5 m/s²

14. a) 250 m   c) 15 s
b) 25 m/s

15. a) Para os dois veículos: 10 m/s
b) 480 m

16. a)



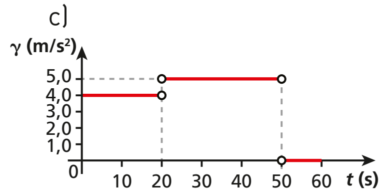
Banco de imagens/Arquivo da editora

b) Não alcança.

17. a) 0,20 cm/s²
b) 0,75 cm/s
c) 4,5 m

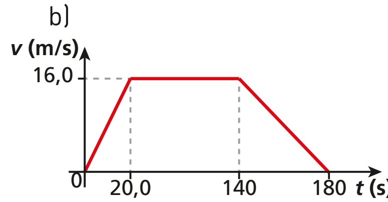
18. a) 54 km/h   b) 108 km/h

19. a) 4 520 m
b) 2 790 m
c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

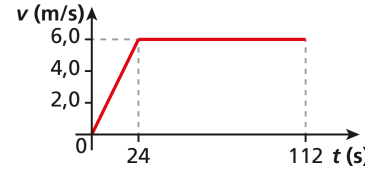
20. a) 180 s
b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

c) 48,0 km/h

21. a) 0,25 m/s²
b) 1 min 52 s
c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

22. d

24. a) 400 m
b) 324 km/h

26. a) 2,0 s
b) Respectivamente, −2,0 m/s e 2,0 m/s

28. a) 12,0 m/s   c) 2,5
b) 4,0 m/s²

29. a) 7,2 km   b) 2,0 min

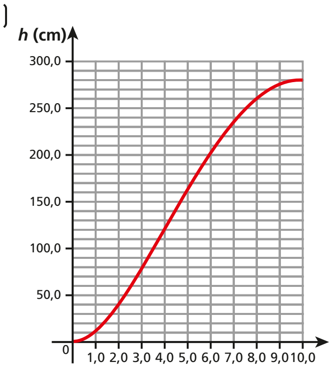
30. b

31. 2,0 s

32. a) I. Equações horárias
$s_L = s_0 + Vt$ (MU)
$s_L = 8{,}0t$ (SI)
$s_B = s_0 + V_0t + \frac{\alpha}{2}t^2$ (MUV)
$s_B = 20{,}0 + 1{,}0t^2$ (SI)
II. Para demonstrar que a leoa não alcança o búfalo, basta mostrar que a equação $s_L = s_B$ não tem solução real ($\Delta < 0$).
De fato: $s_B = s_L$
$1{,}0t^2 + 20{,}0 = 8{,}0t$
$1{,}0t^2 - 8{,}0t + 20{,}0 = 0$
$\Delta = 64{,}0 - 80{,}0 \Rightarrow \Delta < 0$
(não há solução real)
b) 4,0 m

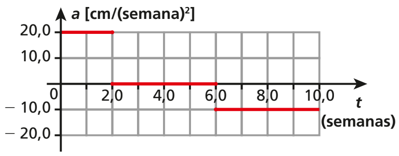
34. 2,0 s e 52,0 m

35. a) 280,0 cm
b)



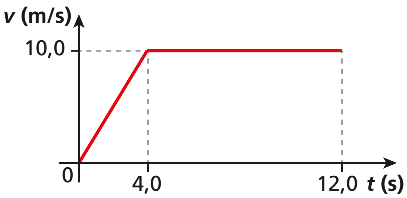
Banco de imagens/Arquivo da editora

c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

36. a) 4,0 s
b) 8,0 s
c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

37. O carro para antes da barreira, a 10 m dela.

38. a) 0,25 m/s^2 e 100 m
b) 0,50 m/s^2

40. a) 5,0 s
b) 150 m

41. a) 20 s
b) 7,5 m/s^2
c) 450 m/s e 1,5 Mach

43. a) 12,0 s
b) 432 km/h

44. a

46. a) 2,0 s b) 100 m

48. a) 12,0 m/s b) 1,2 s

49. a) 5,0 m
b) 10,0 m/s e 12,0 m/s

50. a) 2,0 s b) 20,0 m

52. a) 0,10 s b) 0,15 m

54. 72,0 km/h $\leqslant$ v $\leqslant$ 90,0 km/h

56. a) O homem e a bolinha atingem os respectivos pontos de altura máxima simultaneamente.
b) 0,2 s

57. a) 2,0 s
b) 4,0 m

58. a

59. 3,2 s

60. b

61. a) 2,0 s
b) 1,2 m

62. c

63. e

64. a

65. 2,0 m

66. 6,0 s

67. b

68. a) 0,5 m/s^2
b) 2,0 m/s e 4,0 m/s
c) 4,0 s

69. b

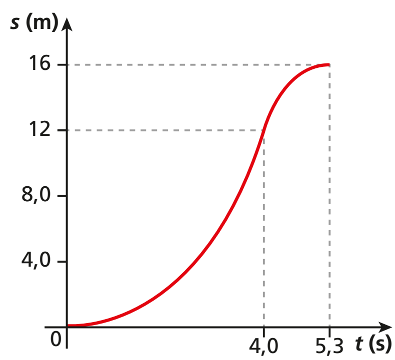
70. a

71. 10,0 m

72. c

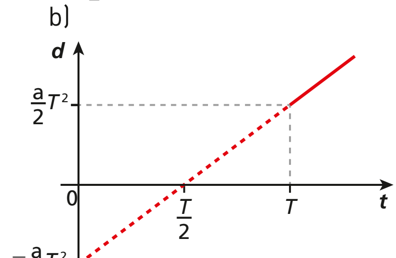
73. a) 0,6 s
b) $0 < \alpha < 2{,}5$ m/s^2 ou $\alpha > 12{,}4$ m/s^2

74. a) 4,5 m/s^2
b) 3,0
c)



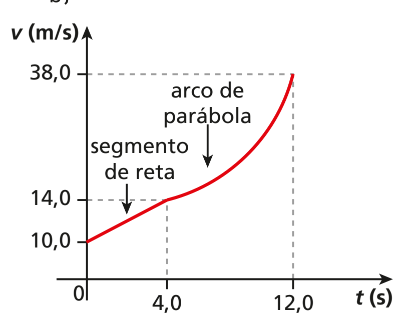
Banco de imagens/Arquivo da editora

75. a) $\frac{a}{2}T^2$
b)



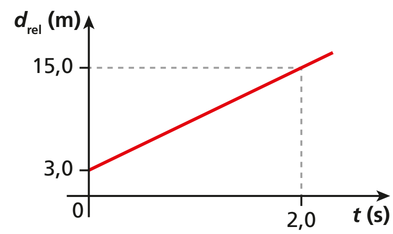
Banco de imagens/Arquivo da editora

76. a) 256 m
b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

77. a) 3,0 m
b) 6,0 m/s
c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

Tópico 4 – Vetores e Cinemática vetorial

1. 15 **2.** c **3.** d **4.** b

6. a) 140 u c) 100 u
b) 20 u

7. 5 unidades $\leqslant |\vec{s}| \leqslant$ 25 unidades

8. 13 u

9. 5 N

10. b

11. a) 1 247 b) 3 568

12. d **13.** e **15.** 5 u **16.** d

17. c **18.** e **19.** b **20.** 39 u

21. 4

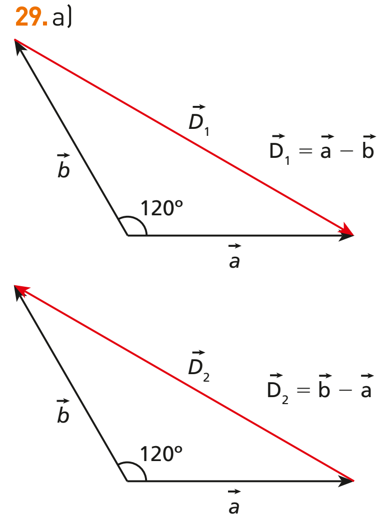
22. 120°

24. a) x b) Zero

25. a) 45 N b) Zero

27. e

29. a)



Ilustrações: Banco de imagens/Arquivo da editora

b) 13 u

30. b **31.** e

32. a) 7,0 N e 17 N
b) 13 N e 13 N

33. b **35.** a **37.** e

38. Na horizontal: $1{,}2 \cdot 10^3$ N; na vertical: $1{,}6 \cdot 10^3$ N.

39. a) 288 km/h c) 800 m
b) 8,0 s

41. a) $4{,}0\vec{i} + 3{,}0\vec{j}$ (N)
b) 0,60

43. a) 100 km/h b) 50 km/h

44. a) 100 m
b) 5,0 m/s e 7,0 m/s

45. a) 3,0 min b) 10 km/h

46. a

47. a) 4,5 km/h b) 2,5 km/h

48. a) 2,8 m/s b) 2,0 m/s

50. a) 12 m/s b) 8,0 m/s

51. a) $\frac{\pi}{2}$ b) 1

52. 19 **54.** c **55.** d

56. e **57.** a **58.** c

60. a) **A**: 2,0 m/s^2; **B**: zero e **C**: $-2{,}0$ m/s^2
b) 4,0 m
c) 2,0 m

61. c

62. a) 25 m/s b) 5,0 m/s^2

63. a) (I) e (II) c) (I) e (III)
b) (I) e (IV)

64. b

65. a) 30 km/s
b) $6{,}0 \cdot 10^{-3}$ m/s^2

66. 2,5 m/s^2

67. a) 3,0 m/s b) 5,0 m/s^2

69. a) 12 m/s^2
b) Acelerado.

70. b

72. 15,0 km/h e 21,6 km

73. a) 1,5 m/s b) 20 s

75. d

76. a) 2,5 m/s b) 5,0 m

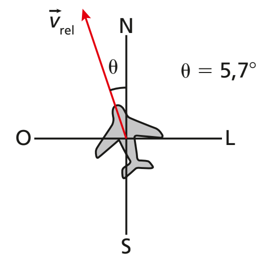
77. b **78.** 8,0 m **79.** 36 h

81. a) 15 min; independe da velocidade da correnteza.
b) 6,25 km

82. 120°

83. a) 100 km/h c) Lado oeste.
b) 200 km/h

84.



85. a

87. a) 30 km/h b) 50 km/h

89. 200 km/h, zero e 140 km/h

91. 60 cm/s para a esquerda

92. a) 10,0 u b) 6,0 u

93. a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$
b) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$
c) $\vec{a} - \vec{c} = \vec{b}$

94. a

95. e

96. Intensidade *F* na direção e no sentido do eixo *y*.

97. a) sen $\theta = 0{,}80$
b) 5,0 m/s

98. a) 5,0 m b) 2,5 m/s

99. a) 3,0 m b) 13 m/s^2

100. a) 8,0 m/s^2 c) 12 m/s^2
b) 90 km/h

101. e

102. c

103. a) 8,0 km b) 20 km/h

104. a) 50 cm b) 1,3 m

105. b

106. a) 6,5 m/s b) 3,0 m/s^2

107. a) 2,0 m/s e 3,0 m
b) 75 rpm

108. a) $\frac{R}{R - r}v$ b) $\frac{r}{R - r}v$

109. c

110. a

111. 10 m/s^2

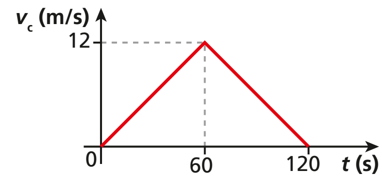
112. v_A cotg θ

113. $\frac{\sqrt{H^2 + D^2}}{D}v$

114. a) v_A sen $\alpha = v_B$ sen β
b) $\beta = 90°$ e v_A sen α
c) $\frac{D}{v_A \cos\alpha + v_B \cos\beta}$

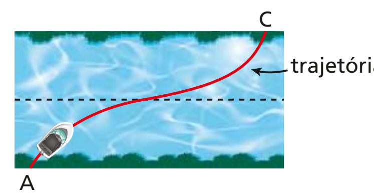
115. a) 120 s = 2,0 min

b)



c) 720 m

d)



116. d

Tópico 5 – Movimentos circulares

1. 11

3. a) 480 m c) 0,16 m/s²
b) 0,20 rad/s

4. a) 250 m c) 0,3
b) 3,6 m/s²

5. c

6. a) 20 s
b) 0,10 rad/s
c) A velocidade escalar do carro sofre variações iguais em intervalos de tempo iguais.

8. a) 24
b) $\frac{12n}{11}$ h $(0 \leqslant n \leqslant 11)$
c) Aproximadamente 3 h 6 min 22 s

10. a) $t_1 = 1{,}2$ min
b) $t_2 = 12$ min

12. a) 0,2 rad/s
b) Mulher 8: 1,4 m/s
c) Mulher 3: 0,4 m/s

13. c

14. d

16. 1,2 s

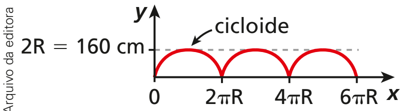
17. a) 15,0 rad/s
b) 27,0 km/h

18. a) 1,0 m b) $\frac{3}{4}$
c) 160 voltas

19. 25 rpm

21. a) 1,6 s b) $\frac{1}{4}$

c) Cicloidal.



Banco de imagens/Arquivo da editora

23. d **25.** a **26.** e **27.** e

28. a) $1,5 \cdot 10^5$
b) $1,2 \cdot 10^4$ rad/s

29. a) 3,0 m/s e 4,5 m/s²
b) 5,0 m/s
c) 37°

30. d **31.** a **32.** e **33.** d

34. d **35.** a **36.** b

37. a) 7,5 m/s²
b) $\dfrac{3}{4}$
c) 100 voltas.

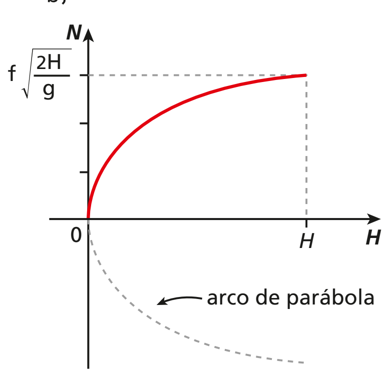
38. b

39. a) $4,5 \cdot 10^2$ m/s
b) $3,4 \cdot 10^{22}$ m/s²
c) Aproximadamente $2,3 \cdot 10^2$ m/s
d) 0°

40. Aproximadamente 16 cm

41. a) 25 200 km/h
b) 2 vezes
c) De 12 em 12 horas

42. a) $N = f\sqrt{\dfrac{2H}{g}}$
b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

43. a) 18 h
b) 36 h

44. a) 48 m; b) 1,25 rad/s; c) 5,0 m/s²

45. a) Aproximadamente $4,2 \cdot 10^4$ rad/s²
b) Aproximadamente 3 333,3 voltas.

46. a) Bloco 1; b) 10 s

Unidade 2 – Dinâmica

Tópico 1 – Os princípios da Dinâmica

2. (I), (IV) **3.** d **4.** 10 N

5. $F_1 = 400$ N e $F_2 = 300$ N ou
$F_1 = 300$ N e $F_2 = 400$ N

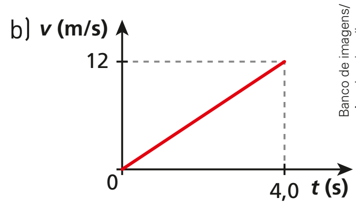
6. e **7.** e **8.** e

9. Não, pois ele contraria o Princípio da Inércia. Para realizar suas manobras radicais, é necessária a atuação de uma força resultante externa.

10. e **11.** a **12.** d **13.** d

14. 23 **15.** d **16.** c

18. a) 3,0 m/s²
b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

19. a) 8,0 N e 12 N
b) 10 m/s

20. $\dfrac{m_A}{m_B} = 3$

21. 4

22. a) 9,0 m/s
b) 7,2 N e zero

23. 4

24. 1,5 m/s²

25. c

26. a) 5,0 m/s² b) 20 N

27. a) 6,0 m/s² b) 4,8 kN

28. O módulo da aceleração é 3,0 m/s², a direção é a de $\vec{F}_1$ ou $\vec{F}_2$ e o sentido é o de $\vec{F}_1$.

29. b

30. a) 174 N b) 100 N

31. 116 N

32. a) A força resultante tem intensidade de 1 000 N (1,0 kN) e direção da força de atrito, porém sentido oposto ao dessa força.
b) $5,0 \cdot 10^{-2}$ m/s²

34. $3,6 \cdot 10^2$ m/s

35. c **36.** a **37.** e **38.** a

40. a) 5,0 kg b) 8,0 N

41. a) 20 kg b) 196 N

42. d **44.** 60 N **45.** c

46. a) $5,0 \cdot 10^2$ kg b) 20 m/s²

47. d

48. a) $6,0 \cdot 10^2$ N b) $4,0 \cdot 10^2$ kg

49. $\dfrac{2Ma}{g + a}$

50. a) 60,0 N c) $\dfrac{1}{2}$
b) 8,0 m/s²

51. a) 6,0 m/s² b) 48 N

53. a) 3,0 kg
b) Tração nula.

54. e **55.** d

57. a) 7,5 m/s² b) 324 km/h

58. c

60. a) 50 m/s
b) 0,30 N · s²/m²
c) 7,5 m/s²

61. b

62. a) 500 N/m b) 25 N

63. c

64. 10 N

65. a) 6,0 cm b) 0,50 N/cm

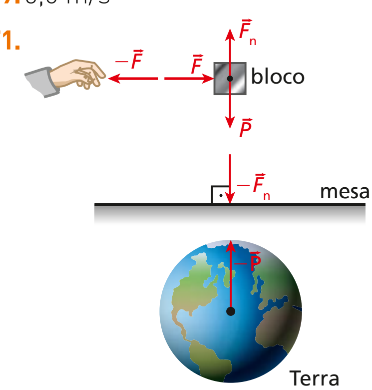
66. a) $\dfrac{1}{3}$ N/cm b) 1,5 N/cm

67. d

68. 16,5 cm

69. 5,0 m/s²

71.



Banco de imagens/Arquivo da editora

72. c

74. 5,0 m/s²

76. a) 2,0 m/s² b) 4,0 N

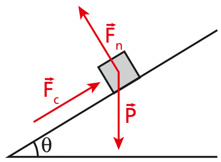
78. c

80. a) 2,0 m/s² b) 8,0 N

82. a) 2,0 m/s² c) 48 N
b) 24 N

84. a) Respectivamente, 770 N, 700 N e 630 N.
b) Peso aparente nulo.

86. a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

$\vec{P}$ = peso
$\vec{F}_n$ = reação normal do plano inclinado
$\vec{F}_c$ = reação do calço

b) 30 N e 40 N

87. a) 5,0 m/s^2 e a aceleração independe da massa
b) 1,0 s
c) 5,0 m/s

88. d

90. 1,0 m/s

92. 30 kgf e 20 kgf

93. a) 80 kgf b) 70 kgf

94. $\frac{2F}{3}$

95. d

96. 40 N

97. a) 2,0 m/s^2
b) Fio 1: 8,0 N; fio 2: 4,0 N

98. a) 3,0 m/s^2 b) 8,0 N

99. a) $7,2 \cdot 10^2$ m
b) $1,5 \cdot 10^4$ kg

100. $T = \frac{3Mg}{2}$ e $F = \frac{Mg}{2}$

101. a) (I): $1\frac{g}{4}$, (II): $2\frac{g}{4}$, (III): $3\frac{g}{4}$
b) (I): $\frac{3}{4}$Mg, (II): Mg, (III): $\frac{3}{4}$Mg

103. a) 2,0 m/s^2 b) 29,4 N

104. d

105. 0,60 s

106. 1,0 cm

107. b

108. a) 150 N b) 5,0 m/s^2

109. a) Aceleração dirigida para cima, com módulo igual a 2,5 m/s^2.
b) O elevador pode estar subindo em movimento acelerado ou descendo em movimento retardado.

110. 6 caixas

111. a) 1,2 N b) 0,50 s

112. $8,00 \cdot 10^{-1}$ s

113. a) 7,0 m/s^2 c) 12 N
b) 12 N

114. a) $\frac{g}{10}$; b) $\frac{mg}{5}$ e $\frac{2mg}{5}$;
c) $\frac{mg}{2}$

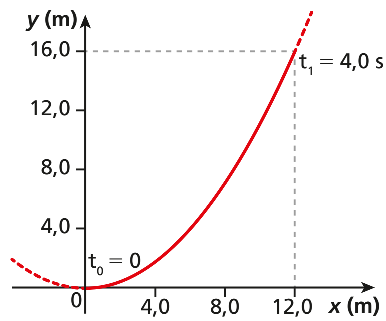
116. b

117. a) 1,0 m/s^2 c) 55 kg
b) $4,4 \cdot 10^2$ N

118. a

119. b

120. a) $y = \frac{1,0}{9,0} \cdot x^2$ (SI)
b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

c) 20,0 m

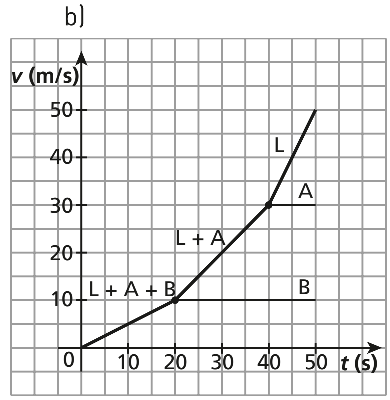
121. a

122. a) Vertical para cima e módulo $3,0 \cdot 10^{-1}$ N.
b) 180 g

123. 5,0 m/s^2 e 30 N

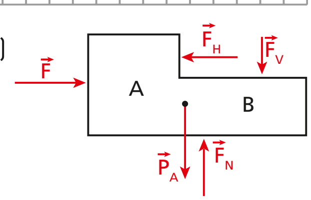
124. a) $a_g = 0$ e $a_C = a_R = 2,5$ m/s^2
b) 2,5 kN

125. a) 0,50 m/s^2; entre a locomotiva e o vagão **A**: 45 000 N; entre os vagões **A** e **B**: 30 000 N.
b)



Banco de imagens/Arquivo da editora

126. a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

b) 50 N

127. c

128. a) 20,0 m/s² c) 25,0 N
b) 25,0 N

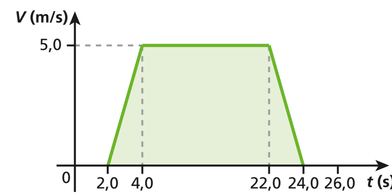
129. a

130. a) 4,0 m/s^2 b) 0,80 s

131. a) 8,0 kg c) 24 N
b) 48 N

132. a

133. a) 80,0 kg
b) 5,0 m/s e 4,0 s a 22,0 s
c)



Banco de imagens/Arquivo da editora

d) 100 m

134. a) 5,0 kN b) 180 km/h

135. c

136. b

137. e

138. a) De **A** para **B**
b) 10 m/s^2
c) Pode ser de **A** para **B** ou de **B** para **A**.

139. e

140. a) $7,5 \cdot 10^2$ N
b) $4,5 \cdot 10^2$ N

141. a) 720 N/m
b) A: zero; B: 5,0 m/s^2 e polia: 2,5 m/s^2
c) 40 N

142. d

143. e

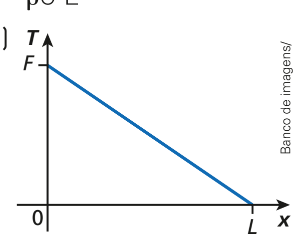
144. a) $F = (M_A + M_B)a$
b) $N = \sqrt{M_A^2 a^2 + M_B^2 g^2}$
c) $\operatorname{tg} \theta = \frac{M_B a}{M_A g}$

145. a) 120 N b) 800 N

146. $1,6 \cdot 10^2$ N

147. $1,20 \cdot 10^3$ N

148. a) $\frac{F}{\rho C^2 L}$
b)



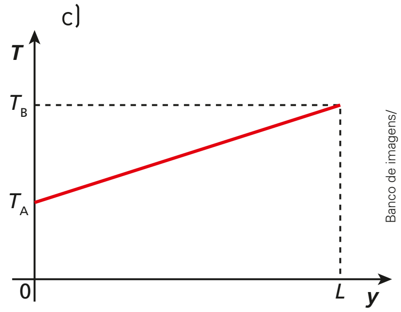
Banco de imagens/Arquivo da editora

149. $\sqrt{\frac{(5m+M)h}{2mg}}$

150. a) $\frac{4}{3}\pi\mu g R^3$

b) $\frac{4}{3}\pi\mu g R^3 + \frac{\rho L g}{2}$

c)



Banco de imagens/ Arquivo da editora

$T_A = \frac{4}{3}\pi\mu g R^3$

$T_B = \frac{4}{3}\pi\mu g R^3 + \frac{\rho L g}{2}$

151. $\vec{a}_A = -2\vec{g}$ e $\vec{a}_B = \vec{g}$

152. a) 4,0 m/s b) 2,4 m

153. a) $g \cos \alpha$

b) $t_{AB} = t_{AC} = t_{AD}$

154. $(M + m) g \operatorname{cotg} \theta$

155. a) 4,0 N b) 16°

156. c

157. a) A força de atrito nos pés do garoto é horizontal e dirigida para a esquerda.

b) $\theta = 30°$

158. a) $a = \frac{g}{2}(\cos\theta - \operatorname{sen}\theta)$; $\theta_1 = 0°$ e $\theta_2 = 90°$

b) $T_1 = T_2 = 10,0$ N

c) $\theta = 45°$

159. 1,2 s

Tópico 2 – Atrito entre sólidos

2. a) Para a esquerda.

b) 20 N

3. 0,20 **4.** 28 kg

5. a) $2,0 \cdot 10^2$ N

b) 50 N

7. d **8.** d

9. a) 800 N

b) Aproximadamente 13,3 m/s^2

10. a) 3,0 N b) 7 blocos

11. 10 kg **12.** $\theta = 45°$

14. e **15.** b

17. a) 40 kgf b) 50 kgf

18. 0,50

19.

F (N)	10	12	30
F_{at} (N)	10	12	10
a (m/s^2)	0	0	5,0

21. a) 2,0 m/s^2

b) 100 m e 10 s

22. a) 4,0 m/s^2 b) 30 N

23. a) 0,60 b) 12,0 N

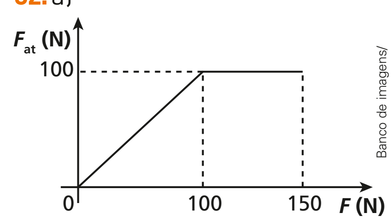
24. a) 0,60 b) 2,0 m/s^2

26. a **27.** e **28.** c

30. a) $8,00 \cdot 10^2$ N

b) 4,00 m/s^2

32. a)



Banco de imagens/ Arquivo da editora

b) 50 kg e 0,20

34. a

35. a) 1,0 m/s^2 b) 18 N

36. a) 5,0 m/s^2 b) 30 N

37. a) $\frac{v_0}{\mu g}$ b) $\frac{v_0^2}{2\mu g}$

38. a) 0,50 m/s^2 b) 4,0 m/s^2

40. a

41. a) 3,0 m/s^2 b) 0,30

42. c **43.** b

44. a) 0,40 m/s^2 b) 48 N

45. c

46. e **47.** d

48. c

49. a) $\frac{2}{3}\mu_e$ b) $\sqrt{\frac{3d}{\mu_e g}}$

50. c

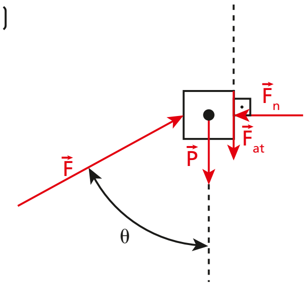
51. 30 cm

52. a) 0,42 b) 400

53. d

54. 1,25 N

55. a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

b) $F = \frac{mg}{\cos\theta - \mu_c \operatorname{sen}\theta}$

56. e

57. 50 cm

58. 50 N ⩽ F ⩽ 110 N

59. a) Intensidade nula.

b) 1,8 m/s^2

60. e

61. a) 7,0 s

b) 10 m e 25 m

62. 25 kgf

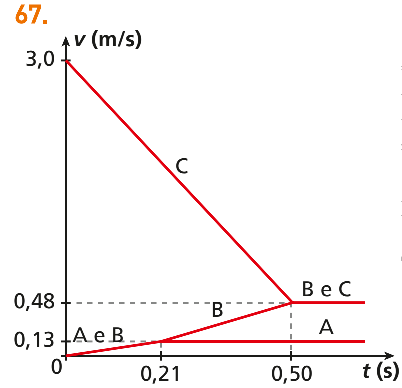
63. 0,30 N ⩽ F_{at} ⩽ 5,7 N

64. 100 N

65. a) 0,50 b) 2,0 kg

66. a) 3,0 m/s^2 b) 11,2 s

67.



Banco de imagens/Arquivo da editora

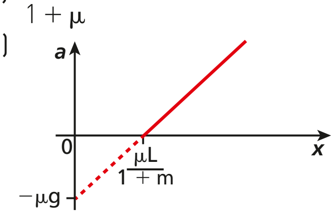
68. $\frac{(R+r)}{r}\mu g$

69. a) 3,0 s b) 12 m/s

70. Para baixo, com intensidade 1,5 N.

71. a) $\frac{\mu L}{1+\mu}$

b)

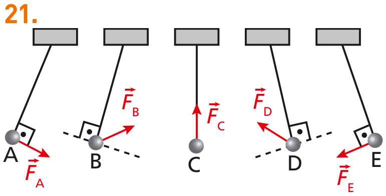


Banco de imagens/ Arquivo da editora

72. a) $\theta = \text{arctg}\left(\frac{3}{4}\right)$
b) 21mg
c) Aproximadamente 0,79

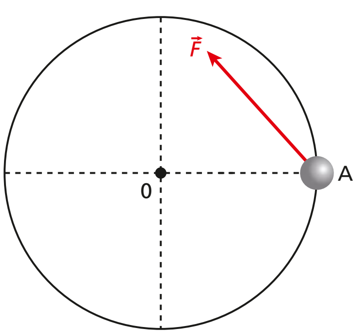
Tópico 3 – Resultantes tangencial e centrípeta

1. a **2.** a **3.** e
4. d **5.** d **6.** a
7. e **8.** d **9.** d
10. b
11. $7{,}2 \cdot 10^4$ N
12. 90 km/h
13. e **15.** b **16.** c
17. b **18.** b **19.** c
20. d
21.



Banco de imagens/ Arquivo da editora

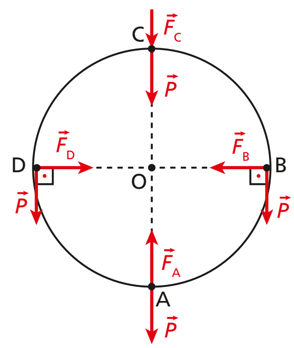
22. 21
23. c
24. F = 50 N



Banco de imagens/Arquivo da editora

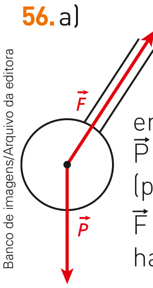
25. d
26. 5,0 rad/s
27. 2,0 m
28. d
30. b
31. a) O estudante não conseguirá fazer a curva (irá derrapar).
b) A velocidade máxima independe da massa do carro.
33. a) 4,0 m/s
b) 0,8 m/s^2
c) 552 N e 756 N

34. a) 15 s b) 2,8 kN
35. c
36. a) 2,0 N b) 12 N
37. d
38. 30 N
40. 15
41. a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

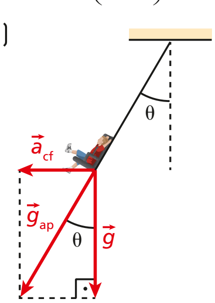
b) 6,0 m/s
42. e
43. 11
44. a) 6,0 kN
b) 13,5 kN
45. c
46. 3,0 m/s
47. a) 2 b) 2
48. a) 518 N
b) $\frac{4\pi^2 m}{T^2}(2L_1 + L_2)$
49. b
50. 0,50
51. 26 N
52. 24 N
53. a) 50,0 N
b) 2,0 m/s
54. 120 m
55. a) $2\pi\sqrt{\frac{r}{g\ \text{tg}\ \theta}}$
b) O período dobraria.
56. a)



Banco de imagens/Arquivo da editora

em que:
$\vec{P}$ = força da gravidade (peso)
$\vec{F}$ = força aplicada pela haste

b) 5,5 rad/s
57. $\sqrt{\frac{g}{\mu r}}$
58. $\sqrt{gR\ \text{tg}\ \alpha}$
59. a) $\sqrt{\frac{g}{R}}$
b) $mg\frac{(R-h)}{R}$; o peso aparente diminui.
60. c
61. a) 35 N; 15 N
62. $\sqrt{\frac{2g}{R}}$
63. $\sqrt{\frac{Rg(\text{sen}\ \theta + \mu\cos\theta)}{\cos\theta - \mu\,\text{sen}\ \theta}}$
64. $\sqrt{\frac{g(\text{sen}\ \theta - \mu\cos\theta)}{R(\cos\theta + \mu\,\text{sen}\ \theta)}}$
65. a) 2,5 Mg
b) 2
c) 2,5 voltas por segundo
66. $\frac{m_B g + \mu\left(m_A g - m_B\omega^2 R\right)}{k}$
67. $\left(\frac{M + \mu m}{M - \mu m}\right)^{\frac{1}{2}}$
68. e
69. a
70. 25
71. a) $\text{arctg}\left(\frac{\omega^2 R}{g}\right)$
b)



Banco de imagens/ Arquivo da editora

$g_{ap} = \sqrt{\omega^4 R^2 + g^2}$

conecte
LIVE

O CONECTE agora é CONECTE LIVE!

O CONECTE, coleção voltada para o Ensino Médio que alia Tecnologia à Educação, apresenta uma novidade nesta reformulação: o CONECTE LIVE!

O CONECTE LIVE integra conteúdos digitais exclusivos às obras de autores renomados. Além disso, promove maior interação entre alunos, professores e autores. Livros digitais, objetos educacionais digitais, entre outros conteúdos interativos, compõem a coleção.

Outra novidade! As atualizações no material didático não se encerram no momento em que os livros são impressos. Ofertas complementares e atividades diferenciadas são disponibilizadas na plataforma digital ao longo de todo o ano escolar, garantindo novidades frequentes a professores e alunos!

Para conhecer todos os materiais e os serviços do CONECTE LIVE, acesse: **http://conecte.plurall.net/**

Editora Saraiva

ISBN 978-8547233372-3
9 788547 233723