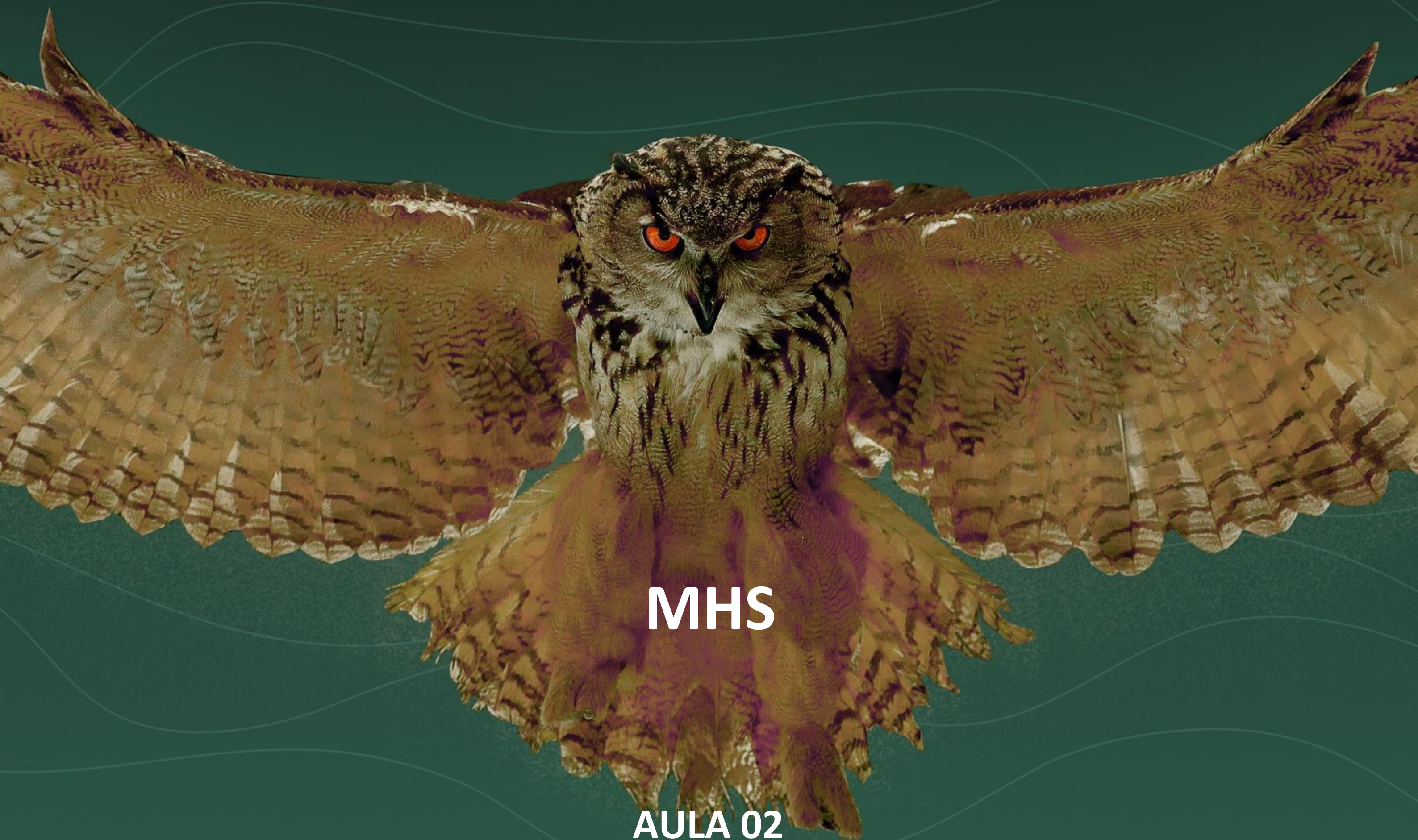
Estratégia Militares

CURSO EXTENSIVO

ITA 2023



MHS

AULA 02
Movimento Harmônico simples

Prof. Vinícius Fulconi

www.estrategiamilitares.com.br

Sumário

Siga minhas redes sociais!

Bizuario da física *@viniciusfulconi* *@professorviniciusfulconi*

Apresentação do Professor

Querido aluno(a), seja bem-vindo(a) à nossa primeira aula!

Sou o professor **Vinícius Fulconi**, tenho vinte e seis anos e estou cursando Engenharia Aeroespacial no Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA). Irei contar um pouco sobre minha trajetória pessoal, passando pelo mundo dos vestibulares com minhas principias aprovações, até fazer parte da equipe de física do Estratégia Militares.

No ensino médio, eu me comportava como um aluno mediano. No final do segundo ano do ensino médio, um professor me desafiou com a seguinte declaração: *Você **nunca vai passar** no ITA!* Essa fala do professor poderia ter sido internalizada como algo desestimulador e, assim como muitos, eu poderia ter me apegado apenas ao que negritei anteriormente. Muitos desistiriam! Entretanto, eu preferi negritar e gravar "***Você vai passar** no ITA!*

Querido aluno(a), a primeira lição que desejo te mostrar não é nenhum conteúdo de física. Quero que transforme seu sonho em vontade de vencer. Transforme seus medos e incapacidades em desafios a serem vencidos. Haverá muitos que duvidarão de você. O mais importante é você acreditar! **Nós do Estratégia Militares acreditamos no seu potencial** e ajudaremos você a realizar seu sonho!

Após alguns anos estudando para o ITA, usando muitos livros estrangeiros, estudando sem planejamento e frequentando diversos cursinhos do segmento, realizei meu sonho e entrei em umas das melhores faculdades de engenharia do mundo. 😊 Além de passar no ITA, ao longo da minha preparação, fui aprovado no IME, UNICAMP, Medicina (pelo ENEM) e fui medalhista na Olimpíada Brasileira de Física.

Minha resiliência e grande experiência em física, que obtive estudando por diversas plataformas e livros, fez com que eu me tornasse professor de física do Estratégia Militares. Tenho muito orgulho em fazer parte da família Estratégia e hoje, se você está lendo esse texto, também já é parte dela. Como professor, irei te guiar por toda física, alertando sobre os erros que cometi na minha preparação, mostrando os pontos em que obtive êxito e, assim, conseguirei identificar quais são seus pontos fortes e fracos, maximizando seu rendimento e te guiando até à faculdade dos seus sonhos.

Você deve estar se perguntando: **O que é necessário para começar esse curso?**

ALERTA!

Esse curso exige do candidato apenas **dedicação**, **perseverança** e **vontade de vencer**.

1. PRESSÃO

1.1 - CARACTERIZAÇÃO DO MOVIMENTO

O movimento harmônico simples é um movimento oscilatório que respeita certas condições de movimento:

- Há a presença de uma força restauradora atuando continuamente sobre o sistema oscilante.
- A aceleração do sistema é diretamente proporcional ao deslocamento efetivo.
- A constante de proporcionalidade entre a aceleração e o deslocamento é um número real positivo.

1.1.1. FORMULAÇÃO FÍSICA

Considere um sistema que oscila entre as posições A e B. Considere o segmento de reta ($\overline{AB}$) que liga os pontos A e B e a mediatriz desse segmento, passando pelo ponto O.

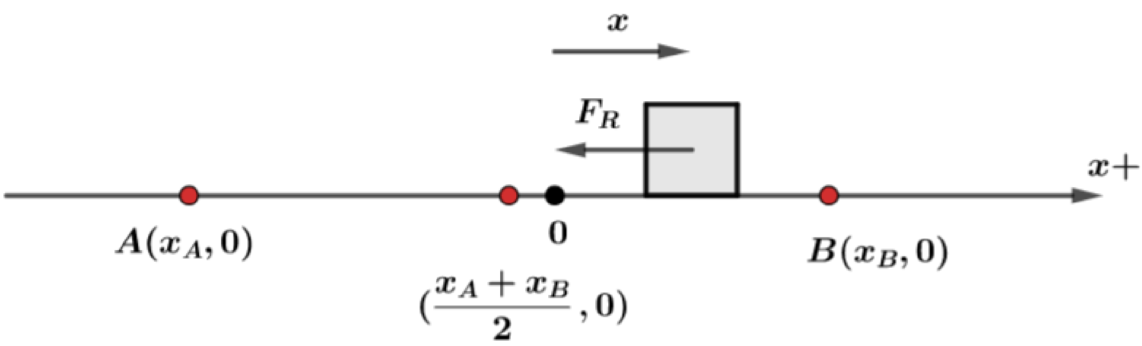


Figura 1: Esquema representativo de um movimento oscilatório em torno de um ponto O.

Para uma partícula puntiforme de massa m, oscilando entre os pontos A e B, o ponto de equilíbrio é dado pelo ponto O. Para um ponto genérico P, entre os pontos A e B, a aceleração do corpo sempre se dirige para o ponto de equilíbrio. Isto é, sempre há atuação de uma força restauradora.

1.1.2. ALGUNS TERMOS DO MOVIMENTO

(**A**) Amplitude (A):

É o máximo deslocamento, em relação ao ponto de equilíbrio O, que a partícula possui no movimento harmônico. Seu valor é dado por:

$$A = \left|\frac{x_A + x_B}{2}\right|$$

(**B**) Período de Oscilação (T)

É o tempo gasto pela partícula até que ela volte a repetir seu movimento.

(**C**) Frequência angular (ω)

É o número de revolução (em radianos) por unidade de tempo. Se a frequência do movimento é f e o período é T:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

2. EQUAÇÃO DO MHS

Dizemos que um corpo possui um movimento hormônico simples quando:

Um corpo executa um movimento harmônico simples se, e somente se, sua aceleração resultante for diretamente proporcional ao negativo do deslocamento.

Esta condição se traduz matematicamente para equação diferencial:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{K}{m} \cdot x$$

$$\boxed{a = -\frac{K}{m} \cdot x}$$

Em que:

- $a = \frac{d^2x}{dt^2} - aceleração\ resultante\ do\ corpo$
- $x - deslocamento\ instantâneo\ do\ corpo$
- $K - constante\ de\ movimento$
- $m - massa\ do\ corpo$

No estudo de MHS, na maioria das vezes não estamos preocupados em resolver a equação diferencial, mas apenas chegar na equação que mostra a aceleração sendo diretamente proporcional a perturbação x.

2.1 DEDUÇÃO MATEMÁTICA PARA A EQUAÇÃO DO MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

2.1.1. RELAÇÃO ENTRE VELOCIDADE E DESLOCAMENTO

Considere a equação diferencial para o movimento harmônico simples:

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{K}{m} \cdot x$$

Multiplicando ambos os lados da equação por $\frac{dx}{dt}$:

$$\left[\frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)\right] \cdot \frac{dx}{dt} = -\frac{K}{m} \cdot x \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\int v \cdot \frac{dv}{dt} = \int -\frac{K}{m} \cdot \frac{x \cdot dx}{dt}$$

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{K}{m} \cdot \frac{x^2}{2} + c$$

Sendo c uma constante de integração. Para $x = A$ (amplitude de movimento), ou seja, o corpo atingiu o ponto mais longe da sua posição de equilíbrio e para retornar ao ponto inicial, a velocidade precisa mudar de sentido. Da cinemática, sabemos que nesse ponto a velocidade do corpo é nula:

$$0 = -\frac{K}{m} \cdot \frac{A^2}{2} + c \Rightarrow c = \frac{K}{m} \cdot \frac{A^2}{2}$$

Assim, temos para a equação:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = -\frac{K \cdot x^2}{2m}(A - x^2) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = \sqrt{\frac{K}{m}}\sqrt{A - x^2}$$

Definiremos a frequência angular do movimento como ω, assumindo o valor de:

$$\boxed{\omega^2 = \frac{K}{m}}$$

Portanto, para um movimento harmônico simples:

$$\boxed{v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2}}$$

2.1.2. RELAÇÃO ENTRE A ACELERAÇÃO E DESLOCAMENTO

Após adotar o valor de ω, sabendo que $a = dv/dt$, chegamos que:

$$\boxed{a = -\omega^2 \cdot x}$$

E essa equação da aceleração do MHS é muito importante, pois ela revela os pontos onde a aceleração terá módulo máximo e mínimo.

2.1.3. EQUAÇÃO DO MOVIMENTO EM FUNÇÃO DO TEMPO

Se analisarmos e manipularmos a relação $(F: 2.1.2)$ temos:

$$\frac{dx}{\sqrt{A - x^2}} = \sqrt{\frac{K}{m}} \cdot dt$$

Integrando ambos os lados da equação:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{A - x^2}} = \int \sqrt{\frac{K}{m}} \cdot dt \Rightarrow arc\ sen\left(\frac{x}{A}\right) = \omega \cdot t + c$$

$$\boxed{x(t) = A \cdot sen(\omega \cdot t + c)}$$

Esta relação mostra como a equação horária do corpo em função da amplitude do movimento e a frequência angular do MHS.

2.1.4. PERÍODO (T) DE UM MOVIMENTO HARMÔNICO SIMPLES

A função seno é uma função periódica e, portanto, temos a seguinte relação:

$$sen(t) = sen(t + T), \qquad sendo\ T\ o\ período\ da\ função$$

Temos também que, dada uma velocidade angular:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Logo o período do movimento é dado por:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

2.1.5. Analogia gráfica

Considere uma caneta presa em um bloco preso em uma mola vertical. Um papel se move com velocidade constante na direção horizontal. O bloco oscila e a caneta risca o papel, como mostrado abaixo.

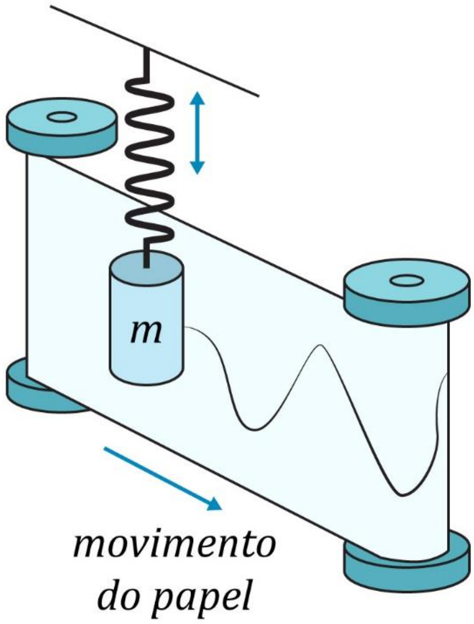


Figura 2: Representação esquemática de um MHS. A medida que o corpo de massa m oscila na vertical, o papel se movimenta na horizontal descrevendo como varia a posição do corpo em função do tempo.

A figura formada no papel é justamente uma função senoidal, conforme vimos na demonstração da função horária do MHS:

$$x(t) = A \cdot sen(\omega \cdot t + c)$$

2.1.6. CARACTERÍSTICAS DO MOVIMENTO

Considere uma mola presa em uma parede. A mola tem constante elástica K e um corpo de massa m está preso à mola. Inicialmente o bloco está em repouso e a mola não está distendida.

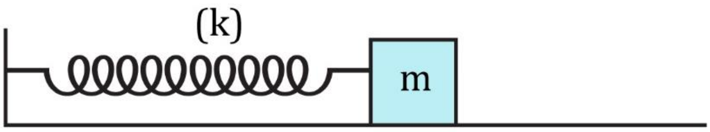


Figura 3: Representação de um sistema massa mola em MHS.

A mola é distendida A metros para a direita, em reação a sua posição de equilíbrio. Adota se um eixo horizontal positivo para a direita.

Vale ressaltar que a orientação do eixo adotado é sempre coincidente com o sentido positivo do deslocamento.

- Se o deslocamento ocorre para a direita, o sentido positivo do eixo estará para a direita.
- Se o deslocamento ocorre para a esquerda, o sentido positivo do eixo estará para a esquerda.

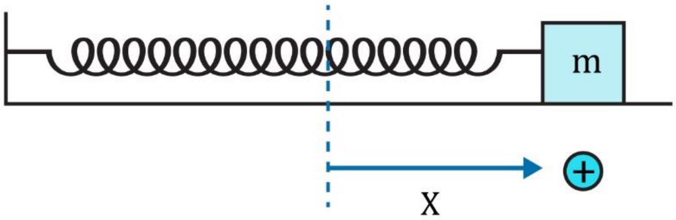


Figura 4: Massa após sofrer uma elongação.

Analisando o digrama de corpo livro para o corpo temos:

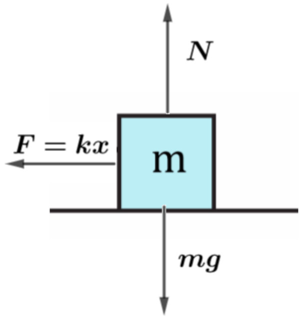


Figura 5: Diagrama de corpo livre no bloco.

Para a direção horizontal a força resultante é a força provocada pela mola. Na direção vertical a resultante é nula, pois o bloco não se move nessa direção.

A força elástica, resultante da direção horizontal, tem sentido oposto ao eixo adotado e, dado que a elongação da mola é A, temos:

$$F_R = -K \cdot A$$

Da segunda lei de Newton:

$$F_R = -K \cdot A = m \cdot a \Rightarrow a = -\frac{K}{m} \cdot A$$

A relação encontrada acima é justamente a expressão necessária e suficiente para a realização de um movimento harmônico simples. Deste modo, o corpo executa um MHS.

Analisaremos algumas posições do corpo, na execução do movimento harmônico simples. Considere a figura abaixo:

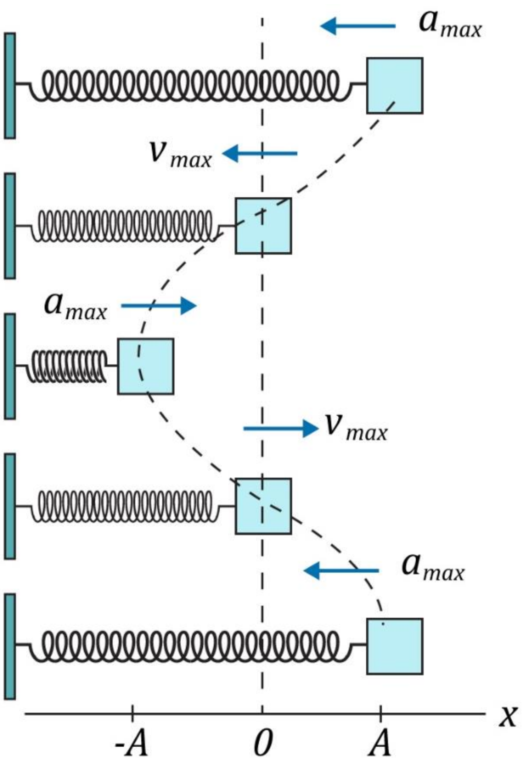


Figura 6: Características das velocidades e das acelerações no MHS.

Faremos uma tabela para analisar as velocidades, acelerações e equilíbrios nas posições mostradas acima. Para isso, basta analisar os pontos de máxima e de mínima amplitude, assim como o ponto onde a amplitude é nula nas expressões da velocidade e da aceleração do MHS.

Posição	Estado de Movimento	Aceleração	Velocidade	Deslocamento
A	O corpo possui aceleração máxima e velocidade nula. Está em um ponto de máximo deslocamento (amplitude A).	Para $x = A$: $\boxed{a_{máx} = -\omega^2 \cdot A}$	Para $x = A$: $\boxed{V = 0}$	É a própria amplitude A.
B	O corpo possui aceleração nula e velocidade máxima. Está momentaneamente em equilíbrio.	Para $x = 0$: $\boxed{a = 0}$	$\boxed{v_{máx} = -\omega \cdot A}$	O deslocamento é nulo.
C	O corpo possui aceleração máxima e velocidade nula. Está em um ponto de máximo deslocamento (amplitude A).	Para $x = -A$: $\boxed{a_{máx} = \omega^2 \cdot A}$	Para $x = -A$: $\boxed{V = 0}$	É a própria amplitude A.
D	O corpo possui aceleração nula e velocidade máxima. Está momentaneamente em equilíbrio.	Para $x = 0$: $\boxed{a = 0}$	$\boxed{v_{máx} = \omega \cdot A}$	O deslocamento é nulo.

2.2 MOVIMENTO CIRCULAR

Considere um objeto em trajetória circular de raio A. O movimento é uniforme com velocidade linear V. O corpo parte de $x = A\, metros, y = 0\, metros$ no tempo $t = 0\, segundos$.

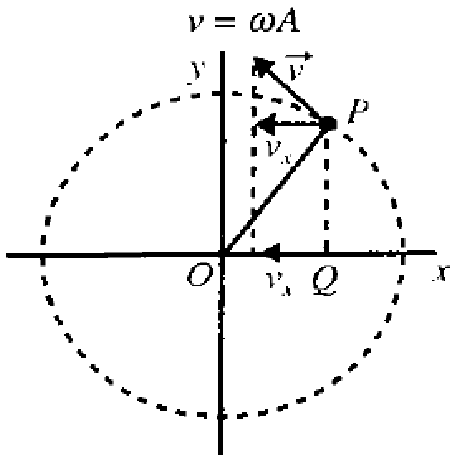


Figura 7: Objeto deslocando com velocidade angular constante em um movimento circular.

Para o movimento circular uniforme, temos:

$$\phi = \omega \cdot t$$

2.2.1. POSIÇÃO

A projeção horizontal (eixo x) do movimento circular é dado por:

$$x = A \cdot cos\phi$$

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t) \qquad (I)$$

Podemos pensar, em primeira análise, que a expressão (I) é diferente da função horária do MHS encontrada anteriormente e, portanto, não seria um movimento harmônico simples. Entretanto, podemos fazer a seguinte operação:

$$cos\alpha = sen(90° - \alpha)$$

$$x(t) = A \cdot \cos(\,\omega \cdot t) = A \cdot sen\left(\frac{\pi}{2} - \omega \cdot t\right)$$

$$x(t) = -A \cdot sen\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right) \qquad (II)$$

Faremos nos tópicos seguintes a confirmação que o movimento apresentado pela equação (II) é um movimento harmônico simples.

2.2.2. VELOCIDADE

A velocidade horizontal, decomposta em x, é dada por:

$$V_X(t) = -V \cdot sen\,\phi$$

$$V_X(t) = -V \cdot sen\,(\omega \cdot t) \qquad (III)$$

O sinal negativo indica que a velocidade está no sentido oposto ao sentido positivo do eixo x.

2.2.3. ACELERAÇÃO

O movimento circular uniforme só apresenta aceleração centrípeta. Assim, faremos a decomposição da aceleração centrípeta na direção horizontal.

$$a_X(t) = -\frac{V^2}{R} \cdot cos\,\phi$$

$$a_X(t) = -\frac{V^2}{A} \cdot \cos(\,\omega \cdot t) \qquad (IV)$$

2.2.4. VERIFICAÇÃO DO MOVIMENTO

Para ser um MHS, devemos verificar o cumprimento da seguinte equação diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 \cdot x = 0$$

Substituindo (I):

$$E = \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}(A \cdot \cos(\,\omega \cdot t))\right) + \omega^2 \cdot A \cdot \cos(\,\omega \cdot t)$$

$$E = -\omega^2 \cdot A \cdot \cos(\,\omega \cdot t) + \omega^2 \cdot A \cdot \cos(\,\omega \cdot t)$$

$$E = 0$$

Portanto, a projeção horizontal de um movimento circular uniforme é um movimento harmônico simples.

Outra forma de verificar que é um MHS, seria manipular a expressão da aceleração $a_X(t)$ com a expressão de $x(t)$, da seguinte forma:

$$a_X(t) = -\frac{V^2}{A} \cdot \cos(\,\omega \cdot t) = -\frac{V^2}{A^2} \cdot A \cdot \cos(\,\omega \cdot t) = -\frac{V^2}{A^2} \cdot x(t)$$

Portanto:

$$a_X(t) = -\frac{V^2}{A^2} \cdot x(t)$$

Este resultado mostra que a aceleração é diretamente proporcional ao deslocamento x e, portanto, é um MHS.

ATENÇÃO
DECORE!

Exemplo 1:
Verifique se o movimento $y(t) = a \cdot sen(\omega t) + b \cdot \cos(\omega t)$ é um movimento harmônico simples.
Comentário:
Basta testar a equação:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 \cdot y = 0$$

$$\frac{dy}{dt} = a\omega \cdot cos(\omega t) - b\omega \cdot \text{sen}(\omega t)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -a\omega^2 \cdot sen(\omega t) - b\omega^2 \cdot \cos(\omega t)$$

Aplicando a definição, temos:

$$-a\omega^2 \cdot sen(\omega t) - b\omega^2 \cdot \cos(\omega t) + \omega^2(a \cdot sen(\omega t) + b \cdot \cos(\omega t)) = 0$$

Deste modo, o movimento é harmônico simples.

ATENÇÃO
DECORE!

2.2.5. FORMULAS PARA A PROVA DO ITA E DO IME

Listaremos a seguir as principais fórmulas para a aplicação direta de um movimento harmônico simples.

Vai cair na prova

Equações do movimento:

- Posição

$$\boxed{\boldsymbol{x(t) = A \cdot cos\,(\omega t + \varphi_0)}}$$

- Velocidade

$$\boxed{\boldsymbol{v(t) = -\omega \cdot A \cdot sen\,(\omega t + \varphi_0)}}$$

- Aceleração

$$\boxed{\boldsymbol{a(t) = -\omega^2 \cdot A \cdot cos\,(\omega t + \varphi_0)}}$$

$$\boldsymbol{\varphi_0 - Fase\ inicial\ do\ movimento}$$

$$\boldsymbol{A - Amplitude}$$

$$\boldsymbol{\omega - frequência\ angular}$$

Relações entre as grandezas

$$\boxed{\boldsymbol{v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2}}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{a = -\omega^2 \cdot x}}$$

$$\boxed{\boldsymbol{v = \omega \cdot \sqrt{A^2 + \frac{a}{\omega^2}}}}$$

Exemplo 2:

Uma partícula executa um MHS com $\omega = 4\pi \frac{rad}{s}$ com amplitude $A\, metros$. No instante inicial a partícula tem aceleração máxima possível para o movimento. A partícula é liberada do repouso em $t = 0\ s$, iniciando seu movimento. Se no instante t a partícula já percorreu $\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot A\, metros$, determine t.

Comentário:

A equação do movimento é do tipo:

$$x(t) = A \cdot cos\ (\omega t + \varphi_0) \Rightarrow x(t) = A \cdot cos\ (4\pi t + \varphi_0)$$

Na posição de aceleração máxima: $x = A, \varphi_0 = 0$

$$x(t) = A \cdot cos\ (4\pi t)$$

Se a partícula percorreu $\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot A, x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{A\sqrt{3}}{2} = A \cdot cos\ (4\pi t) \Rightarrow cos\left(\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi\right) = cos\ (4\pi t)$$

$$\pm\frac{\pi}{6} + 2k\pi = 4\pi t \Rightarrow \boxed{t = \left(\pm\frac{1}{24} + \frac{k}{2}\right) segundos,\ k \in \mathbb{Z}}$$

Exemplo 3:

Uma partícula executa um MHS, oscilando entre dois pontos fixos separados de 20 cm. Se a velocidade máxima é de 30 cm/s. Encontre a velocidade quando o deslocamento é $x = 5\ cm$.

Comentário:

Dividindo as duas equações abaixo:

$$v = \omega \cdot \sqrt{A^2 - x^2}$$
$$v_{máx} = \omega \cdot A$$

Temos:

$$\frac{v}{v_{máx}} = \frac{\sqrt{A^2 - x^2}}{A} \Rightarrow \frac{v}{30} = \frac{\sqrt{10^2 - 5^2}}{10}$$

$$\boxed{v = 20 \cdot \sqrt{3}\ cm/s}$$

Exemplo 4:
Uma partícula de massa $m = 1\,kg$ oscila em movimento harmônico simples com frequência angular $1\,rad/s$. Encontre a fase da partícula em $t = 1\,s$, ao passar pelo ponto de velocidade máxima.
Comentário:
A fase da partícula é denotada por:

$$\Phi = \omega \cdot \mathrm{t} + \varphi_0$$

No ponto de velocidade máxima:

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

Ou

$$\varphi_0 = \frac{3\pi}{2}$$

Portanto,

$$\boxed{\Phi = 1 + \frac{\pi}{2}}$$

$$\boxed{\Phi = 1 + \frac{3\pi}{2}}$$

3. ENERGIA NO MHS

A energia total (E) no movimento harmônico simples é a contribuição da energia potencial (U) e da energia cinética (K).

$$E_{TOTAL} = E_{CINÉTICA} + E_{POTENCIAL}$$

$$E = K + U$$

O movimento harmônico simples é definido pela equação:

$$F = -K \cdot x$$

O trabalho realizado pela força F é a energia potencial armazenada do sistema quando está deslocado x de sua posição de equilíbrio.

$$U = \int_0^X (K \cdot x) \cdot dx$$

$$\boxed{U(x) = K \cdot \frac{x^2}{2}}$$

Mas pela definição do ω, podemos reescrever a energia potencial da seguinte forma:

$$U(x) = \frac{m\omega^2 x^2}{2}$$

Em função do tempo, faremos a substituição da equação $\mathrm{x(t)} = \mathrm{A} \cdot \cos\,(\omega t + \varphi_0)$:

$$U(t) = m \cdot \omega^2 \cdot \frac{\mathrm{A}^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$$

$$\boxed{U(t) = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{A}^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2}}$$

A energia cinética é dada por:

$$K = m \cdot \frac{V^2}{2}$$

Em função do tempo, faremos a substituição da equação $\mathrm{v(t)} = -\omega \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0)$:

$$K = m \cdot \frac{(-\omega \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{sen}(\omega t + \varphi_0))^2}{2}$$

$$\boxed{K(t) = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot \mathrm{A}^2 \cdot \mathrm{sen}^2(\omega t + \varphi_0)}{2}}$$

Deste modo, a energia total é dada por:

$$E = K + U$$

$$E = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \operatorname{sen}^2(\omega t + \varphi_0)}{2} + \frac{m \cdot \omega^2 \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)}{2}$$

$$\boxed{E = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot A^2}{2} = \frac{K \cdot A^2}{2}}$$

No fim das contas, temos a seguinte expressão:

$$E_{TOTAL} = E_{CINÉTICA} + E_{POTENCIAL}$$

$$\boxed{\frac{K \cdot A^2}{2} = m \cdot \frac{V^2}{2} + K \cdot \frac{x^2}{2}}$$

A figura abaixo relaciona graficamente as energias cinética e potencial no MHS.

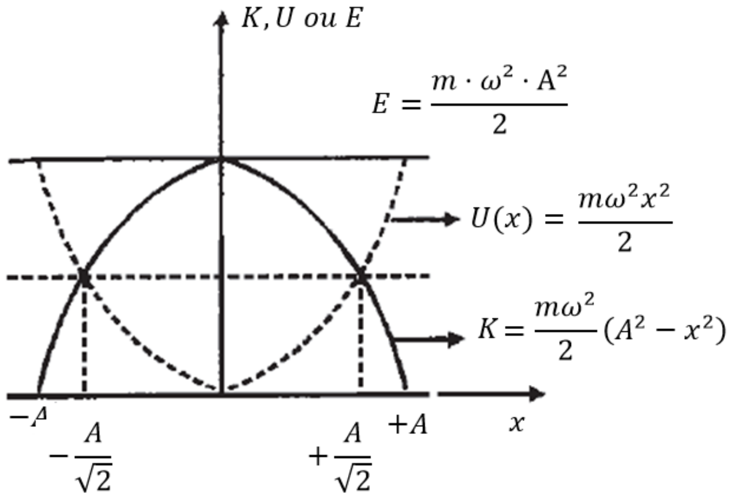


Figura 8: Gráfico da energia mecânica no MHS.

Alguns pontos interessantes para se notar:

- Quando a energia cinética é máxima a energia potencial é nula e vice-versa.
- Quando $x = 0$ a energia cinética é máxima e igual a energia total.
- Quando $x = \pm A$ a energia potencial é máxima e igual a energia total.
- As energias cinética e potencial são iguais no ponto $x = \pm A\sqrt{2}$.

Além disso, percebemos que a energia mecânica sempre se conversa no sistema. De um modo geral, podemos dizer que:

$$m \cdot \frac{V^2}{2} + K \cdot \frac{x^2}{2} = constante$$

4. SISTEMAS MASSA - MOLA

4.1 - MÉTODO DAS FORÇAS

O método das forças consiste na análise da força resultante sobre um sistema quando afastamos ele da posição de equilíbrio.

Considere um bloco de massa m preso por uma mola de constante elástica k, presa à uma parede vertical, que inicialmente não está deformada. Afastamos o bloco por uma distância x da posição de equilíbrio. Não há atrito entre o corpo e o solo.

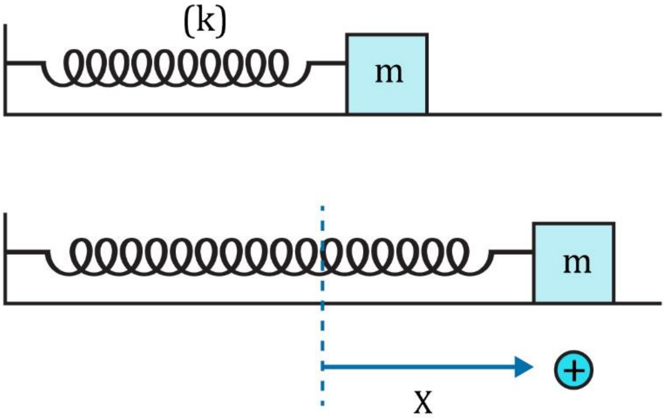


Figura 9: Sistema massa-mola.

Para análise da situação, seguiremos os seguintes passos:

- Adotaremos um eixo positivo no sentido de deslocamento do sistema. Se o sistema é deslocado para a direita, o eixo positivo estará apontado para a direita e vice-versa.
- Determinaremos as forças que atuam sobre o bloco. O sinal das forças em relação ao eixo adotado é de extrema importância.
- Aplica-se a segunda lei de Newton.

Aplicando a segunda lei de Newton temos:

$$Fr = m \cdot a \Rightarrow -K \cdot x = m \cdot a$$

$$\boxed{a = -\frac{K}{m} \cdot x}$$

Pela definição da frequência angular no MHS, temos:

$$\omega^2 = \frac{m}{K}$$

Portanto, o período é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Note que o período de oscilação é função da massa e da mola, não depende da deformação que a mola sofreu, desde que ela esteja trabalhando na sua região elástica.

4.2 - MÉTODO DAS ENERGIAS

Devido ao fato do sistema não possuir forças dissipativas (como por exemplo o atrito), a energia mecânica sistema sempre se conserva. Então:

$$m \cdot \frac{V^2}{2} + K \cdot \frac{x^2}{2} = constante$$

Fazendo a diferencial no tempo da expressão acima, o lado direito da igualdade torna-se nulo, pois é uma constante real. Assim:

$$\frac{d}{dt}\left(m \cdot \frac{V^2}{2} + K \cdot \frac{x^2}{2}\right) = 0$$

$$\frac{d}{dt}\left(K \cdot \frac{x^2}{2}\right) + \frac{d}{dt}\left(m \cdot \frac{V^2}{2}\right) = 0$$

$$\frac{K \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt}}{2} + \frac{m \cdot 2\frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv}{dt}}{2} = 0$$

$$\frac{K \cdot 2x \cdot \frac{dx}{dt}}{2} + \frac{m \cdot 2\frac{dx}{dt} \cdot \frac{dv}{dt}}{2} = 0$$

$$K \cdot x + m \cdot \frac{dv}{dt} = 0$$

$$K \cdot x + m \cdot a = 0 \Rightarrow a = -\frac{K}{m} \cdot x$$

Note que encontramos a mesma expressão para o sistema. É a clássica expressão que rege o movimento harmônico simples. Novamente, temos:

$$\omega^2 = \frac{m}{K}$$

Portanto:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}}$$

Em ambos os casos não fizemos nenhuma consideração sobre a superfície de contato e as vizinhas do sistema massa - mola. Isso nos mostra, que o período só depende da constante elástica e da massa do bloco. Para todos os sistemas abaixo, de mesma massa do bloco e mesma constante da mola, os períodos são idênticos.

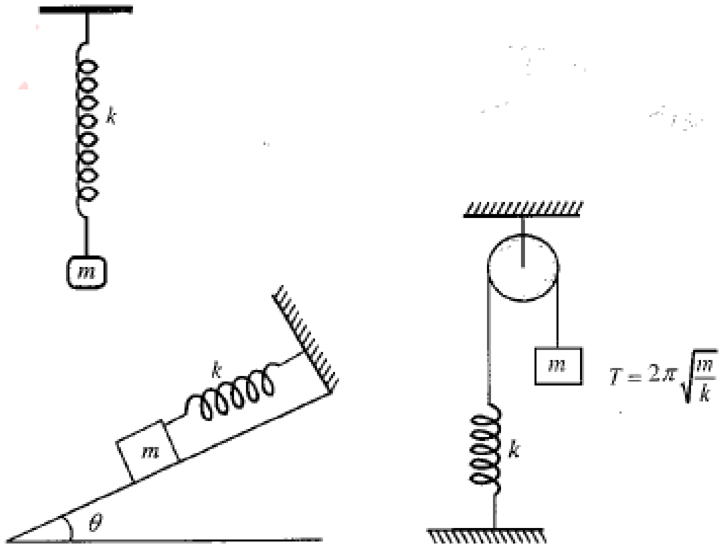


Figura 10: Representação de três sistema massa - molas diferentes, mas com o mesmo período, já que eles possuem a mesma relação m/k.

De um modo geral, para a análise energética do problema, soma-se todas energias potenciais e cinéticas envolvidas no sistema e depois deriva-se no tempo igualando a zero.

$$U(x) + K(x) = constante$$

$$\boxed{\frac{dU(x)}{dt} + \frac{dK(x)}{dt} = 0}$$

4.3 - COMBINAÇÃO DE MOLAS

4.3.1. CORTES EM MOLAS

A constante elástica de uma mola é inversamente proporcional ao seu comprimento.

$$K \cdot L = constante$$

Isto é, se dividirmos uma mola de comprimento L, com constante elástica K, em n partes temos:

$$K \cdot L = k_1 \cdot L_1 = k_2 \cdot L_2 = \cdots = k_n \cdot L_n$$

$$K \cdot L = k_1 \cdot \frac{L}{n} = k_2 \cdot \frac{L}{n} = \cdots = k_n \cdot \frac{L}{n}$$

$$\boxed{K.n = k_1 = k_2 = \cdots = k_n}$$

4.3.2. COMBINAÇÃO EM SÉRIE

Quando um conjunto de n molas de constantes $k1, k2, \dots, kn$ são colocadas em série, podemos trocar todo o conjunto por uma mola equivalente de constante (K), tal que:

$$\boxed{\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \cdots + \frac{1}{k_2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{k_i}}$$

Para a associação de duas molas:

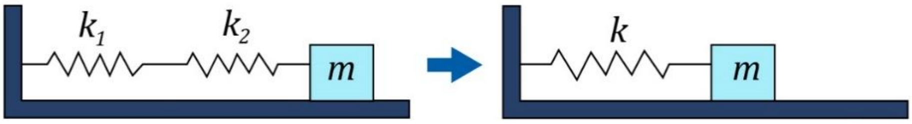


Figura 11: Associação de duas molas em série.

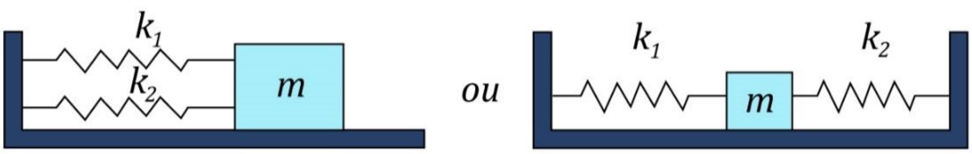
$$\boxed{\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}}$$

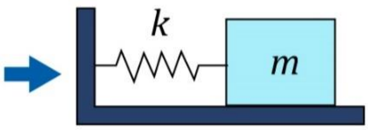
4.3.2. COMBINAÇÃO EM PARALELO

Quando um conjunto de n molas de constantes $k_1, k_2, \dots, k_n$ são colocadas em paralelo, podemos trocar todo o conjunto por uma mola equivalente de constante (K), tal que:

$$\boxed{K = k_1 + k_2 + \cdots \ + k_n = \sum_{i=1}^{n} k_i}$$

Para a associação de duas molas:

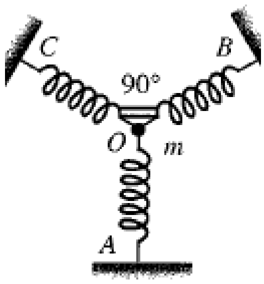




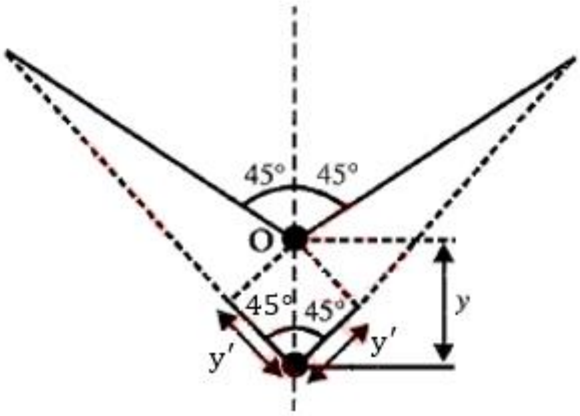
$$\boxed{K = k_1 + k_2}$$

As demonstrações de associações de mola já foram feitas na aula de força elástica. Caso tenha alguma dúvida, retorne à aula 04.

Exemplo 5:
Uma partícula O de massa m é presa por três molas de mesma constante elástica K. A mola A é vertical e as molas B e C fazem um ângulo de 90°. Se a partícula é deslocada uma pequena distância, verticalmente para baixo, da posição de equilíbrio, mostrada na figura, determine o período das oscilações.



Comentário:
Considere que a partícula seja deslocada uma distância y:



O eixo positivo de deslocamento adotado é vertical para baixo. Pela análise das forças, temos:

$$Fr = -F_A - F_B.cos45° - F_C.cos45°$$
$$Fr = -k \cdot y - 2 \cdot k \cdot y'.\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Da geometria do problema:

$$y' = y \cdot cos45°$$

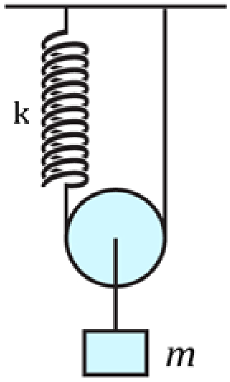
Portanto:

$$Fr = -k \cdot y - 2 \cdot k \cdot y.\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$Fr = -(2k) \cdot y$$

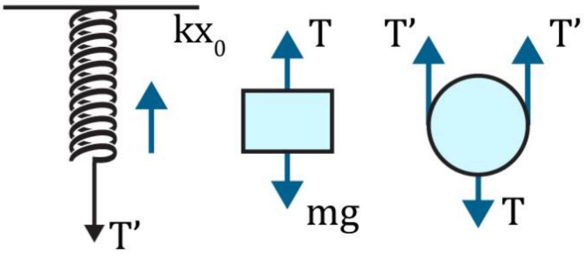
Do período do movimento harmônico simples, $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$, com $K = 2k$, vem:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}}}$$

Exemplo 6:
Se o bloco é levemente deslocado da posição de equilíbrio, determine o período de pequenas oscilações do sistema.



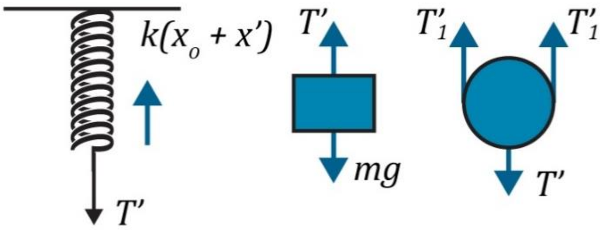
Comentário:
Considere a força de tração que atuam sobre o bloco e a mola. Se no bloco atua uma força de tração de módulo T, na mola atua uma força de tração de módulo $T/2$. Considerando os deslocamentos da mola (x') e do bloco (x), temos:
$x' = 2x$
(I) Método das forças:



No equilíbrio:

$$\begin{cases} T = m \cdot g \\ 2T' = T \\ K \cdot x_0 = m \cdot g \end{cases}$$

Ao deslocar o bloco de uma distância x, verticalmente para baixo, temos:



$$\begin{cases} T_1 - m \cdot g = m \cdot a \\ 2T_1' - m \cdot g = m \cdot a \\ 2K \cdot (x' + x_0) - m \cdot g = m \cdot a \end{cases}$$

Das equações acima temos:

$$2K \cdot x' = m \cdot a;\ x' = 2x; a = -\frac{4K}{m}x$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}}$$

(II) Método da energia:

$$m \cdot \frac{V^2}{2} + K \cdot \frac{(x'+x_0)^2}{2} - m \cdot g \cdot x = constante$$

Derivando no tempo:

$$m \cdot \frac{2 \cdot V \cdot \frac{dV}{dx}}{2} + K \cdot \frac{2(x' + x_0) \cdot \frac{dx'}{dt}}{2} - m \cdot g \cdot \frac{dx}{dt} = 0$$

Como $x' = 2x$

$$\frac{dx'}{dt} = 2\frac{dx}{dt}$$

$$m \cdot a + 2K(x' + x_0) - mg = 0$$

Na situação inicial:

$$K(x_0) = mg$$

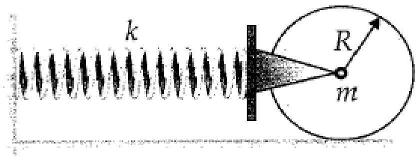
Assim:

$$a = -\frac{4K}{m}x$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{4k}}}$$

Exemplo 7:

Um cilindro sólido é preso por uma mola de massa desprezível e pode rolar sem deslizar sobre uma superfície horizontal. Calcule o período de oscilações do cilindro. O cilindro tem massa m e a mola tem constante elástica K.



Comentário:

A melhor análise para esse exemplo é a análise energética:

$$\frac{d}{dt}\left(m \cdot \frac{V^2}{2} + I_{CM} \cdot \frac{\omega^2}{2} + K \cdot \frac{x^2}{2}\right) = 0$$

Em relação ao centro de massa temos:

$$\omega = \frac{v}{R}$$

$$I = m \cdot R^2/2$$

$$\frac{d}{dt}\left(m \cdot \frac{V^2}{2} + m \cdot \frac{V^2}{4} + K \cdot \frac{x^2}{2}\right) = 0$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{3m}{2k}}}$$

5. PÊNDULO

Estudaremos o caso de um ponto mássico preso por um fio, inextensível e perfeitamente flexível, preso em um suporte rígido. Esse ponto de massa oscilando com pequenas amplitudes é um movimento harmônico simples.

5.1 - PÊNDULO SIMPLES

5.1.1. MÉTODO DOS TORQUES

O comprimento do pêndulo simples é a distância entre o ponto de suspenso do fio e o centro de massa do corpo suspendido. Considere o instante de tempo em que o fio está defletido um pequeno ângulo θ em relação a horizontal.

O torque em relação ao ponto O é dado por:

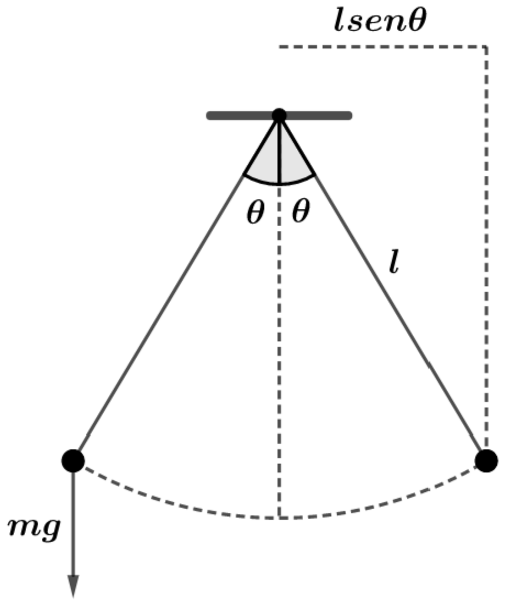


Figura 12: Esquema de um pêndulo simples.

$$\tau = \tau_{Peso} + \tau_{Tração}$$

$$\tau = mgl \cdot sen\theta + 0$$

Para ângulos pequenos: $sen\theta \approx \theta$

$$\tau = mgl \cdot \theta$$

A segunda lei de Newton para deslocamentos angulares é dada por:

$$\tau_R = I \cdot \alpha$$

O momento de inércia para o pêndulo é:

$$I = m \cdot l^2$$

E, portanto:

$$\tau = mgl \cdot \theta = -m \cdot l^2 \cdot \alpha$$

$$mgl \cdot \theta = -m \cdot l^2 \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\frac{g}{l} \cdot \theta$$

Podemos associar novamente a ω^2. Então:

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

5.2 - PENDULO SIMPLES EM REFERENCIAS ACELERADOS

Veremos nesse tópico como determinar o período de oscilação de um pêndulo que tem seu ponto de suspensão acelerado.

5.2.1. ACELERAÇÕES VERTICAIS

Considere o seguinte diagrama de corpo livre para um pêndulo que tem seu ponto de suspensão acelerado para cima a m/s².

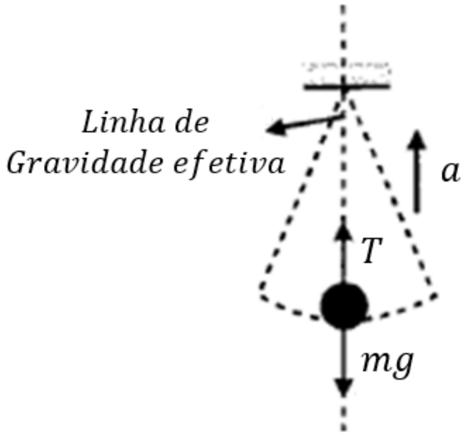


Figura 13: Diagrama de corpo livre em um pêndulo simples.

$$T - m \cdot g = m \cdot a \Rightarrow T = m \cdot (g + a)$$

Dessa forma, é como se tivéssemos uma gravidade equivalente $g' = g + a$, o período é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g + a}}$$

De forma geral, para acelerações verticais temos:

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g \pm a}}}$$

- É positivo quando a aceleração tem sentido oposto ao da gravidade g.
- É negativo quando a aceleração tem mesmo sentido da gravidade g.

5.2.2. ACELERAÇÕES HORIZONTAIS

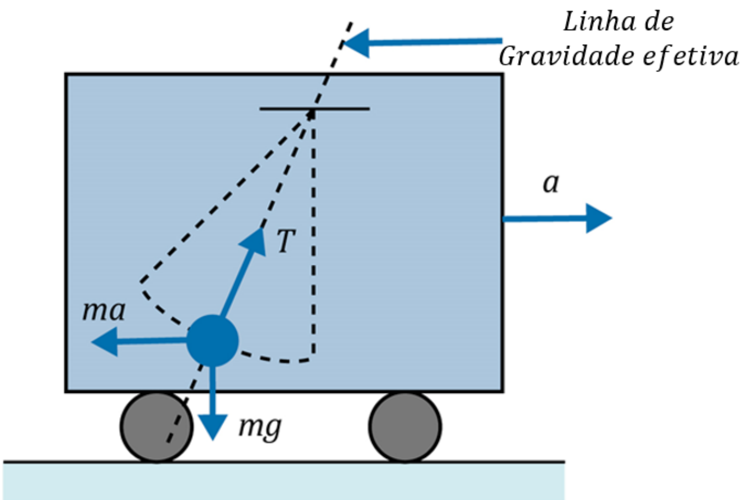


Figura 14: Vagão se movendo com a aceleração a para a direita.

$$g' = \sqrt{a^2 + g^2}$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{a^2+g^2}}}}$$

5.2.3. PLANOS INCLINADOS

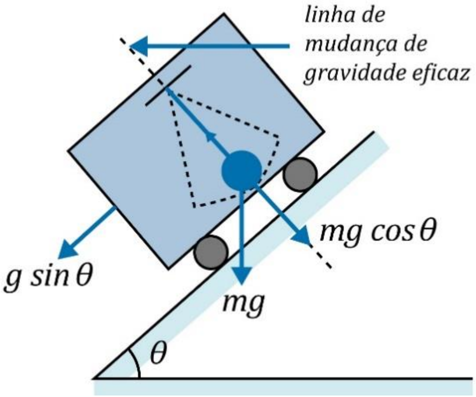


Figura 15: Vagão descendo um plano inclinado.

$$g' = \sqrt{g^2 - (gsen\theta)^2}$$
$$g' = g \cdot cos\theta$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\mathrm{g} \cdot \cos\theta}}}$$

5.3 - PÊNDULO COM COMPRIMENTO DE FIO MUITO GRANDE

Considere um pêndulo de comprimento l, que não é desprezível se comparado ao raio R da terra. Considere que o pêndulo executa um movimento harmônico simples com amplitude muito pequena.

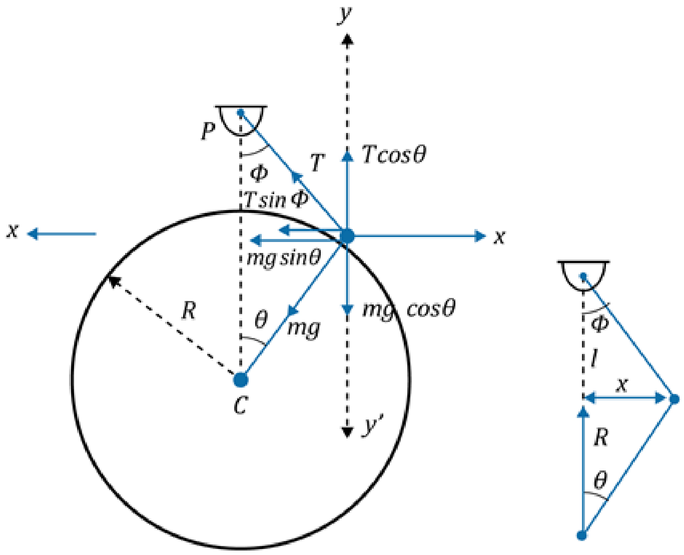


Figura 16: Diagrama de forças para um pêndulo com comprimento muito longo.

Em uma posição angular Φ, determinaremos a força resultante horizontal sobre esse pêndulo.

$$F_X = T \cdot sen\Phi + mg \cdot sen\theta$$

Como os ângulos são pequenos:

$$senx \approx x \Rightarrow F_X = T \cdot \Phi + mg \cdot \theta \quad (I)$$

A força resultante vertical é praticamente nula, pois as oscilações são de amplitude muito pequena.

$$F_y = T \cdot cos\Phi - mg \cdot cos\theta \approx 0 \Rightarrow T = mg \quad (II)$$

Substituindo a equação (II) na equação (I):

$$F_X = mg \cdot (\Phi + \theta) \Rightarrow sen\theta \approx \theta = \frac{x}{R} \Rightarrow sen\Phi \approx \Phi = \frac{x}{l}$$

Portanto, temos:

$$F_X = mg \cdot \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{l}\right) \cdot x \Rightarrow K_{eq} = \frac{F_X}{x}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{l}\right)}}}$$

(I) Para $l = R$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{1}{g\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R}\right)}} \Rightarrow T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{2g}}$$

(II) Para $l \rightarrow \infty$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$$

5.4 - PÊNDULO SIMPLES EM UM LÍQUIDO

Em um pêndulo simples de comprimento l está imerso em um líquido de densidade ρ. A esfera oscilante tem densidade σ.

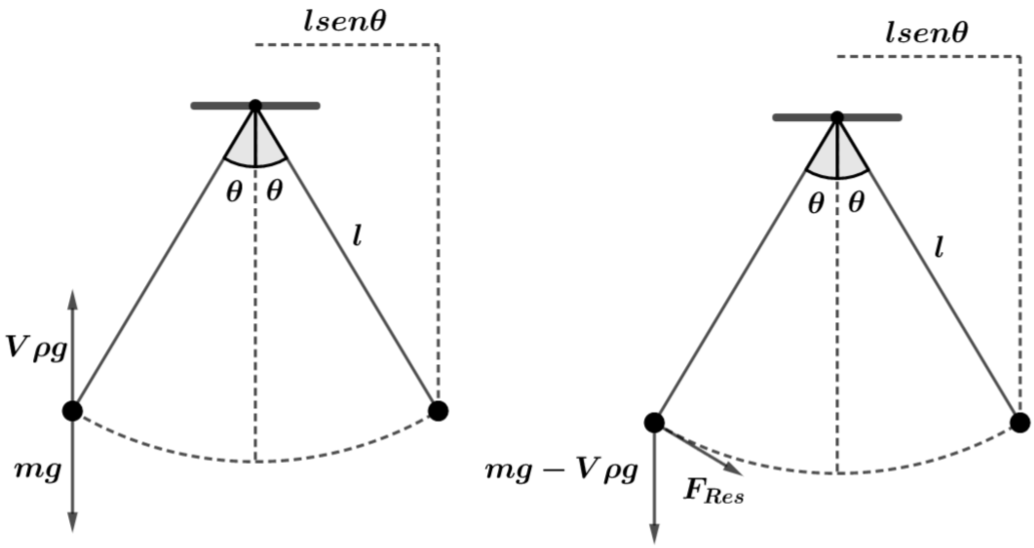


Figura 17: Pêndulo simples no interior de um líquido.

O peso equivalente no liquido é o peso menos a força de empuxo:

$$P' = P - F_e$$

$$mg' = mg - \frac{m}{\sigma}\rho g$$

$$g' = g\left(1 - \frac{\rho}{\sigma}\right)$$

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\sigma}\right)}}}$$

5.5 - TÚNEL EM GRAVITAÇÃO

Em um planeta de massa M e raio R é feito um túnel que atravessa o planeta, como na figura abaixo:

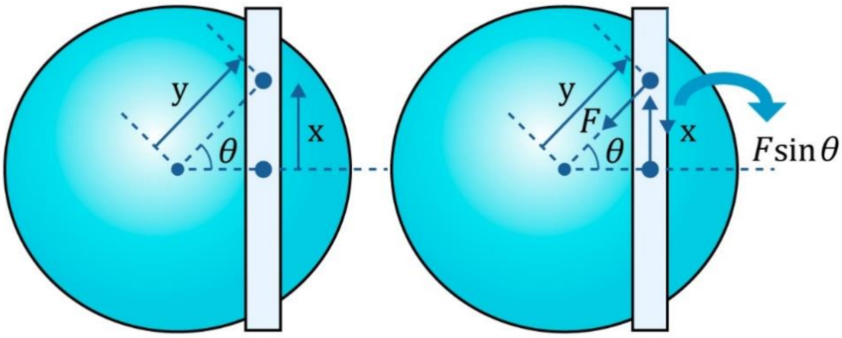


Figura 18: Esquema de um túnel em um planeta.

Considere um túnel que atravessa o planeta em uma posição genérica, como mostra a figura acima. Se uma massa m está a uma distância x do centro do túnel, a aceleração da partícula a uma distância y do centro do planeta é dada por:

$$-\frac{Fg}{m_{int}} = a \Rightarrow -\frac{\frac{G \cdot m \cdot m_{int}}{y^2}}{m} = a$$

$$-\frac{\frac{G \cdot m \cdot \frac{My^3}{R^3}}{y^2}}{m} = a \Rightarrow a = -\frac{GM}{R^3} \cdot y$$

A gravidade na superfície do planeta é dada por:

$$g = \frac{gM}{R^2} \Rightarrow a = -\frac{g}{R} \cdot y$$

Decompondo a aceleração na direção do movimento:

$$a_y = asen\theta = -\frac{g}{R} \cdot y \cdot sen\theta = -\frac{g}{R} \cdot y \cdot \frac{x}{y}$$

$$a_y = -\frac{g}{R} \cdot x$$

Comparando com as equações do movimento harmônico simples:

$$\omega^2 = \frac{g}{R} \Rightarrow \boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}}$$

ESCLARECENDO!

6. OSCILAÇÕES E HIDROSTÁTICA

6.1 - CORPOS FLUTUANTES

Um corpo flutuante é sempre um sistema de equilíbrio estável. Quando um deslocamento é realizado, surge uma força restauradora para voltar o sistema ao ponto de equilíbrio.

Considere um cilindro sólido de densidade σ, área de base A e altura h. O corpo flutua em equilíbrio estável em um líquido de densidade ρ. Considere que o comprimento submerso seja x.

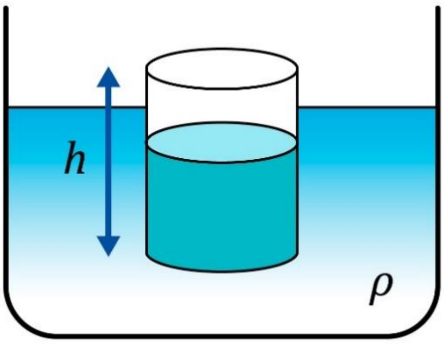


Figura 19: Corpo parcialmente submerso.

$$m \cdot g = \rho \cdot (A \cdot x) \cdot g \quad (I)$$

Um pequeno deslocamento vertical, para baixo, y é realizado no cilindro. A força resultante vertical sobre o cilindro é dada por:

$$Fr = m \cdot g - \rho \cdot (A \cdot (x + y)) \cdot g$$

$$Fr = m \cdot g - \rho \cdot (A \cdot x) \cdot g - \rho \cdot A \cdot g \cdot y \quad (II)$$

Substituindo a equação (I), vem:

$$Fr = -\rho \cdot A \cdot g \cdot y$$

A constante equivalente é dada por:

$$K_{eq} = \frac{Fr}{y}$$

Portanto, o período para este MHS é expresso por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K_{eq}}} = 2\pi \sqrt{\frac{A \cdot h \cdot \sigma}{K_{eq}}}$$

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{h \cdot \sigma}{\rho \cdot g}}}$$

6.2 - TUBOS EM U

Considere um tubo de seção uniforme posicionado em um plano vertical. Um líquido é colocado no tubo e espera-se o equilíbrio ser atingido. No equilíbrio a altura do líquido nos dois ramos são iguais.

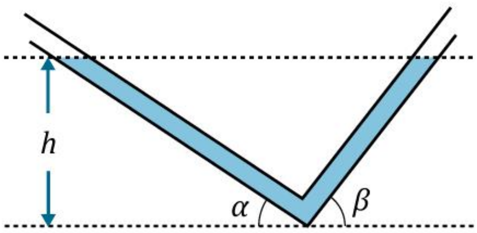


Figura 20: Tubo em U.

O sistema é levemente perturbado. No ramo esquerdo do tubo o líquido desce uma distância x. No ramo direito, em relação ao nível original do líquido, o líquido sobe $x + x'$.

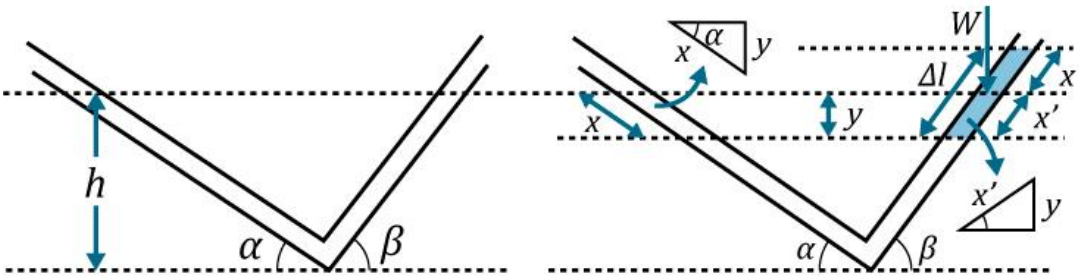


Figura 21: Diagrama de corpo livre no líquido.

O excesso de líquido no ramo da direita é dado por:

$$\Delta l = x + x'$$

Da geometria da figura:

$$x \cdot sen\alpha = x' \cdot sen\beta \Rightarrow x' = x \cdot \frac{sen\alpha}{sen\beta}$$

Assim:

$$\Delta l = x + x' = x + x \cdot \frac{sen\alpha}{sen\beta} \Rightarrow \Delta l = x \cdot \frac{sen\beta + sen\alpha}{sen\beta}$$

O excesso de líquido no ramo direito provoca uma força restauradora no sistema. O empuxo excedente de líquido é dado por:

$$W = \rho \cdot A \cdot \Delta l \cdot g$$

$$W = \rho \cdot A \cdot g \cdot x \cdot \frac{sen\beta + sen\alpha}{sen\beta}$$

Em que A é a área de seção do tubo e ρ a densidade do líquido. A componente na direção do tubo do empuxo excedente é dada por:

$$F = W \cdot sen\beta$$

$$F = \rho \cdot A \cdot g \cdot x \cdot (sen\beta + sen\alpha)$$

$$m \cdot a = \rho \cdot A \cdot g \cdot x \cdot (sen\beta + sen\alpha)$$

$$a = \rho \cdot A \cdot g \cdot x \cdot \frac{sen\beta + sen\alpha}{m}$$

Sendo a a aceleração. A massa total (m) de líquido no tubo é:

$$m = \rho \cdot V_{total}$$

$$V_{total} = \frac{h \cdot A}{sen\alpha} + \frac{h \cdot A}{sen\beta}$$

$$m = \rho \cdot h \cdot A \cdot \left(\frac{1}{sen\alpha} + \frac{1}{sen\beta}\right)$$

$$m = \rho \cdot h \cdot A \cdot \left(\frac{sen\beta + sen\alpha}{sen\alpha \cdot sen\beta}\right)$$

Substituindo na expressão da aceleração:

$$a = \rho \cdot A \cdot g \cdot x \cdot \frac{sen\beta + sen\alpha}{\rho \cdot h \cdot A \cdot \left(\frac{sen\beta + sen\alpha}{sen\alpha \cdot sen\beta}\right)}$$

$$a = g \cdot x \cdot \frac{sen\alpha \cdot sen\beta}{h}$$

Comparando com as equações do movimento harmônico simples, vem:

$$\omega^2 = g \cdot \frac{sen\alpha \cdot sen\beta}{h}$$

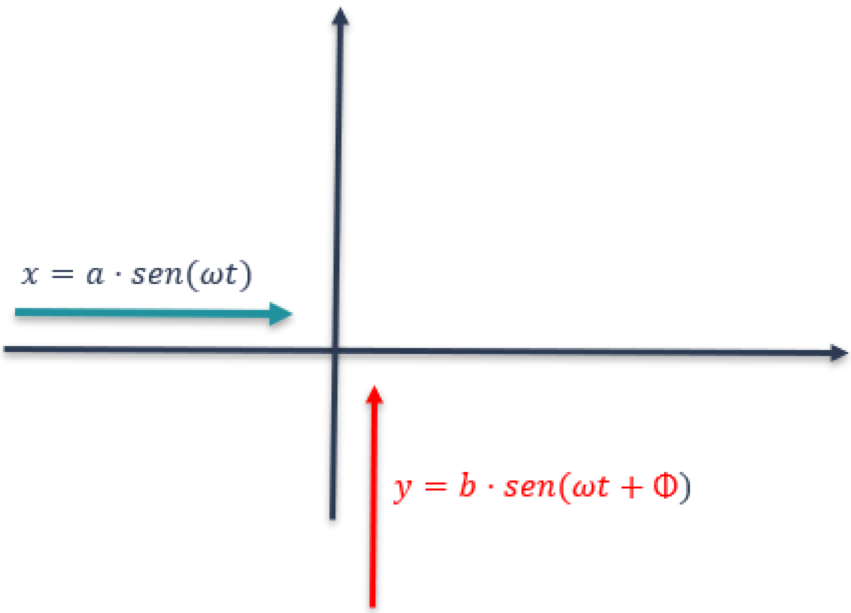
Logo, o período para esse MHS é dado por:

$$\boxed{T = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g \cdot sen\alpha \cdot sen\beta}}}$$

7. Figuras de Lissajous

Considere dois movimentos harmônicos perpendiculares entre si. Os movimentos harmônicos são:

$$\begin{cases} x = a \cdot \mathrm{sen}(\omega t) \\ y = b \cdot \mathrm{sen}(\omega t + \Phi) \end{cases}$$



Desenvolvendo o valor de y, temos:

$$y = b \cdot \mathrm{sen}(\omega t)\cos(\Phi) + b \cdot \cos(\omega t)\,\mathrm{sen}(\Phi)$$

Substituindo o valor de x no lugar de $\mathrm{sen}(\omega t)$, temos:

$$y = b \cdot \frac{x}{a} \cdot \cos(\Phi) + b \cdot \cos(\omega t)\,\mathrm{sen}(\Phi)$$

Isolando $\cos(\omega t)$:

$$\cos(\omega t) = \frac{y - \frac{ab\cos(\Phi)}{x}}{b\mathrm{sen}(\Phi)}$$

Podemos utilizar a relação fundamental:

$$\cos^2(\omega t) + \mathrm{sen}^2(\omega t) = 1$$

$$\left(\frac{y - \frac{ab\cos(\Phi)}{x}}{b\mathrm{sen}(\Phi)}\right)^2 + \frac{x^2}{a^2} = 1$$

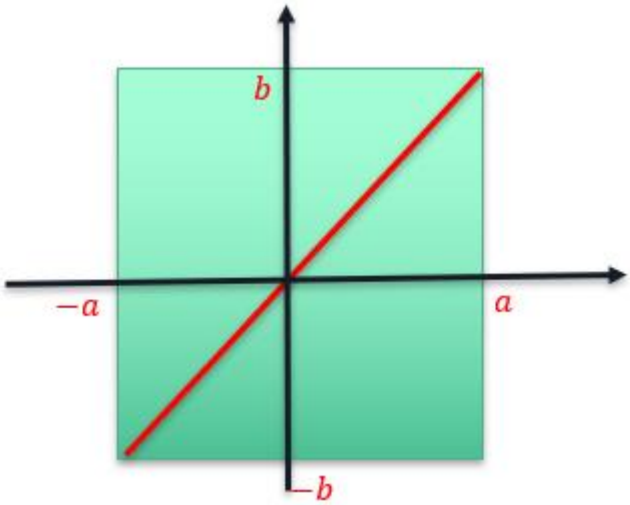
$$\boxed{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy\cos(\Phi)}{ab} = \mathrm{sen}^2\Phi}$$

Essa será a equação que guiará todas as figuras de Lissajous. Agora, veremos uma relação para cada caso analisado.

- Caso $\Phi = 0$

$$y = \frac{b}{a}x$$

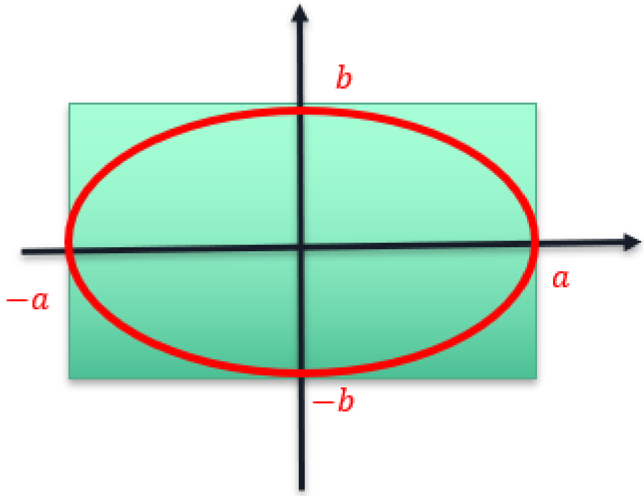
A figura representa uma reta:



- Caso $\Phi = 90°$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

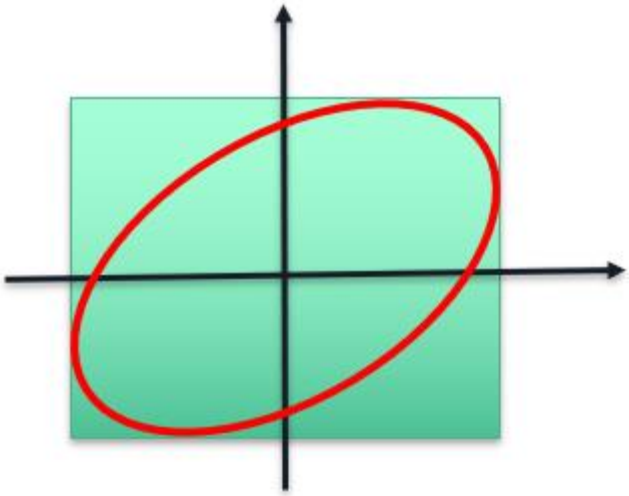
A figura representa uma elipse:



- Caso $\Phi = 45°$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{xy\sqrt{2}}{ab} = \frac{1}{2}$$

A figura representa uma elipse rotacionada:



Existem outras figuras, para encontrar basta fazer as substituições do ângulo Φ.

Questões - Nível 1

1. (EsPCEx 2018)

Com relação a um ponto material que efetua um movimento harmônico simples linear, podemos afirmar que:

a) ele oscila periodicamente em torno de duas posições de equilíbrio.

b) a sua energia mecânica varia ao longo do movimento.

c) o seu período é diretamente proporcional à sua frequência.

d) a sua energia mecânica é inversamente proporcional à amplitude.

e) o período independe da amplitude de seu movimento.

2.

Uma partícula, em movimento harmônico simples de amplitude igual a 0,25 m e período de 2 s, apresenta módulo da aceleração máxima, em m/s2 , igual a:

a) $\frac{\pi^2}{2}$

b) $\frac{\pi^2}{4}$

c) π^2

d) $\frac{\pi}{2}$

e) $\frac{\pi}{4}$

3. (EsPCEx 2012)

Uma mola ideal está suspensa verticalmente, presa a um ponto fixo no teto de uma sala, por uma de suas extremidades. Um corpo de massa 80 g é preso à extremidade livre da mola e verifica-se que a mola desloca-se para uma nova posição de equilíbrio. O corpo é puxado verticalmente para baixo e abandonado de modo que o sistema massa - mola passa a executar um movimento harmônico simples. Desprezando as forças dissipativas, sabendo que a constante elástica da mola vale 0,5 N/m e considerando $\pi = 3,14$, o período do movimento executado pelo corpo é de

a) 1,256 s

b) 2,512 s

c) 6,369 s

d) 7,850 s

e) 15,700 s

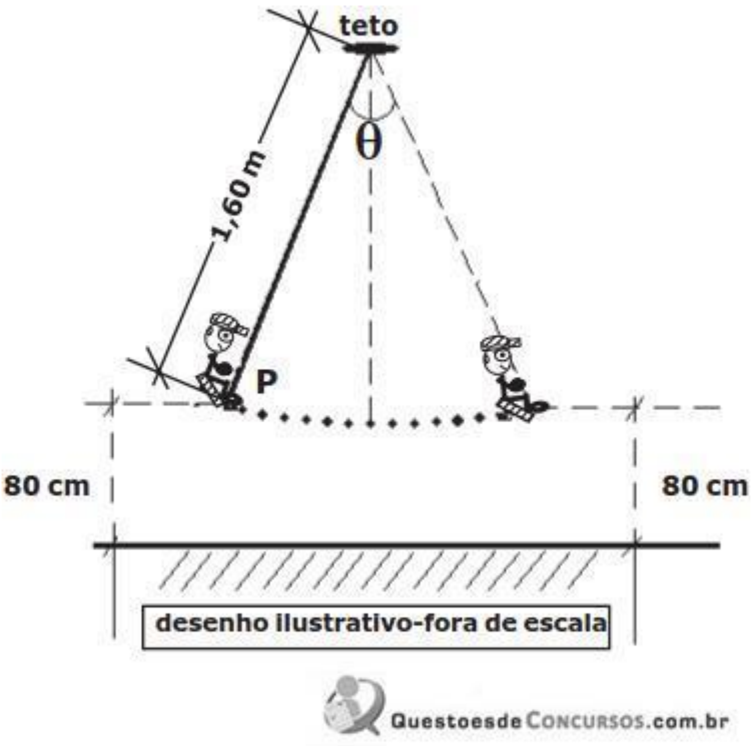
4. (EsPCEx 2015)

Uma criança de massa 25 kg brinca em um balanço cuja haste rígida não deformável e de massa desprezível, presa ao teto, tem 1,60 m de comprimento. Ela executa um movimento harmônico simples que atinge uma altura máxima de 80 cm em relação ao solo, conforme representado no desenho abaixo, de forma que o sistema criança mais balanço passa a ser considerado como um pêndulo simples com centro de massa na extremidade P da haste. Pode-se afirmar, com relação à situação exposta, que

Dados:

-intensidade da aceleração da gravidade $g = 10\ m/s^2$

-considere o ângulo de abertura não superior a 10°



a) a amplitude do movimento é 80 cm.

b) a frequência de oscilação do movimento é 1,25 Hz.

c) o intervalo de tempo para executar uma oscilação completa é de $0,8\ \pi s$.

d) a frequência de oscilação depende da altura atingida pela criança.

e) o período do movimento depende da massa da criança.

5. (EsPCEx 2012)

Peneiras vibratórias são utilizadas na indústria de construção para classificação e separação de agregados em diferentes tamanhos. O equipamento é constituído de um motor que faz vibrar uma peneira retangular, disposta no plano horizontal, para separação dos grãos. Em uma certa indústria de mineração, ajusta-se a posição da peneira de modo que ela execute um movimento harmônico simples (MHS) de função horária $x = 8 \cos (8 \pi t)$, onde x é a posição medida em centímetros e t o tempo em segundos. O número de oscilações a cada segundo executado por esta peneira é de

a) 2

b) 4

c) 8

d) 16

e) 32

6. (EsPCEx 2014)

Um objeto preso por uma mola de constante elástica igual a 20 N/m executa um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio. A energia mecânica do sistema é de 0,4 J e as forças dissipativas são desprezíveis. A amplitude de oscilação do objeto é de:

a) 0,1 m

b) 0,2 m

c) 1,2 m

d) 0,6 m

e) 0,3 m

7. (UFPB)

Um Professor de Física utiliza uma mola, de constante elástica k e comprimento L (quando não distendida), para demonstrar em sala de aula o movimento harmônico simples (MHS). A mola, presa ao teto da sala, pende verticalmente. Um corpo de massa m é preso à extremidade livre da mola e subitamente largado.

Desprezando todas as forças dissipativas, admitindo que a mola tem massa desprezível e que a gravidade terrestre é g, analise as afirmações a seguir: (g = 10 m/s2)

I. O período do MHS obtido é T = 2.π.$\sqrt{L/g}$.

II. O corpo não realiza MHS devido à gravidade.

III. A nova posição de equilíbrio está deslocada de ΔL = m.g/k.

IV. A energia mecânica total do corpo, no movimento vertical, é igual à soma das suas energias cinética, potencial elástica e potencial gravitacional.

Estão corretas apenas:

a) I e II

b) I e III

c) I e IV

d) II e III

e) III e IV

8. (UECE)

Um sistema oscilante massa-mola possui uma energia mecânica igual a 1,0 J, uma amplitude de oscilação 0,5 m e uma velocidade máxima igual a 2 m/s. Portanto, a constante da mola, a massa e a frequência são, respectivamente, iguais a:

a) 8,0 N/m, 1,0 kg e 4/π Hz

b) 4,0 N/m, 0,5 kg e 4/π Hz

c) 8,0 N/m, 0,5 kg e 2/π Hz

d) 4,0 N/m, 1,0 kg e 2/π Hz

9. (EEAR 2016)

Um tubo sonoro aberto em suas duas extremidades, tem 80 cm de comprimento e está vibrando no segundo harmônico. Considerando a velocidade de propagação do som no tubo igual a 360 m/s, a sua frequência de vibração, em hertz, será

a) 150

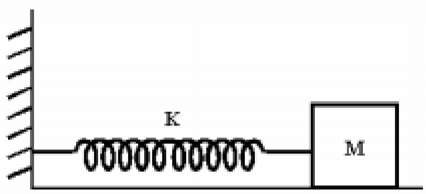
b) 250

c) 350

d) 450

10. (UFPE)

Um objeto de massa M = 0,5 kg, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é K = 50 N/m. O objeto é puxado por 10 cm e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio.



Qual a velocidade máxima do objeto, em m/s?

a) 0,5

b) 1,0

c) 2,0

d) 5,0

e) 7,0

11. (UCMG)

Um corpo executa um movimento harmônico simples. Com relação à sua aceleração, afirma-se que:

a) é máxima nos extremos do percurso.

b) é máxima no ponto médio do percurso.

c) é indeterminada.

d) é nula nos extremos do percurso.

e) tem o mesmo sentido em qualquer instante.

12. (UFPA)

A equação do movimento harmônico simples descrito por uma partícula é x = 10 cos (100π t + π/3) sendo x em centímetro e t em segundos. Qual será a amplitude e a frequência do movimento respectivamente em centímetros e hertz?

a) 10; 50

b) 10; 100

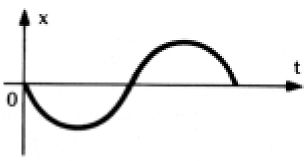
c) 50; 50

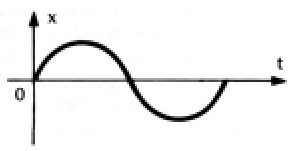
d) 50; 100

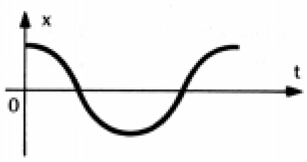
e) 10; π/3

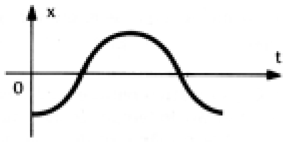
13. (PUC CAMPINAS SP)

A massa oscilante de um oscilador harmônico realiza um MHS cuja equação é x = 5 cos (π t + π/2). O gráfico correspondente é:

a) 

b) 

c) 

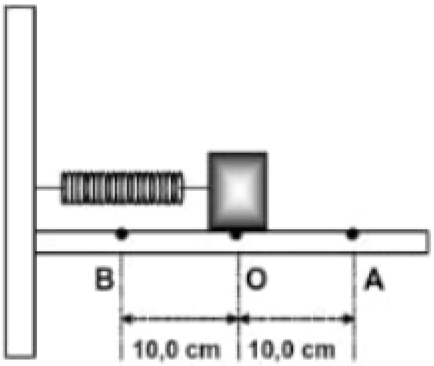


d)

e) nenhuma das anteriores.

14. (MACKENZIE - SP)

Um corpo de 250g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica k igual a 100N/m, como mostra a figura abaixo. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo até o ponto A, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto A



a) uma vez.

b) duas vezes.

c) três vezes.

d) quatro vezes.

e) seis vezes.

Gabarito - Nível 1

1. E
2. B
3. B
4. C
5. B
6. B
7. E
8. C
9. D
10. B
11. A
12. A
13. A
14. C

Questões comentadas - Nível 1

1. (EsPCEx 2018)

Com relação a um ponto material que efetua um movimento harmônico simples linear, podemos afirmar que:

a)ele oscila periodicamente em torno de duas posições de equilíbrio.

b)a sua energia mecânica varia ao longo do movimento.

c) o seu período é diretamente proporcional à sua frequência.

d) a sua energia mecânica é inversamente proporcional à amplitude.

e) o período independe da amplitude de seu movimento.

Comentário:

Um corpo que oscila num movimento harmônico simples , possui uma posição de equilíbrio e sua energia mecânica é constante. Tal movimento assemelha-se a um MCU, de onde podemos deduzir tais equações:

$$x(ou\ y) = A.\cos(\omega t)\,;k = m.\omega^2 \quad e \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Assim temos que a afirmação E é verdadeira pois o período só depende da velocidade angular! 😊

Gabarito: E

2.

Uma partícula, em movimento harmônico simples de amplitude igual a 0,25 m e período de 2 s, apresenta módulo da aceleração máxima, em m/s2 , igual a:

a) $\frac{\pi^2}{2}$

b) $\frac{\pi^2}{4}$

c) π^2

d) $\frac{\pi}{2}$

e) $\frac{\pi}{4}$

Comentário:

Do enunciado, temos:

$$A = 0{,}25\ e\ T = 2\ s$$

Portanto:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi\frac{rad}{s}$$

Da expressão de posição de um MHS:

$$\boldsymbol{x = A.\cos(\omega t) \rightarrow v = A\omega.sen(\omega t) \rightarrow a = A.\omega^2.(-\cos(\omega t))}$$

Assim, para a aceleração máxima, temos:

$$\boldsymbol{a_{máx} = A.\omega^2 \rightarrow 0,25.\pi^2 = \frac{\pi^2}{4}}$$

Gabarito: B

3. (EsPCEx 2012)

Uma mola ideal está suspensa verticalmente, presa a um ponto fixo no teto de uma sala, por uma de suas extremidades. Um corpo de massa 80 g é preso à extremidade livre da mola e verifica-se que a mola desloca-se para uma nova posição de equilíbrio. O corpo é puxado verticalmente para baixo e abandonado de modo que o sistema massa - mola passa a executar um movimento harmônico simples. Desprezando as forças dissipativas, sabendo que a constante elástica da mola vale 0,5 N/m e considerando π = 3,14, o período do movimento executado pelo corpo é de

a) 1,256 s

b) 2,512 s

c) 6,369 s

d) 7,850 s

e) 15,700 s

Comentário:

Sabendo que o período do MHS é dado por:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\,.\,3{,}14\,.\sqrt{\frac{80\,.\,10^{-3}}{0{,}5}}$$

$$T = 2\,.\,3{,}14\,.\sqrt{16\,.\,10^{-2}}$$

$$T = 2\,.\,3{,}14\,.\frac{4}{10}$$

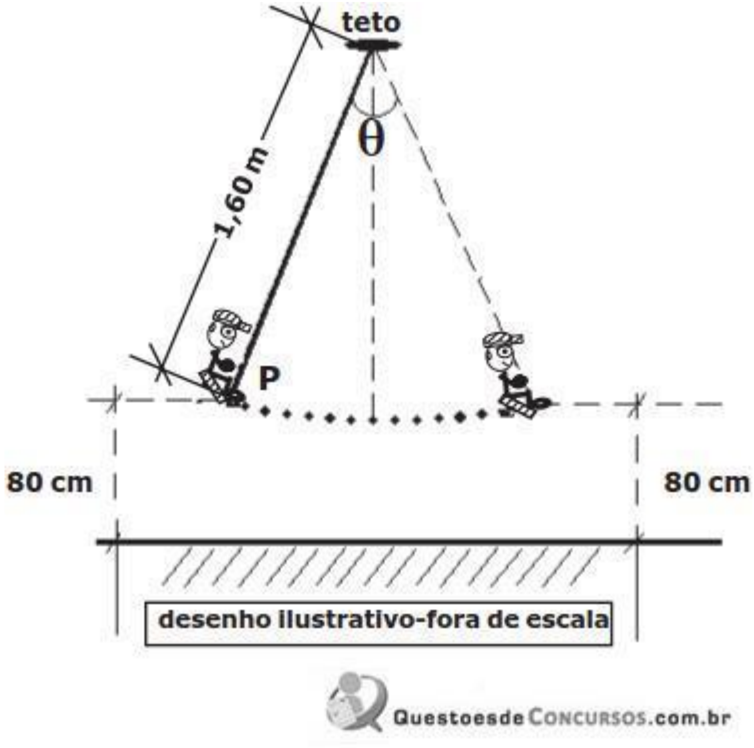
$$T = 2{,}512\ s$$

Gabarito: B

4. (EsPCEx 2015)

Uma criança de massa 25 kg brinca em um balanço cuja haste rígida não deformável e de massa desprezível, presa ao teto, tem 1,60 m de comprimento. Ela executa um movimento harmônico simples que atinge uma altura máxima de 80 cm em relação ao solo, conforme representado no desenho abaixo, de forma que o sistema criança mais balanço passa a ser considerado como um pêndulo simples com centro de massa na extremidade P da haste. Pode-se afirmar, com relação à situação exposta, que

Dados:
-intensidade da aceleração da gravidade g = 10 m/s²
-considere o ângulo de abertura não superior a 10°



a) a amplitude do movimento é 80 cm.

b) a frequência de oscilação do movimento é 1,25 Hz.

c) o intervalo de tempo para executar uma oscilação completa é de 0,8 πs.

d) a frequência de oscilação depende da altura atingida pela criança.

e) o período do movimento depende da massa da criança.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos que:

- Alternativa A está incorreta, pois se a amplitude fosse de 80 cm a distância entre os dois pontos na qual a velocidade é nula seria de 160 cm que é igual ao valor do fio do balanço e, portanto, haveria a formação de um triângulo equilátero e, consequentemente, o ângulo θ seria de 60° e, do enunciado, temos que θ é menor que 10°. Logo, a amplitude do movimento não pode ser de 80 cm.

- Alternativa B, devemos calcular a frequência do movimento:

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{10}{1,6}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{100}{16}}$$

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\frac{10}{4}$$

$$f = \frac{10}{8.\pi}$$

$$f = \frac{1{,}25}{\pi}\ Hz$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa C, devemos calcular o período do movimento, sabendo que:

$$T = \frac{1}{f}$$

$$T = \frac{1}{\frac{10}{8.\pi}}$$

$$T = \frac{8.\pi}{10}$$

$$T = 0{,}8.\pi\ s$$

Logo, a alternativa está correta.

- Alternativa D, devemos analisar a fórmula da frequência:

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{g}{l}}$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois a fórmula não depende da altura atingida pela criança.

- Alternativa D, devemos analisar a fórmula do período:

$$T = 2.\pi.\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Logo, a alternativa está incorreta, pois a fórmula não depende da massa da criança.

Gabarito: C

---

5. (EsPCEx 2012)

Peneiras vibratórias são utilizadas na indústria de construção para classificação e separação de agregados em diferentes tamanhos. O equipamento é constituído de um motor que faz vibrar uma peneira retangular, disposta no plano horizontal, para separação dos grãos. Em uma certa indústria de mineração, ajusta-se a posição da peneira de modo que ela execute um movimento harmônico simples (MHS) de função horária x = 8 cos (8 π t), onde x é a posição medida em centímetros e t o tempo em segundos. O número de oscilações a cada segundo executado por esta peneira é de

a) 2

b) 4

c) 8

d) 16

e) 32

Comentário:

Sabendo que a fórmula do MHS é dada por:

$$x = A\,.\,Cos(\varphi_0 + \omega.t)$$

Da fórmula do enunciado, temos que:

$$\omega = 8\,.\,\pi$$

Como queremos o número de oscilações a cada segundo, queremos a frequência. Portanto:

$$2\,.\,\pi\,.\,f = 8\,.\,\pi$$

$$f = 4\ Hz$$

$$f = 4\ oscilações\ a\ cada\ segundo$$

Gabarito: B

---

6. (EsPCEx 2014)

Um objeto preso por uma mola de constante elástica igual a 20 N/m executa um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio. A energia mecânica do sistema é de 0,4 J e as forças dissipativas são desprezíveis. A amplitude de oscilação do objeto é de:

a) 0,1 m

b) 0,2 m

c) 1,2 m

d) 0,6 m

e) 0,3 m

Comentário:

Sabendo que a energia no MHS é dada por:

$$E = \frac{k\,.\,A^2}{2}$$

$$0{,}4 = \frac{20\,.\,A^2}{2}$$

$$\frac{4}{10} = 10\,.\,A^2$$

$$A^2 = \frac{4}{100}$$

$$A = \sqrt{\frac{4}{100}}$$

$$A = \frac{2}{10}$$
$$A = 0{,}2\ m$$

Gabarito: B

---

7. (UFPB)

Um Professor de Física utiliza uma mola, de constante elástica k e comprimento L (quando não distendida), para demonstrar em sala de aula o movimento harmônico simples (MHS). A mola, presa ao teto da sala, pende verticalmente. Um corpo de massa m é preso à extremidade livre da mola e subitamente largado.

Desprezando todas as forças dissipativas, admitindo que a mola tem massa desprezível e que a gravidade terrestre é g, analise as afirmações a seguir: (g = 10 m/s2)

I. O período do MHS obtido é T = 2.π.$\sqrt{L/g}$.

II. O corpo não realiza MHS devido à gravidade.

III. A nova posição de equilíbrio está deslocada de ΔL = m.g/k.

IV. A energia mecânica total do corpo, no movimento vertical, é igual à soma das suas energias cinética, potencial elástica e potencial gravitacional.

Estão corretas apenas:

a) I e II

b) I e III

c) I e IV

d) II e III

e) III e IV

Comentário:

Analisando as afirmativas:

- Afirmativa I está incorreta, pois o período do MHS obtido é dado por:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\sqrt{\frac{m}{k}}$$

- Afirmativa II está incorreta, pois a gravidade não impossibilita o MHS, ela apenas altera a posição de equilíbrio.

- Afirmativa III, devemos calcular o ponto no qual a força elástica se iguala ao peso:

$$F = P$$
$$k\,.\,x = m\,.\,g$$
$$x = \frac{m\,.\,g}{k}$$

Como a posição de equilíbrio no início era igual a zero, temos que x representa o deslocamento da posição de equilíbrio. Logo, a afirmativa está correta.

- Afirmativa IV está correta, pois no movimento vertical temos a velocidade, a mola e a gravidade e, portanto, temos as energias relacionadas a elas que seriam a energia cinética, energia potencial elástica e energia potencial gravitacional. Com isso, a energia total é dada pela soma dessas três energias. Logo, a afirmativa está correta.

Dessa forma, apenas as afirmativas III e IV estão corretas.

Gabarito: E

---

8. (UECE)

Um sistema oscilante massa-mola possui uma energia mecânica igual a 1,0 J, uma amplitude de oscilação 0,5 m e uma velocidade máxima igual a 2 m/s. Portanto, a constante da mola, a massa e a frequência são, respectivamente, iguais a:

a) 8,0 N/m, 1,0 kg e 4/π Hz

b) 4,0 N/m, 0,5 kg e 4/π Hz

c) 8,0 N/m, 0,5 kg e 2/π Hz

d) 4,0 N/m, 1,0 kg e 2/π Hz

Comentário:

Calculando a constante da mola, sabendo que:

$$E = \frac{K.A^2}{2}$$

$$1 = \frac{K.0{,}5^2}{2}$$

$$2 = \frac{K.1}{4}$$

$$K = 8\ N/m$$

Calculando a massa, sabendo que:

$$E = \frac{m.vm^2}{2}$$

$$1 = \frac{m.2^2}{2}$$

$$1 = \frac{m.4}{2}$$

$$m = \frac{1}{2}$$

$$m = 0{,}5\ kg$$

Calculando a frequência, sabendo que:

$$f = \frac{1}{2.\pi} . \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2\,.\,\pi}\,.\,\sqrt{\frac{8}{0{,}5}}$$

$$f = \frac{1}{2\,.\,\pi}\,.\,\sqrt{16}$$

$$f = \frac{4}{2\,.\,\pi}$$

$$f = \frac{2}{\pi}\ Hz$$

Dessa forma, temos que a alternativa correta é a letra C.

Gabarito: C

---

9. (EEAR 2016)

Um tubo sonoro aberto em suas duas extremidades, tem 80 cm de comprimento e está vibrando no segundo harmônico. Considerando a velocidade de propagação do som no tubo igual a 360 m/s, a sua frequência de vibração, em hertz, será

a) 150

b) 250

c) 350

d) 450

Comentário:

Sabendo que a frequência em um tubo aberto nas duas extremidades é dada por:

$$f = \frac{n\,.\,v}{2\,.\,L}$$

$$f = \frac{2\,.360}{2\,.\,80\,.\,10^{-2}}$$

$$f = \frac{2\,.360\,.\,10^{2}}{2\,.\,80}$$

$$f = \frac{360\,.\,10^{2}}{80}$$

$$f = \frac{36\,.\,10^{2}}{8}$$

$$f = \frac{900}{2}$$

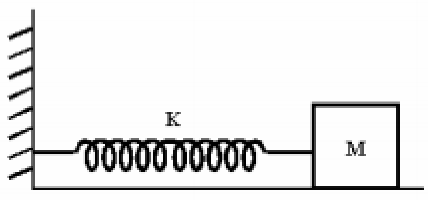
$$f = 450\ Hz$$

Gabarito: D

---

10. (UFPE)

Um objeto de massa M = 0,5 kg, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é K = 50 N/m. O objeto é puxado por 10 cm e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio.



Qual a velocidade máxima do objeto, em m/s?

a) 0,5

b) 1,0

c) 2,0

d) 5,0

e) 7,0

Comentário:

Sabendo que a energia total do MHS é dada por:

$$E = \frac{k\,.\,A^2}{2} = \frac{m\,.\,vmax^2}{2}$$

$$\frac{50\,.\,(10\,.\,10^{-2})^2}{2} = \frac{0{,}5\,.\,vmax^2}{2}$$

$$50\,.\,(10^{-1})^2 = \frac{vmax^2}{2}$$

$$100\,.\,10^{-2} = vmax^2$$

$$vmax^2 = 1$$

$$vmax = 1\,m/s$$

Gabarito: B

11. (UCMG)

Um corpo executa um movimento harmônico simples. Com relação à sua aceleração, afirma-se que:

a) é máxima nos extremos do percurso.

b) é máxima no ponto médio do percurso.

c) é indeterminada.

d) é nula nos extremos do percurso.

e) tem o mesmo sentido em qualquer instante.

Comentário:

De um conhecimento prévio, sabemos que a aceleração no MHS será máxima nos extremos e nula no ponto médio do percurso. Contudo, podemos analisar o caso da mola para concluir esse fato, pois a força elástica é nula no ponto médio e máxima nos extremos e, como, a aceleração é diretamente proporcional à força, temos que ela será nula e máxima quando a força elástica também for.

Gabarito: A

12. (UFPA)

A equação do movimento harmônico simples descrito por uma partícula é x = 10 cos (100π t + π/3) sendo x em centímetro e t em segundos. Qual será a amplitude e a frequência do movimento respectivamente em centímetros e hertz?

a) 10; 50

b) 10; 100

c) 50; 50

d) 50; 100

e) 10; π/3

Comentário:

Sabendo que a fórmula do MHS é dada por:

$$x = A \,.\, Cos(\varphi_0 + \omega . t)$$

Com isso, comparando com a equação do enunciado, temos:

$$A = 10\ cm$$

$$\omega = 100\,.\,\pi$$

$$2\,.\,\pi\,.\,f = 100\,.\,\pi$$

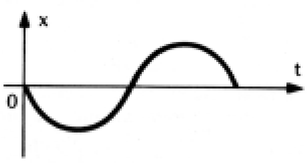
$$f = 50\ Hz$$

Dessa forma, temos que o gabarito é letra A.

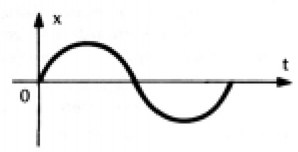
Gabarito: A

13. (PUC CAMPINAS SP)

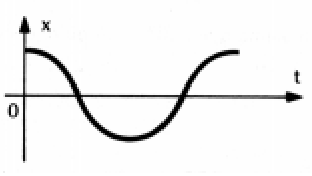
A massa oscilante de um oscilador harmônico realiza um MHS cuja equação é x = 5 cos (π t + π/2). O gráfico correspondente é:

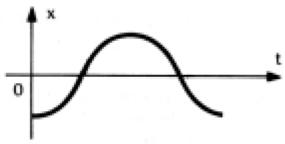


a)



b)

c) 

d) 

e) nenhuma das anteriores.

Comentário:

Analisando para t=0:

$$x = 5\,.\,Cos(\pi.t + \pi/2)$$
$$x = 5\,.\,Cos(\pi/2)$$
$$x = 5\,.\,0$$
$$x = 0$$

Dessa forma, temos que as alternativas C e D estão incorretas.

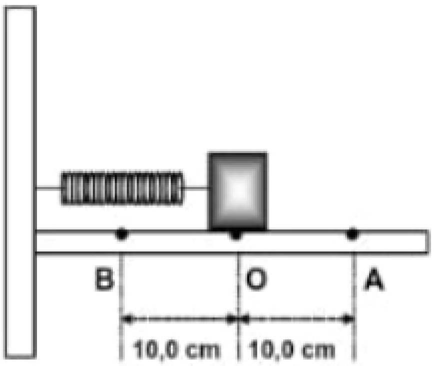
Como ele começa em π/2, ele após esse momento, irá para valores negativos como escrito na letra A.

Gabarito: A

---

14. (MACKENZIE - SP)

Um corpo de 250g de massa encontra-se em equilíbrio, preso a uma mola helicoidal de massa desprezível e constante elástica k igual a 100N/m, como mostra a figura abaixo. O atrito entre as superfícies em contato é desprezível. Estica-se a mola, com o corpo até o ponto A, e abandona-se o conjunto nesse ponto, com velocidade zero. Em um intervalo de 1,0s, medido a partir desse instante, o corpo retornará ao ponto A



a) uma vez.

b) duas vezes.

c) três vezes.

d) quatro vezes.

e) seis vezes.

Comentário:

Calculando a frequência do MHS do enunciado:

$$f = \frac{1}{2 \, . \, \pi} \, . \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f = \frac{1}{2 \, . \, \pi} \, . \sqrt{\frac{100}{250 \, . \, 10^{-3}}}$$

$$f = \frac{1}{2 \, . \, \pi} \, . \sqrt{\frac{10^4}{25}}$$

$$f = \frac{1}{2 \, . \, \pi} \, . \frac{100}{5}$$

$$f = \frac{1}{\pi} \, . \frac{100}{10}$$

$$f = \frac{10}{\pi}$$

$$f = 3{,}18 \, Hz$$

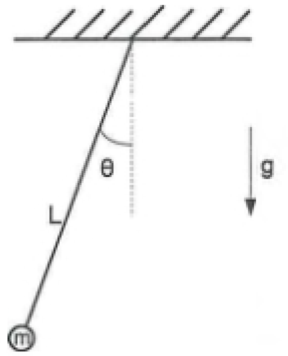
Com isso, temos que para 1 segundo o bloco executa 3,18 oscilações. Logo, ele passa 3 vezes por A.

Gabarito: C

Questões - Nível 2

1. (Escola Naval 2018)

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra um pêndulo oscilando em movimento harmônico simples. Sua equação de posição angular em função do tempo é dada por: $\theta(t)=(\pi/30)sen(\omega t)$ radianos. Sabe-se que $L=2,5m$ é o comprimento do pêndulo, e $g=10m/s2$ é a aceleração da gravidade local. Qual a velocidade linear, em m/s, da massa $m=2,0kg$, quando passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória?

Dado: considere $\pi=3$

a) 0,30

b) 0,50

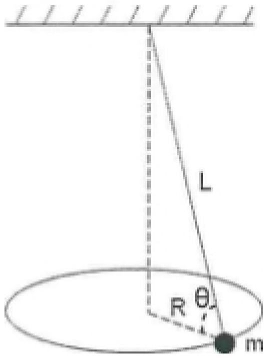
c) 0,60

d) 0,80

e) 1,00

2. (Escola Naval 2018)

Analise a figura abaixo



A figura mostra um pêndulo cônico no qual um pequeno objeto de massa m, preso à extremidade inferior de um fio, move-se em uma circunferência horizontal de raio R, com o módulo da velocidade constante. O fio tem comprimento L e massa desprezível. Sendo g a aceleração da gravidade e sabendo que a relação entre a tração T e o peso P do objeto é T=4P, qual o período do movimento?

a) $\sqrt{\frac{\pi^2}{8g}L}$

b) $\left(\frac{\pi^2}{4g}L\right)^{1/2}$

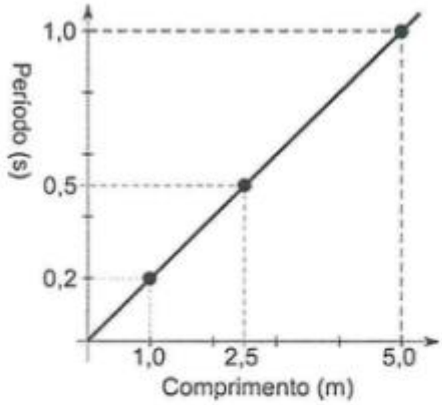
c) $\sqrt{\frac{\pi^2}{2g}L}$

d) $\left(\frac{\pi^2}{g}L\right)^{1/2}$

e) $\frac{2\pi^2}{g}L$

3. (Escola Naval 2018)

Analise o gráfico abaixo



Em uma série de experiências, foi medido, para três valores do comprimento L, o período de oscilação correspondente a meio comprimento de onda estacionária entre as extremidades fixas de uma corda com densidade linear de massa 0,60 kg/m. Os resultados, representados no gráfico (linear) da figura acima, indicam que a tensão na corda, em newtons, em todas as experiências realizadas, foi igual a:

a) 60

b) 45

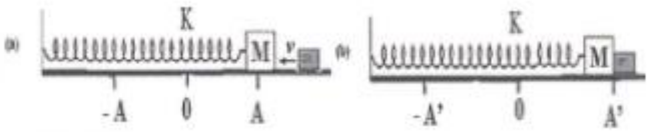
c) 30

d) 20

e) 15

4. (EFOMM 2018)

Na figura (a) é apresentada uma mola de constante K, que tem presa em sua extremidade um bloco de massa M. Esse sistema oscila em uma superfície lisa sem atrito com amplitude A, e a mola se encontra relaxada no ponto 0. Em um certo instante, quando a massa M se encontra na posição A, um bloco de massa m e velocidade v se choca com ela, permanecendo grudadas (figura (b)). Determine a nova amplitude de oscilação A' do sistema massamola.



a) $A' = \sqrt{\frac{m^2v^2}{(m+M)K} + A^2}$

b) $A' = \sqrt{\frac{mv^2}{K} + A^2}$

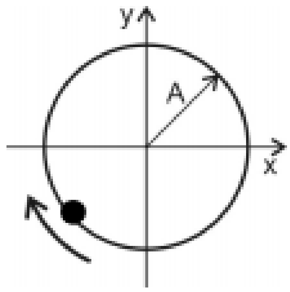
c) $A' = \sqrt{\frac{(M+m)v^2}{K} + A^2}$

d) $A' = \sqrt{\frac{M+m}{K}}\, v$

e) A' = A

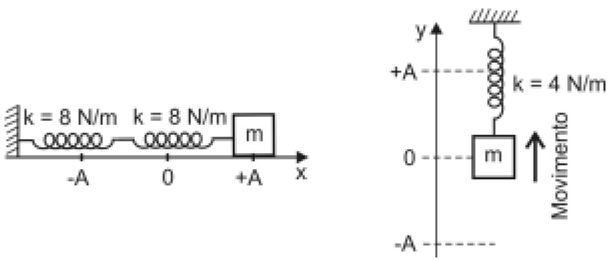
5. (AFA 2019)

Um corpo de massa m = 1 kg movimenta-se no sentido horário, ao longo de uma trajetória circular de raio A, em movimento circular uniforme com velocidade angular igual a 2 rad/s, conforme a figura abaixo.

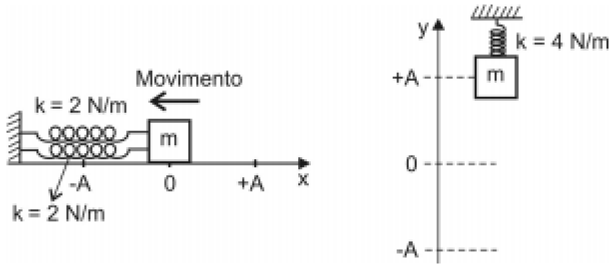


Nessas condições, os sistemas massa-mola oscilando em movimento harmônico simples, a partir de t = 0, que podem representar o movimento dessa partícula, respectivamente, nos eixos x e y, são:

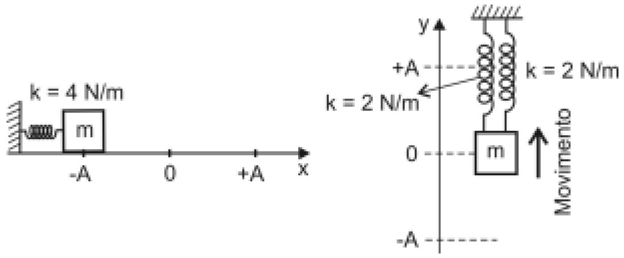
a)



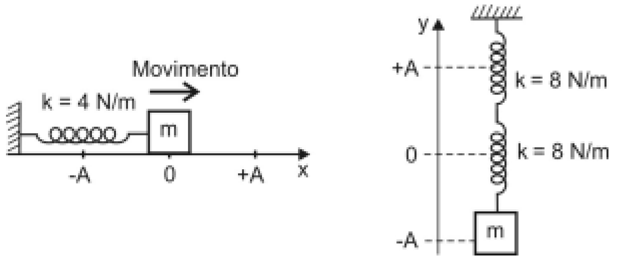
b)



c)



d)



6. (EFOMM 2017)

Em uma mola ideal pendurada no teto, foi colocado um corpo de massa igual a 10 kg, que causou uma deformação na mola igual a 50 cm. Posteriormente, a massa de *(ERRO)*0,1 kg foi substituída por uma massa de 12,5 kg. Nessa nova condição, o sistema foi posto para oscilar. Admitindo que a aceleração da gravidade g = 10 m/s2, determine o período de oscilação do movimento.

a) π/2s

b) 3π/4s

c) π s

d) 2π/3s

e) 2π s

7. (AFA 2018)

COMO A HIPERMETROPIA ACONTECE NA INFÂNCIA:

É muito comum bebês e crianças apresentarem algum tipo de erro refrativo, e a hipermetropia é o caso mais constante. Isso porque este tipo de ametropia (erro de refração) pode se manifestar desde a fase de recém-nascido. A hipermetropia é um erro de refração caracterizado pelo modo em que o olho, menor do que o normal, foca a imagem atrás da retina. Consequentemente, isso faz com que a visão de longe seja melhor do que a de perto. (...)

De acordo com a Dra. Liana, existem alguns fatores que podem influenciar a incidência de hipermetropia em crianças, como o ambiente, a etnia e, principalmente, a genética. “As formas leves e moderadas, com até seis dioptrias, são passadas de geração para geração (autossômica dominante). Já a hipermetropia elevada é herdada dos pais (autossômica recessiva)”, explicou a especialista.

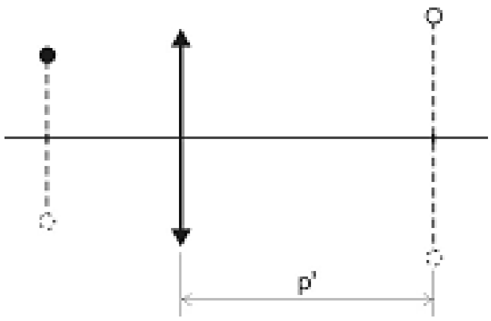
A médica ainda relatou a importância em identificar, prematuramente, o comportamento hipermétrope da criança, caso contrário, esse problema pode afetar a rotina visual e funcional delas. “A falta de correção da hipermetropia pode dificultar o processo de aprendizado, e ainda pode reduzir, ou limitar, o desenvolvimento nas atividades da criança. Em alguns casos, pode ser responsável por repetência, evasão escolar e dificuldade na socialização, requerendo ações de identificação e tratamento”, concluiu a Dra. Liana.

Os sintomas relacionados à hipermetropia, além da dificuldade de enxergar de perto, variam entre: dores de cabeça, fadiga ocular e dificuldade de concentração em leitura.(...)

O tratamento utilizado para corrigir este tipo de anomalia é realizado através da cirurgia refrativa. O uso de óculos (com lentes esféricas) ou lentes de contato corretivas é considerado método convencional, que pode solucionar o problema visual do hipermétrope.

(Disponível em:www.cbo.net.br/novo/publicacao/revista_vejabem. Acesso em: 18 fev. 2017.)

De acordo com o texto acima, a hipermetropia pode ser corrigida com o uso de lentes esféricas. Dessa maneira, uma lente corretiva, delgada e gaussiana, de vergência igual a +2 di, conforme figura a seguir, é utilizada para projetar, num anteparo colocado a uma distância p' da lente, a imagem de um corpo luminoso que oscila em movimento harmônico simples (MHS). A equação que descreve o movimento oscilatório desse corpo é $y = (0{,}1)\text{sen}\left[4t + \frac{\pi}{2}\right]$.



Considere que a equação que descreve a oscilação projetada no anteparo é dada por $y' = (0{,}5)sen\left[4t + \frac{3\pi}{2}\right](SI)$.

Nessas condições, a distância p', em cm, é:

a) 100

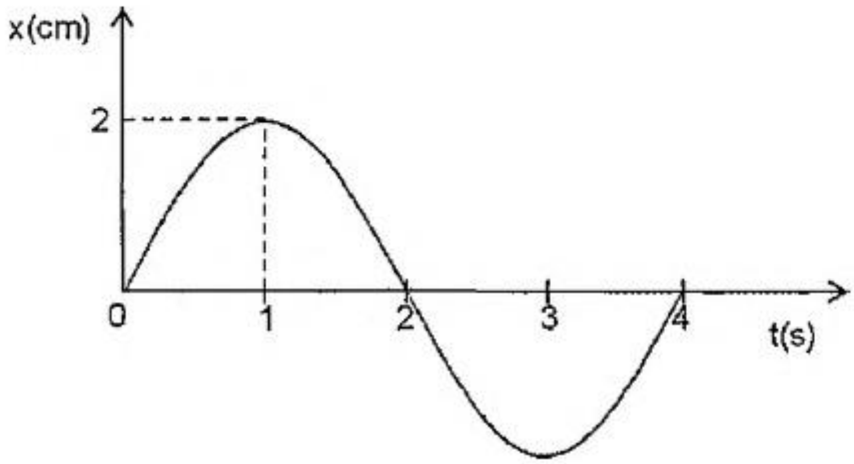
b)200

c) 300

d) 400

8. (Escola Naval 2017)

Analise o gráfico abaixo.



O gráfico acima representa a posição x de uma partícula que realiza um MHS (Movimento Harmônico Simples), em função do tempo t. A equação que relaciona a velocidade v, em cm/s, da partícula com a sua posição x é

a) v2= π2(1- x2)

b) $v^2 = \frac{\pi^2}{2}(1 - \frac{x^2}{2})$

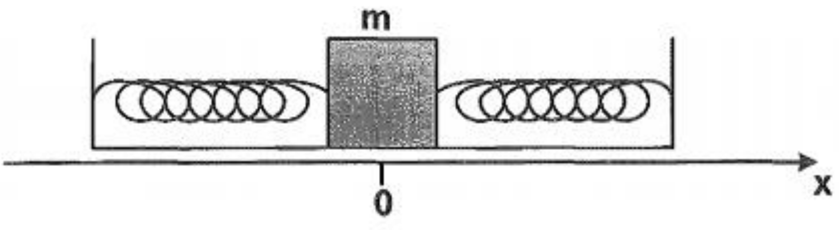
c) v2= π2(1+ x2)

d) $v^2 = \pi^2(1 - \frac{x^2}{4})$

e) $v^2 = \frac{\pi^2}{4}(1 - x^2)$

9. (Escola Naval 2016)

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra duas molas ideais idênticas presas a um bloco de massa m e a dois suportes fixos. Esse bloco está apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito e oscila com amplitude A em torno da posição de equilíbrio x = 0. Considere duas posições do bloco sobre o eixo x: x1 = A/4 e x2= 3A/4. Sendo v1 e v2 as respectivas velocidades do bloco nas posições x1 e x2, a razão entre os módulos das velocidades, v1/v2, é:

a) $\sqrt{\frac{15}{7}}$

b) $\sqrt{\frac{7}{15}}$

c) $\sqrt{\frac{7}{16}}$

d) $\sqrt{\frac{15}{16}}$

e) $\sqrt{\frac{16}{7}}$

10. (EFOMM 2016)

Um cubo de 25,0 kg e 5,0 m de lado flutua na água. O cubo é, então, afundado ligeiramente para baixo por Dona Marize e, quando liberado, oscila em um movimento harmônico simples com uma certa frequência angular. Desprezando-se as forças de atrito, essa frequência angular é igual a:

a) 50 rad/s

b) 100 rad/s

c) 150 rad/s

d) 200 rad/s

e) 250 rad/s

11. (EFOMM 2016)

Um pêndulo simples de comprimento L está fixo ao teto de um vagão de um trem que se move horizontalmente com aceleração a. Assinale a opção que indica o período de oscilações do pêndulo.

a)

$$\left(\frac{4\pi^2 L^2}{\sqrt{\frac{a^2}{g^2}-1}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

b)

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

c)

$$2\pi\sqrt{\frac{2L}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$

d)

$$2\pi\sqrt{\left(\frac{L^2}{g^2+a^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

e)

$$\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

12. (AFA 2017)

Uma partícula de massa m pode ser colocada a oscilar em quatro experimentos diferentes, como mostra a Figura 1 abaixo.

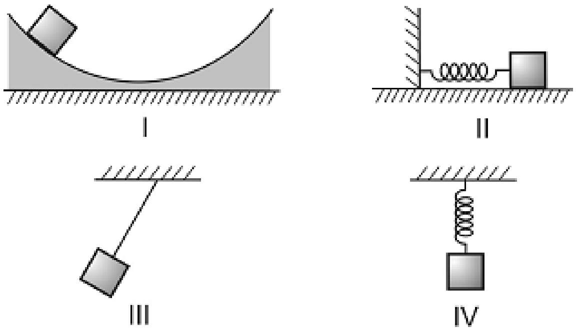


Figura 1

Para apenas duas dessas situações, tem-se o registro do gráfico senoidal da posição da partícula em função do tempo, apresentado na Figura 2.

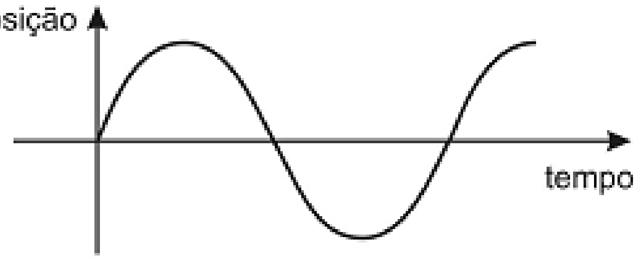


Figura 2

Considere que não existam forças dissipativas nos quatro experimentos; que, nos experimentos II e IV, as molas sejam ideais e que as massas oscilem em trajetórias perfeitamente retilíneas; que no experimento III o fio conectado à massa seja ideal e inextensível; e que nos experimentos I e III a massa descreva uma trajetória que é um arco de circunferência.

Nessas condições, os experimentos em que a partícula oscila certamente em movimento harmônico simples são, apenas

a) I e III

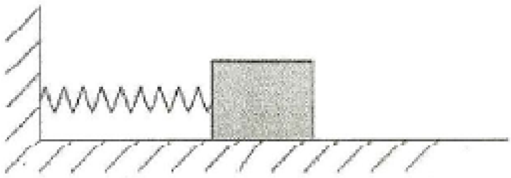
b) II e III

c) III e IV

d) II e IV

13. (EFOMM 2011)

Observe a figura a seguir.



Considere o sistema massa-mola indicado acima, que oscila sobre um plano horizontal num movimento harmônico simples com energia mecânica E, amplitude A, frequência f e velocidade máxima Vm. Se a energia mecânica deste sistema for aumentada para 2E, quais serão, respectivamente, a amplitude, a frequência e a velocidade máxima do novo movimento harmônico simples?

a) 2A, 2f, 2Vm

b) 2A, 2f, $\sqrt{2}$Vm

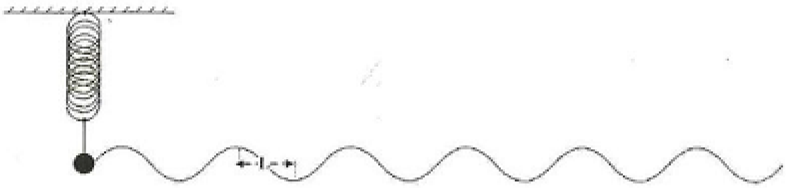
c) $\sqrt{2}$A, f, 2Vm

d) $\sqrt{2}$A, f, $\sqrt{2}$Vm

e) A, $\sqrt{2}$f, $\sqrt{2}$Vm

14. (EFOMM 2011)

Observe a figura a seguir.



Uma mola ideal tem uma de suas extremidades presa ao teto e a outra a uma esfera de massa m que oscila em movimento harmônico simples. Ligada à esfera, tem-se um fio muito longo de massa desprezível, e nele observa-se, conforme indica a figura acima, a formação de uma onda harmônica progressiva que se propaga com velocidade V. Sendo assim, a constante elástica da mola é igual a

a) $k = \frac{16V^2\pi^2 m}{L^2}$

b) $k = \frac{9V^2\pi^2 m}{L^2}$

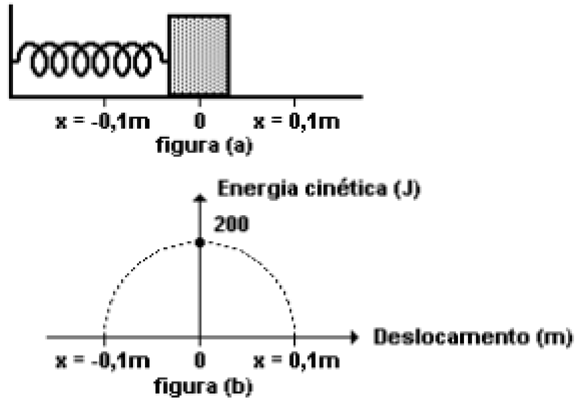
c) $k = \frac{4V^2\pi^2 m}{L^2}$

d) $k = \frac{2V^2\pi^2 m}{L^2}$

e) $k = \frac{V^2\pi^2 m}{L^2}$

15. (UFU 1999)

Um bloco de massa m=1kg preso à extremidade de uma mola e apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, oscila em torno da posição de equilíbrio, com uma amplitude de 0,1m, conforme mostra a figura (a) abaixo. A figura (b) mostra como a energia cinética do bloco varia de acordo com seu deslocamento.



É CORRETO afirmar que

a) quando o bloco passa pelos pontos extremos, isto é, em x=± 0,1m, a aceleração do bloco é nula nesses pontos.

b) o módulo da força que a mola exerce sobre o bloco na posição +0,1m é $2{,}0 \cdot 10^3$ N.

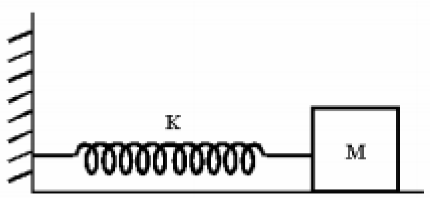
c) a constante elástica da mola vale $2{,}0.10^4$ N/m.

d) a energia potencial do bloco na posição +0,05m vale 100J.

e) na posição de equilíbrio, o módulo da velocidade do bloco é 20m/s.

16.

Um objeto de massa M, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é K. O objeto é puxado por x e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio.



Qual é o período de oscilação?

a) $\sqrt{\frac{K}{M}}$

b) $\sqrt{\frac{M}{K}}$

c) $x\sqrt{\frac{M}{K}}$

d) $2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$

17.

Considere um pêndulo simples oscilando com uma pequena amplitude. Em relação ao seu período, assinale a alternativa correta.

a) O período do pêndulo simples não depende do comprimento do fio.

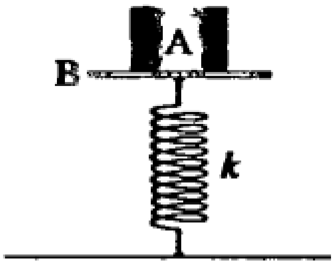
b) Dois pêndulos simples com o mesmo comprimento, um na terra e outro na Lua, oscilarão com o mesmo período.

c) Quanto maior for a massa do pêndulo, maior será seu período.

d) Quanto maior for comprimento do fio, maior será o período.

18.

O bloco A de massa $m_A = 4\ kg$ se apoia sem unir sobre uma plataforma B de massa desprezível unida à mola, a qual se encontra em um M.H.S. Se o coeficiente elástico da mola é $k = 80\ N/m$, qual deve ser o valor máximo que deve ter a amplitude das oscilações, de modo que A não se desprenda de B? ($g = 10\ m/s^2$).



a) $0{,}5\ m$

b) $1\ m$

c) $0{,}25\ m$

d) $0{,}75\ m$

19.

Um oscilador massa mola oscila em movimento harmônico simples sobre uma superfície lisa com amplitude A. Em que posição (distância entre a massa e o ponto de equilíbrio do sistema), sua energia cinética será três vezes maior que sua energia potencial?

a) A/4

b) A/3

c) A/2

d) A/8

e) A/6

20.

Um relógio de pêndulo se adianta 5s por dia a 15°C e se atrasa 10s por dia a 30°C. Qual é o coeficiente de dilatação linear do metal que é feito o pêndulo deste relógio? A expressão abaixo relaciona a variação do período com a variação da temperatura. O período $\boldsymbol{P_0}$ é a referência usada para a medida: ano, mês ou dia. O valor $\boldsymbol{\alpha}$ é o coeficiente de dilatação linear do metal.

$$\Delta \boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{P_0} \cdot \boldsymbol{\alpha} \cdot \Delta \boldsymbol{T}}{\mathbf{2}}$$

a) $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{3} \cdot \mathbf{10^{-5}}\ {}^\circ\boldsymbol{C}^{-\mathbf{1}}$

b) $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{5} \cdot \mathbf{10^{-5}}\ {}^\circ\boldsymbol{C}^{-\mathbf{1}}$

c) $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{7} \cdot \mathbf{10^{-5}}\ {}^\circ\boldsymbol{C}^{-\mathbf{1}}$

d) $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{8} \cdot \mathbf{10^{-5}}\ {}^\circ\boldsymbol{C}^{-\mathbf{1}}$

e) $\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{1,1} \cdot \mathbf{10^{-4}}\ {}^\circ\boldsymbol{C}^{-\mathbf{1}}$

21.

Um pêndulo simples de comprimento L está oscilando no planeta Terra com período T, onde o campo gravitacional é de $g = 10\ m/s^2$. Se o mesmo pêndulo for levado para outra planeta, onde o campo gravitacional é $g = 40\ m/s^2$, qual deverá ser seu período?

a) $\frac{T}{8}$

b) $\frac{T}{4}$

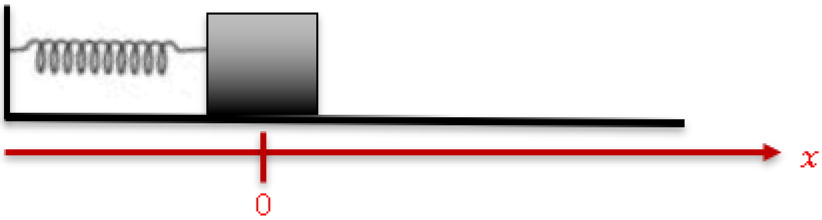
c) $4T$

d) $2T$

e) $\frac{T}{2}$

22.

Considere um sistema massa-mola mostrado na figura abaixo. A massa é de 2 kg e a mola tem constante de oscilação 8 N/m. Inicialmente, a mola não está deformada e está em repouso.



Se o bloco for puxado 10 cm para direita e for solto, qual será a equação horária de suas oscilações?

a) $x(t) = 100 \cdot \cos(t)$

b) $x(t) = 10 \cdot \cos(t)$

c) $x(t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}(2t)$

d) $x(t) = 0{,}1 \cdot \cos(2t)$

e) $x(t) = 20 \cdot \text{sen}(2t)$

23.(FUVEST 2020)

Um pêndulo simples é composto por uma haste metálica leve, presa a um eixo bem lubrificado, e por uma esfera pequena de massa muito maior que a da haste, presa à sua extremidade oposta. O período P para pequenas oscilações de um pêndulo é proporcional à raiz quadrada da razão entre o comprimento da haste metálica e a aceleração da gravidade local. Considere este pêndulo nas três situações:

1. Em um laboratório localizado ao nível do mar, na Antártida, a uma temperatura de 0 $°C$.

2. No mesmo laboratório, mas agora a uma temperatura de 250 K.

3. Em um laboratório no qual a temperatura é de 32 $°F$, em uma base lunar, cuja aceleração

da gravidade é igual a um sexto daquela da Terra.

Indique a alternativa correta a respeito da comparação entre os períodos de oscilação P, $P2$ e $P3$ do pêndulo nas situações 1, 2 e 3, respectivamente.

a) $P1 < P2 < P3$

b) $P1 = P3 < P2$

c) $P2 < P1 < P3$

c) $P3 < P2 < P1$

e) $P1 < P2 = P3$

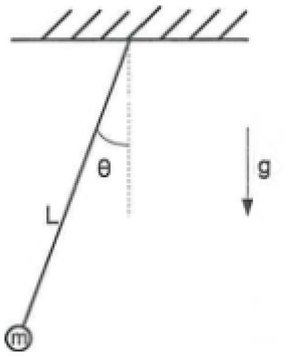
Gabarito - Nível 2

1. B
2. D
3. A
4. A
5. C
6. A
7. C
8. D
9. A
10. B
11. D
12. D
13. D
14. E
15. E
16. D
17. D
18. A
19. C
20. A
21. E
22. D
23. C

Questões comentadas - Nível 2

1. (Escola Naval 2018)

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra um pêndulo oscilando em movimento harmônico simples. Sua equação de posição angular em função do tempo é dada por: θ(t)=(π/30)sen(ωt) radianos. Sabe-se que L=2,5m é o comprimento do pêndulo, e g=10m/s2 é a aceleração da gravidade local. Qual a velocidade linear, em m/s, da massa m=2,0kg, quando passa pelo ponto mais baixo de sua trajetória?

Dado: considere π =3

a) 0,30

b) 0,50

c) 0,60

d) 0,80

e) 1,00

Comentário:

Da expressão da posição angular, podemos observar que:

$$\theta_{máx} = \frac{\pi}{30}$$

Assim, da expressão do período do movimento para pêndulos, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \rightarrow T = 2\pi.0,5 = \pi \; segundos$$

Logo, temos:

$$\omega = \frac{2\pi}{\pi} = 2\frac{rad}{s}$$

Portanto, sabendo que:

$$V = \omega . A(pois\ podemos\ assimilar\ MHS\ com\ MCU)$$

Podemos calcular o valor da amplitude, quando o ângulo for máximo:

$$A = L.sen\left(\frac{\pi}{30}\right) \rightarrow L.sen\left(\frac{1}{10}\right)$$

É importante sabermos que sen(x) = x, quando x é muito pequeno. Logo:

$$A = \frac{L}{10} = 0{,}25\ m$$

Assim, o valor da velocidade é:

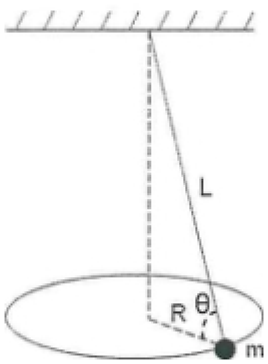
$$V = 2.0{,}25 = 0{,}5\ m/s$$

Gabarito: B

---

2. (Escola Naval 2018)

Analise a figura abaixo



A figura mostra um pêndulo cônico no qual um pequeno objeto de massa m, preso à extremidade inferior de um fio, move-se em uma circunferência horizontal de raio R, com o módulo da velocidade constante. O fio tem comprimento L e massa desprezível. Sendo g a aceleração da gravidade e sabendo que a relação entre a tração T e o peso P do objeto é T=4P, qual o período do movimento?

a) $\sqrt{\frac{\pi^2}{8g}L}$

b) $\left(\frac{\pi^2}{4g}L\right)^{1/2}$

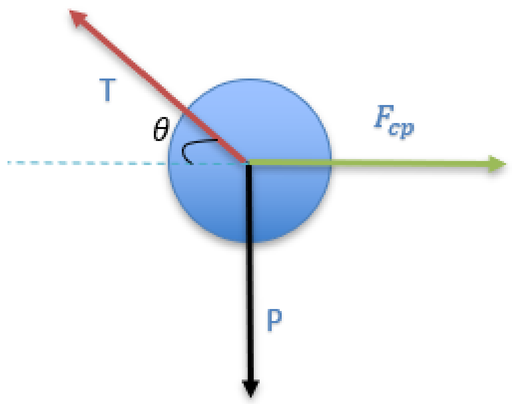
c) $\sqrt{\frac{\pi^2}{2g}L}$

d) $\left(\frac{\pi^2}{g}L\right)^{1/2}$

e) $\frac{2\pi^2}{g}L$

Comentário:

Isolando o objeto, temos:



Assim, somando as forças no eixo vertical, temos:

$$T.sen\theta = P \rightarrow \boldsymbol{sen\theta} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}}$$

Assim, podemos relacionar a força centrípeta:

$$m.\omega^2.L.cos\theta = T.cos\theta \rightarrow \omega^2 = \frac{T}{m.L} \rightarrow \omega = \sqrt{4m.\frac{g}{m.L}} \rightarrow \boldsymbol{\omega} = \sqrt{\frac{\mathbf{4g}}{\boldsymbol{L}}}$$

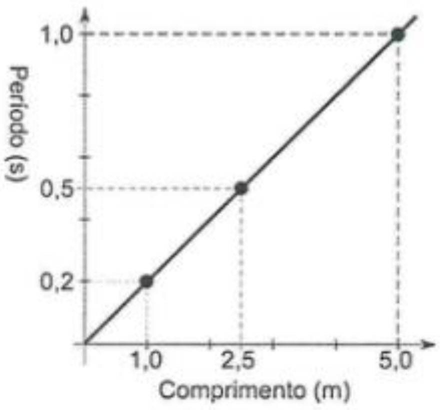
Por fim, podemos achar o período:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4g}{L}}} \rightarrow \boldsymbol{T} = \sqrt{\boldsymbol{\pi}^2.\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{g}}}$$

Gabarito: D

3. (Escola Naval 2018)

Analise o gráfico abaixo



Em uma série de experiências, foi medido, para três valores do comprimento L, o período de oscilação correspondente a meio comprimento de onda estacionária entre as extremidades fixas de uma corda com densidade linear de massa 0,60 kg/m. Os resultados, representados no gráfico (linear) da figura acima, indicam que a tensão na corda, em newtons, em todas as experiências realizadas, foi igual a:

a) 60

b) 45

c) 30

d) 20

e) 15

Comentário:

Sabendo que, numa corda fixa em suas extremidades:

$$\boldsymbol{f = N.\frac{V}{2L}} \rightarrow f = \frac{1}{T} \rightarrow T = \frac{2L}{N.V}$$

Assim, pela expressão de Taylor:

$$\boldsymbol{V = \sqrt{\frac{T}{\mu}}}$$

Do gráfico, temos:

$$\frac{T}{L} = \frac{0,2}{1} = 0,2$$

Portanto, substituindo na expressão acima:

$$\frac{2}{N.V} = 0{,}2 \rightarrow \boldsymbol{V = 10\frac{m}{s}}$$

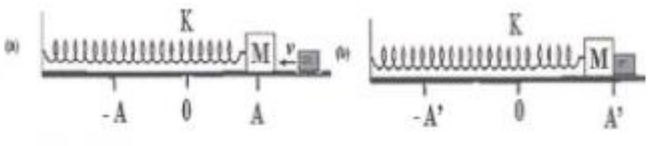
$$100 = \frac{T}{0{,}6} \rightarrow \boldsymbol{T = 60\ N}$$

Gabarito: A

---

4. (EFOMM 2018)

Na figura (a) é apresentada uma mola de constante K, que tem presa em sua extremidade um bloco de massa M. Esse sistema oscila em uma superfície lisa sem atrito com amplitude A, e a mola se encontra relaxada no ponto 0. Em um certo instante, quando a massa M se encontra na posição A, um bloco de massa m e velocidade v se choca com ela, permanecendo grudadas (figura (b)). Determine a nova amplitude de oscilação A’ do sistema massamola.



a) $A' = \sqrt{\frac{m^2v^2}{(m+M)K} + A^2}$

b) $A' = \sqrt{\frac{mv^2}{K} + A^2}$

c) $A' = \sqrt{\frac{(M+m)v^2}{K} + A^2}$

d) $A' = \sqrt{\frac{M+m}{K}}\, v$

e) A' = A

Comentário:

Para a colisão:

$$(M+m).u = m.v \rightarrow u = v.\frac{m}{m+m}$$

Conservando a energia após a colisão:

$$\frac{1}{2}k.A^2 + \frac{1}{2}(M+m).v^2.\frac{m^2}{(M+m)^2} = \frac{1}{2}k.A'^2$$

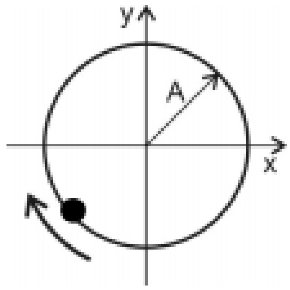
$$A'^2 = A^2 + \frac{m^2}{k}.\frac{v^2}{m+m} \rightarrow \boldsymbol{A' = \sqrt{A^2 + \frac{m^2}{k}.\frac{v^2}{m+m}}}$$

Gabarito: A

---

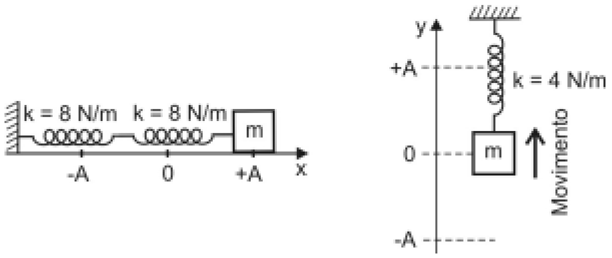
5. (AFA 2019)

Um corpo de massa m = 1 kg movimenta-se no sentido horário, ao longo de uma trajetória circular de raio A, em movimento circular uniforme com velocidade angular igual a 2 rad/s, conforme a figura abaixo.

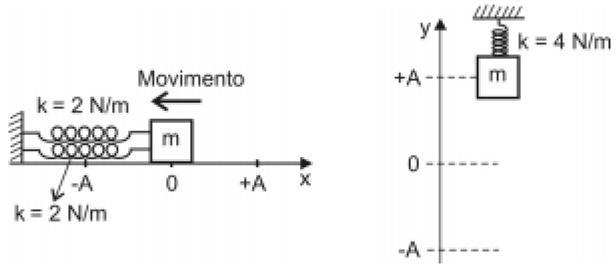


Nessas condições, os sistemas massa-mola oscilando em movimento harmônico simples, a partir de t = 0, que podem representar o movimento dessa partícula, respectivamente, nos eixos x e y, são:

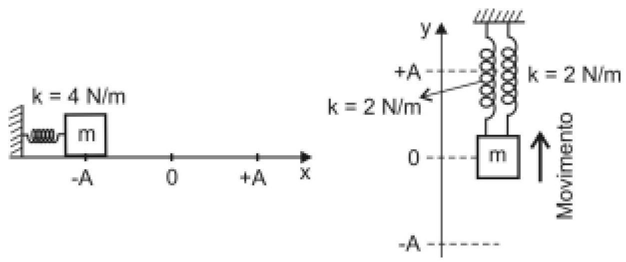
a)



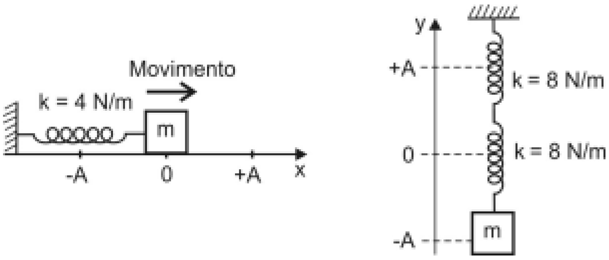
b)



c)



d)



Comentário:

Sabendo que podemos assimilar um MCU à um MHS, temos:

$$k = m.\omega^2 \rightarrow \boldsymbol{k = 4}$$

Da figura, podemos observar que o objeto, partindo de t=0, irá no sentido da compressão (ou elongação) máxima no eixo x(partindo da posição de maior amplitude) e no sentido da compressão máxima no eixo y (partindo do equilíbrio). Portanto, unindo as duas informações, temos que a alternativa C satisfaz as condições.

Gabarito: C

---

6. (EFOMM 2017)

Em uma mola ideal pendurada no teto, foi colocado um corpo de massa igual a 10 kg, que causou uma deformação na mola igual a 50 cm. Posteriormente, a massa de *(ERRO)*0,1 kg foi substituída por uma massa de 12,5 kg. Nessa nova condição, o sistema foi posto para oscilar. Admitindo que a aceleração da gravidade g = 10 m/s2, determine o período de oscilação do movimento.

a) π/2s

b) 3π/4s

c) π s

d) 2π/3s

e) 2π s

Comentário:

No equilíbrio:

$$k.x = mg \rightarrow k.0{,}5 = 100 \rightarrow k = 200\frac{N}{m}$$

Logo, o período ao substituir a massa:

$$k = m.\omega^2 \rightarrow 200 = \frac{12{,}5.4\pi^2}{T^2} \rightarrow \boldsymbol{T = \frac{\pi}{2}}$$

Gabarito: A (Questão anulada por erro de digitação)

---

7. (AFA 2018)

COMO A HIPERMETROPIA ACONTECE NA INFÂNCIA:

É muito comum bebês e crianças apresentarem algum tipo de erro refrativo, e a hipermetropia é o caso mais constante. Isso porque este tipo de ametropia (erro de refração) pode se manifestar desde a fase de recém-nascido. A hipermetropia é um erro de refração caracterizado pelo modo em que o olho, menor do que o normal, foca a imagem atrás da retina. Consequentemente, isso faz com que a visão de longe seja melhor do que a de perto. (...)

De acordo com a Dra. Liana, existem alguns fatores que podem influenciar a incidência de hipermetropia em crianças, como o ambiente, a etnia e, principalmente, a genética. “As formas leves e moderadas, com até seis dioptrias, são passadas de geração para geração (autossômica dominante). Já a hipermetropia elevada é herdada dos pais (autossômica recessiva)”, explicou a especialista.

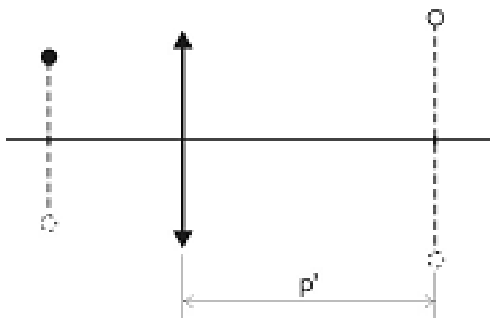
A médica ainda relatou a importância em identificar, prematuramente, o comportamento hipermétrope da criança, caso contrário, esse problema pode afetar a rotina visual e funcional delas. “A falta de correção da hipermetropia pode dificultar o processo de aprendizado, e ainda pode reduzir, ou limitar, o desenvolvimento nas atividades da criança. Em alguns casos, pode ser responsável por repetência, evasão escolar e dificuldade na socialização, requerendo ações de identificação e tratamento”, concluiu a Dra. Liana.

Os sintomas relacionados à hipermetropia, além da dificuldade de enxergar de perto, variam entre: dores de cabeça, fadiga ocular e dificuldade de concentração em leitura.(...)

O tratamento utilizado para corrigir este tipo de anomalia é realizado através da cirurgia refrativa. O uso de óculos (com lentes esféricas) ou lentes de contato corretivas é considerado método convencional, que pode solucionar o problema visual do hipermétrope.

(Disponível em:www.cbo.net.br/novo/publicacao/revista_vejabem. Acesso em: 18 fev. 2017.)

De acordo com o texto acima, a hipermetropia pode ser corrigida com o uso de lentes esféricas. Dessa maneira, uma lente corretiva, delgada e gaussiana, de vergência igual a +2 di, conforme figura a seguir, é utilizada para projetar, num anteparo colocado a uma distância p' da lente, a imagem de um corpo luminoso que oscila em movimento harmônico simples (MHS). A equação que descreve o movimento oscilatório desse corpo é $y = (0{,}1)\text{sen}\left[4t + \frac{\pi}{2}\right]$.



Considere que a equação que descreve a oscilação projetada no anteparo é dada por $y' = (0{,}5)sen^{\left[4t+\frac{3\pi}{2}\right]}(SI)$.

Nessas condições, a distância p′, em cm, é:

a) 100

b)200

c) 300

d) 400

Comentário:

Da vergência:

$$\frac{1}{f} = Vergência \rightarrow f = 0{,}5\ m$$

Da expressão do aumento linear, temos:

$$\frac{i}{o} = -\frac{p'}{p}$$

Do enunciado temos a equação de oscilação do objeto e imagem, logo:

$$\frac{0{,}1.\,sen\left[4t+\frac{\pi}{2}\right]}{0{,}5.\,sen\left[4t+\frac{3\pi}{2}\right]} = -\frac{p}{p'}$$

$$\boldsymbol{sen\left[4t+\frac{\pi}{2}\right] = -\,sen\left[4t+\frac{3\pi}{2}\right]}$$

$$p = \frac{p'}{5}$$

Da expressão de Gauss:

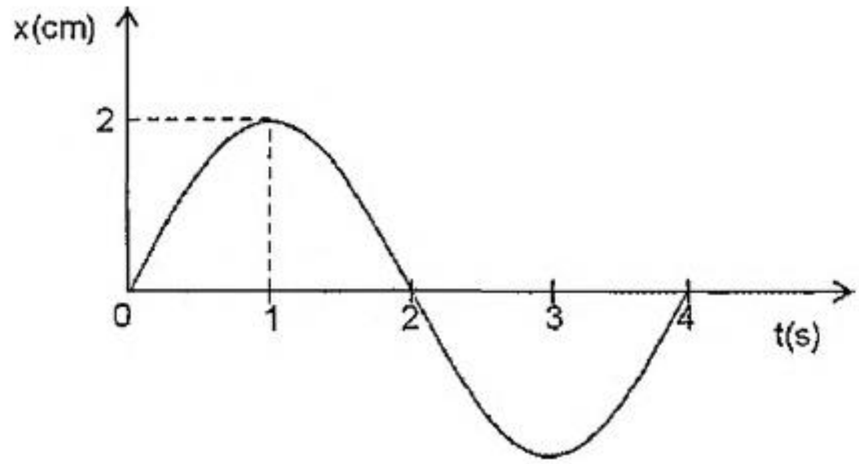
$$\frac{1}{f} = \frac{5}{p'} + \frac{1}{p'} \rightarrow \frac{p'}{6} = \frac{1}{2} \rightarrow p' = 3m = \boldsymbol{300\ cm}$$

Gabarito: C

---

8. (Escola Naval 2017)

Analise o gráfico abaixo.



O gráfico acima representa a posição x de uma partícula que realiza um MHS (Movimento Harmônico Simples), em função do tempo t. A equação que relaciona a velocidade v, em cm/s, da partícula com a sua posição x é

a) v2= π2(1- x2)

b) $v^2 = \frac{\pi^2}{2}(1-\frac{x^2}{2})$

c) v2= π2(1+ x2)

d) $v^2 = \pi^2(1-\frac{x^2}{4})$

e) $v^2 = \frac{\pi^2}{4}(1-x^2)$

Comentário:

Do gráfico, podemos concluir que:

$$x = 2.sen\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

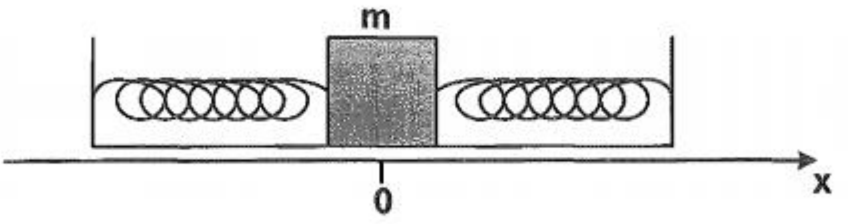
Assim, utilizando da equação de Torricelli para um MHS, temos:

$$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2) \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2}{16}.(4 - x^2) \rightarrow \boldsymbol{v^2 = \pi^2(1 - \frac{x^2}{4})}$$

Gabarito: D

9. (Escola Naval 2016)

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra duas molas ideais idênticas presas a um bloco de massa m e a dois suportes fixos. Esse bloco está apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito e oscila com amplitude A em torno da posição de equilíbrio x = 0. Considere duas posições do bloco sobre o eixo x: x1 = A/4 e x2= 3A/4. Sendo v1 e v2 as respectivas velocidades do bloco nas posições x1 e x2, a razão entre os módulos das velocidades, v1/v2, é:

a) $\sqrt{\frac{15}{7}}$

b) $\sqrt{\frac{7}{15}}$

c) $\sqrt{\frac{7}{16}}$

d) $\sqrt{\frac{15}{16}}$

e) $\sqrt{\frac{16}{7}}$

Comentário:

Pela equação de Torricelli para um MHS, temos:

$$v^2 = \omega^2(A^2 - x^2)$$

$$v_1 = \omega^2.\left(A^2 - \frac{A^2}{16}\right)\ e\ v_2 = \omega^2.\left(A^2 - \frac{9A^2}{16}\right)$$

Por fim:

$$\left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{\frac{15A^2}{16}}{\frac{7A^2}{16}} \to \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^2 = \frac{15}{7} \to \boldsymbol{\frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{15}{7}}}$$

Gabarito: A

10. (EFOMM 2016)

Um cubo de 25,0 kg e 5,0 m de lado flutua na água. O cubo é, então, afundado ligeiramente para baixo por Dona Marize e, quando liberado, oscila em um movimento harmônico simples com uma certa frequência angular. Desprezando-se as forças de atrito, essa frequência angular é igual a:

a) 50 rad/s

b) 100 rad/s

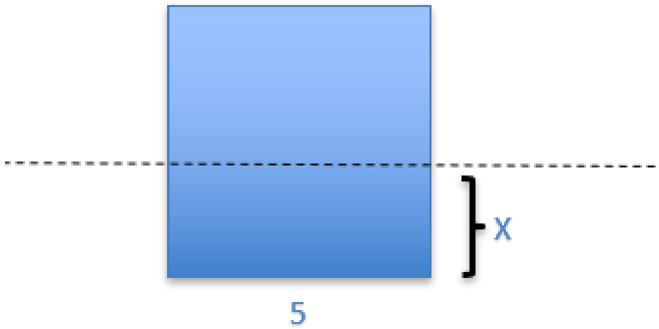
c) 150 rad/s

d) 200 rad/s

e) 250 rad/s

Comentário:

Ao deslocar x m para baixo, temos:



$\rho.A.g.x = F_{resultante}$

$1000.25.10.x = k.x \rightarrow k = 250.000\frac{N}{m}$

$k = m\omega^2 \rightarrow 250.000 = 25.\omega^2 \rightarrow \omega = 100\,rad/s$

Gabarito: B

---

11. (EFOMM 2016)

Um pêndulo simples de comprimento L está fixo ao teto de um vagão de um trem que se move horizontalmente com aceleração a. Assinale a opção que indica o período de oscilações do pêndulo.

a)

$$\left(\frac{4\pi^2 L^2}{\sqrt{\frac{a^2}{g^2}-1}}\right)^{\frac{1}{2}}$$

b)

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

c)

$$2\pi\sqrt{\frac{2L}{\sqrt{g^2+a^2}}}$$

d)

$$2\pi\sqrt{\left(\frac{L^2}{g^2+a^2}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

e)

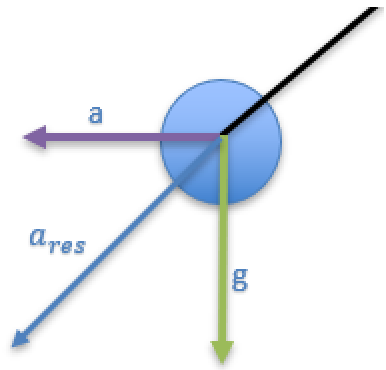
$$\pi\sqrt{\frac{L}{2g}}$$

Comentário:

Para um pêndulo em MHS, temos:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{a_{res}}}$, onde “a” é a aceleração resultante

Assim, do enunciado, temos:



Portanto:

$$a_{res}^2 = a^2 + g^2$$

Logo:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{\sqrt{a^2 + g^2}}}$$

Gabarito: D

---

12. (AFA 2017)

Uma partícula de massa m pode ser colocada a oscilar em quatro experimentos diferentes, como mostra a Figura 1 abaixo.

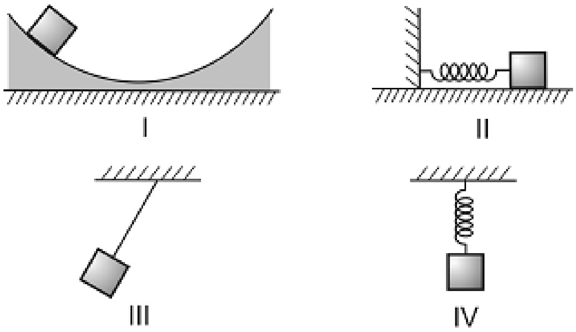


Figura 1

Para apenas duas dessas situações, tem-se o registro do gráfico senoidal da posição da partícula em função do tempo, apresentado na Figura 2.

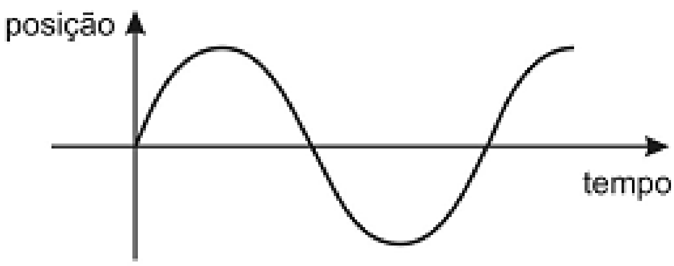


Figura 2

Considere que não existam forças dissipativas nos quatro experimentos; que, nos experimentos II e IV , as molas sejam ideais e que as massas oscilem em trajetórias perfeitamente retilíneas; que no experimento III o fio conectado à massa seja ideal e inextensível; e que nos experimentos I e III a massa descreva uma trajetória que é um arco de circunferência.

Nessas condições, os experimentos em que a partícula oscila certamente em movimento harmônico simples são, apenas

a) I e III

b) II e III

c) III e IV

d) II e IV

Comentário:

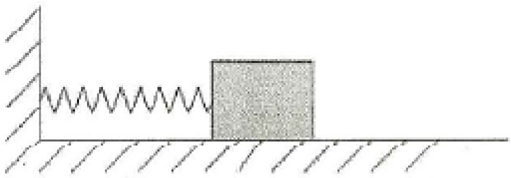
A figura I e III não caracterizam MHS , apenas suas projeções horizontais. Para pequenas oscilações a figura III pode ser caracterizada como MHS , porém no enunciado é explicitado que os experimentos I e III a massa descreve uma trajetória que é um arco de circunferência. Portanto apenas os experimentos II e IV se caracterizam como MHS.

Gabarito: D

---

13. (EFOMM 2011)

Observe a figura a seguir.



Considere o sistema massa-mola indicado acima, que oscila sobre um plano horizontal num movimento harmônico simples com energia mecânica E, amplitude A, frequência f e velocidade máxima Vm. Se a energia mecânica deste sistema for aumentada para 2E, quais serão, respectivamente, a amplitude, a frequência e a velocidade máxima do novo movimento harmônico simples?

a) 2A, 2f, 2Vm

b) 2A, 2f, $\sqrt{2}$Vm

c) $\sqrt{2}$A, f, 2Vm

d) $\sqrt{2}$A, f, $\sqrt{2}$Vm

e) A, $\sqrt{2}$f, $\sqrt{2}$Vm

Comentário:

Sabendo que a energia no MHS é dada por:

$$E = \frac{m.vm^2}{2} = \frac{k\,.A^2}{2}$$

Com isso, para 2E, temos:

$$2\,.\frac{k\,.A^2}{2} = \frac{k\,.A'^2}{2}$$

$$2\,.A^2 = A'^2$$

$$A' = A\sqrt{2}$$

Analogamente para a velocidade, temos:

$$2\,.\frac{m\,.vm^2}{2} = \frac{m\,.vm'^2}{2}$$

$$2\,.\ vm^2 = \ vm'^2$$

$$vm' = vm\sqrt{2}$$

Sabendo do MHS que frequência é dada por:

$$f = \frac{1}{2.\pi}.\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Com isso, temos que a frequência não muda, já que o m e o k são constantes. Logo:

$$f' = f$$

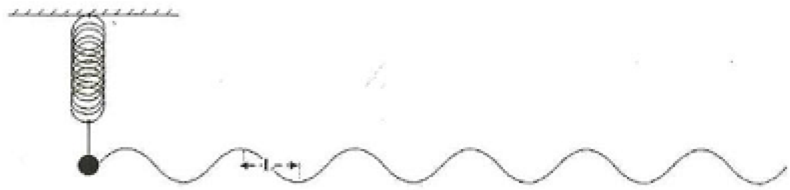
Dessa forma, temos que o gabarito é a letra D.

Gabarito: D

---

14. (EFOMM 2011)

Observe a figura a seguir.



Uma mola ideal tem uma de suas extremidades presa ao teto e a outra a uma esfera de massa m que oscila em movimento harmônico simples. Ligada à esfera, tem-se um fio muito longo de massa desprezível, e nele observa-se, conforme indica a figura acima, a formação de uma onda harmônica progressiva que se propaga com velocidade V. Sendo assim, a constante elástica da mola é igual a

a) $k = \frac{16V^2\pi^2 m}{L^2}$

b) $k = \frac{9V^2\pi^2 m}{L^2}$

c) $k = \frac{4V^2\pi^2 m}{L^2}$

d) $k = \frac{2V^2\pi^2 m}{L^2}$

e) $k = \frac{V^2\pi^2 m}{L^2}$

Comentário:

Calculando a frequência na onda dada:

$$V = \lambda . f$$

$$V = 2 . L . f$$

$$f = \frac{V}{2. L}$$

Como a frequência na corda vai ser a mesma frequência do MHS, temos:

$$f = \frac{1}{2. \pi} . \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{V}{2. L} = \frac{1}{2. \pi} . \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{\pi . V}{L} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{\pi^2 . V^2}{L^2} = \frac{k}{m}$$

$$k = \frac{\pi^2 . V^2 . m}{L^2}$$

Gabarito: E

---

15. (UFU 1999)

Um bloco de massa m=1kg preso à extremidade de uma mola e apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, oscila em torno da posição de equilíbrio, com uma amplitude de 0,1m, conforme mostra a figura (a) abaixo. A figura (b) mostra como a energia cinética do bloco varia de acordo com seu deslocamento.

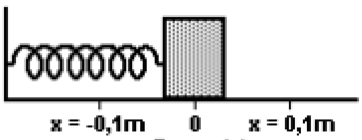


figura (a)

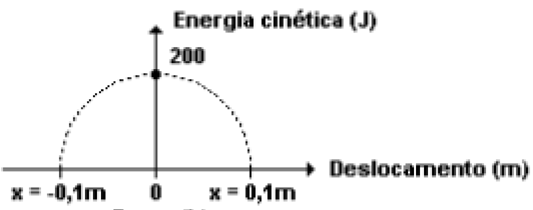


figura (b)

É CORRETO afirmar que

a) quando o bloco passa pelos pontos extremos, isto é, em x=± 0,1m, a aceleração do bloco é nula nesses pontos.

b) o módulo da força que a mola exerce sobre o bloco na posição +0,1m é 2,0 . 10^3 N.

c) a constante elástica da mola vale 2,0.10^4 N/m.

d) a energia potencial do bloco na posição +0,05m vale 100J.

e) na posição de equilíbrio, o módulo da velocidade do bloco é 20m/s.

Comentário:

Analisando as alternativas, temos:

- Alternativa A está incorreta, pois as acelerações nos pontos extremos serão as máximas em módulo.

- Alternativa B, devemos calcular a constante da mola. Sabendo que:

$$\frac{m\,.\,vmax^2}{2} = \frac{K\,.\,A^2}{2}$$

$$EC,max = \frac{K\,.\,0{,}1^2}{2}$$

$$200 = \frac{K}{200}$$

$$K = 4\,.\,10^4 N/m$$

Dessa forma, temos que:

$$Fmax = K\,.\,A$$

$$Fmax = 4\,.\,10^4.\,0{,}1$$

$$Fmax = 4\,.\,10^3\ N$$

- Alternativa C está incorreta, pois na letra B calculamos o valor de K que não é 2 . 10^4 N/m.

- Alternativa D, devemos calcular a energia potencial

$$EPot = \frac{K\,.\,x^2}{2}$$

$$EPot = \frac{4\,.\,10^4\,.\,0{,}05^2}{2}$$

$$EPot = 2\,.\,10^4.\,0{,}05^2$$

$$EPot = 2\,.\,10^4.\,25\,.\,10^{-4}$$

$$EPot = 2\,.\,25$$

$$EPot = 50\ J$$

Logo, a alternativa está incorreta.

- Alternativa E, sabendo que na posição de equilíbrio teremos a velocidade máxima. Portanto:

$$EC,max = \frac{m\,.\,vmax^2}{2}$$

$$200 = \frac{1\,.\,vmax^2}{2}$$

$$vmax^2 = 400$$

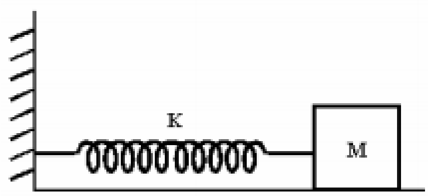
$$vmax = 20\ m/s$$

Logo, a alternativa está correta.

Gabarito: E

16.

Um objeto de massa M, apoiado sobre uma superfície horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante de força elástica é K. O objeto é puxado por x e então solto, passando a oscilar em relação à posição de equilíbrio.



Qual é o período de oscilação?

a) $\sqrt{\frac{K}{M}}$

b) $\sqrt{\frac{M}{K}}$

c) $x\sqrt{\frac{M}{K}}$

d) $2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}$

Comentário:

O período de oscilação do bloco é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$$

É muito importante que essa expressão seja memorizada.

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{K}}}$$

Gabarito: D

17.

Considere um pêndulo simples oscilando com uma pequena amplitude. Em relação ao seu período, assinale a alternativa correta.

a) O período do pêndulo simples não depende do comprimento do fio.

b) Dois pêndulos simples com o mesmo comprimento, um na terra e outro na Lua, oscilarão com o mesmo período.

c) Quanto maior for a massa do pêndulo, maior será seu período.

d) Quanto maior for comprimento do fio, maior será o período.

Comentário:

a) Falsa.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

b) Falsa. O período depende da aceleração da gravidade. A aceleração a gravidade na terra e na lua são distintas.

c) Falsa. O período do pêndulo não depende da massa.

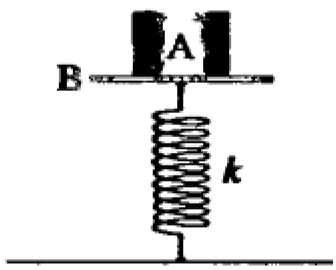
d) Verdadeira.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Gabarito: D

18.

O bloco A de massa $m_A = 4\ kg$ se apoia sem unir sobre uma plataforma B de massa desprezível unida à mola, a qual se encontra em um M.H.S. Se o coeficiente elástica da mola é $k = 80\ N/m$, qual deve ser o valor máximo que deve ter a amplitude das oscilações, de modo que A não se desprenda de B? ($g = 10\ m/s^2$).



a) $0{,}5\ m$

b) $1\ m$

c) $0{,}25\ m$

d) $0{,}75\ m$

Comentário

Analisando no ponto de maior amplitude com a mola distendida, temos que a mola estará distendida com um comprimento igual a amplitude. E como queremos a maior para que o bloco não se desprenda, então queremos que a normal entre A e B seja nula. Portanto, temos que:

$$F_{elastica} = Peso \Rightarrow k\,.\,A = m\,.\,g \Rightarrow A = \frac{m\,.\,g}{k}$$

$$A = \frac{4\,.\,10}{80} = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{A = 0{,}5\,m}$$

Gabarito: A

19.

Um oscilador massa-mola oscila em movimento harmônico simples sobre uma superfície lisa com amplitude A. Em que posição (distância entre a massa e o ponto de equilíbrio do sistema), sua energia cinética será três vezes maior que sua energia potencial?

a) A/4

b) A/3

c) A/2

d) A/8

e) A/6

Comentário:

A energia total de um movimento de um MHS é dada por:

$$\boldsymbol{E_{total} = K \cdot \frac{A^2}{2}}$$

A energia total é a soma da energia cinética e da energia potencial:

$$\boldsymbol{E_{total} = K \cdot \frac{A^2}{2} = K + E_{pot}}$$

Sabemos que a energia cinética é três vezes maior que a potencial:

$$\boldsymbol{K = 3E_{pot}}$$

Desta maneira, temos:

$$\boldsymbol{K \cdot \frac{A^2}{2} = K + E_{pot}}$$

$$\boldsymbol{K \cdot \frac{A^2}{2} = 3E_{pot} + E_{pot}}$$

$$K \cdot \frac{A^2}{2} = 4E_{pot}$$

A energia potencial de um MHS é dada por:

$$E_{pot} = \frac{K \cdot x^2}{2}$$

Substituindo, temos:

$$K \cdot \frac{A^2}{2} = 4 \cdot \frac{K \cdot x^2}{2}$$

$$A^2 = 4x^2$$

$$A = 2x$$

$$\boxed{x = \frac{A}{2}}$$

Gabarito: C

20.

Um relógio de pêndulo se adianta 5s por dia a 15°C e se atrasa 10s por dia a 30°C. Qual é o coeficiente de dilatação linear do metal que é feito o pêndulo deste relógio? A expressão abaixo relaciona a variação do período com a variação da temperatura. O período P_0 é a referência usada para a medida: ano, mês ou dia. O valor α é o coeficiente de dilatação linear do metal.

$$\Delta P = \frac{P_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2}$$

a) $\alpha = 3 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

b) $\alpha = 5 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

c) $\alpha = 7 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

d) $\alpha = 8 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}$

e) $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-4}\ °C^{-1}$

Comentários:

Podemos usar uma expressão para a variação do período em função da variação da temperatura.

$$\Delta P = \frac{P_0 \cdot \alpha \cdot \Delta T}{2}$$

1) $P_0 - \textit{Período do pêndulo na temperatura referência } T_0.$

2) $\alpha - \textit{Coeficiente de dilação linear}$

3) $\Delta P - variação\ do\ período\ do\ pendulo$

$\Delta P > 0 - relógio\ atrasa$; $\Delta P < 0 - relógio\ adianta$

Para o adiantamento do relógio:

$$-5 = \frac{P_0 \cdot \alpha \cdot (15 - T_0)}{2}$$

Para o atraso do relógio:

$$15 = \frac{P_0 \cdot \alpha \cdot (30 - T_0)}{2}$$

Dividindo uma equação pela outra, temos:

$$-3 = \frac{30 - T_0}{15 - T_0}$$

$$T_0 = 18,75\ °C$$

Desta maneira, temos:

$$15 = \frac{P_0 \cdot \alpha \cdot (30 - T_0)}{2}$$

$$15 = \frac{P_0 \cdot \alpha \cdot (30 - 18,75)}{2}$$

$$30 = P_0 \cdot \alpha \cdot 11,25$$

Em um dia o período percorreu um total de 86400 segundos (quantidade de segundos que há em um dia).

$$30 = 86400 \cdot \alpha \cdot 11,25$$

$$\boxed{\alpha = 3 \cdot 10^{-5}\ °C^{-1}}$$

Gabarito: A

21.

Um pêndulo simples de comprimento L está oscilando no planeta Terra com período T, onde o campo gravitacional é de $g = 10\ m/s^2$. Se o mesmo pêndulo for levado para outra planeta, onde o campo gravitacional é $g = 40\ m/s^2$, qual deverá ser seu período?

a) $\frac{T}{8}$

b) $\frac{T}{4}$

c) $4T$

d) $2T$

e) $\frac{T}{2}$

Comentário:

O período de um pêndulo simples é dado por:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Para o planeta Terra, temos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{10}}$$

Para o outro planeta, temos:

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L}{40}}$$

Desta maneira, temos:

$$\frac{T}{T'} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{10}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{40}}}$$

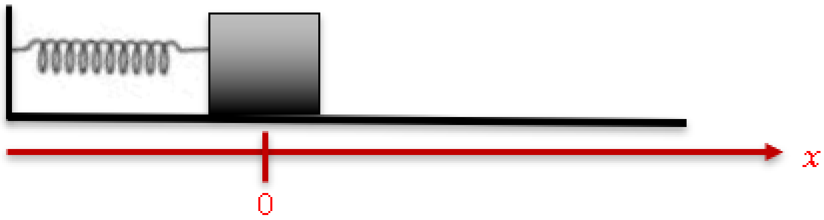
$$\frac{T}{T'} = 2$$

$$\boxed{T' = \frac{T}{2}}$$

Gabarito: E

22.

Considere um sistema massa-mola mostrado na figura abaixo. A massa é de 2 kg e a mola tem constante de oscilação 8 N/m. Inicialmente, a mola não está deformada e está em repouso.



Se o bloco for puxado 10 cm para direita e for solto, qual será a equação horária de suas oscilações?

a) $x(t) = 100 \cdot \cos(t)$

b) $x(t) = 10 \cdot \cos(t)$

c) $x(t) = 0{,}2 \cdot \text{sen}\,(2t)$

d) $x(t) = 0{,}1 \cdot \cos(2t)$

e) $x(t) = 20 \cdot \text{sen}\,(2t)$

Comentário:

Ao puxar o bloco para a direita e solta-lo, o bloco começará a oscilar em MHS. A frequência angular de um MHS é dada por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = 2\, rad/s$$

Desta maneira, a equação de um MHS é dada por:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi_0)$$

A amplitude será a própria deformação inicial do bloco:

$$\boxed{x(t) = 0{,}1 \cdot \cos(2t)}$$

Gabarito: D

23.(FUVEST 2020)

Um pêndulo simples é composto por uma haste metálica leve, presa a um eixo bem lubrificado, e por uma esfera pequena de massa muito maior que a da haste, presa à sua extremidade oposta. O período P para pequenas oscilações de um pêndulo é proporcional à raiz quadrada da razão entre o comprimento da haste metálica e a aceleração da gravidade local. Considere este pêndulo nas três situações:

1. Em um laboratório localizado ao nível do mar, na Antártida, a uma temperatura de 0 $°C$.

2. No mesmo laboratório, mas agora a uma temperatura de 250 K.

3. Em um laboratório no qual a temperatura é de 32 $°F$, em uma base lunar, cuja aceleração da gravidade é igual a um sexto daquela da Terra.

Indique a alternativa correta a respeito da comparação entre os períodos de oscilação P, $P2$ e $P3$ do pêndulo nas situações 1, 2 e 3, respectivamente.

a) $P1 < P2 < P3$

b) $P1 = P3 < P2$

c) $P2 < P1 < P3$

c) $P3 < P2 < P1$

e) $P1 < P2 = P3$

Comentários:

O período de um pêndulo simples para pequenas oscilações é dado por:

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (I)$$

O comprimento do pêndulo (l) pode ser modificado pela temperatura do meio em questão. A modificação do comprimento é consequência do fenômeno de dilatação térmica. Para uma dilatação térmica linear, temos:

$$l = l_0(1 + \alpha \cdot (T - T_0) \quad (II)$$

O comprimento l quando está na temperatura T e o comprimento l_0 quando está na temperatura T_0. O coeficiente de dilatação linear do fio será expresso por α. Substituindo (II) em (I):

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l_0(1 + \alpha \cdot (T - T_0)}{g}}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}} \cdot \sqrt{1 + \alpha \cdot (T - T_0)}$$

(1) Situação I.

Para encontrar a temperatura em Kelvin, devemos fazer a conversão de temperatura.

$$\boldsymbol{T_1 = 273K}$$

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}} \cdot \sqrt{1 + \alpha \cdot (273 - T_0)}$$

(2) Situação II.

$$\boldsymbol{T_2 = 250K}$$

$$P_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_0}{g}} \cdot \sqrt{1 + \alpha \cdot (250 - T_0)}$$

(3) Situação III.

$$T_3 = 273\ K$$

A gravidade é dada por $g/6$

$$P_3 = 2\pi\sqrt{\frac{6l_0}{g}} \cdot \sqrt{1 + \alpha \cdot (273 - T_0)}$$

Comparando os três valores, temos:

$$P_2 < P_1 \ \ e\ P_3 > P_1$$

Portanto, temos:

$$\boxed{P_2 < P_1 < \ P_3}$$

Gabarito: C

Questões - Nível 3

1. (EFOMM 2019)

Ana brinca em um balanço, enquanto segura um diapasão vibrando a 520 Hz. O ponto mais alto de sua trajetória pendular está a 1,25 metros de altura em relação ao ponto mais baixo. Enquanto isso, Beatriz, de altura semelhante a Ana e localizada em um ponto distante à frente do brinquedo, corre em direção à amiga com velocidade constante de 2 m/s. Supondo que o movimento oscilatório de Ana ocorre sem perda de energia, qual valor mais se aproxima da maior frequência que Beatriz irá ouvir durante sua trajetória?

Considere g = 10 m/s2 e vsom=343 m/s.

a) 531 Hz

b) 533 Hz

c) 535 Hz

d) 536 HZ

e) 538 Hz

2. (EFOMM 2019)

Um bloco está sobre uma mesa horizontal que oscila para a esquerda e para a direita em um Movimento Harmônico Simples (MHS) com amplitude de 10 cm. Determine a máxima frequência com que a oscilação pode ocorrer sem que o bloco deslize sabendo que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa vale 0,6.

Considere g = 10 m/s2

a) 2 Hz

b) $\sqrt{3}\pi$ Hz

c) 5π Hz

d) $\sqrt{15}/\pi$ Hz

e) $\sqrt{15}$ Hz

3. (EFFOM 2018)

Um relógio de pêndulo, constituído de uma haste metálica de massa desprezível, é projetado para oscilar com período de 1,0 s, funcionando como um pêndulo simples, a temperatura de 20 °C. Observa-se que, a 35 °C, o relógio atrasa 1,8 s a cada 2,5 h de funcionamento. Qual é o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a haste metálica?

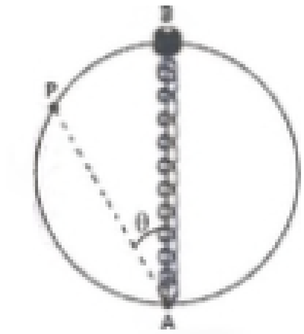
a) $0,7 \times 10^{-5}$ °C^{-1}
b) $1,2 \times 10^{-5}$ °C^{-1}
c) $1,7 \times 10^{-5}$ °C^{-1}

d) $2{,}2 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$

e) $2{,}7 \times 10^{-5}\ °C^{-1}$

4. (EFOMM 2018)

A figura abaixo mostra a vista superior de um anel de raio R que está contido em um plano horizontal e que serve de trilho, para que uma pequena conta de massa m se movimente sobre ele sem atrito. Uma mola de constante elástica k e comprimento natural R, com uma extremidade fixa no ponto A do anel e com a outra ligada à conta, irá movê-la no sentido anti-horário. Inicialmente, a conta está em repouso e localiza-se no ponto B, que é diametralmente oposto ao ponto A. Se P é um ponto qualquer e θ é o ângulo entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AP}$, a velocidade da conta, ao passar por P, é



a) $R\sqrt{\frac{k}{m}}|\cos\theta|$

b) $2R\sqrt{\frac{k}{m}}\operatorname{sen}\theta$

c) $R\sqrt{\frac{k}{m}|\cos\theta + \operatorname{sen}\theta - 1|}$

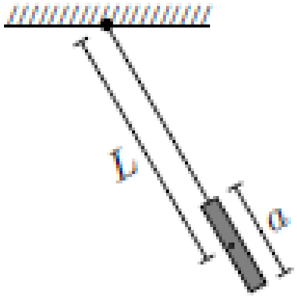
d) $2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta - \cos^2\theta)}$

e) $R\sqrt{\frac{k}{m}\operatorname{sen}\theta\cos\theta}$

5. (ITA 2017)

Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta S e comprimento a, encontra-se inicialmente cheio de água de massa M e massa específica ρ. Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento L medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante r = −ΔM/Δt. Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.

Considere que L aumenta através de uma taxa de: $\frac{rt}{2\rho S}$



a) 2π √ L/√g

b) 2π √ ρLS − rt/√ ρSg

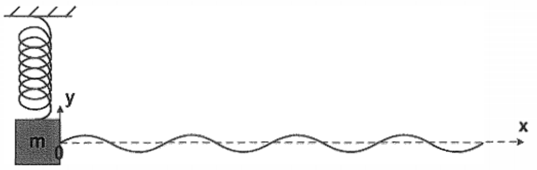
c) 2π √ ρLS + rt/√ ρSg

d) 2π √ 2ρLS − rt/√ 2ρSg

e) 2π √ 2ρLS + rt/√ 2ρSg

6. (Escola Naval 2016)

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra uma montagem em que o bloco de massa m= 0,70kg, preso à extremidade de uma mola vertical, oscila em torno da sua posição de equilíbrio. No bloco, prende-se uma corda muito longa estendida na horizontal. A massa específica linear da corda é 1,6.10-4kg/m. Após algum tempo, estabelece-se na corda uma onda transversal cuja equação é dada por $y(x,t) = 0{,}030.\,cos\,(2{,}0x - 30t)$, onde x e y estão em metros e t em segundos. Nessas condições, a constante elástica da mola, em N/m, e a tração na corda, em mN, são, respectivamente:

a) 157 e 144

b) 2013 e 36

c) 210 e 160

d) 630 e 36

e) 630 e 144

7. (EFOMM 2011)

Um sistema massa - mola, com constante de mola igual a 40 N/m, realiza um movimento harmônico simples. A energia cinética, no ponto médio entre a posição de aceleração máxima e velocidade máxima, é igual a 0,1J. Sabendo que a velocidade máxima é igual a 2 m/s, a aceleração máxima é igual a

Dado: Considere $\sqrt{6} = 5/2$

a) 30 m/s²

b) 40 m/s²

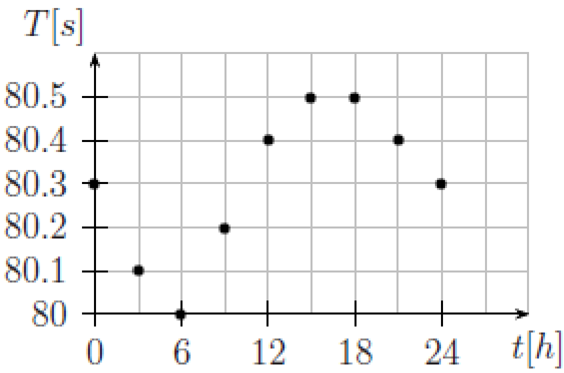
c) 50 m/s²

d) 60 m/s²

e) 70 m/s²

8. (ITA 2016)

Um pêndulo simples é composto por uma massa presa a um fio metálico de peso desprezível. A figura registra medidas do tempo T em segundos, para 10 oscilações completas e seguidas do pêndulo ocorridas ao longo das horas do dia, t. Considerando que neste dia houve uma variação térmica total de 20◦C, assinale o valor do coeficiente de dilatação térmica do fio deste pêndulo.



a) $2 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$

b) $4 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$

c) $6 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$

d) $8 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$

e) $10 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$

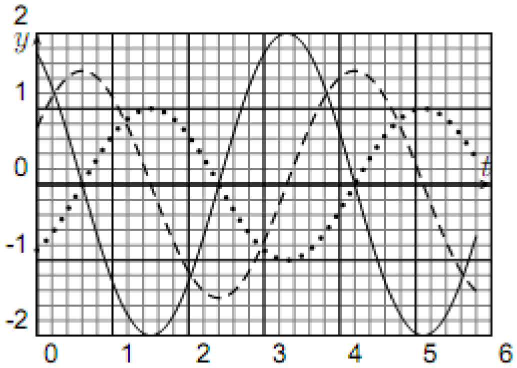
9. (ITA 2015)

Na figura, as linhas cheia, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.

II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.

III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.



a) Apenas I é correta.

b) Apenas II é correta.

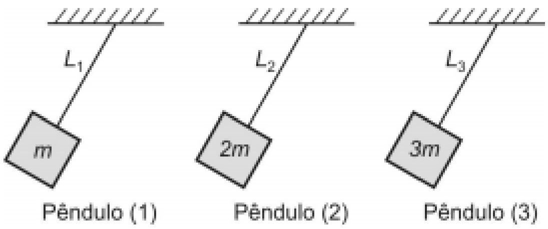
c) Apenas III é correta.

d) Todas são incorretas.

e) Não há informações suficientes.

10. (AFA 2015)

Três pêndulos simples 1, 2 e 3 que oscilam em MHS possuem massas respectivamente iguais a m, 2m e 3m são mostrados na figura abaixo.



Os fios que sustentam as massas são ideais, inextensíveis e possuem comprimento respectivamente L_1, L_2 e L_3.

Para cada um dos pêndulos registrou-se a posição (x), em metro, em função do tempo (t), em segundo, e os gráficos desses registros são apresentados nas figuras 1, 2 e 3 abaixo.

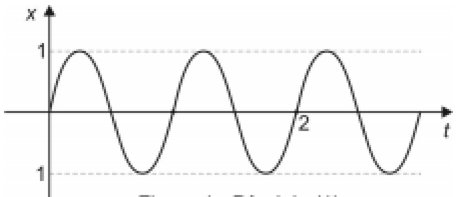


Figura 1 - Pêndulo (1)

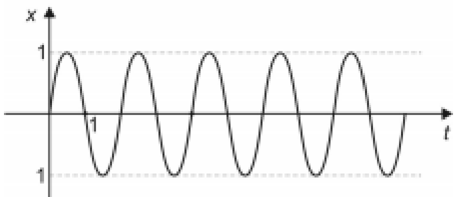


Figura 2 - Pêndulo (2)

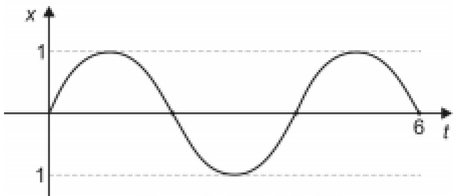


Figura 3 - Pêndulo (3)

Considerando a inexistência de atritos e que a aceleração da gravidade seja 2 2 g = π m / s , é correto afirmar que

a) $L_1 = \frac{L_2}{3}; L_2 = \frac{2}{3}L_3\ e\ L_3 = 3L_1$

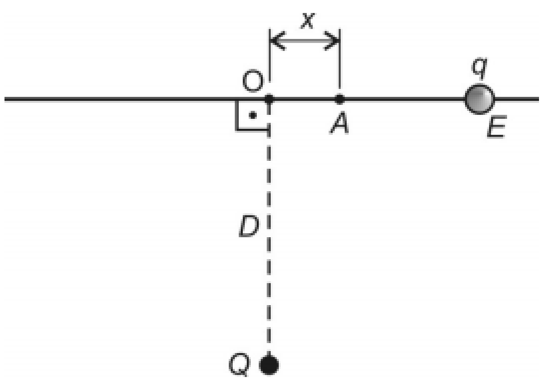
b) $L_1 = 2L_2; L_2 = \frac{L_3}{2}\ e\ L_3 = 4L_1$

c) $L_1 = \frac{L_2}{4}; L_2 = \frac{L_3}{4}\ e\ L_3 = 16L_1$

d) $L_1 = 2L_2; L_2 = 3L_3\ e\ L_3 = 6L_1$

11. (AFA 2015)

A figura abaixo mostra uma pequena esfera vazada E, com carga elétrica q = +2,0 . 10^{-5} C e massa 80 g, perpassada por um eixo retilíneo situado num plano horizontal e distante D = 3 m de uma carga puntiforme fixa Q = -3,0 . 10^{-6} C.



Se a esfera for abandonada, em repouso, no ponto A, a uma distância x, muito próxima da posição de equilíbrio O, tal que, $\frac{x}{D} << 1$ a esfera passará a oscilar de MHS, em torno de O, cuja pulsação é, em rad/s, igual a

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{1}{5}$

Gabarito - Nível 3

1. A
2. D
3. E
4. D
5. E
6. D
7. C
8. C
9. D
10. C
11. C

Questões comentadas - Nível 3

1. (EFOMM 2019)

Ana brinca em um balanço, enquanto segura um diapasão vibrando a 520 Hz. O ponto mais alto de sua trajetória pendular está a 1,25 metros de altura em relação ao ponto mais baixo. Enquanto isso, Beatriz, de altura semelhante a Ana e localizada em um ponto distante à frente do brinquedo, corre em direção à amiga com velocidade constante de 2 m/s. Supondo que o movimento oscilatório de Ana ocorre sem perda de energia, qual valor mais se aproxima da maior frequência que Beatriz irá ouvir durante sua trajetória?

Considere g = 10 m/s2 e vsom=343 m/s.

a) 531 Hz

b) 533 Hz

c) 535 Hz

d) 536 HZ

e) 538 Hz

Comentário:

Do enunciado, podemos observar que a amplitude do MHS de Ana é 1,25 metros:

$$\boldsymbol{y = A.cos(\omega t)} \rightarrow A = 1{,}25\ metros$$

Assim, conservando a energia do MHS, temos:

$$\frac{1}{2}.k.A^2 = \frac{1}{2}m.V^2 + m.g.h$$

No ponto mais alto da trajetória pendular de Ana, temos:

$$\boldsymbol{\frac{1}{2}k.A^2 = m.g.A}$$

Conservando a energia no ponto mais baixo da trajetória:

$$m.g.A = \frac{1}{2}m.V^2 \rightarrow \boldsymbol{V = \sqrt{2gA}}$$

Assim, pelo efeito doppler, a frequência mais alta que Beatriz irá ouvir, será quando Ana estiver com a velocidade máxima em direção a beatriz! 😊

$$f_{beatriz} = f_{ana}.\frac{(v_{som} + 2)}{v_{som} - \sqrt{2gA}}$$

Logo, teremos:

$$f_{beatriz} = \frac{520.342}{340 - 5} \rightarrow \frac{520.345}{338} \cong \boldsymbol{531\ Hz}$$

Gabarito: A

---

2. (EFOMM 2019)

Um bloco está sobre uma mesa horizontal que oscila para a esquerda e para a direita em um Movimento Harmônico Simples (MHS) com amplitude de 10 cm. Determine a máxima frequência com que a oscilação pode ocorrer sem que o bloco deslize sabendo que o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a mesa vale 0,6.

Considere g = 10 m/s2

a) 2 Hz

b) √3π Hz

c) 5π Hz

d) √15/π Hz

e) √15 Hz

Comentário:

Do enunciado, podemos observar que a amplitude do MHS é 10 cm:

$$\boldsymbol{x = A.\cos(\omega t)} \rightarrow x = 10.\cos(\omega.t)$$

Na condição de equilíbrio:

$$m.10.0{,}6 = k.x_{equilíbrio} \rightarrow x_{equilíbrio} = 60.\frac{m}{k}$$

Contudo, sabendo que:

$$\boldsymbol{k = m.\omega^2 \ \ e\ \omega = 2\pi.f}$$

$$x_{equilíbrio} = 6.\frac{m}{k} \rightarrow x_{equilíbrio} = 6.\frac{m}{4\pi^2.f^2.m} \rightarrow x_{equilíbrio} = \frac{1{,}5}{\pi^2 f^2}$$

Como queremos a frequência máxima e o enunciado limita a amplitude para 10 cm, a frequência máxima será quando:

$$x_{equilíbrio} = Amplitude = 10.10^{-2}metros$$

Por fim:

$$f^2 = \frac{15}{\pi^2} \rightarrow \boldsymbol{f} = \sqrt{\boldsymbol{\frac{15}{\pi}}}$$

Gabarito: D

---

3. (EFFOM 2018)

Um relógio de pêndulo, constituído de uma haste metálica de massa desprezível, é projetado para oscilar com período de 1,0 s, funcionando como um pêndulo simples, a temperatura de 20 °C. Observa-se que, a 35 °C, o relógio atrasa 1,8 s a cada 2,5 h de funcionamento. Qual é o coeficiente de dilatação linear do material que constitui a haste metálica?

a) $0{,}7 \times 10^{-5}$ °C^{-1}
b) $1{,}2 \times 10^{-5}$ °C^{-1}
c) $1{,}7 \times 10^{-5}$ °C^{-1}
d) $2{,}2 \times 10^{-5}$ °C^{-1}

e) 2,7 x 10^{-5} °C^{-1}

Comentário:

Sabendo que, num MHS pêndular:

$$T = 2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} = 1$$

Podemos concluir que, do enunciado:

$$T + \frac{1{,}8}{2{,}5.60.60} = T'$$

O relógio atrasa $\frac{1{,}8}{2{,}5.60.60}$ segundos a cada segundo, portanto:

$$2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}} + \frac{1{,}8}{2{,}5.60.60} = 2\pi.\sqrt{\frac{L\left(1+\alpha.(35-20)\right)}{g}}$$

Por fim:

$$2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}\left(\sqrt{1-1+15\alpha}\right) = \frac{1{,}8}{2{,}5.60.60}$$

$$2\pi.\sqrt{\frac{L}{g}}\sqrt{15\alpha} = 0{,}0002 \rightarrow \sqrt{15\alpha} = 0{,}0002 \rightarrow 15\alpha = 4.10^{-8}$$

$$\alpha = 2{,}7x10^{-5}\,°C^{-1}$$

Gabarito: E

---

4. (EFOMM 2018)

A figura abaixo mostra a vista superior de um anel de raio R que está contido em um plano horizontal e que serve de trilho, para que uma pequena conta de massa m se movimente sobre ele sem atrito. Uma mola de constante elástica k e comprimento natural R, com uma extremidade fixa no ponto A do anel e com a outra ligada à conta, irá movê-la no sentido anti-horário. Inicialmente, a conta está em repouso e localiza-se no ponto B, que é diametralmente oposto ao ponto A. Se P é um ponto qualquer e θ é o ângulo entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{AP}$, a velocidade da conta, ao passar por P, é

a) $R\sqrt{\frac{k}{m}}|\cos\theta|$

b) $2R\sqrt{\frac{k}{m}}\operatorname{sen}\theta$

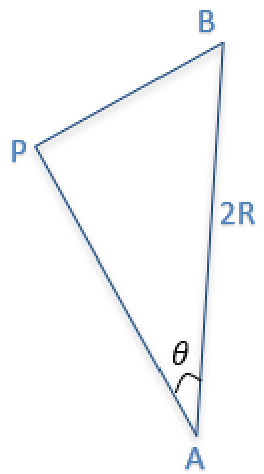
c) $R\sqrt{\frac{k}{m}|\cos\theta + \operatorname{sen}\theta - 1|}$

d) $2R\sqrt{\frac{k}{m}(\cos\theta - \cos^2\theta)}$

e) $R\sqrt{\frac{k}{m}\operatorname{sen}\theta\cos\theta}$

Comentário:

Analisando o Triângulo (retângulo em P) APB, temos:



$2R.cos\theta = AP$

Assim, conservando energia de B até P, temos:

$$\frac{1}{2}k.(2R-R)^2 = \frac{1}{2}k.(2Rcos\theta - R)^2 + \frac{1}{2}m.v^2$$

$$v^2 = \frac{k}{m}(R^2 - 4R^2cos^2\theta + 4R^2cos\theta - R^2) \rightarrow v = 2R\sqrt{\frac{k}{m}(cos\theta - cos^2\theta)}$$

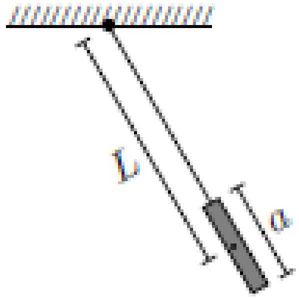
Gabarito: D

---

5. (ITA 2017)

Na figura, um tubo fino e muito leve, de área de seção reta S e comprimento a, encontra-se inicialmente cheio de água de massa M e massa específica ρ. Graças a uma haste fina e de peso desprezível, o conjunto forma um pêndulo simples de comprimento L medido entre o ponto de suspensão da haste e o centro de massa inicial da água. Posto a oscilar, no instante inicial começa a pingar água pela base do tubo a uma taxa constante r = −ΔM/Δt. Assinale a expressão da variação temporal do período do pêndulo.

Considere que L aumenta através de uma taxa de: $\frac{rt}{2\rho S}$



a) 2π √ L/√g

b) 2π √ ρLS − rt/√ ρSg

c) 2π √ ρLS + rt/√ ρSg

d) 2π √ 2ρLS − rt/√ 2ρSg

e) 2π √ 2ρLS + rt/√ 2ρSg

Comentário:

O problema consiste em analisarmos o "tamanho do pêndulo", isto é , a distância L aumenta conforme o recipiente perde massa . Isso ocorre pois o centro de massa do recipiente "desce".

Portanto:

$$L' = L + \frac{rt}{2\rho S}$$

Sabendo que o período de um pêndulo é da forma:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Por fim, o novo período será:

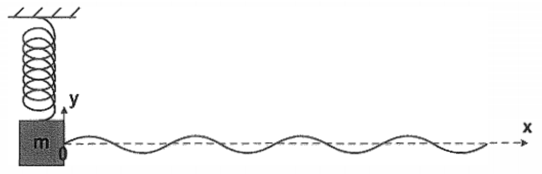
$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{L + \frac{rt}{2\rho S}}{g}} \rightarrow \boldsymbol{T' = 2\pi\sqrt{\frac{2\rho SL + rt}{2\rho Sg}}}$$

Gabarito: E

---

6. (Escola Naval 2016)

Analise a figura abaixo.



A figura acima mostra uma montagem em que o bloco de massa m= 0,70kg, preso à extremidade de uma mola vertical, oscila em torno da sua posição de equilíbrio. No bloco, prende-se uma corda muito longa estendida na horizontal. A massa específica linear da corda é 1,6.10-4kg/m. Após algum tempo, estabelece-se na corda uma onda transversal cuja equação é dada por $y(x,t) = 0{,}030.\,cos\,(2{,}0x - 30t)$, onde x e y estão em metros e t em segundos. Nessas condições, a constante elástica da mola, em N/m, e a tração na corda, em mN, são, respectivamente:

a) 157 e 144

b) 2013 e 36

c) 210 e 160

d) 630 e 36

e) 630 e 144

Comentário:

Da onda na corda, temos:

$$y(x,t) = 0{,}030.\,cos\,(2{,}0x - 30t) \leftrightarrow \boldsymbol{y(x,t) = A.\,cos\,(kx - \omega t)}$$

Assim, podemos concluir que:

$$\omega = 30 \rightarrow k = 0{,}7.\,(30)^2 = \boldsymbol{630\frac{N}{m}}$$

$$\omega = 30 \rightarrow f = \frac{30}{2\pi} = \boldsymbol{\frac{15}{\pi}}$$

Da equação de onda:

$$k' = 2 = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{V} \rightarrow \boldsymbol{V = \pi f}$$

Assim, aplicando Taylor:

$$V = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \pi.\frac{15}{\pi} \rightarrow \sqrt{\frac{T}{1{,}6.\,10^{-4}}} = 15 \rightarrow T = 225.1{,}6.\,10^{-4} \rightarrow 0{,}036\,N = \boldsymbol{36mN}$$

Gabarito: D

---

7. (EFOMM 2011)

Um sistema massa-mola, com constante de mola igual a 40 N/m, realiza um movimento harmônico simples. A energia cinética, no ponto médio entre a posição de aceleração máxima e velocidade máxima, é igual a 0,1J. Sabendo que a velocidade máxima é igual a 2 m/s, a aceleração máxima é igual a

Dado: Considere $\sqrt{6} = 5/2$

a) 30 m/s²

b) 40 m/s²

c) 50 m/s²

d) 60 m/s²

e) 70 m/s²

Comentário:

Sabendo que a energia do MHS é dada por:

$$E = \frac{m.vm^2}{2} = \frac{k\,.A^2}{2}$$

$$\frac{m.2^2}{2} = \frac{40\,.A^2}{2}$$

$$\frac{4\,.m}{40} = A^2$$

$$A^2 = \frac{m}{10}$$

Do enunciado, temos que:

$$E = Ec + Ep$$

$$E = 0{,}1 + \frac{k}{2}\,.\left(\frac{A}{2}\right)^2$$

$$\frac{m.vm^2}{2} = 0{,}1 + \frac{k}{2}\,.\left(\frac{A}{2}\right)^2$$

$$\frac{m.2^2}{2} = 0{,}1 + \frac{40}{2}\,.\frac{A^2}{4}$$

$$\frac{m.4}{2} = 0{,}1 + \frac{40}{2}\,.\frac{\frac{m}{10}}{4}$$

$$\frac{4\,.m}{2} = 0{,}1 + \frac{40}{2}\,.\frac{m}{40}$$

$$\frac{4\,.m}{2} = 0{,}1 + \frac{m}{2}$$

$$\frac{4\,.m}{2} - \frac{m}{2} = 0{,}1$$

$$\frac{3\,.m}{2} = \frac{1}{10}$$

$$m = \frac{1}{15}\ kg$$

Com isso, podemos calcular o valor da aceleração máxima:

$$F = k \,.\, A$$

$$m \,.\, a = k \,.\, A$$

$$a = \frac{k \,.\, A}{m}$$

$$a = \frac{40}{\frac{1}{15}} \,.\, A$$

$$a = 40 \,.\, 15 \,.\, \sqrt{\frac{m}{10}}$$

$$a = \frac{40 \,.\, 15}{\sqrt{150}}$$

$$a = \frac{40 \,.\, 15}{5\sqrt{6}}$$

$$a = \frac{40 \,.\, 3}{\sqrt{6}}$$

$$a = \frac{40 \,.\, 3 .\sqrt{6}}{6}$$

Do dado do enunciado, temos:

$$a = \frac{\frac{120.5}{2}}{6}$$

$$a = \frac{120 \,.\, 5}{12}$$

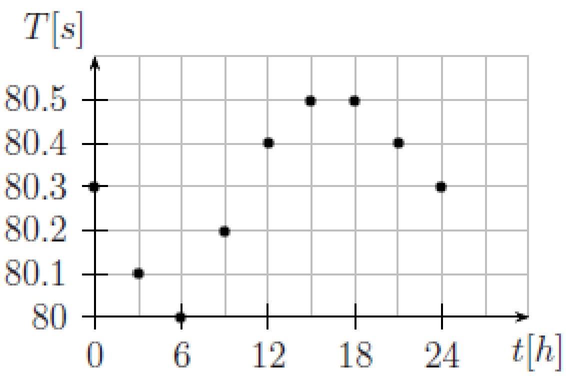
$$a = 50 \, m/s^2$$

Gabarito: C

---

8. (ITA 2016)

Um pêndulo simples é composto por uma massa presa a um fio metálico de peso desprezível. A figura registra medidas do tempo T em segundos, para 10 oscilações completas e seguidas do pêndulo ocorridas ao longo das horas do dia, t. Considerando que neste dia houve uma variação térmica total de 20◦C, assinale o valor do coeficiente de dilatação térmica do fio deste pêndulo.



a) $2 \times 10^{-4}\ °C^{-1}$

b) 4 x 10^{-4} °C^{-1}

c) 6 x 10^{-4} °C^{-1}

d) 8 x 10^{-4} °C^{-1}

e) 10 x 10^{-4} °C^{-1}

Comentário:

Sabendo que o período do MHS para o pendulo é dado por:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Escrevendo o período para o maior e menor período:

$$\frac{80{,}5}{10} = 2\,.\,\pi\,.\sqrt{\frac{L.\,(1+\alpha.\,\Delta T)}{g}}$$

$$\frac{80}{10} = 2\,.\,\pi\,.\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Dividindo a primeira equação pela segunda:

$$\frac{\frac{80{,}5}{10}}{\frac{80}{10}} = \frac{2\,.\,\pi}{2\,.\,\pi}\,.\sqrt{\frac{\frac{L.\,(1+\alpha.\,\Delta T)}{g}}{\frac{L}{g}}}$$

$$\frac{80{,}5}{80} = \sqrt{(1+\alpha.\,\Delta T)}$$

$$\left(\frac{80{,}5}{80}\right)^2 = (1+\alpha.\,20)$$

$$\left(\frac{80{,}5}{80}\right)^2 - 1 = 20\,.\,\alpha$$

$$\alpha = 6{,}27\,.\,10^{-4}\,°C^{-1}$$

Com isso, temos:

$$\alpha = 6.\,10^{-4}\,°C^{-1}$$

Gabarito: C

---

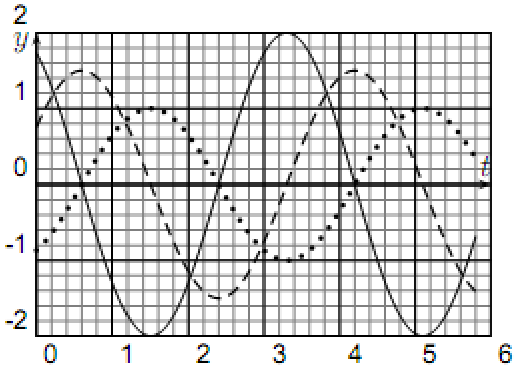
9. (ITA 2015)

Na figura, as linhas cheia, tracejada e pontilhada representam a posição, a velocidade e a aceleração de uma partícula em um movimento harmônico simples. Com base nessas curvas assinale a opção correta dentre as seguintes proposições:

I. As linhas cheia e tracejada representam, respectivamente, a posição e a aceleração da partícula.

II. As linhas cheia e pontilhada representam, respectivamente, a posição e a velocidade da partícula.

III. A linha cheia necessariamente representa a velocidade da partícula.



a) Apenas I é correta.

b) Apenas II é correta.

c) Apenas III é correta.

d) Todas são incorretas.

e) Não há informações suficientes.

Comentário:

Da análise do gráfico temos que a linha pontilhada e a linha cheia se anulam no mesmo ponto e, portanto, uma delas é a aceleração e a outra é a posição. Dessa forma, a linha tracejada representa a velocidade. Analisando as afirmativas, temos:

- Afirmativa I está incorreta, pois a linha tracejada representa a velocidade.

- Afirmativa II está incorreta, pois a velocidade é representada pela linha tracejada.

- Afirmativa III está incorreta, pois a velocidade é representada pela linha tracejada.

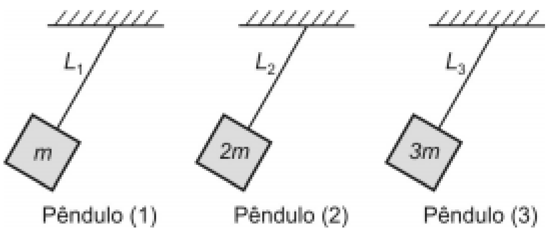
Com isso, todas as afirmativas estão incorretas como indicado na letra D.

Gabarito: D

---

10. (AFA 2015)

Três pêndulos simples 1, 2 e 3 que oscilam em MHS possuem massas respectivamente iguais a m, 2m e 3m são mostrados na figura abaixo.



Os fios que sustentam as massas são ideais, inextensíveis e possuem comprimento respectivamente L_1, L_2 e L_3.

Para cada um dos pêndulos registrou-se a posição (x), em metro, em função do tempo (t), em segundo, e os gráficos desses registros são apresentados nas figuras 1, 2 e 3 abaixo.

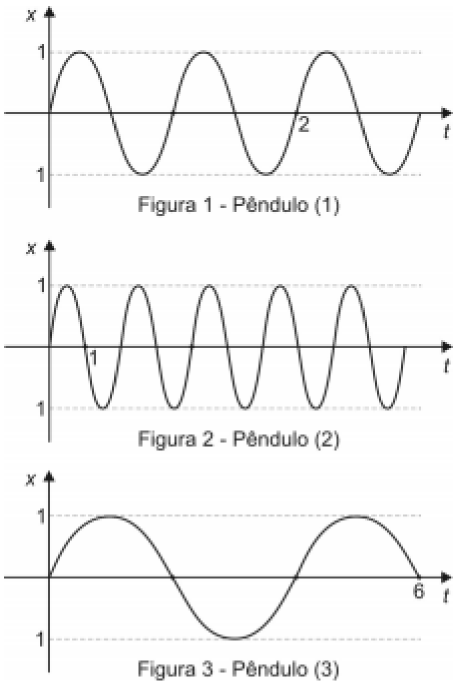


Figura 1 - Pêndulo (1)

Figura 2 - Pêndulo (2)

Figura 3 - Pêndulo (3)

Considerando a inexistência de atritos e que a aceleração da gravidade seja 2 2 g = π m / s , é correto afirmar que

a) $L_1 = \frac{L_2}{3}; L_2 = \frac{2}{3}L_3 \; e \; L_3 = 3L_1$

b) $L_1 = 2L_2; L_2 = \frac{L_3}{2} \; e \; L_3 = 4L_1$

c) $L_1 = \frac{L_2}{4}; L_2 = \frac{L_3}{4} \; e \; L_3 = 16L_1$

d) $L_1 = 2L_2; L_2 = 3L_3 \; e \; L_3 = 6L_1$

Comentário:

Analisando os pêndulos, temos:

- Pêndulo 1:

$$T = 2 \,.\, \pi \,.\, \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\frac{2}{2} = 2 \,.\, \pi \,.\, \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$\frac{1}{2 \,.\, \pi} = \sqrt{\frac{L_1}{g}}$$

$$L_1 = \frac{g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

- Pêndulo 2:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$2\,.\,1 = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$\frac{2}{2\,.\,\pi} = \sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

$$L_2 = \frac{4\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

- Pêndulo 3:

$$T = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$\frac{2}{3}.\,6 = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$4 = 2\,.\,\pi\,.\,\sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$\frac{4}{2\,.\,\pi} = \sqrt{\frac{L_3}{g}}$$

$$L_3 = \frac{16\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

Calculando as relações pedidas, temos que:

$$L_2 = \frac{4\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}\ e\ L_1 = \frac{g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

$$L_2 = 4.\,L_1$$

$$L_1 = \frac{L_2}{4}$$

$$L_2 = \frac{4\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}\ e\ L_3 = \frac{16\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

$$L_2 = 4\,.\,\frac{L_3}{16}$$

$$L_2 = \frac{L_3}{4}$$

$$L_1 = \frac{g}{(2\,.\,\pi)^2}\ e\ L_3 = \frac{16\,.\,g}{(2\,.\,\pi)^2}$$

$$L_3 = 16L_1$$

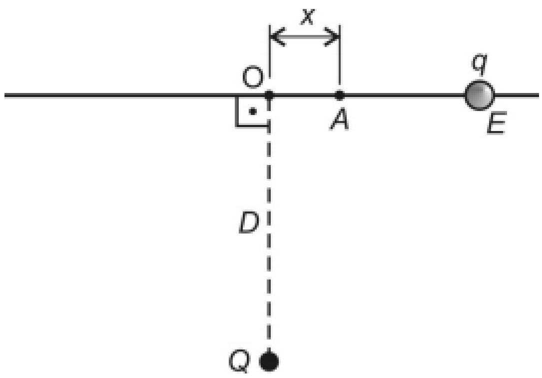
Dessa forma, temos que a resposta é a letra C.

Gabarito: C

---

11. (AFA 2015)

A figura abaixo mostra uma pequena esfera vazada E, com carga elétrica q = +2,0 . 10^{-5} C e massa 80 g, perpassada por um eixo retilíneo situado num plano horizontal e distante D = 3 m de uma carga puntiforme fixa Q = -3,0 . 10^{-6} C.



Se a esfera for abandonada, em repouso, no ponto A, a uma distância x, muito próxima da posição de equilíbrio O, tal que, $\frac{x}{D} << 1$ a esfera passará a oscilar de MHS, em torno de O, cuja pulsação é, em rad/s, igual a

a) $\frac{1}{3}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2}$

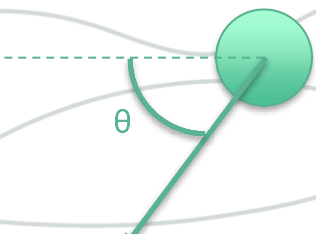
d) $\frac{1}{5}$

Comentário:

Sabendo que todo MHS é representado por:

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$$

Dessa forma, devemos calcular o k' do MHS. Para isso, iremos analisar as forças na partícula q:



$$F = -Feletrica\,.\,Cos\,\theta$$

$$F = -\frac{K\,.\,Q\,.\,q}{d^2}\,.\,Cos\,\theta$$

$$F = -\frac{K\,.\,Q\,.\,q}{d^2}\,.\,\frac{x}{d}$$

$$F = -\frac{9\,.\,10^9.3.10^{-6}.2.10^{-5}}{d^3}\,.\,x$$

$$F = -\frac{9\,.\,3.2.10^{-2}}{d^3}\,.\,x$$

Por Pitágoras, temos que:

$$d = \sqrt{D^2 + x^2}$$

Com isso, podemos calcular:

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{\left(\sqrt{D^2 + x^2}\right)^3}\,.\,x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{D^3.\left(\sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2}}\right)^3}\,.\,x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{D^3.\left(\sqrt{1 + \frac{x^2}{D^2}}\right)^3}\,.\,x$$

Aproximando, temos:

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{D^3.(1)^3}\,.\,x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{D^3}\,.\,x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{3^3}\,.\,x$$

$$F = -\frac{54.10^{-2}}{27}\,.\,x$$

$$F = -2\,.\,10^{-2}\,.\,x$$

Dessa forma, temos que:

$$k' = 2.\,10^{-2} N/m$$

Sendo assim, podemos calcular a pulsação:

$$\omega = \sqrt{\frac{k'}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2.\,10^{-2}}{80\,.\,10^{-3}}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2.\,10}{80}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{20}{80}}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\omega = \frac{1}{2}\, rad/s$$

Gabarito: C

Referências Bibliográficas

[1] Tópicos da física 1: Volume 1 – Ricardo Helou Doca, Gualter José Biscuola, Newton Villas Boas – 21. Ed – São Paulo : Saraiva, 2012.

[2] Problemas de Física Elementar: Saraeva – Editora Mir Moscou.

[3] IIT JEE Problems: Cengage.

Considerações Finais

Querido aluno(a),

Se você está com certo receio em algum tópico, reveja toda a teoria e depois refaça os exercícios propostos. Uma valiosa dica é fazer a lista inteira e só depois olhar o gabarito com a resolução. Com isso, você se forçará a ter uma maior atenção na feitura de questões e, portanto, aumentará sua concentração no momento de prova.

Se as dúvidas persistirem, não se esqueça de acessar o Fórum de Dúvidas! Responderei suas dúvidas o mais rápido possível!

Você também pode me encontrar nas redes sociais! 😊

Conte comigo,

Siga minhas redes sociais!

Bizuário da Física *@viniciusfulconi* *@professorviniciusfulconi*

Estratégia