01.(ITA - 1997) Se **Q** e **I** representam, respectivamente, o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais, considere as funções $f. \Re \to \Re$ definidas por

$$f(x) = \begin{cases} 0, \text{ se } x \in Q \\ 1, \text{ se } x \in I \end{cases} \qquad g(x) = \begin{cases} 1, \text{ se } x \in Q \\ 0, \text{ se } x \in I \end{cases}$$

Seja J a imagem da função composta $f o g : \Re \to \Re$. Podemos afirmar que:

(A) $J = \Re$
(B) $J = Q$
(C) $J = \{0\}$
(D) $J = \{1\}$
(E) $J = \{0,1\}$

02.(ITA - 1997) Seja $n \in N$ com $n > 1$ fixado. Considere o conjunto: $A = \left\{ \frac{p}{q} : p, q \in Z. \text{ sendo } 0 < q < n \right\}$. Definimos $f: \Re \to \Re$ por $f(x) = [\cos(n!\pi x)]^{2n}$. Se $f(A)$ denota a imagem do conjunto A pela função f, então

(A) $f(A) =]-1, 1[$
(B) $f(A) = [0, 1]$
(C) $f(A) = \{1\}$
(D) $f(A) = \{0\}$
(E) $f(A) = \{0, 1\}$

03.(ITA - 1997) O domínio D da função

$$f(x) = \ln\left[\frac{\sqrt{\pi x^2 - (1+\pi^2)x + \pi}}{-2x^2 + 3\pi x}\right]$$ é o conjunto

(A) $D = \{ x \in \Re: 0 < x < 3\pi / 2\}$
(B) $D = \{ x \in \Re: x < 1/\pi \text{ ou } x > \pi\}$
(C) $D = \{ x \in \Re: 0 < x \leq 1/\pi \text{ ou } x \geq \pi \}$
(D) $D = \{ x \in \Re: x > 0\}$
(E) $D = \{ x \in \Re: 0 < x < 1/\pi \text{ ou } \pi < x < 3\pi/2 \}$

---

04. (ITA-97) Considere os números complexos $z = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ e $w = 1 + i\sqrt{3}$.

$$m = \left| \frac{w^6 + 3z^4 + 4i}{z^2 + w^3 + 6 - 2i} \right|^2$$, então **m** vale

(A) 34
(B) 26
(C) 16
(D) 4
(E) 1

05.(ITA - 1997) Seja $m \in \Re_+^*$, tal que a reta $x - 3y - m = 0$ determina, na circunferência $(x - 1)^2 + (y + 3)^2 = 25$, uma corda de comprimento 6. O valor de m é:

(A) $10 + 4\sqrt{10}$
(B) $2 + \sqrt{3}$
(C) $5 - \sqrt{2}$
(D) $6 + \sqrt{10}$
(E) 3

06.(ITA - 1997) Sejam $m \in N$ e $n \in \Re_+^*$ com $m \geq 10$ e $x \in \Re_+^*$. Seja D o desenvolvimento do binômio $(a + b)^m$, ordenado segundo as potências crescentes de b. Quando $a = x^n$ e $b = x^{-n^2}$, o sexto termo de D fica independente de x. Quando $a = x$ e $b = x^{1/n}$, o oitavo termo de D se torna independente de x. Então m é igual a

(A) 10
(B) 12
(C) 14
(D) 16
(E) 18

07.(ITA - 1997) Seja $a, b, c \in \Re_+^*$ com $a^2 = b^2 + c^2$. Se x, y e z satisfazem o sistema

$$\begin{cases} c\cos y + b\cos z = a \\ c\cos x + a\cos z = b \\ b\cos x + a\cos y = c \end{cases}$$, então $\cos x + \cos y + \cos z$ é igual a:

(A) $(a - b)/c$
(B) $(a + b)/c$
(C) $(b + c)/a$
(D) $(c + a)/b$
(E) $(b^2 + c^2)/a$

---

08. (ITA-97) Sejam A, B e C matrizes reais quadradas de ordem n e não nulas. Por O denotamos a matriz nula de ordem n. se AB = AC considere as afirmações:

I- $A^2 \neq 0$
II- $B = C$
III- $\det B \neq 0$
IV- $\det(B - C) = 0$

Então:

(A) Todas são falsas.
(B) Apenas a afirmação I é verdadeira.
(C) Apenas a afirmação II é verdadeira.
(D) Apenas as afirmações I e III são verdadeiras.
(E) Apenas a afirmação III é verdadeira.

09.(ITA - 1997) Seja θ um valor fixado no intervalo $]0, \pi/2[$. Sabe-se que $a_1 = \text{cotg}\theta$ é o primeiro termo de uma progressão geométrica infinita de razão $q = \text{sen}^2\theta$. A soma de todos os termos dessa progressão é:

(A) cosec θ. tg θ
(B) sec θ. tg θ
(C) sec θ. cosec θ
(D) $\sec^2\theta$
(E) $\text{cosec}^2\theta$

10.(ITA - 1997) Seja A o ponto de intersecção das retas r e s dadas, respectivamente pelas equações x + y = 3 e x + y = -3. Sejam B e C pontos situados no primeiro quadrante com $B \in r$ e $C \in s$. sabendo que $d(A,B) = d(A,C) = \sqrt{2}$, então a reta passando por B e C é dada pela equação:
(A) 2x + 3y = 1
(B) y = 1
(C) y = 2
(D) x = 1
(E) x = 2

11.(ITA - 1997) Sejam f ,g : $\Re \to \Re$ funções tais que:
$g(x) = 1 - x$ e $f(x) + 2f(2 - x) = (x - 1)^3$
para todo $x \in \Re$. Então $f[g(x)]$ é igual a:
(A) $(x - 1)^3$
(B) $(1 - x)^3$
(C) x^3
(D) x
(E) 2 - x

12.(ITA - 1997) Seja S o conjunto de todas as raízes da equação $2x^6 - 4x^5 + 4x - 2 = 0$. Sobre os elementos de S podemos afirmar que:
(A) Todos são números reais.
(B) 4 são números reais positivos.
(C) 4 são números reais.
(D) 3 são números reais positivos e 2 não são reais.
(E) 3 são números reais negativos.

13.(ITA - 1997) Sejam $p_1(x)$, $p_2(x)$ e $p_3(x)$ polinômios na variável real x de graus n_1, n_2 e n_3, respectivamente, com $n_1 > n_2 > n_3$. Sabe-se que $p_1(x)$ e $p_2(x)$ são divisíveis por $p_3(x)$. Seja r(x) o resto da divisão de $p_1(x)$ por $p_2(x)$. Considere as afirmações:
I - r(x) é divisível por $p_3(x)$.
II - $p_1(x) - \frac{1}{2} p_2(x)$ é divisível por $p_3(x)$.
III - $p_1(x)\, r(x)$ é divisível por $\{p_3(x)\}^2$.
Então,
(A) Apenas I e II são verdadeiras
(B) Apenas II é verdadeira.
(C) Apenas I e III são verdadeiras.
(D) Todas as afirmações são verdadeiras
(E) Todas as afirmações são falsas

14.(ITA - 1997) Em um triângulo ABC, sabe-se que o segmento AC mede 2 cm. Sejam α e β, respectivamente, os ângulos opostos aos segmentos BC e AC. A área do triângulo é (em cm^2) igual a:
(A) $2\,\text{sen}^2\alpha.\text{cotg}\,\beta + \text{sen}\,2\alpha$
(B) $2\,\text{sen}^2\alpha.\text{tg}\,\beta - \text{sen}\,2\alpha$
(C) $2\cos^2\alpha.\text{cotg}\,\beta + \text{sen}\,2\alpha$
(D) $2\cos^2\alpha.\text{tg}\,\beta + \text{sen}\,2\alpha$
(E) $2\,\text{sen}^2\alpha.\text{tg}\,\beta - \cos 2\alpha$

15.(ITA - 1997) Considere no plano complexo, um hexágono regular centrado em $z_0 = i$. Represente $z_1, z_2, \ldots z_6$ seus vértices, quando percorridos no sentido anti-horário. Se $z_1 = 1$ então $2z_3$ é igual a:
(A) 2 + 4i
(B) $(\sqrt{3} - 1) + (\sqrt{3} + 3)i$
(C) $\sqrt{6} + (\sqrt{2} + 2)i$
(D) $(2\sqrt{3} - 1) + (2\sqrt{3} + 3)i$
(E) $\sqrt{2} + (\sqrt{6} + 2)i$

16.(ITA - 1997) Seja S o conjunto dos números complexos que satisfazem simultaneamente, às equações:
$$|z - 3i| = 3 \text{ e } |z + 1| = |z - 2 - i|$$
O produto de todos os elementos de S é igual a:
(A) $-2 + i\sqrt{3}$
(B) $2\sqrt{2} + 3i\sqrt{3}$
(C) $3\sqrt{3} - 2i\sqrt{3}$
(D) - 3 + 3i
(E) -2 + 2i

17.(ITA - 1997) Sejam a_1, a_2, a_3 e a_4 números reais formando, nesta ordem, uma progressão geométrica crescente com $a_1 \neq 0$. Sejam x_1, x_2 e x_3 as raízes da equação $a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0$. Se $x_1 = 2i$, então:
(A) $x_1 + x_2 + x_3 = -2$
(B) $x_1 + x_2 + x_3 = 1$
(C) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$
(D) $x_1 . x_2 . x_3 = 8$
(E) $x_1 . x_2 + x_1 . x_3 + x_2 . x_3 = 5$

18.(ITA - 1997) Os números reais x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão r. Seja α um número real com $\alpha > 0$ e $\alpha \neq 1$ satisfazendo $3a^x + 2a^y - a^z = 0$. Então r é igual a
(A) a^2
(B) $(\frac{1}{2})^a$
(C) $\log_{2a}4$
(D) $\log_a(3/2)$
(E) $\log_a 3$

19.(ITA - 1997) A seqüência (a_1, a_2, a_3 e a_4) é uma progressão geométrica de razão $q \in \Re^*$ com $q \neq 1$ e $a_1 \neq 0$. Com relação ao sistema:
$$\begin{cases} a_1x + a_2y = c \\ a_3x + a_4y = d \end{cases}$$
, podemos afirmar que:
(A) É impossível para c, d $\in$ [-1, 1]
(B) É possível e determinado somente se c = d.
(C) É indeterminado quaisquer que sejam c, d $\in \Re$.
(D) É impossível quaisquer que sejam c, d $\in \Re^*$.
(E) É indeterminado somente se $d = cq^2$.

20.(ITA - 1997) Considere as matrizes

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ e } B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Sejam λ_0, λ_1 e λ_3 as raízes da equação $\det(A - \lambda I_3) = 0$ com $\lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$. Considere as afirmações:

I- $B = A - \lambda_0 I_3$

II- $B = (A - \lambda_1 I_3)A$

III- $B = A(A - \lambda_2 I_3)$

Então:

(A) Todas as afirmações são falsas.
(B) Todas as afirmações são verdadeiras.
(C) Apenas I é falsa.
(D) Apenas II é falsa.
(E) Apenas III é verdadeira.

21.(ITA - 1997) Seja S o conjunto de todas as soluções reais da equação

$$\sec\left[\operatorname{arctg}\frac{1}{1+e^x} - \operatorname{arctg}(1-e^x)\right] = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Então:

(A) $S = \varnothing$
(B) $S = \mathbb{R}$
(C) $S \subset [1, 2]$
(D) $S \subset [-1, 1]$
(E) $S \subset [-1, 2[$

22.(ITA - 1997) Dado um número real a com a > 1, seja S o conjunto solução da inequação

$$\log_{1/a} \log_a \left(\frac{1}{a}\right)^{x-7} \leq \log_{1/a}(x-1)$$

Então S é o intervalo:

(A) $[4, +\infty[$
(B) $[4, 7[$
(C) $]1, 5]$
(D) $]1, 4]$
(E) $[1, 4[$

23.(ITA - 1997) Considere os pontos A: (0, 0) e B: (2, 0) e C: (0, 3). Seja P: (x, y) o ponto da intersecção das bissetrizes internas do triângulos ABC. Então x + y é igual a:

(A) $12/(5 + \sqrt{13})$
(B) $8/(2 + \sqrt{11})$
(C) $10/(6 + \sqrt{13})$
(D) 5
(E) 2

24.(ITA - 1997) A altura e o raio da base de um cone de revolução medem 1 cm e 5 cm respectivamente. Por um ponto do eixo do cone situado a d cm de distância do vértice, traçamos um plano paralelo à base, obtendo um tronco de cone. O volume deste tronco é a média geométrica entre os volumes do cone dado e do cone menor formado. Então d é igual a:

(A) $\sqrt[3]{\dfrac{2-\sqrt{3}}{3}}$
(B) $\sqrt[3]{\dfrac{3-\sqrt{5}}{2}}$
(C) $\sqrt[3]{\dfrac{3+\sqrt{5}}{2}}$
(D) $\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}}$
(E) $\sqrt{\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}}$

25.(ITA - 1997) Dentro de um tronco de pirâmide quadrangular regular, considera-se uma pirâmide regular cuja base é a base maior do tronco e cujo vértice é o centro da base menor do tronco. As arestas das bases medem a cm e 2a cm. As áreas laterais do tronco e da pirâmide são iguais. A altura (em cm) do tronco mede:

(A) $a\sqrt{3}/\sqrt{5}$
(B) $a\sqrt{35}/10$
(C) $a\sqrt{3}/2\sqrt{5}$
(D) $a\sqrt{35}/\sqrt{10}$
(E) $a\sqrt{7}/\sqrt{5}$