

Aula de Cálculo - Derivadas

1. Determine as derivadas das funções abaixo:

a) $y = f(x)^{g(x)}$ b) $y = x^k, k \in \mathfrak{R}$

2. Determine as derivadas das funções abaixo:

a) $y = \tan x$ b) $y = \cot x$
 c) $y = \sec x$ d) $y = \csc x$
 e) $y = \arcsen x$ f) $y = \arccos x$
 g) $y = \arctan x$ h) $y = \operatorname{arccot} x$
 i) $y = \operatorname{arcsec} x$ j) $y = \operatorname{arccsc} x$

3. Determine as derivadas das funções abaixo:

a) $y = e^{x^2} \cdot \cos x^2$ b) $y = \sqrt[5]{\sin^4 x}$
 c) $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ d) $y = \arcsen x^3$
 e) $y = \ln(\cos 3x)$ f) $y = \arctan e^2$
 g) $y = (x^3 + 11)^{15}$ h) $y = \frac{2}{\sqrt[3]{x^3 + 13}}$
 i) $y = \operatorname{arcsec} x^4$ j) $y = \ln(\ln(\ln x))$
 k) $y = \sin^2 x + \cos^2 x + \arccos \sqrt{x} - \ln \sqrt[3]{11} + \pi^{\cos(\sin x)}$

4. Determine as derivadas das funções abaixo:

a) $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$ b) $y = 2x \cdot \sin x - (x^2 - 2) \cdot \cos x$
 c) $y = x \cdot \cot x$ d) $y = \frac{x^2}{\ln x}$
 e) $y = (a^{2/3} - x^{2/3})^{3/2}$ f) $y = \left(\frac{a + bx^n}{a - bx^n} \right)^m$

5. Determine as derivadas das funções abaixo:

a) $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}}$ b) $y = \ln x \cdot \log x - \ln a \cdot \log_a x$
 c) $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$ d) $y = \arcsen \frac{x^2 - 1}{x^2}$
 e) $y = \ln \arcsen x + \frac{1}{2} \ln^2 x + \arcsen \ln x$
 f) $y = (\cos x)^{\sin x}$
 g) $y = \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$ h) $y = x^{\frac{\sin x}{x}}$
 i) $y = x^x$ j) $y = x^{x^x}$
 k) $y = \ln \frac{1 + \sqrt{\sin x}}{1 - \sqrt{\sin x}} + 2 \arctan \sqrt{\sin x}$

6. Calcule $f'(4)$, se

$f(x) = \arctan \sqrt{x} + \sin(\sin(\sin(x-4)))$

7. Calcule $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$, se $f(x) = (\tan x)^{\ln x}$

8. Ache um valor aproximado de $\sqrt[3]{8,0857}$.

9. Ache as derivadas enésimas das funções abaixo:

a) $y = 1/x$ b) $y = \sin x$
 c) $y = \ln(1+x)$ d) $y = \frac{1}{1-2x}$
 e) $y = \sin^4 x + \cos^4 x$

10. Ache as derivadas das funções abaixo:

a) $x^{10} - y^{10} + \ln(x \cdot y) = 0$ b) $x \cdot \sin y - \cos y + \cos 2y = 0$

11. Ache as derivadas das funções abaixo:

a) $y = \cos(x+y)$
 b) $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$

12. Verifique se a função $y = \cos e^x + \sin e^x$ é solução da equação diferencial $y'' - y' + y \cdot e^{2x} = 0$

13. Calcule y'' , sendo $y = \sin(x+y)$

14. A função F satisfaz às seguintes condições:

- (i) é derivável sobre $(-6, +6)$;
- (ii) $F(0) = 0$ e
- (iii) $F'(0) = \beta$.

O valor de $\alpha = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x}$ é:

a) $-\frac{1}{2}\beta$ b) $-\beta$
 c) 0 d) β
 e) $\frac{1}{2}\beta$

15. Uma bola de neve é formada de tal maneira que seu volume aumenta na razão de $8 \text{ dm}^3/\text{min}$. Com que razão o raio é aumentado quando a bola tem 4dm de diâmetro?

16. Um tanque tem a forma de um cone invertido tendo uma altura de 5m e raio da base de 1m. O tanque se enche de água a razão de $2 \text{ m}^3/\text{min}$. Com que velocidade sobe nível da água, quando a mesma está a 3m de profundidade?

17. Dois navios A e B navegam a partir do ponto O segundo rotas que formam um ângulo $\widehat{A\hat{O}B} = 120^\circ$. Com que velocidade estão se separando os dois navios quando $OA = 8$ milhas e $OB = 6$ milhas. Sabendo-se que A navega a 20 milhas/h e B a 30 milhas/h

18. Seja um círculo C de raio R e centro O . Imagine um motociclista, a noite, correndo ao longo de C no primeiro quadrante, em direção a origem. Considere o ponto no eixo do x , iluminado pelo farol da motocicleta. Determine a velocidade com esse ponto se aproxima da origem em função de R , S e v , onde S é a distância da origem à motocicleta, tomada ao longo de C , v é a velocidade da motocicleta.

19. A altura de um certo cilindro circular está aumentando a uma razão de 3cm/min e o raio da base está decrescendo a razão de 2cm/min. Determine a razão segundo a qual o volume do cilindro está variando quando a altura é de 10cm e o raio da base é 4cm.

20. Sabendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 3x + a \cdot \text{sen } 2x + b \cdot \text{sen } x}{x^5}$ existe e é finito, determine o valor numérico desse limite, sendo a e b constantes reais

21. Calcule os limites abaixo:

a) $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\tan(x - \pi/4)}{x - \pi/4}$

b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{1 + \cos \pi x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \text{sen } x - 1}{\ln(1+x)}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 3x}$

e) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{1-x}$

f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{3x} + 5x)^{1/x}$

g) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\text{sen } x)^{1/\ln x}$

h) $\lim_{x \rightarrow 0} ((\cos x) \cdot e^{\frac{x^2}{2}})^{4/x^4}$

i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\tan \frac{\pi}{2+x} \right)^x$

j) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-x}$

22. Achar os pontos críticos das funções abaixo:

a) $y = x^3$

b) $y = 1 - \sqrt[3]{x^2}$

c) $y = e^{-x^2}$

d) $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 1$

e) $y = \frac{2x^2 - 2x + 4}{3x^2 - 4x + 5}$

f) $y = 2 \tan x - \tan^2 x, x \in [0, \pi/2]$

g) $y = x^x$

h) $y = \arctan x - \ln \sqrt{1+x^2}$

i) $y = x^3 + \frac{3}{x}$

j) $y = 2 \cdot \text{sen } x + \cos 2x \quad x \in (0, \pi)$

23. Achar os pontos críticos das funções abaixo:

a) $y = \frac{(x-2)(8-x)}{x^2}$

b) $y = \sqrt[3]{(x^2-1)^2}$

c) $y = 2 \text{sen } 2x + \text{sen } 4x$

d) $y = x - \ln(1+x)$

e) $y = \frac{e^x}{x}$

24. Uma lata de forma cilíndrica deve conter um certo volume V . Quais são as dimensões de uma tal lata que gaste a menor quantidade possível de material para ser feita.

25. Um cartaz retangular deve conter 50cm² de matéria impressa com duas margens de 4cm cada em cima e em baixo e duas margens laterais de 2cm cada. Determine as dimensões externas do cartaz de modo que sua área seja mínima.

26. H é a função definida por $H(x) = x^2 \cdot \text{sen } x$. O valor da derivada de ordem vinte e um da função H no ponto zero é:

a) 0

b) $\text{sen} \frac{35\pi}{9}$

c) 420

d) 462

e) 463

27. Uma lâmpada pende sobre o centro de uma mesa redonda de raio r . A que altura da mesa deve esta a lâmpada para que a iluminação de um objeto que se encontra a beira da mesa seja a melhor possível? (A iluminação é diretamente proporcional ao cosseno do ângulo de incidência dos raios luminosos e inversamente proporcional ao quadrado da distância ao foco)

28. Determine o ponto da curva $y = \sqrt{x}$ mais próximo do ponto $(c, 0)$

29. De um tronco redondo de diâmetro d deve-se cortar uma viga de seção retangular. Quais deverão ser a largura x e altura y desta seção para que a viga tenha resistência máxima possível:

a) na compressão?

b) na flexão?

Obs.: Na resistência da viga à compressão é proporcional à área de sua seção transversal e a resistência a flexão é proporcional ao produto da largura desta seção pelo quadrado de sua altura.

30. A seção reta de um túnel tem a forma de um retângulo encimado por um semicírculo. O perímetro da seção é igual a 18m (ignorando a parte inferior). Determine o raio do semicírculo para que a área da seção seja máxima.

31. Corta-se um pedaço de arame de comprimento L em duas partes. Com uma faz-se um círculo e com a outra um quadrado. Em que ponto deve-se cortar o arame para que a soma das áreas compreendidas pelas duas figuras seja máxima?

32. Achar os intervalos de concavidade e os pontos de inflexão das funções abaixo:

a) $y = x^3 - 6x^2 + 12x + 4$

b) $y = x - \text{sen } x$

c) $y = x^2 \ln x$

d) $y = (1+x^2)e^x$

33. Analise as funções abaixo (esboçando seus gráficos):

- a) $y = x^4 - 5x^2 + 4$
 b) $y = \frac{x^2 - x - 1}{x^2 + x + 1}$
 c) $y^2(x-1) = x^2(x+1)$
 d) $x^3 + y^3 = 3x^2$

34. Analise as funções $y = f(x)$ abaixo:

- a) $y = x \cdot e^{1/x}$
 b) $y = x + \arctan x$
 c) $y = x \cdot \ln x$
 d) $y = x^2 \cdot (1-x)^3$
 e) $y = e^{x^2-1}$

35. O valor de $a > 0$ para o qual a função $y = a \cdot x \cdot e^{-x^2}$ tem um máximo no ponto de ordenada $\frac{\sqrt{2}}{2}$ é igual a:

- a) \sqrt{e} b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{\frac{2}{e}}$ d) $\sqrt{\frac{e}{2}}$
 e) indeterminado

36. Deve-se fabricar um recipiente cilíndrico reto, de base circular, aberto no topo, com capacidade de 24π L. Se o custo do material usado para a fabricação da base é três vezes o custo do material da superfície lateral e, se não há perda de material, determine o a altura do cilindro que minimize os custos.

- a) 30cm b) 40cm
 c) 50cm d) 60cm
 e) nra

37. Demonstre as seguintes desigualdades:

- a) $e^x > 1 + x, \forall x \in \mathbb{R}$
 b) $\ln x < x, \text{ se } x > 0$
 c) $\sin x > \frac{2x}{\pi}, \text{ se } x \in (0, \frac{\pi}{2})$

38. Determine o volume máximo de um cilindro circular reto que pode ser inscrito num cone de altura 12cm e raio da base 4cm, sabendo-se que os eixos do cilindro e do cone coincidem.

- a) $256\pi/9 \text{ cm}^3$ b) $16\pi/3 \text{ cm}^3$
 c) $121\pi/16 \text{ cm}^3$ d) $11\pi/4 \text{ cm}^3$
 e) nra

39. A equação horária de um móvel é $y = (t^3/3) + 2t$, sendo y sua altura em relação ao solo, medida em metros, e t o número de segundos transcorridos após sua partida. Sabe-se que a velocidade do móvel no instante $t = 3s$ é dada por $y'(3)$, ou seja, é a derivada de y calculada em 3. Essa velocidade é igual a

- a) 6 m/s b) 11 m/s
 c) 15 m/s d) 27 m/s
 e) 29 m/s

40. A derivada da função $f(x) = \arcsen\left(\frac{a \cos x + b}{b \cos x + a}\right)$ é:

- a) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b \cos x + a}$ b) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b \cos x + a}$
 c) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b \cos x}$ d) $\frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$
 e) 1

41. Calcule a derivada da função $y = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}(x+\sqrt{1+x^2})}$.

- a) $y' = -(1+x)^{-3/2}$ b) $y' = -(1+x^2)^{-3/2}$
 c) $y' = -x(1+x^2)^{-3/2}$ d) $y' = -(1+x^2)^{-3/2} / x$
 e) $y' = (1+x^2)^{-3/2}$

42. Uma rodovia Norte-Sul intersecta outra rodovia Leste-Oeste num ponto P . Um automóvel, viajando na direção Leste, passa em P às 10:00 a 20 km/h. Nesse mesmo instante, outro automóvel encontra-se a 2km ao norte de P , viajando na direção Sul a 50 km/h. Determine a distância aproximada em que os dois carros estarão mais próximos um do outro.

- a) 660m b) 700m
 c) 740m d) 780m
 e) nra

43. Determine o ponto do gráfico de $y = x^2 + 1$ mais próximo do ponto (3, 1)

- a) (1,2) b) (2, 1)
 c) (1/2, 3) d) (-1, 2)
 e) nra

44. Uma barra heterogênea AB tem 12cm de comprimento. A massa de sua parte AM cresce proporcionalmente ao quadrado da distância do ponto móvel M , em relação ao extremo A e é igual a 10g, quando $AM = 2$ cm. Determine a densidade linear da barra em qualquer ponto M da mesma.

- a) $2x \text{ g/cm}$ b) $3x \text{ g/cm}$
 c) $4x \text{ g/cm}$ d) $5x \text{ g/cm}$
 e) nra

45. A equação da reta tangente à curva de equação $y = x^3 + 2x - 1$, no ponto em que $x = -1$, é

- a) $y = 5x + 1$ b) $y = 4x + 1$
 c) $y = 3x - 1$ d) $y = -3x + 1$
 e) $y = -4x + 1$

46. Calcule a derivada da função:

- $y = \frac{x \arcsen x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{1-x^2}$
 a) $\frac{\arcsen x}{(1-x^2)^2}$ b) $\arcsen x + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
 c) $\arcsen x - \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}$ d) $\arcsen x \sqrt{1-x^2}$
 e) nra

47. Calcule a derivada da função

$$y = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) + \ln(\sqrt{1+e^x} + 1)$$

- a) $1/\sqrt{1+e^x}$ b) $1/\sqrt{1-e^x}$
 c) $1/(\sqrt{1+e^x} + \sqrt{1-e^x})$ d) e^x
 e) nra

48. Calcule a derivada da função:

$$y = \text{sen}(\cos^2 x) \cdot \cos(\text{sen}^2 x).$$

- a) $y' = -\text{sen} 2x \cos(\cos 2x)$
 b) $y' = -\cos 2x \cos(\cos 2x)$
 c) $y' = -\text{sen} 2x \cos(\text{sen} 2x)$
 d) $y' = -\text{sen} 2x \text{sen}(\text{sen} 2x)$
 e) $y' = -\cos 2x \cos(\text{sen} 2x)$

49. Determine a derivada da função: $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-5x+5}$

- a) $f'(x) = \frac{-2x^2 - 6x + 25}{(x^2 - 5x + 5)^2}$
 b) $f'(x) = \frac{2x^2 + 6x - 5}{(x^2 - 5x + 5)^2}$
 c) $f'(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{(x^2 - 5x + 5)^2}$
 d) $f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 15}{(x^2 - 5x + 5)^2}$
 e) $f'(x) = \frac{2x^2 - 6x - 25}{(x^2 - 5x + 5)^2}$

50. Determine a derivada de : $f(x) = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3}$

- a) $f'(x) = 3 \ln x$ b) $f'(x) = 3x \ln^2 x$
 c) $f'(x) = 3x^2 \ln x$ d) $f'(x) = 3x^2 / \ln x$
 e) $f'(x) = 3x^2 \ln^2 x$

51. $f(x) = \ln(1+x) + \arcsen \frac{x}{2}$. Achar $f'(1)$.

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
 c) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ d) 1
 e) nra

52. Sabe-se que $x^2y + y^3 = 2$. Então os valores das duas primeiras derivadas da função $y = f(x)$ no ponto de coordenadas $(1, 1)$, são, respectivamente, iguais a:

- a) $-\frac{1}{2} e -\frac{11}{8}$ b) 1 e 0
 c) $-\frac{1}{2} e -\frac{3}{8}$ d) 1 e 1
 e) 2 e -6

53. Sabe-se que $F : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ é polinomial do terceiro grau, tem máximo no ponto $(-1, 5)$ e mínimo em $(3, -27)$. A reta tangente ao seu gráfico em seu ponto de inflexão terá por equação:

- a) $12x - y - 1 = 0$ b) $12x + y - 1 = 0$
 c) $2x + 3y - 2 = 0$ d) $3x - 2y + 5 = 0$
 e) $5x + 4y - 2 = 0$

54. (AMAN-84) A função derivada da função $y = x^2 - 4x + 3$, é nula para x igual a:

- a) 1 b) -2 c) 0 d) 2 e) N.R.A

55. (AMAN-84) As abscissas dos pontos de máximo e de mínimo relativos da função:

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{7x^2}{2} + 10x + 1 \text{ são:}$$

- a) 0 e 1 b) 1 e 3 c) 2 e 5
 d) 1 e 2 e) N.R.A

56. (AMAN-86) No ponto de ordenada nula, a curva $y = Lx$ ($L =$ logaritmo neperiano) admite uma tangente $t // y$. As coordenadas do ponto P_1 onde a curva $y = e^x$ tem tangente t_1 paralela a t são:

- a) (1,0) b) (0,1) c) (-1,0)
 d) (0,1) e) NRA.

57. (AMAN-86) A derivada da função $y = \sec 2x + \text{tg} 2x$ é:

- a) $\frac{1}{\cos 2x} + \frac{\text{sen} 2x}{\cos 2x}$ b) $2 \text{tg}^2 2x + 2 \sec^2 2x$
 c) $2 \sec 2x (\text{tg} + \sec 2x)$ d) $2 \sec 2x (\text{tg} - \sec 2x)$
 e) NRA.

58. (AMAN-86) A função $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + 1$ é crescente

em:

- a) $(-\infty, +\infty)$ b) $(-\infty, 1)$
 c) $(0, 1) \cup (1, +\infty)$ d) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
 e) NRA.

59. (AMAN-86) A função $y = f(x)$, contínua em $(-\infty, +\infty)$, tem derivada $y' = f'(x)$ que se anula para $x = x_1$; $x = x_2$; $x = x_3$.

Sabendo-se que $f(x)$ passa por um mínimo relativo em $x = x_2$ e que nas duas vizinhanças laterais de x_3 é função crescente, então necessariamente devemos ter entre outras coisas:

- a) $f'(x_2 - h) < 0$ e $f'(x_3 \pm h) > 0$
 b) $f'(x_2 + h) < 0$ e $f'(x_3 \pm h) > 0$
 c) $f'(x_2 - h) < 0$ e $f'(x_3 - h) > 0$
 d) $f'(x_2 - h) < 0$ e $f'(x_3 + h) > 0$
 e) NRA.

60) (AMAN-87) O coeficiente angular da reta tangente à curva de equação $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 6x + \frac{5}{2}$, no ponto de abscissa igual a -3, é:

- a) -9 b) 0
 c) 6 d) 9
 e) -18

61. (AMAN-87) Se $f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x}$ e $F(x) = \frac{x}{1-x^2}$ então $\frac{f'(4)}{F'(\sqrt{2})}$ é

- igual a:
a) -2 b) -1 c) 0 d) 1 e) 2

62. (AMAN-87) Para que se tenha $f'(0) = e$ na função:
 $f(\theta) = a \cdot e^{2\theta} + 1$, o valor de a será:

- a) $\frac{1}{2e}$ b) e^{-2} c) e^2 d) $\frac{e}{2}$ e) 1

63. (AMAN-87) De quantas assintotas o lugar geométrico de equação
 $y = \frac{1}{\log(x^2 + 5x + 5)}$ dispõe?

- a) 3 b) 2
c) 1 d) Nenhuma
e) Uma infinidade

64. (AMAN-88) O coeficiente da reta tangente à curva de equação
 $y = \frac{x}{\ln x}$, no ponto de abscissa igual a e^3 , vale:

- a) 2/9 b) 1/3 c) 1/3e d) e^{-3} e) infinito

65. (AMAN-88) De quantas assintotas o lugar geométrico de equações paramétricas $\begin{cases} x = \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \\ y = \operatorname{tg} \theta \end{cases}$ dispõe?

- a) nenhuma b) 1
c) 2 d) 3
e) uma infinidade

66. (AMAN-89) No ponto (1, 0) a curva $Y = Lx$ admite uma tangente t . As coordenadas do ponto M onde a curva $y = e^x$ tem tangente paralela a t são:

- a) (1, 1) b) (1, 0)
c) (-1, 0) d) (0, 1)
e) (0, -1)

67. (AMAN - 90) O coeficiente angular da tangente à curva $x^2 + 2y^2 = 28$ no ponto $P(-1, 0)$ é:

- a) 1 b) ∞ c) 0 d) $-\infty$ e) \emptyset

68. (AMAN-90) Se $W = \frac{1+f'(0)}{F'(1)}$, onde $f(x) = \operatorname{sen}^3(1+x^2)$ e

$F(x) = \sqrt{2x-1}$, então W é igual a:

- a) \emptyset b) ∞ c) 0 d) 1 e) 2

69. (AMAN-90) Ao fim de 2 segundos, a velocidade de um móvel que percorre uma trajetória, cujos deslocamentos são dados por:
 $e = 2t^3 - t^2 + t - 4$, é de:

- a) 10 m/s b) 15 m/s
c) 21 m/s d) 12 m/s
e) 19 m/s

70. (AMAN-90) A função $y = e^x - 1 - x$, relativamente a seu ponto de abscissa $x = 0$, é:

- a) crescente para $-\infty < x \leq 0$ b) decrescente para $-\infty < x < 0$
c) descontínua d) abscissa de inflexão
e) abscissa de máximo

71. (AMAN-90) Sendo $y = e^{\log_e |x|}$ então, sua tangente em $x = 2$ tem por inclinação o ângulo θ igual a:

- a) $\pi/4$ rd b) $\pi/3$ rd
c) π rd d) $\pi/2$ rd
e) 0 rd

72. (CBERJ-86) A derivada primeira da função $y = (3 - 2 \operatorname{sen} x)^5$ é:

- a) $5(3 - 2 \operatorname{sen} x)^4$ b) $10 \cos x (3 - 2 \operatorname{sen} x)^4$
c) $-10 \cos x (3 - 2 \operatorname{sen} x)^4$ d) $-10 \cos x (3 - 2 \operatorname{sen} x)^4$
e) $-15 \cos x (3 - 2 \operatorname{sen} x)^4$

73. (CBERJ-87) A equação da tangente à curva $y = x \cdot e^x$ no ponto de abscissa $x = 3$ é:

- a) $4e^3x + y - 9e^3 = 0$ b) $4e^3x - y - 9e^3 = 0$
c) $3e^3x - y - 9e^3 = 0$ d) $4e^3x - y + 9e^3 = 0$
e) $4e^3x - y - 15e^3 = 0$

74. (CBERJ-87) A função $y = x^3 - 6x^2 + ax + b$ tem um mínimo no ponto $A(3, -1)$. O valor de b é:

- a) 9 b) 6
c) 1 d) -1
e) -6

75. (EFOMM-94) A reta tangente à curva $y = 7x - 3x^2$ no ponto P faz um ângulo de 45° com o eixo dos x. O ponto P da curva tem coordenadas:

- a) (0,0). b) (2,2).
c) (-1, -10). d) (3, -6).
e) (1, 4).

76. (EFOMM-94) A derivada primeira da função $f(x) = \frac{e^{3x}}{9} \cdot (3 \operatorname{sen} x - \cos x)$ tem a seguinte expressão:

- a) $e^{3x} \cdot (\cos x + \operatorname{sen} x)$ b) $\frac{e^{3x} \cdot \cos x}{3}$
c) $\frac{4}{3} \cdot e^{3x} \operatorname{sen} x$ d) $\frac{10 e^{3x} \cdot \operatorname{sen} x}{9}$
e) $\frac{e^{3x}}{3} \cdot \operatorname{sen} x$

77. (EFOMM-94) A razão da função $f(x) = a^{\frac{x}{2}}$ para a sua derivada de ordem n é:

- a) $2^n \cdot \ln a$. b) $2^{-n} \cdot \ln a^n$.
c) $2^n \cdot (\ln a)^n$. d) $2^{n-1} \cdot \ln a$.
e) $2^n \cdot \ln(a \cdot n)$

78. (EFOMM-95) Sabendo que $f(x) = \operatorname{tg}^2(3x + 1)$, o valor de

$f''\left(-\frac{1}{3}\right)$ é:

- a) 24. b) 22. c) 20. d) 18. e) 16.

79. (EFOMM-95) A equação da reta normal do gráfico da função

$y = e^{\operatorname{sen}(x^2 - 1)}$ no ponto (1,1) é:

- a) $2y - x + 3 = 0$. b) $y + 2x - 3 = 0$.
c) $2y + x - 3 = 0$. d) $y - 2x + 3 = 0$.
e) $2y - x - 3 = 0$.

80. (EFOMM-96) A derivada da função

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{\operatorname{cosec} x - \operatorname{sen} x}{\sec x - \cos x}}, \text{ calculada no ponto } x = -\frac{\pi}{3} \text{ resulta:}$$

- a) 1 b) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ e) $-\frac{4}{3}$

81. (EFOMM-96) Sendo $f(x) = \ln x$, então a derivada primeira de

$$f^{-1}(x) \text{ vale:}$$

- a) e b) e^x c) $2e^x$ d) $-e^x$ e) e^{-x}

82. (EFOMM-96) Sabendo que $f(x) = (x^2 - 1)^2$ e $g(x) = x \cdot \ln x$,

podemos afirmar que:

I) $f'(x) = 0$

II) $g'(2) = \ln 2$

III) $f''(x) = g''\left(\frac{1}{2}\right) = -2$

IV) $f'(1) = f''(-1)$

V) $g'(2) = g''(2)$

- a) Somente a I é correta. b) I, II e IV são corretas
 c) III e V são corretas d) I, III e IV são corretas
 e) Todas são corretas.

83. (EFOMM-97) A derivada 3ª da função $f(x) = \operatorname{tg}(3x)$ para

$$x = \frac{\pi}{3} \text{ rad é igual a:}$$

- a) 12 b) $\sqrt{3}$
 c) 54 d) $\frac{22\sqrt{3}}{3}$
 e) 63

84. (EFOMM-97) Um carro em movimento obedece à seguinte função: $S(t) = 5t^3 + 12t^2 - 8t$ (t em horas e S em quilômetros), logo, podemos afirmar que no instante $t = 80$ minutos o carro atinge uma velocidade de:

- a) 199 km/h b) 207 km/h c) 252 km/h
 d) 269 km/h e) 278 km/h

85. (EFOMM-97) Sabendo-se que $A = \operatorname{sen}^2(2x)$ e $B = \operatorname{cos}^2(2x)$, então, a derivada de $f(x) = 4.A - 2.A.B + \sqrt{B}$ no ponto

$$x = \frac{\pi}{6} \text{ rad vale:}$$

- a) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ b) $\frac{\sqrt{3} - 1}{2}$
 c) $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$ d) $4\sqrt{3}$
 e) $-4\sqrt{3}$

86. (EFOMM-98) Se $f(x) = \operatorname{sen}(3x)$ e

$$M = f'\left(\frac{\pi}{3}\right) + f''\left(\frac{\pi}{2}\right) + f'''\left(\frac{2\pi}{3}\right), \text{ a terça parte de M vale:}$$

- a) -7 b) -21 c) 8 d) 24 e) 25

87. (EFOMM-98) Sabendo-se que $f(x) = 3x^2 - 4x + 3$ e

$$f'(a) = \frac{f(a) + f''(a)}{a}, \text{ o valor de } \log_3 a \text{ é:}$$

- a) $\frac{1}{2}$ b) $\sqrt{3}$ c) $\sqrt{5}$ d) 3 e) 2

88. (EFOMM-99) Dadas as afirmações:

I - $\lim_{x \rightarrow 2^+} (3/2)^{\frac{1}{2x}} = 0$

II - se $f(x) = \frac{2}{3\sqrt{x}}$, então $f'\left(\sqrt[3]{4}\right) = -1/6$

III - $P(x) = x^n + 1$ é divisível por $x + 1$ se, e somente se, n pertencer ao conjunto dos números naturais ímpares.

IV - se $A = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq 7\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 5\}$, então, $A - B = \{x \in \mathbb{R} / -4 \leq x \leq -2 \text{ ou } 5 < x \leq 7\}$

- a) somente I é correta.
 b) somente I, II e III são corretas.
 c) somente III e IV são corretas.
 d) somente II, III e IV são corretas.
 e) todas são corretas.

89. (EFOMM-99) A derivada 2ª da função $f(t) = \ln[\cos(3t)]$ para $t = \pi/18$ é igual a:

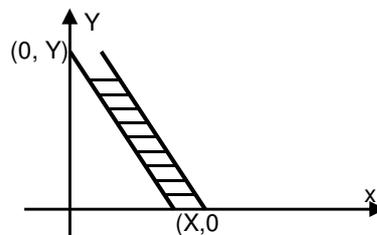
- a) -12 b) 7 c) -4 d) 5 e) -6

90. (EFOMM-99) Um corpo em movimento obedece à seguinte função: $s = t - \frac{1}{3}\operatorname{sen}(3t) - 2$ (t em segundos e s em metros). No

instante $t = \pi/6$, a aceleração do corpo em m/s^2 é:

- a) 1 b) 3 c) 7 d) 9 e) 12

91. (EFOMM-00)



Um contramestre de um navio coloca uma escada com 10 metros de comprimento encostada a uma antepara (parede), conforme a figura acima, mas ela começa a escorregar. Em um certo momento, a parte de baixo da escada está a 6 metros da antepara, movendo-se a uma distância de 7 metros por segundo. Com que velocidade em m/s a parte de cima da escada está se movendo nesse instante?

- a) - 3.25 b) - 3.75 c) - 4.25
 d) - 4.75 e) - 5.25

92. (EFOMM-00) Um navio se move de acordo com a seguinte equação de movimento $S(t) = (AD) - (BC)$, sendo:

$$A = \ln e^{\frac{1}{t}};$$

$$B = e^{-\ln\left(\frac{1}{t}\right)};$$

$$C = \ln\left(e^{t-t^2}\right);$$

$$D = e^{(\ln 2 + \ln t)}.$$

Quais os possíveis valores de aceleração quando sua velocidade for zero:

- a) -1 e 0 b) -1 e 1 c) -2 e 0
 d) -2 e 1 e) -2 e 2

93. (EN-77) Se $f(x) = \arctg \sqrt{x}$, então $f''(1)$ é igual a:

- a) 1 b) $1/4$ c) $-1/4$ d) $-1/2$ e) n.r.a

94. (EN-1980) Sendo $x > 0$, o mínimo valor de $x \cdot \log_e x$ é:

- a) e b) $-e$ c) 0 d) $\frac{1}{e}$ e) $-\frac{1}{e}$

95. (EN-1981) Um jardineiro deve construir um canteiro com a forma de um setor circular e dispõe de 100 m de fio para cercá-lo. O raio do círculo para que a área do canteiro seja a maior possível é:

- a) 25 m b) 50 m c) 100 m
 d) 75 m e) 20 m

96. (EN-1981) Sabendo que $3y - x = 2$ é equação da reta normal à curva C , gráfico da função $y = f(x)$, no ponto de coordenadas $(3, f(3))$, então $f'(3)$ é:

- a) $\frac{1}{3}$ b) -3 c) -1
 d) 3 e) $-\frac{1}{3}$

97. (EN-1984) A derivada de ordem n da função $f(x) = x \cdot e^x$ para $x = 1$ é:

- a) e b) ne c) $2ne$
 d) ne^n e) $(n+1)e$

98. (EN-1981) A derivada da função $f(x) = \arctg \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ é:

- a) $\cos x + \sin x$ b) $\frac{1}{2}$
 c) $\sin x - \cos x$ d) $\cos 2x$
 e) 1

99. (EN-1980) $f : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ é uma função derivável e sua derivada é uma função estritamente crescente que se anula para $x = a$. Podemos afirmar que:

- a) f tem máximo local no ponto $x = a$.
 b) f tem mínimo local no ponto $x = a$.
 c) f tem um extremo local no ponto $x = a$, o qual pode ser um máximo ou um mínimo.
 d) f tem um ponto de inflexão no ponto $x = a$.
 e) $f(a) = 0$.

100. (EN-1977) A razão entre os volumes de uma esfera e do cone reto de máximo volume inscrivível na esfera é:

- a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{9}{4}$ c) $\frac{27}{8}$
 d) 3 e) n.r.a.

101. (EN-1984) O brilho de uma fonte luminosa de intensidade I a uma distância d é dada por $\frac{1}{d^2}$. Suponha que haja uma fonte de intensidade A na origem e outra de intensidade B no ponto $(1, 0)$. A razão $\frac{A}{B}$ que torna o ponto $(\frac{1}{3}, 0)$ o menos iluminado de todos é:

- a) 1 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
 d) $\frac{1}{8}$ e) $\frac{3}{2}$

102. (EN-79) Considere a função $f : \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \mathfrak{R}$

definida por: $f(x) = |x| \cdot \operatorname{tg} x$. Seja f' a função derivada de f .

Então:

- a) $f'(0)$ não existe b) $f'(0) = +\infty$
 c) $f'(0) = -\infty$ d) $f'(0) = 0$
 e) f não é derivável em $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

103. (EN-80) Se $f(x) = e^{\operatorname{sen}^2(3x)}$, o valor de $f'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ é:

- a) e b) \sqrt{e} c) $3\sqrt{e}$
 d) 0 e) $3\sqrt{2e}$

104. (EN-81) Se $f(x) = e^{x^2} \cdot \operatorname{sen} x$, então $f'(0)$ é:

- a) 1 b) 0 c) -1
 d) -2 e) 2

105. (EN-82) A derivada $f'(1)$ da função $f(x) = \log_2 x^3$ é:

- a) $\ln 2$ b) 0 c) 3
 d) $3\ln 2$ e) $\frac{3}{\ln 2}$

106. (EN-82) A equação da reta tangente à curva de equações

paramétricas $\begin{cases} x = \frac{1+t}{t^3} \\ y = \frac{3+t}{2t^2} \end{cases}$ no ponto correspondente a $t = 1$ é:

- a) $10y - 7x = 6$ b) $2y - 2x = 1$
 c) $10y + 7x = 6$ d) $y = 10x - 7$
 e) $2y + 2x + 1 = 0$

107. (EN-84) Se $f'(x) = \cos^2(e^{x+1})$, $f(0) = 3$, $g(x) = f(x+1)$ e g^{-1} é a inversa de g , o valor de $(g^{-1})'(3)$ é:

- a) $\cos^2 e$ b) $\sec^2 e$ c) $\operatorname{tg} e$
 d) e^3 e) 1

108. (EN-84) Se $f(x) = \begin{cases} |x-2| & \text{se } x \geq 1 \\ x & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ \frac{1}{x^2} & \text{se } -1 < x < 0 \\ 1 & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$

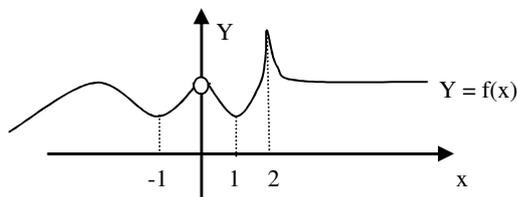
tem-se que:

- I) $f(x)$ só não é derivável para $x = -1, x = 0$ e $x = 1$.
- II) $f(x)$ só não é contínua para $x = 0$.
- III) $f(x)$ só não é derivável para $x = -1, x = 0, x = 1$ e $x = 2$.
- IV) $f(x)$ é contínua em todo o seu domínio mas não é derivável para $x = 1, x = 0$ e $x = -1$.

Pode-se concluir que:

- a) somente a afirmação I é falsa;
- b) todas as afirmações são verdadeiras;
- c) as afirmações II e III são verdadeiras;
- d) as afirmações I e III são falsas;
- e) somente a afirmação IV é verdadeira.

109. (EN 89) Considere o gráfico da função f , dado abaixo, onde f é contínua



- a) $\forall x \in \mathfrak{R}$ e derivável $\forall x \in \mathfrak{R}, x \neq 0$
- b) e derivável $\forall x \in \mathfrak{R}, x \neq 0$
- c) $\forall x \in \mathfrak{R}, x \neq 0$ e derivável $\forall x \in \mathfrak{R}, x \neq 0$ e $x \neq 2$
- d) e derivável $\forall x \in \mathfrak{R}, x \neq 2$
- e) $\forall x \in \mathfrak{R}, x \neq 2$ e $x \neq 0$ e derivável $\forall x \in \mathfrak{R}, x \neq 0$.

110. (EN-89) Se $f(x) = \text{tg}^3(2x)$ podemos afirmar que $f''\left(\frac{\pi}{8}\right)$

é igual a

- a) 0
- b) 72
- c) 144
- d) 96
- e) 24

111. (EN-90) A derivada da função $f(x) = \frac{x}{e^x}$ é:

- a) $f'(x) = \frac{1}{e^x}$
- b) $f'(x) = \frac{x-1}{e^x}$
- c) $f'(x) = \frac{1-x}{e^x}$
- d) $f'(x) = \frac{x}{e^{2x}}$
- e) $f'(x) = x + \frac{1}{e^{2x}}$

112. (EN-91) Se $f(x) = \ln(\text{sen}^2 x)$ determine $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$.

- a) $-\ln 2$
- b) 1
- c) $\pi/4$
- d) 2
- e) $2\sqrt{2}$

113. (EN-91) As tangentes à curva de equação $y = x^2$ que passam pelo ponto $P(-2, 0)$ formam ângulo α . Determine $\text{tg } \alpha$.

- a) 1
- b) 2
- c) 4
- d) 6
- e) 8

114. (EN-93) A menor distância entre um ponto da parábola $y = 1 - x^2$ e a origem é igual a:

- a) 1
- b) $\frac{1}{2}$
- c) $\frac{1}{4}$
- d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- e) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

115. (EN-96) A derivada de $y = \frac{1}{2} \text{tg}^2 x + \ln(\cos x)$ é:

- a) $\sec^2 x - \text{tg } x$
- b) $\frac{\cos x - 1}{\cos^2 x}$
- c) $\text{tg}^3 x$
- d) $\frac{\text{sen } x - \cos^2 x}{\cos^3 x}$
- e) 0

116. (EN-98) A função $f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$ é decrescente no intervalo

- a) $]1, +\infty[$
- b) $]-\infty, 1[$
- c) $]-\infty, 0[$
- d) $]0, +\infty[$
- e) $]0, 1[$

117. (EN-98) Considere r a reta tangente ao gráfico da função $y = f(x)$ no ponto $(1, f(1))$. Sejam $f(1) = 3$ e $f'(1) = 2$. Se r intercepta o gráfico da função $g(x) = x^2 - 3x + 7$ nos pontos (x_1, y_1) e (x_2, y_2) então os valores de y_1 e y_2 são respectivamente

- a) 1 e 2
- b) 2 e 3
- c) 3 e 5
- d) 5 e 7
- e) 7 e 9

118. (EN-98) A derivada da função $f(x) = \text{arc tg}\left(\frac{1}{x}\right)$ é

- a) $\frac{x^2}{x^2+1}$
- b) $\frac{1}{1+x^2}$
- c) $\frac{-1}{1+x^2}$
- d) $\frac{-1}{x^2(1+x^2)}$
- e) $\frac{1}{x}$

119. (EN-98) Podemos observar que o gráfico de $y = \frac{x^2+1}{x^2-1}$

- a) cresce em $]-\infty, -1[\cup]0, 1[$
- b) tem $(0, -1)$ como ponto de inflexão
- c) tem assíntota horizontal em $y = 1$ e assíntota vertical em $x = 1$ e $x = -1$
- d) tem concavidade voltada para cima qualquer $x \in]-1, 1[$
- e) está definido para todo $x \in \mathfrak{R}$

120. (EN-98) Seja $y = x^3 - 3x + 5$, onde $x = g(t)$, $g'(2) = 3$ e $g(2) = 4$. A derivada de y no ponto $t = 2$ é

- a) 9
- b) 27
- c) 45
- d) 90
- e) 135

121. (EN-03) A função real $f(x)$ satisfaz a seguinte equação $\text{sen}\left(\frac{x}{2} + f(x)\right) = x f(x) - \frac{x}{2} + 3$. Considere a função g , definida por $g(x) =$

$k \frac{f(x)}{x}$ com $x \neq 0$ e $k \in \mathfrak{R}$. Sabendo que $f(2) = -1$, podemos afirmar

que o valor da constante real k para que $g'(2) = f'(2)$ é:

- a) $1/2$
- b) $3/4$
- c) $4/3$
- d) $8/5$
- e) 2

122. (EN-03) Seja $g(x)$ uma função real, derivável até a 3ª ordem para todo x real, tal que $g'(0) = 0$ e $g''(0) = 16$. Se $f(x)$ é uma função real

definida por: $f(x) = \begin{cases} \frac{g(x)}{2x} & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \end{cases}$, então $f'(0)$ é igual a

- a) 16 b) 12 c) 8
d) 4 e) 0

123. (EN-99) A reta tangente à curva de equação $\frac{x}{25} + \frac{y}{9} = 1$

no ponto $P\left(3, \frac{12}{5}\right)$ é dada por

- a) $20y + 9x = 75$ b) $5y - 5x = 3$
c) $5y + 15x = 51$ d) $20y - 9x = 45$
e) $y - 5x = 75$

124. (EN-92) Se $f(x) = \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$, o valor de $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ é:

- a) 0 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{3}$
d) $\frac{4}{3}$ e) $\frac{8}{3}$

125. (EN-92) Se $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ então $f'(2)$ vale:

- a) -0,4 b) -0,12 c) 0
d) 0,12 e) 0,4

126. (EN-01) Sejam f e g funções definidas em \mathfrak{R} e deriváveis em $x = 0$ tais que $f(0)=3$, $f'(0) = 4$, $g(0) = 1$ e $g'(0) = -1$. Então

$\left(\frac{2f+g}{f-g}\right)'(0)$ é igual a:

- a) 21/6 b) 7/5 c) -21/4 d) -21/2

127. (EN-05) A equação da reta que passa pelo centro da curva $4x^2 + y^2 - 4x + 4y = 0$ e é normal ao gráfico da função real $f(x) = \arcsen$

\sqrt{x} no ponto da abscissa $x = \frac{1}{2}$ é

- a) $2y - 2x + 3 = 0$ b) $y - x + 3 = 0$
c) $y + x + 1 = 0$ d) $2y + 2x + 3 = 0$
e) $y - x - 1 = 0$

128. (EN-05) O valor das constantes reais a e b para as quais a função

real $g(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq -1 \\ ax^3 + x + 2b & \text{se } x > -1 \end{cases}$ seja derivável para todo x é

- a) $a = 1/2$ e $b = 1$ b) $a = 1$ e $b = -1/2$
c) $a = -1/2$ e $b = 1$ d) $a = -1$ e $b = -1/2$
e) $a = 1/2$ e $b = -1$

129. (EN-07) A reta r tangente à curva de equação $x - \sqrt{xy}$

+ $y = 1$, no ponto $p = (x, y)$, é paralela ao eixo das abscissas. Pode-se afirmar que o ponto p também pertence à reta de equação

- a) $x = 0$ b) $y = 1$ c) $y - x + 2 = 0$
d) $y - x - 1 = 0$ e) $3y + 3x - 1 = 0$

130. (EN-87) Para $x > 0$, o valor mínimo de x^{-x} é obtido para x igual a:

- a) $\frac{1}{10}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{e}$
d) $\frac{1}{2}$ e) 1

131. (EN-87) A equação da reta que é tangente à curva

$y = \frac{2x+3}{x-1}$ e que contem o ponto $(3, 2)$ é:

- a) $y = -5x + 17$ b) $y = -4x + 14$
c) $y = -3x + 11$ d) $y = -2x + 8$
e) $y = -x + 5$

132. (EN-87) O volume do cone de revolução de volume máximo que pode ser inscrito em uma esfera de raio R é:

- a) $\frac{16\pi R^3}{81}$ b) $\frac{\pi R^3}{3}$ c) $\frac{32\pi R^3}{81}$
d) $\frac{16\pi R^3}{27}$ e) $\frac{32\pi R^3}{27}$

133. Dividir o número 120 em duas parcelas positivas tal que o produto de uma das parcelas pelo quadrado da outra seja máximo.

134. Um recipiente cheio de água com a forma de um cone invertido

está sendo esvaziado à taxa de $6 \frac{\text{cm}^3}{\text{min}}$. A altura do cone é 2 cm e o

raio da base é 12 cm. Determine a velocidade com que abaixa o nível de água, quando se está a 10 cm do fundo.

135. Calcular o retângulo de área máxima inscrito em um triângulo isósceles dado. Pede-se deitar um dos lados do retângulo sobre o lado diferente do triângulo isósceles.

136. Uma tenda cônica sem fundo tem capacidade de 1000 m³. Determine as dimensões da tenda que minimizam a quantidade de lona empregada.

137. A função real F é tal que

$$F(x) = \begin{cases} ax + \alpha, & \text{se } x \leq 0 \\ x - x^2, & \text{se } 0 < x < 1. \\ bx + \beta, & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

A soma dos valores dos parâmetros a, b, α e β para que esta função resulte derivável em \mathfrak{R} é:

- a) -2 b) 2 c) 0
d) -1 e) 1

138. A primeira derivada da função $y = \arcsen \frac{2\text{tg}x}{1+\text{tg}^2x}$, para

$-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$, é:

- a) $\frac{1}{2}$ b) 2 c) $\text{tg}2x$
d) $-\text{cotg}2x$ e) $\sec x$

139. O valor máximo assumido pela função $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 2}$ é:

- a) 2 b) $\sqrt{2}$ c) 1
 d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ e) $\frac{1}{2}$

140. Dada a função $f: \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$, definida por $f(x) = e^{(-\text{sen} x^2)}$, concluímos que:

- a) $f'(0) = 1$ b) $f'(\sqrt{\pi}) = 1$
 c) $f'(\sqrt{\pi}) = -1$ d) $f'(\sqrt{\pi}) = 2\sqrt{\pi}$
 e) $f'(\sqrt{\pi}) = -2\sqrt{\pi}$

RESPOSTAS

1. a) $y' = \left(g'(x) \cdot \ln f(x) + \frac{g(x) \cdot f'(x)}{f(x)} \right) f(x)^{g(x)}$;

b) $y' = k \cdot x^{k-1}$;

2. a) $y' = \sec^2 x$;

b) $y' = -\csc^2 x$;

c) $y' = \sec x \cdot \tan x$;

d) $y' = -\csc x \cdot \cot x$;

e) $y' = 1/\sqrt{1-x^2}$;

f) $y' = -1/\sqrt{1-x^2}$;

g) $y' = 1/(1+x^2)$;

h) $y' = -1/(1+x^2)$;

i) $y' = 1/x\sqrt{x^2-1}$;

j) $y' = -1/x\sqrt{x^2-1}$;

3. a) $y' = 2xe^{-x^2} (\cos x^2 - \text{sen} x^2)$;

b) $y' = 4 \cos x / 5\sqrt[5]{\text{sen} x}$;

c) $y' = 1/\sqrt{1+x^2}$;

d) $y' = 3x^2/\sqrt{1-x^6}$;

e) $y' = -3 \tan 3x$;

f) $y' = \frac{2e^{2x}}{1+e^{4x}}$;

g) $y' = 45x^2(x^3+11)^{14}$;

h) $y' = \frac{-2x^2}{(x^3+13)\sqrt[3]{x^3+13}}$;

i) $y' = \frac{4}{x\sqrt{x^8-1}}$;

j) $y' = \frac{1}{x \cdot \ln x \cdot \ln(\ln x)}$;

k) $y' = -\left(\frac{1}{2\sqrt{x(1-x)}} + \ln \pi \cdot \cos x \cdot \text{sen}(\text{sen} x) \cdot \pi^{\cos(\text{sen} x)} \right)$;

4. a) $\frac{2}{\text{sen} 2x - 1}$;

b) $x^2 \text{sen} x$;

c) $\cot x - x \csc^2 x$;

d) $\frac{x(2 \ln x - 1)}{(\ln x)^2}$;

e) $\frac{(a^{2/3} - x^{2/3})^{1/2}}{x^{1/3}}$;

f) $-2bmnx^{2n-1} \frac{(a+bx^n)^{m-1}}{(a-bx^n)^{m+1}}$;

5. a) $y' = 1/\sqrt{x(1-\sqrt{x})^2}$;

b) $y' = (2 \log x - 1)/x$;

c) $y' = 1/2x\sqrt{1+\ln x} + 1/2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)$;

d) $y' = 2/x\sqrt{2x^2-1}$;

e) $y' = 1/\sqrt{1-x^2} \arcsen x + \ln x/x + 1/x\sqrt{1-\ln^2 x}$;

f) $y' = (\cos x \cdot \ln \cos x - \text{sen} x \cdot \tan x)(\cos x)^{\text{sen} x}$;

g) $y' = (\ln(1+1/x) - 1/(x+1)) \cdot (1+1/x)^x$;

h) $y' = (\ln x \cdot (x \cos x - \text{sen} x) + \text{sen} x) \cdot x^{\frac{\text{sen} x - 2x}{x}}$;

i) $y' = (1 + \ln x) \cdot x^x$;

j) $(\ln^2 x + \ln x + 1/x) \cdot x^{-x+x^x}$;

k) $y' = 2/\cos x \cdot \sqrt{\text{sen} x}$;

6. 21/20;

7. $2 \ln \frac{\pi}{4}$;

8. 2,0071;

9. a) $y^{(n)} = \frac{(-1)^n n!}{x^{n+1}}$;

b) $y^{(n)} = \text{sen}(x + \frac{n\pi}{2})$;

c) $y^{(n)} = \frac{(-1)^{n-1} (n-1)!}{(1+x)^n}$;

d) $y^{(n)} = \frac{2^n \cdot n!}{(1-2x)^{n+1}}$;

e) $y^{(n)} = 4^{n-1} (\cos(4x + \frac{n\pi}{2}))$;

10. a) $y' = \frac{y(10x^{10}+1)}{x(10y^{10}-1)}$;

b) $y' = \frac{\text{sen} y}{2\text{sen} 2y - x \cos y - \text{sen} y}$;

11. a) $y' = \frac{-\text{sen}(x+y)}{1+\text{sen}(x+y)}$;

b) $y' = \frac{x+y}{x-y}$;

13. $y'' = \frac{-y}{(1-\cos(x+y))^3}$;

14. D;

15. 0,16 dm/min;

16. 1,77 m/min;

17. 42,7 milhas/h;

19. - 351,7 cm³/min;

20. 1;

21. a) 1; b) $2/\pi^2$; c) 2; d) 4; e) $1/e$; f) e^3 ; g) e ; h) $e^{-1/3}$; i) 1; j) 1;

22. abscissas dos pontos críticos (maximante/minimante/nada):

a) $x = 0$; b) $x = 0$; c) $x_{\max} = 0$; d) $x_{\max} = 1$ ou $x_{\min} = 3$; e) $x = 1$ ou $x = -3$;

f) $x_{\max} = \frac{\pi}{4}$; g) $x_{\min} = e^{-1}$; h) $x_{\max} = 1$; i) $x_{\min} = 1$ ou $x_{\max} = -1$;

j) $x_{\max} = \frac{\pi}{6}$, $x_{\min} = \frac{\pi}{2}$, $x_{\max} = \frac{5\pi}{6}$;

23. a) $y_{\max} = 9/16$ quando $x = 3,2$; b) $y_{\max} = 1$ quando $x = 0$;

c) $y_{\min} = -\frac{3}{2}\sqrt{3}$, quando $x = \left(k - \frac{1}{6}\right)\pi$ e $y_{\min} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$,

quando $x = \left(k + \frac{1}{6}\right)\pi$; $k \in \mathbf{Z}$;

d) $y_{\min} = 0$, quando $x = 0$;

e) $y_{\min} = e$, quando $x = 1$;

24. $R = \sqrt[3]{\frac{V}{2}}$, $h = \sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$; 25. 18cm x 9cm;

26. C; 27. $r/\sqrt{2}$; 28. $\left(\frac{2c-1}{2}, \sqrt{\frac{2c-1}{2}}\right)$;

29. a) $x = y = \frac{d}{\sqrt{2}}$; b) $x = \frac{d}{\sqrt{3}}$ e $y = d\sqrt{\frac{2}{3}}$;

30. $R = \frac{18}{\pi}$; 31) $r = \frac{L}{2(1+\pi)}$;

32. Inflexão: a) $x = 2$; b) $x = 0$; c) $x = e^{-3/2}$;
d) $x = -3$ e $x = -1$;

35. A; 36. D; 38. A; 39. B; 40. A; 41. B; 42. C; 43. A; 44. D; 45. A;
46. A; 47. D; 48. A; 49. A; 50. C; 51. C; 52. C; 53. B; 86. A; 87. A;
88. E; 89. A; 90. B; 91. E; 92. não há alternativa correta ($t \neq 0$);
93. C; 94. E; 95. A; 96. B; 97. E; 98. B; 99. B; 100. C; 101. D; 102. D;
103. C; 104. A; 105. E; 106. A; 107. B; 108. C; 109. C; 110. C; 111. C;
112. D; 113. E; 114. D; 116. E; 117. D; 118. C; 119. C; 120. E;
121. D; 122. D; 123. A; 124. E; 125. B; 126. C; 127. D; 128. C;

129. D; 130. C; 131. A; 132. C; 133. 80 e 40; 134. $\frac{6 \text{ cm}}{25\pi \text{ min}}$;

135. Seja o triângulo de base b e altura h e o retângulo de base y e altura x . O retângulo de área máxima tem $y = \frac{b}{2}$ e $x = \frac{h}{2}$;

136. $h = \frac{30}{\pi} \sqrt[3]{\frac{2\pi}{9}}$ e $r = 10 \sqrt[6]{\frac{9}{2\pi^2}}$; 137. E; 138. B; 139. D; 140. D.