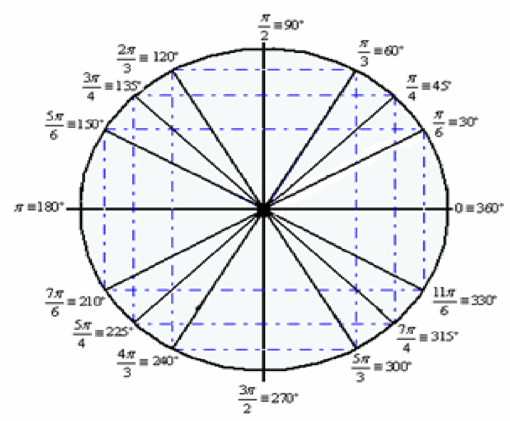
CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

ÍNDICE

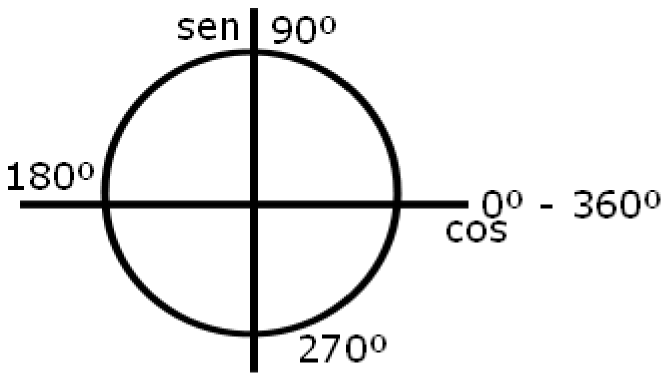
Trigonometria

Funções trigonométricas

Vamos agora começar a falar dos arcos e ângulos no círculo trigonométrico. Podem-se observar os valores na tabela de ângulos notáveis. Observe a figura abaixo mostrando todos os ângulos notáveis no círculo trigonométrico.



Então, observe que o círculo começa no ângulo de 0° e continua até o ângulo de 360°, e diremos que o sentido anti-horário é positivo e o sentido horário, negativo. Mas os eixos principais, que seriam os eixos x e y, são chamados de eixo dos senos e eixo dos cossenos, respectivamente. Como se pode observar na tabela o ângulo de 0°, temos que a função seno vale 0 e a função cosseno vale 1. Dessa forma, chega-se à conclusão de que o eixo que seria o eixo x será o eixo dos cossenos, e o eixo que seria o eixo x será o eixo dos senos, e com o círculo de raio 1.



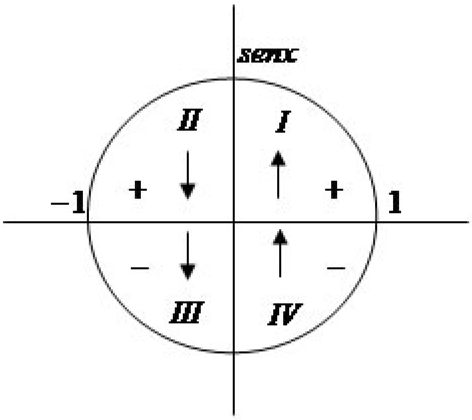
Vamos agora trabalhar cada função separadamente.

- Função seno

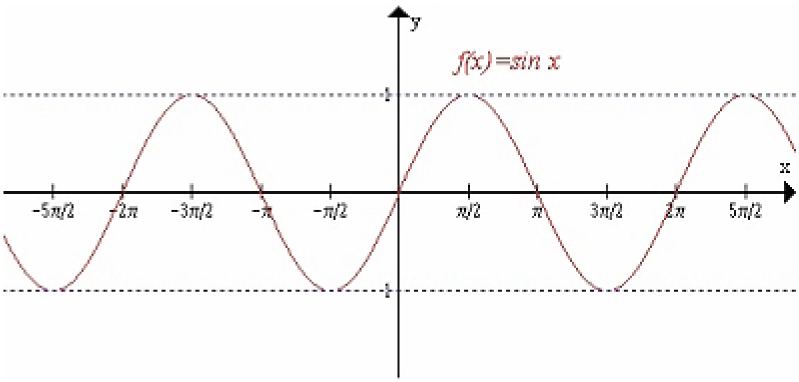
Já vimos os valores de seno para os ângulos notáveis, mas observe que podemos fazer arcos nos círculos trigonométricos maiores de 360°, ou seja, darmos mais de uma volta completa, e podemos fazer isto tanto no sentido horário como no sentido anti-horário. Isto é, podemos ter infinitos valores para o ângulo x. Então, podemos calcular o valor da função seno para qualquer valor de x que quisermos. Isso nos dá a conclusão de que o domínio da função seno corresponde a todos os reais. Agora, como o círculo trigonométrico tem raio 1, então para qualquer valor de x, seno assumirá seu maior valor em 1 e assumirá seu menor valor em -1, ou seja, a imagem da função seno é o conjunto [-1,1]. Assim, temos a função,

, em que , Im(f) = [-1,1].

Podemos agora separar o círculo trigonométrico em quatro partes, os quatro quadrantes do sistema cartesiano. Como a função seno é representada pelo eixo y, então teremos a função seno positiva nos quadrantes 1 e 2, e negativa nos quadrantes 3 e 4.



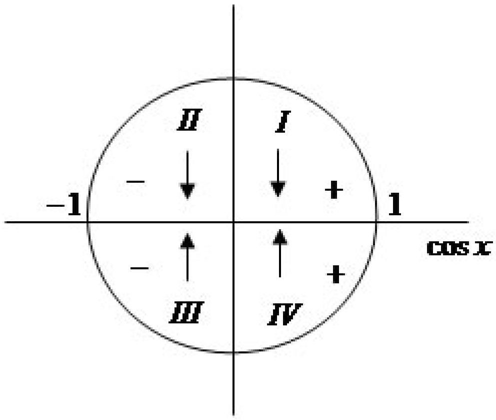
E, por fim, seguindo as características da função seno observadas até agora, temos que o gráfico da função seno será:



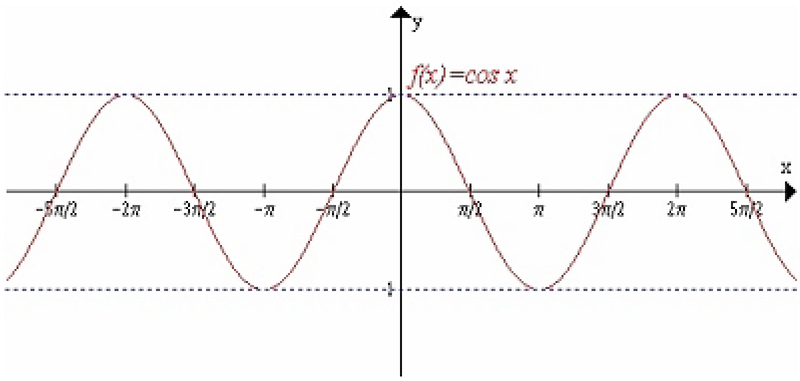
> Função cosseno

As primeiras observações que fizemos para a função seno também são válidas para a função cosseno, pois assim como a função seno, podemos calcular a função cosseno para qualquer valor x real, e da mesma forma, o círculo trigonométrico tem raio 1, então para qualquer valor x, cosseno sempre vai assumir seu maior valor em 1, e seu menor valor em -1. Dessa forma, temos, , em que , Im(f) = [-1,1].

Agora, diferenciando da função seno, a função cosseno será positiva nos quadrantes 1 e 3, e negativa nos quadrantes 2 e 4, pois diferentemente da função seno, a função cosseno é representada pelo eixo x.

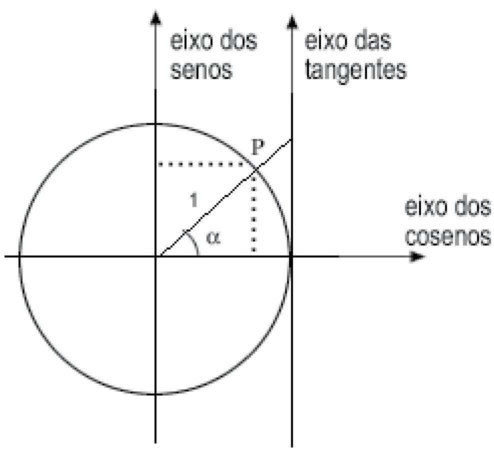


E, por fim, também observando as características da função cosseno, podemos observar que o gráfico da função cosseno será:



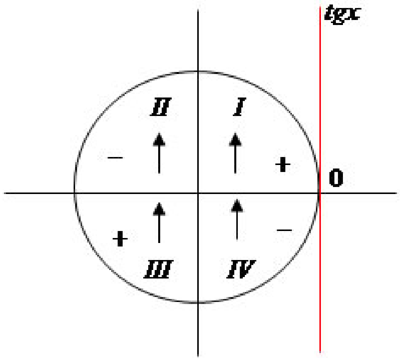
> ➢ Função tangente

Temos a função tangente, ela é definida em um eixo paralelo ao eixo dos senos, passando pelo eixo dos cossenos no ponto 1.

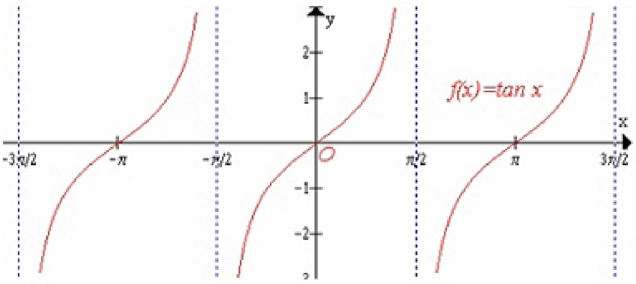


Observe que quando x=90°, então a reta que define a função tangente estará no eixo dos senos, ou seja, não tocará o eixo das tangentes, fazendo com que a função não exista neste ponto, e não só nos de 90°, mas no de 270° e todas as vezes que a reta cair nestes pontos. Por outro lado, a função tangente assumirá qualquer valor nos reais, fazendo com que sua imagem corresponda a todos os reais. Dessa forma, temos, , em que e .

Também podemos observar que a função tangente é positiva nos quadrantes I e III e negativa nos quadrantes 2 e 4.



E, com as características ditas acima, podemos ver que o gráfico da função tangente será:



Para se determinar o período de uma função $sen(kx)$ ou $\cos(kx)$ dispomos da seguinte fórmula:

$$P = \frac{2\pi}{|k|},$$

Para o cálculo do período da função $tg(kx)$, utilizamos a fórmula:

$$P = \frac{\pi}{|k|}, \text{ e ainda:}$$

$$Im = \mathbb{R} \; e \; Dom: x \neq \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}, \textit{em que } n \textit{ é o número de voltas no ciclo trigonométrico.}$$

EXERCÍCIO

1. A temperatura de uma cidade variou, ao longo de um dia, segundo a função $f(x) = a + bsen(\frac{\pi x}{12} + \pi)$, em que x representa o tempo, em horas ($0 \leq x < 24$). Sabendo que, nesse dia, a temperatura máxima foi de 36ºC e a temperatura mínima foi de 20ºC, então o valor de b é:

a) 8
b) 20
c) 28
d) 36

GABARITO

1. A