



INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

PROVAS RESOLVIDAS - 1982

- Física
- Química
- Português
- Matemática

Física

1 Um nadador que pode desenvolver uma velocidade de $0,900 \text{ m/s}$ na água parada atravessa um rio de largura D metros, cuja correnteza tem uma velocidade de $1,08 \text{ km/h}$. Nadando em linha reta, ele quer alcançar um ponto da outra margem situado $\frac{D\sqrt{3}}{3}$ metros abaixo do ponto de partida. Para isso, sua velocidade em relação ao rio deve formar com a correnteza o ângulo:

a) $\text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{12} (\sqrt{33} + 1)$

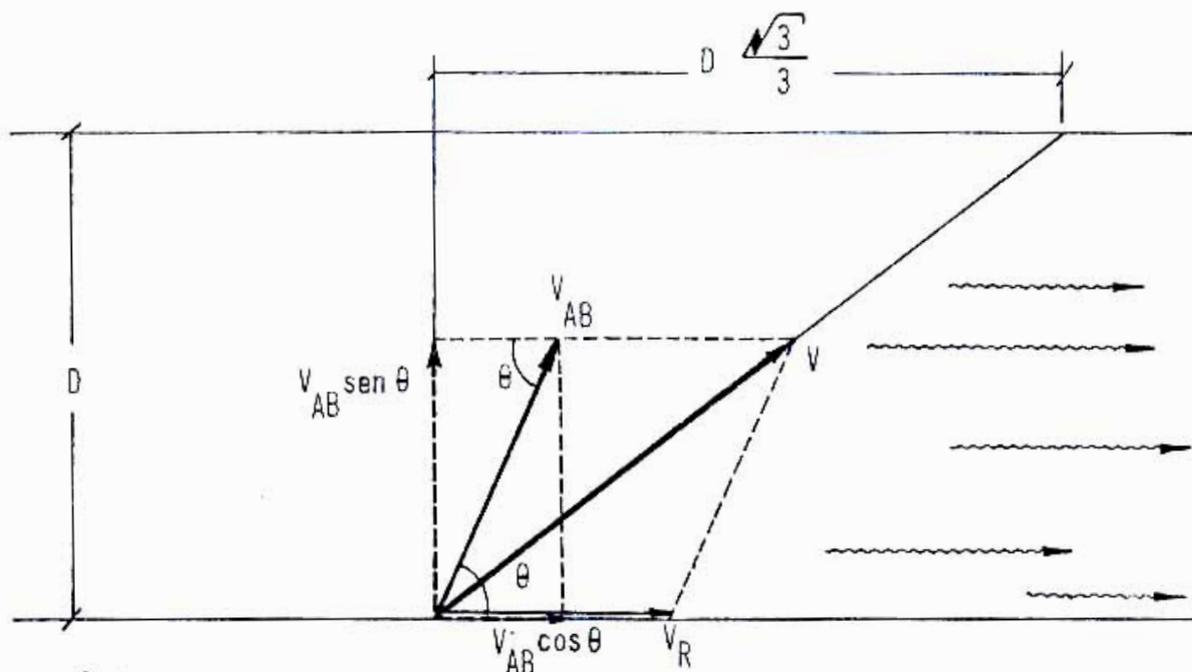
b) $\text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) zero grau

d) $\text{arc sen } \frac{\sqrt{3}}{12}$

e) o problema não tem solução

alternativa a



Seja:

$V_{AB} = 0,900 \text{ m/s}$ a velocidade do nadador em relação às águas

$V_R = 1,08 \text{ km/h} = 0,300 \text{ m/s}$ a velocidade das águas em relação à Terra

$V =$ velocidade do nadador em relação à Terra.

De acordo com o princípio da composição de movimentos de Galileu, teremos:

$$\frac{D}{V_{AB} \text{ sen } \theta} = \frac{D \frac{\sqrt{3}}{3}}{V_R + V_{AB} \text{ cos } \theta} \iff \frac{\sqrt{3}}{3} V_{AB} \text{ sen } \theta = V_R + V_{AB} \text{ cos } \theta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} (0,900) \text{ sen } \theta = 0,300 + (0,900) \text{ cos } \theta$$

$$(\sqrt{3} \operatorname{sen} \theta - 1)^2 = (3 - \sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 \theta})^2$$

$$12 \operatorname{sen}^2 \theta - 2\sqrt{3} \operatorname{sen} \theta - 8 = 0$$

Sendo $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$, teremos: $\operatorname{sen} \theta = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{99}}{12}$

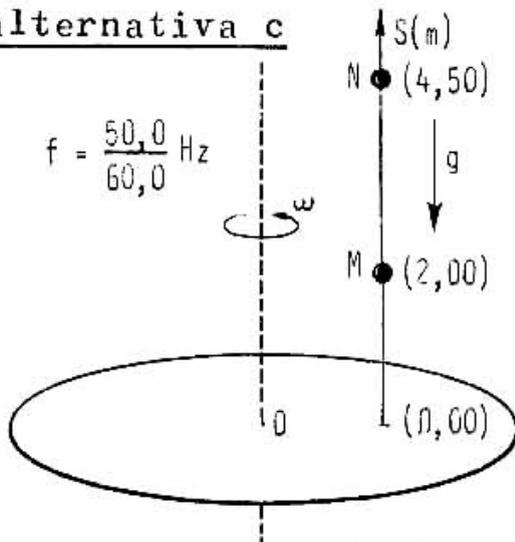
$$\operatorname{sen} \theta = \frac{\sqrt{3}}{12} (\sqrt{33} + 1)$$

$$\theta = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \frac{\sqrt{3}}{12} (\sqrt{33} + 1)$$

2 Acima de um disco horizontal de centro O que gira em torno do seu eixo, no vácuo, dando 50,0 voltas por minuto, estão suspensas duas pequenas esferas M e N. A primeira está 2,00 m acima do disco e a segunda 4,50 m acima do disco, ambas numa mesma vertical. Elas são abandonadas simultaneamente e, ao chocar-se com o disco, deixam sobre ele pequenas marcas M' e N' tais que o ângulo $\widehat{M'ON'}$ é igual a $95,5^\circ$. Podemos concluir que a aceleração de gravidade local vale:

- a) $10,1 \text{ m s}^{-2}$
- b) $49,3 \text{ m s}^{-2}$
- c) $9,86 \text{ m s}^{-2}$
- d) $11,1 \text{ m s}^{-2}$
- e) $3,14 \text{ m s}^{-2}$

alternativa c



$$f = \frac{50,0}{60,0} \text{ Hz}$$

M e N descrevem movimento retilíneo uniformemente variado, cujas equações horárias para a referência adotada são:

$$S_M = 2,00 - \frac{1}{2} g t^2$$

$$S_N = 4,50 - \frac{1}{2} g t^2$$

Vamos, então, determinar os instantes t_1 e t_2 em que M e N, respectivamente, tocam o disco.

$$\textcircled{M} \Rightarrow 0 = 2,00 - \frac{1}{2} g t_1^2 \iff g t_1^2 = 4,00 \Rightarrow t_1 = \frac{2,0}{\sqrt{g}}$$

$$\textcircled{N} \Rightarrow 0 = 4,50 - \frac{1}{2} g t_2^2 \iff g t_2^2 = 9,00 \Rightarrow t_2 = \frac{3,0}{\sqrt{g}}$$

O intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ entre as colisões será, então: $\Delta t = \frac{1,0}{\sqrt{g}}$

Nesse mesmo intervalo de tempo o disco girou de um ângulo $\Delta \varphi$ tal que:

$$\Delta \varphi = 95,5^\circ = \frac{95,5}{180} \pi \text{ rad}$$

Logo:

$$\Delta \varphi = \omega \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta \varphi = 2\pi f \Delta t$$

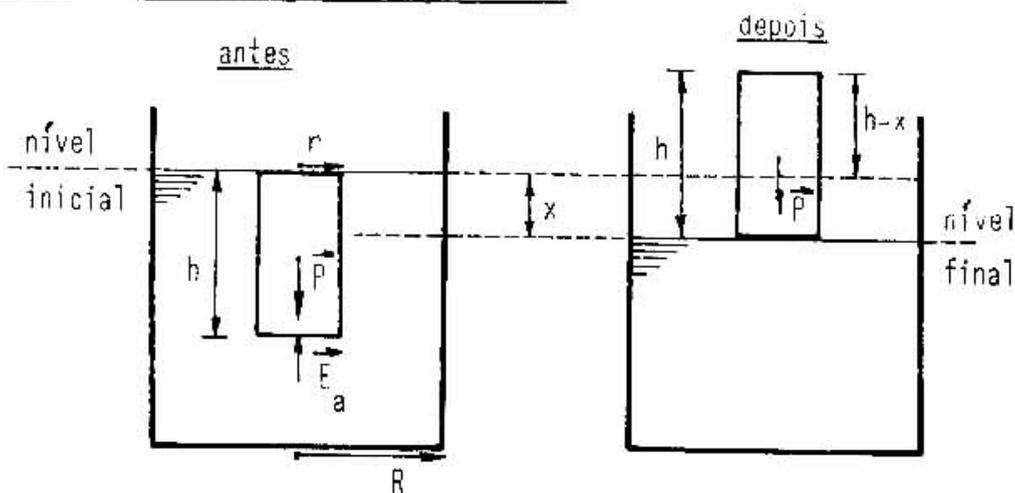
$$\frac{95,5}{180} \pi = 2\pi \frac{50,0}{60,0} \left(\frac{1,0}{\sqrt{g}} \right)$$

$$\sqrt{g} = \frac{1800}{573} \Rightarrow \boxed{g = 9,87 \text{ m/s}^2}$$

3 Dois recipientes cilíndricos de raios r e R , respectivamente, estão cheios de água. O de raio r , que tem altura h e massa desprezível, está dentro do de raio R , e sua tampa superior está ao nível da superfície livre do outro. Puxa-se lentamente para cima o cilindro menor até que sua tampa inferior coincida com a superfície livre da água do cilindro maior. Se a aceleração da gravidade é g e a densidade da água é ρ , podemos dizer que os trabalhos realizados respectivamente pela força peso do cilindro menor e pelo empuxo foram:

- a) $-\pi r^2 \rho g h^2$ e zero
- b) $-\pi r^2 \rho g h^2$ e $+\pi r^2 \rho g h^2$
- c) $-\pi r^2 \rho g h^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ e $+\pi r^2 \rho g h^2$
- d) $-\pi r^2 \rho g h^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ e $\frac{+\pi r^2 \rho g h^2}{2}$
- e) $+\pi r^2 \rho g h^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$ e $-\pi r^2 \rho g h^2$

não há alternativa correta



Cálculo de x na figura da direita:

$$x \cdot \pi (R^2 - r^2) = (h - x) \pi r^2 \Rightarrow x = \frac{h r^2}{R^2}$$

Trabalho do peso do líquido contido no cilindro;

$$E_p = -P \cdot (h - x) = -\rho \pi r^2 h g \left(h - \frac{h r^2}{R^2} \right)$$

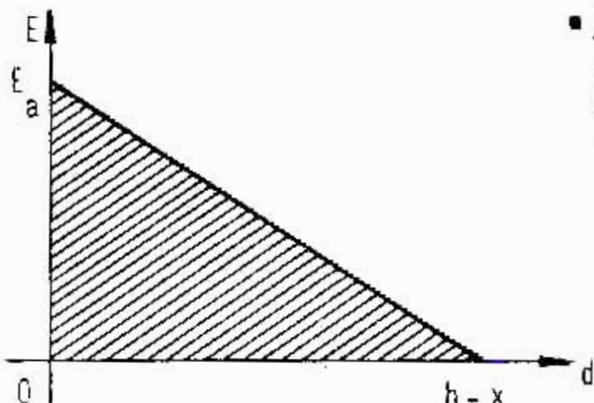
$$E_p = - \pi r^2 \rho g h^2 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

Trabalho do Empuxo:

Empuxo antes: $E_a = \rho \pi r^2 h g$

Empuxo depois: $E_d = 0$

Gráfico do empuxo (E) em função do deslocamento do cilindro menor (d).



- Notar que o deslocamento do cilindro é $h - x$, e não h .

O trabalho é dado pela área sob o gráfico, portanto:

$$E = \frac{E_a (h - x)}{2} = \frac{\rho \pi r^2 h g}{2} \left(h - \frac{h r^2}{R^2}\right)$$

$$E = \frac{\pi r^2 \rho g h^2}{2} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

- Não há alternativa correta
- A alternativa d, que à primeira vista pode parecer correta, está descartada, pois supõe que se calculem os trabalhos em dois referenciais diferentes (a Terra e a superfície do líquido), o que, obviamente, não deve ser feito, pois o nível do líquido varia quando se retira o cilindro menor.

4 Num teste realizado com um motor, uma corda se enrola sem escorregar em topo de um cilindro cujo eixo horizontal gira solidário com o eixo do motor. Dessa forma, a corda suspende com movimento uniforme uma carga Q de 40,0kg. Ao mesmo tempo, constata-se que o dinamômetro ao qual está presa a outra extremidade da corda acusa um esforço equivalente a 6,00kg. O cilindro tem raio 0,500m e o motor realiza 240 rotações por minuto.

Sendo a aceleração de gravidade

de $g \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, a potência desenvolvida pelo motor é, em watts:

- a) 24,0 πg
- b) 744 πg
- c) 160 πg
- d) 112 πg
- e) 184 πg

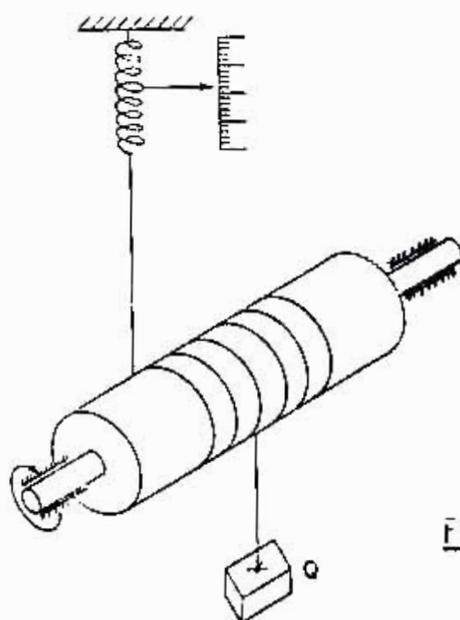


Fig. 1

não há alternativa correta

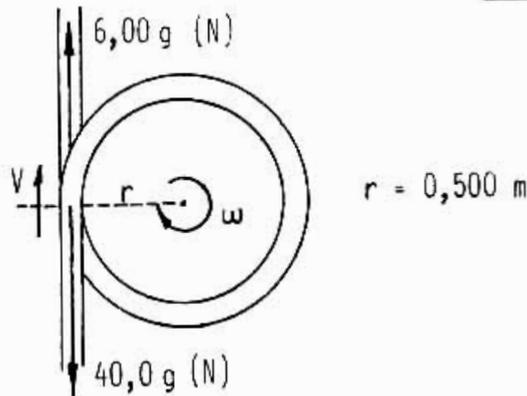
$$f = \frac{240}{60,0} = 4,00 \text{ Hz}$$

$$V = \omega r$$

$$V = 2\pi f r$$

$$V = 2\pi (4,00) \cdot 0,500$$

$$V = 4,00\pi \text{ (m/s)}$$



O esforço no dinamômetro é variável (diminui à medida que sobe a carga Q). No instante em que o dinamômetro acusa o esforço de 6,00 g (N), temos a seguinte potência, instantânea, P:

$$P = F V \text{ (onde F é a intensidade da resultante)}$$

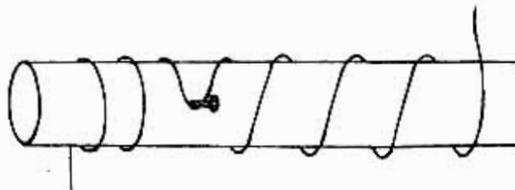
$$P = (40,0 \text{ g} - 6,00 \text{ g}) 4,00\pi$$

$$P = (34,0 \text{ g}) 4,00\pi \implies$$

$$P = 136\pi \text{ g watts}$$

A alternativa c, 160 π g, seria correta se não houvesse o dinamômetro auxiliando o trabalho do motor.

A alternativa e, 184 π g, seria correta se o motor enrolasse simultaneamente o fio em ambas as extremidades - o que é fisicamente impossível, a menos que o examinador pregasse a corda no eixo (obviamente fora de cogitação).



5 Uma bolinha de massa m está oscilando livremente com movimento harmônico simples vertical, sob a ação de uma mola de constante elástica K. Sua amplitude de oscilação é A. Num dado instante, traz-se um recipiente contendo um líquido viscoso e obriga-se a partícula a oscilar dentro desse líquido. Depois de um certo tempo, retira-se novamente o recipiente com o líquido e constata-se que a partícula tem velocidade dada pela expressão:
 $v = v_0 \cos(\omega t + \delta)$, onde v_0 , ω e δ são constantes.

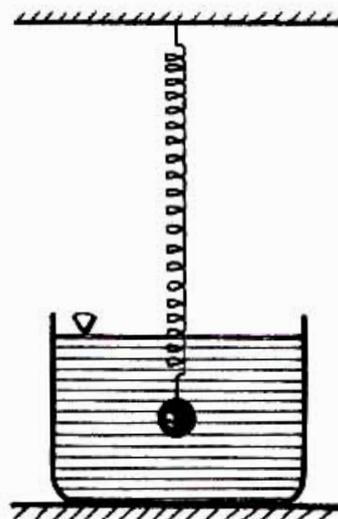


Fig. 2

Desprezando as perdas de calor para o meio circundante e sabendo que o líquido tem capacidade calorífica C, podemos a

firmar que a variação de sua temperatura foi de:

- a) zero
- b) é impossível calculá-la sem conhecer a amplitude do movimento final
- c) $(KA^2 - m v_0^2)/2 C$
- d) KA^2/C
- e) $(KA^2 - m v_0^2)/C$

alternativa c

A : Amplitude inicial

A_0 : Amplitude após imersão no líquido

No MHS : $E_M = \frac{1}{2} KA^2$

$$E_{M_i} - E_{M_f} = Q \implies \frac{1}{2} KA^2 - \frac{1}{2} KA_0^2 = C \cdot \Delta t \implies \Delta t = \frac{1}{2} \cdot \frac{K}{C} (A^2 - A_0^2) \quad (I)$$

Sabemos que $v_0 = \omega A_0$, onde $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$

$$A_0 = \frac{v_0}{\omega} \implies A_0^2 = \frac{v_0^2}{\omega^2} \implies A_0^2 = \frac{v_0^2 m}{K} \quad (II)$$

Substituindo em (I)

$$\Delta t = \frac{K}{2C} \left(A^2 - \frac{m v_0^2}{K} \right) \implies \Delta t = \frac{KA^2 - m v_0^2}{2C}$$

6 Uma mesa de material homogêneo, de massa 50 kg e largura 1,2 m, tem seu centro de massa localizado a 65 cm de altura acima do solo, quando a mesa está em sua posição normal. Levantam-se dois dos pés da mesa e colocam-se-os sobre uma balança, de forma que o ângulo β indicado na figura 3 tem co-seno igual a 0,43 e seno igual a 0,90. Os dois outros pés permanecem apoiados no solo, sem atrito. A massa acusada pela balança é:

- a) 25 kg
- b) zero quilograma, porque a mesa vira
- c) zero quilograma, porque a balança será empurrada para a direita e não há equilíbrio
- d) 12 kg
- e) 10 kg

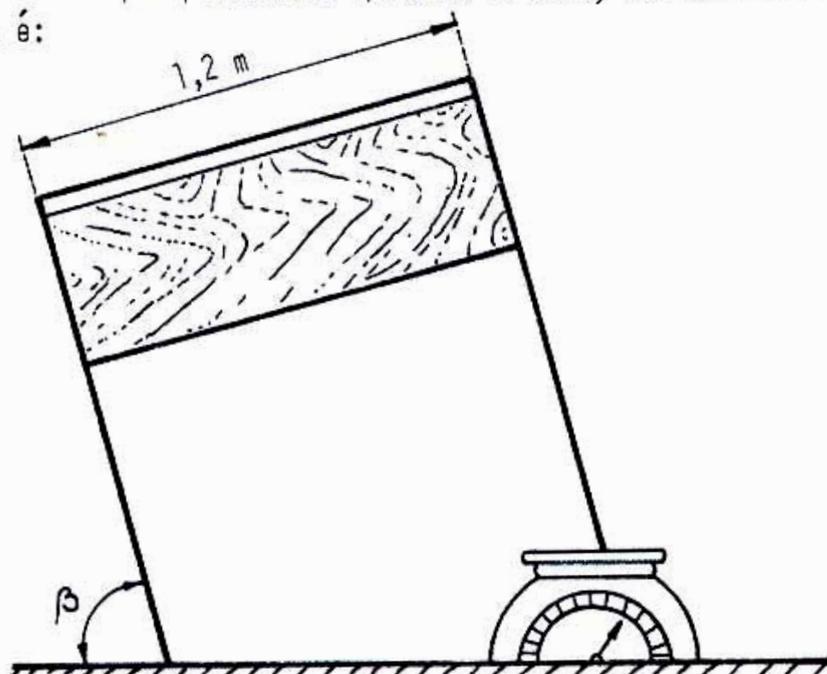
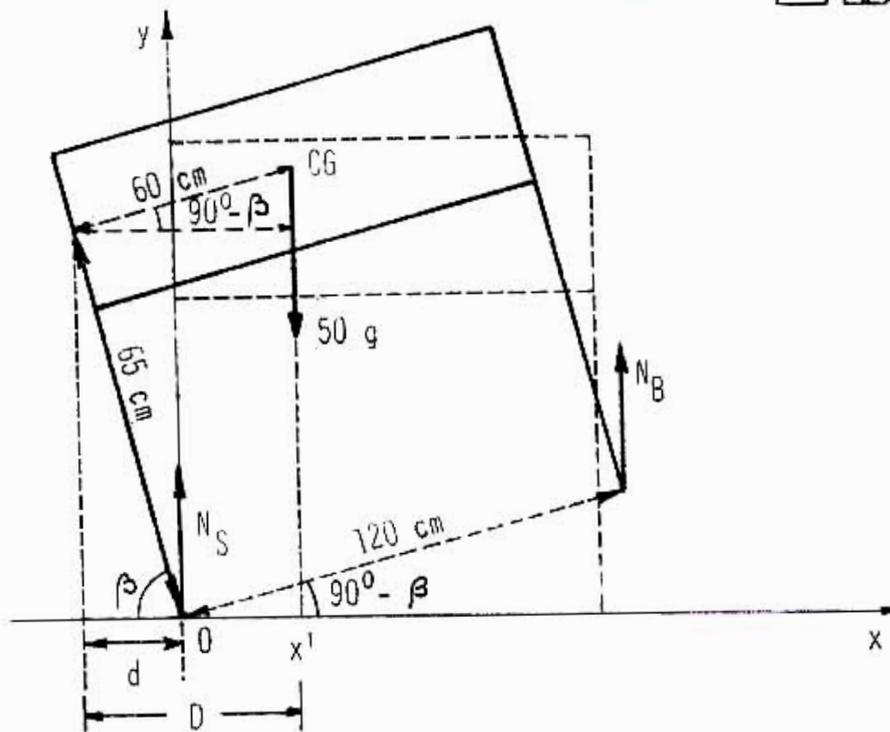


Fig. 3

alternativa d



Da figura temos:

$$x' = D - d = 60 \cos (90^\circ - \beta) - 65 \cdot \cos \beta$$

$$x' = 60 \cdot 0,90 - 65 \cdot 0,43 \implies x' = 26 \text{ cm}$$

Para os momentos em relação a "O" temos:

$$50g \cdot 26 = N_B \cdot 120 \cdot \cos (90^\circ - \beta)$$

$$50g' \cdot 26 = m' g' \cdot 120 \cdot \sin \beta$$

$$50 \cdot 26 = m' \cdot 120 \cdot 0,90$$

$$m' = 12 \text{ kg}$$

g - aceleração da gravidade
m' - massa acusada pela balança

7 O plano inclinado da figura 4 tem massa M e sobre ele se apóia um objeto de massa m. O ângulo de inclinação é α e não há atrito nem entre o plano inclinado e o objeto, nem entre o plano inclinado e o apoio horizontal. Aplica-se uma força F horizontal ao plano inclinado e constata-se que o sistema todo se move horizontalmente sem que o objeto deslize em relação ao plano inclinado. Podemos afirmar que, sendo g a aceleração da gravidade local:

- a) $F = m g$
- b) $F = (M + m) g$
- c) F tem que ser infinitamente grande
- d) $F = (M + m) g \operatorname{tg} \alpha$
- e) $F = M g \operatorname{sen} \alpha$

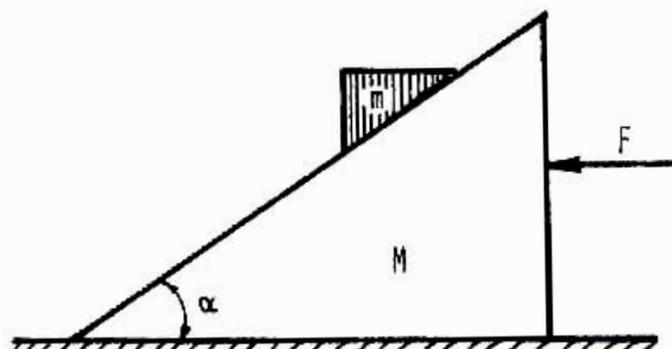


Fig. 4

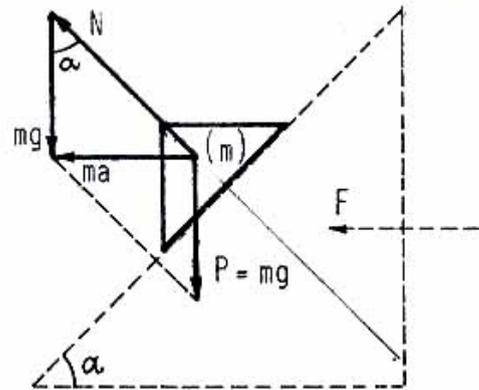
alternativa d

Isolando-se o objeto de massa m , teremos:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{ma}{mg} \implies a = g \operatorname{tg} \alpha$$

Em relação à Terra, objeto e plano inclinado possuem mesma aceleração a , o que nos permite concluir: $F = (M + m) a$

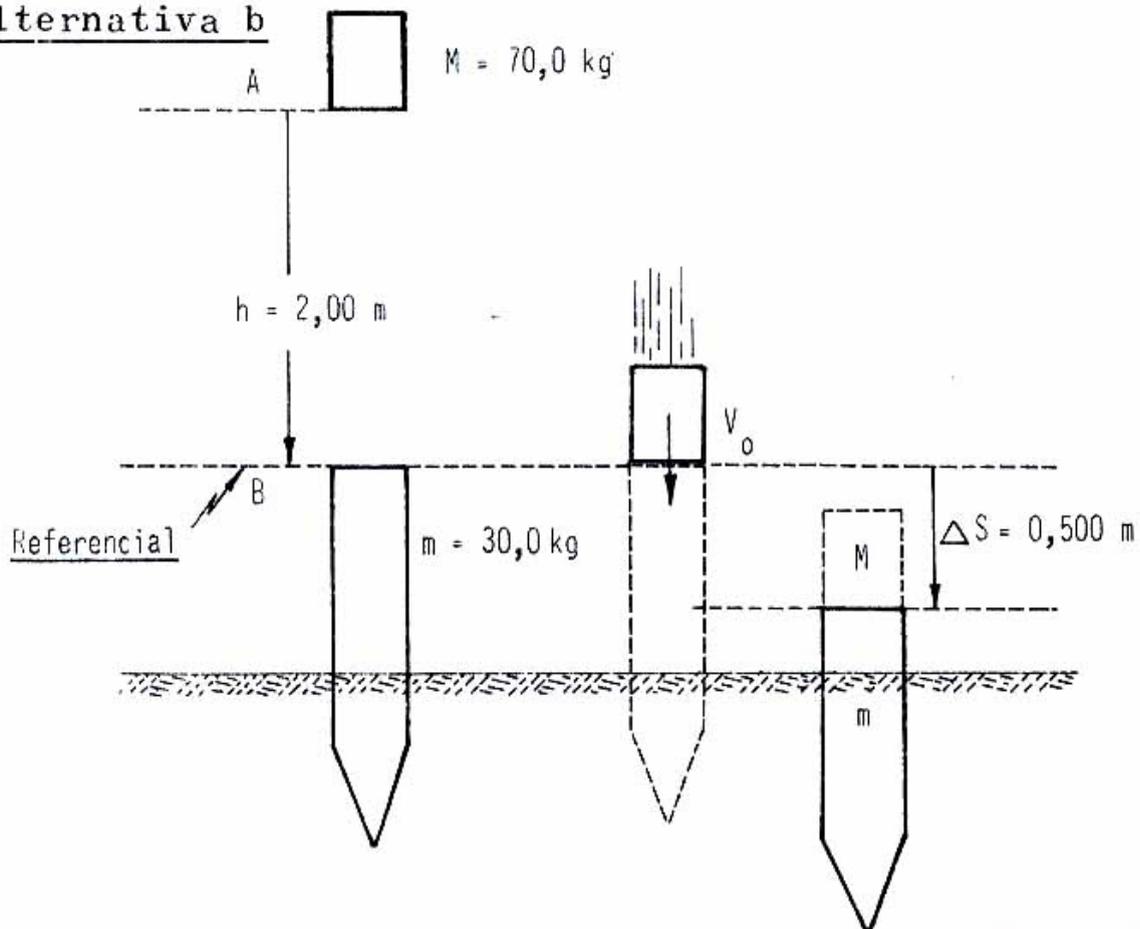
$$F = (M + m) g \cdot \operatorname{tg} \alpha$$



8 Um martelo de bate-estacas funciona levantando um corpo de pequenas dimensões e de massa 70,0 kg acima do topo de uma estaca de massa 30,0 kg. Quando a altura do corpo acima do topo da estaca é de 2,00 m, ela afunda de 0,500 m no solo. Supondo uma aceleração da gravidade de $10,0 \text{ m.s}^{-2}$ e considerando o choque inelástico, podemos concluir que a força média de resistência à penetração da estaca é de:

- a) $1,96 \times 10^3 \text{ N}$
- b) $2,96 \times 10^3 \text{ N}$
- c) não é possível determiná-la se não forem dadas as dimensões da estaca
- d) $29,0 \times 10^3 \text{ N}$
- e) $29,7 \times 10^3 \text{ N}$

alternativa b



Seja V_0 a velocidade com que o martelo atinge a estaca.

Para a referência indicada, teremos: $E_A = E_B$

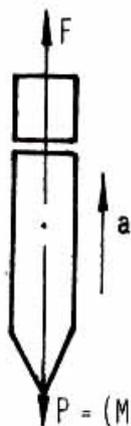
$$M g h = \frac{M V_0^2}{2} \implies V_0 = \sqrt{2 g h}$$

$$V_0 = \sqrt{2 (10,0) (2,00)} \implies V_0 = 2,00 \sqrt{10,0}$$

Seja V' a velocidade do sistema martelo + estaca logo após o choque.

$$Q_i = Q_f \implies M V_0 = (m + M) V' \implies 70,0 (2,00 \sqrt{10,0}) = (70,0 + 30,0) V'$$

$$V' = 1,40 \sqrt{10,0}$$



Durante a penetração no solo, sendo F a força média de resistência à penetração da estaca, do princípio fundamental da dinâmica teremos:

$$F - P = (M + m) a$$

$$F - (M + m) g = (M + m) a$$

$$F = (M + m) (g + a) \quad (1)$$

O valor da aceleração média a poderá ser determinado pela equação de Torricelli:

$$v^2 = v_1^2 + 2\alpha \Delta S, \quad \text{onde } \alpha = -a$$

$$0^2 = (1,40 \sqrt{10,0})^2 - 2 a (0,500)$$

$$a = 19,6 \text{ m/s}^2$$

Substituindo-se em (1), vem:

$$F = (70,0 + 30,0)(10,0 + 19,6)$$

$$F = 2,96 \cdot 10^3 \text{ N}$$

9 Sobre um plano inclinado de um ângulo α sobre o horizonte fixa-se um trilho ABCDE composto das porções: $AB = DE = \ell$ (na direção do declive do plano inclinado) e da semicircunferência BCD de raio R , à qual AB e ED são tangentes. A partir de A lança-se uma bolinha ao longo de AB, por dentro do trilho. Desprezando todos os atritos e resistências, podemos afirmar que a mínima velocidade inicial que permite que a bolinha descreva toda a semicircunferência BCD é:

a) $\sqrt{(3R + 2\ell) g \sin \alpha}$

b) $\sqrt{2 g \ell \sin \alpha}$

c) qualquer velocidade inicial é suficiente

d) $\sqrt{3 g R + 2 g \ell}$

e) nenhuma. É impossível que a bolinha faça esse percurso.

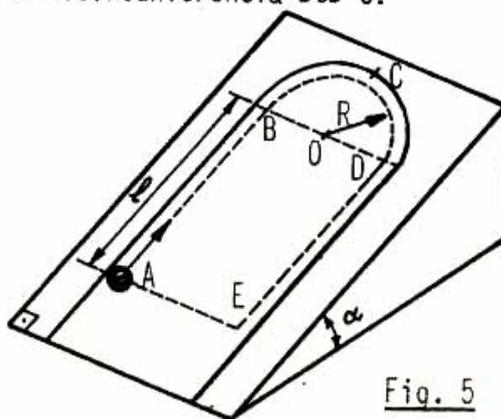
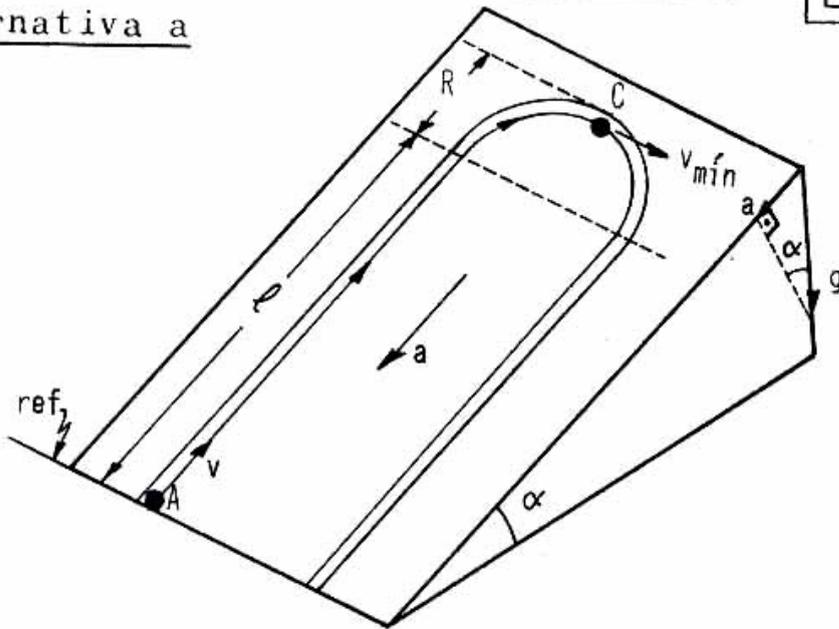


Fig. 5

alternativa a



Em relação ao plano, a bolinha fica sujeita a uma aceleração aparente $a = g \text{ sen } \alpha$. No plano, para a referência indicada, do princípio de conservação da energia mecânica vem:

$$E_A = E_C \implies \frac{mv^2}{2} = ma(l + R) + \frac{mv_{\text{mín}}^2}{2} \quad (1)$$

Cálculo de $v_{\text{mín}}^2$ no ponto C: $ma = m \frac{v_{\text{mín}}^2}{R} \implies v_{\text{mín}}^2 = aR$

Substituindo-se $v_{\text{mín}}^2$ em (1), vem:

$$v^2 = 2a(l + R) + aR$$

$$v^2 = 2al + 2aR + aR$$

$$v^2 = (3R + 2l)a$$

\implies

$$v = \sqrt{(3R + 2l)g \text{ sen } \alpha}$$

10 A massa de um objeto feito de liga ouro-prata é 354 g. Quando imerso na água, cuja massa específica é $1,00 \text{ g cm}^{-3}$, sofre uma perda aparente de peso correspondente a 20,0 g de massa. Sabendo que a massa específica do ouro é de $20,0 \text{ g cm}^{-3}$ e a da prata $10,0 \text{ g cm}^{-3}$, podemos afirmar que o objeto contém a seguinte massa de ouro:

- a) 177 g b) 118 g c) 236 g d) 308 g e) 54,0 g

alternativa d

O volume V do objeto é o ocupado por 20,0g de água: $V = \frac{20,0}{1,00} = 20,0 \text{ cm}^3$

Sendo m_o e m_p , respectivamente, as massas de ouro e prata do objeto, temos:

$$m_o + m_p = 354 \text{ g} \quad (1)$$

A soma dos volumes ocupados por essas massas é V: $(V = \frac{m}{d})$

$$\frac{m_o}{20,0} + \frac{m_p}{10,0} = 20,0 \iff m_o + 2,00 m_p = 400 \quad (2)$$

Subtraindo (1) de (2), temos:

$$m_p = 46,0g \iff m_o = 308g$$

11 No circuito da figura, $C_1 = 10 \mu F$, $C_2 = 5,0 \mu F$, $C_3 = 1,0 \mu F$, $R_1 = 1,0 \Omega$, $R_2 = 1,0 \Omega$, $R_3 = 2,0 \Omega$ e $E = 1,0 V$. Em consequência, a tensão constante $V_b - V_a$ vale:

- a) 0,64 V
- b) -0,26 V
- c) 0,03 V
- d) +0,26 V
- e) zero

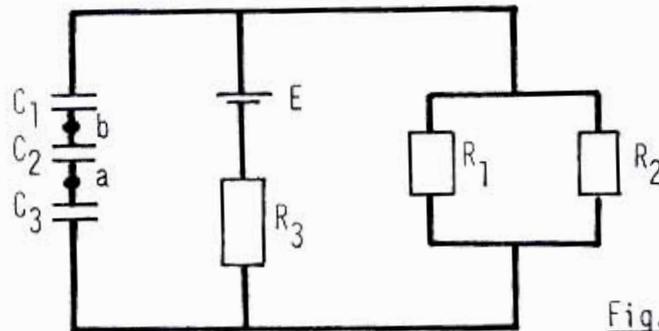


Fig. 6

alternativa c

Capacidade Equivalente:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5,0} + \frac{1}{1,0} = \frac{13}{10}$$

$$C_{eq} = \frac{10}{13} \mu F$$

Resistor Equivalente:

$$R_{eq} = \frac{R_1}{2} + R_3 = \frac{1}{2} + 2 = 2,5 \Omega$$

Corrente: $i = \frac{E}{R_{eq}} = \frac{1,0}{2,5} A$

Tensão:

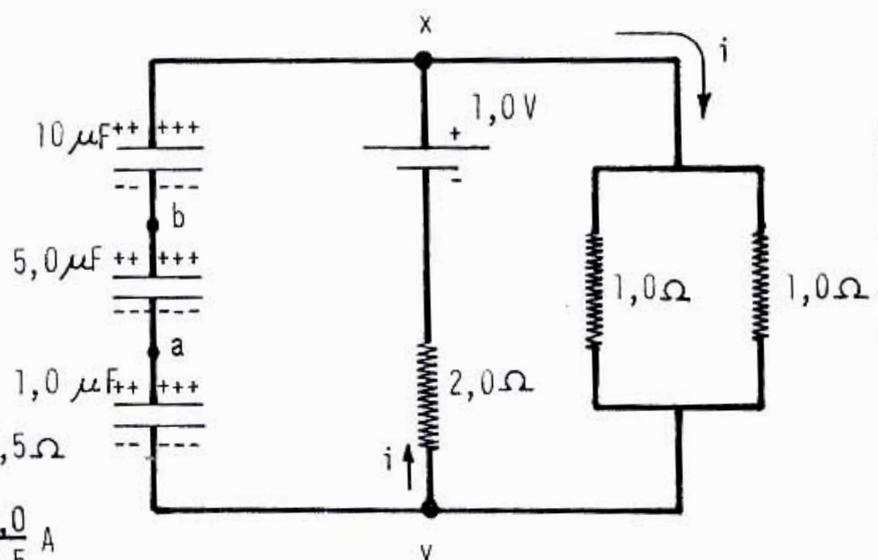
$$V_x - V_y = U_{xy} \implies U_{xy} = R_{xy} \cdot i = 0,50 \cdot \frac{1,0}{2,5} = \frac{1,0}{5,0} V$$

Carga dos Capacitores:

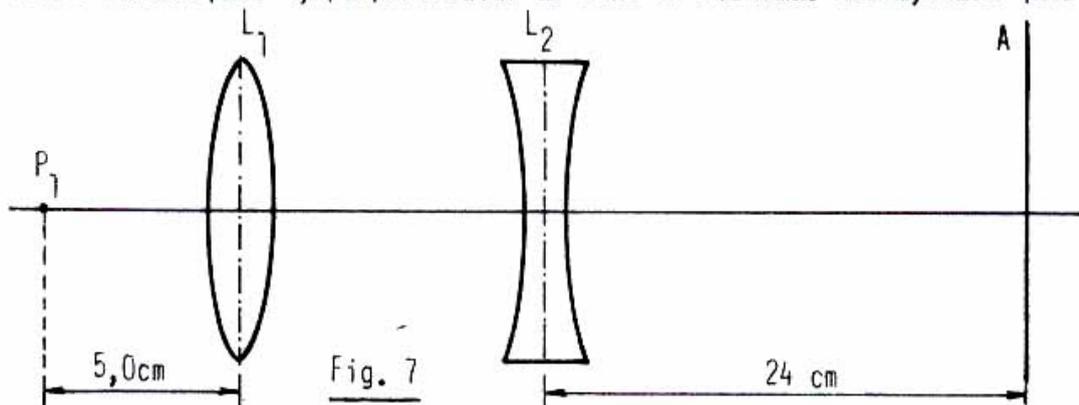
$$Q = C_{eq} \cdot U_{xy} = \frac{10}{13} \cdot (10^{-6}) \cdot \frac{1,0}{5,0} = \frac{2,0}{13} \cdot (10^{-6}) C = \frac{2,0}{13} \mu C$$

Tensão $V_b - V_a$ (U_{ba}):

$$Q = C_2 \cdot U_{ba} \implies \frac{2,0}{13} 10^{-6} = 5,0 \cdot 10^{-6} U_{ba} \implies U_{ba} = \frac{2,0}{65} V \text{ ou } U_{ba} = 0,030 V$$

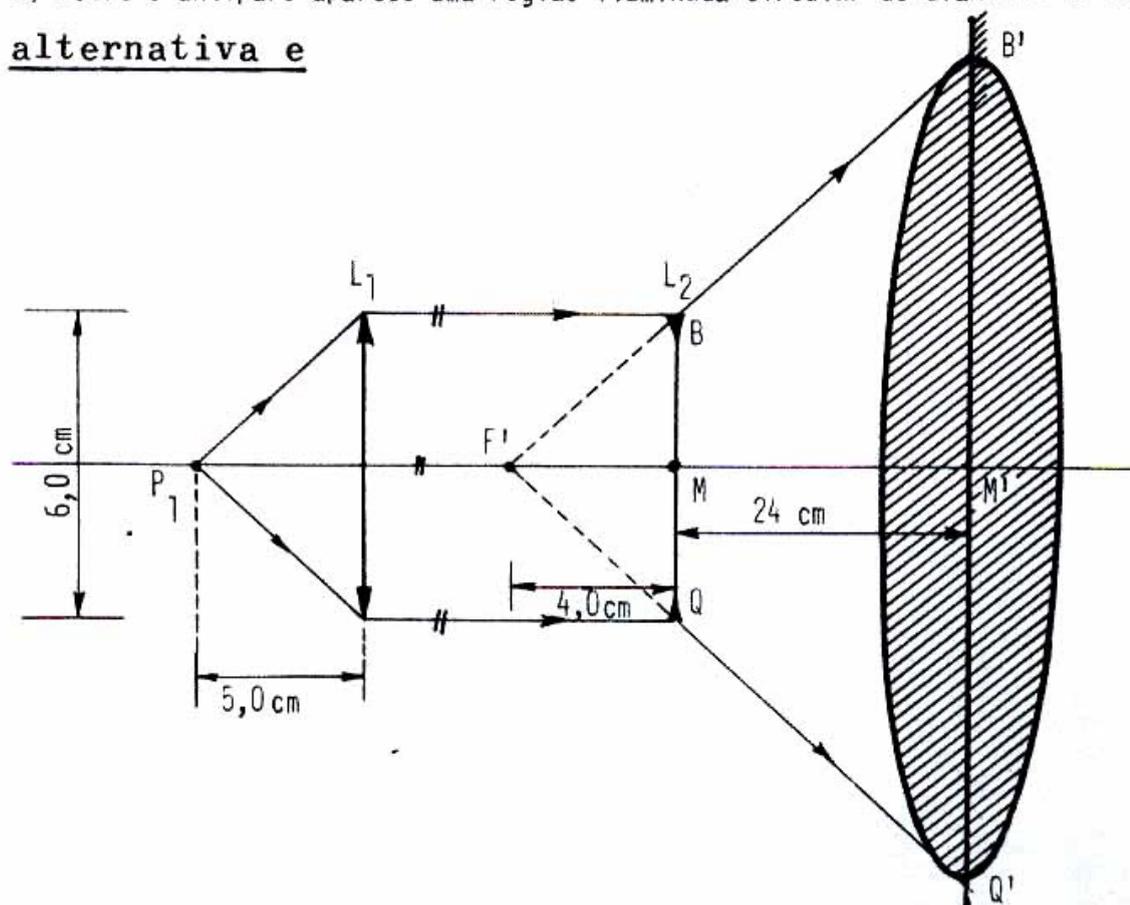


12 Considere um sistema composto por duas lentes circulares esféricas delgadas de 6,0 cm de diâmetro dispostas coaxialmente como indica a figura 7. L_1 é uma lente convergente de distância focal $f_1 = 5,0$ cm e L_2 é uma lente divergente de distância focal $f_2 = 4,0$ cm. No ponto P_1 à esquerda do sistema é colocado um objeto luminoso puntiforme a 5,0 cm de L_1 . À direita de L_2 , a uma distância $d = 24$ cm é colocado um anteparo A, perpendicular ao eixo do sistema. Assim, temos que:



- a) sobre o anteparo A forma-se uma imagem real puntiforme de P_1 ;
- b) sobre o anteparo A aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 12 cm;
- c) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro igual a 6,0 cm;
- d) o anteparo fica iluminado uniformemente em uma região muito grande;
- e) sobre o anteparo aparece uma região iluminada circular de diâmetro 42 cm.

alternativa e



O ponto P_1 situa-se no foco objeto de L_1 , pois $f_1 = 5,0$ cm. Os raios oriundos de P_1 emergirão, portanto, paralelos ao eixo das lentes. Os raios atingem L_2 e emergem divergindo do foco imagem F' .

$$\triangle F'BQ \sim \triangle F'B'Q' \Rightarrow \frac{BQ}{MF'} = \frac{B'Q'}{M'F'} \Rightarrow \frac{6,0}{4,0} = \frac{B'Q'}{28}$$

$$B'Q' = 42 \text{ cm}$$

13 Um anteparo é provido de um pequeno orifício atrás do qual existe uma fonte luminosa. À direita do anteparo coloca-se uma lente delgada convergente cujo eixo é perpendicular ao anteparo. À direita da lente coloca-se um espelho plano E paralelo ao anteparo. O sistema é então ajustado, variando-se a distância d (vide figura 8) de modo que se forme uma imagem real do orifício exatamente sobre ele, qualquer que seja a distância entre o espelho e a lente. Assim:

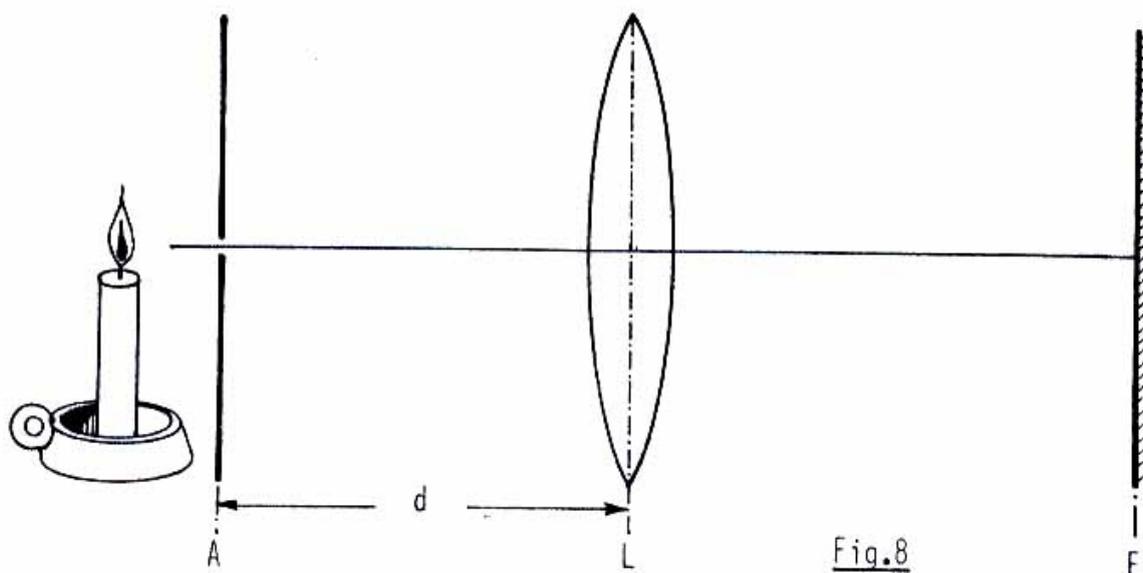
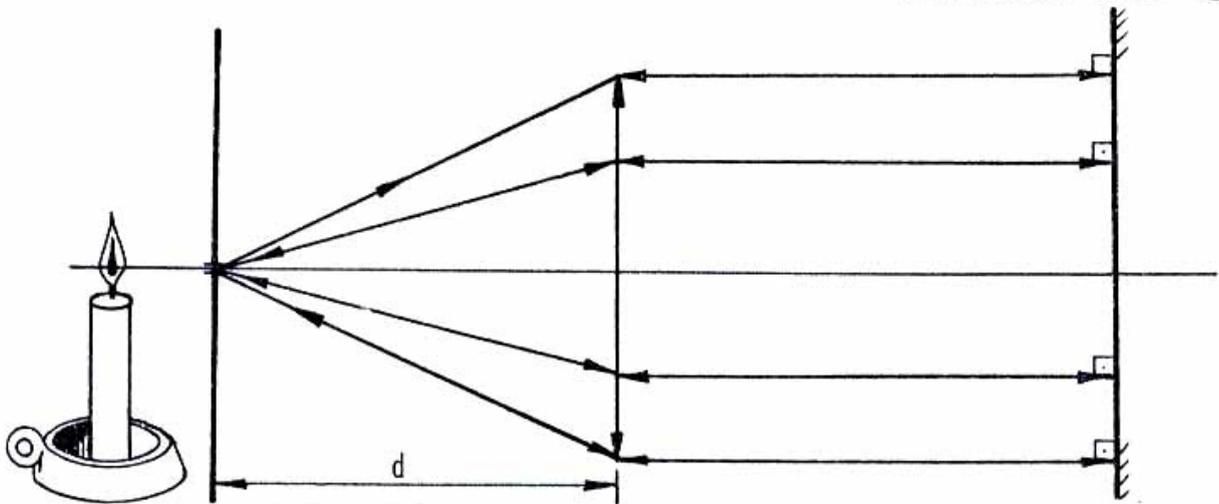


Fig.8

- a) a distância focal da lente é igual a d
- b) a distância focal da lente é igual a $2d$
- c) a distância focal da lente é igual a $d/2$
- d) a descrição apresentada não corresponde a uma experiência realizável
- e) somente se fosse dado o diâmetro da lente é que poderíamos determinar sua distância focal

alternativa a

Para obtermos o resultado da experiência, o orifício deverá coincidir com o foco da lente, tendo-se o seguinte trajeto para os raios:

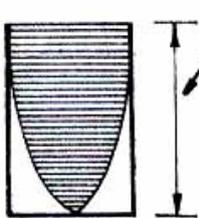


da figura decorre: $f = d$

- 14** Um tubo sonoro aberto em uma de suas extremidades e fechado na outra apresenta uma frequência fundamental de 200 Hz. Sabendo-se que o intervalo de frequências audíveis é aproximadamente 20,0 Hz a 16.000 Hz, pode-se afirmar que o número de frequências audíveis emitidas pelo tubo é, aproximadamente:
- a) 1430 b) 200 c) 80 d) 40 e) 20

alternativa d

Frequência fundamental $f = 200 \text{ Hz}$



$$l = \frac{\lambda}{4} \implies \lambda = 4l$$

$$v = \lambda f \implies v = 4l(200) \implies \frac{v}{4l} = 200 \text{ Hz}$$

$$\left\| \begin{aligned} f_{(2n-1)} &= \frac{(2n-1)v}{4l} \\ n &\in \mathbb{N}^* \end{aligned} \right.$$

De uma maneira geral, as frequências de ressonância para o tubo serão:

Assim: $\left\| \begin{aligned} f_{(2n-1)} &= (2n-1) 200 \\ n &= 1, 2, 3, 4, \dots \end{aligned} \right.$

A frequência fundamental é audível. O último harmônico audível deverá obedecer a:

$$f_{(2n-1)} < 16\ 000 \implies (2n-1) 200 < 16\ 000 \implies 2n-1 < 80 \implies \implies 2n < 81 \implies n < 40,5$$

Portanto: $n = 1, 2, 3, \dots, 40$ e teremos 40 frequências audíveis.

15 Dois pequenos alto-falantes F_1 e F_2 separados por uma pequena distância estão emitindo a mesma frequência, coerentemente e com a mesma intensidade. Uma pessoa passando próximo dos alto-falantes ouve, à medida que caminha com velocidade constante, uma variação de intensidade sonora mais ou menos periódica. O fenômeno citado se relaciona com:

- a) Efeito Doppler c) Polarização
b) Difração do som d) Interferência e) Refração

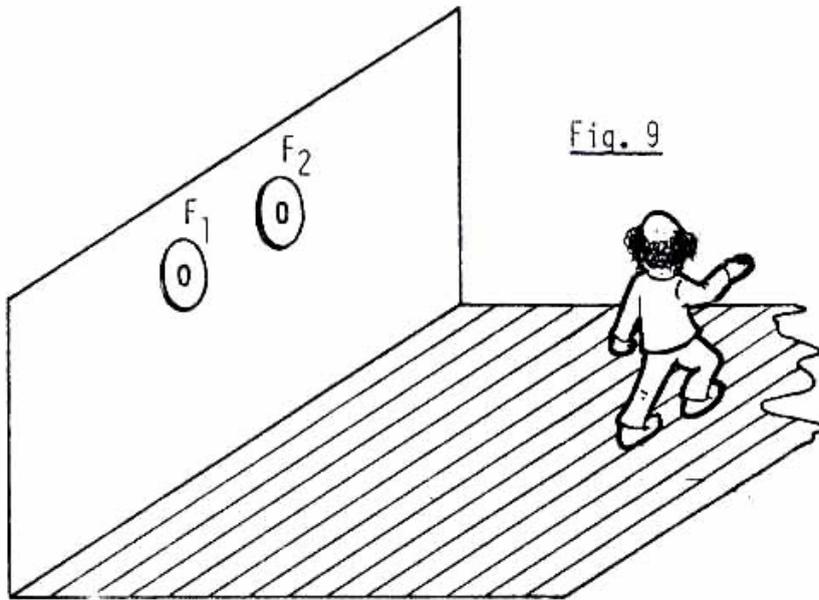
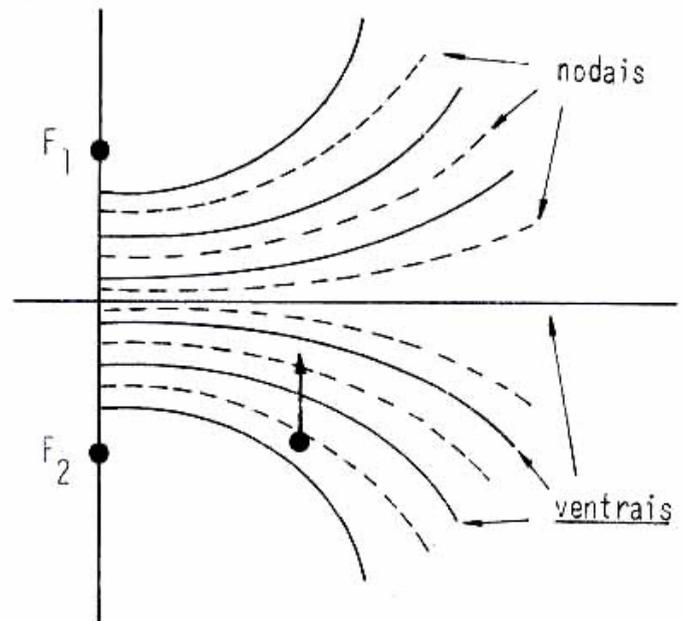


Fig. 9

alternativa d

A pessoa, ao deslocar-se diante dos alto-falantes, irá transpondo linhas ventrais (som forte) e linhas nodais (som fraco), formadas em virtude do fenômeno da interferência.



16 Qual dos esquemas abaixo ilustra o movimento de uma partícula carregada em um campo magnético uniforme?

Convenções:

⊕ carga elétrica positiva ; ⊖ carga elétrica negativa ; x campo magnético "entrando" na página ; ⊙ campo magnético "saindo" da página ; \vec{F} força de origem magnética ; \vec{B} campo de indução magnética ; \vec{v} velocidade da partícula.

a)

x	x	x	x	x
x	x	⊕	x	x
x	x	↓ \vec{F}	x	x

x	x	x	x	x
x	x	⊖	x	x
x	x	x	x	x

b)

x	x	x	x	x
x	← \vec{v}	⊕	x	x
x	x	↑ \vec{F}	x	x
x	x	x	x	x

x	x	x	x	x
x	x	⊖	x	x
x	x	x	→ \vec{v}	x
x	x	x	x	x

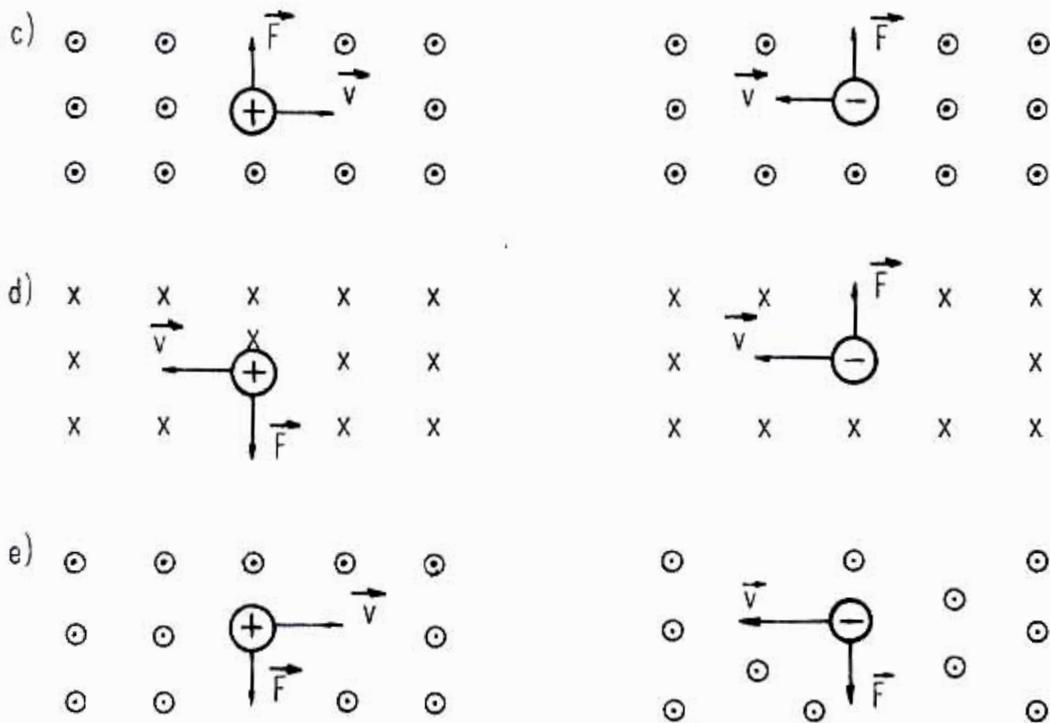


Fig. 10

alternativas "d" e "e"

Verificando o sentido da força \vec{F} pela regra da mão esquerda, notamos que as alternativas d e e são corretas.

Obs.: Para que haja alguma alternativa correta, temos que admitir, apesar dos desenhos imperfeitos, que os campos representados são uniformes.

17 Duas cargas elétricas puntiformes, de mesmo valor absoluto $|q|$ e de sinais contrários, estão em repouso em dois pontos A e B. Traz-se de muito longe uma terceira carga positiva, ao longo de uma trajetória que passa mais perto de B do que de A. Coloca-se essa carga num ponto C tal que ABC é um triângulo equilátero. Podemos afirmar que o trabalho necessário para trazer a terceira carga:

- a) é menor se em B estiver a carga $|q|$ do que se em B estiver $-|q|$
- b) é maior se em B estiver a carga $|q|$ do que se em B estiver $-|q|$
- c) será independente do caminho escolhido para trazer a terceira carga e será nulo
- d) será independente do caminho escolhido para trazer a terceira carga e será positivo
- e) será independente do caminho escolhido para trazer a terceira carga e será negativo

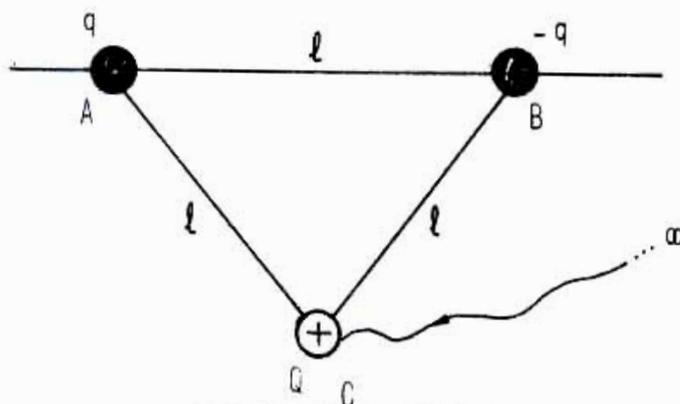
alternativa c

Potencial em C

$$V_C = \frac{Kq}{\ell} + \frac{K(-q)}{\ell} = 0$$

Vemos que o potencial no ponto C é nulo.

O trabalho independente do caminho e é dado por:

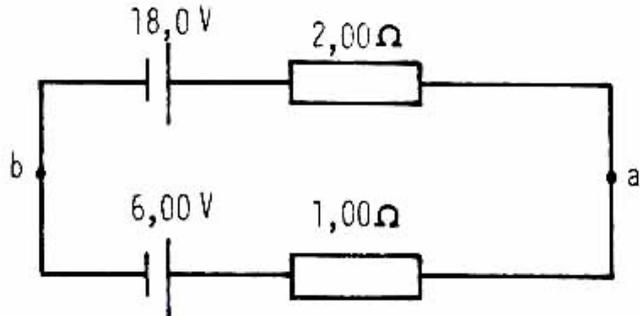


$$\mathcal{E} = Q(V_C - V_{\text{el}}) = 0$$

$$\mathcal{E} = 0$$

18 As duas baterias da figura 11 estão ligadas em oposição. Suas f.e.m. e resistências internas são, respectivamente: 18,0 V e 2,00Ω; 6,00V e 1,00Ω. Sendo i a corrente no circuito, V_{ab} a tensão $V_a - V_b$ e P_d a potência total dissipada, podemos afirmar que:

Fig. 11



- a) $i = 9,00 \text{ A}$; $V_{ab} = -10,0 \text{ V}$; $P_d = 12,0 \text{ W}$
- b) $i = 6,00 \text{ A}$; $V_{ab} = 10,0 \text{ V}$; $P_d = 96,0 \text{ W}$
- c) $i = 4,00 \text{ A}$; $V_{ab} = -10,0 \text{ V}$; $P_d = 16,0 \text{ W}$
- d) $i = 4,00 \text{ A}$; $V_{ab} = 10,0 \text{ V}$; $P_d = 48,0 \text{ W}$
- e) $i = 4,00 \text{ A}$; $V_{ab} = 24,0 \text{ V}$; $P_d = 32,0 \text{ W}$

alternativa d

Intensidade de corrente

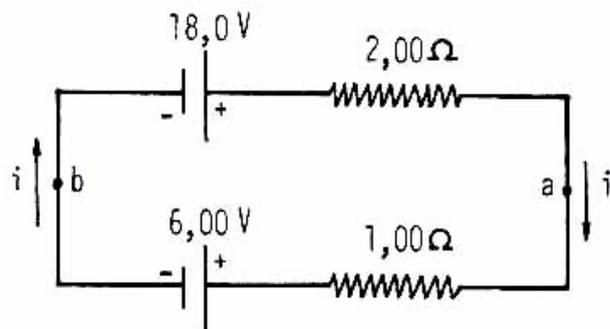
$$i = \frac{U}{R_{eq}} = \frac{18,0 - 6,00}{2,00 + 1,00} = \frac{12,0}{3,00} = 4,00 \text{ A}$$

Tensão V_{ab}

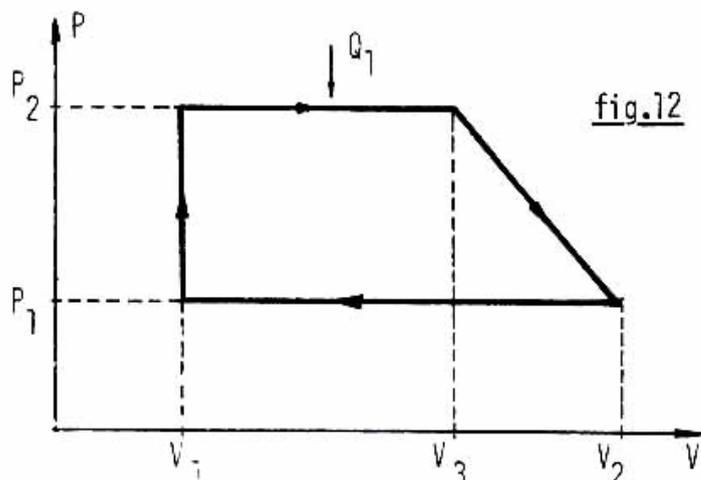
$$V_{ab} = 4,00 \cdot 1,00 + 6,00 = 10,00 \text{ V}$$

Potência dissipada

$$P_d = R_{eq} \cdot i^2 = (2,00 + 1,00) \cdot (4,00)^2 \Rightarrow P_d = 48,0 \text{ W}$$



19 Certo gás é obrigado a percorrer o ciclo da figura 12, onde P representa a pressão e V o volume. Sabe-se que, ao percorrê-lo, o gás absorve uma quantidade de calor Q_1 . Podemos afirmar que a eficiência η (razão do trabalho fornecido para a energia absorvida) do ciclo é dada por:



$$a) \eta = \frac{(P_2 - P_1)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$$

$$b) \eta = \frac{(P_2 - P_1)(V_2 + V_1 - 2V_3)}{2Q_1}$$

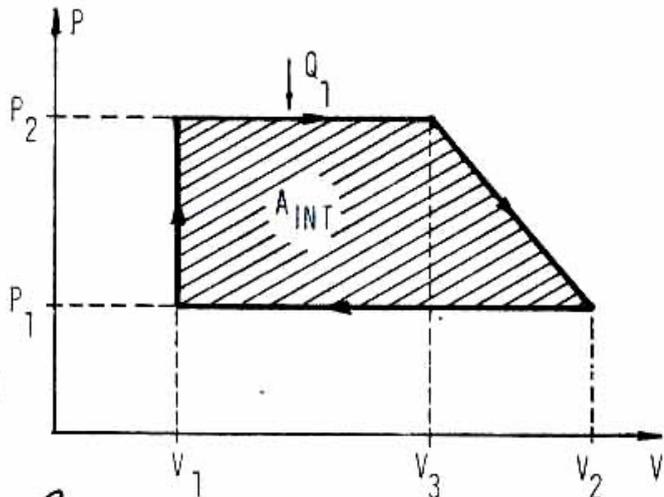
$$c) \eta = 1 - \frac{(P_2 - P_1)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$$

$$d) \eta = \frac{(P_1 - P_2)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$$

$$e) \eta = 1 + \frac{(P_2 - P_1)(V_2 - V_1)}{Q_1}$$

alternativa a

O trabalho \mathcal{E}_C fornecido pelo gás no ciclo é dado pela área assinalada.



$$\mathcal{E}_C = A_{INT}$$

$$\mathcal{E}_C = \frac{(V_2 - V_1) + (V_3 - V_1)}{2} \cdot (P_2 - P_1)$$

$$\mathcal{E}_C = \frac{(P_2 - P_1) \cdot (V_3 + V_2 - 2V_1)}{2}$$

Para a eficiência η temos: $\eta = \frac{\mathcal{E}_C}{Q_1}$

$$\eta = \frac{(P_2 - P_1)(V_3 + V_2 - 2V_1)}{2Q_1}$$

20 Sendo R o raio da Terra, suposta esférica, G a constante da gravitação universal, g_1 a aceleração de queda livre de um corpo no Equador, g_2 a aceleração de queda livre no pólo Norte, M a massa da Terra, podemos afirmar que:

a) $g_1 = GM/R^2$

c) g_2 é nula

b) $M = \frac{R^2 g_2}{G}$

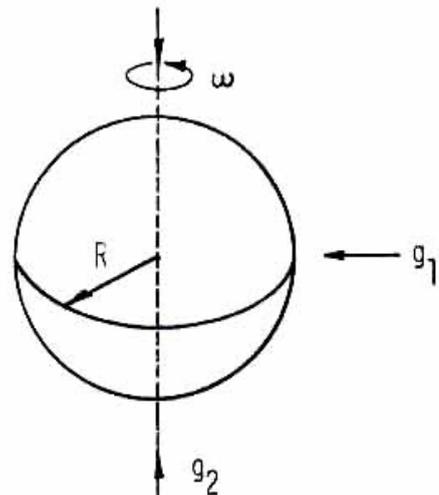
d) g_1 é nula

e) $\frac{GM}{R^2} = \frac{g_1 + g_2}{2}$

alternativa b

Sabemos que $g = g_0 - \omega^2 r$, e que nos pólos a componente radial devido à rotação da Terra é nula.

Logo: $g_2 = g_0 = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{R^2 g_2}{G}$



Química

DADOS

$$\text{Constante de Avogadro} = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ partículas mol}^{-1}$$

$$R = 8,21 \cdot 10^{-2} \text{ l atm K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$$

$$\text{Volume molar} = 22,4 \text{ l (CNTP)}$$

CNTP = condições normais de temperatura e pressão

Temperatura em K = 273 + valor numérico da temperatura em °C

$$1 \text{ \AA} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

(c) = sólido cristalino (l) = líquido (g) = gás

(aq) = em solução aquosa

Propriedades de alguns elementos químicos

Elemento	Nº atômico	Peso atômico	Elemento	Nº atômico	Peso atômico
Hidrogênio	1	1,0	Cloro	17	35,5
Lítio	3	6,9	Potássio	19	39,1
Carbono	6	12,0	Cálcio	20	40,1
Nitrogênio	7	14,0	Crômio	24	52,0
Oxigênio	8	16,0	Manganês	25	54,9
Flúor	9	19,0	Ferro	26	55,8
Sódio	11	23,0	Cobalto	27	58,9
Magnésio	12	24,3	Zinco	30	65,4
Alumínio	13	27,0	Bromo	35	79,9
Enxofre	16	32,1	Prata	47	107,9
			Iodo	53	126,9

1 O lítio natural, de massa molar $6,939 \text{ g mol}^{-1}$, é formado pelos isótopos Li^6 e Li^7 , cujas massas molares são, respectivamente, $6,015$ e $7,016 \text{ g mol}^{-1}$. A densidade do lítio natural sólido, a 0°C e 1 atm , é de $0,53 \text{ g cm}^{-3}$.

A respeito do lítio eletricamente neutro fazem-se as seguintes afirmações:

- I. $\frac{7,016}{3} \text{ g}$ é a massa de Li^7 que contém 1 mol de elétrons.
- II. $\frac{7,016}{6,02} \cdot 10^{-23} \text{ g}$ é a massa de 1 átomo de Li^7 .
- III. $1,613 \cdot 10^{20}$ átomos de Li^6 ocupam $\frac{1,613 \cdot 22,4}{6,02} \text{ cm}^3$ em estado de vapor a 0°C e 1 atm .
- IV. $1,613 \cdot 10^{20}$ átomos de lítio natural ocupam apenas $\frac{1,613 \cdot 6,939}{0,53 \cdot 6,02} \cdot 10^{-3} \text{ cm}^3$ no estado sólido a 0°C e 1 atm .

resposta da pergunta 1

Ver página anterior

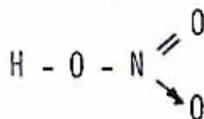
2 Considere as seguintes afirmações referentes a ligações químicas.

I. Ligações covalentes apolares só existem em algumas moléculas de substâncias simples.

II. Nem sempre as ligações entre átomos de mesma eletronegatividade são do tipo covalente.

III. O momento dipolar do clorometano não é nulo porque, entre outros motivos, a ligação covalente C-Cl é bastante polarizada.

IV. A fórmula que representa razoavelmente as ligações na molécula do ácido nítrico é



Quais das afirmações acima estão CERTAS?

- a) somente I e II. c) somente I, II e III. e) todas as afirmações feitas estão certas.
 b) somente II e III. d) somente II, III e IV.

PERGUNTA 2

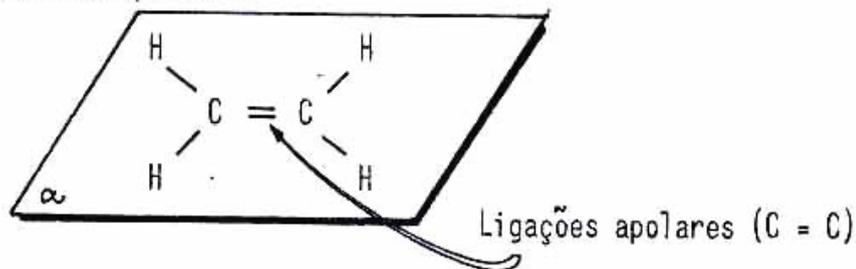
Por que a afirmação II está certa ou está errada?

alternativa d

I - ERRADA

Ligações covalentes em moléculas de substâncias compostas com grande simetria podem ser consideradas apolares.

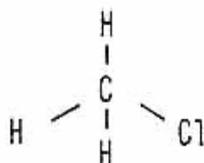
Ex.:



II - CERTA

As ligações entre átomos metálicos de mesma (e pequena) eletronegatividade são do tipo "metálica".

III - CERTA



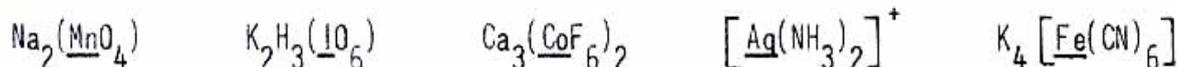
O clorometano possui uma geometria aproximadamente tetraédrica e pelas polaridades das ligações covalentes (pequena para C - H e grande para o C - Cl) o $\vec{\mu}_R \neq 0$

IV - CERTA

resposta da pergunta 2

ver página anterior

3 Considere os seguintes compostos:



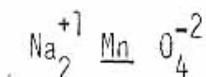
Os números de oxidação dos elementos sublinhados são, na ordem em que aparecem

- a) +7 -1 +3 +1 +2
 b) +7 +7 +6 0 +2 d) +6 +7 +3 +1 +2
 c) +6 -1 +3 -1 +3 e) +7 +5 +6 -1 +3

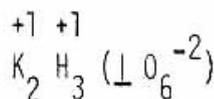
PERGUNTA 3

Mostre como se calcula o número de oxidação do iodo no composto $\text{K}_2\text{H}_3(\text{IO}_6)$, deixando bem claro quais são as premissas em que se baseia tal tipo de cálculo.

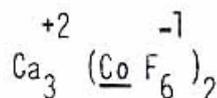
alternativa d



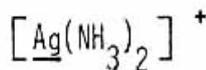
$2 + x - 8 = 0 \quad \therefore \boxed{x = + 6} \quad \therefore \boxed{\text{Nox}_{\text{Mn}} = + 6}$



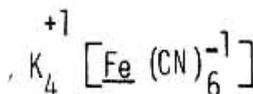
$2 + 3 + x - 12 = 0 \quad \therefore \boxed{x = + 7} \quad \therefore \boxed{\text{Nox}_{\text{I}} = + 7}$



$6 + 2x - 12 = 0 \quad \therefore \boxed{x = + 3} \quad \therefore \boxed{\text{Nox}_{\text{Co}} = + 3}$



$x + 2 \cdot 0 = + 1 \quad \therefore \boxed{x = + 1} \quad \therefore \boxed{\text{Nox}_{\text{Ag}} = + 1}$



$4 + x - 6 = 0 \quad \therefore \boxed{x = + 2} \quad \therefore \boxed{\text{Nox}_{\text{Fe}} = + 2}$

resposta da pergunta 3

O Nox do iodo no composto $\text{K}_2\text{H}_3\text{IO}_6$ é calculado com base no princípio de que

$\sum \text{Nox} = \text{Carga da espécie química}$

Cálculo: $\text{K}_2^+ \text{H}_3^+ (\text{IO}_6^{-2})$

$2 + 3 + x - 12 = 0 \quad \therefore$

$x = +7$

$\therefore \text{Nox I} = +7$

4 Por difração de raios X verifica-se que na temperatura ambiente, num cristal de ferro metálico, quatro átomos ocupam o volume equivalente a um cubo de aresta igual a 3,61 Å. Nestas condições a densidade do ferro é igual a 7,86 g cm⁻³. Conhecendo-se, além disso, o peso atômico do ferro, calcula-se que o número de átomos contidos em um átomo-grama de ferro é igual a:

a) $\frac{4 \cdot 55,8}{(3,61)^3 \cdot 10^{-24} \cdot 7,86}$

b) $\frac{(3,61)^3 \cdot 10^{24} \cdot 7,86}{4 \cdot 55,8}$

c) $\frac{(3,61)^3 \cdot 55,8}{4 \cdot 7,86 \cdot 10^{24}}$

d) $\frac{55,8 \cdot 7,86}{4 \cdot (3,61)^3 \cdot 10^{-24}}$

e) $\frac{4 \cdot 7,86 \cdot 10^{-24}}{(3,61)^3 \cdot 55,8}$

PERGUNTA 4

Justifique sua resposta, discutindo também o significado do resultado e como ele pode ser generalizado.

alternativa a

resposta da pergunta 4

Admitindo-se que uma célula unitária seja formada por 4 átomos de Fe, temos que:

Volume da célula unitária = $(3,61 \cdot 10^{-8})^3 \text{ cm}^3$

Volume ocupado por um átomo de Fe = $\frac{(3,61 \cdot 10^{-8})^3}{4} \text{ cm}^3$

Como a densidade do Fe = 7,86 g.cm⁻³ e o peso atômico do Fe é da ordem de 55,8 u, o volume ocupado por 1 mol de átomos de Fe será:

Volume ocupado por 1 mol de átomos de Fe = $\frac{55,8 \text{ gr}}{1 \text{ mol}} \cdot \frac{1 \text{ cm}^3}{7,86 \text{ gr}}$

Em consequência, o nº de átomos de Fe^0 em um átomo-grama de Fe é:

$$N = \frac{55,8 \text{ g} \cdot 1 \text{ cm}^3}{1 \text{ mol} \cdot 7,86 \text{ g}} \cdot \frac{4 \text{ átomos}}{(3,61 \cdot 10^{-8})^3 \text{ cm}^3}$$

$$N = \frac{4 \cdot 55,8}{(3,61)^3 \cdot 10^{-24} \cdot 7,86} \text{ átomos/mol} = 6,03 \cdot 10^{23} \text{ átomos}$$

O método de difração de raios X fornece uma determinação muito exata do nº de Avogadro, dentro de $\pm 0,01\%$, mas como a densidade do ferro é difícil de se obter experimentalmente com a mesma exatidão, ela se constitui num fator limitante da precisão na determinação do nº de Avogadro.

Generalizando

Chamando de:

V_M = Volume ocupado por 1 mol de partículas

V_{CU} = Volume da célula unitária

n_p = número de partículas (em nosso caso, átomos) por célula unitária

n_{CU} = número de células unitárias

Temos:
$$N = \frac{V_M \cdot n_p}{V_{CU}}$$

∴

$$N = n_p \cdot n_{CU}$$

5 Duas soluções, com o mesmo solvente mas com solutos diferentes, terão o mesmo valor para a relação entre moles de soluto e moles de solvente quando elas possuírem a mesma

- porcentagem em massa de soluto e a mesma porcentagem em volume de soluto.
- normalidade de soluto e a mesma molaridade de soluto.
- fração molar de soluto e a mesma porcentagem molar de soluto.
- molaridade de soluto e a mesma porcentagem em massa de soluto.
- normalidade de soluto e a mesma porcentagem molar de soluto.

PERGUNTA 5

Por que a opção "b" está certa ou está errada?

alternativa c

$$F_1 = \frac{n_A}{n_A + n_B} \quad (\text{onde A é o soluto da 1ª solução, B é o solvente da 1ª solução e } F_1 \text{ é a fração molar do soluto nessa solução})$$

$$F_2 = \frac{n_C}{n_C + n_D} \quad (\text{onde C é o soluto da 2ª solução, D é o solvente da 2ª solução e } F_2 \text{ é a fração molar do soluto nessa solução})$$

$$F_1 = F_2$$

$$\frac{n_A}{n_A + n_B} = \frac{n_C}{n_C + n_D} \implies \cancel{n_A} \cdot n_D + n_A \cdot n_C = \cancel{n_C} \cdot n_A + n_B \cdot n_C$$

$$n_A \cdot n_D = n_B \cdot n_C$$

$$\boxed{\frac{n_A}{n_C} = \frac{n_B}{n_D}}$$

resposta da pergunta 5

Vamos mostrar que a opção b é falsa:

Basta mostrar que existem casos em que $M_1 = M_2$ e $\frac{n_A}{n_C} \neq \frac{n_B}{n_D}$

Seja $\boxed{M_1 = M_2}$

Logo: $\frac{n_A}{V_1} = \frac{n_C}{V_2}$ (V_1 e V_2 : volumes das soluções) e $\frac{n_A}{n_C} = \frac{V_1}{V_2}$

(I) Para soluções muito diluídas $\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_B}{m_D}$

(II) Para os demais casos, geralmente, $\frac{V_1}{V_2} \neq \frac{m_B}{m_D}$ e $\frac{n_A}{n_C} \neq \frac{m_B}{m_D}$

Como $\frac{m_B}{m_D} = \frac{n_B}{n_D}$ (mesmo solvente)

$$\boxed{\frac{n_A}{n_C} \neq \frac{n_B}{n_D}}$$

caso geral, quando as soluções não são muito diluídas.

6 Foram usados $25,0 \text{ cm}^3$ de solução $0,050$ molar de ácido sulfúrico para neutralizar completamente $25,0 \text{ cm}^3$ de solução de hidróxido de potássio, sem que restasse qualquer excesso de ácido.

Qual das afirmações seguintes é FALSA?

- a) a solução ácida inicial poderia ter sido obtida pela dissolução de $16,8 \text{ cm}^3$ de SO_3 gasoso (medidos nas CNTP) em $10,0 \text{ cm}^3$ de H_2SO_4 $0,050$ molar, completando o volume com água até $25,0 \text{ cm}^3$.
- b) a solução ácida continha inicialmente $4,9 \text{ g}$ de ácido sulfúrico por litro.
- c) a solução alcalina apresentava inicialmente o $\text{pH} \approx 13,0$.
- d) após a neutralização, a mistura resultante contém um total de $8,75 \cdot 10^{-3}$ moles de íons.
- e) a solução resultante deve conter $0,218 \text{ g}$ de K_2SO_4 .

PERGUNTA 6

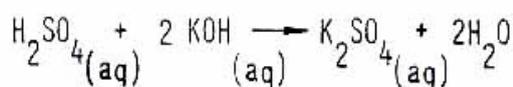
Por que a afirmação "d" está certa ou está errada?

alternativa d

resposta da pergunta 6

D é FALSA:

De acordo com a equação, temos:



1 mol : 2 mols : 1 mol

Como $\left\{ \begin{array}{l} M_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 0,050 \text{ mol/l} \\ \text{solução} = 0,025 \text{ l} \end{array} \right.$

temos que $n_{\text{H}_2\text{SO}_4} = 1,25 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$.

Como a proporção é de 1 mol de H_2SO_4 para 1 mol de K_2SO_4 , e como a dissociação do K_2SO_4 produz 3 mols de íons, isto é, 2 mols de K^+ e 1 mol de SO_4^{2-} ,

temos: $3 \cdot 1,25 \cdot 10^{-3} = 3,75 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ de íons

7 Dois frascos são ligados entre si por um tubo em U, conforme o desenho a seguir. Num dos frascos se introduz uma solução de sacarose em água e no outro uma solução de MgCl_2 em água, ambas de mesma molaridade. Em seguida, as bocas de en-

trada são hermeticamente fechadas e o conjunto é mantido completamente imerso num banho de temperatura constante. Voltando a examinar o conteúdo do sistema depois de muito tempo, quaisquer que tenham sido os volumes iniciais, verifica-se que



- a) os volumes e as concentrações das soluções permanecem inalteradas.
- b) as concentrações das soluções permanecem inalteradas.
- c) haverá transferência de solvente da solução de $MgCl_2$ para a de sacarose até que os volumes se igualem.
- d) haverá transferência de soluto da solução de $MgCl_2$ para a de sacarose.
- e) haverá transferência de solvente da solução de sacarose para a de $MgCl_2$.

PERGUNTA 7

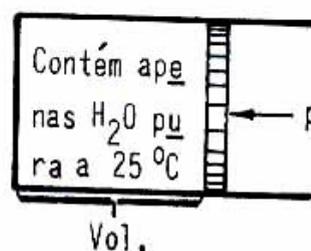
Por que a opção "e" está certa ou está errada?

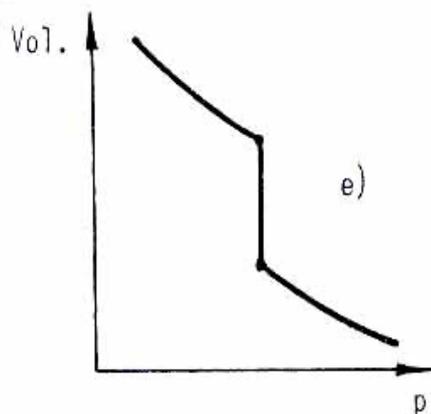
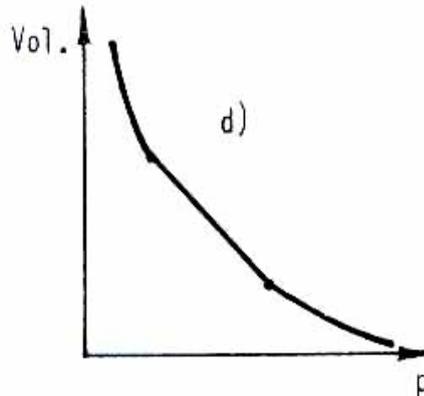
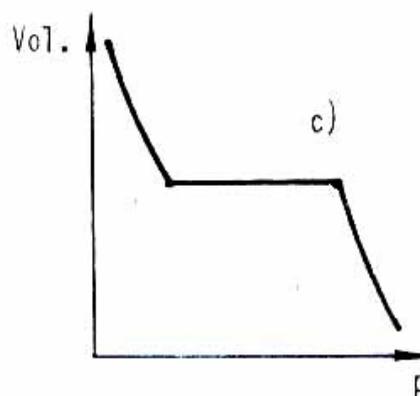
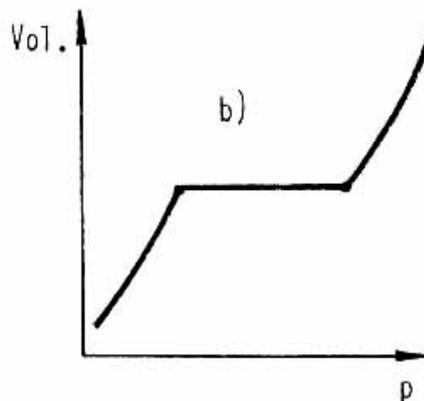
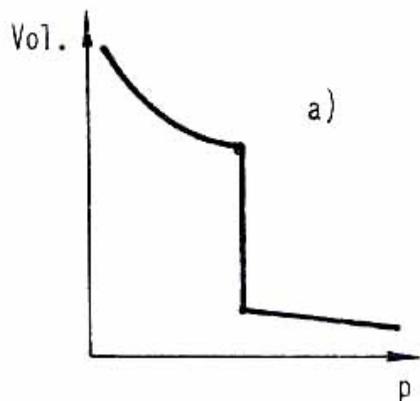
alternativa e

resposta da pergunta 7

A pressão de vapor da água na solução de $MgCl_2$ é menor que na solução de sacarose porque, apesar de as molaridades serem iguais, ocorre a dissociação do $MgCl_2 \rightarrow Mg^{2+} + 2Cl^-$, aumentando o efeito coligativo (maior queda da pressão de vapor). Haverá, então, a transferência de solvente da solução de sacarose para a de $MgCl_2$, até que as pressões de vapor se igualem através do aumento da concentração da solução de sacarose e da diluição da solução de $MgCl_2$.

8 O cilindro provido de um pistão móvel, esquematizado ao lado, contém apenas H_2O e é mantido sob temperatura constante igual a $25^\circ C$. Assinale a alternativa que melhor representa a variação do volume com a pressão aplicada, abrangendo o H_2O desde completamente vaporizado até totalmente liquefeito.





PERGUNTA 8

Exponha as razões físicas responsáveis pelas inclinações de cada um dos três trechos do gráfico correto e diga que tipo de equação descreve cada um dos três trechos, explicando se a equação é exata ou aproximada.

alternativa a

resposta da pergunta 8

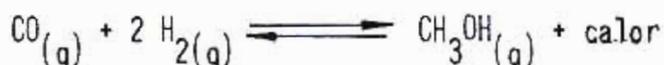
No primeiro trecho do gráfico, a água está no estado gasoso sob temperatura constante, e nessa situação o aumento da pressão reduz o volume. O primeiro trecho mostra uma curva que é um ligeiro desvio em relação às curvas hiperbólicas de um gás ideal, ou seja, a equação de Boyle-Mariotte ($pV = K$) pode ser usada com aproximação.

No segundo trecho do gráfico, que indica a liquefação da água, a pressão permanece constante e é igual à pressão de vapor do líquido na temperatura em que está sendo realizado o experimento. A equação é $p = \frac{RT}{K}$, onde K é a constante de

equilíbrio para o sistema $\text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightleftharpoons \text{H}_2\text{O}(\text{l})$.

No terceiro trecho, que indica a água já liquefeita, aumentos muito grandes da pressão provocam pequenas variações do volume porque os líquidos são praticamente incompressíveis. Um esforço de compressão nos líquidos é dado pela expressão: $\Delta p = K \Delta V$, isto é, pequenas variações de volume exigem variações de pressão elevadas, portanto K (módulo volumétrico) é grande, e sabemos que $K = \beta^{-1}$, onde β é a compressibilidade.

9 A reação de síntese do metanol a partir do gás d'água é representada por



Com base no princípio de Le Chatelier é possível prever como, partindo de uma certa quantidade de CO, pode-se aumentar a quantidade de metanol gasoso resultante do equilíbrio.

Abaixo são dadas algumas alterações que poderiam contribuir para esse aumento. Uma delas não está relacionada com o princípio de Le Chatelier; qual é?

- aumento da quantidade de hidrogênio a volume constante.
- acréscimo de catalisador para a reação.
- diminuição da temperatura do sistema.
- aumento da pressão sobre o sistema.
- condensação do metanol à medida que ele se forma.

PERGUNTA 9

Por que a opção "e" está certa ou está errada? Por que ela tem a ver ou não tem a ver com o princípio de Le Chatelier?

alternativa b

A adição do catalisador reduz a energia de ativação do sistema, fazendo que o estado de equilíbrio seja atingido mais rapidamente.

resposta da pergunta 9

A opção "e" está relacionada com o princípio de Le Chatelier porque, quando se condensa o metanol, está-se diminuindo a concentração do mesmo, e então o equilíbrio se desloca para o lado do metanol, pois a velocidade da reação reversa diminui. A condensação retira energia, então favorece a reação exotérmica, favorecendo também a reação direta.

10 Considere as substâncias seguintes:

- I. NaHCO_3 II. $\text{Ca}(\text{ClO}_4)_2$ III. NaClO IV. $\text{Ca}(\text{HCO}_3)_2$

Considere as afirmações abaixo.

- desprende um gás amarelo-esverdeado ao ser tratada com HCl diluído.
- a solução aquosa é alcalina.
- é menos solúvel em água do que o carbonato correspondente.
- é mais solúvel em água do que o carbonato correspondente.

e) pode explodir ao ser aquecido com matéria orgânica.

f) desprende um gás incolor ao ser tratada com HCl diluído.

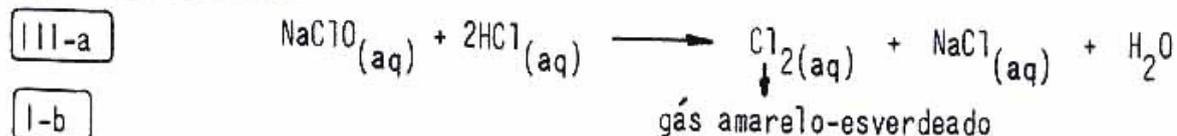
Assinale a opção em que cada uma das afirmações indicadas abaixo é aplicável à substância dada.

- | | | | | | | | |
|--------|------|-------|------|--------|------|-------|------|
| a) I-b | II-b | III-b | IV-b | | | | |
| b) I-c | II-e | III-a | IV-d | d) I-d | II-c | III-f | IV-c |
| c) I-b | II-a | III-b | IV-e | e) I-f | II-f | III-f | IV-f |

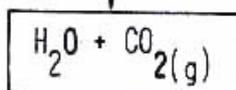
PERGUNTA 10

Como se pode obter o NaClO? Cite matérias-primas, condições de operação e equação da reação.

alternativa b



I-b



solução alcalina

I-c

Os hidrogenocarbonatos dos metais alcalinos são bem menos solúveis que os respectivos carbonatos.

IV-d

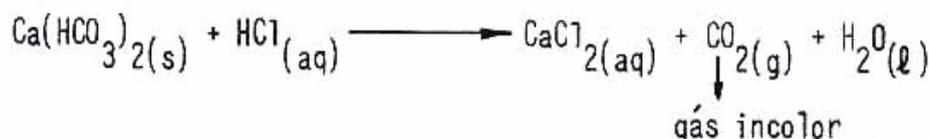
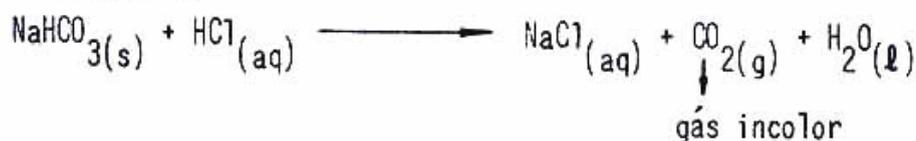
Os hidrogenocarbonatos dos metais alcalino-terrosos são bem mais solúveis que os respectivos carbonatos.

II-e



O oxigênio, no instante em que é formado, encontra-se na forma atômica (oxigênio nascente), sendo muito reativo, e na presença de matéria orgânica (combustível) reage violentamente, liberando grande quantidade de energia, sendo a reação explosiva.

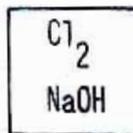
I ou IV c/f



resposta da pergunta 10

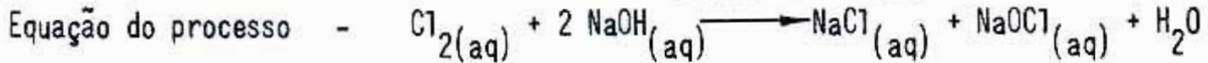
Processo (A)

Matérias-primas



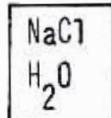
Condições de operação -

temperatura ambiente (298 K) solução de NaOH deve ser diluída
--



Processo (B) - Processo Eletrolítico (industrial)

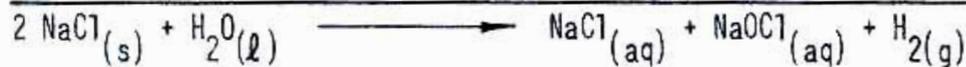
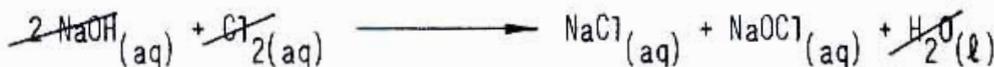
Matérias-primas



Condições de operação -

- | |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • corrente contínua • temperatura ambiente • agitação constante que permite a mistura do Cl₂ produzido no ânodo com NaOH durante a eletrólise |
|--|

Equação do processo:



11 O ferro é obtido nas usinas siderúrgicas

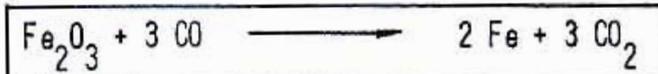
- por eletrólise da hematita fundida.
- deixando hematita fundida reagir com carbono fundido.
- por ustulação da pirita.
- aquecendo hematita numa corrente de CO₂ e O₂.
- por nenhum dos processos anteriores.

PERGUNTA 11

Descreva sucintamente o processo usual de obtenção do ferro nas usinas siderúrgicas, citando as matérias-primas, equações das reações principais e como estas reações são executadas na prática.

alternativa e

O ferro é obtido nas usinas siderúrgicas pelo processo do alto-forno, cuja equação final é:

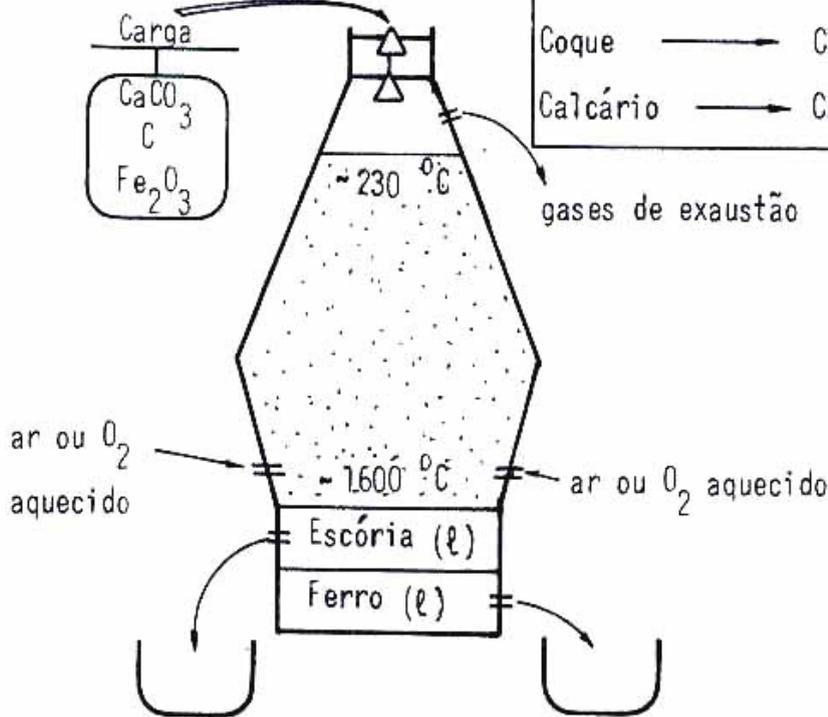


portanto a alternativa correta é a "e".

resposta da pergunta 11

O material inicial é uma mistura de:

Hematita	→	Fe ₂ O ₃ (minério)
Coque	→	C
Calcário	→	CaCO ₃



Essa mistura é carregada no forno, injetando-se oxigênio ou ar pré-aquecido pela base.

A região do forno onde ocorre a combustão, próximo à base, apresenta a temperatura mais elevada, de modo que à medida que sobem, através da "carga", os gases se resfriam gradualmente.

A variação de temperatura no forno é de 1 600°C (base) até 230°C (alto).

O ferro que chega à base do forno, devido à elevada temperatura, apresenta-se no estado líquido.

As várias reações que se processam são:

- próximo ao alto do forno (~ 200°C)



- mais abaixo (~350°C)

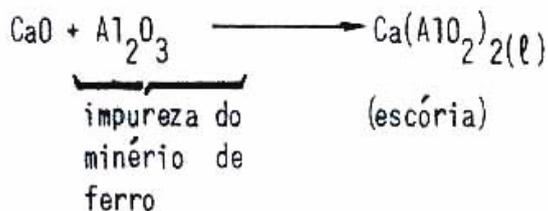
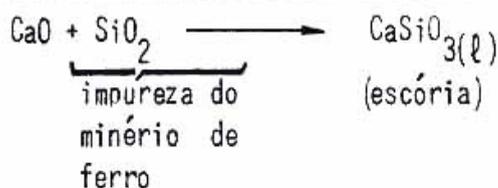


- um pouco mais abaixo (~600°C)



- mais abaixo ainda temos algumas reações paralelas que são relevantes: (~850°C)





• próximo à base do forno temos:



12 Um método de obtenção de carbono puro consiste na decomposição de certos hidratos de carbono. Quantos gramas de carbono seriam obtidos pela decomposição de um quilograma de sacarose $\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$, supondo que os únicos produtos sejam carbono e água?

a) $\frac{1000 \text{ g}}{342 \text{ g/mol}} \cdot 12,00 \text{ g/mol}$

b) $\frac{1000 \text{ g}}{342 \text{ g/mol}} \cdot 144 \text{ g/mol}$

c) $\frac{342 \text{ g}}{12,00 \text{ g/mol}} \cdot 1000 \text{ g/mol}$

d) $\frac{1000 \text{ g}}{144 \text{ g}} \cdot 342 \text{ g}$

e) $\frac{342 \text{ g/mol}}{1000 \text{ g}} \cdot 12,00 \text{ mol}$

PERGUNTA 12

Justifique sua resposta e calcule a massa de água que seria formada na reação acima.

alternativa b



$$342 \text{ g/mol} \longrightarrow 12 \cdot 12 \text{ g/mol}$$

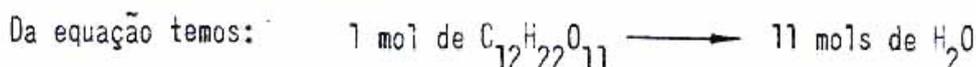
$$1000 \text{ g} \longrightarrow x$$

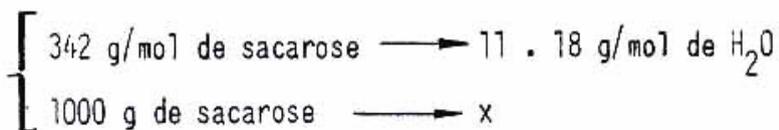
$$x = \frac{1000 \text{ g}}{342 \text{ g/mol}} \cdot 12 \cdot 12 \frac{\text{g}}{\text{mol}}$$

ou $x = \frac{1000 \text{ g}}{342 \text{ g/mol}} \cdot 144 \text{ g/mol}$

resposta da pergunta 12

Cálculo da Massa de Água Formada:

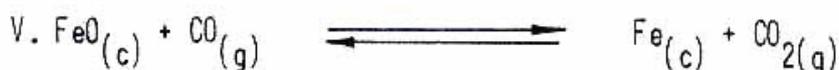
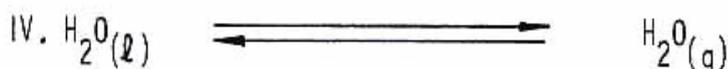
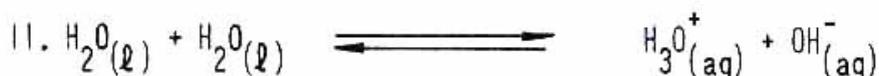




$$x = \frac{1000 \text{ g} \cdot 11 \cdot 18 \text{ g/mol}}{342 \text{ g/mol}}$$

$$\text{Massa de água obtida} = \boxed{\frac{1000 \cdot 11 \cdot 18}{342} \text{ g}}$$

13 Considere as seguintes equações:



Qual das afirmações seguintes é FALSA?

a) a equação I representa o equilíbrio que se estabelece quando o produto das concentrações dos íons $\text{Ag}^+_{(\text{aq})}$ e $\text{Cl}^-_{(\text{aq})}$, existentes numa solução, for inferior ao produto de solubilidade do $\text{AgCl}_{(\text{c})}$.

b) a equação II permite afirmar que $\text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$ tanto pode ser considerada uma base como um ácido.

c) a equação III exemplifica um tipo de reação comum aos hidrocarbonetos olefinicos.

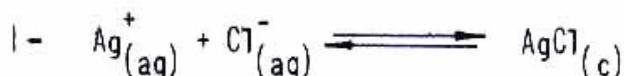
d) a equação IV também pode ser considerada uma transformação química porque, conforme o sentido, estabelecem-se ou rompem-se ligações químicas entre as moléculas.

e) a equação V representa uma reação de equilíbrio entre três fases.

PERGUNTA 13

Qual ou quais das equações dadas exemplificam reações de óxido-redução? Por quê?

alternativa a

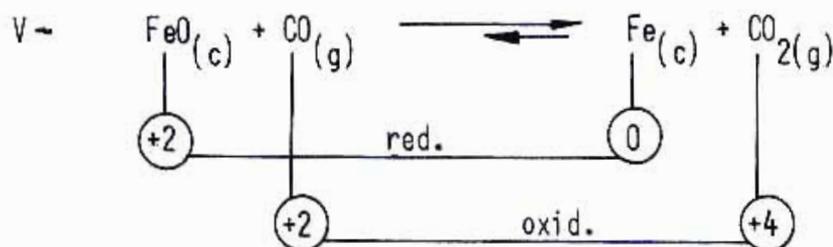
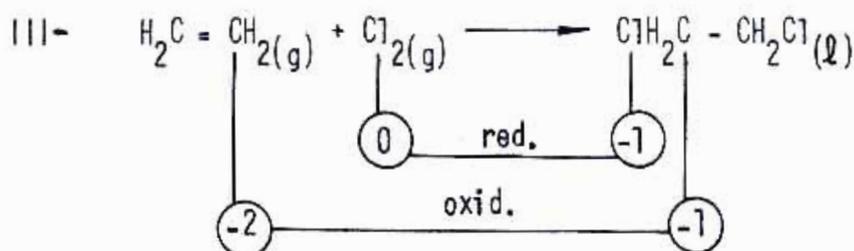


Falsa

$$\boxed{K_{\text{PS}} = [\text{Ag}^+] [\text{Cl}^-]}$$

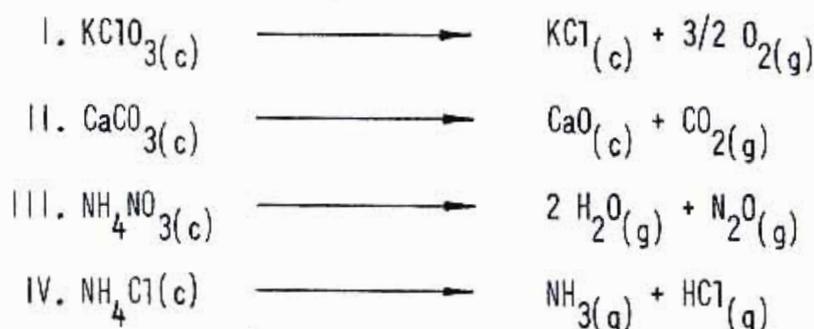
O K_{ps} deve ser igual ao produto iônico para que o sistema atinja o equilíbrio.

resposta da pergunta 13



III e IV são reações de oxidorredução por que o número de oxidação dos elementos participantes varia.

14 Considere as reações



Qual das afirmações seguintes está ERRADA?

- a) as reações II e IV podem ser facilmente invertidas.
- b) nas reações II e III formam-se óxidos cujas soluções aquosas são ácidas.
- c) é mais difícil, na prática, separar um produto de reação do outro no caso da reação IV do que no caso da reação II.
- d) as reações I e III são usadas para fins preparativos em escala de laboratório.
- e) os produtos resultantes das reações II e IV reagem, cada um, com água na temperatura ambiente.

PERGUNTA 14

O nitrato de amônio é fabricado, em etapas, a partir de nitrogênio, hidrogênio e oxigênio. Equacione as reações que levam desses elementos ao nitrato de amônio.

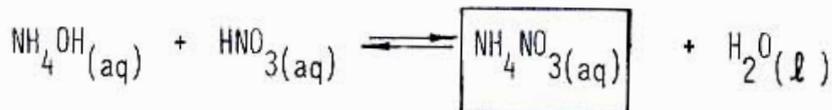
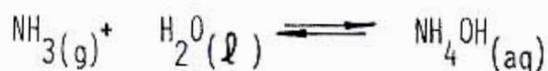
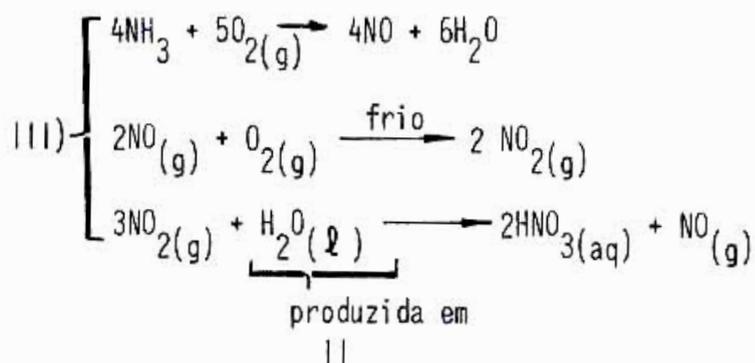
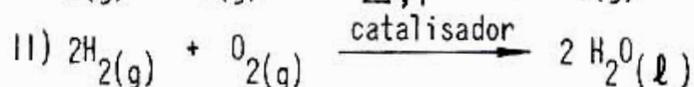
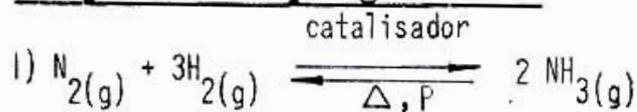
alternativa b

A afirmação errada é a correspondente à alternativa b, pois o CaO que é produzido na reação II, quando dissolvido em água, gera solução básica, como mostra a equação:

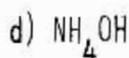
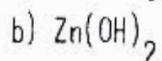
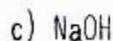
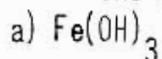


e o N_2O produzido na reação III não reage com a água e produz, portanto, uma solução neutra.

resposta da pergunta 14



15 Considere os seguintes compostos:



De um ou de vários deles, pode-se afirmar que são

I. pouco solúveis em água na temperatura ambiente.

II. coloridos.

III. facilmente decompostos pelo aquecimento ($100^\circ C$).

IV. anfóteros.

V. bases fracas.

VI. reduzidos, com reagentes apropriados, a hidróxidos onde os metais apresentam número de oxidação menor.

VII. fabricados industrialmente por processos eletrolíticos.

Escolha, na tabela abaixo, a combinação CERTA das letras representando os compostos, com os algarismos representando as propriedades.

	I	II	III	IV	V	VI	VII
a)	a, b	a	d	b	d	a	c
b)	b	b, d	c	d	a	c, d	d
c)	b, c	a	d	a, b	c	b	a, d
d)	a	c	a, c	d	d	a	c
e)	c	a, b	b	c	b, d	d	b

PERGUNTA 15

Qual dos compostos considerados contém a maior concentração final de íons OH^- na solução obtida pela mistura de um mol do composto com um litro de água? Por quê?

alternativa a

I - pouco solúveis em água na temperatura ambiente (a) $\text{Fe}(\text{OH})_3$ e (b) $\text{Zn}(\text{OH})_2$

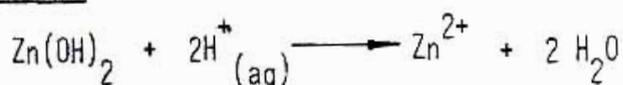
II - coloridos (a) $\text{Fe}(\text{OH})_3$ - cor de ferrugem

III - facilmente decompostos pelo aquecimento (100°C)

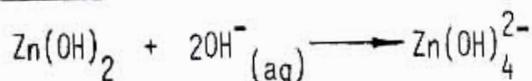


IV - anfóteros

Como base



Como ácido

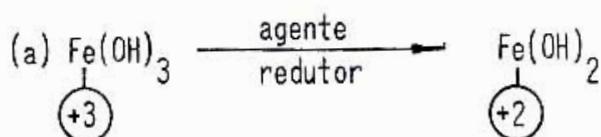


V - bases fracas (pequena constante de ionização)

(a) $\text{Fe}(\text{OH})_3$

(b) $\text{Zn}(\text{OH})_2$ (d) NH_4OH

VI - reduzidos, com reagentes apropriados, a hidróxidos onde os metais apresentam número de oxidação menor.



VII - fabricados industrialmente por processos eletrolíticos.



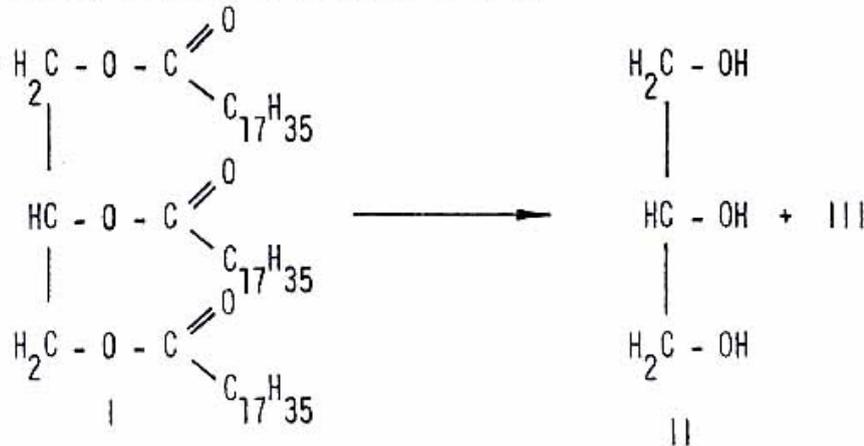
resposta da pergunta 15

A concentração de OH^- na solução de uma base pode ser dada por:

$$[\text{OH}^-] = \alpha \cdot \frac{n_{\text{base}}}{V_{\text{solução}}} \longrightarrow n^\circ \text{ de mols da base dissolvida}$$

Como o NaOH tem o maior grau de dissociação ($\alpha \approx 1$) e é o mais solúvel (n_{base} maior), a solução desta substância deve apresentar maior concentração de OH^- .

16 Aquecendo o composto I com a quantidade suficiente de hidróxido de sódio aquoso, obtêm-se os produtos II e III

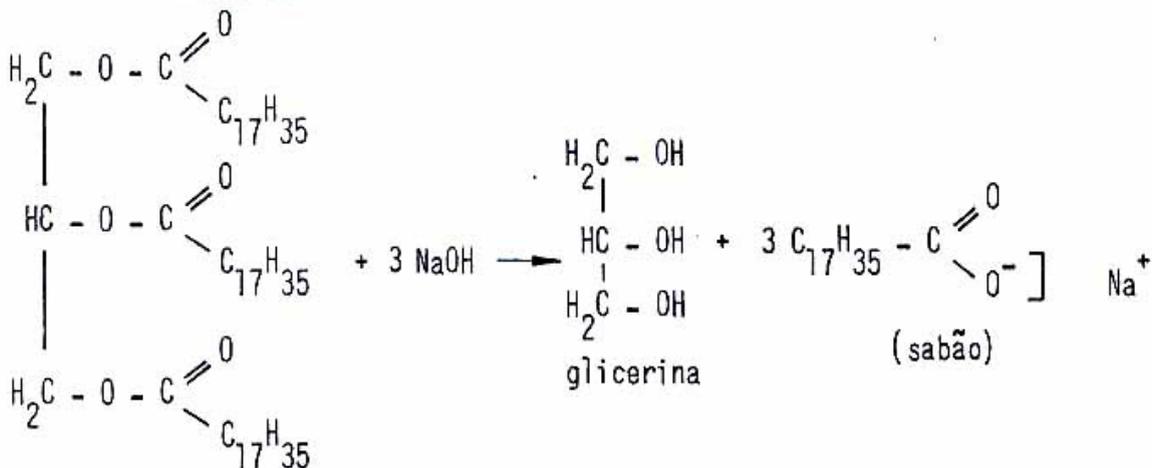


- Esta reação exemplifica a
- a) obtenção de óleos essenciais.
 - b) hidrólise de açúcares.
 - c) obtenção de sabões.
 - d) obtenção de álcoois e gás carbônico.
 - e) obtenção de ácidos graxos e hidrocarbonetos.

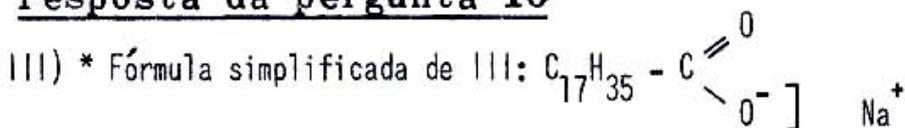
PERGUNTA 16

Represente a fórmula estrutural simplificada de III. Quantos mols de III se formam a partir de um mol de I? Qual é a principal aplicação de III?

alternativa c

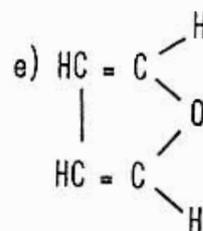
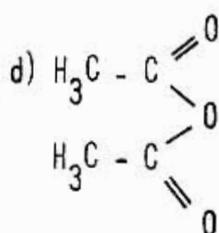
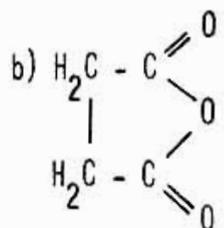
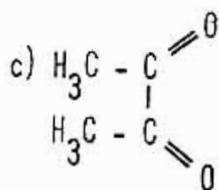
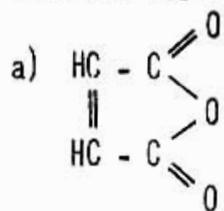


resposta da pergunta 16



- * Formam-se 3 mols de III por mol de I.
- * A principal aplicação de III é como detergente doméstico e industrial.

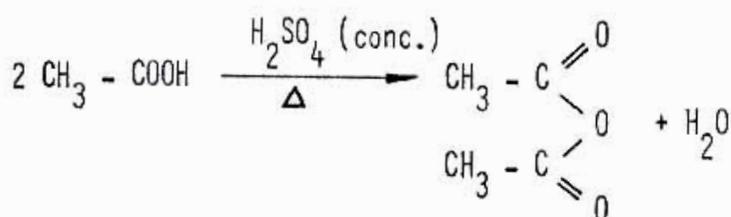
17 Na desidratação do ácido acético (etanóico) forma-se um anidrido. Qual das fórmulas seguintes representa esse anidrido?



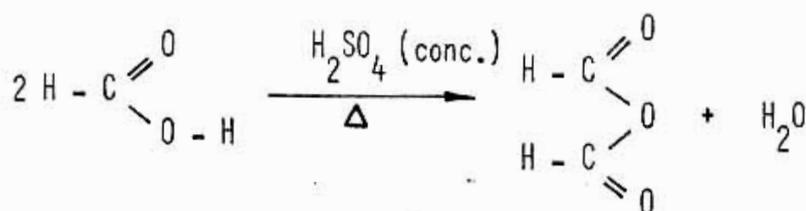
PERGUNTA 17

Dê a equação da desidratação do ácido fórmico (metanóico).

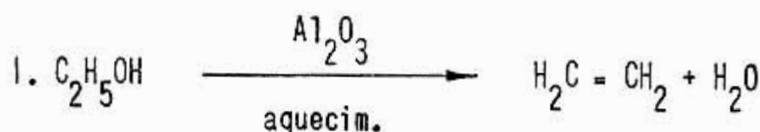
alternativa d



resposta da pergunta 17



18 Considere as seguintes equações químicas, todas envolvendo álcool etílico como reagente:



Português

PARTE I: TESTE DO TIPO MÚLTIPLA ESCOLHA

1 Dadas as afirmações

- 1) O acento grave(`), atualmente, só é usado para indicar a crase do "a". E.g.: Dei uma pulseira de ouro àquela moça.
- 2) O "u" no grupo gua, quo, qua, qu recebe trema quando for pronunciado atonalmente. E.g.: longinqudo.
- 3) O "u" no grupo que, gui, que, qui recebe trema quando for pronunciado tonicamente. E.g.: frequente.

Deduzimos que

- | | |
|--|--------------------------|
| a) Apenas a afirmação nº 1 está correta. | d) Todas estão corretas. |
| b) Apenas a afirmação nº 2 está correta. | e) n.d.a. |
| c) Apenas a afirmação nº 3 está correta. | |

alternativa a

O u recebe trema quando semivogal (átono) nos grupos que, gui, que, qui. Ex.: frequente, linguiça, aguentar, tranquilo. Quando tônico, nos mesmos grupos, recebe acento agudo. Ex.: apazigue, argui, oblique, averigue.

2 Dadas as sentenças

- 1) Quase todos os habitantes daquela região pantanosa e longe da civilização, morem de malária.
- 2) Pedra, que rola, não cria limo.
- 3) Muitas pessoas observavam com interesse, o eclipse solar.

Deduzimos que

- | | |
|---|--------------------------|
| a) Apenas a sentença nº 1 está correta. | d) Todas estão corretas. |
| b) Apenas a sentença nº 2 está correta. | e) n.d.a. |
| c) Apenas a sentença nº 3 está correta. | |

alternativa e

• Na frase 1, ocorre erro de pontuação. Duas hipóteses são possíveis:

- a) Não se emprega vírgula;
 - b) Separa-se a expressão "pantanosa e longe da civilização" com duas vírgulas.
- Na frase 2, "que rola" é oração subordinada adjetiva que, em função do contexto, se caracteriza como restritiva, não devendo, pois, estar entre vírgulas.
- A vírgula separa o verbo (observavam) do objeto direto (o eclipse solar). Seria possível isolar "com interesse" (adjunto adverbial intercalado) com duas vírgulas, como também seria possível não colocar nenhuma.

3 Dadas as sentenças

- 1) Meu irmão dedicou-se à áreas literárias.

- 2) Estamos à espera de socorro.
3) Transmite esta informação à Sua Excelência.

Deduzimos que

- a) Apenas a sentença nº 1 está correta.
b) Apenas a sentença nº 2 está correta. d) Todas estão corretas.
c) Apenas a sentença nº 3 está correta. e) n.d.a.

alternativa b

- Não há crase no a antes de palavras que estejam no plural nem diante de pronomes de tratamento, já que não admitem artigo
- "À espera de socorro" é expressão adverbial, cujo núcleo é espera, palavra feminina.

4 Dadas as sentenças

- 1) Os filhos revoltarão-se contra os pais.
2) Há muitos anos, eles proporam uma lei muito inflexível ao soberano.
3) Ele é o novo deputado por Ceará.

Deduzimos que

- a) Apenas a sentença nº 1 está correta.
b) Apenas a sentença nº 2 está correta. d) Todas estão corretas
c) Apenas a sentença nº 3 está correta. e) n.d.a.

alternativa e

- Os filhos revoltar-se-ão contra os pais.
- ... eles propuseram ...
- Segundo o Professor Celso Cunha, "não é uniforme o emprego do artigo antes dos nomes dos Estados brasileiros". Ainda segundo ele, a maioria leva artigo, como, por exemplo, "o Acre", "o Amazonas", "o Ceará".

Conclui-se então que o correto seria "Ele é o novo deputado pelo Ceará".

5 Dadas as sentenças

- 1) Geia muito nesta região.
2) Tive a subida honra de saudar a Princesa.
3) O criminoso tinha pegado vinte anos de cadeia.

Deduzimos que

- a) Apenas a sentença nº 1 está correta.
b) Apenas a sentença nº 2 está correta. d) Todas estão corretas.
c) Apenas a sentença nº 3 está correta. e) n.d.a.

alternativa d

- Os verbos terminados em ear (gear, frear) recebem i nas formas rizotônicas (freio, freias, freia).
- "Princesa" com inicial maiúscula, não obrigatória.

- Embora pegado não apareça frequentemente na linguagem moderna, a tradição gramatical abona o seu emprego.

6 Dadas as sentenças

- 1) Reparem no que o conferencista está dizendo.
- 2) Devem haver muitas pessoas revoltadas naquele país.
- 3) Depois do que você me fez, acho que estamos quite.

Deduzimos que

- | | |
|---|--------------------------|
| a) Apenas a sentença nº 1 está correta. | d) Todas estão corretas. |
| b) Apenas a sentença nº 2 está correta. | e) n.d.a. |
| c) Apenas a sentença nº 3 está correta. | |

alternativa a

- Deve haver muitas pessoas...
- ... estamos quites.

7 Dadas as sentenças

- 1) Se a Igreja tivesse intervindo no polêmico assunto, os resultados poderiam ser, hoje, assaz satisfatórios.
- 2) Ela possuía algumas jóias, ou seja, braceletes, anéis e brincos.
- 3) V.S.^a não possui bons conhecimentos de matemática, de maneiras que, infelizmente, não poderá fazer nosso curso.

Deduzimos que

- | | |
|---|--------------------------|
| a) Apenas a sentença nº 1 está correta. | d) Todas estão corretas. |
| b) Apenas a sentença nº 2 está correta. | e) n.d.a. |
| c) Apenas a sentença nº 3 está correta. | |

alternativa b

- O participio de intervir (derivado de vir) é intervindo.
- "ou seja" expressão intercalada, invariável, que fica entre vírgulas.
- ... de maneira que ..., de modo que.

8 Dadas as sentenças

- 1) Doeui-me fundo a perda do inestimável amigo.
- 2) Escolhi João para ser meu testemunha.
- 3) Se você não pode resolver o problema, tão pouco o posso eu.

Deduzimos que

- | | |
|---|--------------------------|
| a) Apenas a sentença nº 1 está correta. | d) Todas estão corretas. |
| b) Apenas a sentença nº 2 está correta. | e) n.d.a. |
| c) Apenas a sentença nº 3 está correta. | |

alternativa e

- ... a perda ...
- ... tampouco
- ... minha testemunha ...

9 De acordo com as normas estabelecidas pelo INSTITUTO NACIONAL DE PESOS E MEDIDAS

"quinze horas e trinta minutos"
se indicam graficamente

- a) 15,30m b) 15:30m c) 15:30hs d) 15H:30M e) n.d.a.

alternativa e

- Segundo o Instituto Nacional de Pesos e Medidas, a indicação gráfica é: "15h30min".

10 Dado o texto

"A lua crescia, a sombra leitosa crescia, as estrelas foram I naquela brancura que enchia a noite."

(Graciliano Ramos)

Preencher sua lacuna com a alternativa abaixo que seja gramaticalmente correta ou estilisticamente aceita.

- a) se tornando cada vez mais cintilantes
b) tornando-se cada vez mais cintilantes d) agigantando-se
c) esmorecendo e) se destacando

alternativa c

Gramaticalmente as alternativas b, c e d são corretas. Se levarmos em conta a sintaxe brasileira moderna, até as alternativas a e e são corretas, pois, à luz da sintaxe portuguesa rígida, seu único erro consiste na ausência do hífen (foram-se tornando, foram-se destacando). Pelo sentido do texto de Graciliano Ramos, sabemos que o examinador pretende a alternativa c, que completa a seqüência de modo antitético. As outras alternativas dariam um desfecho de gradação.

11 Dado o texto

"Ele caminhava calado, de cabeça baixa, com o seu vasto I venerável exposto ao sol. Vinha distraído, esquecer-se de II o chapéu; e eu não quis III o seu recolhimento, lembrando-o."

(Lima Barreto)

Preencher suas lacunas com a alternativa abaixo que seja gramaticalmente correta ou estilisticamente aceita.

- | | | | | | | | |
|----|--------|-----|-----------|----|--------|-----|-----------|
| | I | II | III | | I | II | III |
| a) | crânio | pôr | perturbar | d) | crânio | por | perturbar |
| b) | crâneo | pôr | perturbar | e) | crâneo | por | perturbar |
| c) | crânio | por | pertubar | | | | |

alternativa a

- Pôr (verbo), por (preposição)
- Não existem as grafias crâneo e pertubar

12 Dado o texto

"À esquerda, por cima de um vestígio de rio, que parecia ter sido I por aquele sol sedento, havia uma ponte de tábuas, onde três pequenos, II nus, conversavam assentados, III iluminados a prumo pelo sol do meio-dia."

(Aluísio Tancredo Gonçalves Azevedo)

Preencher suas lacunas com a alternativa abaixo que seja gramaticalmente correta ou estilisticamente aceita.

I	II	III
a) bebericado de um trago	quase	projetando sua sombra,
b) bebericado de um trago	quase	projetando suas sombras,
c) bebido de um trago	quasi	projetando as sombras,
d) bebido de um trago	quase	sem fazer sombra,
e) bebericado de um trago	quasi	sem fazer sombra,

alternativa d

- Bebericar significa "beber aos goles", portanto não cabe no texto.
- Não existe quasi.
- O contexto mostra ("iluminados a prumo pelo sol do meio-dia") que não há sombra.

13 Dadas as sentenças

- 1) As oportunidades na medicina são maiores do que a engenharia.
- 2) Quando lá cheguei, eles já haviam cegado o trigo.
- 3) A família lutulenta pede encarecidamente para que todos rezem pela alma do saudoso finado.

Deduzimos que gramatical e/ou estilisticamente é (são) aceita(s)

- a) Apenas a sentença nº 1.
- b) Apenas a sentença nº 2.
- c) Apenas a sentença nº 3.
- d) Todas as sentenças.
- e) n.d.a.

alternativa e

- ... na medicina são maiores do que na engenharia.
- ... já haviam segado o trigo (segar = cortar, ceifar)
- lutulenta = coberta de lodo, lama
lutuosa, enlutada = coberta de luto
- ... pede que todos ... (e não "pede para que todos")

14 Dadas as sentenças

- 1) A vontade de Deus é todo-poderosa.
- 2) A casa que moro fica defronte do Paço Municipal.
- 3) Amanhã farão cinco dias que cheguei.

Deduzimos que

- a) Apenas a sentença nº 1 está correta.
- b) Apenas a sentença nº 2 está correta.
- c) Apenas a sentença nº 3 está correta.
- d) Todas estão corretas.
- e) n.d.a.

alternativa a

- todo-poderoso = varia o segundo elemento
- A casa em que moro...
- Amanhã fará cinco dias ... (verbo fazer indicando tempo, impessoal)

15 Dadas as sentenças

- 1) Já são mais de meio-dia.
- 2) Ele pisou a grama propositadamente.
- 3) Esta prolixa monografia escrita data dos primórdios da República.

Deduzimos que

- a) Apenas a sentença nº 1 está correta.
- b) Apenas a sentença nº 2 está correta.
- c) Apenas a sentença nº 3 está correta.
- d) Todas estão corretas.
- e) n.d.a.

alternativa b

- Já é mais de meio-dia.
Já são mais de duas horas.
- "Monografia escrita" = pleonasma, redundância (grafia = escrita, descrição).

16 Assinalar a alternativa que corretamente preenche a lacuna da sentença
"_____ meus conselhos, ele pediu demissão."

- a) Entrementes.
- b) Máxime.
- c) Mormente.
- d) Malgrado.
- e) Destarte.

alternativa d

- Entrementes = "Neste ou naquele intervalo de tempo"
- Máxime = principalmente, mormente
- Mormente = principalmente, máxime
- Malgrado = apesar de, não obstante
- Destarte = assim sendo, deste modo

17 Dadas as sentenças

- 1) Aceitarei o encargo sobre a condição de que me proporcionem certas regalias.
- 2) Conhecemos esse caso só de ouvida.
- 3) O metiolato é usado na medicina como anti-séptico.

Deduzimos que

- a) Apenas a sentença nº 1 está correta.
- b) Apenas a sentença nº 2 está correta.
- c) Apenas a sentença nº 3 está correta.
- d) Todas estão corretas.
- e) n.d.a.

alternativa b

- Aceitarei o encargo sob a condição de que me proporcionem certas regalias.
- De ouvida = por ouvir dizer, de oitiva.
- Mertiolato é a única forma registrada em alguns dicionários, como, por exemplo:

1. Antônio S. Amora - Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa. Edição de 1958, página 520. Editora Lep S/A.
2. A. Céu Coutinho - Dicionário Enciclopédico de Medicina, 3ª Edição, página 1476. Argo Editora, Lisboa.
- Além dos dois citados, outros também registram meritolato (Melhoramentos, Mirador Internacional, etc.).

18 Dadas as sentenças

- 1) A carroçaria do caminhão ficou totalmente destruída.
- 2) A apendicite é uma doença comum.
- 3) A belonave foi torpedeada.

Deduzimos que

- | | |
|---|--------------------------|
| a) Apenas a sentença nº 1 está correta. | |
| b) Apenas a sentença nº 2 está correta. | d) Todas estão corretas. |
| c) Apenas a sentença nº 3 está correta. | e) n.d.a. |

alternativa d

- Carroçaria ou carroceria
- A apendicite (substantivo feminino)
- A belonave (substantivo feminino)

19 Dadas as sentenças

- 1) Cabe-nos à obrigação de informar-lhe que sua conta perfazerá um total de C\$ 850.000,00.
- 2) Leia e anuncie no "O Estado de São Paulo".
- 3) As mercadorias serão entregues em domicílio.

Deduzimos que

- | | |
|---|--------------------------|
| a) Apenas a sentença nº 1 está correta. | |
| b) Apenas a sentença nº 2 está correta. | d) Todas estão corretas. |
| c) Apenas a sentença nº 3 está correta. | e) n.d.a. |

alternativa c

- Cabe-nos a obrigação (o a é artigo)
- perfará (perfar é derivado de fazer)
- Ler e anunciar são verbos de regência diferente; não podem, pois, ter o mesmo complemento. O correto seria "Leia "O Estado de São Paulo" e anuncie nele".
- em domicílio ou a domicílio

20 Dadas as sentenças

- 1) Ele barganhava relógios durante o dia.
- 2) Não faça questã de meus disparates.
- 3) Os candidatos à Engenharia, após uma entrevista e de um Exame de Seleção, foram considerados aptos.

Deduzimos que

- a) Apenas a sentença nº 1 está correta.
 b) Apenas a sentença nº 2 está correta. d) Todas estão corretas.
 c) Apenas a sentença nº 3 está correta. e) n.d.a.

alternativa a

- Barganhar, ou berganhar
- questão
- Os candidatos à (ou a) Engenharia. O artigo é facultativo nesse caso
- ... após uma entrevista e um exame ...

INTELECÇÃO DE TEXTO

Ler o texto abaixo e assinalar a alternativa correta.

A LINGÜÍSTICA MODERNA: OBJETIVOS E POSIÇÕES

"A lingüística é comumente definida como ciência da linguagem. A palavra "ciência" é, no caso, fundamental e, apreciando a obra de Chomsky, muito nos preocupam as implicações desse vocábulo. De momento, podemos dizer que científica é a descrição feita sistematicamente, com apoio em observações objetivamente verificáveis e dentro da estrutura de alguma teoria geral adequada aos dados em jogo. Afirma-se, com frequência, que a lingüística propriamente dita é de origem relativamente recente e que a investigação da linguagem, tal como levada a efeito na Europa e nos Estados Unidos da América antes do século XIX, era subjetiva, especulativa e não-sistemática. Neste contexto, faz-se desnecessário indagar se é historicamente justificável essa violenta condenação da passada pesquisa lingüística. Ponto importante a assinalar é o de que a lingüística, tal como hoje a conhecemos, desenvolveu-se em consciente oposição a maneiras tradicionais de abordar o estudo da linguagem, maneiras essas características de séculos anteriores. Como teremos oportunidade de ver, esse deliberado rompimento com o passado foi mais agudo e mais definitivo nos Estados Unidos da América do que na Europa. Não houve rejeição da gramática tradicional mais veementemente expressa do que pela escola "bloomfieldiana" de lingüística, dominante nos Estados Unidos da América durante os anos que se seguiram à Segunda Guerra Mundial - escola onde Chomsky se formou e contra a qual, posteriormente, reagiu.

Não discutiremos aqui todas as características da lingüística moderna pelas quais ela se distancia da gramática tradicional; examinaremos apenas as que são de relevância para o tema deste livro. A primeira dessas características, frequentemente encarada como consequência direta do status científico atingido pela

lingüística, é sua autonomia, ou independência de outras disciplinas. A gramática tradicional, à semelhança de muitos outros legados recebidos pela cultura do Ocidente, teve origem na Grécia do século V a.C., e esteve, desde seus começos, intimamente relacionada com a filosofia e com a crítica literária. Em estágios diferentes, predominou ora a influência do filósofo, ora a influência literária, mas ambas estiveram, até certo ponto, presentes em todos os períodos e, em conjunto, deram forma às atitudes e pressupostos com que, ao longo dos tempos, os estudiosos abordaram o estudo da linguagem. Cabe, aliás, lembrar que essas atitudes e pressupostos encontram-se a tal ponto disseminados e enraizados em nossa cultura que não apenas os especialistas formados ao longo das linhas da gramática tradicional, mas também o homem comum tende a aceitá-los sem objeções. Quando a lingüística reclama "autonomia" para sua disciplina, está pedindo que lhe seja permitido tomar posição nova e objetiva frente à linguagem, sem prévio comprometimento com idéias tradicionais e sem ter de adotar necessariamente o mesmo ponto de vista de filósofos, psicólogos, críticos literários ou cultores de outras especializações. Não significa isso que inexistam ou devam inexistir elos entre a lingüística e outras disciplinas que se ocupam da linguagem. Na verdade (...), há na atualidade, notável convergência de interesses de lingüistas, psicólogos e filósofos. Contudo, a aproximação atual derivou do desenvolvimento da lingüística "autônoma"; foi a lingüística (e, mais particularmente a obra de Chomsky) que inspirou a aliança entre as três disciplinas.

.....

Os gramáticos tradicionais se preocupavam mais ou menos exclusivamente com a linguagem literária, padrão; e tendiam a desconsiderar ou a condenar como "incorreto", o emprego de formas não consagradas ou coloquiais, tanto no falar como no escrever. Com freqüência, deixavam de compreender que a linguagem-padrão é, de um ponto de vista histórico, tão-somente o dialeto regional ou social que adquiriu projeção, tornando-se o instrumento da administração, da educação e da literatura. Em razão de seu uso mais amplo, por maior número de pessoas e para mais extensa gama de atividades, a linguagem-padrão pode dispor de vocabulário mais rico do que o de qualquer dialeto "subpadrão" coexistente, mas não é intrinsecamente mais correta. A distinção entre "língua" e "dialeto" é comumente assentada em base política. Há menos diferença entre o sueco, o dinamarquês e o norueguês, por exemplo, do que entre muitos dos chamados "dialeto" do chinês. O ponto importante é o de que os dialetos regionais ou sociais de uma língua - do inglês, digamos - não são menos sistemáticos do que a língua-padrão e, relativamente a ela, não devem ser considerados como aproximações imperfeitas. Esse ponto merece ênfase, pois muitas pessoas tendem a acreditar que somente a língua-padrão, ensinada nas escolas, é suscetível de descrição sistemática. Do ângulo puramente lingüístico, todos os dialetos do inglês são dignos de igual consideração.

A gramática tradicional se desenvolveu com apoio no grego e no latim e foi, a seguir, aplicada - com alterações mínimas e, freqüentemente, sem maior exame - à descrição de numerosas outras línguas. Muitas são, porém, as línguas que, pelo menos sob certos aspectos, diferem, sensivelmente, quanto à estrutura, do grego,

do latim e das línguas mais comuns da Europa e da Ásia. Um dos principais objetivos da lingüística moderna tem sido, conseqüentemente, o de elaborar uma teoria de gramática mais ampla que a teoria tradicional - teoria que se mostre adequada à descrição de todas as línguas humanas e não revele tendenciosidade em favor de línguas que tenham estrutura gramatical semelhante à do grego e do latim."

(In LYONS, John. As idéias de Chomsky. Tradução dos Profs. Octanny Silveira da Mota e Leônidas Hegenberg do Departamento de Humanidades do ITA.)

21 Dadas as afirmações.

1. A lingüística moderna ainda pretende estudar línguas que tenham estrutura gramatical semelhante à do grego e do latim.
2. Muitas disciplinas tentaram se aproximar da lingüística tão logo ela alcançou sua autonomia.
3. O sueco é um tipo de língua-padrão não suscetível de descrição sistemática.

Deduzimos que confere(m) com o texto

- | | |
|-----------------------------|-------------------------|
| a) Apenas a afirmação nº 1. | |
| b) Apenas a afirmação nº 2. | d) Todas as afirmações. |
| c) Apenas a afirmação nº 3. | e) n.d.a. |

alternativa a

1. Verdadeiro - A lingüística moderna, além de outras línguas, pretende estudar aquelas que tenham estrutura gramatical semelhante à do grego e do latim. "Um dos principais objetivos da lingüística moderna tem sido (...) o de elaborar uma teoria de gramática mais ampla que a teoria tradicional - teoria que se mostre adequada à descrição de todas as línguas humanas."

2. Falsa - O texto não diz que muitas disciplinas tentaram se aproximar tão logo... O texto diz que a lingüística "autônoma" inspirou a aliança entre as três disciplinas: (lingüística, filosofia e psicologia).

3. Falsa - O sueco, como outras línguas e dialetos, é suscetível de descrição sistemática.

22 Dadas as afirmações

1. Para gáudio dos lingüistas, a gramática tradicional não mais exerce influência sobre os estudiosos.
2. Podemos aceitar a idéia de que em 1870, por exemplo, já havia menos especulação no estudo da linguagem.
3. A Segunda Guerra Mundial também foi a responsável pelos ataques à gramática tradicional.

Deduzimos que confere(m) com o texto

- | | |
|----------------------------|------------------------|
| a) Apenas a afirmação nº 1 | |
| b) Apenas a afirmação nº 2 | d) Todas as afirmações |
| c) Apenas a afirmação nº 3 | e) n.d.a. |

alternativa b

1. Falsa - Os pressupostos e atitudes da gramática tradicional continuam, "ao longo dos tempos", enraizados e disseminados em nossa cultura.

2. Verdadeira - Considerando que o autor não negou nem endossou a afirmativa (a qual atribuiu a terceiros):

"Afirma-se, com frequência, ...que a investigação da linguagem..., antes do século XIX, era subjetiva, especulativa e não-sistemática".

Torna-se possível aceitar a idéia de que em 1810 (século XIX) já pudesse haver menos especulação no estudo da linguagem.

3. Falsa - A referência "Segunda Guerra Mundial" é uma coordenada temporal e não uma causa da rejeição da gramática tradicional.

23 Dadas as afirmações

1) A riqueza de vocabulário pode ser considerada uma qualidade típica de um dialeto que adquiriu projeção.

2) O cunho científico atribuído à lingüística hodierna não foi, essencialmente, fruto da cultura grega.

3) Não podemos afirmar que Chomsky uniu a Lingüística à Psicologia, à Filosofia e à Crítica Literária.

Deduzimos que confere(m) com o texto

a) Apenas a afirmação nº 1.

b) Apenas a afirmação nº 2.

c) Apenas a afirmação nº 3.

d) Todas as afirmações.

e) n.d.a.

alternativa d

1) Verdadeira. Segundo o autor:

• a linguagem-padrão "é, de um ponto de vista histórico, tão-somente o dialeto regional ou social que adquiriu projeção".

• a linguagem-padrão "pode dispor de vocabulário mais rico do que o de qualquer dialeto "subpadrão" coexistente."

logo: a riqueza de vocabulário pode ser considerada uma qualidade típica de um dialeto que adquiriu projeção.

2) Verdadeira. "Ponto importante a assinalar é o de que a lingüística, tal como hoje a conhecemos, desenvolveu-se em consciente oposição a maneiras tradicionais de abordar o estudo da linguagem, maneiras essas características de séculos anteriores".

3. Verdadeira. Não há, no texto, nenhuma referência à Crítica Literária como uni da à lingüística a partir de Chomsky.

24 Dadas as afirmações

1) A gramática tradicional se baseou essencialmente na teoria literária para estabelecer suas regras.

- 2) O coloquialismo só aparece na linguagem falada.
 3) Podemos aceitar a idéia de que Aristóteles, o filósofo grego, provavelmente não contribuiu decisivamente para que a lingüística fosse, hoje, comumente definida como ciência da linguagem.

Deduzimos que confere (m) com o texto

- a) Apenas a afirmação nº 1.
 b) Apenas a afirmação nº 2.
 c) Apenas a afirmação nº 3.
 d) Todas as afirmações.
 e) n.d.a.

alternativa c

1. Falsa. "A gramática tradicional (...) esteve, desde os seus começos, intimamente relacionada com a filosofia e com a crítica literária" (não com a teoria literária).
 2. Falsa. O coloquialismo ou as "formas não consagradas" são empregadas tanto no "falar como no escrever".
 3. Verdadeira. Ver justificativa na afirmação 2 da questão 23.

25 Dadas as afirmações

- 1) Felizmente, a linguagem sempre foi estudada cientificamente.
 2) Os gramáticos tradicionais desconheciam o verdadeiro sentido do que era linguagem-padrão.
 3) Chomsky, a princípio, reagia contra os métodos científicos empregados no estudo da linguagem.

Deduzimos que confere(m) com o texto

- a) Apenas a afirmação nº 1.
 b) Apenas a afirmação nº 2.
 c) Apenas a afirmação nº 3.
 d) Todas as afirmações.
 e) n.d.a.

alternativa b ou e

1. Falsa. Pelo texto, a partir de um certo momento, o estudo da linguagem atingiu o status de ciência.
 2. O texto afirma que gramáticos tradicionais deixavam de compreender, de um ponto de vista histórico, a formação da linguagem-padrão. A afirmação 2 admite mais de uma interpretação: "verdadeiro sentido" pode ser considerado de modo a incluir o sentido histórico ou não. Assim, a afirmação irá conferir com o texto em uma interpretação, mas não na outra.
 3. Falsa. Não está no texto tal afirmação.

REDAÇÃO - TEMA: "A Natureza Esquecida"

Tema essencialmente dissertativo, possibilitando ao aluno desenvolver reflexões sobre a maneira como é relegada a natureza, principalmente quanto aos aspectos ecológicos.

Não existe um valor de a tal que $a \neq -1$ e $a = -1$, portanto não existe a função f que satisfaz as condições do enunciado.

- 2** Sabendo-se que o polinômio $P(x) = ax^3 + bx^2 + 2x - 2$ é divisível por $(x+1)$ e por $(x-2)$, podemos afirmar que
- a e b têm sinais opostos e são inteiros.
 - a e b têm o mesmo sinal e são inteiros.
 - a e b têm sinais opostos e são racionais não inteiros.
 - a e b têm o mesmo sinal e são racionais não inteiros.
 - somente a é inteiro.

alternativa c

$$x+1 \mid P \text{ e } x-2 \mid P \iff P(-1) = P(2) = 0 \iff \begin{cases} a(-1)^3 + b(-1)^2 + 2(-1) - 2 = 0 \\ a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 2 = 0 \end{cases} \iff$$

$$\iff \begin{cases} -a + b = 4 \\ 8a + 4b = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} a = -\frac{3}{2} \\ b = \frac{5}{2} \end{cases}$$

portanto a e b têm sinais opostos e são racionais não-inteiros.

- 3** Os valores de α , β e γ que tornam o polinômio

$$P(x) = 4x^5 + 2x^4 - 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma$$

divisível por $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 1$ satisfazem as desigualdades

- $\alpha > \beta > \gamma$
- $\alpha > \gamma > \beta$
- $\beta > \alpha > \gamma$
- $\beta > \gamma > \alpha$
- $\gamma > \alpha > \beta$

alternativa b

$$\begin{array}{r} \cancel{4x^5} + \cancel{2x^4} - 2x^3 + \alpha x^2 + \beta x + \gamma \\ - \cancel{4x^5} - \cancel{2x^4} + 4x^3 - 2x^2 \\ \hline 2x^3 + (\alpha - 2)x^2 + \beta x + \gamma \\ - 2x^3 - x^2 + 2x - 1 \\ \hline (\alpha - 3)x^2 + (\beta + 2)x + (\gamma - 1) \end{array} \quad \begin{array}{l} 2x^3 + x^2 - 2x + 1 \\ \hline 2x^2 + 1 \end{array}$$

Como $P(x)$ deve ser divisível por $Q(x)$, temos:

$$(\alpha - 3)x^2 + (\beta + 2)x + (\gamma - 1) = 0 \iff \begin{cases} \alpha - 3 = 0 \\ \beta + 2 = 0 \\ \gamma - 1 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = 3 \\ \beta = -2 \\ \gamma = 1 \end{cases}$$

Assim, $\alpha > \gamma > \beta$

4 Sendo A uma matriz real quadrada de ordem 3, cujo determinante é igual a 4, qual o valor de x na equação

$$\det(2AA^t) = 4x?$$

- a) 4 b) 8 c) 16 d) 32 e) 64

alternativa d

$$\det(2AA^t) = 4x \iff 2^3 \det(A) \cdot \det(A^t) = 4x$$

$$\text{Como } \det(A) = \det(A^t), \text{ temos: } 2 \det^2(A) = x \iff x = 2 \cdot 4^2 = 32.$$

5 Sejam A , B e P matrizes reais quadradas de ordem n , tais que $B = P^tAP$. Sendo P inversível, dentre as afirmações abaixo, qual é a falsa?

- a) se B é simétrica, então A é simétrica.
 b) se A é simétrica, então B é simétrica.
 c) se A é inversível, então B é inversível.
 d) se B é inversível, então A é inversível.
 e) $\det A = \det B$.

alternativa e

A , B , P matrizes quadradas de ordem n , $B = P^tAP$, P inversível.

a) e b) Verdadeiras

$$B \text{ é simétrica} \iff B = B^t \iff P^tAP = (P^tAP)^t \iff P^tAP = P^tA^tP \iff A = A^t \iff$$

$$\iff A \text{ é simétrica}$$

c) e d) Verdadeiras

$$B = P^tAP \implies |B| = |P^t||A||P| \iff |B| = |P|^2 \cdot |A| (*)$$

De (*) temos que $|A| \neq 0 \iff |B| \neq 0$, isto é, A é inversível se, e somente se, B é inversível

e) Falsa

$$B = P^tAP \implies |B| = |P|^2 \cdot |A|$$

Logo $|A| = |B|$ se, e somente se, $|P| = 1$ ou $|P| = -1$. Como $|P|$ pode ser diferente de 1 ou -1, $|A|$ pode ser diferente de $|B|$.

6 Considere a família de curvas do plano complexo, definida por $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = C$, onde z é um complexo não-nulo e C é uma constante real positiva. Para cada C temos uma

- a) circunferência com centro no eixo real e raio igual a C .
 b) circunferência com centro no eixo real e raio igual a $1/C$.
 c) circunferência tangente ao eixo real e raio igual a $1/(2C)$.
 d) circunferência tangente ao eixo imaginário e raio igual a $1/(2C)$.
 e) circunferência com centro na origem do plano complexo e raio igual a $1/C$.

alternativa d

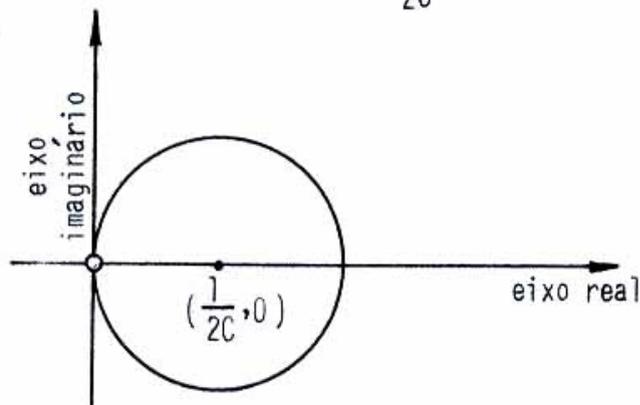
Seja $z = x + yi$ ($x^2 + y^2 \neq 0$), temos $\frac{1}{z} = \frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y}{x^2 + y^2} i$

Logo $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{z}\right) = c \iff \frac{x}{x^2 + y^2} = c \iff x^2 - \frac{x}{c} + y^2 = 0 \iff$

$\iff \left(x - \frac{1}{2c}\right)^2 + y^2 = \frac{1}{4c^2}$

que é a equação de uma circunferência de centro $\left(\frac{1}{2c}, 0\right)$ e raio $\frac{1}{2c}$, com exceção do ponto $(0, 0)$.

Graficamente, temos



7 A figura hachurada abaixo é a seção transversal de um sólido de revolução em torno do eixo x. A parte tracejada é formada por um setor circular de raio $\frac{1}{2}$ e ângulo igual a 60° . O segmento de reta AB é paralelo ao eixo x. A área da superfície total do sólido mede

- a) $(\sqrt{3} - \frac{1}{2})\pi$
- b) $(\sqrt{3} + \frac{1}{2})\pi$
- c) $(\sqrt{3} + \frac{5}{2})\pi$
- d) $(\sqrt{3} - \frac{5}{2})\pi$
- e) $\frac{5\pi}{2}$

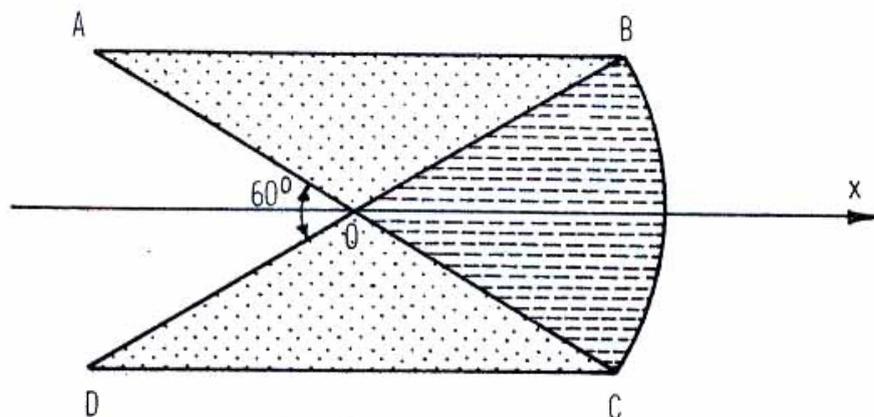
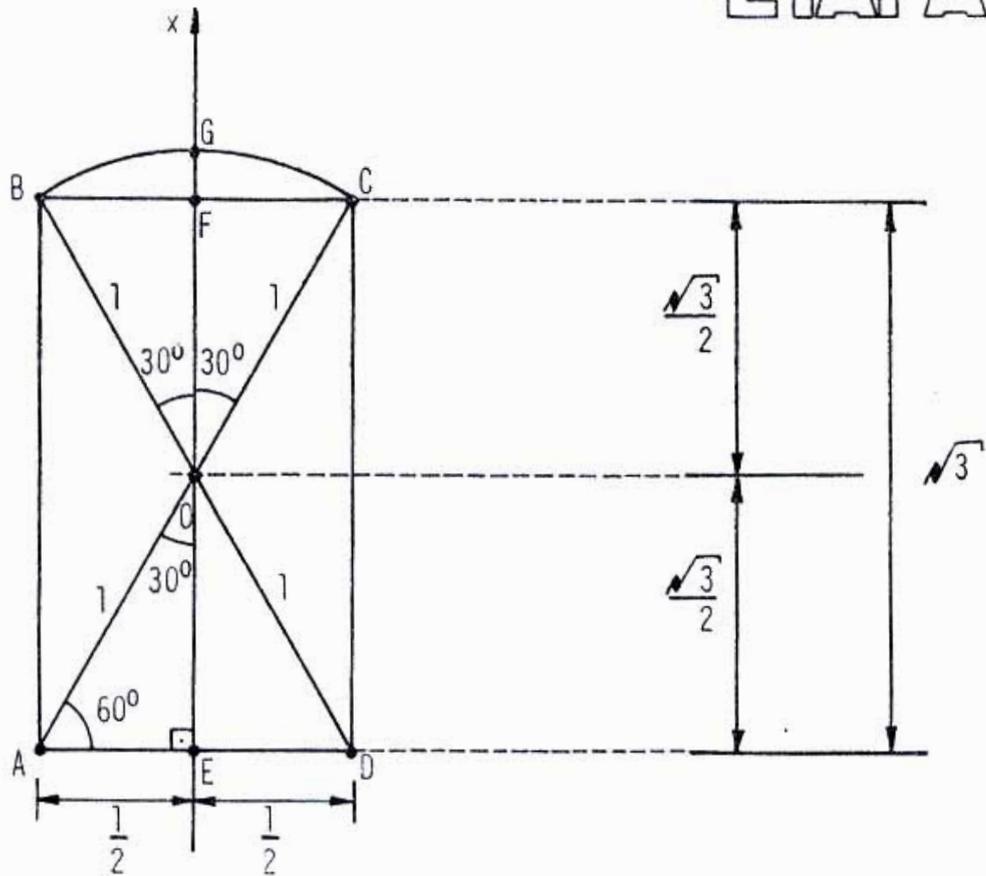


Fig. 1

alternativa e



$$OA = OB = OC = OD = OG = 1$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AE}{1} = \frac{1}{2} \iff AE = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{OE}{1} = \frac{\sqrt{3}}{2} \iff OE = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$OF = OE \iff OF = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$AB = 2 \cdot OE = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \iff AB = \sqrt{3}$$

$$GF = OG - OF \iff GF = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

i) A rotação de \widehat{AB} em torno do eixo x gera a superfície lateral de um cilindro reto cuja área é

$$2\pi \cdot AE \cdot AB = 2\pi \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3} = \pi\sqrt{3}$$

ii) A rotação de \widehat{AO} em torno do eixo x gera a superfície lateral de um cone reto cuja área é

$$\pi \cdot AE \cdot AO = \pi \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{\pi}{2}$$

iii) A rotação do arco \widehat{BG} em torno do eixo x gera uma calota esférica cuja área é

$$2\pi \cdot OB \cdot GF = 2\pi \cdot 1 \cdot \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2\pi - \pi\sqrt{3}$$

iv) A área da superfície total do sólido é, portanto,

$$\pi\sqrt{3} + \frac{\pi}{2} + 2\pi - \pi\sqrt{3} = \boxed{\frac{5\pi}{2}}$$

8 A função $f: [0, \frac{\pi}{4}] \rightarrow [0, 1]$ definida por $f(x) = (1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}) \cos x$ é uma função

- a) constante.
- b) sobrejetora e ímpar.
- c) injetora e ímpar.
- d) injetora e par.
- e) sobrejetora e par.

alternativa a

Como $\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\operatorname{sen} x}$, temos $f(x) = (1 + \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} \frac{x}{2}) \cos x \iff$

$$\iff f(x) = (1 + \frac{\operatorname{sen} x}{\cos x} \cdot \frac{1 - \cos x}{\operatorname{sen} x}) \cos x \iff$$

$$\iff f(x) = (1 + \frac{1 - \cos x}{\cos x}) \cos x \iff f(x) = \cos x + \frac{1 - \cos x}{\cos x} \cdot \cos x \iff$$

$$\iff \boxed{f(x) = 1} \quad \text{para } x \in [0, \frac{\pi}{4}]$$

9 Considere o sistema $2x - 1 = 3 \operatorname{sen} \theta$

$$x - 2 = \cos \theta$$

para x e θ reais. Se restringirmos θ ao intervalo $0, \frac{\pi}{2}$, então:

- a) o sistema não possuirá solução.
- b) o sistema possuirá apenas uma solução (x_1, θ_1) .
- c) o sistema possuirá duas soluções (x_1, θ_1) e (x_2, θ_2) , de modo que $x_1 + x_2 = \frac{40}{13}$.
- d) o sistema possuirá duas soluções (x_1, θ_1) e (x_2, θ_2) , de modo que $\operatorname{sen} \theta_1 + \operatorname{sen} \theta_2 = \frac{17}{12}$.
- e) o sistema possuirá duas soluções (x_1, θ_1) e (x_2, θ_2) , de modo que $\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 = \frac{1}{2}$.

alternativa a ou b

$$\begin{cases} 2x - 1 = 3 \operatorname{sen} \theta \\ x - 2 = \cos \theta \end{cases} \iff \begin{cases} \operatorname{sen} \theta = \frac{2x - 1}{3} \\ \cos \theta = x - 2 \end{cases} \iff \begin{cases} \operatorname{sen} \theta = \frac{2x - 1}{3} \\ \cos \theta = x - 2 \\ \operatorname{sen}^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \end{cases} \iff$$

$$\iff \begin{cases} \operatorname{sen} \theta = \frac{2x - 1}{3} \\ \cos \theta = x - 2 \end{cases} \iff \begin{cases} \operatorname{sen} \theta = \frac{2x - 1}{3} \\ \cos \theta = x - 2 \\ (\frac{2x - 1}{3})^2 + (x - 2)^2 = 1 \end{cases} \iff \begin{cases} \operatorname{sen} \theta = \frac{2x - 1}{3} \\ \cos \theta = x - 2 \\ 13x^2 - 40x + 28 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{sen } \theta = \frac{2x-1}{3} \\ \text{cos } \theta = x-2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \wedge \text{sen } \theta = 1 \wedge \text{cos } \theta = 0 \\ x = \frac{14}{13} \wedge \text{sen } \theta = \frac{5}{13} \wedge \text{cos } \theta = -\frac{12}{13} \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2 \wedge \theta = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \\ x = \frac{14}{13} \wedge \theta = \text{arc cos} \left(-\frac{12}{13} \right) + 2k\pi \end{array} \right. \quad k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Como não estão indicados os extremos do intervalo, há duas possibilidades a considerar:

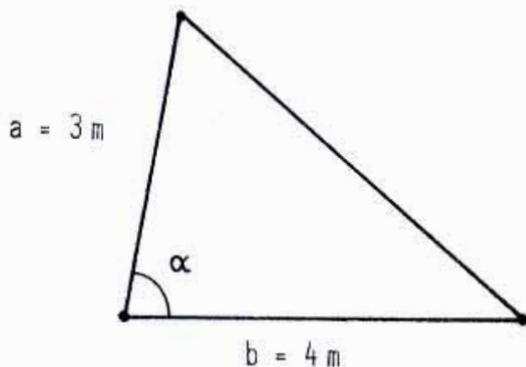
1ª) Para $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ou $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}]$, o sistema admite apenas a solução $x = 2$ e $\theta = \frac{\pi}{2}$ (pois $0 \leq \text{cos } \theta \leq 1$) - alternativa correta: b

2ª) Para $\theta \in [0, \frac{\pi}{2}[$ [ou $\theta \in]0, \frac{\pi}{2}[$, o sistema não admite solução - alternativa correta: a

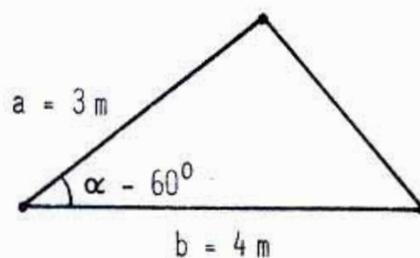
10 Num triângulo de lados $a = 3 \text{ m}$ e $b = 4 \text{ m}$, diminuindo-se de 60° o ângulo que esses lados formam, obtém-se uma diminuição de 3 m^2 em sua área. Portanto, a área do triângulo inicial é de:

- a) 4 m^2 b) 5 m^2 c) 6 m^2 d) 9 m^2 e) 12 m^2

alternativa c



triângulo inicial cuja área é A



triângulo final cuja área é $A' = A - 3$

Nestas condições, temos: $A = \frac{3 \cdot 4 \cdot \text{sen } \alpha}{2} = 6 \text{ sen } \alpha$

$A' = \frac{3 \cdot 4 \cdot \text{sen}(\alpha - 60^\circ)}{2} = 6 \text{ sen}(\alpha - 60^\circ)$

$A' = A - 3$

Assim:

$$6 \operatorname{sen} \alpha - 6 \operatorname{sen} (\alpha - 60^\circ) = 3 \iff \operatorname{sen} \alpha - \operatorname{sen} (\alpha - 60^\circ) = \frac{1}{2} \iff$$

$$\iff 2 \operatorname{sen} \left(\frac{\alpha - \alpha + 60^\circ}{2} \right) \cdot \cos \left(\frac{\alpha + \alpha - 60^\circ}{2} \right) = \frac{1}{2} \iff$$

$$\iff 2 \operatorname{sen} 30^\circ \cdot \cos (\alpha - 30^\circ) = \frac{1}{2} \iff \cos (\alpha - 30^\circ) = \cos 60^\circ \iff$$

$$\iff \begin{cases} \alpha - 30^\circ = 60^\circ + k \cdot 360^\circ \\ \alpha - 30^\circ = -60^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases} \iff \begin{cases} \alpha = 90^\circ + k \cdot 360^\circ \\ \alpha = -30^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases}$$

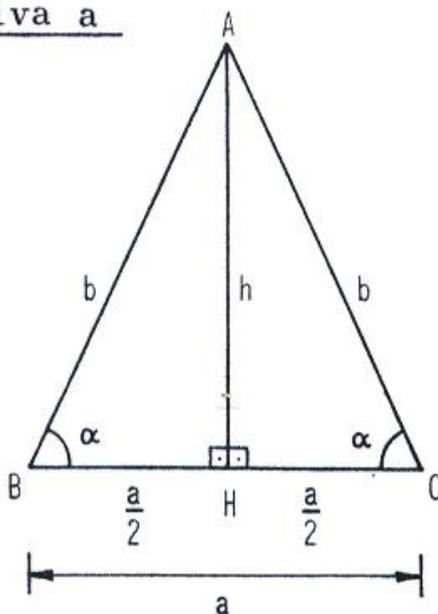
Como $k \in \mathbb{Z}$ e $60^\circ < \alpha < 180^\circ$, temos $\alpha = 90^\circ$

$$\text{Logo } A = \frac{3 \cdot 4 \cdot \operatorname{sen} 90^\circ}{2} \iff A = 6 \text{ m}^2$$

11 Num triângulo isósceles, o perímetro mede 64m e os ângulos adjacentes são iguais ao $\operatorname{arc} \cos \frac{7}{25}$. Então a área do triângulo é de:

- a) 168m^2 b) 192m^2 c) 84m^2 d) 96m^2 e) 157m^2

alternativa a



$$a + 2b = 64$$

$$\alpha = \operatorname{arc} \cos \frac{7}{25}$$

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{7}{25} \\ \cos \alpha = \frac{\frac{a}{2}}{b} = \frac{a}{2b} \end{cases} \implies \frac{a}{2b} = \frac{7}{25} \iff 25a - 14b = 0$$

$$\begin{cases} a + 2b = 64 \\ 25a - 14b = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 14 \\ b = 25 \end{cases}$$

$\triangle ABH$ é retângulo em H, logo:

$$b^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \iff 25^2 = h^2 + 7^2 \iff h = 24$$

$$A_{\triangle ABC} = \frac{a \cdot h}{2} = \frac{14 \cdot 24}{2} \iff A_{\triangle ABC} = 168 \text{ m}^2$$

12 Num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, seja "E" uma elipse de equação $5x^2 + y^2 = 5$.

Considerando r e s duas retas distintas, tangentes a "E" e com coeficiente angular comum igual a 2, podemos afirmar que:

a) As equações dessas retas são $y = 2x + p$ e $y = 2x - p$, onde p é um número irracional.

b) Os pontos de contacto dessas retas com a elipse "E" são pontos do 1º e 3º quadrantes.

c) A equação de uma das retas é $y = 2x - 3$ e a outra tangencia "E" num ponto cujas coordenadas são números racionais.

d) O coeficiente angular da reta que passa pelos pontos de contacto de r e s com a elipse "E" é $\frac{2}{5}$.

e) A reta $y = x$ corta uma das retas, r ou s, num ponto $M = (a, a)$, onde a é real e $|a| > 7$.

alternativa c

As retas r e s, do tipo $y = 2x + p$, são tangentes à elipse E: $5x^2 + y^2 = 5$, logo devemos ter:

$$\begin{cases} 5x^2 + (2x + p)^2 = 5 \\ \Delta = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} 9x^2 + 4xp + p^2 - 5 = 0 \\ \Delta = 0 \end{cases} \iff$$

$$\iff 16p^2 - 4 \cdot 9 \cdot (p^2 - 5) = 0 \iff 16p^2 - 36p^2 + 180 = 0 \iff$$

$$\iff -20p^2 = -180 \iff p^2 = 9 \iff p = \pm 3$$

Assim, r tem equação $y = 2x - 3$ e s tem equação $y = 2x + 3$.

Os pontos de intersecção de r e s com a elipse são dados pelos sistemas:

$$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 5 \\ y = 2x - 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \end{cases} \quad r \cap E = \left\{ \left(\frac{2}{3}, -\frac{5}{3} \right) \right\}$$

e

$$\begin{cases} 5x^2 + y^2 = 5 \\ y = 2x + 3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{cases} \quad s \cap E = \left\{ \left(-\frac{2}{3}, \frac{5}{3} \right) \right\}$$

Portanto, concluímos que a equação de uma das retas é $y = 2x - 3$ e a outra tangencia E num ponto cujas coordenadas são números racionais.

13 Considere o triângulo ABC do plano cartesiano, onde $A = (p, q)$, $B = (2p, 3q)$ e $C = (3p, 2q)$, sendo p e q reais.

Se M é o ponto de intersecção de suas medianas, então a reta que passa por M e é paralela à reta \overline{BC} intercepta os eixos cartesianos nos pontos:

- a) $(0, p)$ e $(4p, 0)$
- b) $(0, 4q)$ e $(4p, 0)$
- c) $(0, 4p)$ e $(4q, 0)$
- d) $(0, q)$ e $(p, 0)$
- e) $(0, 3q)$ e $(3p, 0)$

alternativa b

• M é baricentro do $\triangle ABC$, portanto

$$M = \left(\frac{p + 2p + 3p}{3}, \frac{q + 3q + 2q}{3} \right) = (2p, 2q)$$

• Notar que $p \neq 0$ e $q \neq 0$, pois caso contrário os pontos A, B e C não formariam triângulo.

• A reta \overline{BC} tem coeficiente angular $a_{\overline{BC}} = \frac{3q - 2q}{2p - 3p} = -\frac{q}{p}$

• A reta m que passa por M e é paralela a \overline{BC} tem equação

$$m : y - 2q = -\frac{q}{p}(x - 2p)$$

• Ponto onde m intercepta Oy:

$$y - 2q = -\frac{q}{p}(0 - 2p) \iff y - 2q = \frac{2pq}{p} \iff y = 4q \quad (0, 4q)$$

• Ponto onde m intercepta Ox :

$$0 - 2q = -\frac{q}{p}(x - 2p) \iff x - 2p = 2p \iff x = 4p \quad (4p, 0)$$

14 Seja a_1, a_2, \dots, a_n ; ($a_i > 0, i = 1, 2, \dots, n$) uma progressão geométrica de razão r e $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = \log(q x^p)$ onde p e q são números reais positivos.

Nestas condições, $f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_n)$ é

- a) uma progressão geométrica de razão $\log(q r^p)$
- b) uma progressão geométrica de razão $p \log r$
- c) uma progressão aritmética de razão $\log q + p \log a_1$
- d) uma progressão aritmética de razão $\log q + p \log r$
- e) uma progressão aritmética de razão $p \log r$

alternativa e

temos:

$$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$$

$$a_{n-1} = a_1 \cdot r^{n-2}$$

$$f(a_n) = f(a_1 \cdot r^{n-1}) = \log(q \cdot (a_1 \cdot r^{n-1})^p) = \log q + p \cdot \log a_1 + p \cdot (n-1) \cdot \log r$$

$$f(a_{n-1}) = f(a_1 \cdot r^{n-2}) = \log(q \cdot (a_1 \cdot r^{n-2})^p) = \log q + p \cdot \log a_1 + p \cdot (n-2) \cdot \log r$$

Assim, obtemos:

$$f(a_n) - f(a_{n-1}) = p \cdot (n-1) \cdot \log r - p \cdot (n-2) \cdot \log r \iff$$

$$\iff \boxed{f(a_n) - f(a_{n-1}) = p \cdot \log r}$$

Portanto $f(a_1), f(a_2), \dots, f(a_n)$ é uma P.A. de razão $p \cdot \log r$.

15 O conjunto verdade da desigualdade $\log_2(\log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 2x + 1)) < 0$ é

a) $(0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 2)$

b) $(-2, 0) \cup (\frac{3}{2}, 2)$

c) $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

d) $(-\infty, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, \infty)$

e) o conjunto vazio

alternativa a

$$\log_2(\log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 2x + 1)) < 0 \iff \log_2(\log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 2x + 1)) < \log_2 1 \iff$$

$$\iff 0 < \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 2x + 1) < 1 \iff \log_{\frac{1}{4}} 1 < \log_{\frac{1}{4}}(x^2 - 2x + 1) < \log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{4} \iff$$

$$\iff \frac{1}{4} < x^2 - 2x + 1 < 1 \iff \frac{1}{4} < (x-1)^2 < 1 \iff$$

$$\iff \frac{1}{2} < |x-1| < 1 \iff \begin{cases} -1 < x-1 < -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} < x-1 < 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 0 < x < \frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} < x < 2 \end{cases}$$

Assim: $V = (0, \frac{1}{2}) \cup (\frac{3}{2}, 2)$

16 As retas (a), (b) e (c) são lugares geométricos de três pontos, respectivamente, (A), (B) e (C), que pertencem a uma circunferência. Sabendo-se que nesta circunferência o arco \widehat{AB} mede 120° e o arco \widehat{BC} mede 60° , pergunta-se qual o valor de seu raio.

- a) 32 mm b) 37 mm c) 52 mm d) 47 mm e) 42 mm

(c) _____

(b) _____

(a) _____

alternativa a

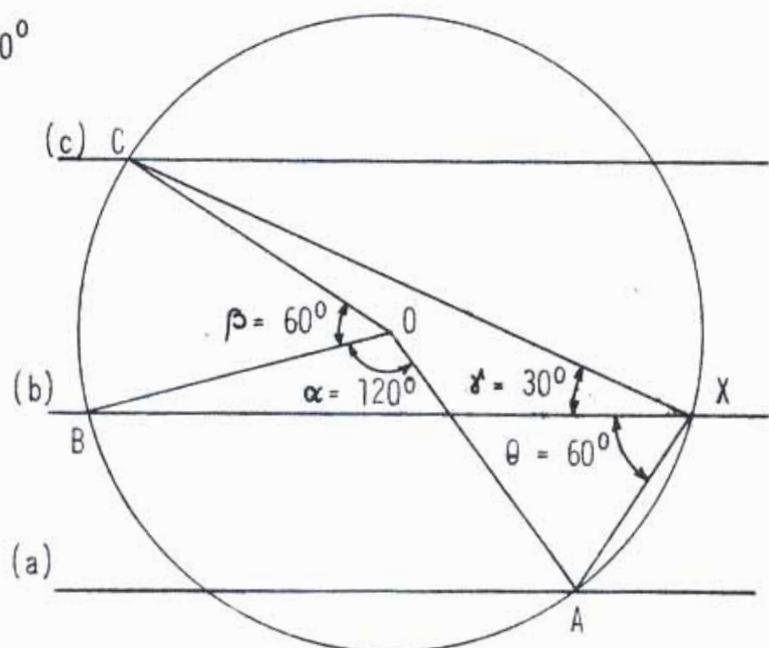
Fig. 2

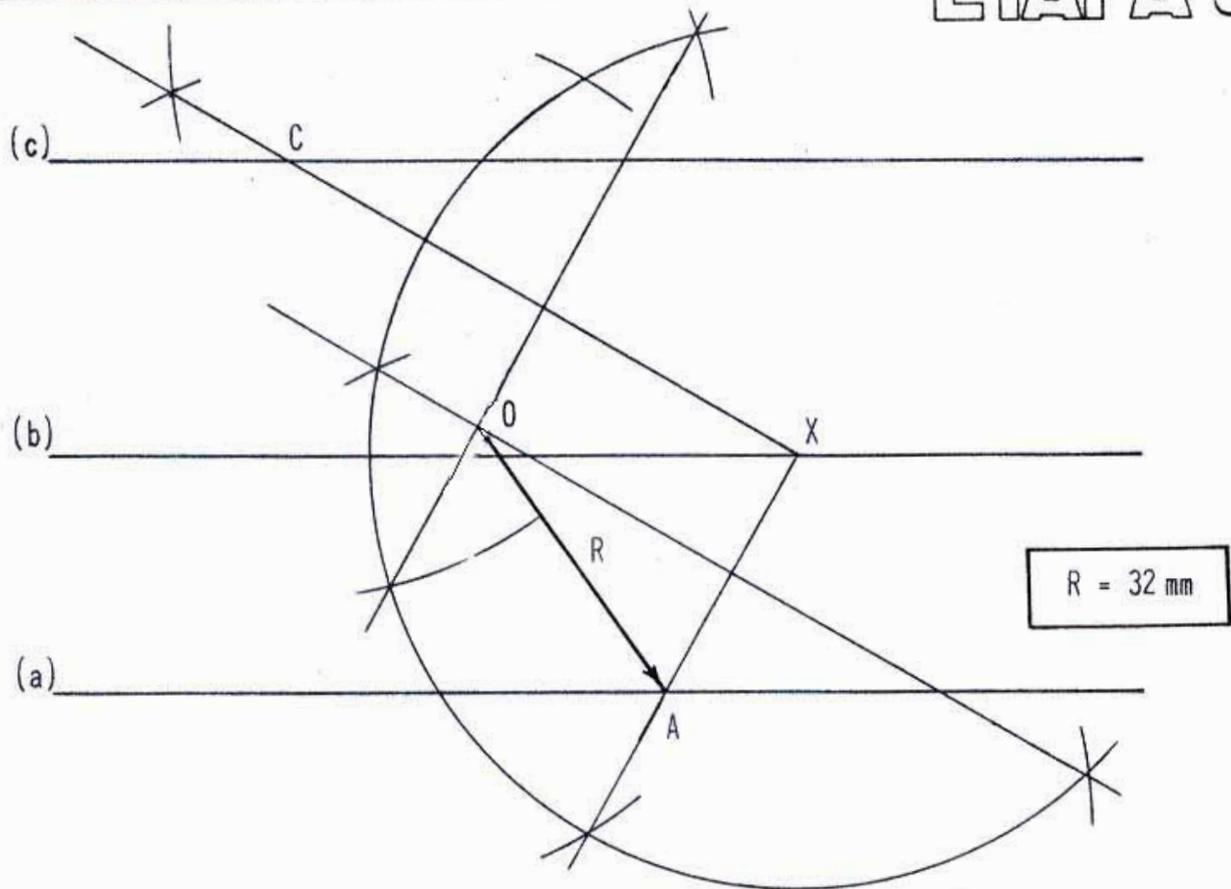
Supondo o problema resolvido, temos

1º Como o ângulo inscrito mede a metade do ângulo central que determina o mesmo arco,

$$\gamma = \frac{\beta}{2} = 30^\circ \text{ e } \theta = \frac{\alpha}{2} = 60^\circ$$

2º $O \begin{cases} \epsilon \text{ mediatriz de } \overline{AX} \\ \epsilon \text{ mediatriz de } \overline{CX} \end{cases}$





17 São dadas duas retas (r) e (t) e um ponto (P). Determinar o raio da circunferência que passa por (P), é tangente à reta (t), sendo a reta (r) o lugar geométrico do centro (O).

- a) 32 mm b) 19 mm c) 41 mm d) 25 mm e) 38 mm

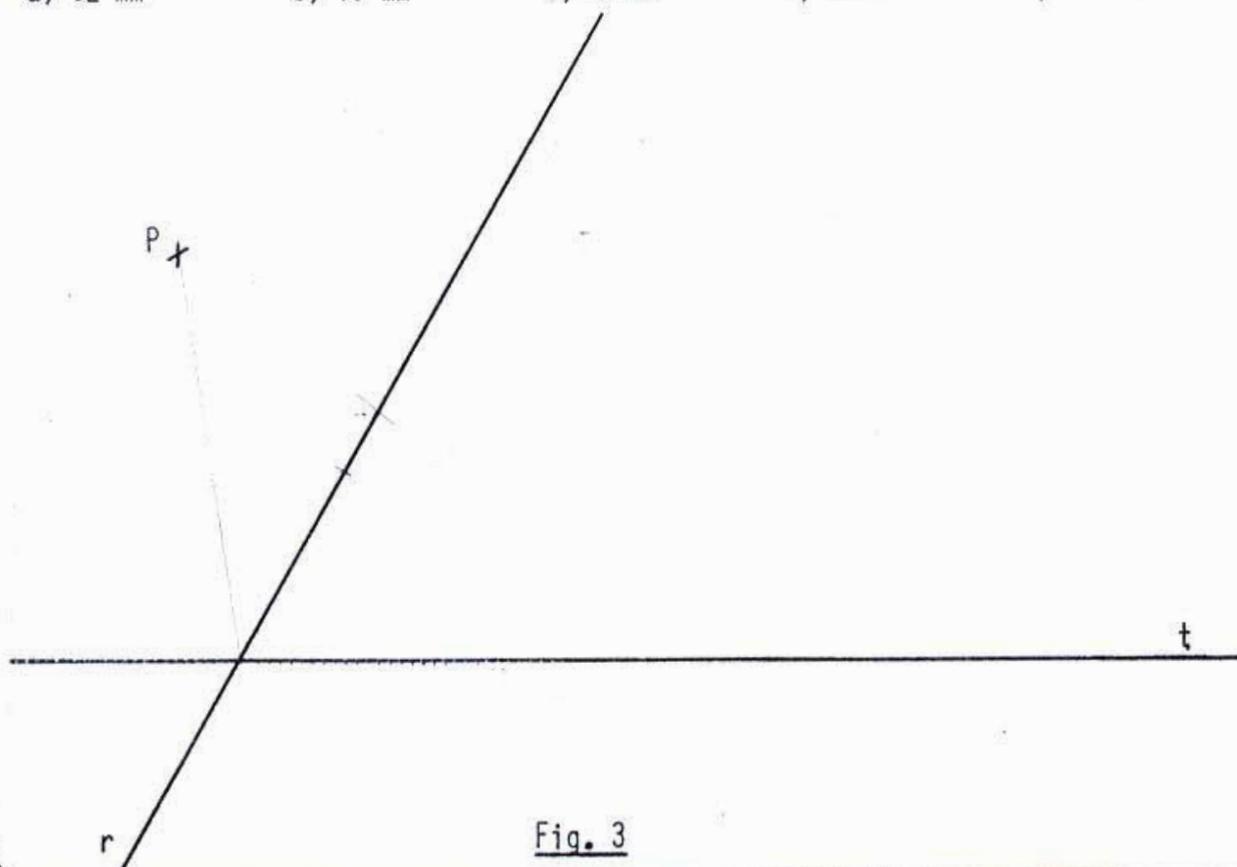


Fig. 3

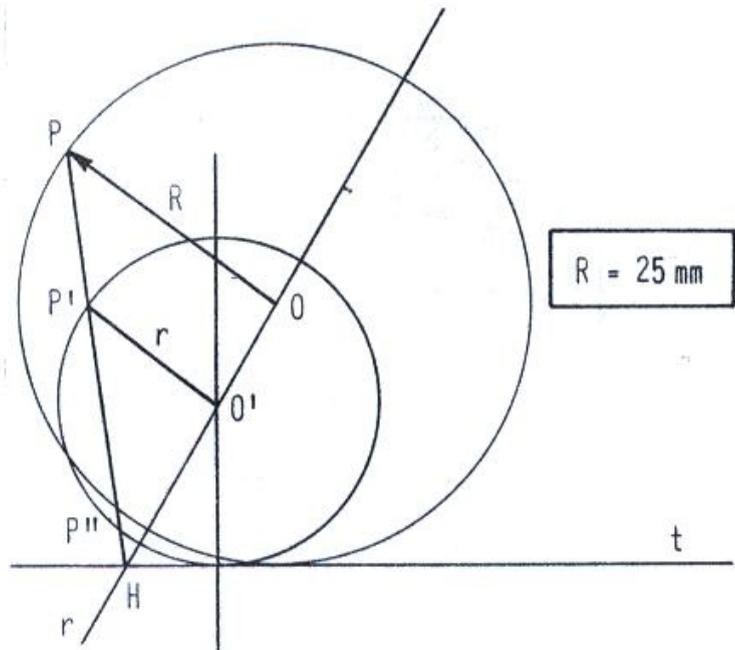
alternativa d

Resolvendo por homotetia, temos:

- 1º circunferência auxiliar de centro O' , raio r
- 2º H centro de homotetia
- 3º P e P' homotéticos, obtemos R

Observação

P e P'' homotéticos, teremos outra solução fora do papel.



18 M_b e M_c são, respectivamente, os pontos médios dos lados (b) e (c) de um triângulo ABC . Sabendo-se que o ângulo do vértice (A) é igual a 60° e que a altura conduzida deste mesmo vértice (A) mede 42 mm, pergunta-se o valor do perímetro do triângulo.

$M_b \times$

$\times M_c$

Fig. 4

a) 115 mm

b) 250 mm

c) 126 mm

d) 203 mm

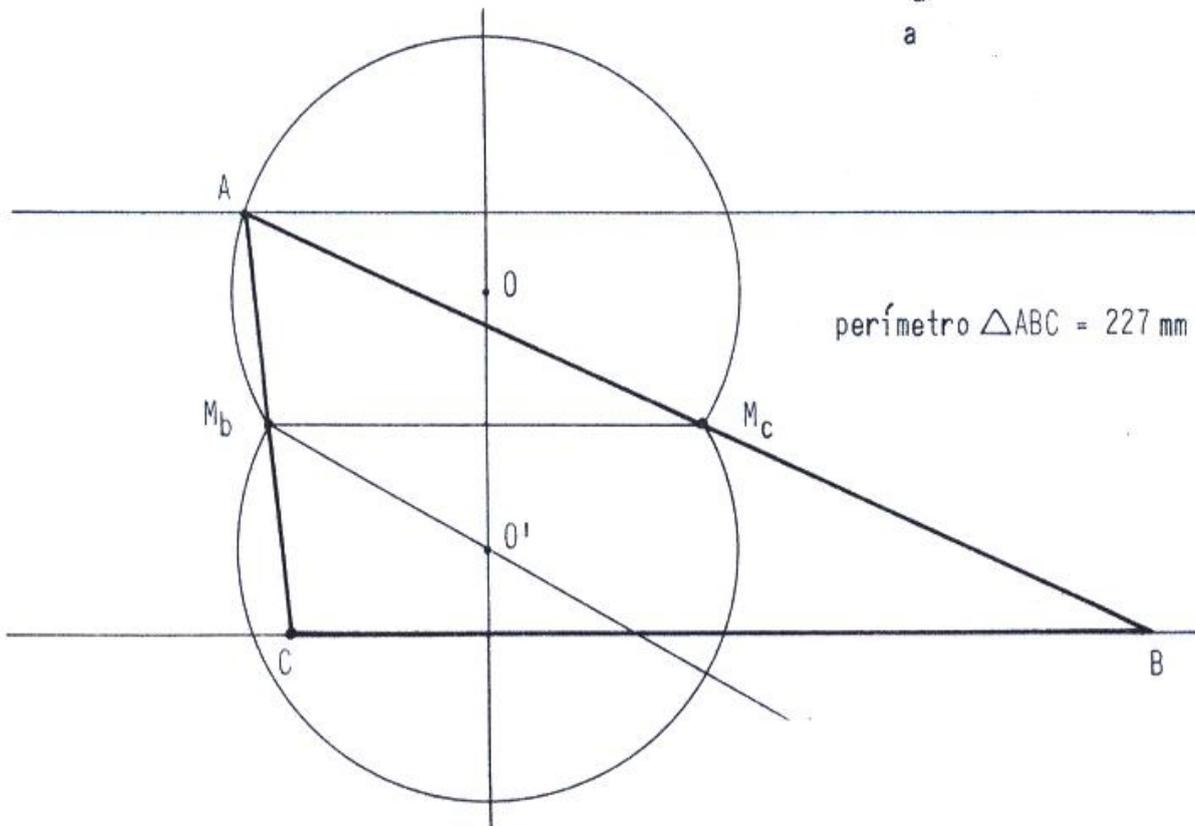
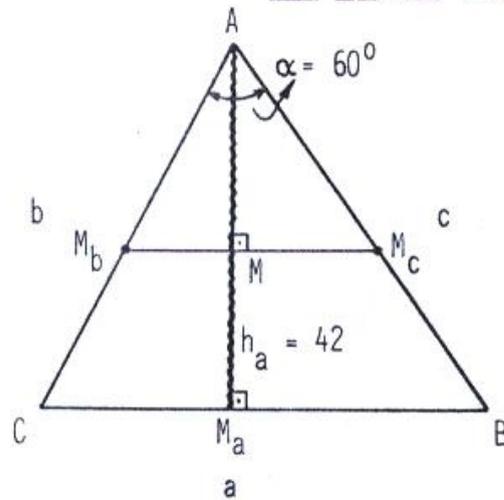
e) 227 mm

alternativa e

Supondo o problema resolvido, temos:

1º $m(\overline{AM}) = \frac{h_a}{2}$

2º A $\left\{ \begin{array}{l} \text{vê } \overline{M_b M_c} \text{ sob } 60^\circ \\ \text{dista } \frac{h_a}{2} \text{ de } \overline{M_b M_c} \end{array} \right.$



19 São dados do problema:

- a. O ponto (P') pertence a uma elipse;
 - b. O ponto (F) é, simultaneamente, foco desta elipse e de uma parábola;
 - c. A reta (s) é suporte do eixo da elipse e do eixo da parábola;
 - d. O ponto (F') é o outro foco da elipse;
 - e. O ponto (A) é o vértice da parábola.
- Pede-se o menor ângulo formado pela tangente à parábola, passando pelo ponto (P), e a tangente à elipse, passando pelo ponto (P').

- a) 50° b) 58° c) 27° d) 48° e) 13°

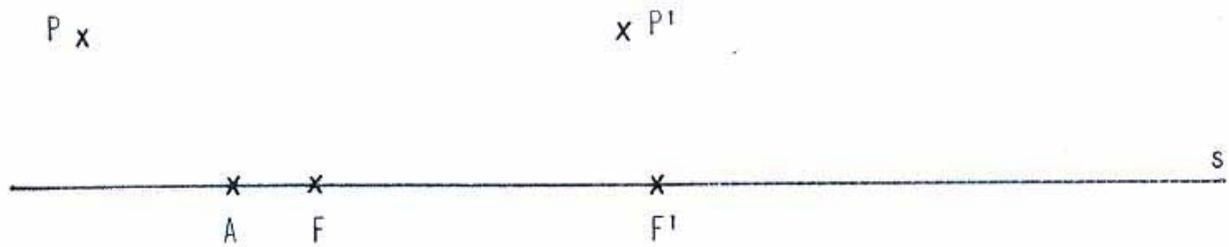
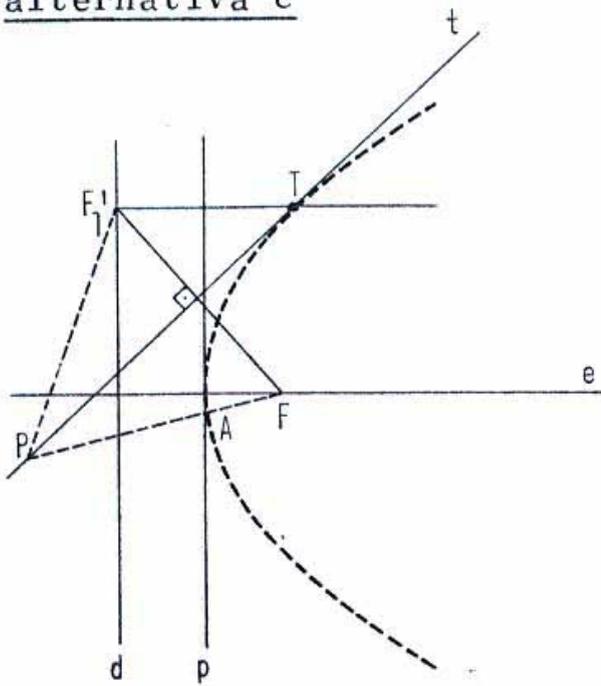


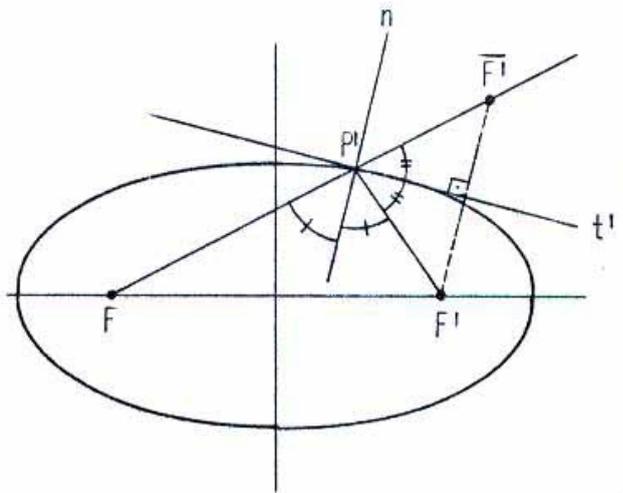
Fig. 5

alternativa c



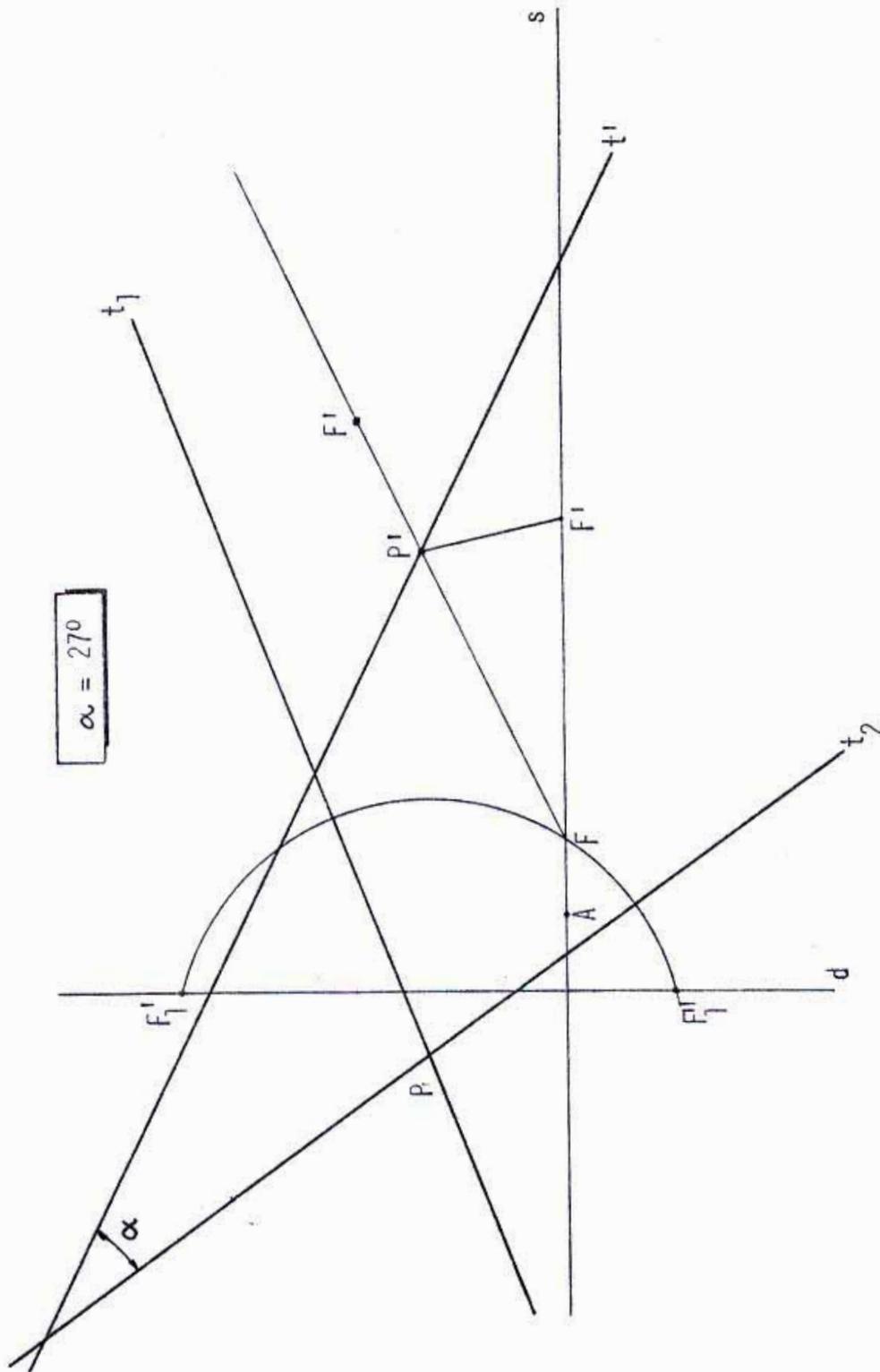
Tangentes à Parábola:

- 1º $m(\overline{PF}) = m(\overline{PF_1})$
- 2º $F_1 \in$ diretriz
- 3º t é mediatriz de $\overline{FF_1}$



Tangentes à Elipse

t' é bissetriz de $F_1 P F$



Observação: por P temos duas tangentes à parábola (t_1 e t_2)

20 A um ajustador mecânico é fornecida uma chapa de aço, retangular. Pede-se o apótema do maior pentágono que pode ser riscado nesta chapa, sabendo-se que as dimensões desta são, respectivamente, a 3ª Proporcional e a Média Proporcional dos valores 150 mm e 125 mm.

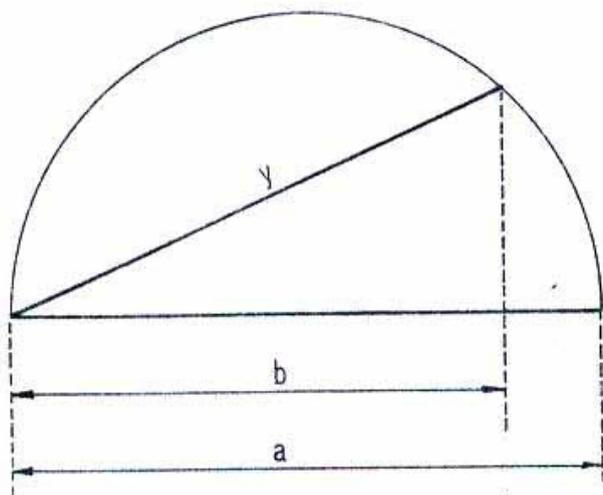
A resposta deverá ser indicada na escala de 1 : 2,5.

- a) 35 mm b) 43 mm c) 25 mm d) 17 mm e) 14 mm

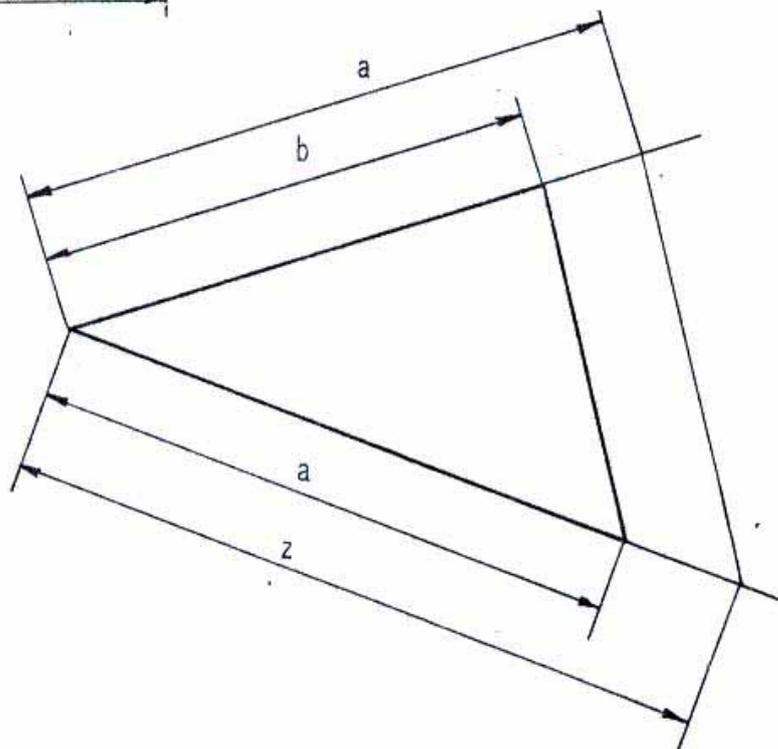
alternativa c

a - representa o segmento de 150 mm

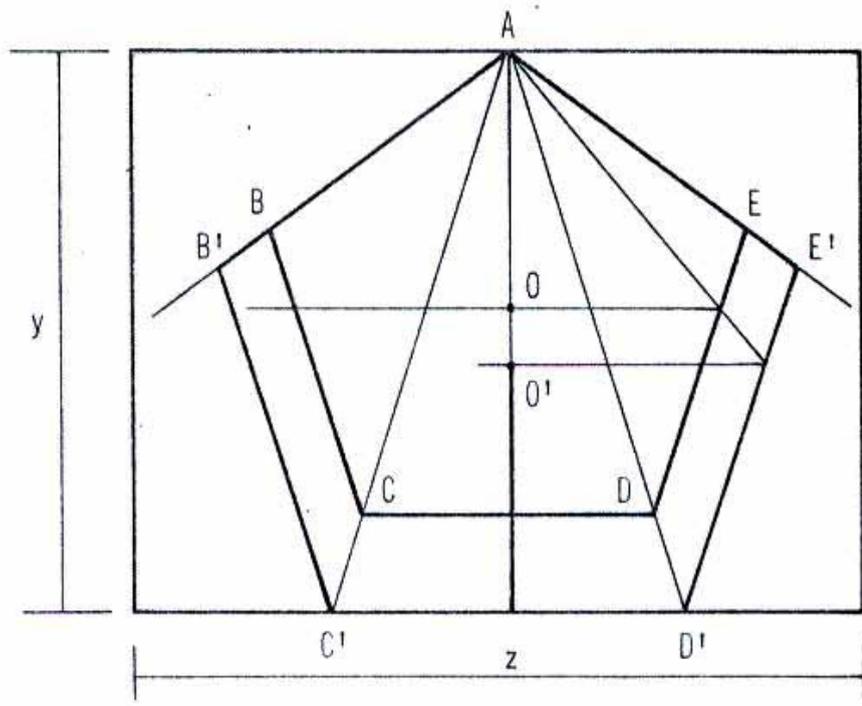
b - representa o segmento de 125 mm



y é a média proporcional entre a e b



z é a 3ª proporcional entre a e b (consideramos apenas o maior valor, conforme o enunciado).



Apótema ≈ 25 mm