

# Termologia IV

*ITA/IME 2020*

Prof. João Maldonado

*Aula 12*

## SUMÁRIO

Introdução .....	3
1. O experimento de Joule e a Primeira Lei da termodinâmica.....	4
1.1. A energia interna de um gás ideal .....	5
1.2. Trabalho e o diagrama $P - V$ para um gás .....	7
1.3. A primeira Lei da Termodinâmica.....	9
1.4. Primeira Lei Aplicada às transformações isobárica e isocórica de um gás ideal .....	11
1.5. A primeira lei aplicada à transformação isotérmica de um gás ideal .....	16
1.6. A lei de Joule dos gases perfeitos.....	19
1.7. A capacidade térmica dos gases.....	22
1.8. A primeira lei aplicada à transformação adiabática de um gás ideal .....	31
1.9. Transformação cíclica .....	37
2. Máquinas térmicas e a segunda lei da Termodinâmica.....	42
2.1. Motores .....	42
2.2. Refrigerador/Aquecedor .....	44
2.3. A equivalência entre os enunciados de Kelvin-Planck e Clausius.....	47
2.4. Reversibilidade .....	49
2.5. O ciclo de Carnot .....	52
2.6. A escala absoluta termodinâmica .....	57
2.7. Outros ciclos termodinâmicos famosos.....	58
3. Irreversibilidade, desordem e entropia.....	65
3.1. Entropia de um gás ideal .....	66
4. Questões de Vestibulares Anteriores .....	80
5. Gabarito.....	109
6. Lista de questões resolvidas e comentadas .....	111
7. Considerações Finais da Aula.....	182
8. Referências bibliográficas .....	183
9. Versão de aula .....	184



## Introdução


Nesta aula daremos continuidade em Termodinâmica e estudaremos a Segunda Lei. Além disso, estudaremos máquinas térmicas e alguns ciclos termodinâmicos famosos. Por fim, trabalharemos o conceito de irreversibilidade, desordem e entropia.

O vestibular do ITA gosta de cobrar questões teóricas, de elevado grau de dificuldade e busca do candidato o real entendimento dos conceitos termodinâmicos. Em outra abordagem, o IME também possui exercícios difíceis, mas com enfoque diferente. Ele gosta de questões mais práticas, que exigem do candidato cálculos de rendimentos, trabalhos e calores trocados no sistema termodinâmico.

Estude com calma e muita concentração. Vamos apresentar diversos conceitos que não são abordados em ensino médio. Utilizaremos noções de Cálculo Diferencial e Integral, mas não se preocupe, pois nosso foco é você saber os resultados e como aplicar a teoria na resolução da prova. As demonstrações com Cálculo servem apenas para te mostrar como chegar em certos resultados.

Caso tenha alguma dúvida entre em contato conosco através do fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



 @proftoniburgatto





## 1. O experimento de Joule e a Primeira Lei da termodinâmica

Por volta de 1840, James Prescott Joule (1818 – 1889) demonstrou através de um experimento a relação entre calor e energia mecânica.

A figura abaixo representa o aparato utilizado por Joule. Basicamente, ele determinou a quantidade de trabalho necessário para elevar a temperatura de uma libra de água em um grau Fahrenheit.

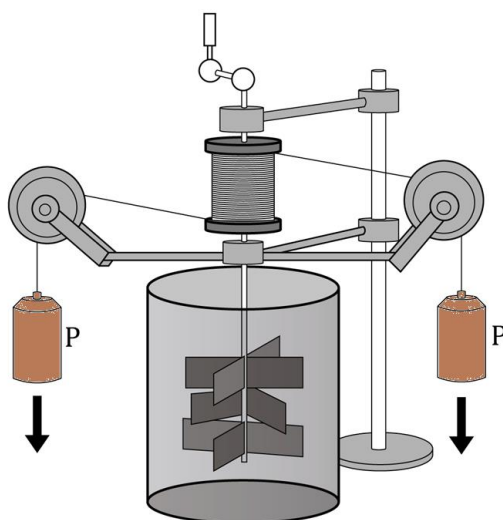


Figura 1: Desenho esquemático do experimento de Joule.

Considerando o recipiente com água ( $C$ ) um sistema termicamente isolado, o dispositivo converte a energia potencial dos pesos em trabalho realizado sobre a água pelas pás. Trazendo para as unidades modernas e utilizando valores atuais, Joule descobriu que precisa de aproximadamente  $4,18 J$  para aumentar a temperatura de 1 grama de água em  $1\text{ }^{\circ}C$ . Essa conclusão de que  $4,18 J$  de energia mecânica são equivalentes a  $1\text{ cal}$  de calor é denominada de **equivalente mecânico do calor**.

De um modo geral, a termodinâmica estuda a conversão de energia não térmica (normalmente mecânica ou elétrica) para energia térmica e vice-versa.

Neste capítulo vamos abordar conceitos que são válidos para quaisquer sistemas. Entretanto, nos vestibulares e no ensino médio o estudo dá prioridade aos sistemas gasosos ideais e alguns tipos de transformações.





## 1.1. A energia interna de um gás ideal

A energia interna de um sistema é a soma de várias energias existentes em suas partículas. Nesse cálculo, são levados em consideração as energias cinéticas de translação, potencial de agregação, de ligação, nuclear, cinética de rotação, em síntese todas as energias existentes em suas moléculas.

Note que apenas uma parte dessa energia é térmica (cinética de translação e potencial de agregação). Dessa forma, quando fornecemos ou retiramos energia térmica de um sistema, provocamos uma variação de sua energia térmica. Em termodinâmica utilizamos essa variação de energia interna.

Para um gás ideal, vimos que a energia cinética de translação  $K$  das moléculas em um gás ideal depende de sua temperatura absoluta de acordo com a equação:

$$K = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Em que  $n$  é o número de mols do gás e  $R$  é a constante universal dos gases.

Na idealidade dos gases, consideramos que as partículas são esferas de dimensões desprezíveis, não ocorrendo energia de ligação, muito menos energia de agregação. Devido ao fato de as dimensões serem desprezíveis, a energia de rotação também pode ser desprezada.

Dessa forma, a energia interna se reduz apenas a energia de cinética de translação de suas partículas. Portanto,  $E_{int} = K$  e:

$$E_{int} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

É comum utilizar a letra  $U$  para representar a energia interna de um gás ideal. Dessa forma, vemos que a energia interna dependerá apenas da temperatura do gás, e não de seu volume ou da pressão.

Caso as moléculas tiverem outros tipos de energia além da energia cinética de translação, por exemplo energia rotacional, a energia interna será maior do que  $\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$ . Entretanto, pelo teorema da equipartição da energia, a energia média associada a qualquer grau de liberdade será  $\frac{1}{2} \cdot R \cdot T$  por mol (ou  $\frac{1}{2} \cdot k \cdot T$  por molécula). Observe que novamente a energia interna dependerá apenas da temperatura e não do volume ou da pressão.

Por outro lado, podemos pensar que a energia interna de um gás real precisa incluir outros tipos de energia, que dependa da pressão e do volume. De certa forma, podemos supor que neles as moléculas vizinhas de gás exerçam forças atrativas umas sobre as outras.

Portanto, é necessário um trabalho para aumentar a separação entre as moléculas. Dessa forma, caso a distância média entre as moléculas aumentar, a energia potencial associada à



atração molecular também irá aumentar. Portanto, a energia interna do gás dependerá do volume, além de sua temperatura.

Para resolver esse impasse sobre a energia interna do gás depender ou não do volume, Joule realizou um experimento simples, mas interessante, utilizando um dispositivo semelhante ao da figura abaixo:

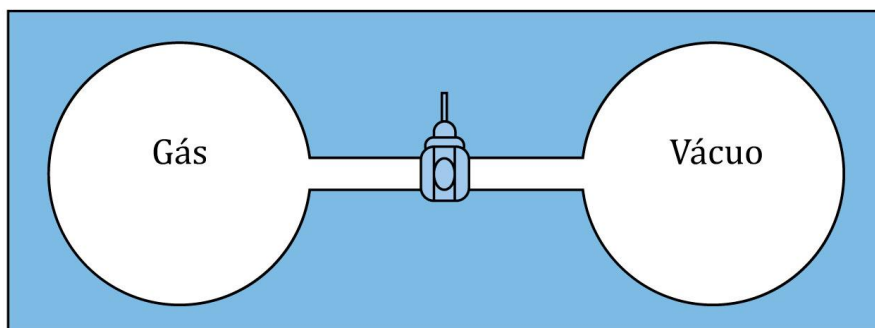


Figura 2: Expansão livre de um gás. Ao abrir a válvula, o gás se expande rapidamente para dentro da câmara de vácuo. Nesse experimento, nenhum trabalho é realizado sobre o gás e o sistema está todo termicamente isolado. Assim, as energias internas inicial e final do gás são iguais.

Inicialmente, o compartimento a esquerda contém um gás e o da direita está evacuado. A válvula na conexão está fechada. Todo o sistema está termicamente isolado da vizinha por paredes rígidas, portanto, nenhuma energia pode ser transferida para fora ou entrar no sistema e nenhuma energia pode ser transferida por trabalho realizado sobre o gás ou por ele.

Ao abrir a válvula, o gás rapidamente entra na câmara evacuada. Chamamos esse processo de **expansão livre de Joule**. O gás atinge o equilíbrio térmico com ele mesmo. Como nenhum trabalho foi realizado sobre o gás e nenhum calor foi transferido para ele, a energia interna do gás deve ser igual à energia interna inicial.

Se considerarmos que as moléculas do gás exercem forças atrativas umas sobre as outras, então a energia potencial associada a estas forças aumentará quando o volume crescer.

Pelo fato da energia se conservar, então a energia cinética de translação diminuirá, resultando em uma diminuição na temperatura do gás.

Contudo, quando Joule fez essa experiência, ele obteve que a temperatura final era igual à temperatura inicial. Posteriormente, experimentos confirmaram estes resultados para gases com massa específica pequena.

Com esse resultado, vemos que para um gás com massa específica pequena (próximo da idealidade de um gás) a temperatura depende apenas da energia interna, ou, como é comum, a energia interna depende apenas da temperatura.

Contudo, caso experimento seja realizado com uma grande quantidade de gás com uma massa específica alta, a temperatura após a expansão é levemente mais baixa do que a temperatura antes da expansão (antes de abrir a válvula). Assim, vemos que existe uma pequena atração entre as moléculas do gás real.



## 1.2. Trabalho e o diagrama $P - V$ para um gás

Na prática, em muitos motores o gás realiza trabalho expandindo-se contra um pistão móvel. Por exemplo, no motor a gasolina de um automóvel, uma mistura de vapor de gasolina e ar sofre ignição e entra em combustão.

Considere um gás ideal dentro de um cilindro com um pistão bem ajustado, suposto não haver atrito, como na figura abaixo:

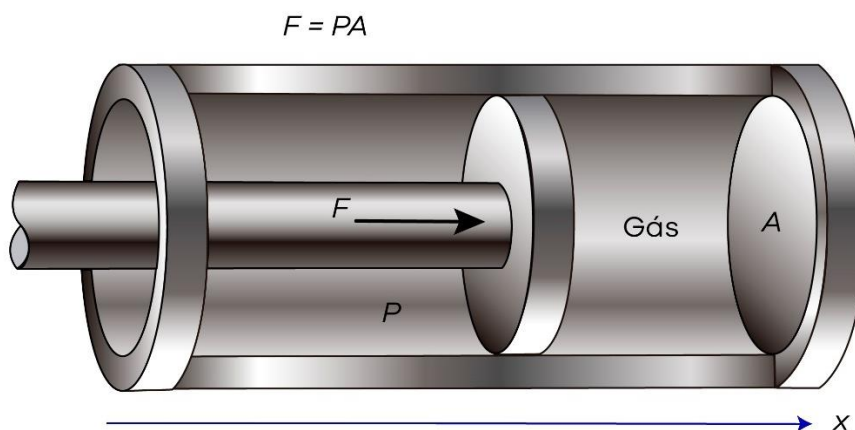


Figura 3: Pistão móvel termicamente isolado com gás confinado. Quando o gás se move uma distância  $dx$ , o volume do gás varia de  $dV = A \cdot dx$ . Dessa forma, o trabalho realizado pelo gás é de  $P \cdot A \cdot dx = P \cdot dV$ , em que  $P$  é a pressão externa.

Quando o pistão se move, o volume do gás varia. A temperatura ou a pressão, ou ambos, podem variar também, já que as três variáveis de estados estão relacionadas pela equação de estado  $P \cdot V = n \cdot R \cdot T$ .

Ao mover repentinamente o pistão para comprimir o gás, inicialmente a pressão será maior nas proximidades do pistão do que longe dele. Com isso, após certo tempo, o gás irá atingir novos valores de temperatura e pressão quando atingir o equilíbrio.

Antes que o equilíbrio seja restabelecido no gás, não se pode determinar as variáveis macroscópicas ( $T$ ,  $P$  ou  $E_{int}$ ).

Contudo, quando movemos o pistão bem lentamente, em pequenas etapas, de tal forma que permitimos o restabelecimento do equilíbrio a cada etapa, podemos comprimir ou expandir um gás sem que ele esteja distante de um estado de equilíbrio. Chamamos esse tipo de mecanismo de **processo quase-estático**, pois nele o gás passa por uma série de estados de equilíbrio.

Atenção!

Nesse tipo de processo a pressão do gás é praticamente a pressão externa, a diferença é apenas de um infinitesimal de pressão ( $dP$ ). Por isso, podemos considerar que em um processo quase-estático a pressão do gás é igual a pressão externa.

Dessa forma, considere que um gás se expande quase-estaticamente. A intensidade da força  $F$  exercida pelo gás sobre o pistão é  $F = P \cdot A$ , em que  $P$  é a pressão do gás e  $A$  é a área do pistão.

Assim, se o pistão deslocar uma pequena distância  $dx$ , o trabalho realizado pelo gás sobre o pistão é:

$\tau$

$$d\tau_{\text{pelo gás}} = F_x \cdot dx = P \cdot A \cdot dx$$
$$\therefore d\tau_{\text{pelo gás}} = P \cdot dV$$

Onde  $dV = A \cdot dx$  é o aumento do volume do gás.

Observe que no sentido oposto, o pistão exerce uma força de magnitude  $P \cdot A$  sobre o gás, durante a expansão. Sendo assim, podemos escrever que o trabalho realizado pelo pistão sobre o gás é exatamente o oposto do trabalho realizado pelo gás:

$$d\tau_{\text{sobre o gás}} = -d\tau_{\text{pelo gás}} = -P \cdot dV$$

Note que:

- Em uma expansão:  $dV > 0 \Rightarrow d\tau_{\text{sobre o gás}} < 0$ , isto é, o gás realiza trabalho sobre o pistão.
- Em uma compressão:  $dV < 0 \Rightarrow d\tau_{\text{sobre o gás}} > 0$ , isto é, o trabalho é realizado sobre o gás.

Se um gás sofre uma compressão ou uma expansão durante um processo, do volume  $V_i$  para o volume  $V_f$ , então o trabalho realizado sobre o gás é:

$$\tau_{\text{sobre o gás}} = - \int_{V_i}^{V_f} P dV$$

Dessa forma, para conhecer o trabalho em processo é necessário conhecer como varia a pressão durante a expansão ou compressão. Para isso, é muito utilizado um diagrama de pressão versus volume, especificando em cada ponto do diagrama o estado do gás. Com isso, em um gráfico  $P \times V$ , a área representa numericamente o módulo do trabalho:

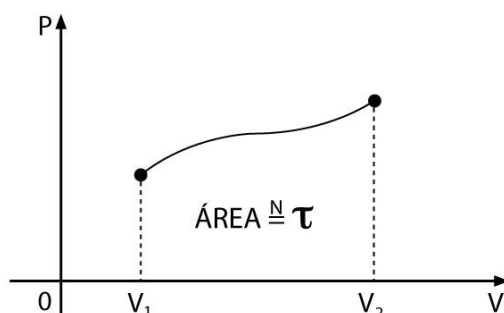


Figura 4: Gráfico da pressão pelo volume, em que a área sob a curva é numericamente igual ao trabalho do gás.

Após calcular a área do gráfico, devemos observar se o processo é uma expansão ou uma compressão e colocar o sinal do trabalho de acordo com nossa convenção.



Observação: quando o processo não é quase-estático, dizemos que ele é um **processo espontâneo** e, nesse caso, o trabalho sobre o gás é calculado utilizando a pressão externa:

$$W_{sobre} = - \int_{V_i}^{V_f} P_{ext} dV$$



### 1.3. A primeira Lei da Termodinâmica

Vamos voltar ao experimento de Joule e considerar que as paredes do recipiente são feitas de paredes condutoras. Com isso, o trabalho necessário para variar a temperatura do sistema depende de quanto calor é absorvido ou liberado pelo sistema por condução através das paredes.

Contudo, ao somar o trabalho realizado sobre o sistema com o calor efetivo absorvido pelo sistema, sempre teremos o mesmo resultado, para uma dada variação de temperatura. Ou seja, a soma da transferência de calor para o sistema com o trabalho realizado sobre o sistema é igual à variação da energia interna do sistema.

Esse resultado é proveniente da conservação da energia e é chamado de Primeira Lei da Termodinâmica.

Considere  $\tau_{sobre}$  o trabalho realizado pela vizinhança sobre o sistema. Se o pistão comprime o gás, então a vizinhança realiza trabalho sobre o gás e  $\tau_{sobre} > 0$ . Além disso, seja  $Q_{entra}$  a transferência de calor para o sistema. Caso o calor seja transferido para o sistema, então  $Q_{entra} > 0$ ; se o calor é retirado do sistema, então  $Q_{entra} < 0$ .

Utilizando essas convenções e representando a energia interna por  $E_{int}$  ou  $U$ , a primeira lei da termodinâmica é escrita como:

$$\Delta E_{int} = Q_{entra} + \tau_{sobre}$$

Em outras palavras, dizemos que:

A variação da energia interna de um sistema ( $\Delta E_{int}$  ou  $\Delta U$ ) é igual ao calor transferido para o sistema ( $Q_{entra}$ ) mais o trabalho realizado sobre o sistema ( $\tau_{sobre}$ ).

A primeira lei é um princípio de conservação de energia, uma contabilização energética de ganhos e perdas de um sistema.



ATENÇÃO  
DECORE!



1)

Em um processo termodinâmico, um gás perfeito se expande realizando um trabalho de  $50 J$ , quando recebe  $200 J$  de uma fonte de calor. Calcule a variação de energia interna sofrida pelo gás.

**Comentários:**

O calor é transferido para o sistema, portanto ele será positivo e o trabalho mencionado pelo enunciado é o trabalho realizado pelo gás, então, o trabalho sobre o gás é de  $-50 J$ . Pela primeira lei temos:

$$\Delta U = Q_{entra} + \tau_{sobre}$$

$$\Delta U = 200 + (-50)$$

$$\boxed{\Delta U = 150 J}$$

2)

Em uma certa quantidade de gás ideal é realizado um trabalho de  $250 J$ , recebendo  $100 J$  de uma fonte de calor. Qual a variação na energia interna do gás?

**Comentários:**

Repare que o enunciado fornece o trabalho sobre o gás, portanto, pela nossa convenção  $\tau_{sobre} = +250 J$ . Além disso, o calor que entra no sistema é transferido ao gás, ou seja,  $Q_{entra} = +100 J$ . Logo, pela primeira lei temos:

$$\Delta E_{int} = Q_{entra} + \tau_{sobre}$$

$$\Delta E_{int} = 100 + 250$$

$$\Delta E_{int} = 350 J$$

3) (IME - 1996)

Um corpo recebe  $40$  joules de calor de um outro corpo e rejeita  $10$  joules para o ambiente. Simultaneamente, o corpo realiza um trabalho de  $200$  joules. Baseado na Primeira Lei da Termodinâmica, estabeleça o que acontece com a temperatura do corpo em estudo.

**Comentários:**



O corpo realiza um trabalho de 200 joules, logo, o trabalho sobre ele é de  $-200 J$ . Além disso, o calor que entra no sistema é o saldo daquilo que ele recebe com aquilo que ele rejeita, ou seja,  $Q_{entra} = 40 - 10 = 30 J$ . Pela Primeira Lei da Termodinâmica, temos:

$$\Delta U = Q_{entra} + \tau_{sobre}$$

$$\Delta U = 30 + (-200) = -170 J$$

Com esse resultado, vemos que a energia interna reduziu, portanto, a temperatura interna diminuiu.

## 1.4. Primeira Lei Aplicada às transformações isobárica e isocórica de um gás ideal

### 1.4.1. Transformação isobárica

Seja  $n$  o número de mols de uma certa quantidade de um gás perfeito que é aquecida sob pressão constante. Podemos representar esse processo pelo seguinte esquema:

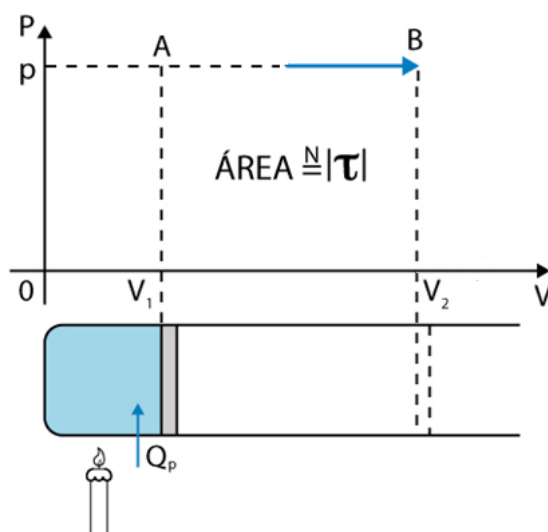


Figura 5: Diagrama P-V para uma expansão isobárica.

Dessa forma, aplicando nossa definição de trabalho, temos que:

$$\tau_{sobre} = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = -P \cdot \int_{V_i}^{V_f} dV = -P \cdot (V_f - V_i)$$

$$\tau_{sobre} = -P \cdot \Delta V$$

Utilizando a equação de Clapeyron nos estados A e B, temos que:

$$\begin{cases} P \cdot V_A = n \cdot R \cdot T_A \\ P \cdot V_B = n \cdot R \cdot T_B \end{cases} \Rightarrow P \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T$$

Então, podemos escrever o trabalho sobre o gás da seguinte maneira:

$$\tau_{sobre} = -n \cdot R \cdot \Delta T$$

Por outro lado, a quantidade de calor recebida pelo gás pode ser expressão em função do seu calor específico  $c_p$  ou da capacidade calorífica  $C_p$ , sob pressão constante, de acordo com as expressões:

$$Q_p = m \cdot c_p \cdot \Delta T \text{ ou } Q_p = n \cdot C_p \cdot \Delta T$$

Note que nesse caso ocorre um aumento de temperatura ( $V_B > V_A \Rightarrow T_B > T_A$ ), portanto, a variação da energia interna é positiva. De acordo com a primeira lei,  $\Delta E_{int} = (Q_{entra})_p + \tau_{sobre}$ , como o trabalho sobre o gás é negativo e a energia interna aumentou, concluímos que a quantidade de calor recebida é maior que o trabalho realizado sobre o gás ( $|(Q_{entra})_p| > |\tau_{sobre}|$ ).

Em contrapartida, se  $n$  mols de um gás sofrer uma compressão isobárica, isto é, reduzirá o volume do sistema, então teremos que o trabalho sobre o gás é positivo ( $\tau_{sobre} > 0$ ).

Graficamente, podemos representar da seguinte forma:

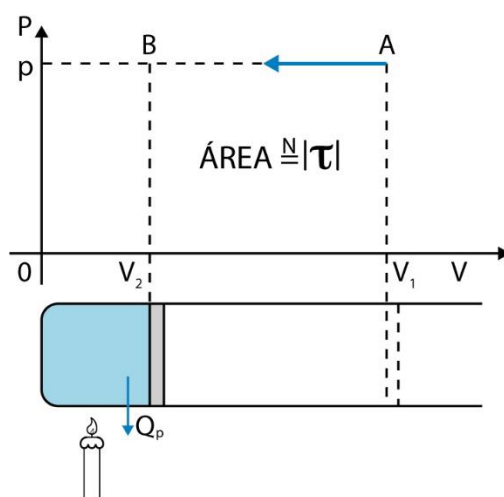


Figura 6: Diagrama  $P$ - $V$  para uma compressão isobárica.

Nesse caso, pela equação de Clapeyron vemos que  $V_B < V_A \Rightarrow T_B < T_A$ , ou seja,  $\Delta T < 0$ . Portanto, a variação de energia interna é negativa ( $\Delta E_{int} < 0$ ). Logo, pela primeira lei temos:

$$\begin{aligned} \Delta E_{int} &= (Q_{entra})_p + \tau_{sobre} \\ (Q_{entra})_p &= \Delta E_{int} + (-\tau_{sobre}) \\ (Q_{entra})_p &= \text{negativo} + \text{negativo} \end{aligned}$$

Logo, concluímos que o gás irá perder calor. Em módulo, temos que:

$$|(Q_{entra})_p| > |\tau_{sobre}|$$

De um modo geral, podemos dizer que na transformação isobárica, expansão ou contração, de uma certa quantidade de um gás perfeito, o módulo da quantidade de calor trocado é sempre maior que o módulo do trabalho realizado.

#### 1.4.2. Transformação isocórica

Dada uma certa quantidade de um gás perfeito sendo aquecida a volume constante. A temperatura aumentará de  $T_A$  para  $T_B$ , logo a pressão também aumentará ( $P_B > P_A$ ).

Como não há variação de volume ( $dV = 0$ ), o gás não sofre trabalho. Portanto:

$$\tau_{sobre} = 0$$

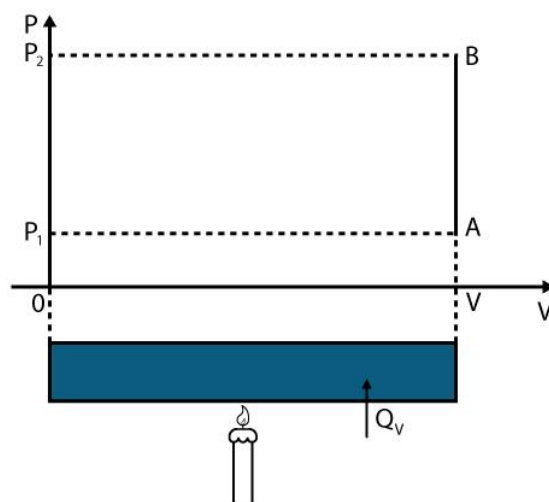


Figura 7: Aquecimento isocórico, isto é, calor trocado a volume constante.

Dado que o calor específico  $c_V$  e a capacidade calorífica  $C_V$  a volume constante, a quantidade de calor  $Q_V$  que o gás recebe ao sofrer a variação de temperatura  $\Delta T$  pode ser escrita por:

$$Q_V = m \cdot c_V \cdot \Delta T \text{ ou } Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

De acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, teremos:

$$\Delta E_{int} = Q_{entra} + \tau_{sobre}$$

$$\Delta E_{int} = Q_{entra} = Q_V$$

Nesse resultado, consideramos um **aquecimento isocórico** de uma massa gasosa, portanto,  $Q_V > 0 \Rightarrow \Delta E_{int} > 0$ , conforme o esperado, já que ao aquecer estamos aumentando a temperatura do gás ( $\Delta T = T_B - T_A > 0$ ).

Para o caso de um resfriamento isocórico, ou seja, retiramos calor do nosso sistema, teremos que  $Q_V < 0$ . Portanto, a variação da energia interna será negativa ( $\Delta E_{inte} < 0$ ). Como esperado, a temperatura diminuiria ( $\Delta T < 0 \Rightarrow T_B < T_A$ ).

Podemos concluir que em uma transformação isocórica (aquecimento ou resfriamento), a variação de energia interna sofrida pelo gás ideal é sempre igual ao calor trocado.

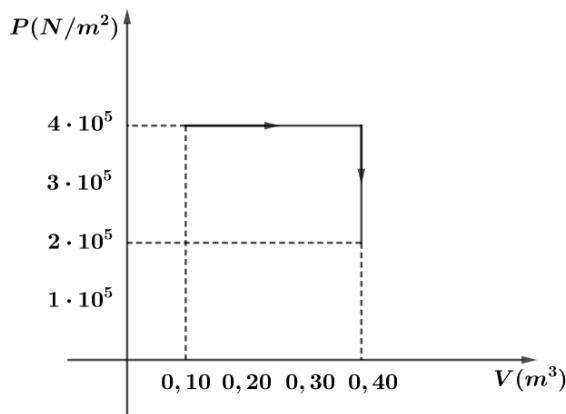
ATENÇÃO  
DECORE!



4)

Considere um gás ideal que sofre as seguintes transformações:





Nesse processo termodinâmico, o gás recebe  $3,0 \cdot 10^5 J$  na forma de calor e  $T_A = 27^\circ C$ . Calcule:

- a temperatura do gás em  $C$ .
- o trabalho realizado sobre o gás no processo.
- a variação de energia interna sofrida pelo gás.

#### Comentários:

a) Pela Lei Geral dos Gases, podemos relacionar o estado A com C:

$$\frac{P_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{P_C \cdot V_C}{T_C} \Rightarrow \frac{4 \cdot 10^5 \cdot 0,10}{27 + 273} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,40}{T_C}$$

$$T_C = 600 K \text{ ou } T_C = 327^\circ C$$

b) no trecho AB, temos uma transformação isobárica, onde o gás sofre expansão. Logo, o trabalho é dado por:

$$\tau_{A \rightarrow B} = -P \cdot (V_B - V_A) = -4 \cdot 10^5 \cdot (0,4 - 0,1) = -1,2 \cdot 10^5 J$$

Já no trecho BC, temos uma transformação isocórica. Logo, o trabalho nesse trecho será nulo.

Portanto:

$$\tau_{A \rightarrow C} = \tau_{A \rightarrow B} + \tau_{B \rightarrow C} = -1,2 \cdot 10^5 + 0 = -1,2 \cdot 10^5 J$$

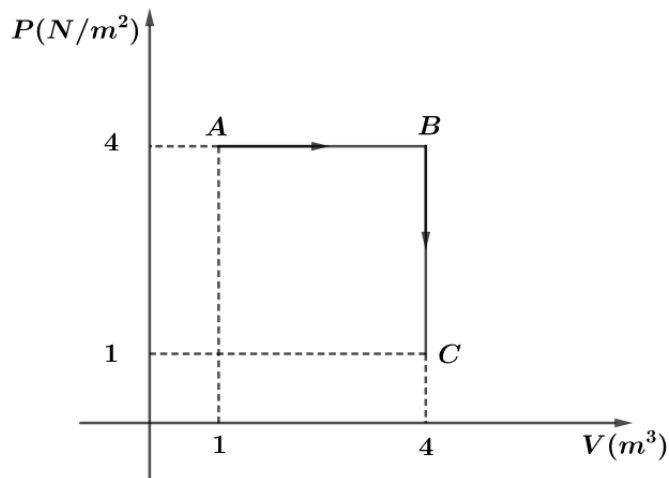
c) dado que a quantidade de calor que entra no sistema é de  $2,5 \cdot 10^5$ , pela primeira lei temos:

$$\Delta E_{int} = Q_{entra} + \tau_{sobre} = 3,0 \cdot 10^5 + (-1,2 \cdot 10^5) = 1,8 \cdot 10^5 J$$

#### 5) (FUVEST – SP)

O gráfico da figura representa uma transformação reversível sofrida por uma determinada massa de gás perfeito.





- a) qual a variação da temperatura do gás entre o estado inicial  $A$  e o estado final  $C$ ?  
b) qual a quantidade de calor, em joules, recebida pelo gás na transformação  $ABC$ ?

### Comentários:

a) utilizando a Lei Geral dos Gases, temos que:

$$\frac{P_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{P_C \cdot V_C}{T_C}$$
$$\frac{4 \cdot 1}{T_A} = \frac{1 \cdot 4}{T_C} \Rightarrow T_C = T_A \Rightarrow \boxed{\Delta T = 0}$$

b) pela primeira lei,  $\Delta E_{int} = Q_{entra} + \tau_{sobre}$ , como a temperatura de  $C$  é igual a de  $A$ , a variação de energia interna é zero ( $(\Delta E_{int})_{AC} = 0$ ). Portanto, o calor recebido é igual a menos o trabalho sobre o gás:

$$Q_{entra} = -\tau_{sobre} = -(\tau_{A \rightarrow B} + \tau_{B \rightarrow C})$$

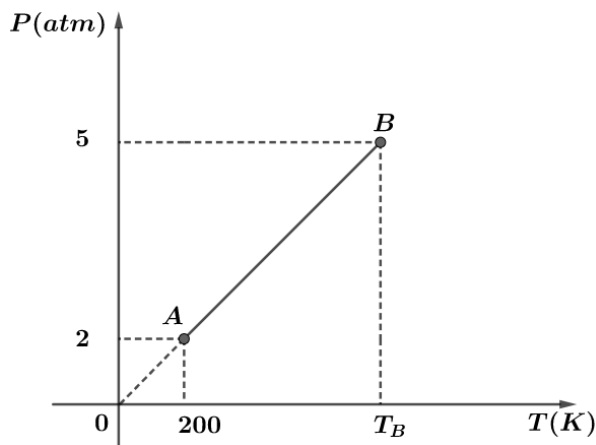
Repare que no trecho  $BC$ , temos uma isocórica, ou seja,  $\tau_{B \rightarrow C} = 0$ . Portanto:

$$Q_{entra} = -\tau_{A \rightarrow B} = -(-P \cdot \Delta V) = P \cdot \Delta V$$
$$Q_{entra} = 4 \cdot (4 - 1) \Rightarrow \boxed{Q_{entra} = 12 \text{ J}}$$

### 6) (FEI – SP)

Um gás, constituído por 5 mols de moléculas, sofre uma transformação de acordo com o gráfico  $p = f(t)$  da figura abaixo.





Sendo o calor molar a volume constante do gás  $C_V = 5 \text{ cal}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ , determine:

- a) o tipo de transformação sofrida pelo gás.
- b) o calor e a variação da energia interna sofrida pelo gás nessa transformação.

**Comentários:**

a) pela equação de Clapeyron, podemos analisar como a pressão pode variar com a temperatura para um gás perfeito:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P = \left(\frac{n \cdot R}{V}\right) \cdot T \Rightarrow P(T) = \left(\frac{n \cdot R}{V}\right) \cdot T$$

Se o termo  $\frac{n \cdot R}{V}$  for constante, o gráfico de  $P \times T$  será uma reta, como mostra o gráfico. Como  $n$  e  $R$  não se alteram nesse processo, então  $V$  permanece constante. Portanto, trata-se de uma transformação isocórica.

b) como sabemos, em uma transformação isocórica  $\Delta E_{int} = Q_V$ . Logo:

$$Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T = 5 \cdot 5 \cdot (T_B - 200)$$

Assim, precisamos saber qual é a temperatura em B. Para isso, basta utilizar a Lei de Charles:

$$\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B} \Rightarrow \frac{2}{200} = \frac{5}{T_B} \Rightarrow \boxed{T_B = 500 \text{ K}}$$

Logo:

$$Q_V = 25 \cdot (500 - 200)$$

$$\boxed{Q_V = 7500 \text{ cal}} \Rightarrow \boxed{\Delta E_{int} = 7500 \text{ cal}}$$



**ATENÇÃO!!**

### 1.5. A primeira lei aplicada à transformação isotérmica de um gás ideal

Considere  $n$  mols de moléculas de um gás perfeito sofrendo um processo isotérmico como esquematizado na figura abaixo:





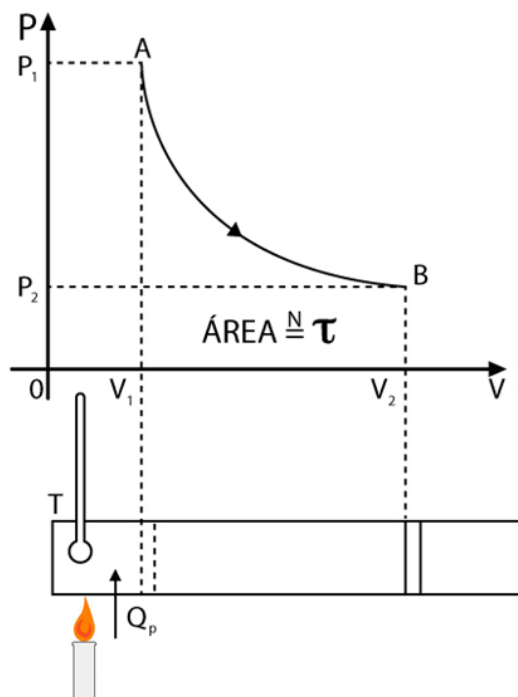


Figura 8: Gás realizando uma expansão a temperatura constante.

O termômetro T ajuda a monitorar o fato de a temperatura ser constante. Note que embora a temperatura não se altere, o gás está trocando energia com o meio ambiente, na forma de calor  $Q$  e na forma de trabalho  $\tau$ .

Pela definição do trabalho sobre o gás e utilizando a equação de Clapeyron, temos:

$$\tau_{sobre} = - \int_{V_i}^{V_f} P dV = - \int_{V_i}^{V_f} \left( \frac{n \cdot R \cdot T}{V} \right) dV = -(n \cdot R \cdot T) \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV = -(n \cdot R \cdot T) (\ln V_f - \ln V_i)$$

$$\tau_{sobre} = -(n \cdot R \cdot T) \cdot \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

Como  $P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T$ , concluímos que:

$$\tau_{sobre} = -(n \cdot R \cdot T) \cdot \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \quad \text{ou} \quad \tau_{sobre} = -P_1 \cdot V_1 \cdot \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \quad \text{ou} \quad \tau_{sobre} = -P_2 \cdot V_2 \cdot \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right)$$

Devido ao fato de a temperatura do gás ideal permanecer constantes, a energia interna também permanecerá. Portanto:

$$\Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q_{entra} = -\tau_{sobre} = \tau_{pelo \text{ gás}}$$

Na expansão isotérmica, à medida que o gás recebe calor da fonte, ele deve expandir-se a fim de realizar um trabalho igual ao calor recebido, de tal forma que a sua energia interna (e, portanto, sua temperatura) permaneça inalterada.

Da mesma forma que fizemos para a expansão isotérmica, podemos fazer as mesmas conclusões para contração isotérmica, como mostrada na figura abaixo:

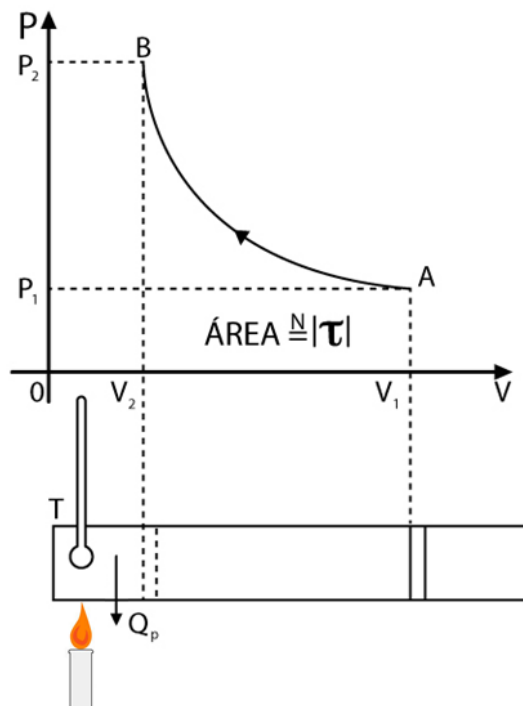


Figura 9: Gás se contraindo a temperatura constante.

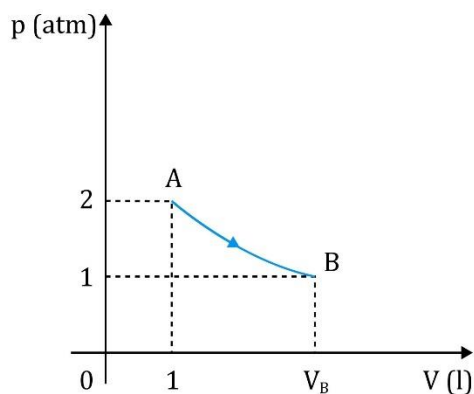
Podemos concluir então que em uma transformação isotérmica (expansão ou contração), a quantidade de calor trocada pelo gás perfeito com o meio externo é igual ao trabalho realizado pelo gás, já que a variação da energia interna é nula.

ATENÇÃO  
DECORE!



### 7) (FUVEST – SP)

Um mol de moléculas de um gás ideal sofre uma transformação isotérmica reversível  $A \rightarrow B$ , mostrada na figura.



a) determine o volume  $V_B$ .

b) sabendo que o gás efetuou um trabalho igual a 5,7 joules, qual a quantidade de calor que ele recebeu?

Dado: constante dos gases ideais =  $R = 0,082 \text{ atm} \cdot \text{l} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$ .



### Comentários:

a) pela Lei Geral dos Gases, temos:

$$\frac{P_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{P_B \cdot V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{2 \cdot 1}{T} = \frac{1 \cdot V_B}{T} \Rightarrow \boxed{V_B = 2 \text{ l}}$$

b) como vimos logo acima, em uma expansão isotérmica,  $Q_{entra} = \tau_{pelo \text{ gás}}$ . Portanto:

$$\boxed{Q_{entra} = 5,7 \text{ J}}$$



## 1.6. A lei de Joule dos gases perfeitos

Como vimos, em um gás ideal a energia interna é função exclusiva da temperatura. Dizemos que  $E_{int}$  é uma função do estado do sistema, bem como  $P$ ,  $V$  e  $T$  também são.

Considere um gás perfeito que esteja no estado inicial  $(P_i, V_i)$ . A temperatura  $T_i$  pode ser determinada pela equação de estado,  $P_i \cdot V_i = n \cdot R \cdot T_i$ . Assim, a energia interna também depende apenas do estado do gás, que é determinado por quaisquer duas variáveis de estado.

Note que se o gás retornar ao estado original  $(P_i, V_i)$ , a temperatura e a energia interna devem ter valores iguais aos originais. Dizemos nesse caso que a variação de temperatura e a variação de energia interna são nulas.

Dizemos então que:

A variação de energia interna de um gás ideal depende exclusivamente dos estados inicial e final, ou seja, não depende do tipo de transformação que ocorreu entre os estados.

Por outro lado, o calor e o trabalho não são funções do estado do sistema. O calor é uma medida de energia que é transferida de um sistema para outro em razão de uma diferença de temperatura (ou mudança de estado).

Já o trabalho é uma medida da energia que é transferida de um sistema para outro devido a uma aplicação de uma força exercida por um sistema sobre o outro sofre um deslocamento com uma componente que é paralela à força ( $d\tau = F \cdot dx$ ).

Se tomarmos pequenas quantidades de calor absorvido, de trabalho realizado ou de variações de energia interna, é comum escrevermos a Primeira Lei da Termodinâmica na forma infinitesimal:

$$dE_{int} = dQ_{entra} + d\tau_{sobre}$$



Nessa equação,  $dE_{int}$  é chamada de diferencial da função energia interna. No entanto, nem  $dQ_{entra}$  nem  $d\tau_{sobre}$  são diferenciais de numa função. Na verdade,  $dQ_{entra}$  apenas representa uma pequena quantidade de energia transferida para ou pelo sistema e  $d\tau_{sobre}$  representa uma pequena quantidade de energia transferida para ou pelo sistema. Nos primeiros anos de ITA ou de IME, vocês verão a rigor como escrever essas equações de acordo com a definição do Cálculo.

Uma vez que a energia interna de um gás ideal é função de estado, podemos tomar qualquer processo entre dois pontos para calcular  $E_{int}$ .

Vamos pegar um processo de  $A$  para  $B$  composto de uma isoterma e uma isocórica, como representado no eixo abaixo:

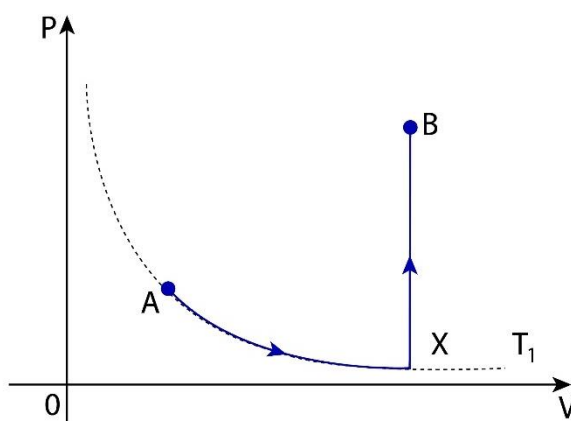


Figura 10: Cálculo da variação da energia interna, mostrando que ela é função de estado.

Considerando o estado intermediário  $X$ , a transformação  $AX$  é uma isotérmica, logo,  $(\Delta E_{int})_{A \rightarrow X} = 0$ .

Na transformação isocórica  $XB$ , sabemos pela primeira lei que  $(\Delta E_{int})_{X \rightarrow B} = Q_V$ , já que o trabalho é nulo na isocórica.

Dessa forma, a variação de energia interna em todo processo  $AXB$  é expressa por:

$$\begin{aligned}(\Delta E_{int})_{A \rightarrow X \rightarrow B} &= (\Delta E_{int})_{A \rightarrow X} + (\Delta E_{int})_{X \rightarrow B} \\(\Delta E_{int})_{A \rightarrow X \rightarrow B} &= 0 + Q_V \\ \boxed{(\Delta E_{int})_{A \rightarrow X \rightarrow B} = Q_V}\end{aligned}$$

Esse resultado mostra que ao pegarmos um processo composto de uma isoterma e uma isocórica, o resultado encontrado só depende dos estados inicial e final.

Repare que se conhecermos o número de mols  $n$  do gás, o calor molar e a diferença de temperatura entre  $A$  e  $B$  ( $\Delta T = T_B - T_A$ ), então podemos expressar a variação da energia interna como:

$$\boxed{\Delta E_{int} = Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T}$$



8)

10 mols de um gás ideal sofre um aumento de  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$  numa transformação termodinâmica. Dado que o calor molar a volume constante é  $21\text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ , calcule a variação de energia interna do gás no processo.

**Comentários:**

Da termometria sabemos que  $\Delta T = 50\text{ }^{\circ}\text{C} = 50\text{ K}$ . Portanto, a variação da energia interna pode ser calculada da seguinte forma:

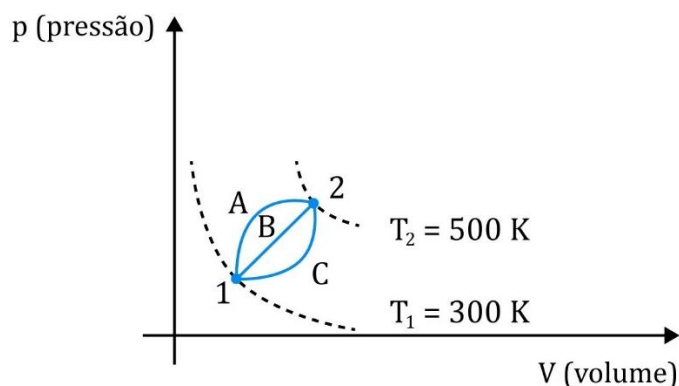
$$\Delta E_{int} = Q_V = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

$$\Delta E_{int} = 10 \cdot 21 \cdot 50$$

$$\Delta E_{int} = 10,5\text{ kJ}$$

9) (FATEC – SP)

Um sistema constituído de um gás perfeito passa do estado 1 para o estado 2, conforme o esquema.



Se medirmos:  $Q$  (calor fornecido),  $\tau$  (o trabalho realizado), teremos que  $Q = \tau + \Delta U$ . Então, quando o sistema passar do estado 1 para o estado 2, pelos processos A, B e C, poderemos dizer que:

- o trabalho realizado pelo sistema será o mesmo para os 3 processos.
- o calor fornecido ao sistema será igual nos 3 processos.
- a variação de energia interna será a mesma nos 3 processos.
- no processo A o calor fornecido será menor que nos processos B e C.
- a variação de energia interna é maior no processo A.

**Comentários:**

Como vimos em teoria, trabalho e calor não são funções de estado, isto é, depende do caminho utilizado para ir de 1 a 2. Portanto, os itens a) e b) estão errados. Além disso, vimos que a energia interna de um gás ideal é função exclusiva dos estados, portanto, os itens d) e e) estão errados. Como esperado, a alternativa c) está correta. Note que quando ele escreve a primeira lei como



$Q = \tau + \Delta U$ , é igual a  $\Delta U = Q_{entra} + \tau_{sobre} = Q_{entra} + (-\tau_{pelo\ gás})$ . Repare que  $\tau$  representa o trabalho pelo gás. Logo:

$$\Delta U = Q_{entra} - \tau_{pelo\ gás} \Rightarrow Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás} \Rightarrow \boxed{Q = \Delta U + \tau}$$



## 1.7. A capacidade térmica dos gases

É muito importante a determinação da capacidade térmica de uma substância, pois ela fornece informações sobre sua energia interna, que está associada à sua estrutura molecular.

Quando a substância se expande ao ser aquecida, a capacidade térmica à pressão constante  $C_p$  é maior do que a capacidade térmica a volume constante  $C_v$ . Se o calor é absorvido por uma substância, mantendo a pressão constante, então a substância se expande e realiza trabalho positivo sobre a vizinhança. Podemos representar esse processo pelo seguinte esquema:

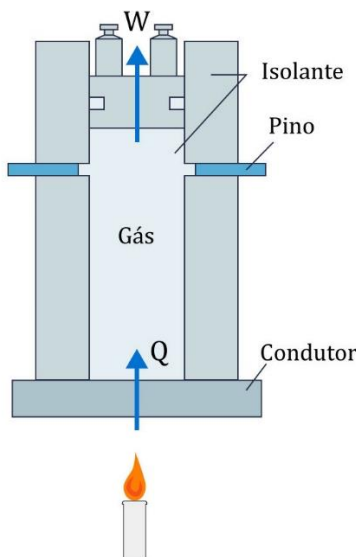


Figura 11: Calor absorvido à pressão constante. Com isso, o gás se expande, realizando trabalho sobre o pistão.

Por isso, é necessário fornecer mais calor para se obter uma dada variação de temperatura à pressão constante do que para se obter a mesma variação de temperatura à volume constante. Geralmente, para sólidos e líquidos a expansão é desprezível e, assim, para eles  $C_p \approx C_v$ .

Entretanto, quando um gás é aquecido a pressão constante, ele se expande rapidamente e realiza uma quantidade significativa de trabalho, tornando  $C_p - C_v$  não desprezível.

Considere um gás que absorve calor a volume constante, não realizando trabalho, como na figura abaixo:



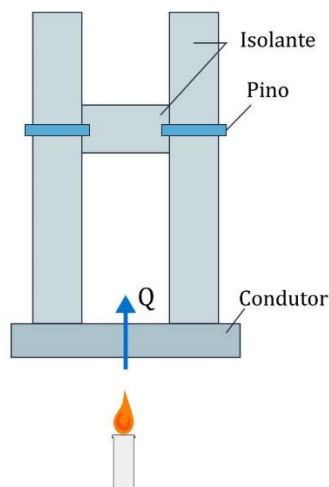


Figura 12: Para que o volume permaneça constante, foram colocados pinozinhos para travar o deslocamento do pistão. Com isso, garantimos que o calor absorvido está a volume constante e que nenhum trabalho é realizado. Portanto, todo calor é transformado em energia interna do gás.

Dessa forma, aumentamos a energia interna do gás, já que  $\Delta E_{int} = Q_V$ . Ou ainda:

$$\boxed{\Delta E_{int} = Q_V = C_V \cdot \Delta T} \text{ eq 1}$$

Em que  $C_V$  é a capacidade térmica a volume constante.

Se tomarmos o limite quando  $\Delta T$  tende a zero, temos que:

$$dE_{int} = C_V dT$$

$$\therefore \boxed{C_V = \frac{dE_{int}}{dT}} \text{ eq 2}$$

Esse resultado nos mostra que a capacidade térmica a volume constante é a taxa de variação da energia interna com a temperatura. Dado que  $E_{int}$  e  $T$  são funções de estado, as equações 1 e 2 valem para qualquer processo.

Podemos definir que a quantidade de calor transferido para o gás à pressão constante é dada por:

$$Q_P = C_P \cdot \Delta T$$

Onde  $C_P$  é a capacidade térmica a pressão constante.

De acordo com a primeira lei da termodinâmica, podemos escrever que em uma transformação a pressão constante temos as relações:

$$\Delta E_{int} = Q_P + \tau_{Sobre} \Rightarrow Q_V = Q_P - P \cdot \Delta V \Rightarrow \boxed{C_V \cdot \Delta T = C_P \cdot \Delta T - P \cdot \Delta V}$$

Mas, pela equação de Clapeyron, podemos escrever que:

$$P \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T$$

Portanto:

$$C_V \cdot \Delta T = C_P \cdot \Delta T - n \cdot R \cdot \Delta T$$

$$\boxed{C_P = C_V + n \cdot R} \text{ eq 3}$$



Esse resultado é conhecido como relação de Mayer e ele mostra que para um gás ideal, a capacidade térmica à pressão constante é maior do que a capacidade térmica a volume constante pela quantidade  $n \cdot R$ .

Se dividirmos por  $n$  a equação 3, temos as capacidades molares. Então:

$$\frac{C_P}{n} = \frac{C_V}{n} + R$$

$$\boxed{C'_P = C'_V + R}$$

Observe na tabela que a previsão para gás ideal,  $C'_P = C'_V + R$ , funciona muito bem para todos os gases.

Capacidades térmicas molares de vários gases a 25° C, em $J/mol \cdot K$					
Gás	$C'_P$	$C'_V$	$C'_V/R$	$C'_P - C'_V$	$(C'_P - C'_V)/R$
<b>Monoatômico</b>					
<i>He</i>	20,79	12,52	1,51	<b>8,27</b>	0,99
<i>Ne</i>	20,79	12,68	1,52	<b>8,11</b>	0,98
<i>Ar</i>	20,79	12,45	1,50	<b>8,34</b>	1,00
<i>Kr</i>	20,79	12,45	1,50	<b>8,34</b>	1,00
<i>Xe</i>	20,79	12,52	1,51	<b>8,27</b>	0,99
<b>Diatômico</b>					
<i>N<sub>2</sub></i>	29,12	20,80	2,50	<b>8,32</b>	1,00
<i>H<sub>2</sub></i>	28,82	20,44	2,46	<b>8,38</b>	1,01
<i>O<sub>2</sub></i>	29,37	20,98	2,52	<b>8,39</b>	1,01
<i>CO</i>	29,04	20,74	2,49	<b>8,30</b>	1,00
<b>Poliatômico</b>					
<i>CO<sub>2</sub></i>	36,62	28,17	3,39	<b>8,45</b>	1,02
<i>N<sub>2</sub>O</i>	36,90	28,39	3,41	<b>8,51</b>	1,02
<i>H<sub>2</sub>S</i>	36,12	27,36	3,29	<b>8,76</b>	1,05

Note também que a tabela mostra que  $C'_V$  é, aproximadamente,  $1,5R$  para todos os gases monoatômicos,  $2,5R$  para os diatômicos e mais de  $2,5R$  para gases constituídos de moléculas mais complexas.





Esse resultado pode ser entendido de acordo com a teoria cinética dos gases. Se a energia interna de um gás monoatômico ideal é apenas a energia cinética de translação, temos que:

$$E_{int} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$$

Da definição, de capacidade térmica a volume constante, vem:

$$C_V = \frac{dE_{int}}{dT} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R$$

Portanto:

$$\boxed{C'_V = \frac{3}{2}R} \text{ (gás monoatômico ideal)}$$

Consequentemente:

$$C'_P = C'_V + R \Rightarrow C'_P = \frac{3}{2}R + R \Rightarrow \boxed{C'_P = \frac{5}{2}R}$$

Note ainda que a tabela possui boa conformidade com as previsões para gases monoatômicos, mas para os outros gases (diatômicos ou poliatômicos) as capacidades térmicas são maiores. Pelo teorema da equipartição, vimos que a energia interna de um gás constituído de moléculas diatômicos ou mais complexas é maior do que  $\frac{3}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$ , pois nessas moléculas existem outros tipos de energia, como energia de rotação ou de vibração, além da energia cinética de translação.



### 1.7.1. Capacidades térmicas e o teorema da equipartição

Como vimos, pelo teorema da equipartição a energia interna de  $n$  mols de um gás devem ser igual a  $\frac{1}{2} \cdot n \cdot R \cdot T$  para cada grau de liberdade das moléculas do gás. Portanto, a capacidade térmica a volume constante de um gás deve ser  $\frac{1}{2}nR$  vezes o número de graus de liberdade das moléculas.

Pela tabela  $xy$ , notamos que os gases diatômicos nitrogênio, oxigênio, hidrogênio e monóxido de carbono têm capacidades térmicas molares a volume constante de aproximadamente  $\frac{5}{2}R$ . Diante disso, dizemos que as moléculas diatômicas possuem cinco graus de liberdade.

Por volta de 1880, Rudolf Clausius presumiu que em moléculas diatômicas deveriam ter dois graus de liberdade adicionais. Hoje, sabemos que esses dois graus de liberdade, além dos três de translação, estão associados com a rotação em torno dos dois eixos,  $x'$  e  $y'$ , perpendiculares à linha que une os átomos, como mostra a figura abaixo:



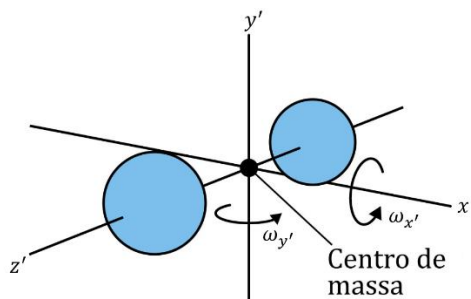


Figura 13: Modelo de haltere rígido para uma molécula diatômica, como por exemplo o CO.

Sendo assim, escrevemos a energia cinética de uma molécula diatômica como:

$$K = \frac{1}{2}mv_x^2 + \frac{1}{2}mv_y^2 + \frac{1}{2}mv_z^2 + \frac{1}{2}I_{x'}\omega_{x'}^2 + \frac{1}{2}I_{y'}\omega_{y'}^2$$

Onde  $\frac{1}{2}I_{x'}\omega_{x'}^2 + \frac{1}{2}I_{y'}\omega_{y'}^2$  representa a energia cinética de rotação, em que  $I_{x'}$  é o momento de inércia em relação ao eixo  $x'$  e  $\omega_{x'}$  a velocidade angular em relação ao eixo  $x'$  (o mesmo vale para  $I_{y'}$  e  $\omega_{y'}$ ).

Assim, a energia interna total para  $n$  mols desse gás é:

$$E_{int} = 5 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot n \cdot R \cdot T\right) = \frac{5}{2}n \cdot R \cdot T$$

Onde a capacidade térmica a volume constante é:

$$C_V = \frac{5}{2}nR$$

Note que foi desconsiderado que os gases diatômicos giram em torno da linha que une os dois átomos. Caso eles girassem, haveria seis graus de liberdade e  $C_V$  deveria ser  $6\left(\frac{1}{2}nR\right) = 3nR$ , o que não está em conformidade com os resultados experimentais.

No item 1.7.3 veremos as falhas no teorema da equipartição e como podemos explicar essas diferenças de resultados.

ATENÇÃO  
DECORE!



10)

Considere uma amostra de gás oxigênio de 4 mols a uma pressão inicial de 2 atm, que é aquecida de 10 °C para 110 °C. Suponha válido o modelo de gás ideal para o sistema, determine:

- a) a quantidade de calor transferido para a amostra, considerando mantido o volume constante durante o aquecimento.
- b) a quantidade de calor transferido para a amostra, considerando mantida a pressão constante.
- c) determine o trabalho que o gás realiza, para o item b).



### Comentários:

a) a quantidade de calor a volume constante pode ser expressa por:

$$Q_V = C_V \Delta T = \frac{5}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$
$$\Delta T = 110 - 10 = 100 \text{ } ^\circ\text{C} = 100 \text{ K}$$
$$Q_V = \frac{5}{2} \cdot (4 \text{ mol}) \cdot \left(8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right) (100 \text{ K})$$
$$\boxed{Q_V = 8314 \text{ J}}$$

b) para o caso da pressão constante, temos que:

$$C_P = C_V + nR = \frac{5}{2}nR + nR = \frac{7}{2}nR$$
$$Q_P = C_P \Delta T = \frac{7}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$$
$$Q_P = \frac{7}{2} \cdot (4 \text{ mol}) \cdot \left(8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}\right) (100 \text{ K})$$
$$\boxed{Q_P = 11639,6 \text{ J}}$$

c) podemos determinar o trabalho pela primeira lei da termodinâmica:

$$\Delta E_{int} = Q_{entra} + \tau_{sobre}$$
$$\tau_{sobre} = \Delta E_{int} - Q_{entra}$$
$$\tau_{sobre} = Q_V - Q_P = 8314 - 11639,6 = -3325,6 \text{ J}$$
$$\tau_{pelo \text{ gás}} = -\tau_{sobre} \Rightarrow \boxed{\tau_{pelo \text{ gás}} = 3325,6 \text{ J}}$$

#### CURIOSIDADE

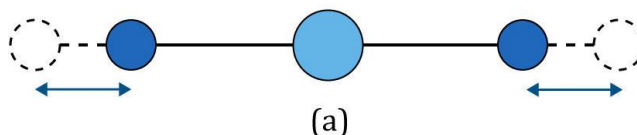


Podemos esboçar os modos vibracionais do dióxido de carbono. Observe que se a molécula não estivesse vibrando, os centros dos átomos estariam em linha reta. Quando vibram, os átomos podem se mover paralela ou perpendicularmente à linha que une os centros. Basicamente, há dois modos de estiramento nos quais os átomos se movem paralelamente à linha que passa pelos centros e um modo de flexão em que os átomos se movem perpendicularmente a esta linha.

Assim, temos que:

- 1) No modo de estiramento simétrico, o átomo de carbono permanece estacionário e os átomos de oxigênio oscilam defasados de  $180^\circ$  entre si.

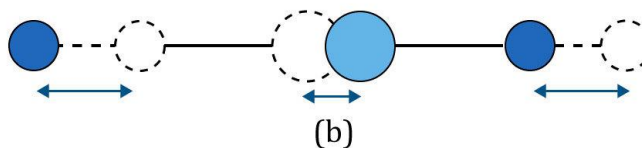
Modo de estiramento simétrico



- 2) No modo de estiramento antissimétrico, os dois átomos de oxigênio vibram em fase entre si, mas defasados de  $180^\circ$  em relação ao movimento do átomo de carbono.

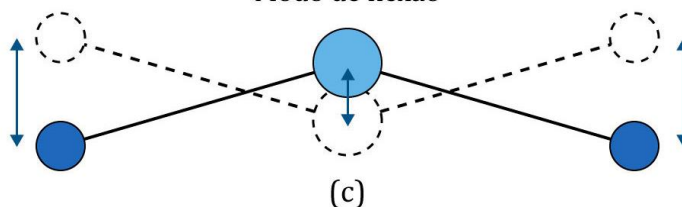


Modo de estiramento assimétrico



- 3) No modo de flexão, os dois átomos de oxigênio vibram em fase entre si, mas defasados de 180° em relação ao movimento do átomo de carbono.

Modo de flexão



### 1.7.2. A capacidade térmica dos sólidos

Vimos anteriormente que a maioria dos sólidos tem capacidades térmicas molares aproximadamente iguais a  $3R = 24,8 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ . Este resultado é conhecido como **Lei de Dulong-Petit**.

Para compreender esta lei, podemos aplicar o teorema da equipartição ao simples modelo de um sólido, esquematizado na figura abaixo:

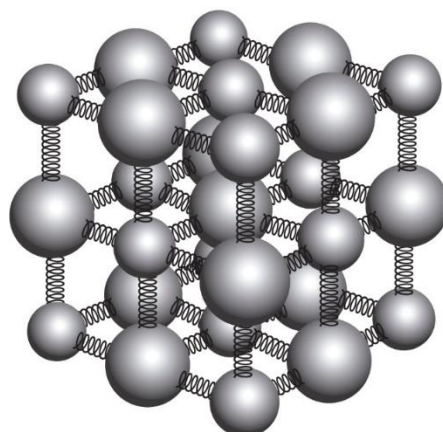


Figura 14: Modelo de um sólido com átomos ligados uns aos outros por molas. Neste caso, a energia interna da molécula é composta pela energia cinética e energia potencial de vibração.

No modelo da figura 14, o sólido possui um arranjo regular de átomos onde cada átomo tem sua posição fixa de equilíbrio e está conectado com os seus vizinhos por molas. Dessa forma, cada átomo pode vibrar nas direções  $x$ ,  $y$  e  $z$ . Logo, a energia total de um átomo no sólido é:

$$E = E_{\text{cinética}} + E_{\text{elástica}}$$

$$E = \left( \frac{1}{2} m \cdot v_x^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_y^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_z^2 \right) + \left( \frac{1}{2} k_{ef} \cdot x^2 + \frac{1}{2} k_{ef} \cdot y^2 + \frac{1}{2} k_{ef} \cdot z^2 \right)$$

Em que  $k_{ef}$  é a constante de força efetiva das molas hipotéticas (molas imaginárias criadas para nosso modelo). Com isso, cada átomo possui seis graus de liberdade. De acordo com o teorema da equipartição, a energia interna de um mol deste sólido é:

$$E_{int} = 6 \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot R \cdot T \right) = 3 \cdot R \cdot T$$

Portanto, a capacidade térmica é igual a  $3R$ .

Observação: a grafite é uma exceção a essa regra de Dulong-Petit, pois apresenta calor molar igual a  $C'_{graf} = 2,6 \text{ cal}/(\text{mol} \cdot ^\circ\text{C})$ .



### 1.7.3. Falha do Teorema da Equipartição

O teorema da equipartição foi um sucesso ao explicar as capacidades térmicas de gases e sólidos, mas apresentou algumas falhas. Por exemplo, caso uma molécula de um gás diatômico, figura 13, girasse em torno da linha que une os átomos, deveria haver mais um grau de liberdade para a molécula. De forma análoga, existiria uma energia vibracional ao longo da linha que une os átomos, já que a molécula seria não rígida. Dessa forma, teríamos mais 2 graus de liberdade, conferindo energia cinética e potencial de vibração.

Entretanto, quando medimos os valores das capacidades térmicas em laboratório, os gases diatômicos aparentemente não giram em torno da linha que une os átomos nem vibram.

Nesses casos, o teorema da equipartição não explica o fato de moléculas monoatômicas não girarem em torno de nenhum dos três possíveis eixos perpendiculares do espaço.

Além disso, na prática sabemos que as capacidades térmicas dependem da temperatura, discordando do que prevê o teorema da equipartição. O caso mais famoso é a dependência da capacidade térmica do  $\text{H}_2$  com a temperatura, como mostrado no gráfico abaixo:



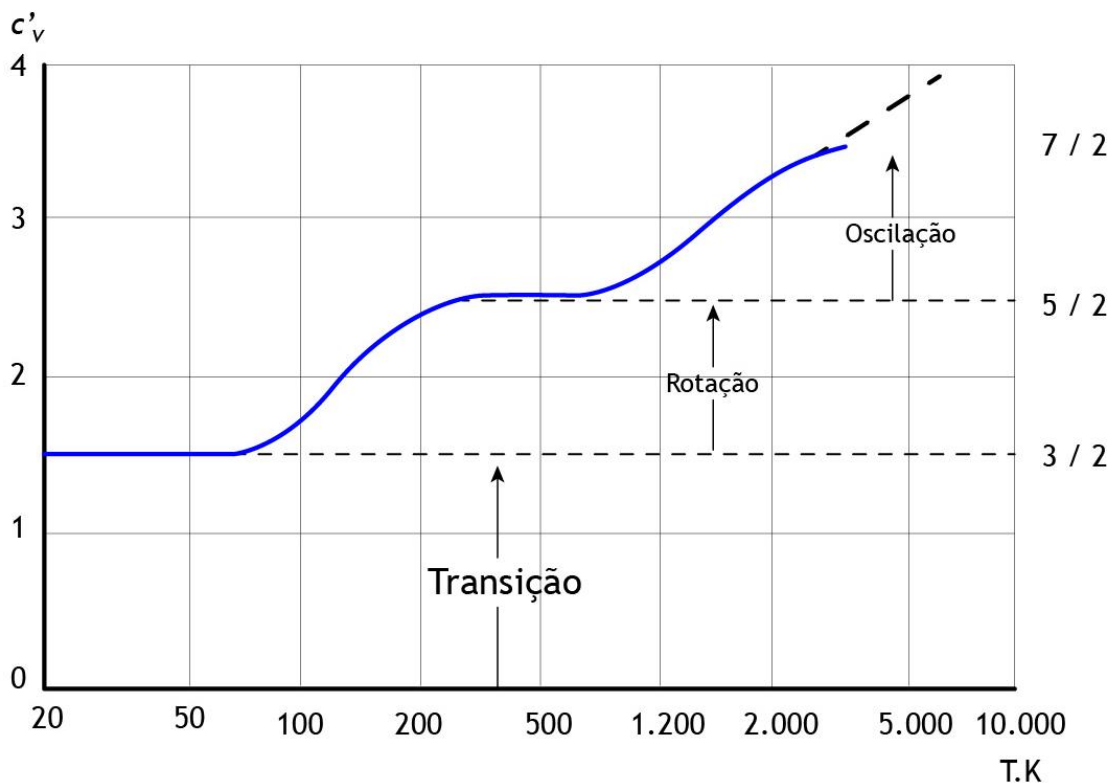


Figura 15: Variação da capacidade térmica mola do  $H_2$  em função da temperatura. Nas regiões onde  $C'_v$ , a curva é meramente qualitativa. A título de curiosidade, 95% das moléculas de  $H_2$  são dissociadas em hidrogênio atômico a 5000 K.

Observe que no gráfico acima, para temperatura abaixo de, aproximadamente,  $70$  K,  $C'_v = \frac{3}{2}R$  para o  $H_2$ , ou seja, a molécula apresenta apenas energia cinética de translação (não rotacionam e não vibram).

Para temperaturas entre  $250$  K e  $700$  K,  $C'_v = \frac{5}{2}R$ . Esse valor corresponde as moléculas que possuem movimento de translação e de rotação, mas não de vibração. Por fim, para temperaturas acima de  $700$  K, as moléculas de  $H_2$  começam a vibrar. Entretanto, elas se dissociam antes que o  $C'_v$  alcance o valor  $\frac{7}{2}R$ .

Além disso, o teorema da equipartição prevê um valor constante de  $3R$  para a capacidade térmica dos sólidos. Experimentalmente, verifica-se que este resultado vale para a maioria dos sólidos a altas temperatura, mas não vale para temperaturas muito baixas.

A falha do teorema da equipartição está no fato da energia ser **quantizada**. Isto quer dizer que uma molécula pode ter apenas certos valores de energia interna, como esquematizado na figura abaixo:

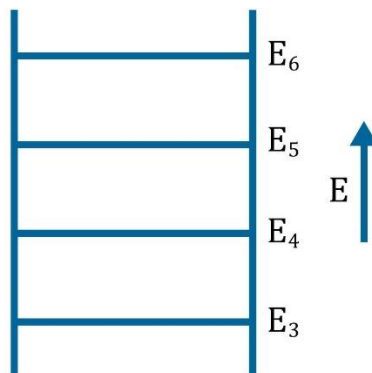


Figura 16: Diagrama de níveis de energia, mostrando que um sistema ligado pode ter certas energias discretas bem definidas.

Nesse modelo, uma molécula pode ganhar ou perder energia apenas se o pacote de energia (para ganhar ou para perder) conduza a outro nível permitido.

Dessa forma, dizemos que a energia que pode ser trocada entre moléculas de gás que colidem é da ordem de  $kT$ , energia térmica característica de uma molécula. Assim, a validade do teorema da equipartição depende do valor relativo entre  $kT$  e a diferença de níveis de energia permitidos.

Sendo assim, a condição para a validade do teorema da equipartição é:

Se a diferença entre os níveis energéticos permitidos for grande em comparação a  $kT$ , então não poderá ocorrer transferência de energia através de colisões e o teorema clássico da equipartição não será válido. Caso a diferença entre os níveis energéticos for muito menor do que  $kT$ , então a quantização da energia não será observada e o teorema da equipartição será válido.

Podemos explicar a rotação de um gás monoatômico pelo fato de o momento de inércia do átomo ser praticamente devido aos seus elétrons. Assim, suas moléculas não podem ser induzidas a girar apenas por colisões que ocorrem no gás.

Já a rotação de um gás diatômico em torno de um eixo unidos os átomos podem ser explicados também pelo do momento de inércia da molécula ser praticamente devido aos seus elétrons e de mesma ordem de grandeza que para um gás monoatômico.

Embora possua várias falhas, o teorema da equipartição possui grande importância na história da física, pois suas falhas motivaram o desenvolvimento da mecânica quântica no século XX.



## 1.8. A primeira lei aplicada à transformação adiabática de um gás ideal

Na transformação adiabática, dizemos que o gás perfeito não sofre troca de calor do sistema com o ambiente externo, isto é:

$$dQ_{entra} = 0$$



Nesse processo, o sistema está extremamente bem isolado ou ocorre de uma forma muito rápida. Vamos considerar uma compressão adiabática quase-estática na qual um gás, confinado em um recipiente isolado termicamente, é lentamente comprimido por um pistão, que realiza trabalho sobre o gás.

Podemos representar este processo pelo diagrama  $PV$  abaixo:

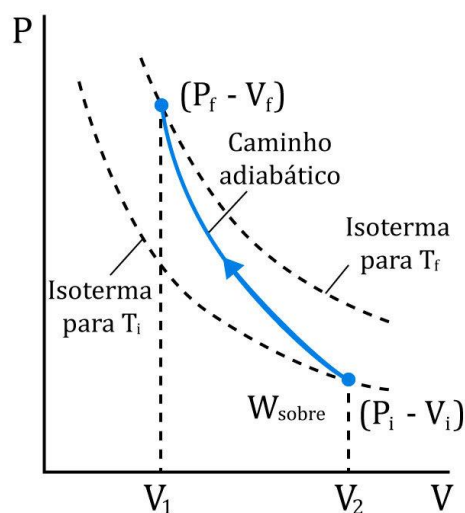


Figura 17: Gráfico da compressão adiabática quase-estática de um gás perfeito. As curvas tracejadas representam as isotermas para as temperaturas inicial e final. A curva em azul que liga os estados inicial e final da compressão adiabática é mais inclinada do que as isotermas, pois a temperatura aumenta durante a compressão.

Pela primeira lei na forma infinitesimal e utilizando a equação de estado, temos:

$$dE_{int} = dQ_{entra} + d\tau_{sobre}$$

$$C_V dT = 0 + (-PdV)$$

Lembre-se que podemos calcular a energia interna pela equação  $dE_{int} = C_V dT$ . Além disso, utilizando que  $P = nRT/V$ , temos:

$$C_V dT = -n \cdot R \cdot T \cdot \frac{dV}{V}$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{nR}{C_V} \frac{dV}{V} = 0$$

Integrando a equação logo acima, vem:

$$\ln T + \frac{nR}{C_V} \ln V = constante$$

Utilizando o caminho contrário a “regra do tombo” em logaritmos, temos:

$$\ln T + \frac{nR}{C_V} \ln V = \ln T + \ln V^{\frac{nR}{C_V}} = \ln \left( T \cdot V^{\frac{nR}{C_V}} \right) = constante$$

Logo:

$$T \cdot V^{\frac{nR}{C_V}} = e^{constante} = também \text{ é constante (eq 4)}$$

Lembrando da relação de Mayer, podemos reescrever a última equação como:



$$\frac{nR}{C_V} = \frac{C_P - C_V}{C_V} = \frac{C_P}{C_V} - 1$$

Chamamos a razão  $\frac{C_P}{C_V}$  de  $\gamma$ , conhecida como expoente de Poisson. Então:

$$\frac{nR}{C_V} = \gamma - 1$$

Portanto, a equação 4 é escrita como:

$$\boxed{T \cdot V^{\gamma-1} = \text{constante}} \quad (\text{eq 5})$$

Utilizando a equação de estado dos gases ( $PV = nRT$ ), reescrevemos a equação 5 da forma como é mais conhecida:

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \left(\frac{PV}{nR}\right) \cdot V^{\gamma-1} = \frac{P \cdot V^\gamma}{nR} = \text{constante}$$

Como em uma transformação gasosa não varia o número de mols dentro do recipiente, então  $nR$  é constante também. Logo, chegamos que:

$$\boxed{P \cdot V^\gamma = \text{constante}}$$

Assim, podemos calcular o trabalho realizado sobre o gás em uma compressão adiabática utilizando a primeira lei da termodinâmica:

$$dE_{int} = dQ_{entra} + d\tau_{sobre}$$

Onde  $dQ_{entra} = 0$  e  $dE_{int} = C_V dT$ . Então:

$$d\tau_{sobre} = C_V dT$$

$$\tau_{adiabático} = \int d\tau_{sobre} = \int C_V dT$$

Se supormos que  $C_V$  é constante para uma dada faixa de temperatura trabalhada, podemos escrever o trabalho na compressão adiabática como:

$$\tau_{adabiático} = \int C_V dT = C_V \cdot \Delta T$$

Note que o trabalho realizado sobre o gás depende da variação da temperatura sofrida pelo gás. Além disso, em uma compressão adiabática o trabalho é realizado sobre o gás e sua interna e temperatura aumentam. Já na expansão adiabática quase-estática, trabalho é realizado pelo gás e a energia interna e a temperatura diminuem.

Utilizando a lei dos gases ideais, podemos escrever o trabalho em termos dos valores iniciais e finais de pressão e de volume:

$$\tau_{adiabático} = C_V \cdot \Delta T = C_V \cdot (T_f - T_i)$$

$$\tau_{adiabático} = C_V \left( \frac{P_f V_f}{nR} - \frac{P_i V_i}{nR} \right) = \frac{C_V}{nR} (P_f V_f - P_i V_i)$$

$$\boxed{\tau_{adiabático} = \frac{1}{\gamma - 1} (P_f V_f - P_i V_i)}$$



Ou ainda

$$\tau_{\text{adabiático}} = \left( \frac{1}{\gamma - 1} \right) nR\Delta T$$

Graficamente, podemos representar da seguinte forma:

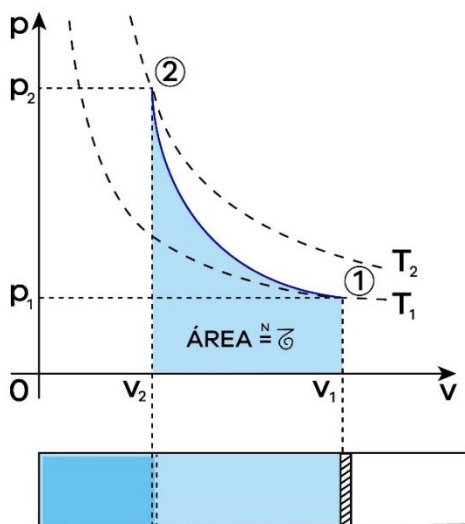


Figura 18: Compressão adiabática.

Caso tivéssemos uma expansão adiabática, teríamos o seguinte gráfico:

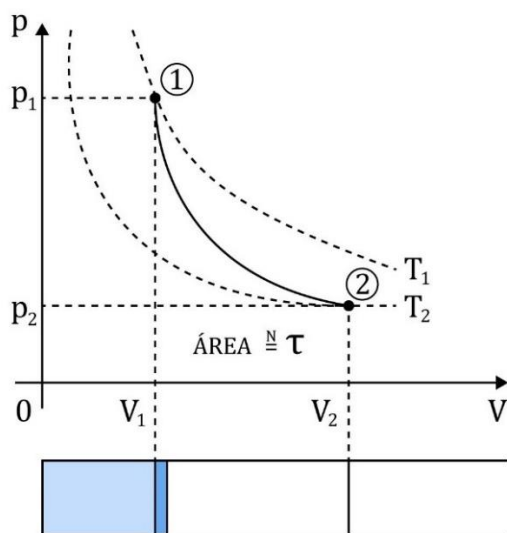


Figura 19: Expansão adiabática.

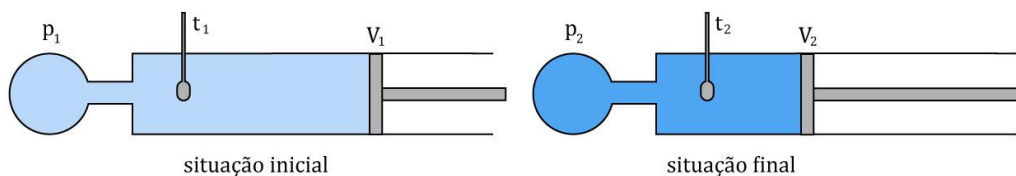
ATENÇÃO  
DECORE!



### 11) (UFMG – SP)

Na figura estão indicados o volume, a temperatura e a pressão de uma certa massa de gás que sofreu uma compressão bastante rápida, durante a qual não houve troca de calor do gás com a vizinhança. As seguintes afirmativas foram feitas em relação à transformação sofrida por esse gás:





I – Durante a compressão, foi realizado sobre o gás um trabalho de módulo igual ao aumento de sua energia interna.

II -  $t_1 < t_2$

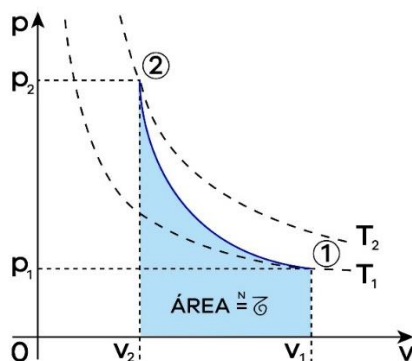
III -  $P_1V_1 = P_2V_2$

A alternativa que apresenta as afirmativas certas é:

- a) somente I.
- b) somente II.
- c) somente II e III.
- d) somente I e II.
- e) I, II e III.

**Comentários:**

De acordo com o enunciado, o gás sofre uma compressão adiabática, portanto, lembrando do gráfico de uma compressão adiabática:



Já sabemos que a temperatura  $t_2 > t_1$ , portanto, o item II está correto. Notamos que a temperatura do gás aumentou, conseqüentemente, a variação da energia interna do gás é positiva, ou seja, a energia interna do gás aumentou. Logo, o item I está correto também.

Em uma transformação adiabática, temos que:

$$P_1V_1^\gamma = P_2V_2^\gamma$$

Onde  $\gamma \neq 1$ , portanto, o item III está errado. Assim, a alternativa correta é a letra d.

**12)**

Deseja-se inflar um pneu de bicicleta utilizando uma bomba manual até uma pressão do gás de 583 kPa.

Considerando a pressão atmosférica igual a 1 atm, a temperatura externa do ar é 27 °C e o volume de ar no pneu permanece constante e igual a 1,00 L.

Calcule o trabalho que precisa ser realizado, se considerarmos que cada acionamento da bomba é um processo adiabático quase-estático.

### Comentários:

Lembrando que para uma transformação adiabática vale a relação:

$$T_2 = T_1 \left( \frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow T_2 = (27 + 273) \left( \frac{583 \text{ kPa}}{101,3 \text{ kPa}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Considerando o expoente de Poisson para o ar igual a 1,4, temos:

$$T_2 = (27 + 273) \left( \frac{583 \text{ kPa}}{101,3 \text{ kPa}} \right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \Rightarrow T_2 = 495 \text{ K} \Rightarrow \boxed{T_2 = 222 \text{ °C}}$$

Dado que o ar foi considerado como um gás diatômico, temos que o trabalho sobre o gás pode ser escrito por:

$$\tau = \frac{5}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} \frac{P_2 V_2}{T_2} (T_2 - T_1)$$
$$\tau = \frac{5}{2} \frac{(583 \text{ kPa})(1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3)}{495 \text{ K}} (495 - 300)$$
$$\boxed{\tau = 574 \text{ J}}$$

Observação: o trabalho também pode ser calculado usando  $\tau_{adiabático} = \frac{P_f V_f - P_i V_i}{\gamma - 1}$ , mas o uso de  $\tau_{adiabático} = C_V \Delta T$  é preferível pois está ligado diretamente a um princípio (1ª lei da termodinâmica) e, assim, é mais fácil de lembrar. Além disso, uma bomba e um pneu de bicicleta reais não estão isolados, logo, o processo de encher o pneu não está nem perto de ser adiabático.

ATENÇÃO  
DECORE!



### 1.8.1. Rapidez das ondas sonoras

A rapidez do som pode ser expressão em função do módulo volumétrico adiabático de um gás ( $B_{adiabático}$ ):

$$v_{som} = \sqrt{\frac{B_{adiabático}}{\rho}}$$

Em que  $\rho$  é a massa específica relacionada ao número de mols  $n$  e à massa molecular  $M$  por  $\rho = m/V = nM/V$ . Utilizando a equação de Clapeyron e fazendo as considerações devidas, chegamos que:



$$v_{som} = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$$

## 1.9. Transformação cíclica

Chamamos de transformação cíclica aquela cuja massa gasosa do estado final é igual à do estado inicial.

Vamos pegar o exemplo do ciclo de transformações, representado pela figura abaixo, em que uma certa massa de um gás ideal, sofre as seguintes mudanças de estado:

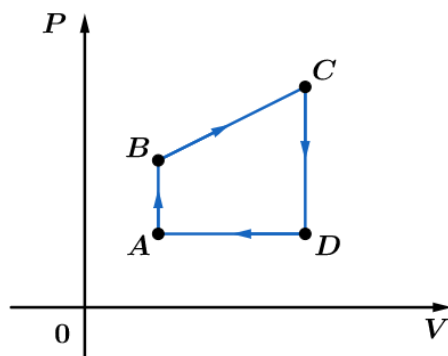


Figura 20: Representação de uma transformação cíclica qualquer, em um diagrama de pressão por volume.

Note que o gás sofre a seguinte transformação  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$  ou ABCDA, isto é, o estado final é semelhante ao estado inicial. Portanto, as funções de estado iniciais e finais são iguais. Portanto, podemos dizer que a energia interna final é igual à inicial.

$$U_{final} = U_{inicial} \Rightarrow \boxed{\Delta U = 0}$$

Por outro lado, o trabalho total no ciclo é determinado pela soma dos trabalhos em cada etapa da transformação cíclica. Para o nosso exemplo, podemos escrever que:

$$\tau = \tau_{AB} + \tau_{BC} + \tau_{CD} + \tau_{DA}$$

Observe que AB e CD são isocóricas, portanto,  $\tau_{AB}$  e  $\tau_{CD}$  são nulos. Então apenas  $\tau_{BC}$  e  $\tau_{DA}$  contribuem para o trabalho total.

O trabalho realizado pelo gás na transformação BC ( $\tau_{BC}$ ) é positivo, já que se trata de uma expansão. Além disso, seu valor é numericamente igual a área abaixo da curva:

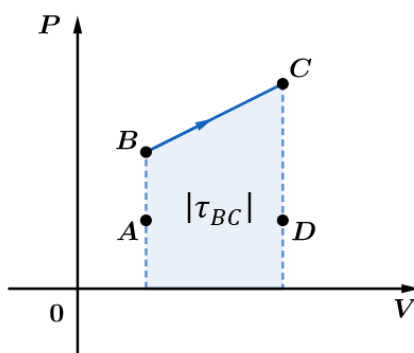


Figura 21: Trabalho sob a curva do processo  $B \rightarrow C$ .



Em contrapartida, o trabalho realizado pelo gás na transformação DA ( $\tau_{DA}$ ) é negativa, pois se trata de uma compressão. Também valerá que o módulo do trabalho é numericamente igual a área abaixo da curva:

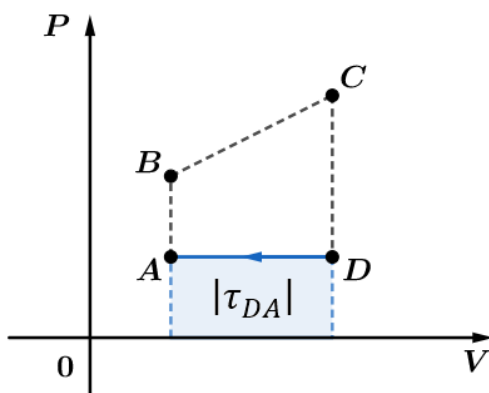


Figura 22: Módulo do trabalho sob a curva da transformação isobárica  $D \rightarrow A$ .

Dessa forma, o trabalho realizado pelo gás nesse ciclo é positivo, pois  $|\tau_{BC}| > |\tau_{DA}|$ . Logo, o trabalho do ciclo será dado por:

$$\tau_{ciclo} = |\tau_{BC}| - |\tau_{DA}|$$

$$\tau_{ciclo}$$

Note que  $\tau$  é numericamente igual a área da região dentro do ciclo de transformações:

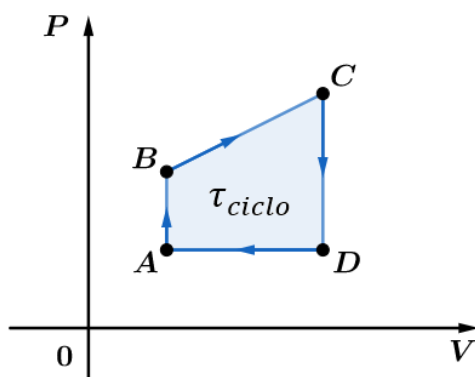


Figura 23: Trabalho do ciclo é numericamente igual à área da região interna definida pelo ciclo.

Como no nosso exemplo, o trabalho realizado pelo gás nesse ciclo está fornecendo energia mecânica para o meio ambiente.

Além do trabalho, sabemos que há trocas de calor ao longo do ciclo. No ciclo, há ganhas e perdas de calor. Como vimos, a quantidade de calor trocada em cada etapa dependerá do tipo de transformação que o gás sofreu, mas a quantidade de calor trocada ao longo de um ciclo é dada pela soma algébrica dos calores trocados em cada etapa:

$$Q = Q_{AB} + Q_{BC} + Q_{CD} + Q_{DA}$$

De acordo com a Primeira Lei da Termodinâmica, em um ciclo temos:

$$\Delta U = Q_{entra} + \tau_{sobre} = Q_{entra} - \tau_{pelo\ gás}$$

$$(\Delta U)_{ciclo} = 0 \Rightarrow Q_{entra} = \tau_{pelo\ gás} \Rightarrow \boxed{Q = \tau}$$



Esse resultado mostra que o gás troca uma quantidade calor igual ao trabalho pelo gás no ciclo. Note que se o trabalho é positivo nesse ciclo do exemplo, então o calor também deve ser positivo nesse processo cíclico. Dizemos então que o gás converte calor em energia mecânica, quando completa um ciclo no sentido horário.

Por outro lado, quando o ciclo for realizado no sentido anti-horário, como na figura 24, o trabalho pelo gás na expansão  $AB$  terá módulo menor que o trabalho realizado na contração  $CD$  ( $|\tau_{AB}| < |\tau_{CD}|$ ). Portanto, nesse caso o trabalho resultante será negativo e terá módulo numericamente igual a área sombreada.

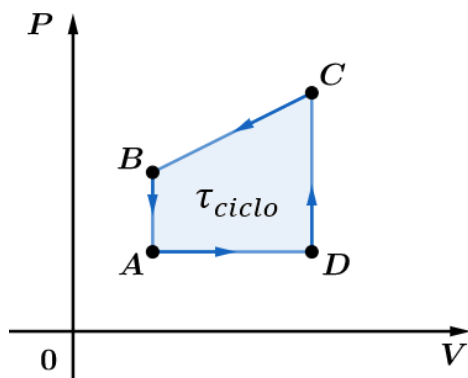


Figura 24: Trabalho pelo gás em um ciclo no sentido anti-horário. Observe que o trabalho do ciclo será negativo e terá módulo numericamente igual à área definida pela região interna ao ciclo.

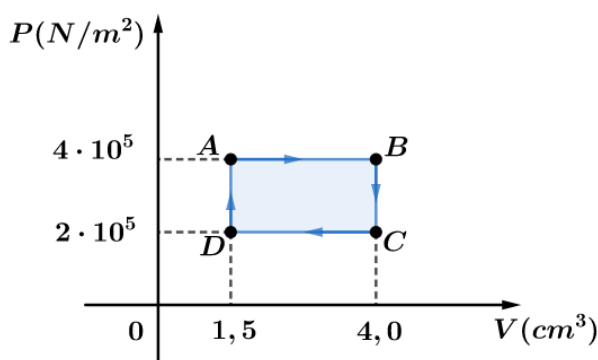
Ao longo do ciclo, o calor trocado será igual ao trabalho pelo gás, portanto, ele também será negativo. Dizemos então que o gás converterá energia mecânica em calor, quando realizar um ciclo no sentido anti-horário.

ATENÇÃO  
DECORE!



### 13) (FUVEST – SP)

O diagrama  $P \times V$  da figura refere-se a um gás ideal passando por uma transformação cíclica através de um sistema cilindro-pistão.



- qual o trabalho realizado pelo gás no processo  $AB$ ?
- em que ponto do ciclo a temperatura do gás é menor?



**Comentários:**

a) O processo  $AB$  é uma transformação isobárica, portanto, o trabalho é dado por:

$$\begin{aligned}\tau &= P \cdot \Delta V = P \cdot (V_B - V_A) \\ \tau &= 4 \cdot 10^5 \cdot (4,0 \cdot (10^{-2})^3 - 1,5 \cdot (10^{-2})^3) \\ \tau &= 4 \cdot 2,5 \cdot 10^5 \cdot 10^{-6} \\ \tau &= 1 \text{ J}\end{aligned}$$

Note que essa operação é o mesmo que calcular a área abaixo do segmento  $\overline{AB}$ .

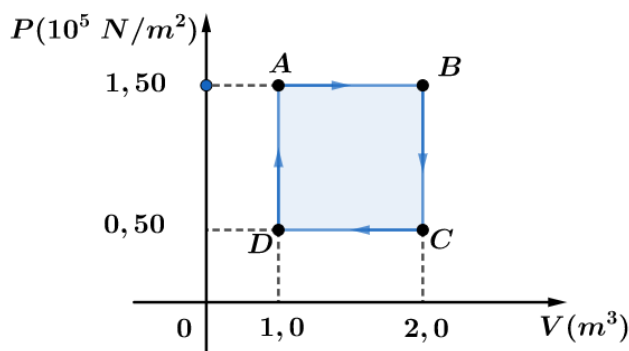
b) Como vimos, no diagrama  $P \times V$ , quando mais próximo da origem, menor será a temperatura. Podemos ver isso pela equação de Clapeyron:

$$\begin{aligned}P \cdot V &= n \cdot R \cdot T \\ T &= \frac{P \cdot V}{n \cdot R}\end{aligned}$$

Quanto mais próximo da origem, menor serão os valores de pressão e de volume, logo, o produto  $P \cdot V$  será menor. Em consequência a temperatura será menor, já que estamos pegando o menor numerador ( $T = \frac{P \cdot V}{n \cdot R}$  e em uma transformação gasosa não alteramos o número de mols, mantendo o denominador constante). Portanto, o ponto com temperatura mais baixa no ciclo é o ponto D. Note que por esse raciocínio, o ponto com maior temperatura é o ponto B.

**14) (VUNESP – SP)**

20 mols de moléculas de um gás ideal a transformação da figura. O calor específico molar a pressão constante é  $C_p = 20,8 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ , e o calor molar específico molar a volume constante é  $C_v = 12,5 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$ .



Calcule:

- o trabalho ( $\tau$ ) realizado no ciclo;
- o calor fornecido ao gás em  $AB$  ( $Q_{AB}$ );
- o calor cedido pelo gás em  $CD$  ( $Q_{CD}$ );
- a variação de energia interna entre  $A$  e  $C$  ( $\Delta U_{AC}$ ).





### Comentários:

a) como vimos, a área da região interna do ciclo é numericamente igual ao trabalho. Além disso, o ciclo está no sentido horário, portanto, sabemos que o trabalho é positivo. Então:

$$\tau_{\text{ciclo}}^N = (1,5 \cdot 10^5 - 0,5 \cdot 10^5) \cdot (2 - 1) = 1 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\boxed{\tau = 100 \text{ kJ}}$$

b) a transformação  $AB$  é uma isobárica, portanto, o calor é trocado a pressão constante, logo:

$$Q_{AB} = n \cdot C'_P \cdot \Delta T_{AB} = n \cdot C'_P \left( \frac{P_B V_B}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right) = \frac{C'_P}{R} (P_B V_B - P_A V_A) = \frac{20,8}{8,31} (1,5 \cdot 10^5)(2 - 1)$$

$$\boxed{Q_{AB} \cong 375 \text{ kJ}}$$

c) semelhante ao item b, temos que:

$$Q_{CD} = n \cdot C'_P \cdot \Delta T_{CD} = \frac{C'_P}{R} (P_D V_D - P_C V_C) = \frac{20,8}{8,31} (0,5 \cdot 10^5)(1 - 2)$$

$$\boxed{Q_{CD} \cong -125 \text{ kJ}}$$

d) como vimos, podemos calcular a variação de energia utilizando o calor trocado a volume constante. Lembre-se que energia interna de um gás ideal é função de estado! Logo:

$$\Delta U_{AC} = (Q_{AC})_V = n \cdot R \cdot \Delta T_{AC} = n \cdot C'_V \cdot \left( \frac{P_C V_C}{nR} - \frac{P_A V_A}{nR} \right)$$

$$\Delta U_{AC} = \frac{C'_V}{R} (P_C V_C - P_A V_A) = \frac{12,5}{8,31} (0,5 \cdot 10^5 \cdot 2 - 1,5 \cdot 10^5 \cdot 1)$$

$$\boxed{\Delta U_{AC} \cong -75 \text{ kJ}}$$

Note que a temperatura de A é maior que a temperatura de C.





## 2. Máquinas térmicas e a segunda lei da Termodinâmica

Como vimos na primeira lei, a energia é sempre conservada. A segunda lei busca analisar a viabilidade de se colocar o uso dessa energia. Frequentemente, cientistas e engenheiros buscam máquinas térmicas (dispositivos que transformam calor em trabalho) com a melhor eficiência.

Vimos que em um ciclo termodinâmico, podemos escrever que:

$$\Delta U_{ciclo} = 0 \Rightarrow \tau_{ciclo} = Q_{ciclo}$$

Podemos dividir nossas máquinas em duas categorias:

- Motor:  $Q \rightarrow \tau$ .
- Refrigerador/Aquecedor:  $\tau \rightarrow Q$ .

### 2.1. Motores

Vamos fazer um esquema simples que representa um motor:

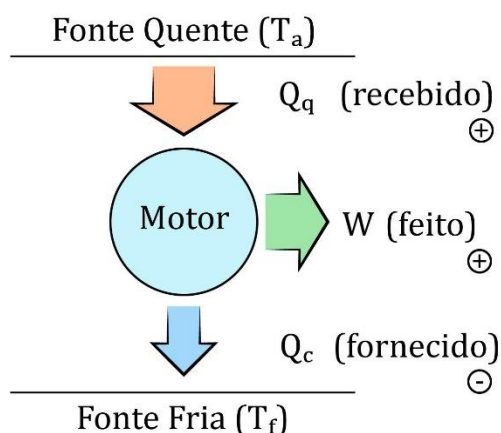


Figura 25: Esquema representativo de um motor recebendo calor da fonte quente, realizando trabalho e rejeitando calor para a fonte fria.

Para o ciclo, temos:

$$\tau_{ciclo} = Q_{ciclo} \Rightarrow \tau = Q_Q + Q_F$$

$$\tau = Q_Q - |Q_F|$$

Definimos **rendimento de uma máquina térmica ( $\eta$ )** como sendo a razão entre o trabalho realizado pela máquina e o calor retirado do reservatório de alta temperatura:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_Q} = \frac{Q_Q - |Q_F|}{Q_Q} = 1 - \frac{|Q_F|}{Q_Q}$$

Olhando para o rendimento de uma máquina térmica, vemos que se desejamos maximizar a eficiência, basta pegar o menor valor possível para  $\frac{|Q_F|}{Q_Q}$ . Para minimizar esse resultado, precisamos diminuir ao máximo  $|Q_F|$  e aumentar  $Q_Q$ , o que representa transformar todo o calor proveniente da fonte quente em trabalho no ciclo. Entretanto, por mais que desejamos diminuir  $|Q_F|$ , ele nunca será zero. Tal fato foi enunciado por Kelvin-Planck pelo seguinte teorema:

“É impossível construir uma máquina térmica **cíclica** que consiga retirar todo calor da fonte quente e transformá-lo **integralmente** em trabalho.”

Esse enunciado é conhecido como a Segunda Lei da Termodinâmica para máquinas térmicas.

Em outras palavras:

$$\eta = 100\% \rightarrow \text{impossível}$$

Podemos representar a transformação de calor em trabalho pelo sentido gráfico:

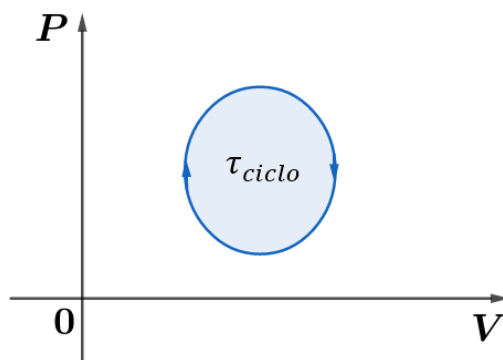


Figura 26: Trabalho de um ciclo termodinâmico qualquer.

A área interna do ciclo representa, numericamente, o trabalho que se obtém na máquina.

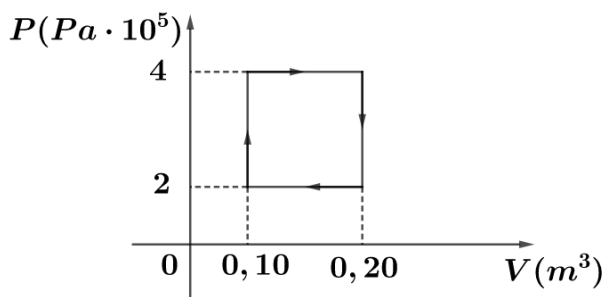
ATENÇÃO  
DECORE!



### 15) (PUC – MG)

O rendimento de uma máquina térmica é a razão entre o trabalho realizado e o calor absorvido, por ciclo. Calcule o rendimento de uma máquina térmica que segue o ciclo descrito pelo diagrama, sabendo que ela absorve  $8 \cdot 10^4$  J de energia térmica por ciclo.





### Comentários:

Pelo ciclo podemos calcular o trabalho realizado pelo gás no ciclo, fazendo o cálculo da área da região interna:

$$\tau = (4 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^5) \cdot (0,20 - 0,10) \Rightarrow \boxed{\tau = 2 \cdot 10^4 \text{ J}}$$

Note que a energia térmica fornecida no enunciado é justamente o calor fornecido pela fonte quente.

Portanto, o rendimento desse motor pode ser expresso por:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_Q} = \frac{2 \cdot 10^4}{8 \cdot 10^4} = \frac{1}{4}$$

$$\boxed{\eta = 25 \%}$$

## 2.2. Refrigerador/Aquecedor

Como já vimos, o calor não sai da fonte fria para a fonte quente espontaneamente. Para que isso ocorra, é necessário fornecer uma certa quantidade de trabalho. Vamos representar uma máquina frigorífica da seguinte forma:

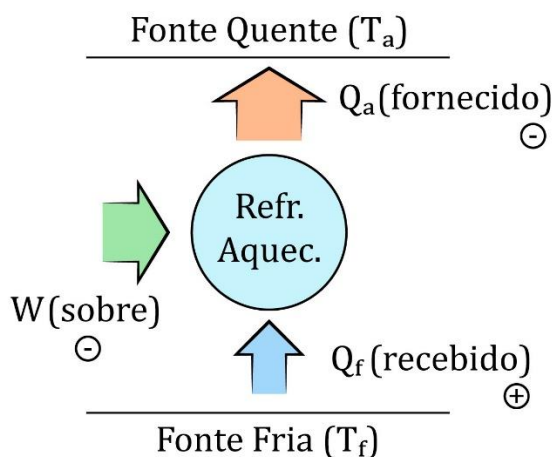


Figura 27: Representação esquemática de um refrigerador/aquecedor.

Aplicando a primeira lei da termodinâmica para uma máquina frigorífica, temos:

$$\Delta E_{int} = 0 \Rightarrow \tau_{ciclo} = Q_Q + Q_F$$

Note que o trabalho sobre o gás é negativo e o calor quente é retirado da máquina, logo:

$$\tau_{ciclo} < 0 \text{ e } Q_Q < 0$$

Algebricamente, podemos escrever que:

$$-|\tau_{ciclo}| = -|Q_Q| + Q_F$$

$$\therefore \boxed{|\tau_{ciclo}| + |Q_Q| = Q_Q}$$

Para uma máquina frigorífica não definimos rendimento mas sim **eficiência ( $\epsilon$ )**. Chamamos de eficiência ( $\epsilon_R$ ) de uma máquina frigorífica a relação entre a quantidade de calor retirada da fonte fria ( $Q_F$ ) e o trabalho necessário para essa transferência. Isto é:

$$\boxed{\epsilon_R = \frac{|Q_F|}{|\tau_{ciclo}|} = \frac{|Q_F|}{|Q_Q| - |Q_F|}}$$

Se olharmos para o reservatório da fonte fria, estamos tirando calor dele, portanto, temos uma máquina de refrigeração. Por outro lado, se olharmos para a fonte quente, estamos fornecendo calor para ela, então, temos uma máquina de aquecimento. Podemos definir a eficiência do aquecedor ( $\epsilon_A$ ) como sendo:

$$\boxed{\epsilon_A = \frac{|Q_Q|}{|\tau_{ciclo}|} = \frac{|Q_Q|}{|Q_Q| - |Q_F|}}$$

Matematicamente, podemos ver que:

$$\epsilon_A - \epsilon_R = \frac{|Q_Q|}{|Q_Q| - |Q_F|} - \frac{|Q_F|}{|Q_Q| - |Q_F|} = \frac{|Q_Q| - |Q_F|}{|Q_Q| - |Q_F|}$$
$$\therefore \boxed{\epsilon_A - \epsilon_R = 1}$$

Como já sabemos, quando colocamos um corpo aquecido em contato direto com um corpo frio, o calor será transferido do corpo quente para o corpo frio até que ambos estejam na mesma temperatura. Entretanto, o inverso nunca ocorre. Ou seja, o calor não é transferido do mais frio para o mais quente, deixando o corpo mais frio e o outro mais quente.

Este fato experimental foi enunciado por Clausius e é conhecido como a Segunda Lei da Termodinâmica para refrigeradores:

É impossível construir uma máquina térmica (refrigerador) que opere em ciclos consiga transmitir integralmente calor da fonte fria à fonte quente.

Em outras palavras:

$$\text{é impossível } \epsilon_R \rightarrow \infty$$

Observe que a 1ª Lei da Termodinâmica apenas traz a ideia de conservação de energia em todos os processos naturais, mas ela não diz nada a respeito da probabilidade ou possibilidade de ocorrência de determinado evento.



Imagine um corpo em movimento em uma determinada superfície com atrito. Sabemos que se ele tem uma certa energia cinética inicial, tal energia será convertida em calor, conforme prevê a Primeira Lei da Termodinâmica. Entretanto, se fornecermos calor ao corpo puramente através de uma fonte quente, ele não entrará em movimento, adquirindo a energia cinética inicial. Note que a primeira lei nada fala sobre a possibilidade de ocorrência desse evento.

Na verdade, a segunda lei tem um caráter estatístico, revelando que os processos naturais apresentam um sentido preferencial de ocorrência, buscando sempre que o sistema, espontaneamente, vá para um estado de equilíbrio.

Observe que dissemos o sentido preferencial, pois na verdade, a segunda lei não afirma qual transformação é possível (entre duas), mas sim a que tem **maior probabilidade de ocorrer**.

Vamos citar alguns exemplos assimétricos da natureza que evidenciam a segunda lei:

- Quando colocamos em contato dois corpos com temperaturas diferentes, haverá passagem de calor, espontaneamente, do mais quente para o mais frio, até alcançarem a temperatura de equilíbrio térmico. Como vimos, a passagem de calor do corpo frio para o corpo quente não ocorre de forma espontânea. Para que isso aconteça é necessário fornecimento de energia na forma de trabalho.
- Quando uma gota de tinta for colocada em um líquido, as partículas dessa gota se dispersarão espontaneamente, até que todo o líquido fique tingido. Não é impossível, mas altamente improvável, que as partículas da tinta se reúnam, de modo espontâneo, de forma a restaurar a gota original.
- Se conectarmos dois recipientes, o primeiro contendo hélio e o segundo nitrogênio, espontaneamente esses gases se misturarão. Embora seja altamente improvável, não é impossível que, em um dado instante, as moléculas se separem, de forma espontânea, restaurando a configuração inicial.

ATENÇÃO  
DECORE!



### 16) (VUNESP – SP)

Uma geladeira retira, por segundo,  $1000 \text{ kcal}$  do congelador, enviando para o ambiente  $1200 \text{ kcal}$ . Considere  $1 \text{ kcal} = 4,2 \text{ kJ}$ .

A potência do compressor da geladeira vale:

- a)  $700 \text{ kW}$
- b)  $800 \text{ kW}$
- c)  $840 \text{ kW}$
- d)  $600 \text{ kW}$
- e)  $500 \text{ kW}$



### Comentários:

Primeiramente, vamos lembrar que  $W = J/s$  e note que ele forneceu as quantidades de energia por segundo. Logo, o trabalho fornecido pelo compressor, por segundo, é de:

$$\begin{aligned} |\tau_{ciclo}| + |Q_F| &= Q_Q \\ |\tau_{ciclo}| + 1000 &= 1200 \\ |\tau_{ciclo}| &= 200 \text{ cal (por segundo)} \end{aligned}$$

Transformando em joules, temos:

$$|\tau_{ciclo}| = 200 \cdot 4,2 = 840 \text{ J (por segundo)}$$

Portanto, a potência do compresso é de 840 joules por segundo, isto é, 840 W.



## 2.3. A equivalência entre os enunciados de Kelvin-Planck e Clausius

Embora os enunciados para máquinas térmicas (Kelvin-Planck) e para refrigeradores (Clausius) da segunda lei pareçam diferentes, na verdade eles são equivalentes.

Os enunciados são:

1. Máquinas térmicas (Kelvin-Planck): “É impossível construir uma máquina térmica **cíclica** que consiga retirar todo calor da fonte quente e transformá-lo **integralmente** em trabalho.”
2. Refrigerador (Clausius): “É impossível construir uma máquina térmica (refrigerador) que opere em ciclos consiga transmitir integralmente calor da fonte fria à fonte quente.”

Para provar essa equivalência, vamos utilizar um exemplo e mostra que se o enunciado para máquinas térmicas é falso, então o enunciado para refrigeradores também é falso.

Vamos admitir que a afirmação de Clausius é falsa, ou seja, é possível transferir calor de uma fonte fria para uma fonte quente, sem a necessidade de quaisquer outros efeitos. Com isso, vamos construir uma máquina que remove 100 J de energia de uma fonte quente, realiza 40 J de trabalho e rejeita 60 J de calor para o reservatório frio.

Então, nossa máquina hipotética tem rendimento de 40 % ( $\eta = \frac{\tau}{Q_Q} = \frac{40}{100} = 0,4$ ). Se admitirmos que o enunciado de Clausius não fosse verdadeiro, então poderíamos utilizar um refrigerador perfeito para tirar 60 J de energia da fonte fria e levá-los para a fonte quente, sem a necessidade de qualquer trabalho.

Assim, o refrigerador perfeito teria o papel de tirar 40 joules da fonte quente e produzir 40 J de trabalho, criando a máquina perfeita, o que viola o enunciado de Kelvin-Planck, já que



nenhuma energia está sendo rejeitada para nenhuma parte. Logo, o enunciado de Kelvin-Planck também seria falso. Esquemáticamente, temos:

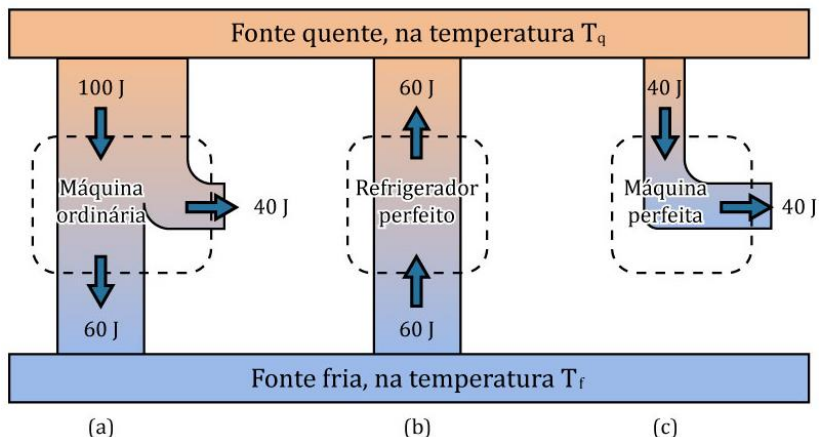


Figura 28: Esquema representativo de uma máquina simples, que remove 100 J de calor de uma fonte quente, realiza 40 J de trabalho e rejeita 60 J para a fonte fria. Se o enunciado de Clausius para a segunda lei fosse falso, então um refrigerador perfeito (b) poderia retirar 60 J de calor da fonte fria e rejeitá-los para a fonte quente sem realizar ou consumir trabalho algum. Como efeito total, teríamos uma máquina térmica operando com o refrigerador, como mostrado em (a) e em (b), capaz de remover 40 J da fonte quente e converter completamente em trabalho, sem qualquer outro efeito, violando o enunciado de Kelvin-Planck.

Agora, vamos admitir que o enunciado de Kelvin-Planck seja falso e mostraremos que o enunciado de Clausius não será verdadeiro.

Para isso, vamos tomar um refrigerador comum, que remove 100 J de energia de uma fonte fria, utiliza 50 J de trabalho e rejeita 150 J de calor para a fonte quente. Se o enunciado de Kelvin-Planck fosse falso, então poderíamos criar uma máquina térmica perfeita que remova energia de uma única fonte e converta-a, integralmente, em trabalho, ou seja, com rendimento de 100 %.

Dessa forma, a máquina perfeita que idealizamos poderia remover 50 J de energia do reservatório quente e realizar 50 J de trabalho. Com isso, poderíamos pensar que o resultado líquido do refrigerador seria a transferência de 100 J de calor do reservatório frio para o quente, sem a necessidade de trabalho, o que contradiz com o enunciado de Clausius. Podemos esquematizar esse processo da seguinte forma:

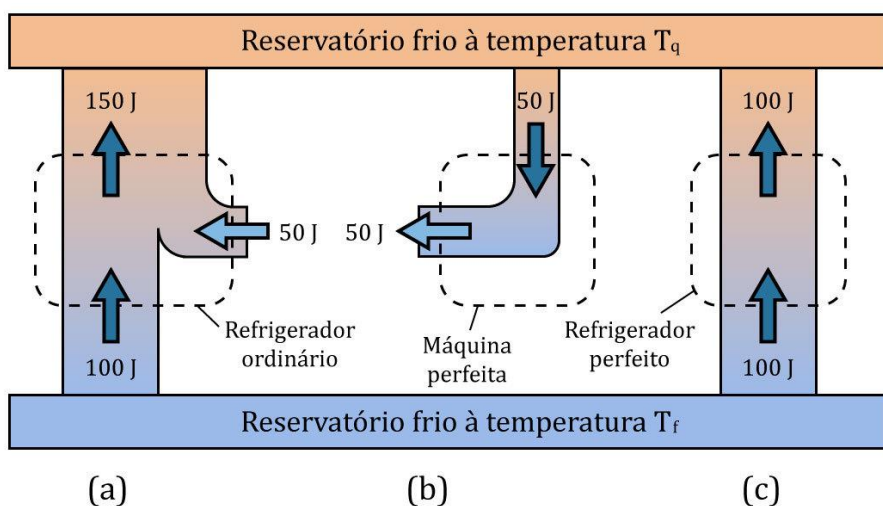


Figura 29: Em (a), o refrigerador comum remove 100 J de um reservatório frio, quando recebe 50 J de trabalho. Com isso, uma máquina térmica perfeita (b) viola o enunciado da 2ª lei para máquinas térmicas, absorvendo 50 J da fonte quente e transformando-os integralmente em trabalho. Dessa forma, podemos colocar os dois juntos e temos o refrigerador perfeito que viola o enunciado da 2ª lei para refrigeradores, pois são retirados 100 J da fonte fria e transformando-os em calor para fonte quente, sem qualquer outro efeito.



Diante disso, se o enunciado de Kelvin-Planck é falso, então o enunciado de Clausius também será. Portanto, as duas formulações para a Segunda Lei da Termodinâmica são equivalentes.



## 2.4. Reversibilidade

Vamos imaginar um simples processo de transferência de calor  $Q$  de uma fonte quente para uma outra fria. Pelo enunciado de Clausius, é impossível remover essa quantidade calor  $Q$  de volta para a fonte quente, sem provocar uma outra modificação nas vizinhanças (realização de trabalho).

Se utilizarmos um refrigerador para retirar a quantidade de calor  $Q$  da fonte fria, iremos transferir a quantidade de calor  $Q + \tau$  para a fonte quente, em que  $\tau$  é o trabalho realizado sobre o refrigerador. Assim, a energia  $\tau$  teria sido perdida pelas vizinhanças do sistema para que houvesse uma quantidade extra, igual a  $\tau$ , transferida para a fonte quente.

Pelo enunciado de Kelvin-Planck, não podemos remover este calor de uma fonte quente e transformá-lo completamente em trabalho. **Qualquer que seja o CICLO, deve haver uma etapa em que parte do calor é rejeitada para as vizinhanças.**

Note que o processo de condução de calor de um corpo quente para um outro frio é **irreversível**, pois não podemos retornar o sistema ao estado inicial, sem provocar uma modificação permanente nas vizinhanças.

Podemos definir **irreversibilidade** como sendo:

Qualquer processo em que o sistema e as suas vizinhanças não podem retornar aos respectivos estados iniciais.

Note que o conceito de irreversibilidade está profundamente relacionado com a 2ª Lei de Termodinâmica.

Na natureza, existem muitos processos irreversíveis. Podemos dizer que todo processo que transforma energia mecânica em energia interna é irreversível. Por exemplo, um corpo escorregando sobre uma mesa que possui atrito é irreversível. Neste caso, não podemos extrair o aumento da energia interna do corpo e da superfície, convertendo novamente em energia mecânica.

Um processo irreversível importante é a expansão livre adiabática de um gás, de um compartimento cheio para outro vazio (expansão livre de Joule). Embora este processo não



realizar trabalho, não trocar calor e não haver modificação da energia interna, é impossível simplesmente invertê-lo.

Note como a irreversibilidade está intimamente ligada com a segunda lei. Vamos hipoteticamente tomar um gás na temperatura  $T$  que se expande livremente do volume  $V_1$  até o volume  $V_2$ . Como já vimos, a temperatura final será  $T$ , dado que o gás é ideal, já que não houve variação da energia interna do gás.

Podemos voltar o gás ao volume inicial por meio de uma compressão isotérmica, fazendo um trabalho  $\tau$  e retirando uma quantidade de calor  $Q = \tau$ , que é rejeitada para o reservatório com temperatura  $T$ .

Sabemos que a compressão isotérmica é irreversível e a combinação da expansão livre adiabática com a compressão isotérmica coloca novamente o gás no estado inicial. Entretanto, é necessário converter uma certa quantidade de trabalho  $\tau$  em energia para o reservatório à temperatura  $T$ .

Pelo enunciado de Kelvin-Planck, é impossível converter integralmente esta energia em trabalho, não realizando outras modificações na vizinhança, o processo completo torna-se irreversível.

Portanto, podemos dizer que a expansão livre adiabática é irreversível e se o gás já está expandido, então ele não retorna espontaneamente ao seu volume inicial, conforme representado no diagrama  $PV$  logo abaixo:

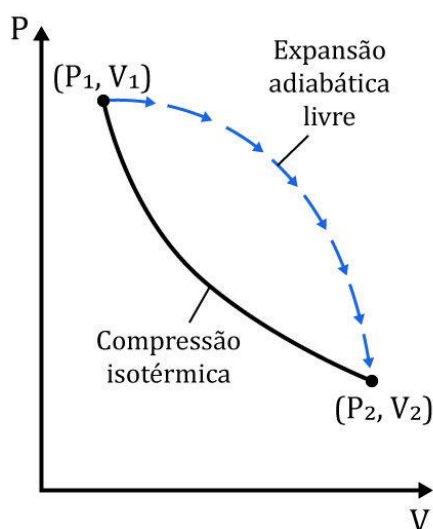


Figura 30: Indicamos a expansão livre do gás pela linha de setas. Ela não pode ser representada no diagrama  $PV$  por uma curva, já que o processo não é quase-estático e o gás não percorre sucessivas etapas de equilíbrio. O gás pode retornar ao estado inicial por uma compressão isotérmica reversível, convertendo trabalho em calor. Entretanto, o ciclo como um todo não pode ser invertido, pois o calor não pode ser convertido inteiramente em trabalho, sem qualquer outra alteração nas vizinhanças. Logo, a expansão adiabática livre é irreversível.

Diante dessas considerações, podemos caracterizar um processo reversível pelas condições necessárias:

- Não ter trabalho realizado pelo atrito, por forças viscosas ou qualquer outro tipo de força dissipativa que produza calor.
- As trocas de calor ocorrem devido a variações de temperatura infinitamente pequena ( $\Delta T \rightarrow dT$ ).



- O processo dever ser quase-estático, tal que o sistema sempre esteja num estado infinitamente próximo do estado de equilíbrio.

Assim, se um processo viole qualquer uma dessas condições, então ele será irreversível. Na natureza, grande parte dos processos são irreversíveis.

Para termos um processo reversível devemos satisfazer as condições listadas acima de forma completa. Por isso, na prática é praticamente impossível realizar um processo que seja reversível por completo. Contudo, podemos fazer algumas aproximações e termos processos bem próximos de um reversível.

Vamos agora tomar como exemplo uma expansão isobárica de um gás com volume inicial  $V_1$  e volume final  $V_2$ . Para que este processo seja reversível, devemos ter que o calor seja fornecido quase isotermicamente, isto é, não há condução de calor através de uma diferença finita de temperatura. Dessa forma, podemos nos aproximar do processo isobárico realizando uma sucessão de processos alternados, isotérmicos e adiabáticos quase-estáticos, como mostra a figura abaixo:

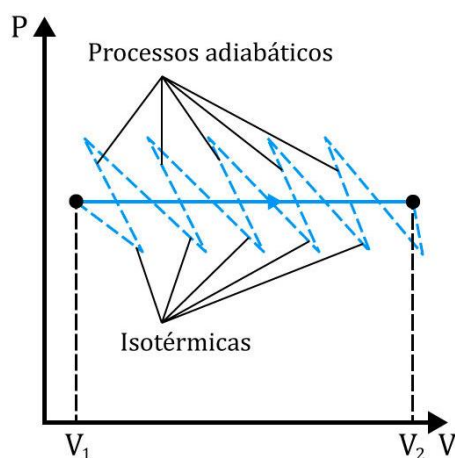


Figura 31: Representação de uma expansão quase-estática em pressão constante. Podemos considerar o processo como sendo reversível, pois trata-se de uma sequência de isotermas e de adiabáticas reversíveis, com a aproximação que quisermos. Dessa forma, qualquer processo quase-estático pode ser realizado de forma praticamente reversível, utilizando muitas fontes térmicas, de tal forma que o calor trocado o seja sempre isotermicamente.

Assim, com uma grande quantidade de fontes térmicas, é possível fazer esta sequência se aproximar o quanto queiramos do processo isobárico. Com isso, efetuaremos trocas de calor nas isotérmicas entre o sistema e uma fonte na mesma temperatura.

Diante disso, podemos fazer qualquer outro processo quase-estático, em um diagrama  $PV$ , ser aproximado de um processo reversível constituído por uma série de isotermas e adiabáticas quase-estáticas.



## 2.5. O ciclo de Carnot

Antes de a primeira lei ter sido enunciada, Sadi Carnot, um jovem engenheiro francês, desenhou uma máquina ideal que trabalhava entre duas fontes térmicas e descobriu que existia um limite teórico para o rendimento dessa máquina, imposto pelas temperaturas das fontes térmicas.

Hoje, conhecemos essa máquina como **máquina térmica de Carnot**, que efetua o **ciclo de Carnot**.

Os trabalhos de Carnot podem ser expressos num teorema simples, mas muito importante para a termodinâmica, famigerado como **teorema de Carnot**:

Nenhuma máquina térmica que opera entre duas fontes térmicas pode ter rendimento superior ao de uma máquina funcionando reversivelmente entre estas mesmas fontes.

Vamos provar este teorema utilizando a segunda lei. Para isso, vamos imaginar uma máquina operando reversivelmente entre duas fontes térmicas. Se supormos que ela recebe 100 joules de calor da fonte quente, realiza 40 joules de trabalho e rejeita 60 joules de calor para a fonte fria, como representado na figura 32a. Note que seu rendimento é de 40 %.

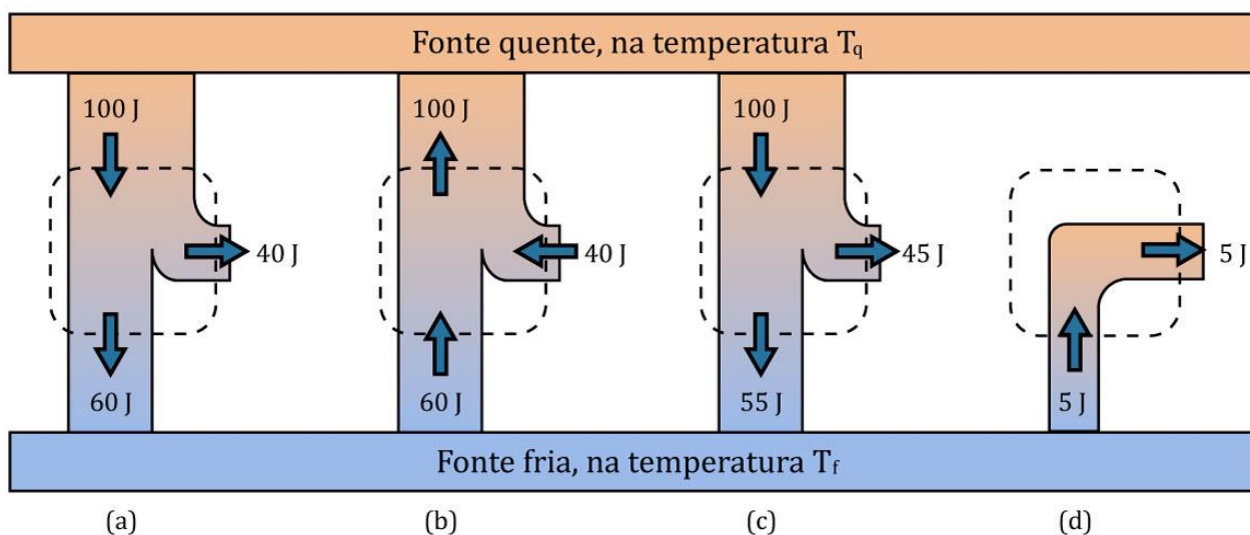


Figura 32: Esquema representativo para o teorema de Carnot.

Se a máquina opera em um ciclo reversível, então ela pode operar no sentido inverso, isto é, absorver 60 joules de calor da fonte fria e enviando 100 joules para a fonte quente, recebendo um trabalho de 40 joules, como representa a figura 32b.

Agora, vamos considerar uma outra máquina térmica que pode ou não operar reversivelmente e mostraremos que se o seu rendimento for maior que o da primeira, então a segunda lei pode ser violada.

Suponhamos que essa máquina é utilizada para retirar 100 joules de energia da fonte quente. Já que estamos admitindo que ela pode ter rendimento maior que 40 %, ela pode realizar

um trabalho maior que 40 joules (45 joules, por exemplo) e rejeitar 55 joules de calor para fonte fria, como mostra o esquema da figura 32c.

Se empregarmos a máquina reversível como um refrigerador, então ao combinarmos as duas máquinas o efeito seria a remoção de 5 joules de calor da fonte fria e sua total transformação em trabalho, como representado na figura 32d, o que viola o enunciado de Kelvin-Planck.

Literalmente, podemos fazer a prova do teorema utilizando quantidades quaisquer de calor recebido ou cedido, e de trabalho efetuado, conforme representado no esquema abaixo:

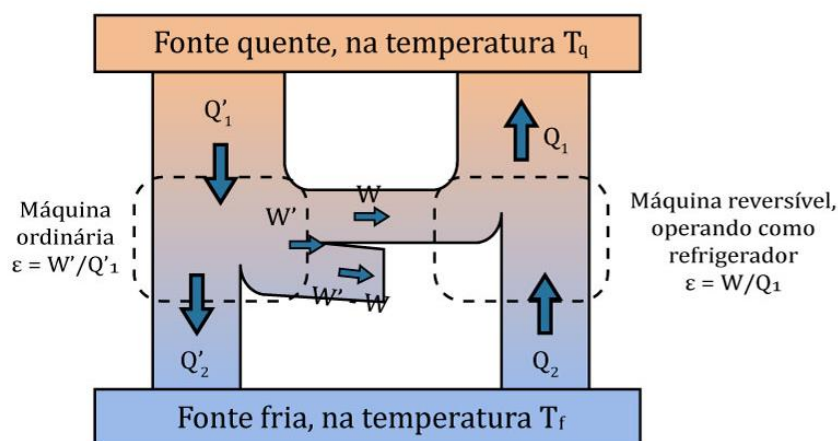


Figura 33: Esquema do teorema de Carnot, para quaisquer valores de calor e de trabalho. Note que a máquina térmica opera ao contrário, como um refrigerador, tirando calor  $Q_2$  da fonte fria e rejeitando  $Q_1$  para a fonte quente, consumindo o trabalho  $W$ . Se uma outra máquina tenha rendimento maior que a reversível, então ela pode remover um calor  $Q'_1 = Q_1$  da fonte quente e realizar o trabalho  $W' > W$ . Dessa forma, podemos usar o trabalho  $W$  para operar o refrigerador. Com isso, o resultado das duas máquinas seria a remoção de  $Q_2 - Q'_2$  da fonte fria e sua completa conversão em trabalho  $W' - W$ .

Nesse esquema, o calor recebido na máquina ordinária ( $Q'_1$ ) é igual ao calor rejeitado pela máquina reversível  $Q_1$  (refrigerador). Se o rendimento da máquina ordinária é maior que o da máquina reversível, então o trabalho  $\tau'$  é maior que o trabalho  $\tau$  (energia necessária para operar a máquina reversível como um refrigerador).

Assim, o efeito líquido do funcionamento conjunto das duas máquinas é a remoção da quantidade de calor  $Q_2 - Q'_2$  do reservatório frio e a sua transformação completa em trabalho.

Podemos fazer o seguinte balanço de energia para cada máquina:

$$\begin{cases} |Q'_1| = |Q'_2| + |\tau'| \\ |\tau| + |Q_2| = |Q_1| \end{cases}$$

Como  $|Q'_1| = |Q_1|$ , então  $|Q_2| - |Q'_2| = |\tau'| - |\tau|$ .

Por outro lado, se o rendimento da máquina ordinária for menor que o da máquina reversível, então não há qualquer violação da segunda lei. O resultado líquido da operação conjunta é a transformação de trabalho em energia interna do reservatório frio.

Dessa forma, mostramos que o rendimento de uma máquina reversível é sempre maior ou no mínimo igual ao rendimento de qualquer outra máquina térmica que opera entre as mesmas fontes térmicas, conforme enuncia o teorema de Carnot.

Um corolário importante do teorema de Carnot diz que:



Todas as máquinas térmicas reversíveis que operam entre as mesmas temperaturas extremas, têm o mesmo rendimento.

Note que essa é uma consequência direta do teorema de Carnot, já que ele afirma que o rendimento de qualquer das máquinas reversíveis é maior ou igual ao rendimento de uma outra qualquer. Então, se olharmos para a segunda, ela teria um rendimento maior ou igual ao da primeira. Logo, como as duas não podem ter ao mesmo tempo rendimentos maiores um do outro, então as duas máquinas terão rendimentos iguais.

Podemos enunciar o teorema de Carnot para o funcionamento de refrigeradores:

Nenhum refrigerador que opere entre duas fontes térmicas, pode ter eficiência maior que a de um refrigerador reversível operando entre as mesma duas fontes.

O corolário é expresso da seguinte forma:

Todos os refrigeradores reversíveis, que operam entre as mesmas duas fontes térmicas, têm o mesmo coeficiente de eficiência.

Dado que o ciclo de Carnot é reversível, devemos ter que a transferência de calor deve ser feita sem diferenças finitas de temperaturas, pois, do contrário, a transferência seria irreversível. Portanto, a máquina deve receber e rejeitar calor de forma isotérmica. Se admitirmos que o gás esteja inicialmente na temperatura  $T_Q$  (fonte quente), então o gás se expande isotermicamente até o ponto 2. Durante a expansão, o gás realiza trabalho e absorve a quantidade de calor  $Q_1$  da fonte quente.

Admitiremos que o calor é recebido isotermicamente e quase-estaticamente, de modo que a expansão é reversível. Se o gás é ideal, então, pela primeira lei da termodinâmica, o trabalho é igual ao calor absorvido:

$$\Delta U = Q_{entra} - \tau_{pelo\ gás} \Rightarrow \Delta U = 0 \Rightarrow Q_{1 \rightarrow 2} = \tau_{1 \rightarrow 2}$$

Lembrando que o trabalho em uma transformação isotérmica é dado por:

$$\tau_{iso} = Q_{iso} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Então:

$$Q_{1 \rightarrow 2} = \tau_{1 \rightarrow 2} = n \cdot R \cdot T_Q \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \text{ (eq. 1)}$$

Observação: essa afirmação não seria verdadeira caso o gás fosse real.

Após remover o gás do contato térmico com a fonte quente, ele sofre uma expansão quase-estática e adiabática, até atingir a temperatura  $T_F$  da fonte fria, no ponto 3.



Assim, podemos escrever que:

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{constante}$$

$$T_Q \cdot V_2^{\gamma-1} = T_F \cdot V_3^{\gamma-1} \text{ (eq. 2)}$$

Em seguida, o gás é comprimido isotermicamente em contato com a fonte fria até o ponto 4. Então, novamente temos:

$$Q_{3 \rightarrow 4} = \tau_{3 \rightarrow 4} = n \cdot R \cdot T_F \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) \text{ (eq. 1)}$$

Note que durante essa compressão, realiza-se trabalho sobre o gás e ele rejeita calor para a fonte fria.

Por fim, o gás é comprimido adiabaticamente e quase-estaticamente, até atingir a temperatura inicial  $T_Q$ , fechando o ciclo. Podemos representar o ciclo de Carnot da seguinte forma:

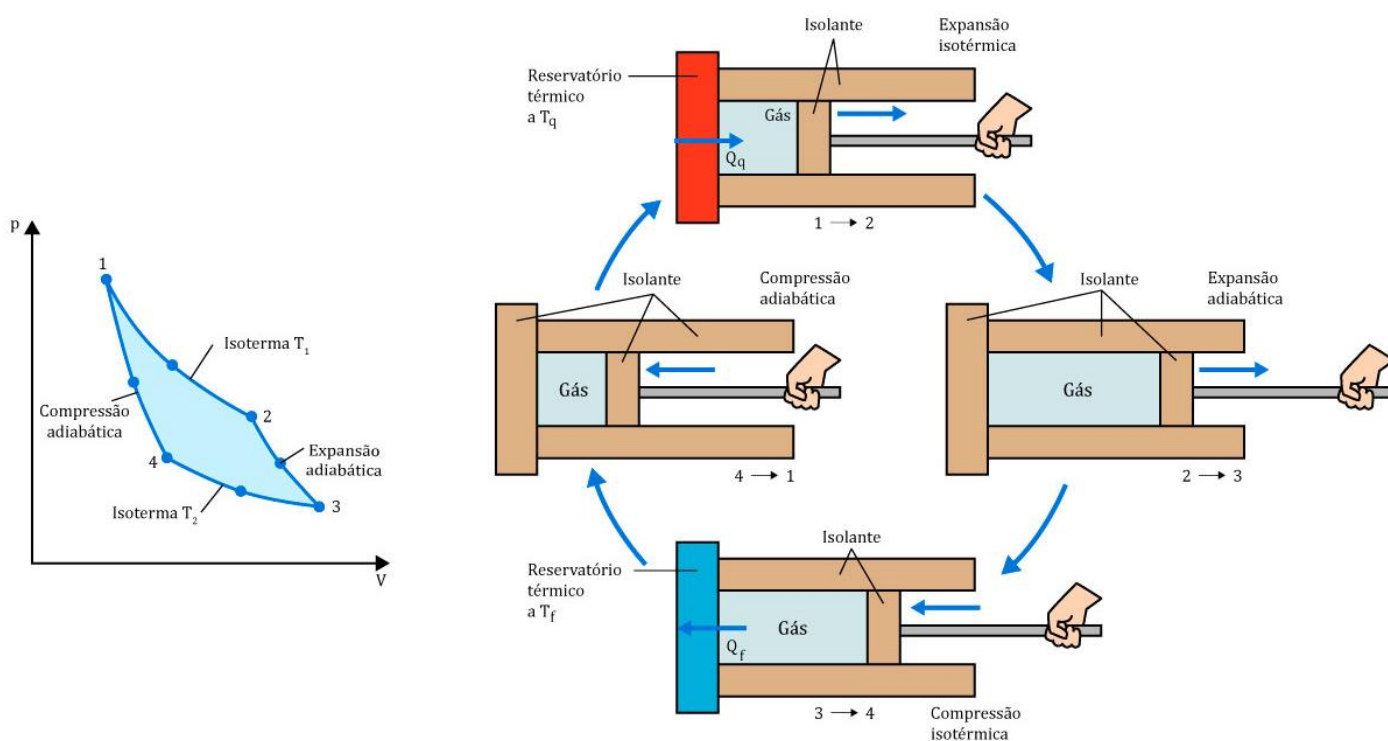


Figura 34: Representação de um ciclo de Carnot e seu diagrama P - V.

Sabemos que área interna ao ciclo é numericamente igual ao trabalho. Além disso, pela primeira lei da termodinâmica temos que:

$$\tau_{ciclo} = Q_{ciclo} \Rightarrow \tau_{ciclo} = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{3 \rightarrow 4} \text{ (eq. 3)}$$

Além disso, da compressão adiabática, temos:

$$T_F \cdot V_4^{\gamma-1} = T_Q \cdot V_1^{\gamma-1} \text{ (eq. 4)}$$

Se dividirmos a equação 2 pela 4, temos que:

$$\frac{T_Q \cdot V_2^{\gamma-1}}{T_Q \cdot V_1^{\gamma-1}} = \frac{T_F \cdot V_3^{\gamma-1}}{T_F \cdot V_4^{\gamma-1}} \Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}} \text{ (eq. 5)}$$



Portanto, o rendimento da máquina de Carnot é dado por:

$$\eta_{Carnot} = \frac{\tau_{ciclo}}{Q_Q} = \frac{Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{3 \rightarrow 4}}{Q_{1 \rightarrow 2}} = 1 + \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{Q_{1 \rightarrow 2}}$$

$$\eta_{Carnot} = 1 + \frac{n \cdot R \cdot T_F \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{n \cdot R \cdot T_Q \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

$$\eta_{Carnot} = 1 + \frac{T_F \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{-1}}{T_Q \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

$$\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_F \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)}{T_Q \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}$$

Mas na equação 5, vimos que  $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$ , então  $\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)$ . Finalmente, concluímos que o rendimento de Carnot é dado por:

$$\boxed{\eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_F}{T_Q}}$$

Observe que o rendimento de uma máquina reversível pode ser expresso das seguintes formas:

$$n_{rev} = 1 + \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{Q_{1 \rightarrow 2}} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} \Rightarrow \frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{Q_{1 \rightarrow 2}} + \frac{T_F}{T_Q} = 0$$

$$\therefore \boxed{\frac{Q_{3 \rightarrow 4}}{T_F} + \frac{Q_{1 \rightarrow 2}}{T_Q} = 0} \text{ (eq. 6)}$$

Guarde a equação 6, pois ela é muito importante para nós. Mais à frente ela fará todo sentido no nosso estudo.

ATENÇÃO  
DECORE!



### 17) (PUC – SP)

a) um inventor afirmou ter construído uma máquina térmica cujo desempenho atinge 90% daquele de uma máquina de Carnot. Sua máquina, que trabalha entre as temperaturas de 27 °C e 327 °C, recebe, durante certo período,  $1,2 \cdot 10^4 \text{ cal}$  e fornece simultaneamente, um trabalho útil de  $1,0 \cdot 10^4 \text{ J}$ . A afirmação do inventor é verdadeira? Justifique.





b) se o trabalho útil da máquina térmica do item anterior fosse exercido sobre o êmbolo móvel de uma ampola contendo um gás ideal à pressão de  $200 \text{ Pa}$ , qual seria a variação de volume sofrida pelo gás, caso a transformação fosse isobárica?

**Comentários:**

a) Primeiramente, devemos saber qual é o rendimento de uma máquina de Carnot, operando com as duas temperaturas dadas em questão e depois julgar a afirmação do inventor. O rendimento de Carnot para as temperaturas de trabalho é dado por:

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{27+273}{327+273} = 1 - \frac{300}{600} = 50\%$$

Rendimento da máquina do inventor:

$$\eta_{\text{inventor}} = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{Q_Q} = \frac{1 \cdot 10^4}{1,2 \cdot 10^4 \cdot 4,186} \cong 19,9 \%$$

Logo:

$$\frac{\eta_{\text{inventor}}}{\eta_{\text{Carnot}}} = \frac{19,9}{50} = 0,398 \text{ ou } 39,8\%$$

Logo, a afirmação do inventor é falsa.

b) O trabalho à pressão constante é dado por:

$$\tau = P \cdot \Delta V$$

$$1 \cdot 10^4 = 200 \cdot \Delta V$$

$$\Delta V = 50 \text{ m}^3$$



## 2.6. A escala absoluta termodinâmica

Como vimos, o rendimento de Carnot depende apenas das temperaturas dos dois reservatórios e não depende das propriedades da qualquer substância. Pensando nisso, em 1848, Kelvin propôs uma escala de temperaturas baseada numa máquina de Carnot.



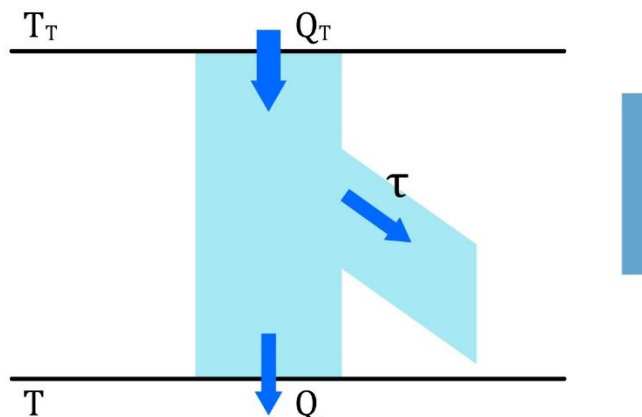


Figura 35: Teorema de Carnot e a escala absoluta termodinâmica.

O reservatório quente foi adotado como o ponto triplo da água, com temperatura absoluta  $T_T = 273,16 \text{ K}$ . O reservatório frio corresponde ao sistema cuja temperatura  $T$  queira-se determinar.

Se chamarmos de  $Q_T$  a quantidade de calor trocada com o reservatório quente (ponto triplo da água) e  $Q$  a quantidade de calor trocada com o reservatório frio (sistema), então:

$$\frac{|Q_T|}{T_T} = \frac{|Q|}{T} \Rightarrow T = T_T \cdot \frac{|Q|}{|Q_T|} \Rightarrow \boxed{T = 273,16 \cdot \frac{|Q|}{|Q_T|}}$$

Na prática, essa escala absoluta termodinâmica é irrealizável, já que a máquina de Carnot é teórica. Contudo, essa escala tem uma importância teórica muito grande pois ela ajuda a conceituar o **zero absoluto**. Podemos dizer que ele é a temperatura do reservatório frio de uma máquina de Carnot com rendimento de 100%. Matematicamente, temos:

$$\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q} = 1 - \frac{0}{T_Q} = 1 \text{ ou } 100\%$$

Mas, tal máquina contraria a Segunda Lei da Termodinâmica, então podemos dizer que o **zero absoluto é inatingível**. Esse resultado é conhecido por muitos como a Terceira Lei da Termodinâmica ou Princípio de Nernst.

Note que a maior vantagem de se definir uma escala absoluta termodinâmica está no fato dela não depender das propriedades da substância termométrica e, com isso, temos um conceito mais amplo de temperatura.



## 2.7. Outros ciclos termodinâmicos famosos

Vamos apresentar alguns ciclos termodinâmicos conhecidos pelas literaturas e que possuem certa importância para nossos vestibulares, podendo cair em alguma das provas.

## 2.7.1. Ciclo Otto

Em 1876, o engenheiro alemão Nikolaus August Otto projetou um motor que funcionava em 4 tempos. Basicamente, esse ciclo é composto de quatro processos:

- AB: compressão rápida (adiabática) de uma mistura de ar com vapor de gasolina, de um volume inicial  $V_0$  para  $V_0/r$  ( $r \equiv$  taxa de compressão, ou seja,  $r = V_A/V_B$ ).
- BC: aquecimento isométrico devido à ignição.
- CD: expansão adiabática dos gases aquecidos, movendo o pistão.
- DA: rejeição isométrica de calor, representando a queda de pressão associada à exaustão dos gases da combustão.

Vamos apresentar uma versão idealizada daquela que ocorre em um motor a gasolina de 4 tempos, esquematizando pelo diagrama  $P - V$  abaixo:

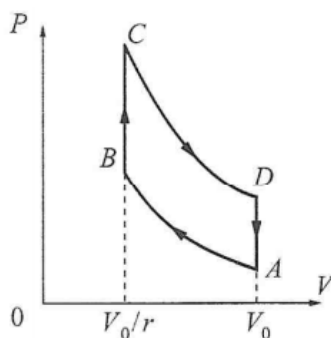


Figura 36: Diagrama  $P - V$  para o ciclo Otto.

Considerando que toda mistura seja um gás ideal de coeficiente adiabático igual a  $\gamma$ , vamos demonstrar que o rendimento do ciclo é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1}$$

### Demonstração:

O rendimento do ciclo pode ser escrito como:

$$\eta = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{Quente}}} = \frac{Q_{\text{Quente}} - Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}} = 1 - \frac{Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}}$$

No ciclo Otto, AB e CD são adiabáticas, portanto, não há trocas de calor. As trocas de calores ocorrem nos processos BC e DA, que são isovolumétricos. Nesses processos, teremos que  $Q_{BC} = C_V \cdot (T_C - T_B)$  e  $Q_{DA} = C_V \cdot (T_A - T_D)$ . Note que  $T_D > T_A$ . Então, o módulo do calor liberado em  $Q_{DA} = C_V \cdot (T_D - T_A)$ .

Portanto, o rendimento pode ser escrito como:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}} = 1 - \frac{C_V \cdot (T_D - T_A)}{C_V \cdot (T_C - T_B)}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}}$$



Para mostrar a outra relação, vamos escrever as relações nas transformações adiabáticas AB e CD:

$$\begin{cases} T_A \cdot V_A^{\gamma-1} = T_B \cdot V_B^{\gamma-1} \\ T_C \cdot V_C^{\gamma-1} = T_D \cdot V_D^{\gamma-1} \end{cases}$$

Como BC é isovolumétrico, então  $V_C = V_B$ . O mesmo ocorre de D para A, então  $V_A = V_D$ .

Então:

$$\frac{T_A \cdot V_A^{\gamma-1}}{T_D \cdot V_D^{\gamma-1}} = \frac{T_B \cdot V_B^{\gamma-1}}{T_C \cdot V_C^{\gamma-1}}$$

$$\therefore \boxed{\frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C}}$$

Além disso, a taxa de compressão é dada por:

$$r = \frac{V_A}{V_B} = \frac{V_D}{V_C}$$

Então, tomando a transformação adiabática de C para D, escrevemos as relações entre as temperaturas e taxa de compressão:

$$T_C \cdot V_C^{\gamma-1} = T_D \cdot V_D^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{\frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1}}$$

Logo, pela equação do rendimento que acabamos de demonstrar, podemos manipular algebricamente da seguinte forma:

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D \left(1 - \frac{T_A}{T_D}\right)}{T_C \left(1 - \frac{T_B}{T_C}\right)}$$

Como  $\frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C}$ , então  $1 - \frac{T_A}{T_D} = 1 - \frac{T_B}{T_C}$ . Então, o rendimento pode ser reescrito como:

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_D}{T_C}}$$

Expressando o rendimento em função da taxa de compressão e do coeficiente adiabático do gás, temos finalmente que:

$$\boxed{\eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\gamma-1}}$$

### 2.7.2. Ciclo de Joule

O ciclo de Joule é composto por duas adiabáticas e duas isobáricas. Podemos ele representar ele da seguinte forma:



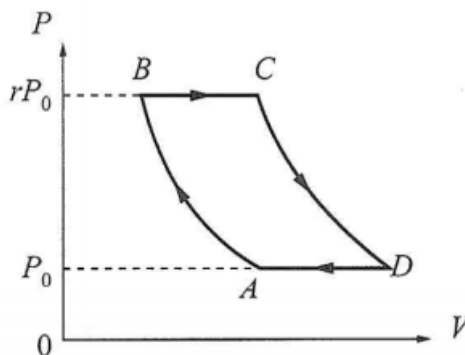


Figura 37: Diagrama P – V do ciclo Joule.

Neste ciclo, temos os seguintes processos:

- AB e CD são adiabáticas, uma idealização do que ocorre em uma turbina a gás.
- BC e DA representam aquecimento e resfriamento, respectivamente, a pressão constante.
- A taxa de compressão é definida como  $r = P_B/P_A$ .

Assim, o rendimento para o ciclo de Joule é dado por:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

### Demonstração:

O rendimento do ciclo pode ser escrito como:

$$\eta = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{Quente}}} = \frac{Q_{\text{Quente}} - Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}} = 1 - \frac{Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}}$$

No ciclo de Joule, AB e CD são adiabáticas, portanto, não há trocas de calor. As trocas de calores ocorrem nos processos BC e DA, que são isobáricos. Nesses processos, teremos que  $Q_{BC} = C_P \cdot (T_C - T_B)$  e  $Q_{DA} = C_P \cdot (T_A - T_D)$ . Note que  $T_D > T_A$ . Então, o módulo do calor liberado em  $Q_{DA} = C_P \cdot (T_D - T_A)$ .

Logo, o rendimento pode ser escrito como:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}} = 1 - \frac{C_P(T_D - T_A)}{C_P(T_C - T_B)} = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$$

Para as transformações adiabáticas, podemos dizer que:

$$\begin{cases} \frac{T_A^\gamma}{P_A^{\gamma-1}} = \frac{T_B^\gamma}{P_B^{\gamma-1}} \\ \frac{T_C^\gamma}{P_C^{\gamma-1}} = \frac{T_D^\gamma}{P_D^{\gamma-1}} \end{cases}$$

Mas,  $P_B = P_C$  e  $P_A = P_D$ , então:



$$\frac{\frac{T_A^\gamma}{P_A^{\gamma-1}}}{\frac{T_D^\gamma}{P_D^{\gamma-1}}} = \frac{\frac{T_B^\gamma}{P_B^{\gamma-1}}}{\frac{T_C^\gamma}{P_C^{\gamma-1}}} \Rightarrow \frac{T_A^\gamma}{T_D^\gamma} = \frac{T_B^\gamma}{T_C^\gamma} \Rightarrow \boxed{\frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C}}$$

Além disso, para a transformação CD, podemos escrever que:

$$\frac{T_C^\gamma}{P_C^{\gamma-1}} = \frac{T_D^\gamma}{P_D^{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{P_D}{P_C}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

Como  $\frac{P_D}{P_C} = \frac{P_A}{P_B} = r$ , então:

$$\boxed{\frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

Novamente, temos a manipulação algébrica semelhante àquela feita no ciclo Otto. Então:

$$\eta = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} = 1 - \frac{T_D}{T_C} \frac{1 - \frac{T_A}{T_D}}{1 - \frac{T_B}{T_C}} = 1 - \frac{T_D}{T_C}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \left(\frac{1}{r}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

### 2.7.3. Ciclo Diesel

O ciclo Diesel representa, de forma idealizada, o funcionamento de um outro tipo de moto a combustão interna, que é comumente utilizado em motores a diesel de caminhões e utilitários. Nele a ignição do combustível é feita pelo próprio aquecimento devido a compressão.

Esse ciclo foi concebido pelo engenheiro alemão Rudolf Diesel em 1897, e permite taxas de compressão maiores que as dos motores que funcionam com o ciclo Otto.

Podemos representar um ciclo Diesel de quatro tempos da seguinte forma:

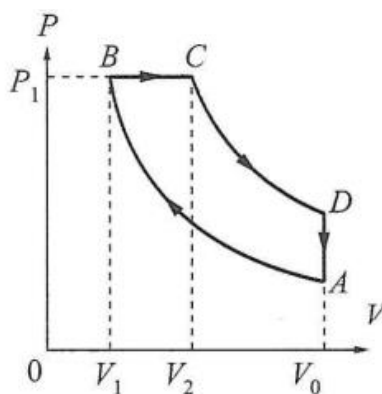


Figura 38: Diagrama P – V do ciclo Diesel.

Neste ciclo, AB e CD são adiabáticas, a ignição ocorre a pressão constante (etapa BC), sem a necessidade de uma faísca. Chamamos de  $r_c = V_0/V_1$  a taxa de compressão entre o volume

máximo e o volume mínimo. Além disso, denominamos por taxa de expansão adiabática a razão  $r_e = V_0/V_2$ .

Vamos provar que o rendimento de um ciclo Diesel é expresso por:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right) = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\left(\frac{1}{r_e}\right)^\gamma - \left(\frac{1}{r_c}\right)^\gamma}{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_c}}$$

### Demonstração:

Inicialmente, o rendimento do ciclo pode ser escrito como:

$$\eta = \frac{\tau_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{Quente}}} = \frac{Q_{\text{Quente}} - Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}} = 1 - \frac{Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}}$$

No ciclo Diesel, o calor absorvido pela fonte quente ocorre a pressão constante, então:

$$Q_P = Q_{BC} = C_P \cdot (T_C - T_B)$$

Lembrando que para um gás ideal são válidas as relações:

$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1} \text{ e } C_P = \frac{R\gamma}{\gamma - 1}$$

Então, o calor a pressão constante é expresso por:

$$Q_P = Q_{BC} = \frac{R\gamma}{\gamma - 1} \cdot (T_C - T_B)$$

Por outro lado, o calor liberado pela fonte fria ocorre a volume constante, portanto:

$$Q_V = Q_{DA} = C_V \cdot (T_A - T_D)$$

$$Q_V = \frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_A - T_D)$$

De acordo com o ciclo apresentado, temos que  $T_D > T_A$ , portanto, o valor absoluto do calor liberado pela fonte fria é de  $\frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_D - T_A)$ .

De posse desses valores, podemos encontrar o rendimento do ciclo Diesel em função das temperaturas:

$$\eta = 1 - \frac{Q_{\text{Frio}}}{Q_{\text{Quente}}} = 1 - \frac{\frac{R}{\gamma - 1} \cdot (T_D - T_A)}{\frac{R\gamma}{\gamma - 1} \cdot (T_C - T_B)}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right)}$$

Agora, precisamos relacionar as temperaturas com as taxas de compressões fornecidas.

Em cada processo adiabático, podemos escrever que:

$$\begin{cases} T_A \cdot V_A^{\gamma-1} = T_B \cdot V_B^{\gamma-1} \\ T_C \cdot V_C^{\gamma-1} = T_D \cdot V_D^{\gamma-1} \end{cases}$$



Além disso, temos que  $V_A = V_D = V_0$ ,  $V_C = V_2$  e  $V_B = V_1$ . Além disso,  $r_c = \frac{V_0}{V_1}$  e  $r_e = \frac{V_0}{V_2}$ , ou seja,  $r_c \cdot V_1 = r_e \cdot V_2$ . Ou ainda,  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{r_e}{r_c}$ . Então:

$$\frac{T_A \cdot V_A^{\gamma-1}}{T_D \cdot V_D^{\gamma-1}} = \frac{T_B \left(\frac{V_B}{V_C}\right)^{\gamma-1}}$$

$$\frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C} \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_A}{T_D} = \frac{T_B}{T_C} \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma-1}$$

De B para C é isobárico, então:

$$\frac{V_B}{T_B} = \frac{V_C}{T_C}$$

$$\frac{T_B}{T_C} = \frac{V_B}{V_C} = \frac{r_e}{r_c}$$

Logo:

$$\frac{T_A}{T_D} = \frac{r_e}{r_c} \cdot \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma}$$

Portanto, basta manipular algebricamente a equação do rendimento com as temperaturas, para encontrar o rendimento em função das taxas de compressões:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B} \right) = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{T_D}{T_C} \frac{1 - \frac{T_A}{T_D}}{1 - \frac{T_B}{T_C}}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \left( \frac{T_D}{T_C} \right) \left( \frac{1 - \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma}}{1 - \frac{r_e}{r_c}} \right)$$

Como o processo de C para D é adiabático, então:

$$T_C \cdot V_C^{\gamma-1} = T_D \cdot V_D^{\gamma-1}$$

$$\frac{T_D}{T_C} = \left(\frac{V_C}{V_D}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_2}{V_0}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma-1}$$

Finalmente, precisamos apenas manipular as equações algebricamente:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right) \cdot \left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma-1} \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma}}{1 - \frac{r_e}{r_c}}\right)$$

Podemos dizer que:





$$\left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma} \cdot r_e$$

Então:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right) \cdot \left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma} \cdot (r_e) \left(\frac{1 - \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma}}{1 - \frac{r_e}{r_c}}\right)$$

Passando  $\left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma}$  para o numerador de  $\frac{1 - \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma}}{1 - \frac{r_e}{r_c}}$ , encontramos que:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right) \cdot (r_e) \cdot \frac{\left(1 \cdot \left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma} - \left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma} \cdot \left(\frac{r_e}{r_c}\right)^{\gamma}\right)}{1 - \frac{r_e}{r_c}}$$

Da matemática, sabemos  $r_e = \frac{1}{r_c}$ , então:

$$\eta = 1 - \left(\frac{1}{\gamma}\right) \cdot \frac{\left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma} - \left(\frac{1}{r_c}\right)^{\gamma}}{\frac{1}{r_e} \left(1 - \frac{r_e}{r_c}\right)}$$

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{\left(\frac{1}{r_e}\right)^{\gamma} - \left(\frac{1}{r_c}\right)^{\gamma}}{\frac{1}{r_e} - \frac{1}{r_c}}$$



### 3. Irreversibilidade, desordem e entropia

Como vimos, utilizamos bastante os enunciados da segunda lei para descrever processos reversíveis em máquinas térmicas e refrigeradores. Entretanto, processos irreversíveis, como por exemplo um copo de vidro caindo no chão, não são descritos pela segunda lei. Contudo, existe algo em comum nos processos reversíveis – o sistema e seu ambiente caminham para um estado menos ordenado.

Existe uma função termodinâmica chamada de **entropia**, representada pela letra  $S$ , que é uma medida do grau de desordem de um sistema.

A entropia  $S$  é uma função de estado de um sistema assim como a pressão, o volume, a temperatura e a energia interna.



Dizemos que a variação  $dS$  da entropia de um sistema, ao passar de um estado para outro é definido como:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$$

Em que  $dQ_{rev}$  é o calor absorvido pelo sistema em um processo reversível. Caso  $dQ_{rev} < 0$ , então a variação de entropia do sistema tem valor negativo, ou seja, a entropia do sistema diminuiu.

Observação: o termo  $dQ_{rev}$  não implica que uma transferência de calor reversível deva ocorrer para que a varie a entropia de um sistema. Existem muitas possibilidades nas quais ocorre variação de entropia de um sistema enquanto não há transferência de calor, como por exemplo, o caso de uma caixa contendo gás que colide com uma parede.

Vimos pela definição,  $dS = dQ_{rev}/T$ , uma maneira simples para calcular a diferença de temperatura entre dois estados de um sistema. Contudo, como mencionamos, entropia é uma função de estado, a variação de entropia quando o sistema se move de um estado inicial para o estado final depende apenas dos estados iniciais e finais do sistema, ou seja, independe do processo pelo qual o sistema passou.

Dessa forma, se  $S_1$  é a entropia do sistema quando ele está no estado 1 e  $S_2$  no estado 2, então a diferença de entropia  $\Delta S = S_2 - S_1$  é dada pela integral  $\int_1^2 dQ/T$  para qualquer caminho (processo) reversível que leve o sistema do estado 1 para o estado 2. Mas calma, nosso objetivo aqui não é sair calculando integral ao longo de caminho para todo lado. Não é objetivo do vestibular, mas é importante conhecermos alguns resultados, que serão apresentados aqui.

### 3.1. Entropia de um gás ideal

Vamos aqui **verificar** que  $dQ_{rev}/T$  é uma diferencial de uma função de estado para um gás ideal (ainda que  $dQ_{rev}$  não seja função de estado). A prova de que entropia é uma função de estado foge do nosso escopo de curso, visando nossos vestibulares.

Considere um processo reversível quase-estático arbitrário no qual um gás ideal absorve uma quantidade de calor  $dQ_{rev}$ . Pela primeira lei,  $dQ_{rev}$  pode se relacionar com o trabalho realizado sobre o gás ( $d\tau_{sobre\ o\ gás} = -PdV$  ou  $d\tau_{pelo\ gás} = PdV$ ) e a energia interna do gás  $dU$ , de acordo com a relação:

$$dU = dQ_{rev} + d\tau_{sobre\ o\ gás} = dQ_{rev} - PdV$$

Como vimos, para um gás ideal, a energia interna é expressão em termos da capacidade térmica a volume constante,  $dU = C_V dT$ , e a pressão pode ser dada pela equação geral dos gases,  $P = \frac{nRT}{V}$ . Então:

$$dU = dQ_{rev} - PdV$$
$$C_V dT = dQ_{rev} - nRT \frac{dV}{V} \quad (eq. 3.1 a)$$



A equação 3.1 a não pode ser integrada diretamente, já que  $T$  depende de  $V$  e  $C_V$  depende de  $T$ . Isso mostra como  $dQ_{rev}$  não é uma diferencial de uma função de estado. Entretanto, quando dividimos por  $T$ , obtemos que:

$$C_V \frac{dT}{T} = \frac{dQ_{rev}}{T} - nR \frac{dV}{V}$$

$$\frac{dQ_{rev}}{T} = C_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$$

Dado que  $C_V$  depende apenas da temperatura e como  $dS = dQ_{rev}/T$  função de estado, ou seja, não depende do caminho, então podemos dizer que:

$$dS = \frac{dQ_{rev}}{T} = C_V \frac{dT}{T} + nR \frac{dV}{V} \text{ (eq. 3.1 b)}$$

Por simplicidade, podemos considerar  $C_V$  constante nos intervalos trabalhados nos exercícios. Então, integrando a equação 3.1 b do estado 1 para o estado 2, chegamos que:

$$\Delta S = \int \frac{dQ_{rev}}{T} = C_V \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

### 3.1.1. Variação de entropia para uma expansão isotérmica de um gás ideal

Dado um gás ideal que sofre uma expansão isotérmica,  $T_2 = T_1$ , então a variação de entropia é:

$$\Delta S = \int \frac{dQ_{rev}}{T} = C_V \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Mas,  $T_2 = T_1$ , portanto  $\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln 1 = 0$ . Portanto:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Como estamos falando de uma expansão,  $V_2 > V_1$  implicando  $\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$ . Portanto, a variação de entropia é positiva. Durante este processo, a quantidade de calor  $Q_{rev}$  é liberada pelo reservatório e é absorvida pelo gás. Podemos calcular esse calor utilizando a primeira lei:

$$\Delta U = Q_{rev} - \tau_{pelo \text{ gás}} \Rightarrow 0 = Q_{rev} - \tau_{pelo \text{ gás}} \Rightarrow Q_{rev} = \tau_{pelo \text{ gás}}$$

$$\Rightarrow Q_{rev} = \int_{V_1}^{V_2} PdV = nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$$

$$\therefore Q_{rev} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Note que a variação da entropia do gás é  $+Q_{rev}/T$ . Observe ainda que a quantidade calor liberada pelo reservatório à temperatura  $T$  é  $Q_{rev}$ , portanto, a variação de entropia do reservatório é  $-Q_{rev}/T$ . Logo, a variação de entropia do universo (*gás + reservatório*) é zero. Chamamos de universo o conjunto formado pelo sistema referido em estudo, junto com sua vizinhança.

Este resultado ilustra um resultado geral:

Em um processo **reversível**, a variação da entropia do universo é zero.

### 3.1.2. Variação de entropia para uma expansão livre de um gás ideal.

Considere o esquema abaixo que representa uma expansão livre, onde o gás inicialmente confinado em um compartimento do reservatório está conectado a um outro, por intermédio de uma válvula.

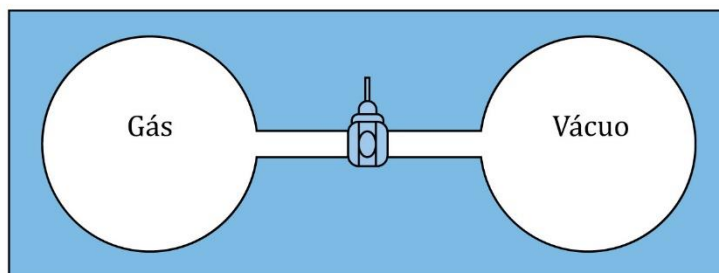


Figura 39: Expansão livre de um gás. Ao abrir a válvula, o gás se expande rapidamente para dentro da câmara de vácuo. Nesse experimento, nenhum trabalho é realizado sobre o gás e o sistema está todo termicamente isolado. Assim, as energias internas inicial e final do gás são iguais.

Ao abrir a válvula, rapidamente o gás entra no compartimento vazio, até que o gás atinja o equilíbrio térmico. Como vimos, nenhum trabalho é realizado sobre o gás e nenhum calor é absorvido ou liberado por ele, então a energia interna final é igual a energia interna inicial.

Se o gás é ideal, então sua energia interna depende apenas da temperatura e, portanto, a temperatura final será igual a temperatura inicial.

Como não há transferência de calor, poderíamos ser induzidos a pensar que não ocorre variação de entropia. Contudo, este processo não é reversível e, assim, não podemos aplicar  $\int dQ/T$  para calcular a variação de entropia.

Mas, em uma expansão livre os estados inicial e final do gás são os mesmos que para o gás na expansão isotérmica que acabamos de discutir.

Já mencionamos e vamos reforçar:

A variação de entropia de um sistema é uma função de estado, portanto depende apenas dos estados inicial e final, isto é, independe do caminho (processo). Portanto, a variação de entropia do gás para a expansão livre é a mesma que para a expansão isotérmica.

Dado que o volume inicial do gás  $V_1$  e o volume final  $V_2$ , a variação da entropia do gás em uma expansão livre pode ser calculada por:

$$\Delta S_{\text{gás}} = n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Neste processo, não há variações na vizinhança e, logo, a variação da entropia do gás também é a variação da entropia do universo:

$$\Delta S_{Universo} = n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Note que  $V_2 > V_1$ , então  $\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$ , ou seja, a variação da entropia do universo para este processo irreversível é positiva. Dizemos que a entropia do universo aumenta. Isto também resultou em um enunciado geral:

Em um processo irreversível, a entropia do universo aumenta.

Este resultado mostra que um gás não se contrai livremente para um volume menor. Assim, podemos enunciar de outra forma a segunda lei da termodinâmica:

Para qualquer processo, a entropia do universo nunca diminui.

ATENÇÃO  
DECORE!



**18)**

Calcule a variação de entropia ( $\Delta S$ ) para a expansão livre de 0,5 mols de um gás ideal, em que  $V_1 = 2,0 L$  e  $V_2 = 4,0 L$ .

**Comentários:**

Como vimos, em uma expansão livre, a variação da entropia pode ser calculada como em uma expansão isotérmica. Logo:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 0,5 \text{ (mol)} \cdot 8,31 \left(\frac{J}{\text{mol}\cdot K}\right) \cdot \ln\left(\frac{4,0}{2,0}\right)$$

$$\Delta S = 2,9 J/K$$

### 3.1.3. Variação da entropia para processos à pressão constante

Considere uma substância sendo aquecida da temperatura  $T_1$  até a temperatura  $T_2$  à pressão constante, então o calor absorvido  $dQ$  pode ser escrito como:

$$dQ = C_p dT$$

Na transferência de calor a pressão constante, podemos fazer uma boa aproximação considerando que temos um grande número de reservatórios térmicos com temperaturas



variando desde um valor ligeiramente maior do que  $T_1$  até  $T_2$  e, com isso, teremos uma transferência de calor reversível.

Se o calor  $dQ$  é absorvido de maneira reversível, a variação da entropia da substância é:

$$dS = \frac{dQ}{T} = C_p \frac{dT}{T}$$

Considerando que  $C_p$  é praticamente constante para o intervalo de temperatura trabalhado, temos:

$$\Delta S = C_p \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T}$$

$$\Delta S = C_p \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$$

ATENÇÃO  
DECORE!



19)

Considere uma quantidade de 1,00 kg de água, a  $T_1 = 40^\circ\text{C}$ , é adicionada a 2,00 kg de água, a  $T_2 = 70^\circ\text{C}$ , em um calorímetro ideal, à pressão constante de 1,00 atm.

- calcule a variação de entropia do sistema.
- determine a variação da entropia do universo.

**Comentários:**

a) inicialmente, precisamos encontrar qual será a temperatura de equilíbrio térmico quando misturamos as duas partes. Pelo balanço energético, temos que:

$$\sum Q = 0 \Rightarrow m_1 \cdot c_p \cdot (T_e - T_1) + m_2 \cdot c_p \cdot (T_e - T_2) = 0$$

$$T_e = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2} = \frac{1 \cdot 40 + 2 \cdot 70}{1 + 2}$$

$$T_e = 60^\circ\text{C}$$

considerando o processo como sendo reversível isobárico, a variação de entropia do sistema é dada pela soma das variações de entropia de cada parte. Então:

$$\Delta S_1 = C_p \cdot \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) = m_1 \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) = (1,00 \text{ kg}) \cdot \left(4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right) \cdot \ln\left(\frac{60+273}{40+273}\right)$$

$$\Delta S_1 = 0,260 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta S_2 = C_p \cdot \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) = m_2 \cdot c_p \cdot \ln\left(\frac{T_e}{T_1}\right) = (2,00 \text{ kg}) \cdot \left(4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}\right) \cdot \ln\left(\frac{60+273}{70+273}\right)$$

$$\Delta S_2 = -0,124 \text{ kJ/K}$$



Assim:

$$\Delta S_{\text{sistema}} = \Delta S_1 + \Delta S_2$$
$$\Delta S_{\text{sistema}} = 0,260 + (-0,124)$$
$$\Delta S_{\text{sistema}} = +0,136 \text{ kJ/K}$$

b) como o calorímetro é ideal, logo, ele tem capacidade térmica desprezível e não troca calor com a vizinhança, ou seja, ele está isolado, então a vizinhança permanece inalterada:

$$\Delta S_{\text{vizinhança}} = 0$$

Portanto, a variação da entropia do universo será dada pela soma da variação da entropia da vizinhança com a variação da entropia do sistema:

$$\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{\text{vizinhança}} + \Delta S_{\text{sistema}}$$
$$\Delta S_{\text{universo}} = +0,136 \text{ kJ/K}$$

### 3.1.4. Variação de entropia para uma colisão perfeitamente inelástica

Dizemos que uma colisão é perfeitamente inelástica quando a velocidade relativa de afastamento dos corpos é nula, os corpos não se separam após a colisão.

Nesse tipo de choque, a energia mecânica é convertida em energia térmica interna, portanto, ele é irreversível. Logo, a entropia do universo (sistema mais vizinhanças) deve aumentar.

Por exemplo, considere um pequeno bloco de massa  $m$  caindo de uma altura  $h$  e sofrendo uma colisão totalmente inelástica com o solo. Supondo que ele seja solto de uma altura pequena, onde podemos considerar que a aceleração da gravidade não varie e que a temperatura é praticamente constante, então podemos considerar que o bloco, o solo e a atmosfera local seja nosso sistema termicamente isolado, ou seja, não há absorção ou liberação de calor pelo sistema.

Note que ao soltar o bloco de uma altura  $h$ , a energia interna variou de uma quantidade igual a  $mgh$ . Essa quantidade é a mesma variação que ocorreria caso somássemos calor  $Q = mgh$  ao sistema à temperatura  $T$ .

Dessa forma, a variação de entropia do sistema pode ser expressa por:

$$\Delta S_{\text{sistema}} = \frac{Q_{\text{rev}}}{T} = \frac{mgh}{T}$$

Como consideramos que nosso sistema é termicamente isolado, a vizinhança permanece inalterada e, portanto:

$$\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{\text{vizinhança}} + \Delta S_{\text{sistema}}$$
$$\Delta S_{\text{universo}} = 0 + \frac{mgh}{T}$$



$$\Delta S_{universo} = \frac{mgh}{T}$$

### 3.1.5. Variação de entropia para transferência de calor de um reservatório para outro

Lembrando que a transferência de calor de um reservatório para outro é um processo irreversível, portanto, é esperado que a entropia do universo aumente. Seja um processo simples de transferência de calor  $Q$  da fonte quente ( $T_Q$ ) para uma fonte fria ( $T_F$ ). Podemos determinar o estado de uma fonte pela sua energia interna e pela sua temperatura.

A variação de entropia de uma fonte, ocasionada pela transferência de calor, não depende de o processo ser reversível ou não. **Entropia é função de estado!** Assim, se uma quantidade de calor  $Q$  é absorvida por um reservatório à temperatura  $T$ , então a entropia do reservatório tem um acréscimo de  $Q/T$ .

Por outro lado, se uma quantidade de calor  $Q$  é liberada por um reservatório à temperatura  $T$ , então a entropia do reservatório tem um decréscimo de  $Q/T$ .

Como no nosso caso de transferência de calor o reservatório quente libera calor, então:

$$\Delta S_{Quente} = -\frac{Q}{T_Q}$$

Portanto, o reservatório frio, que absorve calor, terá variação de entropia dada por:

$$\Delta S_{Frio} = +\frac{Q}{T_F}$$

Sendo assim, a variação resultante da entropia do universo é expressa por:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{Frio} + \Delta S_{Quente}$$

$$\Delta S_{universo} = \frac{Q}{T_F} - \frac{Q}{T_Q}$$

Note que como  $T_F < T_Q$  e  $T_Q, T_F > 0$ , então  $\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_Q} > 0$ , portanto  $\frac{Q}{T_F} - \frac{Q}{T_Q} > 0$ , ou seja,  $\Delta S_{universo} > 0$ . Lembre-se que aqui a temperatura utilizada deve estar na escala absoluta, isto é, temperatura em Kelvin.



### 3.1.6. Variação de entropia para um ciclo de Carnot

Por definição, o ciclo de Carnot é um ciclo reversível, portanto, a variação de entropia do universo após cumprir um ciclo deve ser igual a zero.

De fato, vimos que:





$$\frac{Q_Q}{T_Q} - \frac{Q_F}{T_F} = 0$$

Observação: ao escrevermos que  $\frac{Q_Q}{T_Q} - \frac{Q_F}{T_F} = 0$  consideramos apenas o valor absoluto de  $Q_F$ .

A variação de entropia de cada reservatório pode ser expressa por:

$$\Delta S_{Frio} = +\frac{Q_F}{T_F} \text{ e } \Delta S_{quente} = -\frac{Q_Q}{T_Q}$$

Portanto, temos que:

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{máquina} + \Delta S_{quente} + \Delta S_{Frio}$$

$$\Delta S_{universo} = 0 + \left(-\frac{Q_Q}{T_Q}\right) + \frac{Q_F}{T_F}$$

$$\boxed{\Delta S_{universo} = 0}$$

Conforme o esperado, a variação da entropia do universo é zero.

Observação: a variação de entropia associada à energia transferida como trabalho da máquina de Carnot para sua vizinhança foi desprezada. Se este trabalho é utilizado para realizar algum processo ordenado, então não há variação de entropia. Entretanto, caso este trabalho seja utilizado para empurrar um bloco sobre uma mesa com atrito, por exemplo, então há um aumento adicional de entropia associado a este trabalho.



20)

Em um ciclo de Carnot, uma máquina absorve 200 joules de um reservatório a 500 K, realiza trabalho e libera calor para um reservatório a 400 K. Determine a variação de entropia de cada reservatório em cada ciclo e mostre, claramente, que a variação de entropia do universo é zero neste processo reversível.

**Comentários:**

Inicialmente, devemos calcular a variação da entropia de cada reservatório:

$$\Delta S_{500} = -\frac{Q_Q}{T_Q} = -\frac{200}{500} = -0,400 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{400} = \frac{Q_F}{T_F}$$

Como estamos trabalhando com um ciclo reversível, então:

$$\frac{Q_Q}{T_Q} = \frac{Q_F}{T_F}$$



$$\frac{200}{500} = \frac{Q_F}{400}$$

$$Q_F = 160 \text{ J}$$

Note que para o cálculo, apenas trabalhe com o valor absoluto da quantidade de calor trocada. Então:

$$\Delta S_{400} = \frac{160}{400} = +0,400 \text{ J/K}$$

Dessa forma, vemos claramente que a variação da entropia do universo é zero:

$$\Delta S_{\text{universo}} = \Delta S_{500} + \Delta S_{400} = (-0,400) + (0,400) = 0$$

ATENÇÃO  
DECORE!



### 3.1.7. O diagrama $T \times S$ no ciclo de Carnot

Vimos anteriormente o diagrama  $P \times V$  do ciclo de Carnot. Agora, vamos esboçar o gráfico da temperatura pela entropia.

Como bem sabemos, o ciclo de Carnot é composto de uma expansão isotérmica reversível de 1 para 2, de uma expansão adiabática reversível de 2 para 3, de uma compressão isotérmica reversível de 3 para 4 e, finalmente, de uma compressão adiabática reversível.

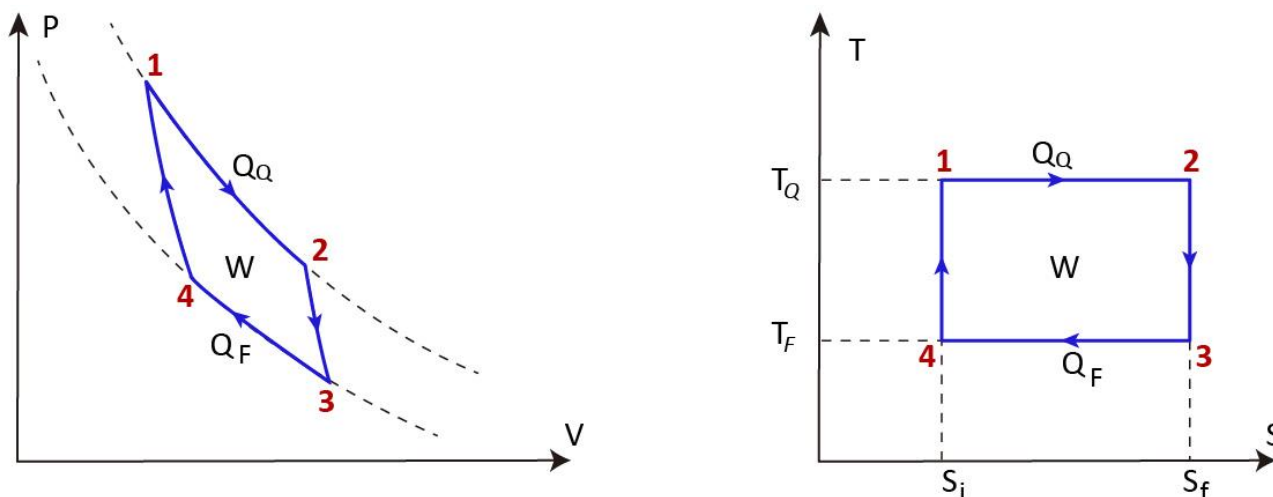


Figura 40: Ciclo de Carnot nos diagramas P-V e T-S.

Note que nos processos isotérmicos, o calor é absorvido ou liberado de maneira **reversível** e, assim, a entropia aumenta e diminui, entretanto, a temperatura permanece constante. Já nos processos adiabáticos, a temperatura varia, mas como  $\Delta Q_{rev} = 0$ , isto é,  $S$  é constante.

Observe ainda que o ciclo de Carnot é um retângulo no diagrama  $T \times S$ .





### 3.1.8. Entropia e a disponibilidade de energia

Em processo irreversível a energia é conservada, entretanto, parte dessa energia torna-se indisponível para a realização de trabalho e dizemos que é “perdida”. Por exemplo, se um corpo cai no chão de uma altura  $h$ , a variação de entropia do universo é dada por  $mgh/T$ .

Antes do corpo cair, ele estava a uma altura  $h$ . Assim, sua energia potencial ( $mgh$ ) poderia ter sido aproveitada para realizar trabalho. Entretanto, se a colisão for inelástica com o chão, então a energia potencial gravitacional não estará mais disponível para realização de trabalho aproveitável, já que ela se transformou em energia térmica desordenada do bloco e de sua vizinhança.

Se  $\Delta S_{universo} = mgh/T$ , então a energia que se tornou indisponível é dada por:

$$mgh = T \cdot \Delta S_{universo}$$

Este resultado pode ser enunciado de uma forma mais geral:

---

Em processo irreversível, a quantidade de energia igual a  $T \cdot \Delta S_{universo}$  torna-se indisponível para a realização de trabalho, em que  $T$  é a temperatura do reservatório mais frio disponível.

---

Este é o custo da irreversibilidade. Dizemos que o “trabalho perdido” é expresso por:

$$\tau_{perdido} = T \cdot \Delta S_{universo}$$



21)

Uma caixa tem  $1,2 \text{ kg}$  de massa e desliza com velocidade de  $2 \text{ m/s}$  antes de colidir com uma parede e parar. A temperatura da caixa, mesa e vizinhança é de  $300 \text{ K}$  e praticamente não varia até a caixa atingir o repouso. Calcule a variação de entropia do universo.

**Comentários:**

Inicialmente, a energia mecânica da caixa é a energia cinética ( $\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ ) e esta energia é transformada em energia interna do sistema caixa-parede-vizinhança. Assim, a quantidade de calor  $Q$  absorvida, de maneira reversível, pelo sistema caixa-parede pode ser escrita como:

$$Q = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

Portanto, a variação da entropia do universo é de:

$$\Delta S_{universo} = \frac{Q}{T} = \frac{\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2}{T} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 2^2}{300}$$

$$\Delta S_{universo} = 0,008 \text{ J/K}$$

Observação:

Nesse exercício a energia foi conservada, mas a energia  $\tau_{perdido} = T \cdot \Delta S_{universo} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$  não está mais disponível para realizar trabalho.

Note que quando discutimos a expansão livre, vimos que a capacidade de realização de trabalho foi completamente perdida. No caso, a  $\Delta S_{universo}$  foi de  $n \cdot R \cdot \ln(V_2/V_1)$ , tal que o trabalho perdido foi de  $\tau_{perdido} = T \cdot \Delta S_{universo} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln(V_2/V_1)$ .

Essa quantidade  $n \cdot R \cdot T \cdot \ln(V_2/V_1)$  poderia ser utilizada para realizar trabalho aproveitável se o gás tivesse sofrido uma expansão quase-estática e isotérmica de  $V_1$  até  $V_2$ .

Caso o calor  $Q$  liberado por um reservatório quente fosse absorvido por um reservatório frio, a variação de entropia do universo e o trabalho perdido estariam relacionados da seguinte forma:

$$\tau_{perdido} = T_F \cdot \Delta S_{universo} = T_F \left( \frac{Q}{T_F} - \frac{Q}{T_Q} \right) = Q \left( 1 - \frac{T_F}{T_Q} \right)$$

Claramente, vemos que este trabalho poderia ser utilizado em uma máquina de Carnot funcionando entre os reservatórios em questão, que retira calor  $Q$  da fonte quente e realiza trabalho  $\tau = \eta \cdot Q$ , onde  $\eta = 1 - \frac{T_F}{T_Q}$ .

CURIOSIDADE



### 3.1.9. O demônio de Maxwell

Em 1867, James Clerk Maxwell formulou um experimento puramente teórico. O experimento teórico está baseado na expansão livre de um gás de Joule. Como vimos, a expansão livre consiste em duas câmeras, em que a câmera A contém uma certa quantidade de gás, em um determinado estado ( $P, V$  e  $T$ ). Na segunda câmera contém apenas um vácuo. Ligando as duas câmeras existe uma portinha que pode abrir e fechar, segundo os comandos de um operador.

Em um dado momento, a portinha é aberta e o gás da primeira câmera se expande preenchendo todas as câmeras. Após estabelecido o equilíbrio, a pressão em cada câmera é metade da pressão inicial no compartimento a esquerda.

Como sabemos, a expansão de Joule é formalmente irreversível, já que não tem como o gás voltar a câmera inicial espontaneamente, isto é, sem a realização de trabalho sobre o gás. Ou será que existe alguma forma de fazer o gás voltar a primeira câmera sem realizar trabalho?



Pensando nisso, Maxwell imaginou que a portinha poderia ser operada por uma criatura microscópica muito inteligente, denominada hoje como demônio de Maxwell, que seria capaz de observar, individualmente, as moléculas se movendo próximo a portinha, como na figura abaixo:

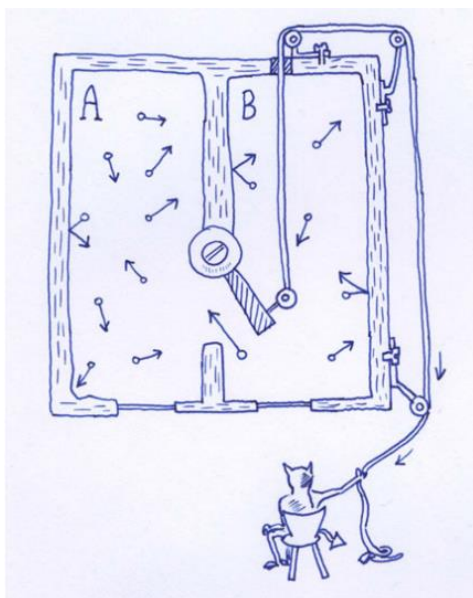


Figura 41: O demônio de Maxwell observa as moléculas nas câmaras A e B e inteligentemente abre e fecha a válvula que conecta as câmaras. O demônio é, portanto, capaz de reverter a expansão livre de Joule e deixar as moléculas irem apenas de B para A e, dessa forma, aparentemente contraria a segunda lei da Termodinâmica.

Se o demônio vê uma molécula de gás direcionar-se da segunda para a primeira câmara, rapidamente ele abre a portinha e, então, imediatamente ele fecha a passagem, deixando apenas que a molécula atravesse nesse sentido. Caso ele encontrar uma molécula de gás indo da primeira para a segunda câmara, então ele mantém a porta fechada.

Note que o demônio não faz trabalho sobre o gás e ainda certifica que todas as moléculas irão da segunda para a primeira câmara. Então, ele cria uma diferença de pressão entre os dois compartimentos onde não existia antes do demônio começar as travessuras dele.

Agora, podemos empregar um demônio semelhante ao primeiro que faz moléculas quentes irem no caminho errado, ou seja, o fluxo de calor seria do “frio” para o “quente”. Assim, seria como se o demônio pudesse causar uma diminuição na entropia do sistema, sem aumentar a entropia de qualquer uma das partes. Com isso, o demônio de Maxwell surge para zombar da segunda lei da termodinâmica. Como lidar com esse impasse?

Uma ideia inicial foi que o demônio precisaria fazer medições de onde todas as moléculas estão e para fazer isto, ele necessitaria iluminar as moléculas. Então o processo de observação das moléculas poderiam ser o caminho para nos livrar do demônio de Maxwell.

Entretanto, esta ideia não verificou ser correta quando ela foi formulada ser possível para detectar uma molécula com uma certa pequena quantidade de trabalho e dissipação de energia. Notavelmente, essa ideia mostra que o demônio precisa ter uma memória para operar (para que ele possa lembrar onde ele observou a molécula e qualquer outro resultado de medida no processo).

Com isso, a ação de guardar informação está associada com o aumento de entropia e isto compensa qualquer decréscimo de entropia que o demônio possa ser capaz de causar no sistema.

De fato, o demônio é um tipo de aparelho computacional que processa e guarda informações sobre o mundo. É possível criar um processo computacional que ocorre de forma reversível e, portanto, não aumenta a entropia associada a ele.

Contudo, a ação de corrigir as informações é irreversível. Apagar informações sempre está associado ao aumento de entropia. O demônio de Maxwell pode operar reversivelmente, mas somente se ele tem um grande disco rígido para que ele não precise limpar o espaço e continuar trabalhando. Então, podemos dizer que o demônio de Maxwell ilustra, maravilhosamente, a conexão entre entropia e informação.



### 3.1.10. Entropia e probabilidade

Como já mencionamos, entropia é uma medida do grau de desordem de um sistema. Assim, surge uma ideia natural de relacioná-la com probabilidade.

Dizemos que um estado mais ordenado possui uma probabilidade de situações possíveis de suas moléculas mais baixa que um estado menos ordenado.

Em um processo irreversível, dizemos que o universo se desloca de um estado de probabilidade baixa para outro de probabilidade relativamente alta. Por exemplo, um gás que se expande livremente de um volume  $V$  para um volume final  $2V$ . A variação da entropia do universo pode ser calculada por:

$$\Delta S_{\text{universo}} = n \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = n \cdot R \cdot \ln \left( \frac{2V}{V} \right) = n \cdot R \cdot \ln 2$$

Afinal, por que o gás não se contrai, espontaneamente, de volta ao seu volume inicial? Note que a contração não violaria a primeira lei da termodinâmica, pois não há variação de energia envolvida.

O motivo pelo qual o gás não se contrai até o volume inicial é meramente porque isso seria extremamente improvável.

Por exemplo, seja um gás constituído por apenas 10 moléculas, ocupando uma caixa. Qual a probabilidade de que todas as 10 moléculas estejam na metade esquerda do cubo, em um dado momento?

A probabilidade de que uma certa molécula esteja na metade esquerda do reservatório é de  $\frac{1}{2}$ . A probabilidade de que duas moléculas estejam na metade esquerda, em um dado instante é  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ . Ou a molécula está na parte esquerda ou ela está na parte direita. Uma dada molécula está na parte esquerda não depende de outra molécula, consideramos que sejam eventos independentes.

Não é difícil de perceber que para o caso de 10 moléculas, a probabilidade de que as dez estejam no lado esquerdo, em um dado instante, é dada por:



$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdots \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \frac{1}{1024}$$

Note que a probabilidade deste evento é baixíssima. Entretanto, não ficaríamos surpreso ao ver as dez moléculas do lado esquerdo, pois embora a probabilidade seja muito pequena, esse evento é possível matematicamente.

Caso as 10 moléculas sejam distribuídas aleatoriamente e, em um dado instante, encontrarmos todas elas na metade esquerda do volume inicial, a entropia do universo teria diminuído de  $n \cdot R \cdot \ln 2$ . Claro que esse decréscimo seria muito pouco, já que nossa caixa tem apenas dez moléculas.

Note que este evento violaria o enunciado da segunda lei, pois a entropia do universo nunca diminui. Aqui, vemos que se desejamos utilizar a segunda lei a sistemas microscópicos, como o nosso exemplo constituído por pouquíssimas moléculas, devemos considerar a segunda lei como um enunciado probabilístico.

Matematicamente, podemos dizer que a probabilidade de um gás se contrair espontaneamente para um volume menor ( $V_f < V_i$ ) é dada por:

$$p = \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N$$

Em que  $N$  representa o número de moléculas. Manipulando algebricamente, temos:

$$\ln p = \ln \left(\frac{V_f}{V_i}\right)^N \Rightarrow \ln p = N \cdot \ln \left(\frac{V_f}{V_i}\right) \Rightarrow \ln p = n \cdot N_A \cdot \ln \left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

Nos quais  $n$  é o número de mols e  $N_A$  é o número de Avogadro. Com isso, podemos reescrever a variação de entropia do gás neste processo:

$$\Delta S = n \cdot R \cdot \ln \left(\frac{V_f}{V_i}\right) \Rightarrow \Delta S = n \cdot R \cdot \frac{\ln p}{n \cdot N_A} \Rightarrow \Delta S = \frac{R}{N_A} \ln p$$
$$\therefore \boxed{\Delta S = k \cdot \ln p}$$

Em que  $k = R/N_A$  é a constante de Boltzmann.

Parece estranho aprender que processos irreversíveis, como por exemplo a transferência espontânea de calor de um reservatório frio para um quente, não são impossíveis, mas, sim, improváveis.

Além disso, vimos que a termodinâmica é aplicável apenas a sistemas macroscópicos, ou seja, sistemas que possuem um grande número de moléculas. Assim, quando aumentamos o número de moléculas de um sistema, a probabilidade de ocorrência de um processo para o qual a entropia do universo diminui reduz drasticamente.

Dizemos que para sistemas macroscópicos a probabilidade de um processo resultar um decréscimo de entropia do universo é tão pequena que a distinção de improvável e impossível não tem mais sentido.





## 4. Questões de Vestibulares Anteriores



### 1. (ITA-2020 – 1ª Fase)

Uma certa quantidade de gás com temperatura inicial  $T_0$ , pressão  $P_0$  e volume  $V_0$ , é aquecida por uma corrente elétrica que flui por um fio de platina num intervalo de tempo  $\Delta t$ . Esse procedimento é feito duas vezes: primeiro, com volume constante  $V_0$  e pressão variando de  $P_0$  para  $P_1$  e, a seguir, com pressão constante  $P_0$  e volume variando de  $V_0$  para  $V_1$ . Assinale a alternativa que explicita a relação  $C_p/C_v$  do gás.

a)  $\frac{\frac{P_0-1}{P_1-1}}{\frac{V_0-1}{V_1-1}}$

b)  $\frac{\frac{P_1-1}{P_0-1}}{\frac{V_1-1}{V_0-1}}$

c)  $\frac{\frac{2P_0-1}{P_1-1}}{\frac{V_0-1}{V_1-1}}$

d)  $\frac{\frac{2P_1-1}{P_0-1}}{\frac{V_1-1}{V_0-1}}$

e)  $\frac{\frac{P_1-1}{P_0-1}}{\frac{2V_1-1}{V_0-1}}$

### 2. (ITA-2020 – 1ª Fase)

Considere um sistema de três máquinas térmicas  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  acopladas, tal que o rejeito energético de uma é aproveitado pela seguinte. Sabe-se que a cada ciclo,  $M_1$  recebe 800 kJ de calor de uma fonte quente a 300 K e rejeita 600 kJ, dos quais 150 kJ são aproveitados por  $M_2$  para realização de trabalho. Por fim,  $M_3$  aproveita o rejeito de  $M_2$  e descarta 360 kJ em uma fonte fria a 6 K. São feitas as seguintes afirmações:

I. É inferior a 225 K a temperatura da fonte fria de  $M_1$ .

II. O rendimento do sistema é de 55%.





III. O rendimento do sistema corresponde a 80% do rendimento de uma máquina de Carnot operando entre as mesmas temperaturas.

Conclui-se então que

- a) Somente a afirmação I está incorreta.
- b) Somente a afirmação II está incorreta.
- c) Somente a afirmação III está incorreta.
- d) Todas as afirmações estão corretas.
- e) As afirmações I e III estão incorretas.

### 3. (ITA-2020 – 2ª Fase)

De uma altura de  $52,5\text{ m}$  é solto um frasco indeformável contendo um gás monoatômico formado de partículas com massa de  $4,20 \cdot 10^{-24}\text{ g}$ , e de calor específico a volume constante igual a  $1,25 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ . Ao atingir o solo, a energia cinética do sistema é dissipada na forma de calor no próprio gás. Para uma temperatura inicial do gás de  $16^\circ\text{C}$ , determine a variação da velocidade quadrática média das partículas do gás devido à queda. Se necessário, use a aproximação binomial  $(1 + x)^n \sim 1 + nx$ , para  $|x| \ll 1$ . Desconsidere a massa do frasco.

### 4. (ITA-1992)

Uma certa quantidade de gás expande-se adiabaticamente e quase estaticamente desde uma pressão inicial de  $2,0\text{ atm}$  e volume de  $2,0$  litros, na temperatura de  $21^\circ\text{C}$  até atingir o dobro de seu volume. Sabendo-se que para este gás  $\gamma = C_P/C_V = 2,0$ , pode-se afirmar que a pressão final e a temperatura final são, respectivamente:

- a)  $0,5\text{ atm}$  e  $10,5^\circ\text{C}$ .
- b)  $0,5\text{ atm}$  e  $-126^\circ\text{C}$ .
- c)  $2,0\text{ atm}$  e  $10,5^\circ\text{C}$ .
- d)  $2,0\text{ atm}$  e  $-126^\circ\text{C}$ .
- e) nenhuma das anteriores.

### 5. (ITA-1992)

Considere as afirmações a seguir:

- I. A energia interna de um gás ideal depende só da pressão.
- II. Quando um gás passa de um estado 1 para outro estado 2, o calor trocado é o mesmo qualquer que seja o processo.
- III. Quando um gás passa de um estado 1 para outro estado 2, a variação da energia interna é a mesma qualquer que seja o processo.
- IV. Um gás submetido a um processo quase estático não realiza trabalho.



V. O calor específico de uma substância não depende do processo como ela é aquecida.

VI. Quando um gás ideal recebe calor e não há variação de volume, a variação da energia interna é igual ao calor recebido.

VII. Numa expansão isotérmica de um gás ideal o trabalho realizado é sempre menor que o calor absorvido.

As duas afirmações corretas são:

- a) II e III.
- b) III e IV.
- c) III e V.
- d) I e VII.
- e) III e VI.

### 6. (ITA-1992)

Um mol de gás ideal sofre uma série de transformações e passa sucessivamente pelos estados  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ , conforme o diagrama  $pV$  a seguir, onde  $T_A = 300\text{ K}$ . Pode-se afirmar que a temperatura em cada estado, o trabalho líquido realizado no ciclo e a variação de energia interna no ciclo são, respectivamente:

	$T_A(K)$	$T_B(K)$	$T_C(K)$		$T_D(K)$	$\Delta W (atm \cdot l)$	$\Delta U (J)$
a)	300	900	450		150	20,0	0
b)	300	900	450		150	-20,0	0
c)	300	450	900		150	20,0	0
d)	300	900	450		150	60,0	40
e)	300	450	900		300	80,0	60

### 7. (ITA-1994)

Aquecendo-se lentamente  $2\text{ mols}$  de um gás perfeito ele passa do estado  $p_0, V_0$  ao estado  $3p_0, 3V_0$ . Se o gráfico da pressão versus volume é uma reta, a dependência da temperatura com o volume e o trabalho realizado pelo gás nesse processo serão respectivamente:

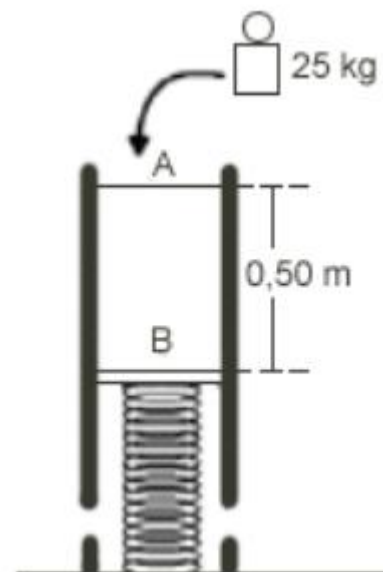
- a)  $T = (p_0 V^2)/(V_0 R)$ ;  $\tau = 9,0V_0 p_0$ .
- b)  $T = (p_0 V^2)/(2V_0 R)$ ;  $\tau = 4,0V_0 p_0$ .
- c)  $T = (p_0 V^2)/(2V_0 R)$ ;  $\tau = 2,0V_0 p_0$ .
- d)  $T = (p_0 V_0)/R$ ;  $\tau = 2,0V_0 p_0$ .



e)  $T = (p_0 V^2)/(V_0 R); \tau = 4,5 V_0 p_0.$

**8. (ITA-1995)**

A figura mostra um tubo cilíndrico com seção transversal constante de área  $S = 1,0 \cdot 10^{-2} m^2$  aberto nas duas extremidades para a atmosfera cuja pressão é  $P_a = 1,0 \cdot 10^5 Pa$ . Uma certa quantidade de gás ideal está aprisionada entre dois pistões A e B que se movem sem atrito. A massa do pistão A é desprezível e a do pistão B é  $M$ . O pistão B está apoiado numa mola de constante  $k = 2,5 \cdot 10^3 N/m$  e a aceleração da gravidade  $g = 10 m/s^2$ . Inicialmente, a distância de equilíbrio entre os pistões é de  $0,50 m$ . Uma massa de  $25 kg$  é colocada vagarosamente sobre A, mantendo-se constante a temperatura. O deslocamento do pistão A para baixo, até a nova posição de equilíbrio, será:

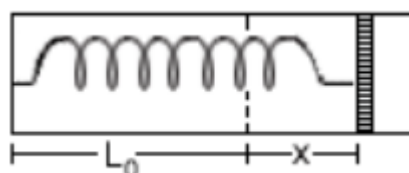


- a) 0,40 m.
- b) 0,10 m.
- c) 0,25 m.
- d) 0,20 m.
- e) 0,50 m.

**9. (ITA - 1997)**

Um mol de gás perfeito está contido em um cilindro de seção  $S$  fechado por um pistão móvel, ligado a uma mola de constante elástica  $k$ . Inicialmente, o gás está na pressão atmosférica  $P_0$ , temperatura  $T_0$ , e o comprimento do trecho do cilindro ocupado pelo gás é  $L_0$ , com a mola não estando deformada. O sistema gás-mola é aquecido e o pistão se desloca de uma distância  $x$ . Denotando a constante de gás por  $R$ , a nova temperatura do gás é:

- a)  $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 S + k L_0)$
- b)  $T_0 + \frac{L_0}{R} (P_0 S + k x)$
- c)  $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 S + k x)$
- d)  $T_0 + \frac{k x}{R} (L_0 S + x)$
- e)  $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 S + k L_0 + k x)$



**10. (ITA - 2001)**

Um centímetro cúbico de água passa a ocupar  $1671 \text{ cm}^3$  quando evaporado à pressão de  $1,0 \text{ atm}$ . O calor de vaporização a essa pressão é de  $539 \text{ cal/g}$ . O valor que mais se aproxima do aumento de energia interna da água é:

- a) 498 J.
- b) 2082 cal.
- c) 498 J.
- d) 2082 J.
- e) 2424 J.

### 11. (ITA - 2002)

Uma máquina térmica reversível opera entre dois reservatórios térmicos e temperaturas  $100^\circ\text{C}$  e  $127^\circ\text{C}$ , respectivamente, gerando gases aquecidos para acionar uma turbina. A eficiência dessa máquina é melhor representada por:

- a) 68%.
- b) 6,8%.
- c) 0,68%.
- d) 21%.
- e) 2,1%.

### 12. (ITA-2003)

Considerando um buraco negro como um sistema termodinâmico, sua energia interna  $U$  varia com a sua massa  $M$  de acordo com a famosa relação de Einstein:

$$\Delta U = \Delta M \cdot c^2$$

Stephen Hawking propôs que a entropia  $S$  de um buraco negro depende apenas de sua massa e de algumas constantes fundamentais da natureza. Desta forma, sabe-se que uma variação de massa acarreta uma variação de entropia dada por:

$$\frac{\Delta S}{\Delta M} = \frac{8\pi GMk_B}{hc}$$

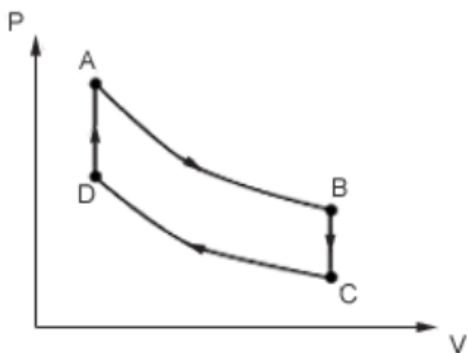
Supondo que não haja realização de trabalho com a variação de massa, assinale a alternativa que melhor representa a temperatura absoluta  $T$  do buraco negro.

- a)  $T = hc^3/GMk_B$ .
- b)  $T = 8\pi Mc^2/k_B$ .
- c)  $T = Mc^2/8\pi k_B$ .
- d)  $T = hc^3/8\pi GMk_B$ .
- e)  $T = 8\pi hc^3/GMk_B$ .



### 13. (ITA-2003)

Uma certa massa de gás ideal realiza o ciclo ABCD de transformações, como mostrado no diagrama pressão x volume da figura. As curvas AB e CD são isotermas. Pode-se afirmar que:



- a) o ciclo ABCD corresponde a um ciclo de Carnot.
- b) o gás converte trabalho em calor ao realizar o ciclo.
- c) nas transformações AB e CD o gás recebe calor.
- d) nas transformações AB e BC a variação da energia interna do gás é negativa.
- e) na transformação DA o gás recebe calor, cujo valor é igual à variação da energia interna.

### 14. (ITA-2003)

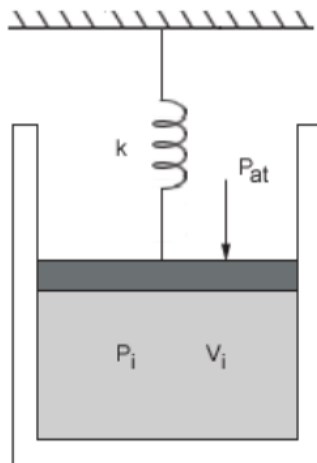
Calcule a variação de entropia quando, num processo à pressão constante de  $1,0 \text{ atm}$ , se transforma integralmente em vapor  $3,0 \text{ kg}$  de água que se encontra inicialmente no estado líquido, à temperatura de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Dado: calor de vaporização da água:  $L_v = 5,4 \cdot 10^5 \text{ cal/kg}$ .

### 15. (ITA-2003)

A figura mostra um recipiente, com êmbolo, contendo um volume inicial  $V_i$  de gás ideal, inicialmente sob uma pressão  $P_i$  igual à pressão atmosférica,  $P_{at}$ . Uma mola não deformada é fixada no êmbolo e num anteparo fixo. Em seguida, de algum modo é fornecida ao gás uma certa quantidade de calor  $Q$ . Sabendo que a energia interna do gás é  $U = (3/2) PV$ , a constante da mola é  $k$  e a área da seção transversal do recipiente é  $A$ , determine a variação do comprimento da mola em função dos parâmetros intervenientes. Despreze os atritos e considere o êmbolo sem massa, bem como sendo adiabáticas as paredes que confinam o gás.





### 16. (ITA-2004)

Um recipiente cilíndrico vertical é fechado por meio de um pistão, com  $8,00 \text{ kg}$  de massa e  $60,0 \text{ cm}^2$  de área, que se move sem atrito. Um gás ideal, contido no cilindro, é aquecido de  $30 \text{ }^\circ\text{C}$  a  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ , fazendo o pistão subir  $20,0 \text{ cm}$ . Nesta posição, o pistão é fixado, enquanto o gás é resfriado até sua temperatura inicial. Considere que o pistão e o cilindro se encontram expostos à pressão atmosférica. Sendo  $Q_1$  o calor adicionado ao gás durante o processo de aquecimento e  $Q_2$ , o calor retirado durante o resfriamento, assinale a opção correta que indica a diferença  $Q_1 - Q_2$ .

- a) 136 J.
- b) 120 J.
- c) 100 J.
- d) 16 J.
- e) 0 J.

### 17. (ITA-2004)

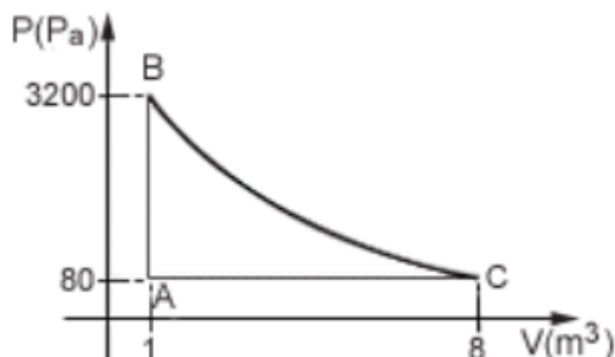
A linha das neves eternas encontra-se a uma altura  $h_0$  acima do nível do mar, onde a temperatura do ar é  $0 \text{ }^\circ\text{C}$ . Considere que, ao elevar-se acima do nível do mar, o ar sofre uma expansão adiabática que obedece a relação  $\frac{\Delta p}{p} = \frac{7}{2} \frac{\Delta T}{T}$ , em que  $p$  é a pressão e  $T$ , a temperatura. Considerando o ar um gás ideal de massa molecular igual a  $30u$  (unidade de massa atômica) e a temperatura ao nível do mar igual a  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ , assinale a opção que indica aproximadamente a altura  $h_0$  da linha das neves.

- a) 2,5 km.
- b) 3,0 km.
- c) 3,5 km.
- d) 4,0 km.
- e) 4,5 km.



### 18. (ITA-2004)

Uma máquina térmica opera com um mol de um gás monoatômico ideal. O gás realiza o ciclo ABCA, representado no plano PV, conforme mostra a figura. Considerando que a transformação BC é adiabática, calcule:



- A eficiência da máquina.
- A variação da entropia na transformação BC.

### 19. (ITA-2004)

Dois salas idênticas estão separadas por uma divisória de espessura  $L = 5,0 \text{ cm}$ , área  $A = 100 \text{ m}^2$  e condutividade térmica  $k = 2,0 \text{ W/mK}$ . O ar contido em cada sala encontra-se, inicialmente, à temperatura  $T_1 = 47^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 27^\circ\text{C}$ , respectivamente. Considerando o ar como um gás ideal e o conjunto das duas salas um sistema isolado,

calcule:

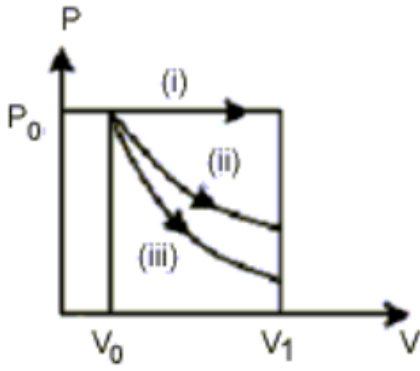
- O fluxo de calor através da divisória relativo às temperaturas iniciais  $T_1$  e  $T_2$ .
- A taxa de variação de entropia  $\Delta S/\Delta t$  no sistema no início da troca de calor, explicando o que ocorre com a desordem do sistema

### 20. (ITA-2006)

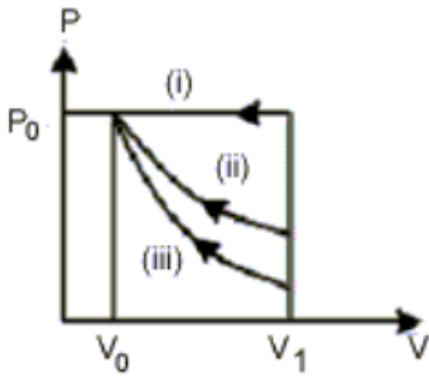
Um mol de um gás ideal ocupa um volume inicial  $V_0$  à temperatura  $T_0$  e pressão  $P_0$ , sofrendo a seguir uma expansão reversível para um volume  $V_1$ . Indique a relação entre o trabalho que é realizado por:

- $\tau_i$ , num processo em que a pressão é constante.
  - $\tau_{ii}$ , num processo em que a temperatura é constante.
  - $\tau_{iii}$ , num processo adiabático.
- a)  $\tau_i > \tau_{iii} > \tau_{ii}$ .

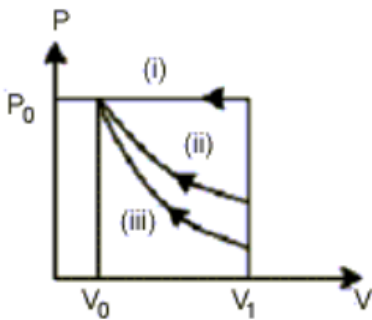




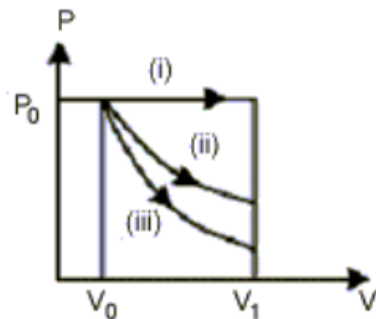
b)  $\tau_i > \tau_{ii} > \tau_{iii}$ .



c)  $\tau_{iii} > \tau_{ii} > \tau_i$ .



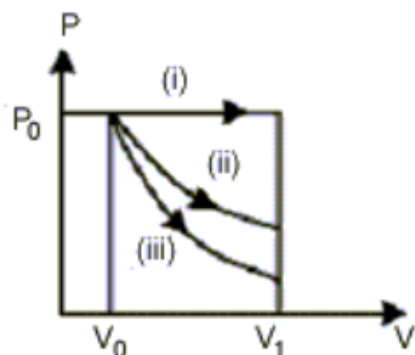
d)  $\tau_i > \tau_{ii} > \tau_{iii}$ .



e)  $\tau_{iii} > \tau_{ii} > \tau_i$ .







### 21. (ITA – 2007)

A água de um rio encontra-se a uma velocidade inicial  $V$  constante, quando despenca de uma altura de  $80\text{ m}$ , convertendo toda a sua energia mecânica em calor. Este calor é integralmente absorvido pela água, resultando em um aumento de  $1\text{ K}$  de sua temperatura. Considerando  $1\text{ cal} \cong 4\text{ J}$ , aceleração da gravidade  $g = 10\text{ m/s}^2$  e calor específico da água  $c = 1,0\text{ cal g}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , calcula-se que a velocidade inicial da água  $V$  é de

- a)  $10\sqrt{2}\text{ m/s}$ .
- b)  $20\text{ m/s}$ .
- c)  $50\text{ m/s}$ .
- d)  $10\sqrt{32}\text{ m/s}$ .
- e)  $80\text{ m/s}$ .

### 22. (ITA – 2008)

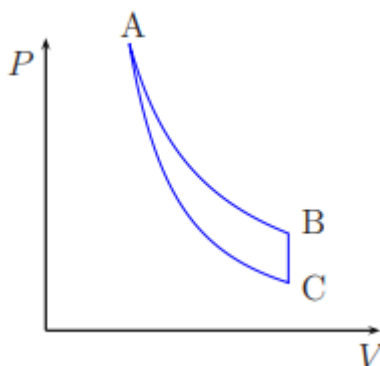
Certa quantidade de oxigênio (considerado aqui como gás ideal) ocupa um volume  $V_i$  a uma temperatura  $T_i$  e pressão  $P_i$ . A seguir, toda essa quantidade é comprimida, por meio de um processo adiabático e quase estático, tendo reduzido o seu volume para  $V_f = V_i/2$ . Indique o valor do trabalho realizado sobre esse gás.

- a)  $\tau = \frac{3}{2}(P_i V_i)(2^{0,7} - 1)$
- b)  $\tau = \frac{5}{2}(P_i V_i)(2^{0,7} - 1)$
- c)  $\tau = \frac{5}{2}(P_i V_i)(2^{0,4} - 1)$
- d)  $\tau = \frac{3}{2}(P_i V_i)(2^{1,7} - 1)$
- e)  $\tau = \frac{5}{2}(P_i V_i)(2^{1,4} - 1)$

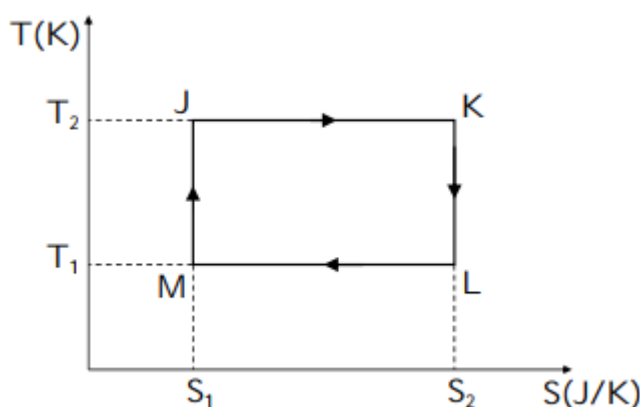
### 23. (ITA – 2009)

Três processos compõem o ciclo termodinâmico ABCA mostrado no diagrama  $P \times V$  da figura. O processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre a volume constante

com decréscimo de 40 J de energia interna e, no processo CA, adiabático, um trabalho de 40 J é efetuado sobre o sistema. Sabendo-se também que em um ciclo completo o trabalho total realizado pelo sistema é de 30 J, calcule a quantidade de calor trocado durante o processo AB.



#### 24. (ITA – 2010)

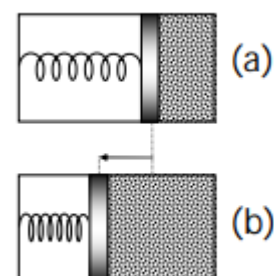


Uma máquina térmica opera segundo o ciclo JKLMJ mostrado no diagrama T-S da figura. Pode-se afirmar que

- o processo JK corresponde a uma compressão isotérmica.
- o trabalho realizado pela máquina em um ciclo é  $\tau = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$ .
- o rendimento da máquina é dado por  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ .
- durante o processo LM uma quantidade de calor  $Q_{LM} = T_1(S_2 - S_1)$  é absorvida pelo sistema.
- outra máquina térmica que opere entre  $T_2$  e  $T_1$  poderia eventualmente possuir um rendimento maior que a desta.

#### 25. (ITA -2010)

Uma parte de um cilindro está preenchida com um mol de um gás ideal monoatômico a uma pressão  $P_0$  e temperatura  $T_0$ . Um êmbolo de massa desprezível separa o gás da outra seção do cilindro, na qual há vácuo e uma



mola em seu comprimento natural presa ao êmbolo e à parede oposta do cilindro, como mostra a figura (a). O sistema está termicamente isolado e o êmbolo, inicialmente fixo, é então solto, deslocando-se vagarosamente até passar pela posição de equilíbrio, em que a sua aceleração é nula e o volume ocupado pelo gás é o dobro do original, conforme mostra a figura (b). Desprezando os atritos, determine a temperatura do gás na posição de equilíbrio em função da sua temperatura inicial.

### 26. (ITA – 2011)

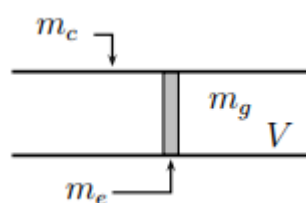
A inversão temporal de qual dos processos abaixo **NÃO** violaria a segunda lei de termodinâmica?

- a) A queda de um objeto de uma altura  $H$  e subsequente parada no chão.
- b) O movimento de um satélite ao redor da Terra.
- c) A freada brusca de um carro em alta velocidade.
- d) O esfriamento de um objeto quente num banho de água fria.
- e) A troca de matéria entre as duas estrelas de um sistema binário.

### 27. (ITA – 2013)

A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume  $V$  com um gás ideal a pressão  $P$ , e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas  $m_c$ , do cilindro, e  $m_e$ , do êmbolo, muito maiores que a massa  $m_g$  do gás, e sendo  $\gamma$  o expoente de Poisson, a variação da energia interna  $\Delta U$  do gás quando a velocidade do cilindro for  $v_c$  é dada aproximadamente por

- a)  $3PV^\gamma/2$ .
- b)  $3PV/(2(\gamma - 1))$ .
- c)  $-m_c(m_e + m_c)v_c^2/(2m_e)$ .
- d)  $-(m_c + m_e)v_c^2/2$ .
- e)  $-m_e(m_e + m_c)v_c^2/(2m_c)$ .



### 28. (ITA – 2013)

Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia a dia. Assim, por exemplo, ao aquecer a parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado

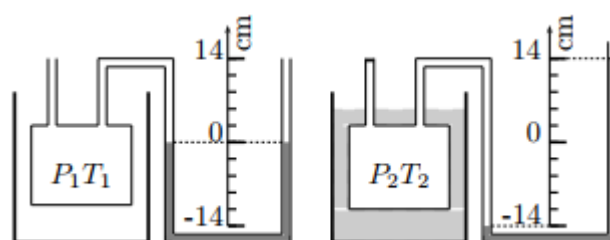


para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

- a segunda lei de Newton.
- a lei de conservação de energia.
- a segunda lei da termodinâmica.
- a lei zero da termodinâmica.
- a lei de conservação da quantidade de movimento.

### 29. (ITA – 2013)

Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico  $P \times T$  para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura  $T_0$  quando a pressão  $P = 0$ , interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.

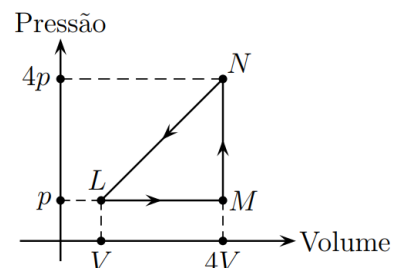


### 30. (ITA -2013)

Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é  $P_i$  e o volume é  $V_i$  para um estado final em que a pressão é  $P_f$  e o volume é  $V_f$ . Sabe-se que  $\gamma = C_p/C_v$  é o expoente de Poisson, em que  $C_p$  e  $C_v$  são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de,  $P_i, V_i, P_f, V_f$  e  $\gamma$ .

### 31. (ITA – 2014)

Um recipiente contém um gás monoatômico ideal inicialmente no estado L, com pressão  $p$  e volume  $V$ . O gás é submetido a uma transformação cíclica  $LMNL$ , absorvendo de uma fonte quente uma quantidade de calor  $Q_1$  e cedendo a uma fonte fria uma quantidade de calor  $Q_2$ . Pode-se afirmar que  $Q_1$  é igual a



- $30pV$ .
- $51pV/2$ .
- $8pV$ .
- $15pV/2$ .



e)  $9pV/2$ .

### 32. (ITA – 2014)

Pode-se associar a segunda lei da Termodinâmica a um princípio de degradação da energia. Assinale a alternativa que melhor justifica esta associação.

- a) A energia se conserva sempre.
- b) O calor não flui espontaneamente de um corpo quente para outro frio.
- c) Uma máquina térmica operando em ciclo converte integralmente trabalho em calor.
- d) Todo sistema tende naturalmente para o estado de equilíbrio.
- e) É impossível converter calor totalmente em trabalho.

### 33. (ITA – 2014)

Considere uma esfera maciça de raio  $r$ , massa  $m$ , coeficiente de dilatação volumétrica  $\alpha$ , feita de um material com calor específico a volume constante  $c_V$ . A esfera, sujeita à pressão atmosférica  $p$ , repousa sobre uma superfície horizontal isolante térmica e está inicialmente a uma temperatura  $T$  alta o suficiente para garantir que a sua energia interna não se altera em processos isotérmicos. Determine a temperatura final da esfera após receber uma quantidade de calor  $Q$ , sem perdas para o ambiente. Dê sua resposta em função de  $g$  e dos outros parâmetros explicitados.

### 34. (ITA – 2015)

Numa expansão muito lenta, o trabalho efetuado por um gás num processo adiabático é

$$\tau_{12} = \frac{P_1 V_1^\gamma}{1 - \gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})$$

Em que  $P, V, T$  são, respectivamente, a pressão, o volume e a temperatura do gás, e  $\gamma$  uma constante, sendo os subscritos 1 e 2 representativos, respectivamente, do estado inicial e final do sistema. Lembrando que  $PV^\gamma$  é constante no processo adiabático, esta fórmula pode ser reescrita deste modo:

a) 
$$\frac{P_1 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{V_1}{V_2}}}$$

b) 
$$\frac{P_2 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{V_2}{V_1}}}$$



$$c) \frac{P_2 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln \frac{V_1}{V_2}}}$$

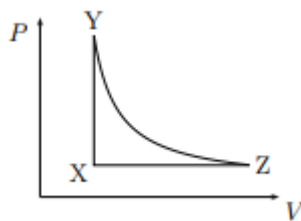
$$d) \frac{P_1 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln \frac{V_2}{V_1}}}$$

$$e) \frac{P_2 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\ln \frac{V_2}{V_1}}}$$

### 35. (ITA – 2017)

Uma transformação cíclica  $XYZX$  de um gás ideal indicada no gráfico  $P \times V$  opera entre dois extremos de temperatura, em que  $YZ$  é um processo de expansão adiabática reversível. Considere  $R = 2,0 \text{ cal/mol.K} = 0,082 \text{ atm.}\ell/\text{mol.K}$ ,  $P_Y = 20 \text{ atm}$ ,  $V_Z = 4,0 \ell$ ,  $V_Y = 2,0 \ell$  e a razão entre as capacidades térmicas molar, a pressão e a volume constante, dada por  $C_p/C_v = 2,0$ . Assinale a razão entre o rendimento deste ciclo e o de uma máquina térmica ideal operando entre os mesmos extremos de temperatura.

- a) 0,38
- b) 0,44
- c) 0,55
- d) 0,75
- e) 2,25



### 36. (ITA – 2017)

Deseja-se aquecer uma sala usando uma máquina térmica de potência  $P$  operando conforme o ciclo de Carnot, tendo como fonte de calor o ambiente externo à temperatura  $T_1$ . A troca de calor através das paredes se dá a uma taxa  $\kappa(T_2 - T_1)$ , em que  $T_2$  é a temperatura da sala num dado instante e  $\kappa$ , uma constante com unidade em  $J/s \cdot K$ . Pedem-se: a) A temperatura final de equilíbrio da sala. b) A nova temperatura de equilíbrio caso se troque a máquina térmica por um resistor dissipando a mesma potência  $P$ . c) Entre tais equipamentos, indique qual o mais adequado em termos de consumo de energia. Justifique.

### 37. (ITA – 2018)

No livro Teoria do Calor (1871), Maxwell, escreveu referindo-se a um recipiente cheio de ar:

“... iniciando com uma temperatura uniforme, vamos supor que um recipiente ‘e dividido em duas partes por uma divisória na qual existe um pequeno orifício, e que um ser que pode ver



as moléculas individualmente abre e fecha esse orifício de tal modo que permite somente a passagem de moléculas rápidas de A para B e somente as lentas de B para A. Assim, sem realização de trabalho, ele aumentará a temperatura de B e diminuirá a temperatura de A em contradição com ... ”.

Assinale a opção que melhor completa o texto de Maxwell.

- a) a primeira lei da termodinâmica.
- b) a segunda lei da termodinâmica.
- c) a lei zero da termodinâmica.
- d) o teorema da energia cinética.
- e) o conceito de temperatura.

### 38. (ITA – 2019)

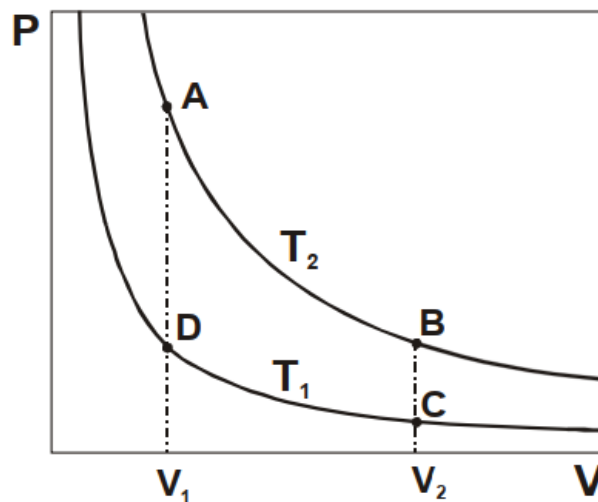
Uma empresa planeja instalar um sistema de refrigeração para manter uma sala de dimensões  $4,0\text{ m} \times 5,0\text{ m} \times 3,0\text{ m}$  a uma temperatura controlada em torno de  $10^\circ\text{C}$ . A temperatura média do ambiente não controlado é de  $20^\circ\text{C}$  e a sala é revestida com um material de  $20\text{ cm}$  de espessura e coeficiente de condutibilidade térmica de  $0,60\text{ W/m}^\circ\text{C}$ . Sabendo que a eficiência do sistema de refrigeração escolhido é igual a  $2,0$  e que o custo de  $1\text{ kWh}$  é de  $R\$ 0,50$ , estime o custo diário de refrigeração da sala.

### 39. (OBF – 2005)

Para a resolução do problema a seguir considere as seguintes afirmações:

- A energia interna  $U$  de um gás ideal depende apenas de sua temperatura  $T$ .
- Para um gás ideal, o trabalho realizado (ou recebido), em um expansão (ou contração) isotérmica, ao passar de um volume  $V_i$  para  $V_f$  é dado por  $\tau_{if} = 2,3 \cdot n \cdot R \cdot T \cdot \log\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ , em que  $n$  é o número de mols e  $R$  é a constante dos gases ideais.

O diagrama  $PV$  a seguir mostra duas isotermas à temperatura  $T_1 = 300\text{ K}$  e  $T_2 = 600\text{ K}$ . Se há uma expansão isotérmica entre  $A$  e  $B$ , o calor trocado é  $Q_{AB}$ . Se o gás sofre uma contração isotérmica entre  $C$  e  $D$  o calor trocado é  $Q_{CD}$ . Calcule a razão  $Q_{AB}/Q_{CD}$ , explicitando se em cada processo o calor é fornecido ao gás ou retirado do mesmo.



### 40. (OBF – 2005)

Um sistema termodinâmico pode ir de um estado inicial  $i$  para um estado final  $f$  por dois caminhos distintos, onde a diferença de energia interna entre estes estados é  $U_f - U_i =$

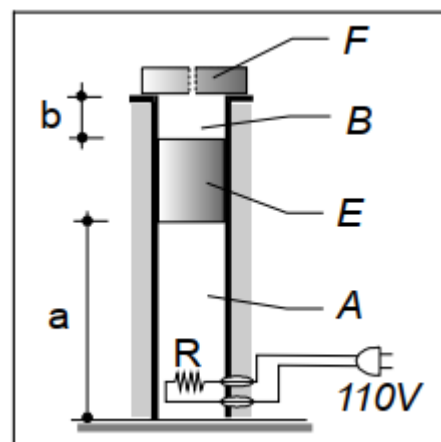


50 J. No primeiro caminho, o sistema sofre uma expansão isobárica, indo de um volume  $V_i$  para  $V_f$ , e em seguida há uma transformação isocórica, onde a pressão passa de um valor  $P_i$  para  $P_f$ . O trabalho realizado pelo sistema neste caminho foi de 100 J. No segundo caminho, mantendo-se o volume constante, a pressão do sistema passa de  $P_i$  para  $P_f$ . Em seguida, há uma expansão isobárica e o sistema atinge o estado  $f$ . Sabe-se que, se o sistema descreve um ciclo indo pelo segundo caminho e retornando pelo primeiro, o trabalho realizado pelo sistema é de 200 J.

- Faça um desenho destas transformações em um diagrama  $(P, V)$ .
- Calcule o trabalho associado ao segundo caminho, determinando se é realizado sobre ou pelo sistema.
- Calcule a quantidade de calor  $Q$  envolvido nos dois caminhos e determine se ele é fornecido ou retirado do sistema.

#### 41. (OBF – 2006)

O dispositivo representado mostra um recipiente cilíndrico que contém em seu interior um êmbolo "E". Ambos são isolados termicamente e apresentam capacidade térmica irrelevante. O êmbolo tem massa  $m_E = 300 \text{ kg}$ , desliza sem atrito e tem uma base circular de área  $S = 100 \text{ cm}^2$ . No ambiente representado pela letra "A" existe 1 mol ( $4,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ) de gás hélio na temperatura  $T_o = 300 \text{ K}$  capaz de equilibrar a pressão exercida pelo peso  $P_E$  do êmbolo superposta à pressão atmosférica  $p_{atm} = 1,00 \text{ atm}$ , mantendo, assim, a medida "a" igual a 0,600 m. Num dado instante a tomada é conectada a uma fonte de tensão constante e igual a 110 V para, por meio do resistor R, aquecer o gás citado. O resistor é mantido ligado até o instante em que o êmbolo, graças à expansão gasosa, sofra um deslocamento total igual a  $2b$ . A peça "F", de massa  $m_F = 100 \text{ kg}$ , está simplesmente apoiada na parte superior do recipiente e será deslocada com a subida do êmbolo. Esta peça é dotada de um orifício para manter o ar, no ambiente "B", sob pressão igual à pressão atmosférica. Admitindo que  $c_p$  seja o calor específico do gás hélio para as evoluções isobáricas, que  $c_v = 3125 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$  seja o calor específico para as evoluções isométricas, que a relação  $\gamma = c_p/c_v$  seja igual a 1,664, que a medida de "b" seja igual a 0,200 m e que a resistência elétrica do resistor R seja igual 1210  $\Omega$ , calcule:



O resistor é mantido ligado até o instante em que o êmbolo, graças à expansão gasosa, sofra um deslocamento total igual a  $2b$ . A peça "F", de massa  $m_F = 100 \text{ kg}$ , está simplesmente apoiada na parte superior do recipiente e será deslocada com a subida do êmbolo. Esta peça é dotada de um orifício para manter o ar, no ambiente "B", sob pressão igual à pressão atmosférica. Admitindo que  $c_p$  seja o calor específico do gás hélio para as evoluções isobáricas, que  $c_v = 3125 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$  seja o calor específico para as evoluções isométricas, que a relação  $\gamma = c_p/c_v$  seja igual a 1,664, que a medida de "b" seja igual a 0,200 m e que a resistência elétrica do resistor R seja igual 1210  $\Omega$ , calcule:

- a quantidade de calor  $Q_1$  absorvida pela massa gasosa para que o êmbolo E apenas encoste na peça F.
- o intervalo de tempo  $\Delta t$  que deve permanecer ligado o resistor.
- o rendimento  $\eta$  do dispositivo considerando o trabalho realizado e o consumo de energia elétrica.

#### 42. (OBF – 2007)





Uma máquina térmica tem rendimento 20% menor do que uma máquina de Carnot que opera entre as temperaturas  $T_1 = 300\text{ K}$  e  $T_2 = 600\text{ K}$ . A quantidade de calor por unidade de tempo recebida pela máquina é igual à que ocorre quando uma parede de  $10\text{ cm}$  de espessura, área de  $2\text{ m}^2$  e condutividade térmica de  $50\text{ W/(m K)}$  é submetida a uma diferença de temperatura de  $500\text{ K}$ .

- Determine a potência desta máquina.
- Que quantidade de gelo a  $-200\text{ C}$  seria possível derreter usando a quantidade de calor descartada pela máquina, durante um tempo de 10 minutos?

### 43. (OBF – 2007)

Certa quantidade de gás Hélio, inicialmente no estado  $A$ , em que a pressão e o volume valem  $P_A = 32 \times 10^5\text{ N/m}^2$  e  $V_A = 1\text{ m}^3$ , sofre o processo  $A \rightarrow B \rightarrow C$ . O processo  $A \rightarrow B$  é isobárico e  $B \rightarrow C$  é adiabático. Considere o gás ideal e que para o Hélio,  $c_V = 3R/2$  e  $c_P = 5R/2$ , são os calores específicos molares a volume e a pressão constante, respectivamente.

- Construa o diagrama  $PV$ , sabendo que o volume do gás no estado  $B$  é  $V_B = 2\text{ m}^3$  e a pressão no estado  $C$  é  $P_C = 1 \times 10^5\text{ N/m}^2$ .
- Quanto trabalho foi realizado pelo gás na expansão  $A \rightarrow C$ ?
- Qual a variação na energia interna do gás de  $A \rightarrow C$ ?

Observação: Num processo adiabático, o trabalho realizado (ou recebido)

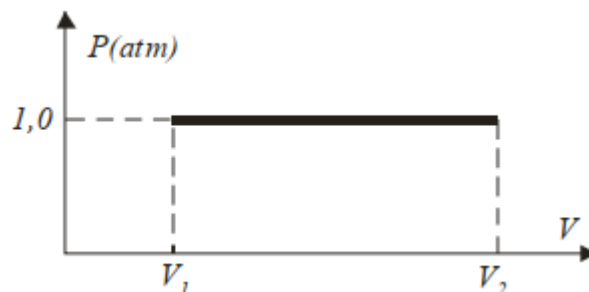
pelo gás entre os estados  $1 \rightarrow 2$  é dado por:  $\Delta\tau = \frac{1}{1-\gamma}(P_2V_2 - P_1V_1)$ , em que  $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$  é o fator de Poisson.

### 44. (OBF – 2008)

Um recipiente cilíndrico, de área de secção reta de  $300\text{ cm}^2$  contém 3 moles de gás ideal diatômico ( $C_V = 5R/2$ ) que está à mesma pressão externa. Este recipiente contém um pistão que pode se mover sem atrito e todas as paredes são adiabáticas, exceto uma que pode ser retirada para que o gás fique em contato com uma fonte que fornece calor a uma taxa constante (veja figura 4). Num determinado instante o gás sofre um processo termodinâmico ilustrado no diagrama  $PV$  abaixo e o pistão se move com velocidade constante de  $16,6\text{ mm/s}$ .

- Qual foi a variação de temperatura do gás depois de decorridos 50 s?
- Obtenha a quantidade de calor transferida ao gás durante esse intervalo de tempo.

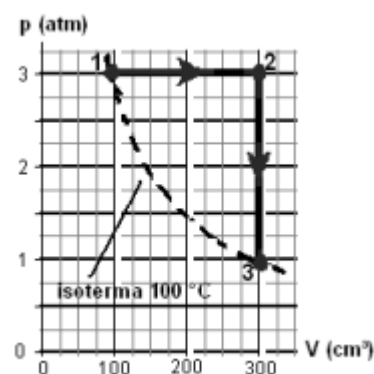




**45. (OBF – 2009)**

Durante uma transformação termodinâmica um gás ideal monoatômico segue o seguinte processo  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ , conforme mostra abaixo.

- Quanto calor é necessário durante o processo  $1 \rightarrow 2$ ?
- E durante o processo  $2 \rightarrow 3$ .



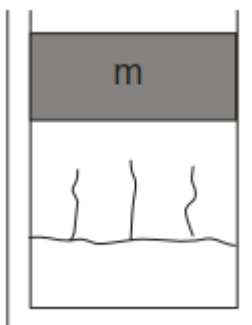
**46. (OBF – 2010)**

Certo fabricante de freezers indica que um dado modelo tem um consumo anual de  $730 \text{ kWh}$ .

- Assumindo que o freezer opere 5 horas durante 24 horas, qual a potência que ele consome quando em operação?
- Se o freezer mantém a temperatura no seu interior em  $-5 \text{ °C}$  num ambiente a  $20 \text{ °C}$  qual é a máxima performance teórica deste modelo?
- Qual é a máxima quantidade de gelo que este freezer consegue produzir em 1 hora, a partir de água a  $20 \text{ °C}$ ?

**47. (OBF – 2011)**

Um cilindro de paredes condutoras térmicas possui um embolo de massa  $m$  bem ajustado (mas sem atritos), cuja secção de área transversal é  $S$ . O cilindro contém água e vapor à temperatura  $T = 100 \text{ °C}$ , ou seja, estão na temperatura de condensação.



Observa-se que o embolo cai vagarosamente à velocidade constante  $v$ , porque alguma quantidade de calor flui através das paredes do cilindro e fazendo que um pouco de vapor se condense continuamente. A densidade de vapor no interior do recipiente é  $\rho$ .

- Calcule a taxa de condensação do vapor, variação de massa de vapor por unidade de tempo, em termos dos parâmetros dados no problema.
- A que taxa o calor flui para fora do cilindro? Dê o resultado em função do calor de condensação  $L$  da água e dos outros dados do problema.
- Qual a taxa de variação da energia interna do vapor? O calor específico molar a volume constante da água é  $C_V$  e sua massa molar é  $M$ .
- E qual a taxa de variação da energia interna da água líquida?

#### 48. (OBF – 2011)

Há um copo de água em contato com o ambiente, e ambos se encontram a uma temperatura  $T_0$ .

a) Mostre, usando o conceito de entropia (e a segunda lei da termodinâmica), que não é natural ver a água do copo variar sua temperatura e resolver se manter em equilíbrio a uma temperatura diferente de  $T_0$ .

Dicas: A variação de entropia associada à variação de temperatura de uma massa  $m$  de um corpo com calor específico  $c$ , que vai de uma temperatura  $T_0$  até  $T$  é:

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

Onde  $\ln$  é o logaritmo natural.

Você pode usar também a desigualdade  $\ln(1 + x) < x$ , para todo  $x > 1$  e diferente de 0.

b) Dois corpos em contato térmico se encontram isolados do resto do universo. Eles possuem massas e calores específicos  $m_1, c_1$  e  $m_2, c_2$ , com os índices (1, 2) se referindo a cada corpo. Se ambos estão na mesma temperatura  $T_0$ , mostre que não é esperado que eles troquem calor e se equilibrem (termicamente) em temperaturas diferentes.

Dica: use que  $(1 + x)^n \approx 1 + nx$ , se  $x \ll 1$ .

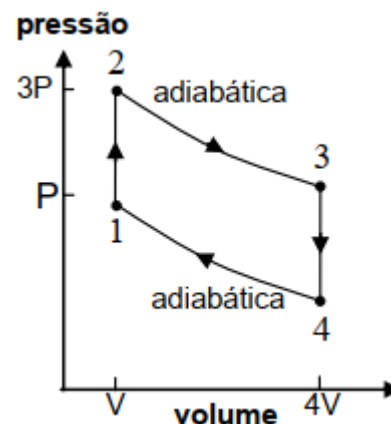
#### 49. (OBF – 2012)

A temperatura na superfície do Sol é de aproximadamente  $6.000 K$ . Num dia normal a superfície da Terra recebe do Sol cerca de  $1.000 W/m^2$ . Durante 10 horas recebendo a radiação solar a temperatura numa superfície de  $1 m^2$  mantém-se em  $300 K$ . Qual a variação de entropia desta área da Terra considerando esta quantidade de energia transferida do Sol?

#### 50. (OBF – 2013)

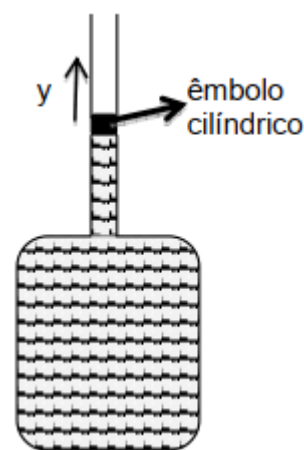


Numa situação termodinâmica ideal, consideremos um motor de combustão interna chamado de Motor de Ciclo Otto e representado na figura ao lado. Este ciclo é formado por duas curvas adiabáticas e duas isocóricas. Qual é a eficiência do motor se a mistura gasolina-ar for considerada um gás ideal diatômico ( $\gamma = 1,4$ )? Sabe-se que cada quilograma de gasolina fornece  $4,4 \times 10^4$  kJ de energia e a sua densidade é  $0,7$  kg/litro. Qual é o consumo de gasolina por hora para de um motor de  $67$  HP ( $5,0 \times 10^4$  W) sujeito ao ciclo de Otto ideal?



### 51. (OBF – 2014)

Eduard Rüchardt propôs um método simples para se medir a razão  $\gamma = C_p/C_v$  de um gás ideal, onde  $C_p$  é a capacidade calorífica a pressão constante e  $C_v$  a capacidade calorífica a volume constante. A figura ao lado mostra esquematicamente o arranjo usado. O recipiente contém um gás, considerado ideal, inicialmente com volume  $V_0$ , pressão  $P_0$  e está em equilíbrio térmico. O êmbolo cilíndrico tem massa  $m$ , área da base  $A$ , altura  $L$  e é livre para se mover ao longo do recipiente. Na posição de equilíbrio o peso do êmbolo equivale à força exercida pelo gás. O êmbolo é tirado da posição de equilíbrio por um pequeno deslocamento  $y$  alterando o estado do gás. O gás exercerá sobre o êmbolo uma força restauradora fazendo-o oscilar com uma frequência característica que depende de  $\gamma$ . Supondo que a transformação seja adiabática e desprezando-se o atrito entre o êmbolo e o recipiente,



- encontre a variação de pressão  $\Delta P$ . Para isso use a aproximação  $\left(1 \pm \frac{\Delta V}{V}\right)^\gamma \approx 1 \pm \frac{\gamma \Delta V}{V}$ , já que a variação relativa do volume é pequena,
- encontre a força restauradora atuando no êmbolo mantendo apenas termos de ordem linear em  $y$ ,
- determine  $\gamma$  em função período de movimento do êmbolo e dos dados fornecidos no problema.



### 52. (IME – 2020 – 2ª Fase)

Um produtor rural constata que suas despesas mensais de eletricidade estão altas e decide contratar um pesquisador para que ele especifique formas alternativas de acionamento simultâneo de duas bombas empregadas para irrigação de suas lavouras. O pesquisador constata que, na fazenda, existe uma máquina refrigeradora que opera em um ciclo

termodinâmico, bem como outro dispositivo que atua como um ciclo motor e propõe a solução descrita a seguir:

**“A potência disponibilizada pelo ciclo motor deverá ser integralmente utilizada para o acionamento da máquina refrigeradora e a energia rejeitada para o ambiente de ambos os dispositivos – de acordo com os seus cálculos – é mais do que suficiente para o acionamento simultâneo das duas bombas.”**

De acordo com os dados abaixo, determine se a solução encaminhada pelo pesquisador é viável, com base em uma análise termodinâmica da proposição.

**Dados:**

Temperatura do ambiente: 27 °C;

Temperatura no interior da máquina refrigeradora: – 19/3 °C;

Temperatura da fonte térmica referente ao ciclo motor: 927 °C;

Potência de cada bomba empregada na irrigação: 5 HP;

Estimativa da taxa de energia recebida pelo motor térmico: 80 kJ/min;

1 HP =  $\frac{3}{4}$  kW

**53. (IME – 2020 – 1ª Fase)**

Um escritório de patentes analisa as afirmativas de um inventor que deseja obter os direitos sobre três máquinas térmicas reais que trabalham em um ciclo termodinâmico. Os dados sobre o calor rejeitado para a fonte fria e o trabalho produzido pela máquina térmica – ambos expressos em Joules – encontram-se na tabela abaixo.

Máquina Térmica	Calor Rejeitado (J)	Trabalho Produzido (J)
A	40	60
B	15	30
C	8	12

As afirmativas do inventor são:

**Afirmativa 1:** O rendimento das máquinas A e C são os mesmos para quaisquer temperaturas de fonte quente e de fonte fria.

**Afirmativa 2:** As máquinas A, B e C obedecem à Segunda Lei da Termodinâmica.

**Afirmativa 3:** Se o calor rejeitado nas três situações acima for dobrado e se for mantida a mesma produção de trabalho, a máquina B apresentará rendimento superior aos das máquinas A e C, supondo atendidos os princípios da termodinâmica.

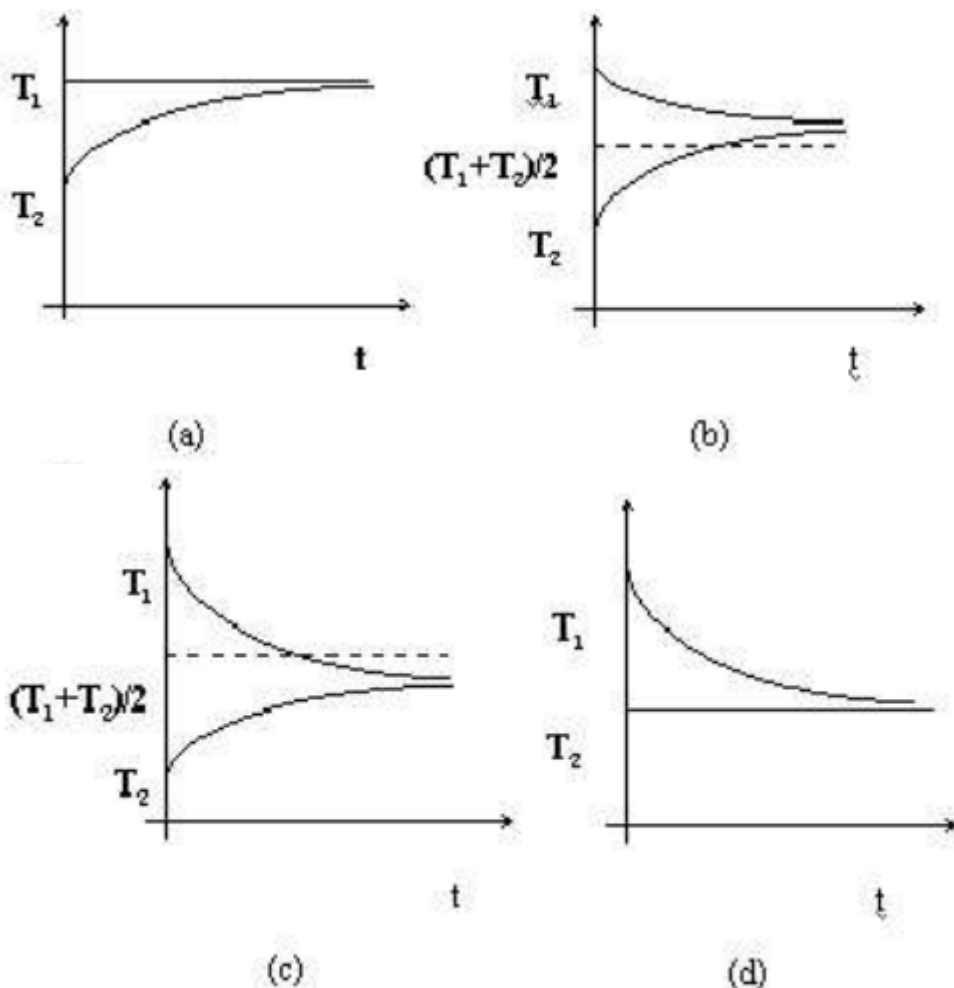
Tomando sempre as temperaturas dos reservatórios das fontes quente e fria das máquinas como 900 K e 300 K, está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):



- a) 1, apenas.
- b) 2, apenas.
- c) 1, 2 e 3.
- d) 1 e 3, apenas.
- e) 2 e 3, apenas.

**54. (IME – 1997)**

Dois corpos, cujas temperaturas iniciais valem  $T_1$  e  $T_2$ , interagem termicamente ao longo do tempo e algumas das possíveis evoluções são mostradas nos gráficos abaixo. Analise cada uma das situações e discorra a respeito da situação física apresentada, procurando, caso procedente, tecer comentários acerca dos conceitos de reservatório térmico e capacidade térmica. Fundamente, sempre que possível, suas afirmações na Primeira Lei da Termodinâmica.



**55. (IME – 1998)**

Um cilindro com um êmbolo móvel contém 1 mol de um gás ideal que é aquecido isobaricamente de 300 K até 400 K. Ilustre o processo em um diagrama pressão versus volume e determine o trabalho realizado pelo gás, em joules.

Dados:

- Constante universal dos gases ideais:  $0,082 \text{ (atm.l)/(mol.K)}$ ;
- $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ .

### 56. (IME – 1999)

Um cilindro contém oxigênio à pressão de 2 atmosferas e ocupa um volume de 3 litros à temperatura de 300 K. O gás, cujo comportamento é considerado ideal, executa um ciclo termodinâmico através dos seguintes processos:

- Processo 1-2: aquecimento à pressão constante até 500 K.
- Processo 2-3: resfriamento à volume constante até 250 K.
- Processo 3-4: resfriamento à pressão constante até 150 K.
- Processo 4-1: aquecimento à volume constante até 300 K.

Ilustre os processos em um diagrama pressão-volume e determine o trabalho executado pelo gás, em Joules, durante o ciclo descrito acima. Determine, ainda, o calor líquido produzido ao longo deste ciclo.

Dado:  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ .

### 57. (IME – 2000)

Uma máquina térmica operando em um ciclo de Carnot recebe calor de um reservatório térmico cuja temperatura é  $T_H$  e cede calor a um segundo reservatório com temperatura desconhecida. Uma segunda máquina térmica, também operando em um ciclo de Carnot, recebe calor deste último reservatório e cede calor a um terceiro reservatório com temperatura  $T_C$ . Determine uma expressão termodinamicamente admissível para a temperatura  $T$  do segundo reservatório, que envolva apenas  $T_H$  e  $T_C$ , supondo que:

- a) o rendimento dos dois ciclos de Carnot seja o mesmo.
- b) o trabalho desenvolvido em cada um dos ciclos seja o mesmo.

### 58. (IME – 2002)

Ao analisar o funcionamento de uma geladeira de 200 W, um inventor percebe que a serpentina de refrigeração se encontra a uma temperatura maior que a ambiente e decide utilizar este fato para gerar energia. Ele afirma ser possível construir um dispositivo que opere em um ciclo termodinâmico e que produza 0,1 hp. Baseado nas Leis da Termodinâmica, discuta a validade da afirmação do inventor.



Considere que as temperaturas da serpentina e do ambiente valem, respectivamente,  $30^{\circ}\text{C}$  e  $27^{\circ}\text{C}$ . Suponha também que a temperatura no interior da geladeira seja igual a  $7^{\circ}\text{C}$ .

Dado:  $1 \text{ hp} = 0,75 \text{ kW}$ .

### 59. (IME – 2004)

Uma certa usina termoelétrica tem por objetivo produzir eletricidade para consumo residencial a partir da queima de carvão. São consumidas 7,2 toneladas de carvão por hora e a combustão de cada quilo gera  $2 \cdot 10^7 \text{ J}$  de energia. A temperatura de queima é de  $907^{\circ}\text{C}$  e existe uma rejeição de energia para um riacho cuja temperatura é de  $22^{\circ}\text{C}$ . Estimativas indicam que o rendimento da termoelétrica é 75% do máximo admissível teoricamente. No discurso de inauguração desta usina, o palestrante afirmou que ela poderia atender, no mínimo, à demanda de 100.000 residências. Admitindo que cada unidade habitacional consome mensalmente  $400 \text{ kWh}$  e que a termoelétrica opera durante 29,63 dias em cada mês, o que equivale a aproximadamente  $2,56 \cdot 10^6$  segundos, determine a veracidade daquela afirmação e justifique sua conclusão através de uma análise termodinâmica do problema.

### 60. (IME – 2007)

Uma massa  $m$  de ar, inicialmente a uma pressão de  $3 \text{ atm}$ , ocupa  $0,1 \text{ m}^3$  em um balão. Este gás é expandido isobaricamente até um volume de  $0,2 \text{ m}^3$  e, em seguida, ocorre uma nova expansão através de um processo isotérmico, sendo o trabalho realizado pelo gás durante esta última expansão igual a  $66000 \text{ J}$ . Determine:

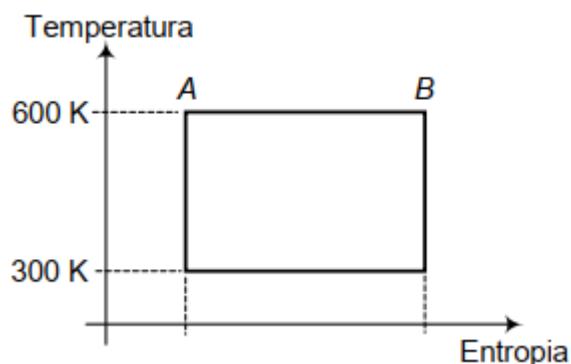
- o trabalho total realizado em joules pelo gás durante todo o processo de expansão;
- o calor total associado às duas expansões, interpretando fisicamente o sinal desta grandeza.

Dados:  $1 \text{ atm} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ ,  $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$  e  $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$ .

Obs.: suponha que o ar nestas condições possa ser considerado como gás ideal.

### 61. (IME – 2008)

Uma máquina térmica opera a 6000 ciclos termodinâmicos por minuto, executando o ciclo de Carnot, mostrado na figura abaixo. O trabalho desta máquina térmica é utilizado para elevar verticalmente uma carga de  $1000 \text{ kg}$  com velocidade constante de  $10 \text{ m/s}$ . Determine a variação da entropia no processo AB, representado na figura. Considere a aceleração da gravidade igual a  $10 \text{ m/s}^2$  e os processos termodinâmicos reversíveis.





### 62. (IME -2008)

Um gás ideal sofre uma expansão isotérmica, seguida de uma compressão adiabática. A variação total da energia interna do gás poderá ser nula se, dentre as opções abaixo, a transformação seguinte for uma:

- a) compressão isotérmica.
- b) expansão isobárica.
- c) compressão isobárica.
- d) expansão isocórica.
- e) compressão isocórica.

### 63. (IME – 2009)

Um industrial possui uma máquina térmica operando em um ciclo termodinâmico, cuja fonte de alimentação advém da queima de óleo combustível a 800 K. Preocupado com os elevados custos do petróleo, ele contrata os serviços de um inventor. Após estudo, o inventor afirma que o uso do óleo combustível pode ser minimizado através do esquema descrito a seguir: um

quarto do calor necessário para acionar a máquina seria originado da queima de bagaço de cana a 400 K, enquanto o restante seria proveniente da queima de óleo combustível aos mesmos 800 K. Ao ser inquirido sobre o desempenho da máquina nesta nova configuração, o inventor argumenta que a queda no rendimento será inferior a 5%. Você julga esta afirmação procedente? Justifique estabelecendo uma análise termodinâmica do problema para corroborar seu ponto de vista. Considere que, em ambas as situações, a máquina rejeita parte da energia para o ar atmosférico, cuja temperatura é 300 K.

### 64. (IME – 2010)

Atendendo a um edital do governo, um fabricante deseja certificar junto aos órgãos competentes uma geladeira de baixos custo e consumo. Esta geladeira apresenta um coeficiente de desempenho igual a 2 e rejeita  $9/8 \text{ kW}$  para o ambiente externo. De acordo com o fabricante, estes dados foram medidos em uma situação típica de operação, na qual o compressor da geladeira se manteve funcionando durante  $1/8$  do tempo à temperatura ambiente de  $27^\circ\text{C}$ . O edital preconiza que, para obter a certificação, é necessário que o custo mensal de operação da geladeira seja, no máximo, igual a R\$ 5,00 e que a temperatura interna do aparelho seja inferior a  $8^\circ\text{C}$ . O fabricante afirma que os dois critérios são atendidos, pois o desempenho da geladeira é  $1/7$  do máximo possível. Verifique, baseado nos princípios da termodinâmica, se esta assertiva do fabricante está tecnicamente correta. Considere que a tarifa referente ao consumo de  $1 \text{ kWh}$  é R\$ 0,20.

### 65. (IME – 2012)



Em visita a uma instalação fabril, um engenheiro observa o funcionamento de uma máquina térmica que produz trabalho e opera em um ciclo termodinâmico, extraíndo energia de um reservatório térmico a  $1000\text{ K}$  e rejeitando calor para um segundo reservatório a  $600\text{ K}$ . Os dados de operação da máquina indicam que seu índice de desempenho é  $80\%$ . Ele afirma que é possível racionalizar a operação acoplando uma segunda máquina térmica ao reservatório de menor temperatura e fazendo com que esta rejeite calor para o ambiente, que se encontra a  $300\text{ K}$ . Ao ser informado de que apenas  $60\%$  do calor rejeitado pela primeira máquina pode ser efetivamente aproveitado, o engenheiro argumenta que, sob estas condições, a segunda máquina pode disponibilizar uma quantidade de trabalho igual a  $30\%$  da primeira máquina. Admite-se que o índice de desempenho de segunda máquina, que também opera em um ciclo termodinâmico, é metade do da primeira máquina. Por meio de uma análise termodinâmica do problema, verifique se o valor de  $30\%$  está correto.

Observação: o índice de desempenho de uma máquina térmica é a razão entre o seu rendimento real e o rendimento máximo teoricamente admissível.

### 66. (IME – 2017)

Um gás ideal e monoatômico contido em garrafa fechada com  $0,1\text{ m}^3$  está inicialmente a  $300\text{ K}$  e a  $100\text{ kPa}$ . Em seguida, esse gás é aquecido, atingindo  $600\text{ K}$ . Nessas condições, o calor fornecido ao gás, em kJ, foi:

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 30
- e) 45

### 67. (IME – 2017)

Um pesquisador recebeu a incumbência de projetar um sistema alternativo para o fornecimento de energia elétrica visando ao acionamento de compressores de geladeiras a serem empregadas no estoque de vacinas. De acordo com os dados de projeto, a temperatura ideal de funcionamento da geladeira deve ser  $4\text{ }^\circ\text{C}$  durante 10 horas de operação contínua, sendo que a mesma possui as seguintes dimensões:  $40\text{ cm}$  de altura,  $30\text{ cm}$  de largura e  $80\text{ cm}$  de profundidade. Após estudo, o pesquisador recomenda que, inicialmente, todas as faces da geladeira sejam recobertas por uma camada de  $1,36\text{ cm}$  de espessura de um material isolante, de modo a se ter um melhor funcionamento do dispositivo. Considerando que este projeto visa a atender comunidades remotas localizadas em regiões com alto índice de radiação solar, o pesquisador sugere empregar um painel fotovoltaico que converta a energia solar em energia elétrica. Estudos de viabilidade técnica apontam que a eficiência térmica da geladeira deve ser, no mínimo, igual a  $50\%$  do máximo teoricamente admissível. Baseado em uma análise termodinâmica e levando em conta os dados abaixo, verifique se a solução proposta pelo pesquisador é adequada.



Dados:

- Condutividade térmica do material isolante:  $0,05 \text{ W/m } ^\circ\text{C}$ ;
- Temperatura ambiente da localidade:  $34 \text{ }^\circ\text{C}$ ;
- Insolação solar média na localidade:  $18 \text{ MJ/m}^2$ , em 10 horas de operação contínua;
- Rendimento do painel fotovoltaico: 10%;
- Área do painel fotovoltaico:  $2 \text{ m}^2$ .

### 68. (IME – 2018)

Considere as afirmações abaixo, relativas a uma máquina térmica que executa um ciclo termodinâmico durante o qual há realização de trabalho.

**Afirmiação I.** se as temperaturas das fontes forem  $27 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $427 \text{ }^\circ\text{C}$ , a máquina térmica poderá apresentar um rendimento de 40 %.

**Afirmiação II.** Se o rendimento da máquina for 40 % do rendimento ideal para temperaturas das fontes iguais a  $27 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $327 \text{ }^\circ\text{C}$  e se o calor rejeitado pela máquina for 0,8 kJ, o trabalho realizado será 1,8 kJ.

**Afirmiação III.** Se a temperatura de uma das fontes for  $727 \text{ }^\circ\text{C}$  e se a razão entre o calor rejeitado pela máquina e o calor recebido for 0,4 a outra fonte apresentará uma temperatura de  $-23 \text{ }^\circ\text{C}$  no caso de o rendimento da máquina ser 80% do rendimento ideal.

Está(ão) correta(s) a(s) seguinte(s) afirmação(ões):

- a) I, apenas.
- b) I e II, apenas.
- c) II e III, apenas.
- d) I e III, apenas.
- e) III, apenas.

### 69. (IME – 2018)

Durante um turno de 8 horas, uma fábrica armazena  $200 \text{ kg}$  de um rejeito na fase vapor para que posteriormente seja liquefeito e estocado para descarte seguro. De modo a promover uma melhor eficiência energética da empresa, um inventor propõe o seguinte esquema: a energia proveniente do processo de liquefação pode ser empregada em uma máquina térmica que opera em um ciclo termodinâmico de tal forma que uma bomba industrial de potência  $6,4 \text{ HP}$  seja acionada continuamente 8 horas por dia. Por meio de uma análise termodinâmica, determine se a proposta do inventor é viável, tomando como base os dados abaixo.

Dados:

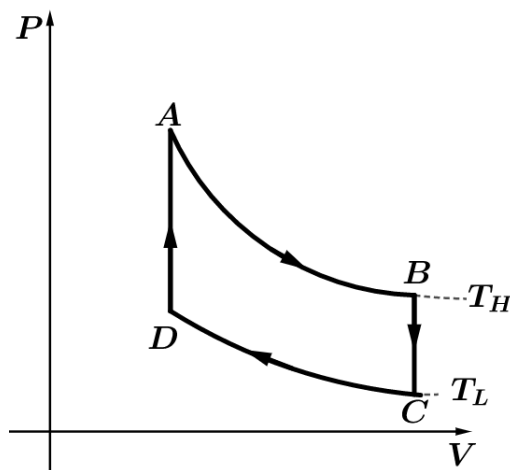
- calor latente do rejeito:  $2 \cdot 160 \text{ kJ/kg}$ ;



- temperatura do rejeito antes de ser liquefeito:  $127\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;
- temperatura do ambiente onde a máquina térmica opera:  $27\text{ }^{\circ}\text{C}$ ;
- rendimento da máquina térmica: 80% do máximo teórico;
- perdas associadas ao processo de acionamento da bomba: 20%; e
- $1\text{ HP} = 3/4\text{ kW}$ .

70.

Considere o ciclo de Sterling mostrado na figura abaixo, que é composto por duas isocóricas e duas isotérmicas. Para esse ciclo, calcule o rendimento do ciclo em função do rendimento de Carnot, do calor específico a volume constante, e dos volumes máximos e mínimos.





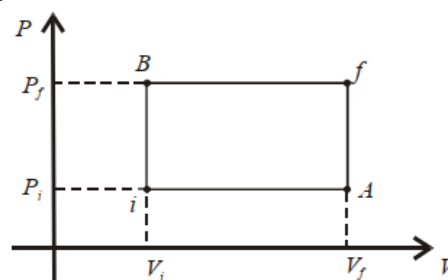
## 5. Gabarito

- 1) B
- 2) C
- 3) 0,29 m/s
- 4) B
- 5) E
- 6) A
- 7) B
- 8) D
- 9) E
- 10) A
- 11) B
- 12) D
- 13) E
- 14)  $1,8 \cdot 10^4 \text{ J/K}$  ou  $4,3 \cdot 10^3 \text{ cal/K}$
- 15)  $x = \frac{\left( \sqrt{2,5P_{at}A + 1,5\left(\frac{V_i k}{A}\right) + 8kQ} - \left(2,5P_{at}A + 1,5\left(\frac{V_i k}{A}\right)\right) \right)}{4k}$
- 16) A
- 17) B
- 18) a) 70 % b) zero
- 19) a) 80 kW b) 16,7 W/K
- 20) D
- 21) E
- 22) C
- 23) 70 J
- 24) B
- 25)  $T_1 = \frac{T_0}{\sqrt[3]{4}}$
- 26) B
- 27) C
- 28) C
- 29) -271,4 °C
- 30)  $W = \frac{1}{\gamma-1} (P_i V_i - P_f V_f)$
- 31) Sem alternativa
- 32) E
- 33)  $T_f = T + \frac{3Q}{3m \cdot c_v + m \cdot r \cdot g + 4\pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot a}$
- 34) A
- 35) B

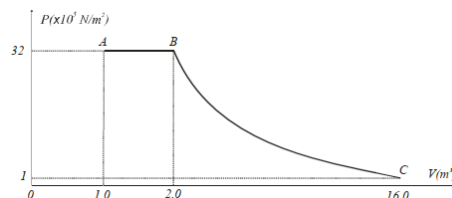
36) a)  $T_2 = \frac{2 \cdot k \cdot T_1 + P + (4 \cdot k \cdot T_1 \cdot P + P^2)^{\frac{1}{2}}}{2k}$  b)  $T_2 = \frac{P + k \cdot T_1}{k}$  c) aquecedor de Carnot

- 37) B  
38) R\$ 16,92

39)  $\frac{Q_{AB}}{Q_{CD}} = -2$



- 40) a) b) 300 J  
c)  $iAf \Rightarrow Q = 150 \text{ J}$  calor fornecido e  
 $iBf \Rightarrow Q = 350 \text{ J}$  calor fornecido
- 41) a) 4010 J b) 401 s c) 60%
- 42) a) 200 kW b) 478,46 kg



- 43) a)  $104 \cdot 10^5 \text{ J}$  c)  $-24 \cdot 10^5 \text{ J}$  b)
- 44) a) 100 K b) 8715 J
- 45) a) 150 J b) -90 J
- 46) a) 0,4 kW b) 8,5% c) 3,44 kg
- 47) a)  $\frac{dn}{dt} = \frac{-S \cdot v \cdot \rho}{M}$  b)  $\frac{dQ}{dt} = -S \cdot v \cdot \rho \cdot L$  c)  $\frac{dU}{dt} = -\frac{373 \cdot S \cdot v \cdot \rho \cdot C_V}{M}$  d)
- 48) Demonstração
- 49)  $1,2 \cdot 10^4 \text{ J/K}$
- 50) 140 L/h
- 51) a)  $\Delta P = P_0 \cdot \gamma \cdot A \cdot \frac{y}{V_0}$  b)  $F_R = P_0 \cdot A \cdot \left(1 + \gamma A \cdot \frac{y}{V_0}\right)$  c)  $\gamma = \frac{4\pi^2 V_0 m}{T^2 P_0 A^2}$



52) Viável

53) C

54) Ver comentários

55) 830 J

56)  $Q = \tau = 200 \text{ J}$

57) a)  $T = \sqrt{T_H \cdot T_C}$  b)  $T' = \frac{T_H + T_C}{2}$

58) Afirmação do inventor é incorreta.

59) A potência declarada pelo palestrante não atende à demanda das 100.000 residências.

60) a) 96.000 J b) 171.000 J

61)  $\frac{10 \text{ J}}{3 \text{ K}}$

62) C

63) O rendimento cai 9,4 %, mais que os 5% alegados pelo inventor erroneamente.

64) A geladeira, nas condições reais, excede em R\$ 1,75 o custo máximo anunciado.

65) 30 % está incorreto, valor verdadeiro é de 25,5 %.

66) C

67) O coeficiente de desempenho corresponde a 16 % do máximo possível. Logo, a solução não é adequada.

68) D

69) Proposta inviável.

70)  $\eta = \frac{\eta_C}{\frac{c_V \cdot \eta_C}{V_C} + 1}$   
 $R \cdot \ln \frac{V_C}{V_D}$



ESCLARECENDO!



## 6. Lista de questões resolvidas e comentadas

### 1. (ITA-2020 – 1ª Fase)

Uma certa quantidade de gás com temperatura inicial  $T_0$ , pressão  $P_0$  e volume  $V_0$ , é aquecida por uma corrente elétrica que flui por um fio de platina num intervalo de tempo  $\Delta t$ . Esse procedimento é feito duas vezes: primeiro, com volume constante  $V_0$  e pressão variando de  $P_0$  para  $P_1$  e, a seguir, com pressão constante  $P_0$  e volume variando de  $V_0$  para  $V_1$ . Assinale a alternativa que explicita a relação  $C_p/C_v$  do gás.

a)  $\frac{\frac{P_0-1}{P_1}}{\frac{V_0-1}{V_1}}$

b)  $\frac{\frac{P_1-1}{P_0}}{\frac{V_1-1}{V_0}}$

c)  $\frac{\frac{2P_0-1}{P_1}}{\frac{V_0-1}{V_1}}$

d)  $\frac{\frac{2P_1-1}{P_0}}{\frac{V_1-1}{V_0}}$

e)  $\frac{\frac{P_1-1}{P_0}}{\frac{2V_1-1}{V_0}}$

#### Comentários:

À volume constante:

$$Q_v = nC_v\Delta T = \frac{C_v}{R} \cdot nR\Delta T = \frac{C_v}{R} \cdot \Delta(PV) = \frac{C_v}{R} \cdot (P_1 - P_0)V_0$$

À pressão constante:

$$Q_p = nC_p\Delta T = \frac{C_p}{R} \cdot nR\Delta T = \frac{C_p}{R} \cdot \Delta(PV) = \frac{C_p}{R} \cdot P_0(V_1 - V_0)$$

Igualando:

$$\frac{C_v}{R} \cdot (P_1 - P_0)V_0 = \frac{C_p}{R} \cdot P_0(V_1 - V_0)$$

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{(P_1 - P_0)V_0}{P_0(V_1 - V_0)}$$



Dividindo tudo por  $P_0V_0$ :

$$\frac{C_p}{C_v} = \frac{\frac{P_1}{P_0} - 1}{\frac{V_1}{V_0} - 1}$$

**Gabarito: B**

## 2. (ITA-2020 – 1ª Fase)

Considere um sistema de três máquinas térmicas  $M_1$ ,  $M_2$  e  $M_3$  acopladas, tal que o rejeito energético de uma é aproveitado pela seguinte. Sabe-se que a cada ciclo,  $M_1$  recebe 800 kJ de calor de uma fonte quente a 300 K e rejeita 600 kJ, dos quais 150 kJ são aproveitados por  $M_2$  para realização de trabalho. Por fim,  $M_3$  aproveita o rejeito de  $M_2$  e descarta 360 kJ em uma fonte fria a 6 K. São feitas as seguintes afirmações:

- I. É inferior a 225 K a temperatura da fonte fria de  $M_1$ .
- II. O rendimento do sistema é de 55%.
- III. O rendimento do sistema corresponde a 80% do rendimento de uma máquina de Carnot operando entre as mesmas temperaturas.

Conclui-se então que

- a) Somente a afirmação I está incorreta.
- b) Somente a afirmação II está incorreta.
- c) Somente a afirmação III está incorreta.
- d) Todas as afirmações estão corretas.
- e) As afirmações I e III estão incorretas.

**Comentários:**

**I. Correta**

$$\eta_{M_1} = 1 - \frac{Q_f}{Q_q} < \eta_{Carnot} = 1 - \frac{T_f}{T_q}$$
$$1 - \frac{600}{800} < 1 - \frac{T_f}{300}$$
$$T_f < 225 \text{ K}$$

**II. Correta**

$$W_1 = 800 - 600 = 200 \text{ kJ}$$

$$W_2 = 150 \text{ kJ}$$

$$W_3 = 450 - 360 = 90 \text{ kJ}$$





$$\eta_{\text{sistema}} = \frac{W_{\text{total}}}{Q_{Q1}} = \frac{440}{800} = 55\%$$

### III. Incorreta

$$\eta_{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_{f3}}{T_{q1}} = 1 - \frac{6}{300} = 98\%$$

$$\frac{\eta_{\text{sistema}}}{\eta_{\text{Carnot}}} = 56\%$$

### Gabarito: C

#### 3. (ITA-2020 – 2ª Fase)

De uma altura de  $52,5 \text{ m}$  é solto um frasco indeformável contendo um gás monoatômico formado de partículas com massa de  $4,20 \cdot 10^{-24} \text{ g}$ , e de calor específico a volume constante igual a  $1,25 \frac{\text{cal}}{\text{g}^\circ\text{C}}$ . Ao atingir o solo, a energia cinética do sistema é dissipada na forma de calor no próprio gás. Para uma temperatura inicial do gás de  $16^\circ\text{C}$ , determine a variação da velocidade quadrática média das partículas do gás devido à queda. Se necessário, use a aproximação binomial  $(1 + x)^n \sim 1 + nx$ , para  $|x| \ll 1$ . Desconsidere a massa do frasco.

#### Comentários:

Para uma partícula:

$$mgH = mC_v\Delta T$$

$$T' = T + \frac{gH}{C_v}$$

$$v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$v'_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT'}{m}} = \sqrt{\frac{3kT}{m} + \frac{3kgH}{mC_v}}$$

Como  $T \gg \frac{gH}{C_v}$ :

$$v'_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \sqrt{1 + \frac{gH}{C_v T}} \sim v_{\text{rms}} \left(1 + \frac{gH}{2C_v T}\right)$$

$$\Delta v_{\text{rms}} \sim v_{\text{rms}} \cdot \left(\frac{gH}{2C_v T}\right) = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \frac{gH}{2C_v T} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,4 \cdot 10^{-23} \cdot 289}{4,20 \cdot 10^{-27}}} \cdot \frac{10 \cdot 52,5}{2 \cdot 1250 \cdot 4,2 \cdot 289}$$



$$= \frac{1700 \cdot 525}{250 \cdot 42 \cdot 289} = \frac{210}{42 \cdot 17} = \frac{5}{17} = 0,29 \text{ m/s}$$

**Gabarito: 0,29 m/s**

---

#### 4. (ITA-1992)

Uma certa quantidade de gás expande-se adiabaticamente e quase estaticamente desde uma pressão inicial de  $2,0 \text{ atm}$  e volume de  $2,0$  litros, na temperatura de  $21 \text{ }^\circ\text{C}$  até atingir o dobro de seu volume. Sabendo-se que para este gás  $\gamma = C_p/C_v = 2,0$ , pode-se afirmar que a pressão final e a temperatura final são, respectivamente:

- a)  $0,5 \text{ atm}$  e  $10,5 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- b)  $0,5 \text{ atm}$  e  $-126 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- c)  $2,0 \text{ atm}$  e  $10,5 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- d)  $2,0 \text{ atm}$  e  $-126 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- e) nenhuma das anteriores.

#### Comentários:

Para uma transformação adiabática temos a seguinte relação:

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma \quad (\text{eq. 1})$$

Em que  $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ . Utilizando a equação dos gases ideais, temos:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow P = \frac{n \cdot R \cdot T}{V}$$

Substituindo a pressão na expressão acima, temos:

$$\frac{n \cdot R \cdot T_1}{V_1} \cdot V_1^\gamma = \frac{n \cdot R \cdot T_2}{V_2} \cdot V_2^\gamma \Rightarrow T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1} \quad (\text{eq. 2})$$

Substituindo os valores na equação (1), vem:

$$2 \cdot 2^2 = P_2 \cdot 4^2 \Rightarrow P_2 = 0,5 \text{ atm}$$

Substituindo os valores na equação (2), temos que:

$$294 \cdot 2^{2-1} = T_2 \cdot 4^{2-1} \Rightarrow T_2 = 147 \text{ K} \Rightarrow \boxed{T_2 = -126 \text{ }^\circ\text{C}}$$

**Gabarito: B**

---

#### 5. (ITA-1992)

Considere as afirmações a seguir:

- I. A energia interna de um gás ideal depende só da pressão.



- II. Quando um gás passa de um estado 1 para outro estado 2, o calor trocado é o mesmo qualquer que seja o processo.
- III. Quando um gás passa de um estado 1 para outro estado 2, a variação da energia interna é a mesma qualquer que seja o processo.
- IV. Um gás submetido a um processo quase estático não realiza trabalho.
- V. O calor específico de uma substância não depende do processo como ela é aquecida.
- VI. Quando um gás ideal recebe calor e não há variação de volume, a variação da energia interna é igual ao calor recebido.
- VII. Numa expansão isotérmica de um gás ideal o trabalho realizado é sempre menor que o calor absorvido.

As duas afirmações corretas são:

- a) II e III.
- b) III e IV.
- c) III e V.
- d) I e VII.
- e) III e VI.

#### Comentários:

- I) FALSO. A energia inteira de um gás ideal só depende da temperatura.
- II) FALSO. O calor não é uma função de estado e, portanto, depende do caminho realizado no processo.
- III) CORRETO. A energia interna é uma função de estado e, portanto, só depende dos estados final e inicial.
- IV) FALSO. Um processo quase estático pode ser aproximado por um processo reversível, sem nenhuma relação com o trabalho realizado.
- V) FALSO. O calor específico depende do processo a ser realizado. Se o processo for a volume constante temos o  $C_V$  e se for a pressão constante temos o  $C_P$ .
- VI) CORRETO. Quando não há variação de volume, o trabalho é nulo e, portanto, a variação da energia interna é igual ao calor trocado com o meio.
- VII) FALSO. Em uma transformação isotérmica ( $\Delta U=0$ ) o trabalho é igual ao calor trocado, pois segundo a primeira lei da termodinâmica temos:

$$\Delta U = Q_{entra} - \tau_{pelo} \Rightarrow Q_{entra} = \tau_{pelo}$$

**Gabarito: E**

---

#### 6. (ITA-1992)

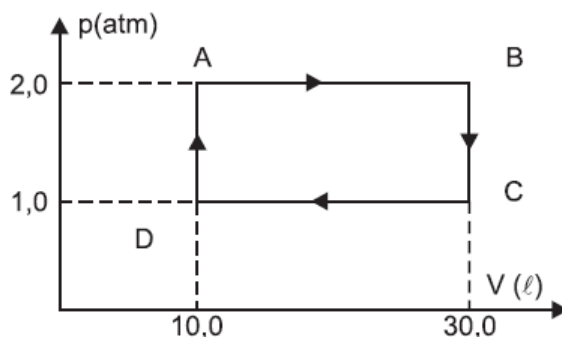


Um mol de gás ideal sofre uma série de transformações e passa sucessivamente pelos estados  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ , conforme o diagrama  $pV$  a seguir, onde  $T_A = 300\text{ K}$ . Pode-se afirmar que a temperatura em cada estado, o trabalho líquido realizado no ciclo e a variação de energia interna no ciclo são, respectivamente:

	$T_A(K)$	$T_B(K)$	$T_C(K)$		$T_D(K)$	$\Delta W (\text{atm} \cdot l)$	$\Delta U (\text{J})$
a)	300	900	450		150	20,0	0
b)	300	900	450		150	-20,0	0
c)	300	450	900		150	20,0	0
d)	300	900	450		150	60,0	40
e)	300	450	900		300	80,0	60

**Comentários:**

O diagrama da questão é o seguinte:



A transformação AB – pressão constante:

$$\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B} \quad \frac{10}{300} = \frac{30}{T_B} \Rightarrow T_B = 900\text{ K}$$

A transformação BC – volume constante:

$$\frac{P_C}{T_C} = \frac{P_B}{T_B} \quad \frac{1}{T_C} = \frac{2}{900} \Rightarrow T_C = 450\text{ K}$$

A transformação CD – pressão constante:

$$\frac{V_C}{T_C} = \frac{V_D}{T_D} \quad \frac{30}{450} = \frac{10}{T_D} \Rightarrow T_D = 150\text{ K}$$

O Trabalho de um ciclo termodinâmico é:

- Módulo da área interna ao ciclo, se o ciclo estiver no sentido horário
- O negativo do módulo da área interna ao ciclo, se o ciclo estiver no sentido anti-horário.

Como o ciclo está no sentido horário temos:

$$\tau = |(30 - 10)L \cdot (2 - 1) \text{ atm}| = 20 \text{ atm} \cdot L$$

Em um ciclo fechado, levando em consideração que a energia interna é uma função de estado (só depende do início e fim), a variação de energia interna é nula.

**Gabarito: A**

**7. (ITA-1994)**

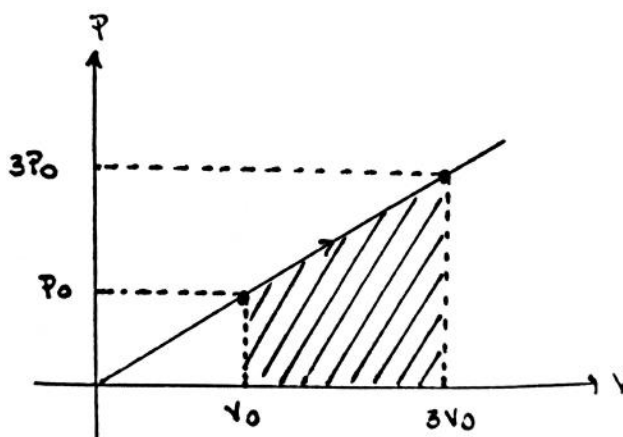
Aquecendo-se lentamente 2 mols de um gás perfeito ele passa do estado  $p_0, V_0$  ao estado  $3p_0, 3V_0$ . Se o gráfico da pressão versus volume é uma reta, a dependência da temperatura com o volume e o trabalho realizado pelo gás nesse processo serão respectivamente:

- a)  $T = (p_0 V^2)/(V_0 R); \tau = 9,0V_0 p_0.$
- b)  $T = (p_0 V^2)/(2V_0 R); \tau = 4,0V_0 p_0.$
- c)  $T = (p_0 V^2)/(2V_0 R); \tau = 2,0V_0 p_0.$
- d)  $T = (p_0 V_0)/R; \tau = 2,0V_0 p_0.$
- e)  $T = (p_0 V^2)/(V_0 R); \tau = 4,5V_0 p_0.$

**Comentários:**

Como o volume varia linearmente com a pressão, podemos construir a seguinte reta:

$$P = \frac{P_0}{V_0} \cdot V$$



Da equação dos gases ideais  $P \cdot V = 2 \cdot R \cdot T$ , podemos isolar a pressão e substituir na reta acima:

$$\frac{2 \cdot R \cdot T}{V} = \frac{P_0}{V_0} \cdot V \Rightarrow T = \frac{(P_0 \cdot V^2)}{2 \cdot V_0 \cdot R}$$

O Trabalho é dado pela área hachurada na figura acima: Área do trapézio

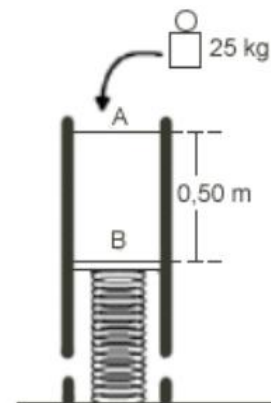
$$\tau = \frac{(3V_0 - V_0)(P_0 + 3P_0)}{2} = 4 \cdot P_0 \cdot V_0$$

$$\tau = 4 \cdot P_0 \cdot V_0$$

**Gabarito: B**

**8. (ITA-1995)**

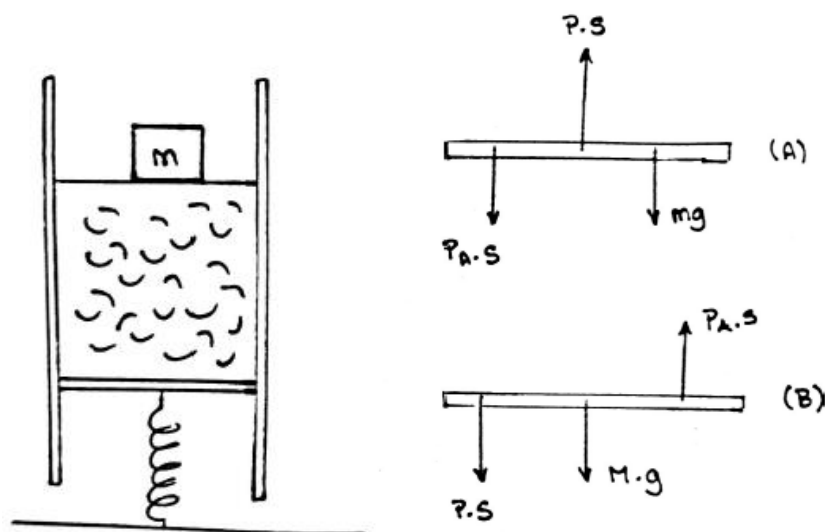
A figura mostra um tubo cilíndrico com secção transversal constante de área  $S = 1,0 \cdot 10^{-2} m^2$  aberto nas duas extremidades para a atmosfera cuja pressão é  $P_a = 1,0 \cdot 10^5 Pa$ . Uma certa quantidade de gás ideal está aprisionada entre dois pistões  $A$  e  $B$  que se movem sem atrito. A massa do pistão  $A$  é desprezível e a do pistão  $B$  é  $M$ . O pistão  $B$  está apoiado numa mola de constante  $k = 2,5 \cdot 10^3 N/m$  e a aceleração da gravidade  $g = 10 m/s^2$ . Inicialmente, a distância de equilíbrio entre os pistões é de  $0,50 m$ . Uma massa de  $25 kg$  é colocada vagarosamente sobre  $A$ , mantendo-se constante a temperatura. O deslocamento do pistão  $A$  para baixo, até a nova posição de equilíbrio, será:



- a) 0,40 m.
- b) 0,10 m.
- c) 0,25 m.
- d) 0,20 m.
- e) 0,50 m.

**Comentários:**

Inicialmente o gás se encontra à pressão de 1 atm. Na situação final de equilíbrio a pressão será:



$$P = P_0 + \frac{F}{S} = 10^5 + \frac{250}{0,01} = 1,25 atm$$

O gás sofre uma transformação isotérmica:

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2} \Rightarrow 1 \cdot S \cdot 50(\text{cm}) = 1,25 \cdot S \cdot h(\text{cm}) \Rightarrow h = 40 \text{ cm}$$

Com a carga de 25 kg o pistão desce 10 cm. Deste modo, o pistão A terá descido 20 cm.

**Gabarito: D**

**9. (ITA - 1997)**

Um mol de gás perfeito está contido em um cilindro de seção  $S$  fechado por um pistão móvel, ligado a uma mola de constante elástica  $k$ . Inicialmente, o gás está na pressão atmosférica  $P_0$ , temperatura  $T_0$ , e o comprimento do trecho do cilindro ocupado pelo gás é  $L_0$ , com a mola não estando deformada. O sistema gás-mola é aquecido e o pistão se desloca de uma distância  $x$ . Denotando a constante de gás por  $R$ , a nova temperatura do gás é:

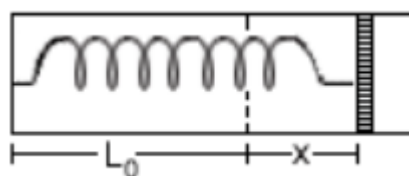
a)  $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 S + kL_0)$

b)  $T_0 + \frac{L_0}{R} (P_0 S + kx)$

c)  $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 S + kx)$

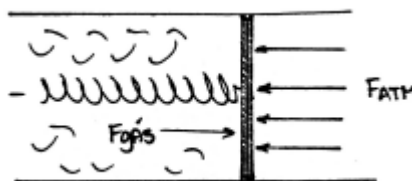
d)  $T_0 + \frac{kx}{R} (L_0 S + x)$

e)  $T_0 + \frac{x}{R} (P_0 S + kL_0 + kx)$



**Comentários:**

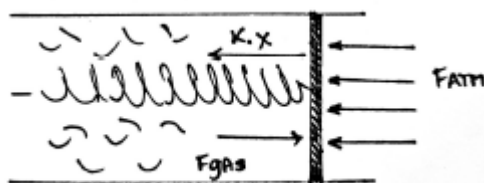
No início só há duas forças atuando sobre o embolo. Veja figura abaixo.



Do equilíbrio das forças:

$$F_{\text{GÁS}} = F_{\text{ATM}} \Rightarrow P_{\text{GÁS}} \cdot S = P_{\text{ATM}} \cdot S \Rightarrow P_0 = \frac{RT_0}{S \cdot L_0} \quad (\text{eq} \cdot 1)$$

Na situação final temos:



$$Kx + F_{ATM} = F_{GÁS} \Rightarrow Kx + P_0 \cdot S = \frac{R \cdot T \cdot S}{(L_0 + x) \cdot S} \quad (eq. 2)$$

Das equações (1) e (2) temos:

$$T = T_0 + \frac{x}{R} (P_0 \cdot S + K \cdot L_0 + K \cdot x)$$

**Gabarito: E**

---

### 10. (ITA - 2001)

Um centímetro cúbico de água passa a ocupar  $1671 \text{ cm}^3$  quando evaporado à pressão de  $1,0 \text{ atm}$ . O calor de vaporização a essa pressão é de  $539 \text{ cal/g}$ . O valor que mais se aproxima do aumento de energia interna da água é:

- a) 498 J.
- b) 2082 cal.
- c) 498 J.
- d) 2082 J.
- e) 2424 J.

**Comentários:**

Temos da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo \text{ gás}}$ ):

$$Q = \Delta U + \tau \Rightarrow m \cdot L = \Delta U + P \cdot \Delta V$$

$$V_{ÁGUA} \cdot d \cdot L = \Delta U + P_{ATM} \cdot (V_{ÁGUA-F} - V_{ÁGUA-i})$$

$$(10^{-6}) \cdot (1000) \cdot (539 \cdot 4,18 \cdot 10^3) \text{ J} = \Delta U + 10^5 \cdot (1671 - 1) \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

$$\Delta U \cong 2086 \text{ J} \cong 498 \text{ cal}$$

**Gabarito: A**

---

### 11. (ITA - 2002)

Uma máquina térmica reversível opera entre dois reservatórios térmicos e temperaturas  $100 \text{ }^\circ\text{C}$  e  $127 \text{ }^\circ\text{C}$ , respectivamente, gerando gases aquecidos para acionar uma turbina. A eficiência dessa máquina é melhor representada por:

- a) 68%.
- b) 6,8%.
- c) 0,68%.
- d) 21%.
- e) 2,1%.





### Comentários:

O rendimento de uma máquina térmica reversível é dado por:

$T_C$  – temperatura do reservatório frio

$T_H$  – temperatura do reservatório quente

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{373}{400} = \frac{400 - 373}{400} \cong 6,8\%$$

$$\boxed{\eta = 6,8\%}$$

### Gabarito: B

---

#### 12. (ITA-2003)

Considerando um buraco negro como um sistema termodinâmico, sua energia interna  $U$  varia com a sua massa  $M$  de acordo com a famosa relação de Einstein:

$$\Delta U = \Delta M \cdot c^2$$

Stephen Hawking propôs que a entropia  $S$  de um buraco negro depende apenas de sua massa e de algumas constantes fundamentais da natureza. Desta forma, sabe-se que uma variação de massa acarreta uma variação de entropia dada por:

$$\frac{\Delta S}{\Delta M} = \frac{8\pi GMk_B}{hc}$$

Supondo que não haja realização de trabalho com a variação de massa, assinale a alternativa que melhor representa a temperatura absoluta  $T$  do buraco negro.

- a)  $T = hc^3/GMk_B$ .
- b)  $T = 8\pi Mc^2/k_B$ .
- c)  $T = Mc^2/8\pi k_B$ .
- d)  $T = hc^3/8\pi GMk_B$ .
- e)  $T = 8\pi hc^3/GMk_B$ .

### Comentários:

Para transformações isotérmicas, a variação de entropia é dada por:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} \text{ (eq. 1)}$$

Pela primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ), temos:

$$Q = \Delta U + \tau$$

Como não há realização de trabalho temos:

$$Q = \Delta U = \Delta M \cdot c^2 \text{ (eq. 2)}$$



Substituindo equação (2) em equação (1):

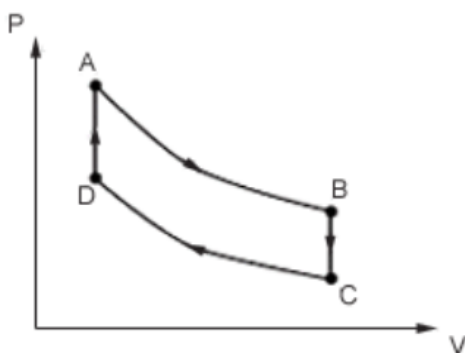
$$T = \frac{c^2}{\frac{\Delta S}{\Delta M}} = hc^3/8\pi GMk_B$$

$$T = hc^3/8\pi GMk_B$$

**Gabarito: D**

### 13. (ITA-2003)

Uma certa massa de gás ideal realiza o ciclo ABCD de transformações, como mostrado no diagrama pressão x volume da figura. As curvas AB e CD são isotermas. Pode-se afirmar que:



- a) o ciclo ABCD corresponde a um ciclo de Carnot.
- b) o gás converte trabalho em calor ao realizar o ciclo.
- c) nas transformações AB e CD o gás recebe calor.
- d) nas transformações AB e BC a variação da energia interna do gás é negativa.
- e) na transformação DA o gás recebe calor, cujo valor é igual à variação da energia interna.

**Comentários:**

- a) FALSO. Na transformação de Carnot há duas isotermas e duas adiabáticas.
- b) FALSO. O diagrama representa uma máquina térmica que por definição converte calor em trabalho.
- c) FALSO. Na transformação CD o gás cede calor.
- d) FALSO. Na transformação AB (isotérmica) a variação de energia interna é nula.
- e) CORRETO. O trabalho neste processo é nulo e, portanto, pela primeira lei da termodinâmica, (sendo  $\Delta U > 0$ ) o gás recebe calor.

**Gabarito: E**



### 14. (ITA-2003)

Calcule a variação de entropia quando, num processo à pressão constante de  $1,0 \text{ atm}$ , se transforma integralmente em vapor  $3,0 \text{ kg}$  de água que se encontra inicialmente no estado líquido, à temperatura de  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Dado: calor de vaporização da água:  $L_v = 5,4 \cdot 10^5 \text{ cal/kg}$ .

#### Comentários:

A vaporização da água se dá a temperatura constante:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

$$Q = m \cdot L_v = 3,0(\text{Kg}) \cdot 5,4 \cdot 10^5 \left(\frac{\text{cal}}{\text{Kg}}\right) \Rightarrow Q = 1,62 \cdot 10^6 \text{ cal}$$

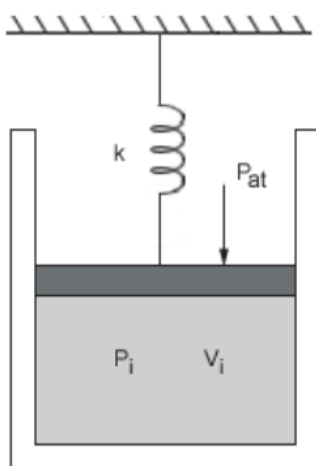
Para a transformação descrita,  $T = 373 \text{ K}$ , então:

$$\Delta S = \frac{1,62 \cdot 10^6 \text{ cal}}{373 \text{ K}} \Rightarrow \boxed{\Delta S = 4300 \text{ cal/K}}$$

**Gabarito:**  $1,8 \cdot 10^4 \text{ J/K}$  ou  $4,3 \cdot 10^3 \text{ cal/K}$

### 15. (ITA-2003)

A figura mostra um recipiente, com êmbolo, contendo um volume inicial  $V_i$  de gás ideal, inicialmente sob uma pressão  $P_i$  igual à pressão atmosférica,  $P_{at}$ . Uma mola não deformada é fixada no êmbolo e num anteparo fixo. Em seguida, de algum modo é fornecida ao gás uma certa quantidade de calor  $Q$ . Sabendo que a energia interna do gás é  $U = (3/2) PV$ , a constante da mola é  $k$  e a área da seção transversal do recipiente é  $A$ , determine a variação do comprimento da mola em função dos parâmetros intervenientes. Despreze os atritos e considere o êmbolo sem massa, bem como sendo adiabáticas as paredes que confinam o gás.



#### Comentários:

Da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ):

$$Q = \Delta U + \tau \Rightarrow \Delta U = Q - \tau$$

O trabalho do gás é igual ao trabalho da mola acrescido do trabalho da pressão atmosférica.

$$\tau = k \cdot \frac{x^2}{2} + P_{at} \cdot A \cdot x$$

A variação de energia interna é dada por:

$$\Delta U = \frac{3}{2}(P \cdot V - P_{at} \cdot V_i) = \frac{3}{2}(P \cdot (V_i + A \cdot x) - P_{at} \cdot V_i)$$

Na situação de equilíbrio para o embolo:

$$P = P_{at} + k \cdot \frac{x}{A}$$

Substituindo "P" na expressão da variação de energia interna e igualando à primeira lei da termodinâmica, temos:

$$4 \cdot k \cdot A \cdot x^2 + x(5 \cdot P_{at} \cdot A^2 + 3 \cdot V_i \cdot k) - 2 \cdot Q \cdot A = 0$$

Considerando a solução positiva:

$$x = \frac{\left( \sqrt{2,5P_{at}A + 1,5\left(\frac{V_i k}{A}\right) + 8kQ} - \left(2,5P_{at}A + 1,5\left(\frac{V_i k}{A}\right)\right) \right)}{4k}$$

**Gabarito:**  $x = \frac{\left( \sqrt{2,5P_{at}A + 1,5\left(\frac{V_i k}{A}\right) + 8kQ} - \left(2,5P_{at}A + 1,5\left(\frac{V_i k}{A}\right)\right) \right)}{4k}$

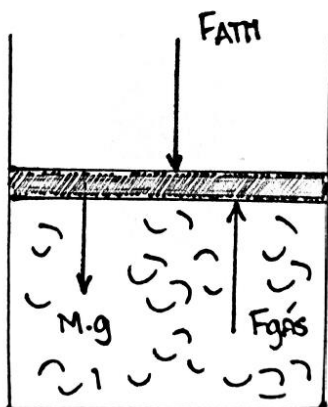
### 16. (ITA-2004)

Um recipiente cilíndrico vertical é fechado por meio de um pistão, com 8,00 kg de massa e 60,0 cm<sup>2</sup> de área, que se move sem atrito. Um gás ideal, contido no cilindro, é aquecido de 30 °C a 100 °C, fazendo o pistão subir 20,0 cm. Nesta posição, o pistão é fixado, enquanto o gás é resfriado até sua temperatura inicial. Considere que o pistão e o cilindro se encontram expostos à pressão atmosférica. Sendo  $Q_1$  o calor adicionado ao gás durante o processo de aquecimento e  $Q_2$ , o calor retirado durante o resfriamento, assinale a opção correta que indica a diferença  $Q_1 - Q_2$ .

- a) 136 J.
- b) 120 J.
- c) 100 J.
- d) 16 J.
- e) 0 J.



**Comentários:**



Pela primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ):

$$Q = Q_1 - Q_2 = \Delta U + \tau = 0 + \tau = \tau$$

Do equilíbrio do embolo temos:

$$F_{ATM} + M \cdot g = F_{GÁS} \Rightarrow P_{ATM} \cdot A + M \cdot g = P_{GÁS} \cdot A$$

$$10^5 \cdot 0,006 + 8 \cdot 10 = 0,006 \cdot P_{GÁS}$$

$$P_{GÁS} = \frac{34}{3} \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Assim, a variação de volume é de:

$$\Delta V = \Delta h \cdot A = 0,2 \cdot 0,006 \text{ m}^3$$

O trabalho realizado pelo gás:

$$\tau = P_{GÁS} \cdot \Delta V = \frac{34}{3} \cdot 10^4 \cdot 0,2 \cdot 0,006 = 136 \text{ J}$$

$$\boxed{Q_1 - Q_2 = 136 \text{ J}}$$

**Gabarito: A**

**17. (ITA-2004)**

A linha das neves eternas encontra-se a uma altura  $h_0$  acima do nível do mar, onde a temperatura do ar é  $0^\circ\text{C}$ . Considere que, ao elevar-se acima do nível do mar, o ar sofre uma expansão adiabática que obedece a relação  $\frac{\Delta p}{p} = \frac{7}{2} \frac{\Delta T}{T}$ , em que  $p$  é a pressão e  $T$ , a temperatura. Considerando o ar um gás ideal de massa molecular igual a  $30u$  (unidade de massa atômica) e a temperatura ao nível do mar igual a  $30^\circ\text{C}$ , assinale a opção que indica aproximadamente a altura  $h_0$  da linha das neves.

- a) 2,5 km.
- b) 3,0 km.
- c) 3,5 km.
- d) 4,0 km.

e) 4,5 km.

### Comentários:

Considerando uma atmosfera isotérmica, a variação infinitesimal de pressão em função da variação infinitesimal da altura é dada pela diferencial da lei de Stevin:

$$\begin{aligned}dP &= -\rho \cdot g \cdot dH \\dP &= -\frac{P \cdot M}{R \cdot T} \cdot g \cdot dH \\ \frac{dP}{P} &= -\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot dH \Rightarrow \int_{P_0}^P \frac{dP}{P} = -\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot \int_0^H dH \\ P &= P_0 \cdot e^{-\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot H} \Rightarrow \Delta P = P - P_0 = P_0 \left( 1 - e^{-\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot H} \right)\end{aligned}$$

Pelo enunciado temos:

$$\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{7}{2} \cdot \frac{\Delta T}{T_0}$$

Substituindo temos:

$$\begin{aligned}\frac{7}{2} \cdot \frac{30}{303} \cdot P_0 &= P_0 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot H} \right) \\ \frac{198}{303} &= -e^{-\frac{M \cdot g}{R \cdot T} \cdot H} \Rightarrow H = \frac{R \cdot T}{M \cdot g} \cdot \ln \left( \frac{198}{303} \right)\end{aligned}$$

Para  $T = 303 \text{ K}$  (Limite superior):

$$H = 3600 \text{ m}$$

Para  $T = 273 \text{ K}$  (Limite inferior):

$$H = 3279 \text{ m}$$

Assim, a altura  $h_0$  é de aproximadamente 3,5 km.

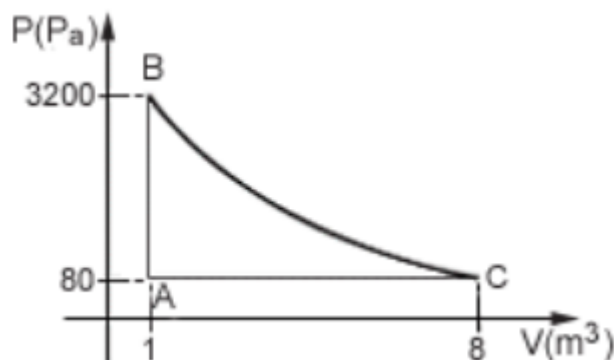
### Gabarito: B

---

#### 18. (ITA-2004)

Uma máquina térmica opera com um mol de um gás monoatômico ideal. O gás realiza o ciclo ABCA, representado no plano PV, conforme mostra a figura. Considerando que a transformação BC é adiabática, calcule:





- a) A eficiência da máquina.  
b) A variação da entropia na transformação BC.

**Comentários:**

a)  
Aplicando a primeira lei da Termodinâmica para o processo CA é isobárico, temos:

$$Q_{CA} = \Delta U_{CA} + \tau_{CA} = \frac{3}{2}p \cdot \Delta V + p \cdot \Delta V = \frac{5}{2} \cdot p \cdot \Delta V = \frac{5}{2} \cdot 80 \cdot (1 - 8) = -1400 \text{ J}$$

O processo AB é isovolumétrico: não há realização de trabalho.

$$Q_{AB} = Q_H = \Delta U_{AB} + \tau_{AB} = \frac{3}{2}V \cdot \Delta P = \frac{3}{2} \cdot 1 \cdot (3200 - 80) = +4680 \text{ J}$$

O processo BC é adiabático: não há troca de calor.

O trabalho do ciclo é dado pela somatória dos calores envolvidos.

$$\tau_{ciclo} = \sum Q = Q_{AB} + Q_{CA} + Q_{BC} = 4680 - 1400 + 0 = 3280 \text{ J}$$

Portanto, o rendimento é:

$$\eta = \frac{\tau_{ciclo}}{Q_H} = \frac{3280}{4680} \Rightarrow \boxed{\eta = 70\%}$$

b)  
A transformação BC é adiabática, logo não há troca de calor:

$$\boxed{\Delta S = 0}$$

**Gabarito: a) 70 % b) zero**

**19. (ITA-2004)**

Duas salas idênticas estão separadas por uma divisória de espessura  $L = 5,0 \text{ cm}$ , área  $A = 100 \text{ m}^2$  e condutividade térmica  $k = 2,0 \text{ W/mK}$ . O ar contido em cada sala encontra-se, inicialmente, à temperatura  $T_1 = 47^\circ\text{C}$  e  $T_2 = 27^\circ\text{C}$ , respectivamente. Considerando o ar como um gás ideal e o conjunto das duas salas um sistema isolado,

calcule:

- O fluxo de calor através da divisória relativo às temperaturas iniciais  $T_1$  e  $T_2$ .
- A taxa de variação de entropia  $\Delta S/\Delta t$  no sistema no início da troca de calor, explicando o que ocorre com a desordem do sistema

**Comentários:**

a)

Através da lei de Fourier temos:

$$\phi = \frac{K \cdot A \cdot \Delta T}{l} = \frac{2 \cdot (100) \cdot (47 - 27)}{0,05} = 80.000 \text{ W}$$

b)

A taxa  $\Delta S/\Delta t$  no sistema pode ser calculada da seguinte forma:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{\sum \frac{Q}{T}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t \cdot T_1} - \frac{Q}{\Delta t \cdot T_2} = \frac{P}{T_1} - \frac{P}{T_2} = P \left( \frac{T_2 - T_1}{T_2 \cdot T_1} \right)$$

Substituindo valores, temos:

$$\frac{\Delta S}{\Delta t} = 80000 \cdot \left( \frac{320 - 300}{320 \cdot 300} \right) \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{50}{3} \text{ W/K}}$$

Como  $\Delta S > 0$ , a entropia (“desordem”) aumenta.

**Gabarito:** a) 80 kW b) 16,7 W/K

---

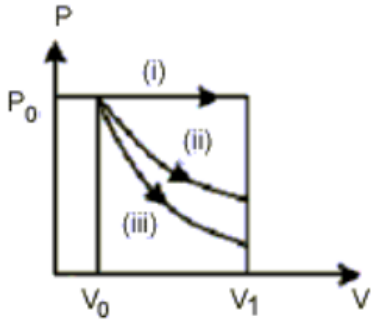
**20. (ITA-2006)**

Um mol de um gás ideal ocupa um volume inicial  $V_0$  à temperatura  $T_0$  e pressão  $P_0$ , sofrendo a seguir uma expansão reversível para um volume  $V_1$ . Indique a relação entre o trabalho que é realizado por:

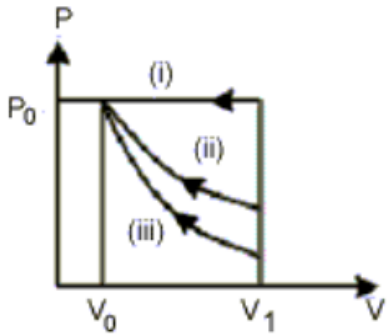
- $\tau_i$ , num processo em que a pressão é constante.
  - $\tau_{ii}$ , num processo em que a temperatura é constante.
  - $\tau_{iii}$ , num processo adiabático.
- a)  $\tau_i > \tau_{iii} > \tau_{ii}$ .



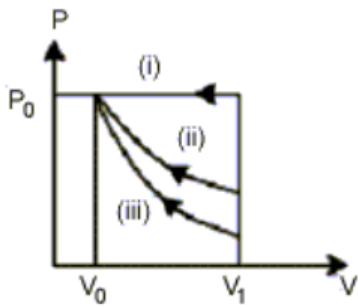




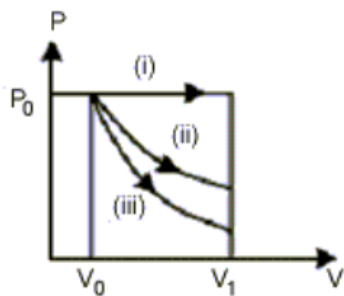
b)  $\tau_i > \tau_{ii} > \tau_{iii}$ .



c)  $\tau_{iii} > \tau_{ii} > \tau_i$ .

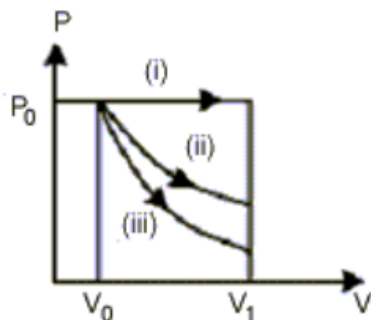


d)  $\tau_i > \tau_{ii} > \tau_{iii}$ .



e)  $\tau_{iii} > \tau_{ii} > \tau_i$ .





**Comentários:**

Na expansão adiabática o gás realiza trabalho, mas não troca calor com a vizinhança. Da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ), temos:

$$Q = 0 \Rightarrow \Delta U = -\tau$$

Como se trata de uma expansão:

$$V_1 > V_0 \Rightarrow \tau > 0 \Rightarrow \Delta U < 0 \Rightarrow \Delta T < 0$$

O Trabalho é numericamente igual a área abaixo da curva. Portanto, temos a seguinte comparação:

$$\tau_I > \tau_{II} > \tau_{III}$$

A alternativa que contempla todas as análises feitas é a alternativa (D).

**Gabarito: D**

**21. (ITA – 2007)**

A água de um rio encontra-se a uma velocidade inicial  $V$  constante, quando despenca de uma altura de  $80\text{ m}$ , convertendo toda a sua energia mecânica em calor. Este calor é integralmente absorvido pela água, resultando em um aumento de  $1\text{ K}$  de sua temperatura. Considerando  $1\text{ cal} \cong 4\text{ J}$ , aceleração da gravidade  $g = 10\text{ m/s}^2$  e calor específico da água  $c = 1,0\text{ cal g}^{-1}\text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ , calcula-se que a velocidade inicial da água  $V$  é de

- a)  $10\sqrt{2}\text{ m/s}$ .
- b)  $20\text{ m/s}$ .
- c)  $50\text{ m/s}$ .
- d)  $10\sqrt{32}\text{ m/s}$ .
- e)  $80\text{ m/s}$

**Comentários:**

Toda energia mecânica da água é transformada em calor na queda.

$$E_P + E_C = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow m \cdot g \cdot h + m \frac{v^2}{2} = m \cdot c \cdot \Delta T$$

Substituindo os valores temos:

$$10 \cdot 80 + \frac{v^2}{2} = 4000 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{v = 80 \text{ m/s}}$$

**Gabarito: E**

---

### 22. (ITA – 2008)

Certa quantidade de oxigênio (considerado aqui como gás ideal) ocupa um volume  $V_i$  a uma temperatura  $T_i$  e pressão  $P_i$ . A seguir, toda essa quantidade é comprimida, por meio de um processo adiabático e quase estático, tendo reduzido o seu volume para  $V_f = V_i/2$ . Indique o valor do trabalho realizado sobre esse gás.

a)  $\tau = \frac{3}{2} (P_i V_i) (2^{0,7} - 1)$

b)  $\tau = \frac{5}{2} (P_i V_i) (2^{0,7} - 1)$

c)  $\tau = \frac{5}{2} (P_i V_i) (2^{0,4} - 1)$

d)  $\tau = \frac{3}{2} (P_i V_i) (2^{1,7} - 1)$

e)  $\tau = \frac{5}{2} (P_i V_i) (2^{1,4} - 1)$

**Comentários:**

O oxigênio é um gás diatômico e, portanto, tem coeficiente de Poisson de:

$$\gamma = \frac{f + 2}{f} = \frac{5 + 2}{5} = \frac{7}{5}$$

Para uma transformação adiabática temos:

$$P_i \cdot V_i^\gamma = P_f \cdot V_f^\gamma \Rightarrow P_i \cdot V_i^{7/5} = P_f \cdot \left(\frac{V_i}{2}\right)^{7/5} \Rightarrow P_f = P_i \cdot 2^{7/5}$$

O trabalho para uma transformação adiabática é dado por:

$$\tau = -\frac{(P_i \cdot V_i - P_f \cdot V_f)}{\gamma - 1} \Rightarrow \tau = -\frac{\left(P_i \cdot V_i - P_i \cdot 2^{7/5} \cdot \frac{V_i}{2}\right)}{7/5 - 1}$$

$$\boxed{\tau = \frac{5}{2} (P_i V_i) (2^{0,4} - 1)}$$

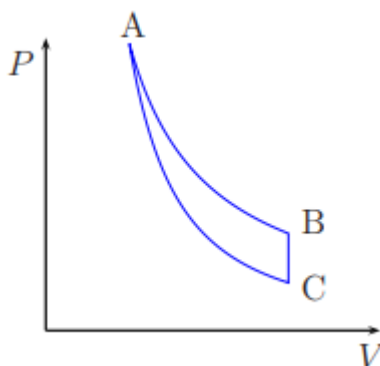
**Gabarito: C**

---

### 23. (ITA – 2009)

Três processos compõem o ciclo termodinâmico ABCA mostrado no diagrama  $P \times V$  da figura. O processo AB ocorre a temperatura constante. O processo BC ocorre a volume constante

com decréscimo de 40 J de energia interna e, no processo CA, adiabático, um trabalho de 40 J é efetuado sobre o sistema. Sabendo-se também que em um ciclo completo o trabalho total realizado pelo sistema é de 30 J, calcule a quantidade de calor trocado durante o processo AB.



**Comentários:**

O processo BC é isovolumétrico e, portanto, não há realização de trabalho:

$$\tau_{BC} = 0$$

O processo CA é adiabático e, portanto, não há troca de calor envolvida. A variação de energia interna é igual ao trabalho realizado.

$$\tau_{CA} = -40 \text{ J}$$

O processo AB é isotérmica, a temperatura se mantém constante e, portanto, não há variação de energia interna.

$$\tau_{AB} = Q_{AB}$$

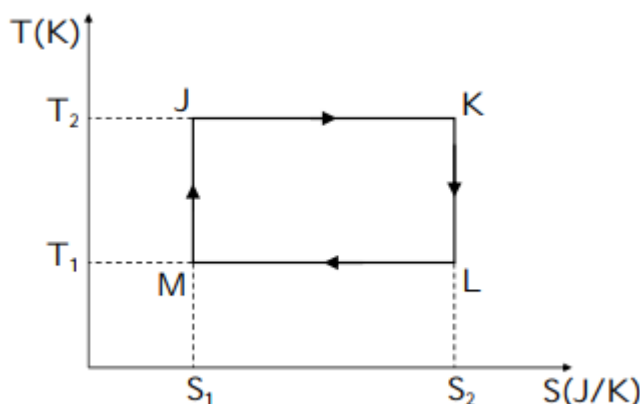
O Trabalho total é a soma de todos os trabalhos envolvidos:

$$\tau_{Total} = \tau_{AB} + \tau_{CA} + \tau_{BC} \Rightarrow 30 = Q_{AB} + 0 + (-40)$$

$$\boxed{Q_{AB} = 70 \text{ J}}$$

**Gabarito: 70 J**

**24. (ITA – 2010)**



Uma máquina térmica opera segundo o ciclo JKLMJ mostrado no diagrama T-S da figura. Pode-se afirmar que

- a) o processo JK corresponde a uma compressão isotérmica.
- b) o trabalho realizado pela máquina em um ciclo é  $\tau = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$ .
- c) o rendimento da máquina é dado por  $\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ .
- d) durante o processo LM uma quantidade de calor  $Q_{LM} = T_1(S_2 - S_1)$  é absorvida pelo sistema.
- e) outra máquina térmica que opere entre  $T_2$  e  $T_1$  poderia eventualmente possuir um rendimento maior que a desta.

**Comentários:**

A primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ) em termos diferenciais é:

$$dQ_{entra} = dU + d\tau_{pelo\ gás}$$

Para um ciclo a variação de energia interna é nula:

$$dU = 0 \Rightarrow \frac{dQ}{T} = \frac{d\tau}{T}$$

Mas, temos:

$$dS = \frac{dQ}{T}$$

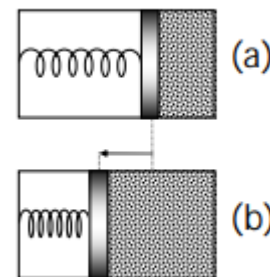
Portanto,

$$dS = \frac{d\tau}{T} \Rightarrow \tau = \oint T \cdot dS = \text{Área} = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$$

**Gabarito: B**

**25. (ITA -2010)**

Uma parte de um cilindro está preenchida com um mol de um gás ideal monoatômico a uma pressão  $P_0$  e temperatura  $T_0$ . Um êmbolo de massa desprezível separa o gás da outra seção do cilindro, na qual há vácuo e uma mola em seu comprimento natural presa ao êmbolo e à parede oposta do cilindro, como mostra a figura (a). O sistema está termicamente isolado e o êmbolo, inicialmente fixo, é então solto, deslocando-se vagarosamente até passar pela posição de equilíbrio, em que a sua aceleração é nula e o volume ocupado pelo gás é o dobro do original, conforme mostra a figura (b). Desprezando os atritos, determine a temperatura do gás na posição de equilíbrio em função da sua temperatura inicial.



**Comentários:**

Para uma transformação adiabática, podemos expressar a relação entre volume e temperatura da seguinte maneira.

$$T_0 \cdot V_0^{\gamma-1} = T_1 \cdot V_1^{\gamma-1}$$

O coeficiente de Poisson para gases reais é dado pela seguinte razão: “ $f$ ” é o grau de liberdade do gás.

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{f + 2}{f}$$

Para um gás monoatômico  $f = 3$ , o coeficiente de Poisson pode ser escrito como:

$$\gamma = \frac{5}{3}$$

Sabe-se também que após a expansão o volume final é o dobro do inicial:

$$V_1 = 2V_0$$

Substituindo na primeira relação da transformação adiabática:

$$T_0 \cdot V_0^{5/3-1} = T_1 \cdot (2V_0)^{5/3-1} \Rightarrow T_1 = \frac{T_0}{\sqrt[3]{4}}$$

**Gabarito:**  $T_1 = \frac{T_0}{\sqrt[3]{4}}$

---

### 26. (ITA – 2011)

A inversão temporal de qual dos processos abaixo **NÃO** violaria a segunda lei de termodinâmica?

- a) A queda de um objeto de uma altura  $H$  e subsequente parada no chão.
- b) O movimento de um satélite ao redor da Terra.
- c) A freada brusca de um carro em alta velocidade.
- d) O esfriamento de um objeto quente num banho de água fria.
- e) A troca de matéria entre as duas estrelas de um sistema binário.

#### Comentários:

Para que a segunda lei da termodinâmica não seja violada, o processo deve ser reversível. A única alternativa em que o processo é reversível é o processo da alternativa (B).

**Gabarito:** B

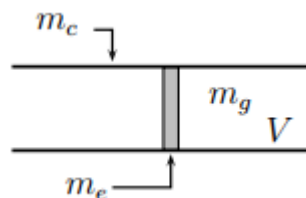
---

### 27. (ITA – 2013)



A figura mostra um sistema, livre de qualquer força externa, com um êmbolo que pode ser deslocado sem atrito em seu interior. Fixando o êmbolo e preenchendo o recipiente de volume  $V$  com um gás ideal a pressão  $P$ , e em seguida liberando o êmbolo, o gás expande-se adiabaticamente. Considerando as respectivas massas  $m_c$ , do cilindro, e  $m_e$ , do êmbolo, muito maiores que a massa  $m_g$  do gás, e sendo  $\gamma$  o expoente de Poisson, a variação da energia interna  $\Delta U$  do gás quando a velocidade do cilindro for  $v_c$  é dada aproximadamente por

- a)  $3PV^\gamma/2$ .
- b)  $3PV/(2(\gamma - 1))$ .
- c)  $-m_c(m_e + m_c)v_c^2/(2m_e)$ .
- d)  $-(m_c + m_e)v_c^2/2$ .
- e)  $-m_e(m_e + m_c)v_c^2/(2m_c)$ .



### Comentários:

Nos processos adiabáticos o calor trocado com o meio é nulo. Da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ), temos:

$$0 = \Delta U + \tau \Rightarrow \tau = -\Delta U$$

Não há resultante externas de força no sistema. Dessa forma, podemos conservar a quantidade de movimento. Desprezamos a quantidade de movimento do gás (massa muito pequena).

$$\vec{p}_{inicial} = \vec{p}_{final}$$

$$0 = m_c \cdot v_c - m_e \cdot v_e \Rightarrow v_e = v_c \cdot \frac{m_c}{m_e} \quad (eq. 1)$$

Utilizando o conceito de trabalho resultante temos:

$$\tau = \Delta E_C \Rightarrow \tau = m_c \cdot \frac{v_c^2}{2} + m_e \cdot \frac{v_e^2}{2}$$

Utilizando o valor de  $v_e$  encontrado em 1, temos:

$$\tau = m_c \cdot \frac{v_c^2}{2} + \frac{m_e}{2} \cdot v_c^2 \cdot \left(\frac{m_c}{m_e}\right)^2 = \frac{m_c \cdot v_c^2}{2} \left(1 + \frac{m_c}{m_e}\right)$$

Substituindo a expressão do trabalho na primeira lei da termodinâmica:

$$\tau = -\frac{m_c(m_e + m_c)v_c^2}{2m_e}$$

**Gabarito: C**

**28. (ITA – 2013)**

Diferentemente da dinâmica newtoniana, que não distingue passado e futuro, a direção temporal tem papel marcante no nosso dia a dia. Assim, por exemplo, ao aquecer a parte de um corpo macroscópico e o isolarmos termicamente, a temperatura deste se torna gradualmente uniforme, jamais se observando o contrário, o que indica a direcionalidade do tempo. Diz-se então que os processos macroscópicos são irreversíveis, evoluem do passado para o futuro e exibem o que o famoso cosmólogo Sir Arthur Eddington denominou de seta do tempo. A lei física que melhor traduz o tema do texto é

- a) a segunda lei de Newton.
- b) a lei de conservação de energia.
- c) a segunda lei da termodinâmica.
- d) a lei zero da termodinâmica.
- e) a lei de conservação da quantidade de movimento.

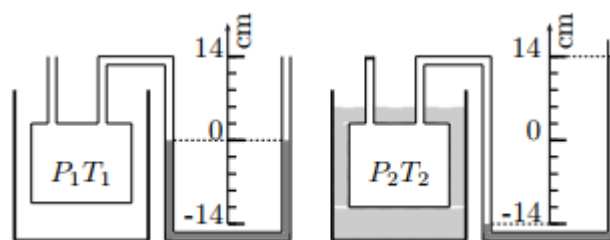
### Comentários:

O texto refere-se a segunda lei da termodinâmica. A segunda lei afirma que a entropia do universo sempre aumenta. O cosmólogo relaciona esse aumento com a progressão do tempo, que nunca para ou retrocede. Assim, conclui-se que processos irreversíveis nunca voltam ao seu estado inicial.

### Gabarito: C

#### 29. (ITA – 2013)

Um recipiente é inicialmente aberto para a atmosfera a temperatura de  $0^\circ\text{C}$ . A seguir, o recipiente é fechado e imerso num banho térmico com água em ebulição. Ao atingir o novo equilíbrio, observa-se o desnível do mercúrio indicado na escala das colunas do manômetro. Construa um gráfico  $P \times T$  para os dois estados do ar no interior do recipiente e o extrapole para encontrar a temperatura  $T_0$  quando a pressão  $P = 0$ , interpretando fisicamente este novo estado à luz da teoria cinética dos gases.



### Comentários:

Através da Lei de Stevin, e observando o desnível das colunas do manômetro temos:

$$p_1 = 1 \text{ atm} = 76 \text{ cm Hg}$$

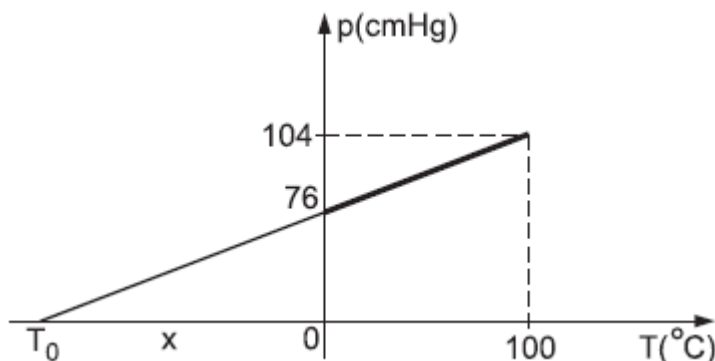
$$p_2 = p_1 + p_{\text{desnível}} \Rightarrow p_2 = 76 + 28 = 104 \text{ cm Hg}$$

Considerando que o volume permaneça constante, a pressão varia linearmente com a temperatura.





Podemos observar o seguinte gráfico.



Podemos calcular a distância  $x$  da seguinte maneira: Semelhança de triângulos.

$$\frac{x}{76} = \frac{x + 100}{104} \Rightarrow \boxed{x = -271,43 \text{ } ^\circ\text{C}}$$

De acordo com a teoria cinética dos gases, essa temperatura deveria corresponder à menor temperatura possível para um sistema. Essa é a temperatura em que todas as moléculas cessam seu movimento. O zero absoluto teórico corresponde a  $-273,15 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Assim, o experimento realizou com erro relativamente baixo o cálculo desta temperatura.

**Gabarito:  $-271,4 \text{ } ^\circ\text{C}$**

### 30. (ITA -2013)

Um mol de um gás ideal sofre uma expansão adiabática reversível de um estado inicial cuja pressão é  $P_i$  e o volume é  $V_i$  para um estado final em que a pressão é  $P_f$  e o volume é  $V_f$ . Sabe-se que  $\gamma = C_p/C_v$  é o expoente de Poisson, em que  $C_p$  e  $C_v$  são os respectivos calores molares a pressão e a volume constantes. Obtenha a expressão do trabalho realizado pelo gás em função de,  $P_i$ ,  $V_i$ ,  $P_f$ ,  $V_f$  e  $\gamma$ .

#### Comentários:

Da primeira lei da termodinâmica, temos:

$$Q = \Delta U + \tau$$

Para uma transformação adiabática:

$$Q = 0 \Rightarrow \tau = -\Delta U = -\left(\frac{f}{2}n \cdot R \cdot T_f - \frac{f}{2}n \cdot R \cdot T_i\right) = \frac{f}{2}(P_i \cdot V_i - P_f \cdot V_f)$$

Em que  $f$  é o número de graus de liberdade da molécula.

$$C_p = R\left(\frac{f}{2} + 1\right) \Rightarrow C_v = R\left(\frac{f}{2}\right) \Rightarrow \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{f + 2}{f}$$

Isolando " $f$ " e substituindo na expressão do trabalho:

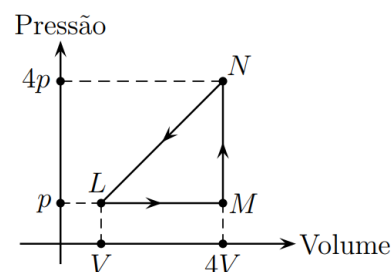


$$\tau = \frac{(P_i \cdot V_i - P_f \cdot V_f)}{\gamma - 1}$$

**Gabarito:**  $W = \frac{1}{\gamma - 1} (P_i V_i - P_f V_f)$

**31. (ITA – 2014)**

Um recipiente contém um gás monoatômico ideal inicialmente no estado L, com pressão  $p$  e volume  $V$ . O gás é submetido a uma transformação cíclica  $LMNL$ , absorvendo de uma fonte quente uma quantidade de calor  $Q_1$  e cedendo a uma fonte fria uma quantidade de calor  $Q_2$ . Pode-se afirmar que  $Q_1$  é igual a



- a)  $30pV$ .
- b)  $51pV/2$ .
- c)  $8pV$ .
- d)  $15pV/2$ .
- e)  $9pV/2$ .

**Comentários:**

Baseando-se no gráfico a transformação absorve calor nos processos LM e MN.

$$Q_H = Q_{LM} + Q_{MN}$$

Processo LM:

$$\tau_{LM} = p \cdot (4V - V) = 3p \cdot V$$

$$\Delta U_{LM} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R(T_M - T_L) = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \left( \frac{4p \cdot V}{n \cdot R} - \frac{p \cdot V}{n \cdot R} \right) = \frac{9}{2} p \cdot V$$

Assim,

$$Q_{LM} = \tau_{LM} + \Delta U_{LM} = \frac{15}{2} \cdot p \cdot V = Q_1$$

Processo MN:

$$\tau_{MN} = 0$$

$$\Delta U_{MN} = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R(T_N - T_M) = \frac{3}{2} \cdot n \cdot R \left( \frac{16 \cdot p \cdot V}{n \cdot R} - \frac{4 \cdot p \cdot V}{n \cdot R} \right) = 18 \cdot p \cdot V$$

Assim,

$$Q_1 = 18 \cdot p \cdot V + \frac{15}{2} \cdot p \cdot V = \frac{51}{2} \cdot p \cdot V$$

Portanto, temos duas respostas para a mesma situação. Dados e diagrama inconsistentes.



**Gabarito: sem alternativa (enunciado inconsistente)**

---

**32. (ITA – 2014)**

Pode-se associar a segunda lei da Termodinâmica a um princípio de degradação da energia. Assinale a alternativa que melhor justifica esta associação.

- a) A energia se conserva sempre.
- b) O calor não flui espontaneamente de um corpo quente para outro frio.
- c) Uma máquina térmica operando em ciclo converte integralmente trabalho em calor.
- d) Todo sistema tende naturalmente para o estado de equilíbrio.
- e) É impossível converter calor totalmente em trabalho.

**Comentários:**

Em um sistema, para processos não ideais, uma parte da energia é gasta, sem conversão de trabalho. Esse fenômeno é chamado de “custo da irreversibilidade”. Assim, de acordo com a segunda lei da termodinâmica, entropia do universo sempre aumenta em processos irreversíveis, ocorre a degradação da energia.

**Gabarito: E**

---

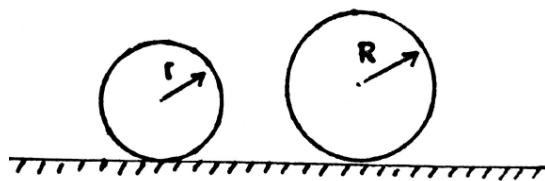
**33. (ITA – 2014)**

Considere uma esfera maciça de raio  $r$ , massa  $m$ , coeficiente de dilatação volumétrica  $\alpha$ , feita de um material com calor específico a volume constante  $c_V$ . A esfera, sujeita à pressão atmosférica  $p$ , repousa sobre uma superfície horizontal isolante térmica e está inicialmente a uma temperatura  $T$  alta o suficiente para garantir que a sua energia interna não se altera em processos isotérmicos. Determine a temperatura final da esfera após receber uma quantidade de calor  $Q$ , sem perdas para o ambiente. Dê sua resposta em função de  $g$  e dos outros parâmetros explicitados.

**Comentários:**

Com o aquecimento da esfera ela dilatará e, portanto, elevará seu centro de massa, aumento sua energia potencial.





Considerando a dilatação:

$$V = V_0 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow \frac{4\pi R^3}{3} = \frac{4\pi r^3}{3} \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow R^3 = r^3 \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

Utilizando a aproximação:

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx, \quad \text{para } |x| \ll 1$$

$$R = r \cdot \left(1 + \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T\right) \Rightarrow R - r = r \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T$$

Dessa forma, a variação de energia potencial é dada por:

$$\Delta E_p = m \cdot g(R - r) = m \cdot g \cdot r \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T$$

A esfera realiza um trabalho sobre a atmosfera ao dilatar-se:

$$\tau = P \cdot \Delta V = P \cdot 4\pi r^2(R - r) = 4\pi r^3 \cdot P \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T$$

Da primeira lei da termodinâmica temos:

$$Q = \Delta U + (\tau + \Delta E_p)$$

$$Q = m \cdot C_V \cdot \Delta T + \left(4\pi r^3 \cdot P \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T + m \cdot g \cdot r \cdot \frac{\alpha}{3} \cdot \Delta T\right)$$

$$\Delta T = T_f - T = \frac{3Q}{3mC_V + mgr\alpha + 4\pi r^3 p\alpha}$$

**Gabarito:**  $T_f = T + \frac{3Q}{3m \cdot c_V + m \cdot r \cdot g \cdot \alpha + 4\pi \cdot r^3 \cdot p \cdot \alpha}$

### 34. (ITA – 2015)

Numa expansão muito lenta, o trabalho efetuado por um gás num processo adiabático é

$$\tau_{12} = \frac{P_1 V_1^\gamma}{1 - \gamma} (V_2^{1-\gamma} - V_1^{1-\gamma})$$

Em que  $P, V, T$  são, respectivamente, a pressão, o volume e a temperatura do gás, e  $\gamma$  uma constante, sendo os subscritos 1 e 2 representativos, respectivamente, do estado inicial e final do sistema. Lembrando que  $PV^\gamma$  é constante no processo adiabático, esta fórmula pode ser reescrita deste modo:



$$a) \frac{P_1 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{V_1}{V_2}}}$$

$$b) \frac{P_2 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{V_2}{V_1}}}$$

$$c) \frac{P_2 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{V_1}{V_2}}}$$

$$d) \frac{P_1 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\frac{V_2}{V_1}}}$$

$$e) \frac{P_2 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_1}{T_2}}{\frac{V_2}{V_1}}}$$

### Comentários:

O trabalho de um processo adiabático é dado por:

$$\tau_{12} = \frac{P_2 \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{\gamma - 1}$$

Para uma transformação adiabática temos:

$$P_1 \cdot V_1^\gamma = P_2 \cdot V_2^\gamma \Leftrightarrow T_1 \cdot V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_2^{\gamma-1}$$

Substituindo as relações acima na expressão do trabalho:

$$\tau_{12} = \frac{P_1 \cdot \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \cdot V_2 - P_1 \cdot V_1}{1 - \gamma} = \frac{P_1}{1 - \gamma} \cdot \left( V_1 - V_2 \cdot \left( \frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} \right)$$

Temos também:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{\ln \left( \frac{T_1}{T_2} \right)}{\ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)}$$

Substituindo na expressão do trabalho:



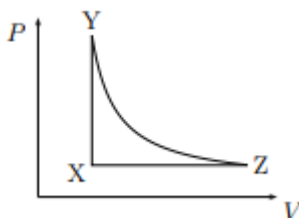
$$\tau_{12} = \frac{P_1 \left[ V_1 - V_2 \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \right]}{\frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln \frac{V_1}{V_2}}}$$

**Gabarito: A**

**35. (ITA – 2017)**

Uma transformação cíclica  $XYZX$  de um gás ideal indicada no gráfico  $P \times V$  opera entre dois extremos de temperatura, em que  $YZ$  é um processo de expansão adiabática reversível. Considere  $R = 2,0 \text{ cal/mol.K} = 0,082 \text{ atm.}\ell/\text{mol.K}$ ,  $P_Y = 20 \text{ atm}$ ,  $V_Z = 4,0 \ell$ ,  $V_Y = 2,0 \ell$  e a razão entre as capacidades térmicas molar, a pressão e a volume constante, dada por  $C_P/C_V = 2,0$ . Assinale a razão entre o rendimento deste ciclo e o de uma máquina térmica ideal operando entre os mesmos extremos de temperatura.

- a) 0,38
- b) 0,44
- c) 0,55
- d) 0,75
- e) 2,25



**Comentários:**

O processo  $YZ$  é um processo adiabático, então:

$$P_Y \cdot V_Y^\gamma = P_Z \cdot V_Z^\gamma \Rightarrow 20 \cdot 2^2 = P_Z \cdot 4^2 \Rightarrow P_Z = 5 \text{ atm}$$

O calor perdido durante o ciclo é dado por:

$$Q_C = Q_{ZX} = n \cdot C_P \cdot \Delta T_{ZX} \Rightarrow Q_{ZX} = n \cdot C_P \cdot \left( \frac{10}{n \cdot R} - \frac{20}{n \cdot R} \right) = -\frac{10 \cdot C_P}{R}$$

O calor ganho durante o ciclo é dado por:

$$Q_H = Q_{YX} = n \cdot C_V \cdot \Delta T_{XY} \Rightarrow Q_{XY} = n \cdot C_V \cdot \left( \frac{40}{n \cdot R} - \frac{10}{n \cdot R} \right) = +\frac{30 \cdot C_V}{R}$$

Temos o rendimento:

$$\eta = 1 + \frac{-\frac{10 \cdot C_P}{R}}{+\frac{30 \cdot C_V}{R}} = 1 - \frac{1}{3} \cdot \frac{C_P}{C_V} = 1 - \frac{1}{3} \cdot 2 = \frac{1}{3}$$

O rendimento de uma máquina térmica ideal (Carnot), é dado por:



$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T_X}{T_Y} = 1 - \frac{\frac{10}{n \cdot R}}{\frac{40}{n \cdot R}} = \frac{3}{4}$$

Assim, a razão entre o real e o de Carnot é:

$$\frac{\eta}{\eta_{carnot}} = \frac{4}{9} \cong 0,44$$

**Gabarito: B**

### 36. (ITA – 2017)

Deseja-se aquecer uma sala usando uma máquina térmica de potência  $P$  operando conforme o ciclo de Carnot, tendo como fonte de calor o ambiente externo à temperatura  $T_1$ . A troca de calor através das paredes se dá a uma taxa  $\kappa(T_2 - T_1)$ , em que  $T_2$  é a temperatura da sala num dado instante e  $\kappa$ , uma constante com unidade em  $J/s \cdot K$ . Pedem-se: a) A temperatura final de equilíbrio da sala. b) A nova temperatura de equilíbrio caso se troque a máquina térmica por um resistor dissipando a mesma potência  $P$ . c) Entre tais equipamentos, indique qual o mais adequado em termos de consumo de energia. Justifique.

**Comentários:**

a)

Para que o sistema se mantenha em equilíbrio, a taxa de perda de calor deve ser a mesma taxa de ganho.

$$\text{Taxa de perda} = k \cdot (T_2 - T_1)$$

Para a máquina térmica realizando o ciclo de Carnot, temos:

$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2} = \frac{\tau}{Q_H} = \frac{P \cdot t}{Q_H}$$

$$\text{Taxa de ganho} = \frac{Q_H}{t} = \frac{T_2 \cdot P}{T_2 - T_1}$$

Igualando as taxas e ganho e perda:

$$\frac{T_2 \cdot P}{T_2 - T_1} = k \cdot (T_2 - T_1)$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot k \cdot T_1 + P + (4 \cdot k \cdot T_1 \cdot P + P^2)^{\frac{1}{2}}}{2k}$$

b)

Para um resistor a potência gerada é igual à potência perdida:

$$k \cdot (T_2 - T_1) = P$$



$$T_2 = \frac{P + k \cdot T_1}{k}$$

c)

Para o caso do resistor a potência dissipada é advinha diretamente da rede elétrica. Já no caso do aquecedor a potência é acrescida pela potência de retirada da fonte fria. Desse modo, o mais adequado é o aquecedor.

**Gabarito:** a)  $T_2 = \frac{2 \cdot k \cdot T_1 + P + (4 \cdot k \cdot T_1 \cdot P + P^2)^{\frac{1}{2}}}{2k}$  b)  $T_2 = \frac{P + k \cdot T_1}{k}$  c) aquecedor de Carnot

---

### 37. (ITA – 2018)

No livro Teoria do Calor (1871), Maxwell, escreveu referindo-se a um recipiente cheio de ar:

*“... iniciando com uma temperatura uniforme, vamos supor que um recipiente é dividido em duas partes por uma divisória na qual existe um pequeno orifício, e que um ser que pode ver as moléculas individualmente abre e fecha esse orifício de tal modo que permite somente a passagem de moléculas rápidas de A para B e somente as lentas de B para A. Assim, sem realização de trabalho, ele aumentará a temperatura de B e diminuirá a temperatura de A em contradição com ... ”.*

Assinale a opção que melhor completa o texto de Maxwell.

- a) a primeira lei da termodinâmica.
- b) a segunda lei da termodinâmica.
- c) a lei zero da termodinâmica.
- d) o teorema da energia cinética.
- e) o conceito de temperatura.

#### Comentários:

O texto se refere a segunda lei da termodinâmica. Mais precisamente ao demônio de Maxwell, que é um experimento projetado e que foi enunciado acima, para sugerir que segunda lei seria verdadeira apenas estatisticamente. Caso contrário, conseguiríamos controlar o fluxo de calor e transferir espontaneamente calor do corpo “frio” para o corpo “quente”.

**Gabarito: B**

---

### 38. (ITA – 2019)

Uma empresa planeja instalar um sistema de refrigeração para manter uma sala de dimensões  $4,0 \text{ m} \times 5,0 \text{ m} \times 3,0 \text{ m}$  a uma temperatura controlada em torno de  $10^\circ\text{C}$ . A temperatura média do ambiente não controlado é de  $20^\circ\text{C}$  e a sala é revestida com um material de  $20 \text{ cm}$  de espessura e coeficiente de condutibilidade térmica de  $0,60 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ .



Sabendo que a eficiência do sistema de refrigeração escolhido é igual a 2,0 e que o custo de 1 kWh é de R\$ 0,50, estime o custo diário de refrigeração da sala.

### Comentários:

Consideraremos uma sala de dimensões  $a = 3\text{ m}$ ,  $b = 4\text{ m}$  e  $c = 5\text{ m}$ .

A área total da sala é o dobro soma das áreas de três retângulos distintos (a,b), (a,c) e (b,c).

$$A = 2(a \cdot b + b \cdot c + a \cdot c) = 2 \cdot (12 + 20 + 15) = 94\text{ m}^2$$

A sala absorve do meio uma certa quantidade de energia. Podemos estabelecer o fluxo dessa energia como:

$$\varphi = \frac{k \cdot A \cdot \Delta T}{l} = \frac{0,6 \cdot 94 \cdot (20 - 10)}{0,2} = 2820\text{ W}$$

A máquina de refrigeração realiza um trabalho para que a temperatura da sala seja mantida constante:

$$e = \frac{|Q_R|}{|\tau|} = 2 \Rightarrow |\tau| = \frac{|Q_R|}{2}, \text{ em que } |Q_R| \text{ é o calor retirado da sala pela máquina de refrigeração.}$$

Para que ocorra equilíbrio, o fluxo de perda de calor deve o mesmo que o fluxo de entrada de calor:

$$\frac{|\tau|}{\Delta t} = \left| \frac{|Q_R|}{2 \cdot \Delta t} \right| = \frac{\varphi}{2} = \frac{2820}{2}$$

O custo para um dia de funcionamento será:

$$\begin{aligned} \text{Custo} &= \frac{|\tau|}{\Delta t} \cdot (24\text{Hrs}) \cdot (\text{Valor Kwh}) \\ \text{Custo} &= \text{R\$ } 16,92 \end{aligned}$$

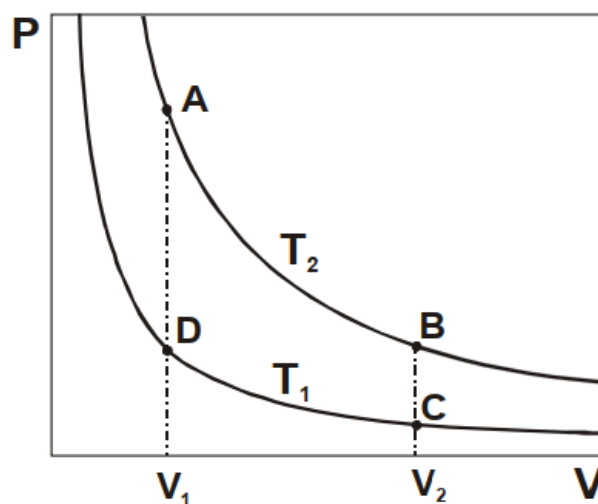
**Gabarito: R\$ 16,92**

### 39. (OBF – 2005)

Para a resolução do problema a seguir considere as seguintes afirmações:

- A energia interna  $U$  de um gás ideal depende apenas de sua temperatura  $T$ .
- Para um gás ideal, o trabalho realizado (ou recebido), em um expansão (ou contração) isotérmica, ao passar de um volume  $V_i$  para  $V_f$  é dado por  $\tau_{if} = 2,3 \cdot n \cdot R \cdot T \cdot \log\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$ , em que  $n$  é o número de mols e  $R$  é a constante dos gases ideais.

O diagrama  $PV$  a seguir mostra duas isotermas à temperatura  $T_1 = 300\text{ K}$  e  $T_2 = 600\text{ K}$ . Se há uma expansão isotérmica entre  $A$  e  $B$ , o calor



trocado é  $Q_{AB}$ . Se o gás sofre uma contração isotérmica entre  $C$  e  $D$  o calor trocado é  $Q_{CD}$ . Calcule a razão  $Q_{AB}/Q_{CD}$ , explicitando se em cada processo o calor é fornecido ao gás ou retirado do mesmo.

### Comentários:

Da equação dos gases ideais temos:

$$P_A = \frac{n \cdot R \cdot 600}{V_1}, \quad P_B = \frac{n \cdot R \cdot 600}{V_2}, \quad P_C = \frac{n \cdot R \cdot 300}{V_2}, \quad P_D = \frac{n \cdot R \cdot 300}{V_1}$$

A partir da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ) para o processo AB:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + \tau_{AB} = 0 + \tau_{AB} = \tau_{AB} = 2,3 \cdot n \cdot R \cdot 600 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Como  $V_2 > V_1$ , então  $\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) > 0$  e, portanto,  $Q_{AB} > 0 \Rightarrow$  calor fornecido

Aplicando novamente a primeira lei da termodinâmica para o processo CD:

$$Q_{CD} = \Delta U_{CD} + \tau_{CD} = 0 + \tau_{CD} = \tau_{CD} = 2,3 \cdot n \cdot R \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

Como  $V_2 > V_1$ , então  $\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) < 0$  e, portanto,  $Q_{CD} < 0 \Rightarrow$  calor retirado.

Realizando a razão:

$$\frac{Q_{AB}}{Q_{CD}} = \frac{2,3 \cdot n \cdot R \cdot 600 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{2,3 \cdot n \cdot R \cdot 300 \cdot \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)} \Rightarrow \boxed{\frac{Q_{AB}}{Q_{CD}} = -2}$$

**Gabarito:**  $\frac{Q_{AB}}{Q_{CD}} = -2$

### 40. (OBF – 2005)

Um sistema termodinâmico pode ir de um estado inicial  $i$  para um estado final  $f$  por dois caminhos distintos, onde a diferença de energia interna entre estes estados é  $U_f - U_i = 50 \text{ J}$ . No primeiro caminho, o sistema sofre uma expansão isobárica, indo de um volume  $V_i$  para  $V_f$ , e em seguida há uma transformação isocórica, onde a pressão passa de um valor  $P_i$  para  $P_f$ . O trabalho realizado pelo sistema neste caminho foi de  $100 \text{ J}$ . No segundo caminho, mantendo-se o volume constante, a pressão do sistema passa de  $P_i$  para  $P_f$ . Em seguida, há uma expansão isobárica e o sistema atinge o estado  $f$ . Sabe-se que, se o sistema descreve um ciclo indo pelo segundo caminho e retornando pelo primeiro, o trabalho realizado pelo sistema é de  $200 \text{ J}$ .

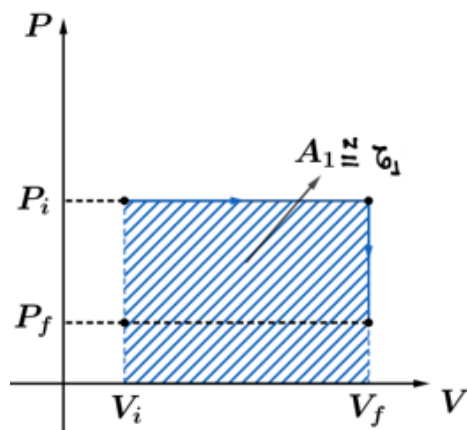
- Faça um desenho destas transformações em um diagrama  $(P, V)$ .
- Calcule o trabalho associado ao segundo caminho, determinando se é realizado sobre ou pelo sistema.



c) Calcule a quantidade de calor  $Q$  envolvido nos dois caminhos e determine se ele é fornecido ou retirado do sistema.

**Comentários:**

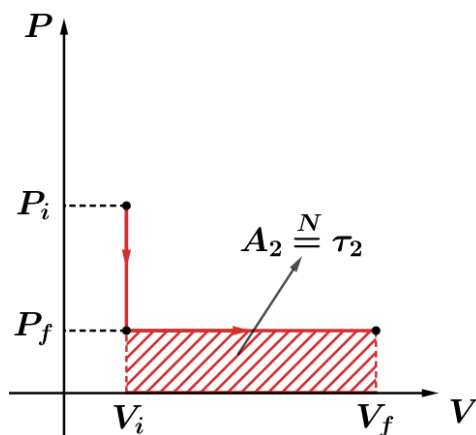
No primeiro caminho temos as seguintes transformações:



O Trabalho deste processo é dado pela área hachurada acima.

$$\tau_1 = (V_f - V_i) \cdot P_i = 100 \text{ J}$$

No segundo caminho temos as seguintes transformações:

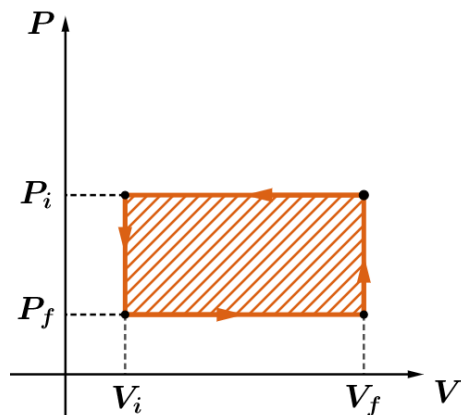


O trabalho deste processo é dado pela área hachurada acima.

$$\tau_2 = (V_f - V_i) \cdot P_f$$

O caminho proposto pelo enunciado é percorrer um ciclo no sentido anti-horário:

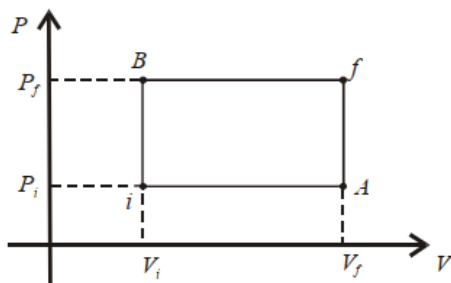




$$-200 = (V_f - V_i) \cdot (P_i - P_f) = \tau_1 - \tau_2 = 100 - \tau_2 \Rightarrow \tau_2 = 300 \text{ J}$$

Para o primeiro caminho:  $Q_1 = \Delta U + \tau = 50 + 100 = +150 \text{ J}$

Para o segundo caminho:  $Q_2 = \Delta U + \tau = 50 + 300 = +350 \text{ J}$

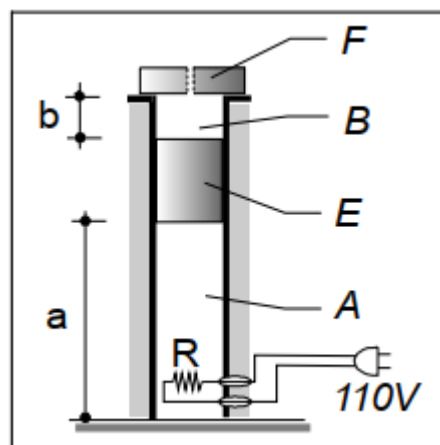


**Gabarito: a)** fornecido e  $iBf \Rightarrow Q = 350 \text{ J}$  calor fornecido

**b) 300 J (realiza) c)  $iAf \Rightarrow Q = 150 \text{ J}$  calor**

#### 41. (OBF – 2006)

O dispositivo representado mostra um recipiente cilíndrico que contém em seu interior um êmbolo "E". Ambos são isolados termicamente e apresentam capacidade térmica irrelevante. O êmbolo tem massa  $m_E = 300 \text{ kg}$ , desliza sem atrito e tem uma base circular de área  $S = 100 \text{ cm}^2$ . No ambiente representado pela letra "A" existe  $1 \text{ mol}$  ( $4,00 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ) de gás hélio na temperatura  $T_0 = 300 \text{ K}$  capaz de equilibrar a pressão exercida pelo peso  $P_E$  do êmbolo superposta à pressão atmosférica  $p_{atm} = 1,00 \text{ atm}$ , mantendo, assim, a medida "a" igual a  $0,600 \text{ m}$ . Num dado instante a tomada é conectada a uma fonte de tensão constante e igual a  $110 \text{ V}$  para, por meio do resistor  $R$ , aquecer o gás citado. O resistor é mantido ligado até o instante em que o êmbolo, graças à expansão gasosa, sofra um deslocamento total igual a  $2b$ . A peça "F", de massa  $m_F = 100 \text{ kg}$ , está simplesmente apoiada na parte superior do recipiente e será deslocada com a subida do êmbolo. Esta peça é dotada de um orifício para manter o ar, no ambiente "B", sob pressão igual à pressão atmosférica. Admitindo que  $c_p$  seja o calor específico do gás hélio para as evoluções isobáricas, que  $c_v = 3125 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$  seja o calor específico para as evoluções isométricas,



que a relação  $\gamma = c_p/c_v$  seja igual a 1,664, que a medida de "b" seja igual a 0,200 m e que a resistência elétrica do resistor R seja igual 1210  $\Omega$ , calcule:

- a) a quantidade de calor  $Q_1$  absorvida pela massa gasosa para que o êmbolo E apenas encoste na peça F.
- b) o intervalo de tempo  $\Delta t$  que deve permanecer ligado o resistor.
- c) o rendimento  $\eta$  do dispositivo considerando o trabalho realizado e o consumo de energia elétrica.

### Comentários:

a)

A pressão do gás é tal que:

$$P_{ATM} + \frac{m \cdot g}{A} = P_{GÁS-0} \Rightarrow 10^5 + \frac{300 \cdot 10}{0,01} = P_{GÁS-0} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

O trabalho realizado pelo gás é dado por:

$$\tau = P \cdot \Delta V = P \cdot A \cdot \Delta h = P \cdot A \cdot 2 \cdot b = 4 \cdot 10^5 \cdot 0,01 \cdot 2 \cdot 0,2 = 1600 \text{ J}$$

A variação de energia interna do gás é dada por:

$$\Delta U = \frac{1}{\gamma - 1} \cdot P \cdot \Delta V = \frac{1600}{1,664 - 1} = 2410 \text{ J}$$

Da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ), temos:

$$Q = \Delta U + \tau \Rightarrow \boxed{Q = 4010 \text{ J}}$$

b)

Utilizando o conceito de potência, podemos determinar o tempo que o resistor permaneceu ligado:

$$P = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{U^2}{R} \Rightarrow \Delta t = \frac{Q \cdot R}{U^2} = \frac{4010 \cdot 1210}{110 \cdot 110} \Rightarrow \boxed{\Delta t = 401 \text{ s}}$$

c)

Assim, o rendimento é de:

$$\eta = \frac{\tau}{Q} = \frac{2410}{4010} \approx 60\%$$

**Gabarito: a) 4010 J b) 401 s c) 60%**

### 42. (OBF – 2007)

Uma máquina térmica tem rendimento 20% menor do que uma máquina de Carnot que opera entre as temperaturas  $T_1 = 300 \text{ K}$  e  $T_2 = 600 \text{ K}$ . A quantidade de calor por unidade

de tempo recebida pela máquina é igual à que ocorre quando uma parede de 10 cm de espessura, área de  $2 \text{ m}^2$  e condutividade térmica de  $50 \text{ W}/(\text{m K})$  é submetida a uma diferença de temperatura de  $500 \text{ K}$ .

a) Determine a potência desta máquina.

b) Que quantidade de gelo a  $-200\text{C}$  seria possível derreter usando a quantidade de calor descartada pela máquina, durante um tempo de 10 minutos?

### Comentários:

a)

Para o rendimento de Carnot temos:

$$\eta_{\text{carnot}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{600} = 0,5$$

O rendimento real da máquina é calculado como:

$$\eta = 0,8 \cdot \eta_{\text{carnot}} = 0,4$$

Fluxo de calor através da parede proposta:

$$\phi = \frac{K \cdot A \cdot \Delta T}{l} = \frac{50 \cdot 2 \cdot 500}{0,1} = 5 \cdot 10^5 \text{ J/s}$$

Esse fluxo de calor corresponde ao “calor quente”. Para um segundo temos:

$$Q_H = 5 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\eta = \frac{P}{Q_H} = 0,4 = \frac{P}{5 \cdot 10^5} \Rightarrow \boxed{P = 200 \text{ KW}}$$

b)

O calor rejeitado pela máquina é o “calor frio”. Então:

$$\eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 0,4 = 1 - \frac{Q_C}{5 \cdot 10^5} \Rightarrow Q_C = 3 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$Q_C \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot \Delta T + m \cdot L$$

$$3 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 60 = m \cdot 2090 \cdot 200 + m \cdot 3,344 \cdot 10^5$$

$$\boxed{m = 478,46 \text{ kg}}$$

**Gabarito: a) 200 kW b) 478,46 kg**

### 43. (OBF – 2007)

Certa quantidade de gás Hélio, inicialmente no estado  $A$ , em que a pressão e o volume valem  $P_A = 32 \times 10^5 \text{ N/m}^2$  e  $V_A = 1 \text{ m}^3$ , sofre o processo  $A \rightarrow B \rightarrow C$ . O processo  $A \rightarrow B$  é isobárico e  $B \rightarrow C$  é adiabático. Considere o gás ideal e que para o Hélio,  $c_V = 3R/2$  e  $c_P = 5R/2$ , são os calores específicos molares a volume e a pressão constante, respectivamente.



- a) Construa o diagrama  $PV$ , sabendo que o volume do gás no estado  $B$  é  $V_B = 2 \text{ m}^3$  e a pressão no estado  $C$  é  $P_C = 1 \times 10^5 \text{ N/m}^2$ .
- b) Quanto trabalho foi realizado pelo gás na expansão  $A \rightarrow C$ ?
- c) Qual a variação na energia interna do gás de  $A \rightarrow C$ ?

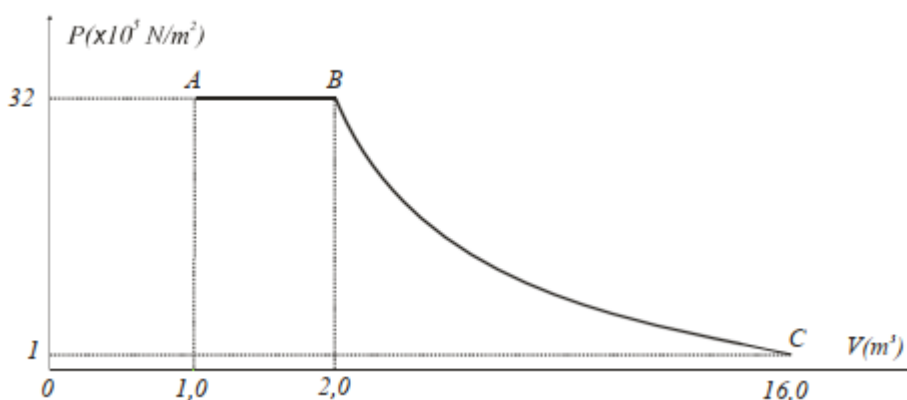
Observação: Num processo adiabático, o trabalho realizado (ou recebido)

pelo gás entre os estados  $1 \rightarrow 2$  é dado por:  $\Delta\tau = \frac{1}{1-\gamma} (P_2V_2 - P_1V_1)$ , em que  $\gamma = \frac{c_P}{c_V}$  é o fator de Poisson.

### Comentários:

a)

De acordo com o enunciado, temos o seguinte gráfico de pressão por volume.



b)

O trabalho realizado pelo gás na transformação  $A \rightarrow C$  é a soma dos trabalhos da transformação isocórica  $A \rightarrow B$  e da transformação adiabática  $B \rightarrow C$ . Logo:

$$\tau = \tau_{AB} + \tau_{BC} = P \cdot (V_B - V_A) + \frac{(P_B \cdot V_B - P_C \cdot V_C)}{\gamma - 1} = 32 \cdot 10^5 \cdot 1 + \frac{32 \cdot 2 \cdot 10^5 - 1 \cdot 16 \cdot 10^5}{\frac{5}{3} - 1}$$

$$\boxed{\tau = 104 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

c)

Calor absorvido pelo processo AB:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + \tau_{AB} = \frac{3}{2} \cdot 32 \cdot 10^5 (2 - 1) + 32 \cdot 10^5 \cdot 1 = 80 \cdot 10^5 \text{ J}$$

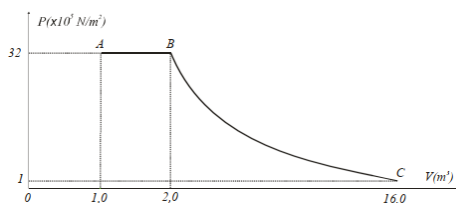
Da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo \text{ gás}}$ ):

$$Q = Q_{AB} = \Delta U_{AC} + \tau$$

$$80 \cdot 10^5 \text{ J} = \Delta U_{AC} + 104 \cdot 10^5 \text{ J}$$

$$\boxed{\Delta U_{AC} = -24 \cdot 10^5 \text{ J}}$$



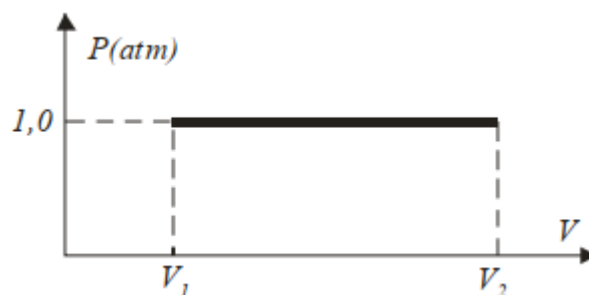
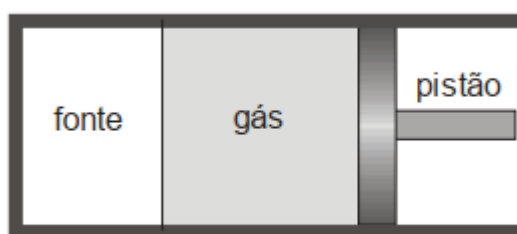


Gabarito: a) b)  $104 \cdot 10^5 \text{ J}$  c)  $-24 \cdot 10^5 \text{ J}$

#### 44. (OBF – 2008)

Um recipiente cilíndrico, de área de secção reta de  $300 \text{ cm}^2$  contém 3 moles de gás ideal diatômico ( $C_V = 5R/2$ ) que está à mesma pressão externa. Este recipiente contém um pistão que pode se mover sem atrito e todas as paredes são adiabáticas, exceto uma que pode ser retirada para que o gás fique em contato com uma fonte que fornece calor a uma taxa constante (veja figura 4). Num determinado instante o gás sofre um processo termodinâmico ilustrado no diagrama  $PV$  abaixo e o pistão se move com velocidade constante de  $16,6 \text{ mm/s}$ .

- Qual foi a variação de temperatura do gás depois de decorridos 50 s?
- Obtenha a quantidade de calor transferida ao gás durante esse intervalo de tempo.



#### Comentários:

a)

Em 50 s de deslocamento o embolo percorre certa distância:

$$d = 50 \cdot 16,6 \cdot 10^{-3} = 83 \text{ cm}$$

A variação de volume pode ser encontrada:

$$\Delta V = A \cdot d = 300 \cdot 10^{-4} \cdot 0,83 = 0,0249 \text{ m}^3$$

Da lei dos gases ideais temos:

$$p \cdot \Delta V = n \cdot R \cdot \Delta T \Rightarrow 10^5 \cdot 0,0249 = 3 \cdot 8,3 \cdot \Delta T$$

$$\boxed{\Delta T = 100 \text{ K}}$$

b)

Pela primeira lei ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo \text{ gás}}$ ), o calor transferido ao gás é dado por:

$$Q = \Delta U + \tau = \frac{5}{2} \cdot p \cdot \Delta V + p \cdot \Delta V = \frac{7}{2} \cdot p \cdot \Delta V = \frac{7}{2} \cdot 10^5 \cdot 0,0249$$



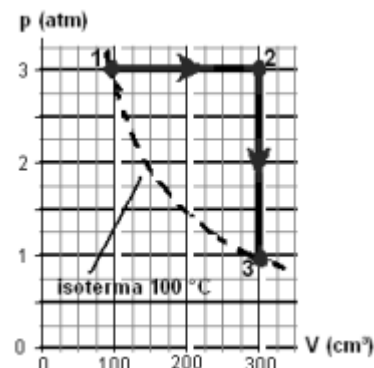
$$Q = 8715 J$$

**Gabarito: a) 100 K b) 8715 J**

**45. (OBF – 2009)**

Durante uma transformação termodinâmica um gás ideal monoatômico segue o seguinte processo  $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$ , conforme mostra abaixo.

- a) Quanto calor é necessário durante o processo  $1 \rightarrow 2$ ?  
b) E durante o processo  $2 \rightarrow 3$ .



**Comentários:**

a)

Aplicando a primeira lei da Termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ), para o processo 1-2 temos uma isobárica:

$$Q = \Delta U + \tau = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \Delta V + p \cdot \Delta V = \frac{5}{2} \cdot p \cdot \Delta V = \frac{5}{2} \cdot 3 \cdot 10^5 \cdot 200 \cdot 10^{-6}$$

$$Q = 150 J$$

b)

Para o processo 2-3, temos uma isocórica:

$$Q = \Delta U + \tau = \Delta U = \frac{3}{2} \cdot V \cdot \Delta p = -\frac{3}{2} \cdot 300 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^5$$

$$Q = -90 J$$

**Gabarito: a) 150 J b) -90 J**

**46. (OBF – 2010)**

Certo fabricante de freezers indica que um dado modelo tem um consumo anual de 730 kWh.

- a) Assumindo que o freezer opere 5 horas durante 24 horas, qual a potência que ele consome quando em operação?  
b) Se o freezer mantém a temperatura no seu interior em  $-5\ ^\circ C$  num ambiente a  $20\ ^\circ C$  qual é a máxima performance teórica deste modelo?  
c) Qual é a máxima quantidade de gelo que este freezer consegue produzir em 1 hora, a partir de água a  $20\ ^\circ C$ ?

**Comentários:**

a)

O consumo em 5 horas pode ser calculado através da seguinte proporção:

$$\frac{730 \text{ KWh}}{1 \text{ ano}} = \frac{E \cdot (5) \text{ horas}}{1 \text{ dia}} \Rightarrow \frac{730 \text{ KWh}}{365 \text{ dias}} = \frac{E \cdot (5) \text{ horas}}{1 \text{ dia}} \Rightarrow \boxed{P = 0,4 \text{ kW}}$$

b)

O rendimento para um ciclo de Carnot é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{268}{293} \cong 8,5\% \Rightarrow \boxed{\eta \cong 8,5\%}$$

c)

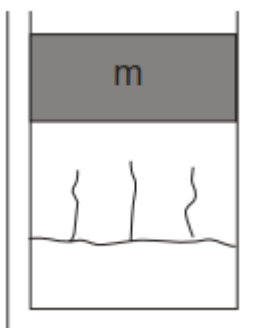
A energia total é dada por:

$$P \cdot \Delta t = m \cdot c \cdot \Delta T + m \cdot L \Rightarrow 400 \cdot 60 \cdot 60 = m(4200 \cdot 20 + 334400) \Rightarrow \boxed{m = 3,44 \text{ kg}}$$

**Gabarito:** a) 0,4 kW b) 8,5% c) 3,44 kg

#### 47. (OBF – 2011)

Um cilindro de paredes condutoras térmicas possui um embolo de massa  $m$  bem ajustado (mas sem atritos), cuja secção de área transversal é  $S$ . O cilindro contém água e vapor à temperatura  $T = 100^\circ\text{C}$ , ou seja, estão na temperatura de condensação.



Observa-se que o embolo cai vagarosamente à velocidade constante  $v$ , porque alguma quantidade de calor flui através das paredes do cilindro e fazendo que um pouco de vapor se condense continuamente. A densidade de vapor no interior do recipiente é  $\rho$ .

- Calcule a taxa de condensação do vapor, variação de massa de vapor por unidade de tempo, em termos dos parâmetros dados no problema.
- A que taxa o calor flui para fora do cilindro? Dê o resultado em função do calor de condensação  $L$  da água e dos outros dados do problema.
- Qual a taxa de variação da energia interna do vapor? O calor específico molar a volume constante da água é  $C_V$  e sua massa molar é  $M$ .
- E qual a taxa de variação da energia interna da água líquida?



**Comentários:**

a)

Considere a equação dos gases perfeitos:

$$P \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

Em termos diferenciais temos, enquanto coexistem vapor e água, a temperatura se mantém constante:

$$\frac{dP}{dt} \cdot V + \frac{dV}{dt} \cdot P = \frac{dn}{dt} R \cdot T$$

Como a velocidade de descida do embolo é constante, não há variação da pressão no tempo:

$$\frac{dP}{dt} = 0$$

$$\frac{dV}{dt} \cdot P = \frac{dn}{dt} R \cdot T \Rightarrow -S \cdot v \cdot P = \frac{dn}{dt} \cdot R \cdot T$$

A densidade do vapor é:

$$\rho = \frac{P \cdot M}{R \cdot T} \Rightarrow \boxed{\frac{dn}{dt} = \frac{-S \cdot v \cdot \rho}{M}}$$

b)

A taxa de calor que flui para o cilindro é expressa por:

$$\frac{dQ}{dt} = L \cdot M \cdot \frac{dn}{dt} = -S \cdot v \cdot \rho \cdot L \Rightarrow \boxed{\frac{dQ}{dt} = -S \cdot v \cdot \rho \cdot L}$$

c)

A primeira lei da termodinâmica com variação temporal:

$$U = n \cdot C_V \cdot T \Rightarrow \frac{dU}{dt} = \frac{dn}{dt} \cdot C_V \cdot T = \frac{-S \cdot v \cdot \rho \cdot C_V \cdot T}{M}$$

$$\therefore \boxed{\frac{dU}{dt} = -\frac{373 \cdot S \cdot v \cdot \rho \cdot C_V}{M}}$$

d)

É a mesma, em módulo, que a do vapor:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{373 \cdot S \cdot v \cdot \rho \cdot C_V}{M}$$

**Gabarito:**

a)  $\frac{dn}{dt} = \frac{-S \cdot v \cdot \rho}{M}$

b)  $\frac{dQ}{dt} = -S \cdot v \cdot \rho \cdot L$

c)  $\frac{dU}{dt} = -\frac{373 \cdot S \cdot v \cdot \rho \cdot C_V}{M}$

d)

$$\frac{dU}{dt} = \frac{373 \cdot S \cdot v \cdot \rho \cdot C_V}{M}$$

48. (OBF – 2011)



Há um copo de água em contato com o ambiente, e ambos se encontram a uma temperatura  $T_0$ .

a) Mostre, usando o conceito de entropia (e a segunda lei da termodinâmica), que não é natural ver a água do copo variar sua temperatura e resolver se manter em equilíbrio a uma temperatura diferente de  $T_0$ .

Dicas: A variação de entropia associada à variação de temperatura de uma massa  $m$  de um corpo com calor específico  $c$ , que vai de uma temperatura  $T_0$  até  $T$  é:

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

Onde  $\ln$  é o logaritmo natural.

Você pode usar também a desigualdade  $\ln(1+x) < x$ , para todo  $x > 1$  e diferente de 0.

b) Dois corpos em contato térmico se encontram isolados do resto do universo. Eles possuem massas e calores específicos  $m_1, c_1$  e  $m_2, c_2$ , com os índices (1, 2) se referindo a cada corpo. Se ambos estão na mesma temperatura  $T_0$ , mostre que não é esperado que eles troquem calor e se equilibrem (termicamente) em temperaturas diferentes.

Dica: use que  $(1+x)^n \approx 1+nx$ , se  $x \ll 1$ .

### Comentários:

a)

Se considerarmos temperaturas ligeiramente diferentes temos:

$$\Delta S = m \cdot c \cdot \ln\left(\frac{T_0 + \Delta T}{T_0}\right) < m \cdot c \frac{\Delta T}{T_0}$$

Deste modo, não há tendência de aumento nem decréscimo da entropia do sistema. Em termos práticos, o sistema tende a se manter em equilíbrio.

b)

Para dois corpos em contato, a entropia total é dada por:

$$\Delta S = m_1 \cdot c_1 \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + m_2 \cdot c_2 \cdot \ln\left(\frac{T'}{T_0}\right)$$

Para temperaturas finais de equilíbrio diferentes:

$$m_1 \cdot c_1 \cdot \ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + m_2 \cdot c_2 \cdot \ln\left(\frac{T'}{T_0}\right) > (m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)$$

Assim, o ganho de entropia é maior para temperaturas diferentes. Não é termodinamicamente favorável.

**Gabarito: a) demonstração b) demonstração**



### 49. (OBF – 2012)

A temperatura na superfície do Sol é de aproximadamente  $6.000\text{ K}$ . Num dia normal a superfície da Terra recebe do Sol cerca de  $1.000\text{ W/m}^2$ . Durante 10 horas recebendo a radiação solar a temperatura numa superfície de  $1\text{ m}^2$  mantém-se em  $300\text{ K}$ . Qual a variação de entropia desta área da Terra considerando esta quantidade de energia transferida do Sol?

#### Comentários:

Considere a variação de entropia:

$$\Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{P \cdot \Delta t}{T} = \frac{I \cdot A \cdot \Delta t}{T} = \frac{1000 \cdot 1 \cdot (10 \cdot 60 \cdot 60)}{300}$$

Em que:

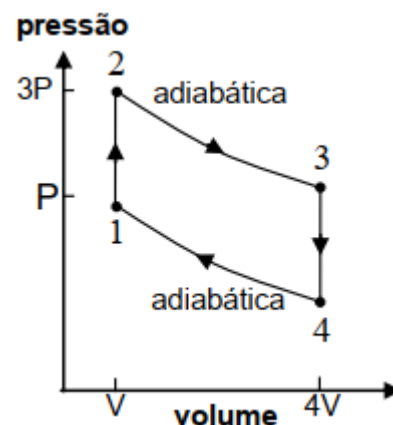
- I – Intensidade
- A – Área
- P – Potência

$$\Delta S = 1,2 \cdot 10^4\text{ J/K}$$

**Gabarito:**  $1,2 \cdot 10^4\text{ J/K}$

### 50. (OBF – 2013)

Numa situação termodinâmica ideal, consideremos um motor de combustão interna chamado de Motor de Ciclo Otto e representado na figura ao lado. Este ciclo é formado por duas curvas adiabáticas e duas isocóricas. Qual é a eficiência do motor se a mistura gasolina-ar for considerada um gás ideal diatômico ( $\gamma = 1,4$ )? Sabe-se que cada quilograma de gasolina fornece  $4,4 \times 10^4\text{ kJ}$  de energia e a sua densidade é  $0,7\text{ kg/litro}$ . Qual é o consumo de gasolina por hora para de um motor de  $67\text{ HP}$  ( $5,0 \times 10^4\text{ W}$ ) sujeito ao ciclo de Otto ideal?



#### Comentários:

Processos adiabáticos:

$$T_2 \cdot V^{\gamma-1} = T_3 \cdot (4V)^{\gamma-1}$$

$$T_4 \cdot (4V)^{\gamma-1} = T_1 \cdot V^{\gamma-1}$$

Efetuando a multiplicação e a divisão das expressões acima temos:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_4}{T_3} \quad (\text{eq. 1})$$

$$\frac{T_2}{T_3} = (4)^{\gamma-1} \quad (\text{eq. 2})$$



Calores absorvidos e rejeitados:

$$Q_H = n \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1)$$

$$Q_C = n \cdot C_V \cdot (T_4 - T_3)$$

O rendimento do ciclo é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{n \cdot C_V \cdot (T_4 - T_3)}{n \cdot C_V \cdot (T_2 - T_1)}$$

Substituindo as equações (1) e (2):

$$\eta = 1 - \left(\frac{V}{4V}\right)^{\gamma-1} = 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{1,4-1} \cong 42\%$$

Podemos fazer:

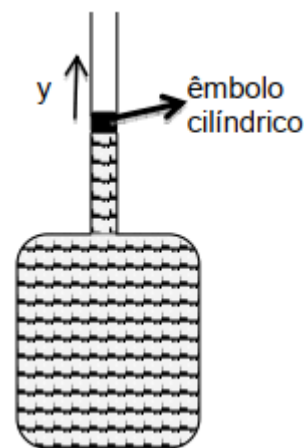
$$\eta = \frac{\tau}{Q_H} = \frac{5 \cdot 10^4 (W) \cdot 1 (s)}{4,4 \cdot 10^4 (J) \cdot 700 \left(\frac{Kg}{m^3}\right) \cdot V} = 42\%$$

$$C = 140 L/h$$

**Gabarito: 140 L/h**

### 51. (OBF – 2014)

Eduard Rüchardt propôs um método simples para se medir a razão  $\gamma = C_p/C_V$  de um gás ideal, onde  $C_p$  é a capacidade calorífica a pressão constante e  $C_V$  a capacidade calorífica a volume constante. A figura ao lado mostra esquematicamente o arranjo usado. O recipiente contém um gás, considerado ideal, inicialmente com volume  $V_0$ , pressão  $P_0$  e está em equilíbrio térmico. O êmbolo cilíndrico tem massa  $m$ , área da base  $A$ , altura  $L$  e é livre para se mover ao longo do recipiente. Na posição de equilíbrio o peso do êmbolo equivale à força exercida pelo gás. O êmbolo é tirado da posição de equilíbrio por um pequeno deslocamento  $y$  alterando o estado do gás. O gás exercerá sobre o êmbolo uma força restauradora fazendo-o oscilar com uma frequência característica que depende de  $\gamma$ . Supondo que a transformação seja adiabática e desprezando-se o atrito entre o êmbolo e o recipiente,



- encontre a variação de pressão  $\Delta P$ . Para isso use a aproximação  $\left(1 \pm \frac{\Delta V}{V}\right)^\gamma \approx 1 \pm \frac{\gamma \Delta V}{V}$ , já que a variação relativa do volume é pequena,
- encontre a força restauradora atuando no êmbolo mantendo apenas termos de ordem linear em  $y$ ,
- determine  $\gamma$  em função período de movimento do êmbolo e dos dados fornecidos no problema.



### Comentários:

a)

A variação de volume em função da altura  $y$  é dada por:

$$\Delta V = A \cdot y = V - V_0 \Rightarrow V_0 = V + A \cdot y$$

Da transformação adiabática:

$$P_0 \cdot V_0^\gamma = P' \cdot V^\gamma \Rightarrow P_0 \cdot V_0^\gamma = P' \cdot (V_0 - A \cdot y)^\gamma = P' \cdot V_0^\gamma \left(1 - A \cdot \frac{y}{V_0}\right)^\gamma$$

$$P' = \frac{P_0}{\left(1 - A \cdot \frac{y}{V_0}\right)^\gamma}$$

Utilizando a aproximação dada:

$$P' = P_0 \cdot \left(1 + \gamma A \cdot \frac{y}{V_0}\right) \Rightarrow \Delta P = P_0 \cdot \gamma \cdot A \cdot \frac{y}{V_0}$$

b)

A força restauradora é dada por:

$$F_R = -P' A = P_0 \cdot A \cdot \left(1 + \gamma A \cdot \frac{y}{V_0}\right)$$

c)

Da posição inicial do embolo temos:

$$P_0 \cdot A = m \cdot g$$

A força resultante sobre o embolo é dada por:

$$F = -A \left( P_0 \cdot \left(1 + \gamma A \cdot \frac{y}{V_0}\right) - P_0 \right) = -A^2 \cdot P_0 \cdot \gamma \cdot \frac{y}{V_0} = A^2 \cdot P_0 \cdot \frac{\gamma}{V_0} \cdot y$$

Em que a constante de movimento "k" é:

$$k = A^2 \cdot P_0 \cdot \frac{\gamma}{V_0}$$

O período de um MHS é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{m \cdot V_0}{A^2 \cdot P_0}} \Rightarrow \gamma = \frac{4\pi^2 V_0 m}{T^2 P_0 A^2}$$

**Gabarito:** a)  $\Delta P = P_0 \cdot \gamma \cdot A \cdot \frac{y}{V_0}$  b)  $F_R = P_0 \cdot A \cdot \left(1 + \gamma A \cdot \frac{y}{V_0}\right)$  c)  $\gamma = \frac{4\pi^2 V_0 m}{T^2 P_0 A^2}$

### 52. (IME – 2020 – 2ª Fase)



Um produtor rural constata que suas despesas mensais de eletricidade estão altas e decide contratar um pesquisador para que ele especifique formas alternativas de acionamento simultâneo de duas bombas empregadas para irrigação de suas lavouras. O pesquisador constata que, na fazenda, existe uma máquina refrigeradora que opera em um ciclo termodinâmico, bem como outro dispositivo que atua como um ciclo motor e propõe a solução descrita a seguir:

**“A potência disponibilizada pelo ciclo motor deverá ser integralmente utilizada para o acionamento da máquina refrigeradora e a energia rejeitada para o ambiente de ambos os dispositivos – de acordo com os seus cálculos – é mais do que suficiente para o acionamento simultâneo das duas bombas.”**

De acordo com os dados abaixo, determine se a solução encaminhada pelo pesquisador é viável, com base em uma análise termodinâmica da proposição.

**Dados:**

Temperatura do ambiente: 27 °C;

Temperatura no interior da máquina refrigeradora: - 19/3 °C;

Temperatura da fonte térmica referente ao ciclo motor: 927 °C;

Potência de cada bomba empregada na irrigação: 5 HP;

Estimativa da taxa de energia recebida pelo motor térmico: 80 kJ/min;

1 HP = ¾ kW

**Comentários:**

Considerando o motor e o refrigerador atuando com eficiência máxima possível:

$$\eta_{motor} = 1 - \frac{T_f}{T_q} = 1 - \frac{266,7}{1200} = \frac{7}{9}$$

$$\eta_{refrigerador} = 1 - \frac{T_f}{T_a} = \frac{1}{9}$$

$$Q_{total} = Q_{F,motor} + Q_{Q,ref} = (1 - \eta_{motor})Q_{Q,motor} + \frac{W}{\eta_{ref}}$$

$$Q_{total} = (1 - \eta_{motor})Q_{Q,motor} + \frac{Q_{Q,motor} \eta_{motor}}{\eta_{ref}}$$

$$Q_{total} = Q_{Q,motor} \left( 1 - \eta_{motor} + \frac{\eta_{motor}}{\eta_{ref}} \right) = 80 \left( 1 - \frac{7}{9} + 7 \right) = 80 \cdot \frac{65}{9} = \frac{5200}{9} \frac{kJ}{min} = 9,63 \text{ kW} \\ = 12.84 \text{ HP}$$

Logo o fazendeiro está certo.





## Gabarito: Viável

### 53. (IME – 2020 – 1ª Fase)

Um escritório de patentes analisa as afirmativas de um inventor que deseja obter os direitos sobre três máquinas térmicas reais que trabalham em um ciclo termodinâmico. Os dados sobre o calor rejeitado para a fonte fria e o trabalho produzido pela máquina térmica – ambos expressos em Joules – encontram-se na tabela abaixo.

Máquina Térmica	Calor Rejeitado (J)	Trabalho Produzido (J)
A	40	60
B	15	30
C	8	12

As afirmativas do inventor são:

**Afirmativa 1:** O rendimento das máquinas A e C são os mesmos para quaisquer temperaturas de fonte quente e de fonte fria.

**Afirmativa 2:** As máquinas A, B e C obedecem à Segunda Lei da Termodinâmica.

**Afirmativa 3:** Se o calor rejeitado nas três situações acima for dobrado e se for mantida a mesma produção de trabalho, a máquina B apresentará rendimento superior aos das máquinas A e C, supondo atendidos os princípios da termodinâmica.

Tomando sempre as temperaturas dos reservatórios das fontes quente e fria das máquinas como 900 K e 300 K, está(ão) correta(s) a(s) afirmativa(s):

- a) 1, apenas.
- b) 2, apenas.
- c) 1, 2 e 3.
- d) 1 e 3, apenas.
- e) 2 e 3, apenas.

### Comentários:

I. **Correta.** O rendimento é dado por  $\eta = \frac{W}{Q_Q} = \frac{W}{W+Q_f}$

II. **Correta.**

$$\eta_{max} = 1 - \frac{300}{900} = 67\%$$

$$\eta_A = \frac{60}{100} = 60\%$$



$$\eta_B = \frac{30}{45} = 67. \%$$

$$\eta_C = \frac{12}{20} = 60\%$$

### III. Correta

$$\eta_{A'} = \frac{60}{140} = 43\%$$

$$\eta_{B'} = \frac{30}{60} = 60\%$$

$$\eta_{C'} = \frac{12}{28} = 43\%$$

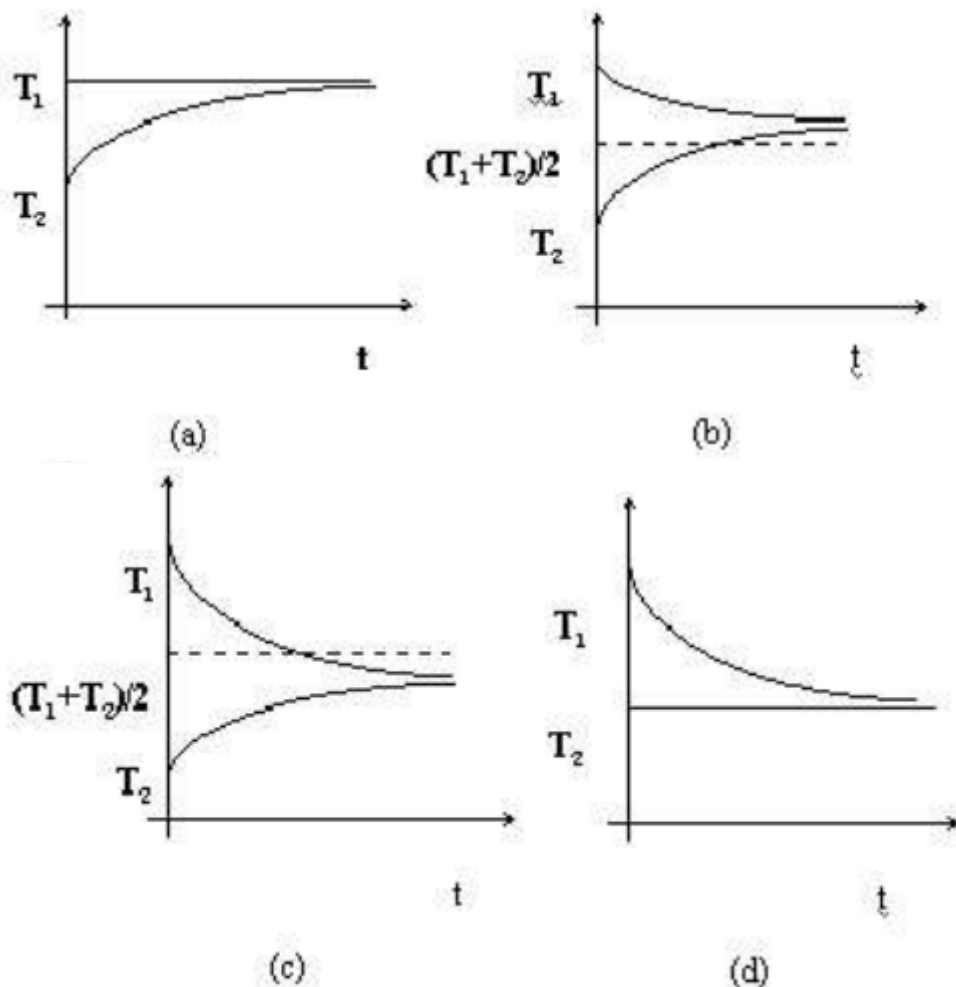
### Gabarito: C

---

#### 54. (IME – 1997)

Dois corpos, cujas temperaturas iniciais valem  $T_1$  e  $T_2$ , interagem termicamente ao longo do tempo e algumas das possíveis evoluções são mostradas nos gráficos abaixo. Analise cada uma das situações e discorra a respeito da situação física apresentada, procurando, caso procedente, tecer comentários acerca dos conceitos de reservatório térmico e capacidade térmica. Fundamente, sempre que possível, suas afirmações na Primeira Lei da Termodinâmica.





**Comentários:**

(a)

Na situação retratada no gráfico o reservatório (1) comporta-se como um reservatório térmico com temperatura superior ao corpo (2). O conceito de reservatório térmico designa a situação em que um corpo mantém sua temperatura constante independente de qualquer troca de calor com outros corpos. Se jogarmos um bloco de gelo em uma piscina, a piscina será um reservatório térmico (O gelo derreterá e a piscina praticamente não mudará sua temperatura).

(b) e (c)

$$Q_1 + Q_2 = 0$$

$$C_1(T - T_1) + C_2(T - T_2) = 0$$

$$T = \frac{C_1 \cdot T_1 + C_2 \cdot T_2}{C_1 + C_2} = \frac{T_1 + \frac{C_2}{C_1} \cdot T_2}{1 + \frac{C_2}{C_1}}$$

(b)

Primeira situação

$$T > \frac{T_1 + T_2}{2} \Rightarrow \frac{T_1 + \frac{C_2}{C_1} \cdot T_2}{1 + \frac{C_2}{C_1}} > \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$(T_1 - T_2) > \frac{C_2}{C_1} \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow C_1 > C_2$$

(c)

Segunda situação

$$T < \frac{T_1 + T_2}{2} \Rightarrow \frac{T_1 + \frac{C_2}{C_1} \cdot T_2}{1 + \frac{C_2}{C_1}} < \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$(T_1 - T_2) < \frac{C_2}{C_1} \cdot (T_1 - T_2) \Rightarrow C_1 < C_2$$

(d)

Temos o inverso da letra (a). Agora o corpo (2) se comporta como reservatório térmico.

**Gabarito:** Ver comentários

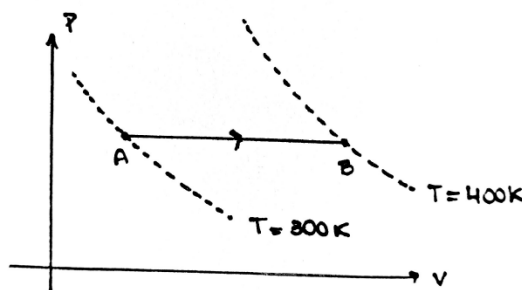
### 55. (IME – 1998)

Um cilindro com um êmbolo móvel contém 1 mol de um gás ideal que é aquecido isobaricamente de 300 K até 400 K. Ilustre o processo em um diagrama pressão versus volume e determine o trabalho realizado pelo gás, em joules.

Dados:

- Constante universal dos gases ideais:  $0,082 \text{ (atm.l)/(mol.K)}$ ;
- $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ .

**Comentários:**



O trabalho para uma transformação isobárica é dado por:

$$\tau = P \cdot \Delta V$$



Como o embolo é móvel a pressão no interior do gás é mantida constante e igual a pressão atmosférica a todo instante.

$$\tau = P_{ATM} \cdot \left( n \cdot R \cdot \frac{400}{P_{ATM}} - n \cdot R \cdot \frac{300}{P_{ATM}} \right) = 100 \cdot n \cdot R \cong 830 \text{ J}$$

$$\boxed{\tau \cong 830 \text{ J}}$$

**Gabarito: 830 J**

**56. (IME – 1999)**

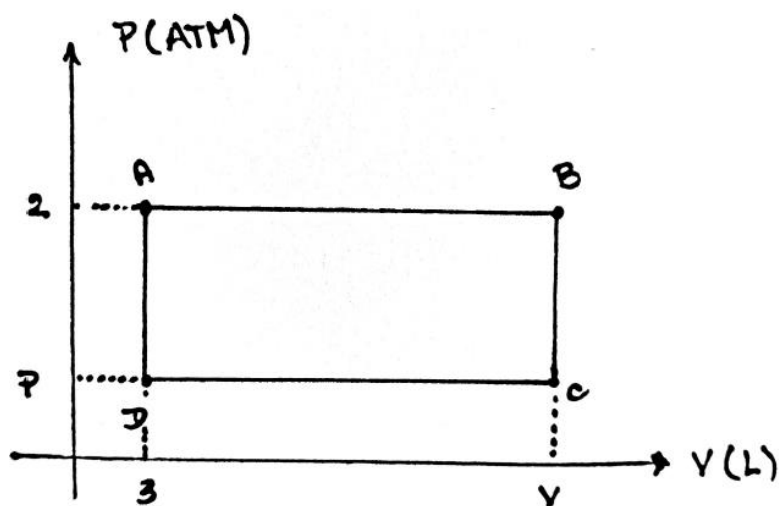
Um cilindro contém oxigênio à pressão de 2 atmosferas e ocupa um volume de 3 litros à temperatura de 300 K. O gás, cujo comportamento é considerado ideal, executa um ciclo termodinâmico através dos seguintes processos:

- Processo 1-2: aquecimento à pressão constante até 500 K.
- Processo 2-3: resfriamento à volume constante até 250 K.
- Processo 3-4: resfriamento à pressão constante até 150 K.
- Processo 4-1: aquecimento à volume constante até 300 K.

Ilustre os processos em um diagrama pressão-volume e determine o trabalho executado pelo gás, em Joules, durante o ciclo descrito acima. Determine, ainda, o calor líquido produzido ao longo deste ciclo.

Dado:  $1 \text{ atm} = 10^5 \text{ Pa}$ .

**Comentários:**



Para o processo AB:

$$\frac{P_A \cdot V_A}{T_A} = \frac{P_B \cdot V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{2 \cdot 3}{300} = \frac{2 \cdot V}{500} \Rightarrow V = 5 \text{ L}$$



Para o processo BC:

$$\frac{P_C \cdot V_C}{T_C} = \frac{P_B \cdot V_B}{T_B} \Rightarrow \frac{P \cdot 5}{250} = \frac{2 \cdot 5}{500} \Rightarrow P = 1 \text{ atm}$$

O trabalho é numericamente igual a área do ciclo:

$$\tau = (5 - 3) \cdot 10^{-3} (2 - 1) 10^5 = 200 \text{ J}$$

Como é um ciclo  $\Delta U = 0$ ,

$$Q = \tau = 200 \text{ J}$$

**Gabarito:  $Q = \tau = 200 \text{ J}$**

### 57. (IME – 2000)

Uma máquina térmica operando em um ciclo de Carnot recebe calor de um reservatório térmico cuja temperatura é  $T_H$  e cede calor a um segundo reservatório com temperatura desconhecida. Uma segunda máquina térmica, também operando em um ciclo de Carnot, recebe calor deste último reservatório e cede calor a um terceiro reservatório com temperatura  $T_C$ . Determine uma expressão termodinamicamente admissível para a temperatura  $T$  do segundo reservatório, que envolva apenas  $T_H$  e  $T_C$ , supondo que:

- o rendimento dos dois ciclos de Carnot seja o mesmo.
- o trabalho desenvolvido em cada um dos ciclos seja o mesmo.

#### Comentários:

a)

Para o primeiro reservatório o rendimento é dado por:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{T}{T_H}$$

Para o segundo reservatório o rendimento é dado por:

$$\eta' = 1 - \frac{T_C}{T} = 1 - \frac{T_C}{T}$$

Para que os rendimentos sejam os mesmos:

$$\eta = \eta' = 1 - \frac{T_C}{T} = 1 - \frac{T}{T_H}$$

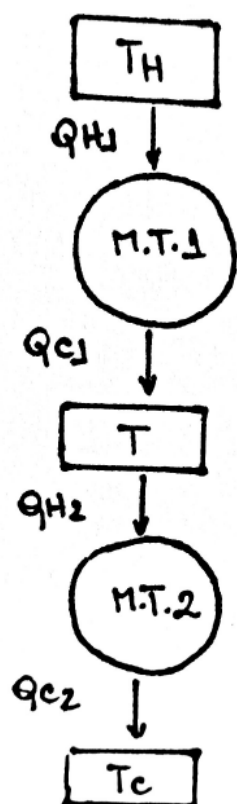
$$T = \sqrt{T_H \cdot T_C}$$

b)

Do diagrama das máquinas temos:

$$Q_{C1} = Q_{H2}$$

Para a primeira máquina:



$$\frac{\tau_1}{Q_{H1}} = \frac{\tau_1}{\tau_1 + Q_{C1}} = 1 - \frac{T'}{T_H}$$

Para a segunda máquina:

$$\frac{\tau_2}{Q_{H2}} = \frac{\tau_2}{Q_{C1}} = 1 - \frac{T_C}{T'}$$

Como  $\tau_1 = \tau_2$ :

$$\frac{T_H}{T_H - T'} = 1 + \frac{T'}{T' - T_C}$$

$$\boxed{T' = \frac{T_H + T_C}{2}}$$

**Gabarito:** a)  $T = \sqrt{T_H \cdot T_C}$  b)  $T' = \frac{T_H + T_C}{2}$

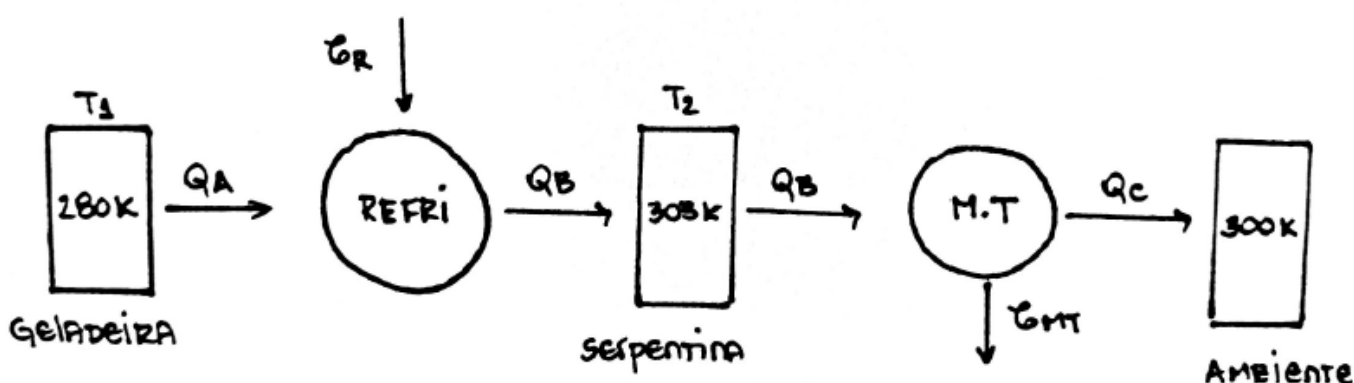
### 58. (IME – 2002)

Ao analisar o funcionamento de uma geladeira de 200 W, um inventor percebe que a serpentina de refrigeração se encontra a uma temperatura maior que a ambiente e decide utilizar este fato para gerar energia. Ele afirma ser possível construir um dispositivo que opere em um ciclo termodinâmico e que produza 0,1 hp. Baseado nas Leis da Termodinâmica, discuta a validade da afirmação do inventor.

Considere que as temperaturas da serpentina e do ambiente valem, respectivamente, 30°C e 27°C. Suponha também que a temperatura no interior da geladeira seja igual a 7°C.

Dado: 1 hp = 0,75 kW.

**Comentários:**



Para um determinado intervalo de tempo  $\Delta t$  o trabalho recebido pelo refrigerador é:

$$\tau_R = 200 \cdot \Delta t$$

Para um refrigerador temos a seguinte conservação de energia:

$$\tau_R + Q_A = Q_B \Rightarrow 200 \cdot \Delta t = Q_B - Q_A \quad (\text{eq. 1})$$

Em um ciclo termodinâmico a variação de entropia total é nula. Assim, segue:

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{T_B}{T_A} = \frac{303}{280} \Rightarrow Q_B = \frac{280}{303} \cdot Q_A \quad (eq. 2)$$

Manipulando as equações (1) e (2) temos:

$$Q_B = 2635 J$$

Também temos a igualdade: (Variação total nula de entropia)

$$\frac{Q_C}{Q_B} = \frac{T_C}{T_B} = \frac{300}{303} \Rightarrow Q_C = \frac{300}{303} \cdot Q_B = 2609 J$$

O trabalho da máquina térmica pode ser calculado como:

$$\tau_{MT} = 2635 - 2609 = 26 J = 0,035 HP$$

Portanto, a fala do inventor é falsa.

**Gabarito:** Afirmação do inventor é incorreta.

### 59. (IME – 2004)

Uma certa usina termoelétrica tem por objetivo produzir eletricidade para consumo residencial a partir da queima de carvão. São consumidas 7,2 toneladas de carvão por hora e a combustão de cada quilo gera  $2 \cdot 10^7$  J de energia. A temperatura de queima é de  $907^\circ C$  e existe uma rejeição de energia para um riacho cuja temperatura é de  $22^\circ C$ . Estimativas indicam que o rendimento da termoelétrica é 75% do máximo admissível teoricamente. No discurso de inauguração desta usina, o palestrante afirmou que ela poderia atender, no mínimo, à demanda de 100.000 residências. Admitindo que cada unidade habitacional consome mensalmente 400 kWh e que a termoelétrica opera durante 29,63 dias em cada mês, o que equivale a aproximadamente  $2,56 \cdot 10^6$  segundos, determine a veracidade daquela afirmação e justifique sua conclusão através de uma análise termodinâmica do problema.

#### Comentários:

Considerando o rendimento de Carnot

$$\eta_{carnot} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \left( \frac{22 + 273}{907 + 273} \right) = 75\%$$

O rendimento da usina termoelétrica é 75% do rendimento de Carnot:

$$\eta = 75\% \cdot \eta_{carnot} = 56,25\%$$

A potência fornecida pela usina é dada por:

$$P = \frac{7200(Kg)}{3600(s)} \cdot \frac{20000000(J)}{1(Kg)} \cdot \frac{56,25}{100} = 2,25 \cdot 10^7 W$$

O palestrante declarou a potência de:





$$P_{palestrante} = \frac{400(KWh) \cdot 10^6}{2,56 \cdot 10^6(s)} = \frac{400 \cdot 10^3(W) \cdot 3600(s) \cdot 100000}{2,56 \cdot 10^6(s)} = 5,625 \cdot 10^7 W$$

Como  $P_{palestrante} > P$ , não é verdadeira a declaração!

**Gabarito:** A potência declarada pelo palestrante não atende à demanda das 100.000 residências.

### 60. (IME – 2007)

Uma massa  $m$  de ar, inicialmente a uma pressão de  $3 \text{ atm}$ , ocupa  $0,1 \text{ m}^3$  em um balão. Este gás é expandido isobaricamente até um volume de  $0,2 \text{ m}^3$  e, em seguida, ocorre uma nova expansão através de um processo isotérmico, sendo o trabalho realizado pelo gás durante esta última expansão igual a  $66000 \text{ J}$ . Determine:

- o trabalho total realizado em joules pelo gás durante todo o processo de expansão;
- o calor total associado às duas expansões, interpretando fisicamente o sinal desta grandeza.

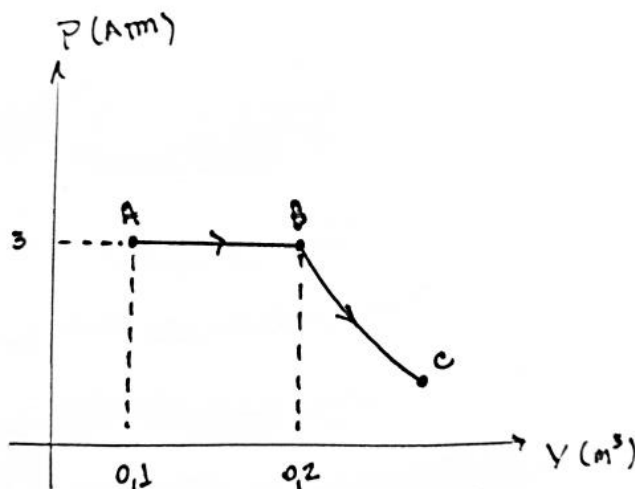
Dados:  $1 \text{ atm} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$ ,  $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$  e  $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = 1,4$ .

Obs.: suponha que o ar nestas condições possa ser considerado como gás ideal.

#### Comentários:

a)

Com as informações do enunciado podemos montar o seguinte diagrama:



O Trabalho total é a somatória de todos os trabalhos dos processos:

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{AB} + \tau_{BC} \\ \tau &= (3) \cdot (0,1 \cdot 10^5) + 660000 \\ \tau &= 96.000 \text{ J} \end{aligned}$$

b)

A partir da primeira lei da termodinâmica ( $Q_{entra} = \Delta U + \tau_{pelo\ gás}$ ):

$$Q = \Delta U + \tau = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + 96000$$

Da relação entre as capacidades caloríficas temos:

$$\frac{C_P}{C_V} = 1,4; C_P - C_V = R \text{ (Relação de Mayer)}$$

Desta maneira:

$$C_V = \frac{5}{2}R$$

$$\Delta U_{AB} = n \cdot C_V \cdot \Delta T = \frac{5}{2} \cdot R \cdot n \cdot \Delta T = 0,4 \cdot P \cdot \Delta V = \frac{5}{2} \cdot 300000 \cdot 0,1 = 75.000 \text{ J}$$

$$\Delta U_{BC} = 0 \text{ (Transformação isotérmica)}$$

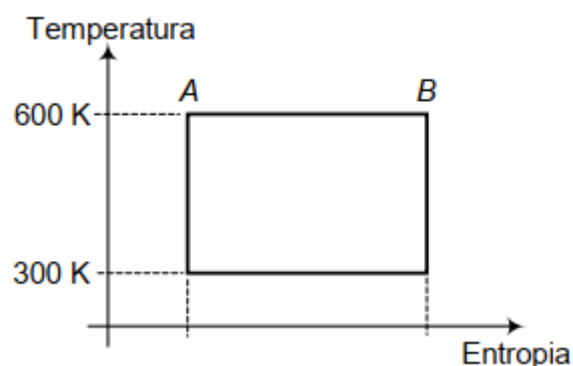
Portanto, o calor é dado por:

$$Q = 75.000 + 96.000 = 171.000 \text{ J}$$

**Gabarito:** a) 96.000 J b) 171.000 J

### 61. (IME – 2008)

Uma máquina térmica opera a 6000 ciclos termodinâmicos por minuto, executando o ciclo de Carnot, mostrado na figura abaixo. O trabalho desta máquina térmica é utilizado para elevar verticalmente uma carga de 1000 kg com velocidade constante de 10 m/s. Determine a variação da entropia no processo AB, representado na figura. Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s<sup>2</sup> e os processos termodinâmicos reversíveis.



### Comentários:

No diagrama acima temos que o trabalho realizado é numericamente igual a área do ciclo. A primeira lei em termos diferenciais é:

$$dQ = dU + d\tau$$

Para um ciclo a variação de energia interna é nula:

$$dU = 0 \Rightarrow \frac{dQ}{T} = \frac{d\tau}{T}$$

Mas temos:



$$dS = \frac{dQ}{T}$$

Portanto,

$$dS = \frac{d\tau}{T} \Rightarrow \tau = \oint T \cdot dS = \text{Área}$$

Assim, para um ciclo acima:

$$\tau = \text{Área} = (600 - 300).$$

Para 6000 ciclos por minuto, temos uma potência de:

$$P = \frac{6000 \cdot \Delta S}{60} = 30000 \cdot \Delta S$$

Para a elevação da carga proposta e, como a força é constante temos:

$$P = F \cdot v = m \cdot g \cdot v = 1000 \cdot 10 \cdot 10 = 30000 \cdot \Delta S$$

$$\Delta S = \frac{10}{3} \text{ J/K}$$

**Gabarito:**  $\frac{10 \text{ J}}{3 \text{ K}}$

---

## 62. (IME -2008)

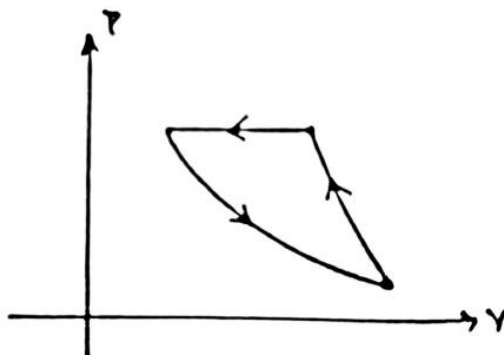
Um gás ideal sofre uma expansão isotérmica, seguida de uma compressão adiabática. A variação total da energia interna do gás poderá ser nula se, dentre as opções abaixo, a transformação seguinte for uma:

- a) compressão isotérmica.
- b) expansão isobárica.
- c) compressão isobárica.
- d) expansão isocórica.
- e) compressão isocórica.

### Comentários:

A variação de energia interna será nula se houver um ciclo fechado. Considerando os dados fornecidos, a única opção viável será uma compressão isobárica.





**Gabarito: C**

### 63. (IME – 2009)

Um industrial possui uma máquina térmica operando em um ciclo termodinâmico, cuja fonte de alimentação advém da queima de óleo combustível a 800 K. Preocupado com os elevados custos do petróleo, ele contrata os serviços de um inventor. Após estudo, o inventor afirma que o uso do óleo combustível pode ser minimizado através do esquema descrito a seguir: um

quarto do calor necessário para acionar a máquina seria originado da queima de bagaço de cana a 400 K, enquanto o restante seria proveniente da queima de óleo combustível aos mesmos 800 K. Ao ser inquirido sobre o desempenho da máquina nesta nova configuração, o inventor argumenta que a queda no rendimento será inferior a 5%. Você julga esta afirmação procedente? Justifique estabelecendo uma análise termodinâmica do problema para corroborar seu ponto de vista. Considere que, em ambas as situações, a máquina rejeita parte da energia para o ar atmosférico, cuja temperatura é 300 K.

#### Comentários:

Em uma máquina térmica reversível de Carnot a variação de entropia total do ciclo é nula. Isso porque, a entropia é uma função de estado.

Assim, a somatória de todas as entropias envolvidas deve ser nula:

Para uma única fonte térmica:

$$\frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_C}{T_C} = 0 \Rightarrow \frac{Q_H}{800} + \frac{Q_C}{300} = 0 \Rightarrow |Q_C| = \frac{3}{8} \cdot |Q_H|$$

O rendimento de Carnot:

$$\eta = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{Q_C}{Q_H} = 1 - \frac{3}{8} = 62,5\%$$

Para duas fontes térmicas:

$$\frac{Q_{H1}}{T_{H1}} + \frac{Q_{H2}}{T_{H2}} + \frac{Q'_C}{T_C} = 0 \Rightarrow \frac{Q_{H1}}{400} + \frac{Q_{H2}}{800} + \frac{Q'_C}{300} = 0$$

Do enunciado:



$$Q_{H1} = \frac{1}{4} \cdot Q_H ; Q_{H2} = \frac{3}{4} \cdot Q_H$$

Substituindo os valores:

$$Q'_C = \frac{15}{32} \cdot Q_H$$

Assim, o rendimento é:

$$\eta' = 1 - \frac{Q'_C}{Q_H} = 1 - \frac{15}{32} \Rightarrow \boxed{\eta' = 53,1\%}$$

**Gabarito:** O rendimento cai 9,4 %, mais que os 5% alegados pelo inventor erroneamente.

#### 64. (IME – 2010)

Atendendo a um edital do governo, um fabricante deseja certificar junto aos órgãos competentes uma geladeira de baixos custo e consumo. Esta geladeira apresenta um coeficiente de desempenho igual a 2 e rejeita  $9/8 \text{ kW}$  para o ambiente externo. De acordo com o fabricante, estes dados foram medidos em uma situação típica de operação, na qual o compressor da geladeira se manteve funcionando durante  $1/8$  do tempo à temperatura ambiente de  $27^\circ\text{C}$ . O edital preconiza que, para obter a certificação, é necessário que o custo mensal de operação da geladeira seja, no máximo, igual a R\$ 5,00 e que a temperatura interna do aparelho seja inferior a  $8^\circ\text{C}$ . O fabricante afirma que os dois critérios são atendidos, pois o desempenho da geladeira é  $1/7$  do máximo possível. Verifique, baseado nos princípios da termodinâmica, se esta assertiva do fabricante está tecnicamente correta. Considere que a tarifa referente ao consumo de  $1 \text{ kWh}$  é R\$ 0,20.

#### Comentários:

Considerando o coeficiente de desempenho como a razão entre o calor retirado dos alimentos e o trabalho elétrico temos:

$$k_{real} = \frac{1}{7} \cdot k_{max} = 2 \Rightarrow k_{max} = 14$$

$$k_{max} = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{T_C}{300 - T_C} = 14$$
$$T_C = 280 \text{ K}$$

Dessa forma, qualquer outro coeficiente de performance levará a uma temperatura interna do refrigerador, menor que 280 K.

Para o desempenho real da geladeira:

$$k' = k_{real} + 1 = 2 + 1 = 3$$

Através de  $k'$ , conseguimos calcular a potência elétrica consumida pela geladeira.

$$k' = \frac{Q_H}{\tau} \Rightarrow 3 = \frac{9}{8} \Rightarrow \tau = \frac{3}{8} \text{ kW}$$



O gasto em um mês:

$$C = \tau \cdot \Delta t \cdot Tarifa = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{8} \cdot 30 \cdot 24 \cdot 0,2$$
$$C = R\$ 6,75$$

Portanto, excede:

$$\boxed{R\$ 1,75}$$

**Gabarito:** A geladeira, nas condições reais, excede em R\$ 1,75 o custo máximo anunciado.

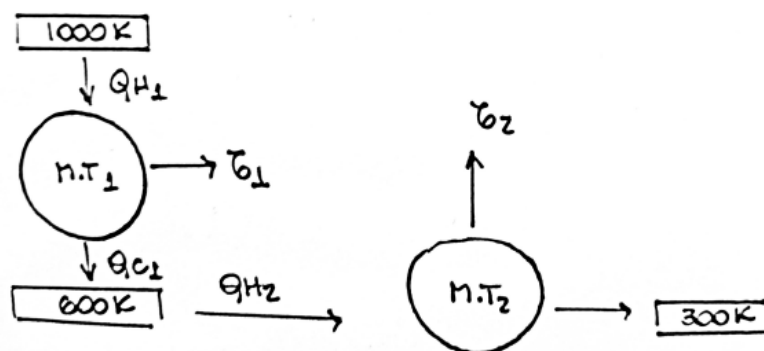
### 65. (IME – 2012)

Em visita a uma instalação fabril, um engenheiro observa o funcionamento de uma máquina térmica que produz trabalho e opera em um ciclo termodinâmico, extraíndo energia de um reservatório térmico a  $1000\text{ K}$  e rejeitando calor para um segundo reservatório a  $600\text{ K}$ . Os dados de operação da máquina indicam que seu índice de desempenho é  $80\%$ . Ele afirma que é possível racionalizar a operação acoplando uma segunda máquina térmica ao reservatório de menor temperatura e fazendo com que esta rejeite calor para o ambiente, que se encontra a  $300\text{ K}$ . Ao ser informado de que apenas  $60\%$  do calor rejeitado pela primeira máquina pode ser efetivamente aproveitado, o engenheiro argumenta que, sob estas condições, a segunda máquina pode disponibilizar uma quantidade de trabalho igual a  $30\%$  da primeira máquina. Admite-se que o índice de desempenho de segunda máquina, que também opera em um ciclo termodinâmico, é metade do da primeira máquina. Por meio de uma análise termodinâmica do problema, verifique se o valor de  $30\%$  está correto.

Observação: o índice de desempenho de uma máquina térmica é a razão entre o seu rendimento real e o rendimento máximo teoricamente admissível.

#### Comentários:

Para a primeira máquina térmica temos:



O primeiro índice de desempenho é dado por:

$$I_1 = \frac{\eta_{real-1}}{\eta_{max-1}} = 0,8$$

O rendimento máximo (Carnot) é dado por:



$$\eta_{max-1} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{600}{1000} = 40\%$$

Portanto, para a primeira máquina:

$$0,8 = \frac{\eta_{real-1}}{40\%}$$

$$\eta_{real-1} \cong 32\%$$

Para a segunda máquina térmica, o segundo índice de desempenho é dado por:

$$I_2 = \frac{I_1}{2} = 0,4$$

O rendimento máximo (Carnot) é dado por:

$$\eta_{max-2} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{600} = 50\%$$

Portanto, para a primeira máquina:

$$0,4 = \frac{\eta_{real-2}}{50\%}$$

$$\eta_{real-2} \cong 20\%$$

O trabalho realizado pelas máquinas 1 e 2 são:

$$\tau_1 = \eta_{real-1} \cdot Q_{1H} \Rightarrow \tau_1 = 32\% \cdot (\tau_1 + Q_{1C}) \Rightarrow \tau_1 = 0,47 \cdot Q_{1C}$$

$$\tau_2 = \eta_{real-2} \cdot Q_{2H} \Rightarrow \tau_2 = 20\% \cdot 60\% \cdot Q_{1C} \Rightarrow \tau_2 = 0,12 \cdot Q_{1C}$$

A razão verdadeira entre os trabalhos é dada por:

$$\boxed{\frac{\tau_2}{\tau_1} = 25,5\%}$$

Portanto, o valor está incorreto.

**Gabarito:** 30 % está incorreto, valor verdadeiro é de 25,5 %.

### 66. (IME – 2017)

Um gás ideal e monoatômico contido em garrafa fechada com  $0,1 \text{ m}^3$  está inicialmente a  $300 \text{ K}$  e a  $100 \text{ kPa}$ . Em seguida, esse gás é aquecido, atingindo  $600 \text{ K}$ . Nessas condições, o calor fornecido ao gás, em kJ, foi:

- a) 5
- b) 10
- c) 15
- d) 30
- e) 45



### Comentários:

Como se trata de um gás ideal, temos a equação de Clapeyron:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \Rightarrow 100 \cdot 10^3 \cdot 0,1 = n \cdot R \cdot 300 \Rightarrow n \cdot R = \frac{100}{3}$$

Como a garrafa é fechada e indeformável (por simplificação), o trabalho realizado/recebido pelo gás é nulo. Através da primeira lei da termodinâmica:

$$Q = \Delta U + \tau = n \cdot C_V \cdot \Delta T + 0 = n \cdot \frac{3R}{2} \cdot \Delta T \Rightarrow Q = \frac{100}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot 300$$

$$\boxed{Q = 15 \text{ kJ}}$$

### Gabarito: C

---

#### 67. (IME – 2017)

Um pesquisador recebeu a incumbência de projetar um sistema alternativo para o fornecimento de energia elétrica visando ao acionamento de compressores de geladeiras a serem empregadas no estoque de vacinas. De acordo com os dados de projeto, a temperatura ideal de funcionamento da geladeira deve ser  $4^\circ\text{C}$  durante 10 horas de operação contínua, sendo que a mesma possui as seguintes dimensões:  $40 \text{ cm}$  de altura,  $30 \text{ cm}$  de largura e  $80 \text{ cm}$  de profundidade. Após estudo, o pesquisador recomenda que, inicialmente, todas as faces da geladeira sejam recobertas por uma camada de  $1,36 \text{ cm}$  de espessura de um material isolante, de modo a se ter um melhor funcionamento do dispositivo. Considerando que este projeto visa a atender comunidades remotas localizadas em regiões com alto índice de radiação solar, o pesquisador sugere empregar um painel fotovoltaico que converta a energia solar em energia elétrica. Estudos de viabilidade técnica apontam que a eficiência térmica da geladeira deve ser, no mínimo, igual a 50% do máximo teoricamente admissível. Baseado em uma análise termodinâmica e levando em conta os dados abaixo, verifique se a solução proposta pelo pesquisador é adequada.

Dados:

- Condutividade térmica do material isolante:  $0,05 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ ;
- Temperatura ambiente da localidade:  $34^\circ\text{C}$ ;
- Insolação solar média na localidade:  $18 \text{ MJ/m}^2$ , em 10 horas de operação contínua;
- Rendimento do painel fotovoltaico: 10%;
- Área do painel fotovoltaico:  $2 \text{ m}^2$ .

### Comentários:

Para um refrigerador o coeficiente de desempenho é dado pela seguinte razão:

$$k = \frac{Q_C}{\tau} = \frac{Q_C}{Q_H - Q_C}$$





Para um refrigerador de Carnot a igualdade torna-se:

$$k_{m\acute{a}x} = \frac{T_C}{T_H - T_C} = \frac{277}{307 - 277} = 9,23$$

Assim, a viabilidade térmica ( $v$ ) desse refrigerador é:

$$v = 0,5 \cdot 9,23 = 4,62$$

O fluxo de calor através desse refrigerador pode ser moldado pela Lei de Fourier:

$$\phi = \frac{K \cdot A \cdot \Delta T}{e} = \frac{Q}{\Delta t}$$
$$\frac{Q}{\Delta t} = \frac{0,05 \cdot 1,36 \text{ (m}^2\text{)} \cdot (34 - 4) \text{ (}^\circ\text{C)}}{0,0136 \text{ (m)}} = \frac{Q}{10 \cdot 60 \cdot 60}$$
$$Q = 5,4 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Esse calor  $Q$  é o calor que flui de fora para dentro.

A potência gerada pelo painel fotovoltaico é:

$$\tau = (\text{rendimento}) \cdot A \cdot I = (0,1) \cdot (2) \cdot (18 \cdot 10^6) = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Para calcular o calor rejeitado utilizamos o conceito de viabilidade térmica:

$$v = \frac{Q_F}{\tau} = \frac{Q_F}{3,6 \cdot 10^6 \text{ J}} \Rightarrow Q_F = 16,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Note que o calor rejeitado pela fonte é maior que o calor fornecido. Assim, o processo não é viável.

**Gabarito:** O coeficiente de desempenho corresponde a 16 % do máximo possível. Logo, a solução não é adequada.

### 68. (IME – 2018)

Considere as afirmações abaixo, relativas a uma máquina térmica que executa um ciclo termodinâmico durante o qual há realização de trabalho.

**Afirmação I.** se as temperaturas das fontes forem  $27^\circ\text{C}$  e  $427^\circ\text{C}$ , a máquina térmica poderá apresentar um rendimento de 40 %.

**Afirmação II.** Se o rendimento da máquina for 40 % do rendimento ideal para temperaturas das fontes iguais a  $27^\circ\text{C}$  e  $327^\circ\text{C}$  e se o calor rejeitado pela máquina for 0,8 kJ, o trabalho realizado será 1,8 kJ.

**Afirmação III.** Se a temperatura de uma das fontes for  $727^\circ\text{C}$  e se a razão entre o calor rejeitado pela máquina e o calor recebido for 0,4 a outra fonte apresentará uma temperatura de  $-23^\circ\text{C}$  no caso de o rendimento da máquina ser 80% do rendimento ideal.

Está(ão) correta(s) a(s) seguinte(s) afirmação(ões):

a) I, apenas.



- b) I e II, apenas.
- c) II e III, apenas.
- d) I e III, apenas.
- e) III, apenas.

**Comentários:**

I) CORRETA.

Para o rendimento de uma máquina térmica de Carnot temos:

$$\eta_{m\acute{a}x} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{300}{700} = 57,1\%$$

Como o rendimento de Carnot é o máximo atingido, 40% é um valor válido.

II) FALSA.

$$\eta_{m\acute{a}x} = 1 - \frac{300}{600} = 1/2$$

O rendimento real é dado por:

$$\eta = 0,4 \cdot \eta_{m\acute{a}x} = 0,2$$

Para o rendimento real temos:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} \Rightarrow 0,2 = 1 - \frac{0,8 \text{ kJ}}{|Q_H|} \Rightarrow |Q_H| = 1 \text{ kJ}$$

Da conservação da energia nas máquinas térmica:

$$|Q_H| = |Q_C| + \tau$$

$$\boxed{\tau = 0,2 \text{ kJ}}$$

Portanto, a afirmação é falsa.

III) CORRETA.

Do enunciado  $\frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 0,4$  e, portanto:

$$\eta = 1 - \frac{|Q_C|}{|Q_H|} = 1 - 0,4 = 0,6$$

O rendimento de Carnot é dado por:

$$\eta_{m\acute{a}x} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = \frac{\eta}{0,8} = \frac{0,6}{0,8} \Rightarrow \boxed{\frac{T_C}{T_H} = 0,25}$$

**Gabarito: D**

69. (IME – 2018)



Durante um turno de 8 horas, uma fábrica armazena 200 kg de um rejeito na fase vapor para que posteriormente seja liquefeito e estocado para descarte seguro. De modo a promover uma melhor eficiência energética da empresa, um inventor propõe o seguinte esquema: a energia proveniente do processo de liquefação pode ser empregada em uma máquina térmica que opera em um ciclo termodinâmico de tal forma que uma bomba industrial de potência 6,4 HP seja acionada continuamente 8 horas por dia. Por meio de uma análise termodinâmica, determine se a proposta do inventor é viável, tomando como base os dados abaixo.

Dados:

- calor latente do rejeito:  $2 \cdot 160 \text{ kJ/kg}$ ;
- temperatura do rejeito antes de ser liquefeito:  $127 \text{ }^\circ\text{C}$ ;
- temperatura do ambiente onde a máquina térmica opera:  $27 \text{ }^\circ\text{C}$ ;
- rendimento da máquina térmica: 80% do máximo teórico;
- perdas associadas ao processo de acionamento da bomba: 20%; e
- $1 \text{ HP} = 3/4 \text{ kW}$ .

### Comentários:

Primeiramente, encontra-se a quantidade de calor que pode ser gerada a partir de 200 Kg de vapor:

$$Q = m \cdot L = 200 \cdot (-2160) = -432000 \text{ kJ}$$

A máquina térmica apresenta um rendimento:

$$\eta = 0,8 \cdot \eta_{carnot}$$
$$\eta = 0,8 \cdot \left(1 - \frac{T_C}{T_H}\right) = 0,8 \cdot \left(1 - \frac{300}{400}\right) = 20\%$$

Em uma máquina térmica, sabemos que:

$$\tau = \eta \cdot Q_H = 0,2 \cdot 432000 = 86400 \text{ kJ}$$

O enunciado diz que há perde de 20 % dessa energia:

$$E = 0,8 \cdot \tau = 69120 \text{ kJ}$$

Após 8 horas de uso:

$$Potência = \frac{E}{\Delta t} = \frac{69120000 \text{ J}}{8 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 2400 \text{ W}$$

A potência em HP será:

$$Pot_{HP} = \frac{2400}{750} = \boxed{3,2 \text{ HP}}$$

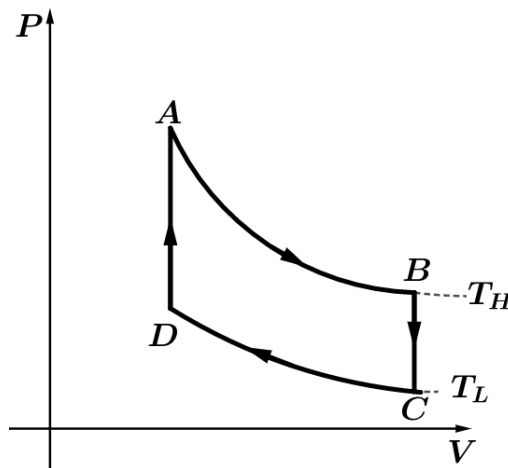
Desta maneira a proposta não é válida! Isso porque, apenas 50 % da potência será entregue.



**Gabarito:** Proposta inviável.

70.

Considere o ciclo de Sterling mostrado na figura abaixo, que é composto por duas isocóricas e duas isotérmicas. Para esse ciclo, calcule o rendimento do ciclo em função do rendimento de Carnot, do calor específico a volume constante, e dos volumes máximos e mínimos.



**Comentários:**

Trabalho dos processos isotérmicos:

$$\tau_1 = n \cdot R \cdot T_H \cdot \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right)$$

$$\tau_2 = n \cdot R \cdot T_L \cdot \ln \left( \frac{V_D}{V_C} \right)$$

O trabalho total é a soma dos trabalhos:

$$\tau = n \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right) (T_H - T_L)$$

O calor absorvido ("calor quente") é dado por:

$$Q_H = n \cdot R \cdot T_H \cdot \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right) + n \cdot C_V \cdot (T_H - T_L)$$

O rendimento é dado pela razão:

$$\eta = \frac{\tau}{Q_H} = \frac{n \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right) (T_H - T_L)}{n \cdot R \cdot T_H \cdot \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right) + n \cdot C_V \cdot (T_H - T_L)} = \frac{n \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right) \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right)}{n \cdot R \cdot \ln \left( \frac{V_C}{V_D} \right) + n \cdot C_V \cdot \left(1 - \frac{T_L}{T_H}\right)}$$

$$\boxed{\eta = \frac{\eta_C}{\frac{C_V \cdot \eta_C}{R \cdot \ln \frac{V_C}{V_D}} + 1}}$$



**Gabarito:**  $\eta = \frac{\eta_C}{\frac{c_V \cdot \eta_C}{R \cdot \ln \frac{V_C}{V_D}} + 1}$

---



## 7. Considerações Finais da Aula

Chegamos ao final da nossa aula. Revise todos os conceitos apresentados nessa aula, faça pequenos resumos sobre cada tópico estudado.

Essa aula foi bem densa, com muitos conceitos de difícil entendimento e que exigem muita abstração. Estude com calma e muita concentração a segunda lei, máquinas térmicas, reversibilidade, ciclo de Carnot e entropia. O ITA e o IME gostam desses temas, principalmente o ITA com questões puramente teóricas.

Nessa aula, utilizamos bastante noções de Cálculo. Fizemos isso apenas para melhor fundamentar nossas explicações. Se você não é familiarizado com essa parte da matemática, não se preocupe. Nosso objetivo é você saber os resultados e como aplicar a teoria na sua resolução no vestibular.

Conte comigo nessa jornada. Quaisquer dúvidas, críticas ou sugestões entre em contato pelo fórum de dúvidas do Estratégia ou se preferir:



 @proftoniburgatto



## 8. Referências bibliográficas

- [1] Calçada, Caio Sérgio. Física Clássica volume 3. 2. Ed. Saraiva Didáticos, 2012. 357p.
- [2] Bukhovtsev, B.B. Krivtchenkov, V.D. Miakishev, G.Ya. Saraeva, I. M. Problemas Seleccionados de Física Elementar. 1 ed. MIR, 1977.518p.
- [3] Newton, Gualter, Helou. Tópicos de Física volume 2. 16ª ed. Saraiva, 1993. 512p.
- [4] Toledo, Nicolau, Ramalho. Os Fundamentos da Física volume 2. 9ª ed. Moderna. 532p.
- [5] Resnick, Halliday, Jearl Walker. Fundamentos de Física volume 2. 10ª ed. LTC. 297p.
- [6] Paul A. Tipler, Gene Mosca. Física para Cientistas e Engenheiros volume 2. 5ª ed. LTC, 2006. 499 f.
- [7] V. Zubov, V. Shalnov. Problem in Physics. 2ª ed MIR, 1985. 301p.



## 9. Versão de aula

Versão de Aula	Data da última atualização
1.0	16/07/2019

