Estratégia Militares

Aula 06

FUNÇÃO QUADRÁTICA

EsPCEx - 2020

Prof. Ismael Santos

Sumário

1 – Introdução

A Função Quadrática é uma das funções mais importantes da nossa querida Matemática. Ressalto que seu gráfico descreve uma curva chamada de parábola, que serve, por exemplo, para descrever um lançamento de um objeto lançado obliquamente no ar.

Para sua prova, reconhecer uma função quadrática é muito importante, pois são nelas que se faz necessário os cálculos de máximos e mínimos da função.

Na aula anterior, batemos o estudo das equações e inequações, partes que ajudam sobremaneira num bom aprendizado desta aula. Sem mais, vamos que vamos.

2 –Função Quadrática

1 - Conceito

Uma função de reais em reais $(f:\mathbb{R}\to\mathbb{R})$ é dita quadrática quando sua lei de formação é definida por:

$$f(x)=ax^2+bx+c$$

Onde a,b,c são coeficientes, com $a\neq 0$.

Destaco que a função quadrática também pode ser chamada de função polinomial do 2º grau e que seu gráfico é representado por uma parábola.

Lembra da Função Afim? Pois é! Ela tem uma ligação direta com a equação do 1º grau.

A função quadrática, por sua vez, tem uma ligação direta com a equação do 2º grau. Assim, a solução de uma função quadrática também utiliza a fórmula de “Báskara” para encontrar as raízes.

$$f(x) = ax^2 + bx + c \therefore x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}; \Delta = b^2 - 4ac$$

2 – Raízes da Função Quadrática

Para encontrarmos as raízes de uma função quadrática da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, devemos fazer $f(x) = 0$

Assim: $ax^2 + bx + c = 0$

Utilizando a fórmula de “Báskara”, temos:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Exemplo:

a) Encontre as raízes da função $f(x) = x^2 - 5x + 6$

Comentário:

$$f(x) = x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4.(1).(6)$$
$$\Delta = 25 - 24$$
$$\Delta = 1$$

Logo:

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{1}}{2}$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2}$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2}$$

$x_1 = 3; x_2 = 2$

Perceba que, como o Δ possui valor maior que ZERO, a função terá duas raízes distintas.

---

b) Encontre as raízes da função $f(x) = x^2 - 2x + 1$

Comentário:

$$f(x) = x^2 - 2x + 1 = 0$$
$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4.(1).(1)$$
$$\Delta = 4 - 4$$
$$\Delta = 0$$

Logo:

$$x = \frac{-(-2) \pm 0}{2}$$
$$x_1 = \frac{2-0}{2}$$

$$x_2 = \frac{2+0}{2}$$

$x_1 \; e \; x_2 = 2$

Perceba que, como o Δ possui valor igual a ZERO, a função terá suas raízes iguais.

---

c) Encontre as raízes da função $f(x) = x^2 + x + 3$

Comentário:

$$f(x) = x^2 + x + 3 = 0$$
$$x^2 + x + 3 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4.(1).(3)$$
$$\Delta = 1 - 12$$
$$\Delta = -11 \ (negativo)$$

Logo:

A função não possui raiz real.

RELEMBRANDO ALGUNS PONTOS!

Existem algumas relações entre raízes que podem ser achadas utilizando os coeficientes da equação do 2º grau. Este tema cai muito em sua prova, então, **DECORE!!!**

Dada a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, temos que:

✓ **Soma das raízes** $(x_1 + x_2)$

$$S = \frac{-b}{a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como soma de raízes:

$$S = \frac{-b}{a} \Rightarrow -\frac{-5}{1} = 5$$

Logo:

$x_1 + x_2 = 5$

✓ **Produto das raízes** $(x_1.x_2)$

$$P = \frac{c}{a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como produto das raízes:

$$P = \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{6}{1} = 6$$

Logo:

$x_1 . x_2 = 6$

✓ **Diferença das raízes** $(x_1 - x_2)$

$$D = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right|$$

O resultado estando em módulo significa que a diferença é sempre positiva, ou seja, da maior raiz para a menor raiz.

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como diferença entre as raízes:

$$D = \left| \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right| \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{(-5)^2 - 4.(1).(6)}}{1} \right| \Rightarrow \left| \frac{\sqrt{25-24}}{1} \right| \Rightarrow \frac{1}{1} = 1$$

Logo: $|x_1 - x_2| = 1$

✓ **Média aritmética das raízes** $\left(\frac{x_1 + x_2}{2} \right)$

$$M_A = \frac{x_1 + x_2}{2} \Rightarrow \frac{-b}{2a}$$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0,$ possui como média das raízes:

$$M_A = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-(-5)}{2.(1)} \Rightarrow \frac{5}{2} = 2,5$$

Logo:

$M_A = 2,5$

- ✓ **Média geométrica das raízes** $(\sqrt{x_1.x_2})$

$M_G = \sqrt{x_1.x_2} \Rightarrow \sqrt{P}$, sendo $"P"$ o produto das raízes, ou seja, $P = \frac{c}{a}$

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como média geométrica das raízes:

$$M_G = \sqrt{P} \Rightarrow \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{6}{1}} = \sqrt{6}$$

Logo:

$$M_G = \sqrt{6}$$

- ✓ Soma dos inversos das raízes $\left(\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}\right)$

$$S_i = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1.x_2} \Rightarrow \frac{S}{P}$$

Onde:

$"S"$ é a soma e $"P"$ é produto das raízes

Exemplo:

$x^2 - 5x + 6 = 0$, possui como soma dos inversos das raízes:

$$S_i = \frac{S}{P} \Rightarrow \frac{\frac{-b}{a}}{\frac{c}{a}} = \frac{-b}{a}.\frac{a}{c} = \frac{-b}{c} = \frac{-(-5)}{6} = \frac{5}{6}$$

Logo:

$$S_i = \frac{5}{6}$$

Soma dos inversos é DIFERENTE do inverso das somas, pois:

Inverso da soma:

$$\frac{1}{x_1+x_2} \Rightarrow \frac{1}{\frac{-b}{a}} \Rightarrow \frac{-a}{b}$$

Desta forma, temos como exemplo:

$x^2-5x+6=0$, possui como inverso da soma:

$$I_s=\frac{1}{x_1+x_2}=\frac{-a}{b}=\frac{-(1)}{-5}=\frac{1}{5}$$

É impossível descrever todas as possibilidades de cobrança de prova, no entanto, para quaisquer outras você já poderá intuitivamente encontrar a fórmula, a partir das operações soma / subtração / produto, combinadas com produtos notáveis e fatoração.

3 – Forma Fatorada da Função Quadrática

Uma função da forma $f(x)=ax^2+bx+c$, com $a\neq 0$, que possua, por exemplo raízes x_1 e x_2, pode ser escrita na forma fatorada da seguinte maneira:

$$f(x)=a.(x-x_1).(x-x_2)$$

$f(x)\rightarrow$ função quadrática

$x\rightarrow$ variável real

$x_1, x_2\rightarrow$ raízes

Exemplo:

a) Escreva a função quadrática $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$ na forma fatorada.

Comentário:

O primeiro passo deve ser achar as raízes. Logo:

$$2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4.(2).(4)$$
$$\Delta = 36 - 32$$
$$\Delta = 4$$

Assim:

$$x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{4}$$
$$x_1 = \frac{6-2}{4}$$

$$x_2 = \frac{6+2}{4}$$

$x_1 = 1; x_2 = 2$

Assim, a função $y = 2x^2 - 6x + 4$, na forma fatorada, é:

$$f(x) = 2(x-1).(x-2)$$

Nunca esqueça do coeficiente do termo dominante, ou seja, do "a".

Outro ponto importante é que, ao colocar as raízes na forma fatorada, o sinal delas sempre irá trocar.

4 – Gráfico da Função Quadrática

Já sabemos que o gráfico de uma função polinomial do 2º grau é uma parábola.

Vejamos agora suas características:

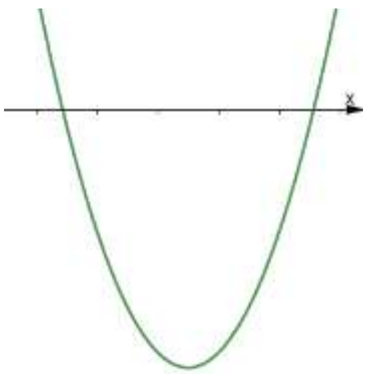
- ✓ **Concavidade da parábola:**

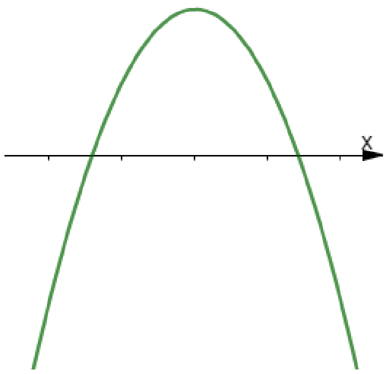
$a > 0$
$(positivo)$

$a < 0$
$(negativo)$

- ✓ **Interseção do gráfico com o eixo OX:**

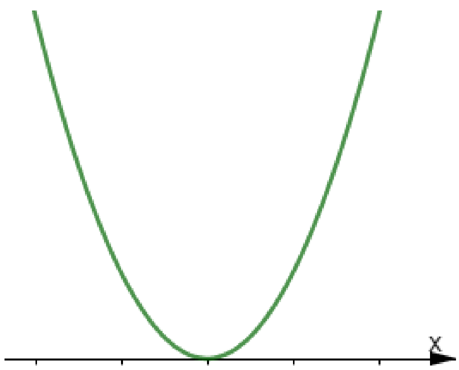
A quantidade de pontos de interseção será igual a quantidade de raízes reais da função. Veja:





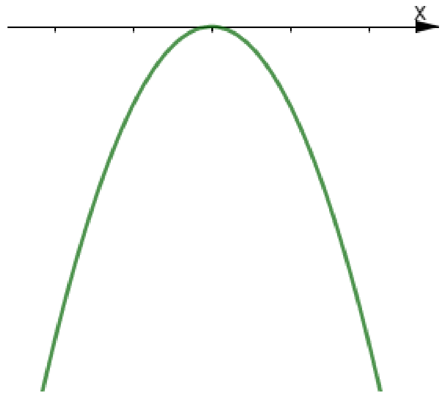
$\Delta > 0; a > 0$
$(duas\ raízes)$

$\Delta > 0; a < 0$
$(duas\ raízes)$



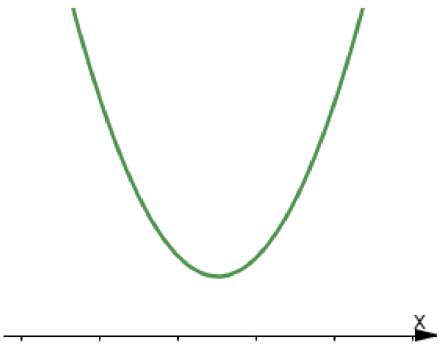
$\Delta = 0; a > 0$

$(uma\ raiz)$



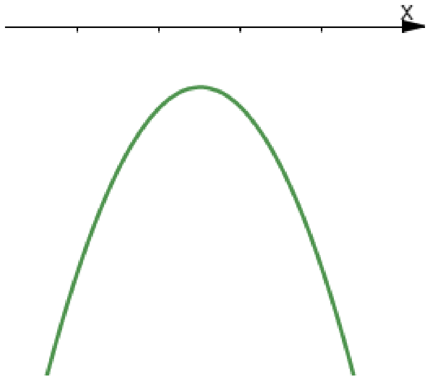
$\Delta = 0; a < 0$

$(uma\ raiz)$



$\Delta < 0; a > 0$

$(nenhuma\ raiz)$

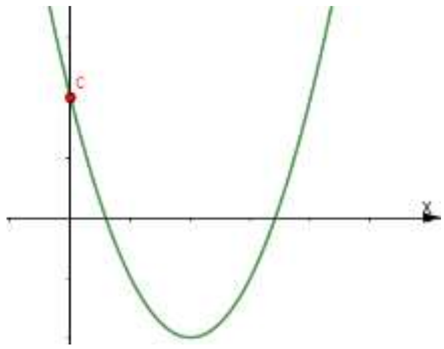


$\Delta < 0; a < 0$

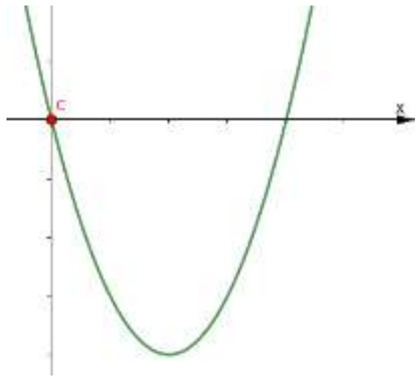
$(nenhuma\ raiz)$

✓ **Interseção do gráfico com o eixo OY:**

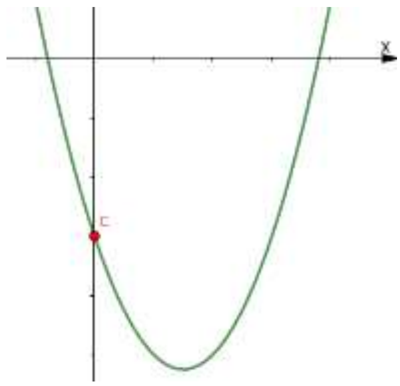
Esse ponto de interseção é responsável por representar o termo independente da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, ou seja, o "c". Veja:



$c > 0$



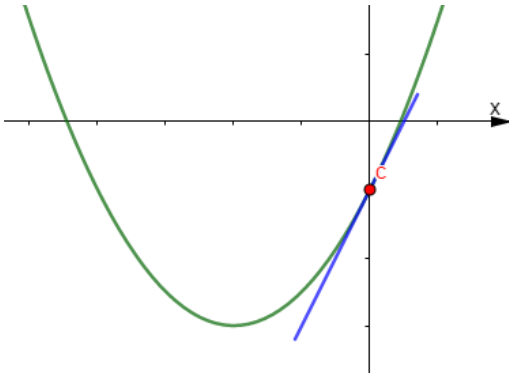
$c = 0$



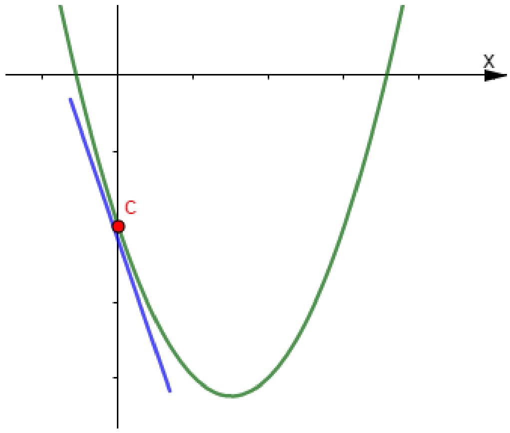
$c < 0$

✓ **Sinal do coeficiente “b”**

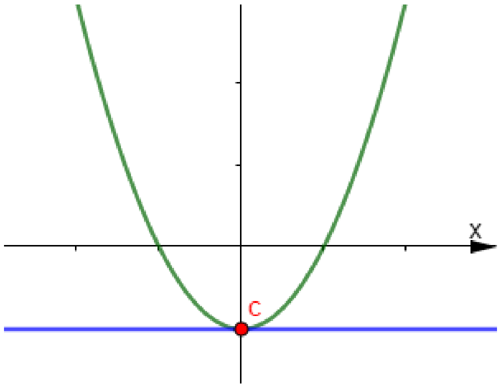
O sinal do coeficiente “b” está ligado à inclinação da reta tangente ao ponto “c”. Veja:



Reta crescente, logo, $b > 0$



Reta decrescente, logo, $b < 0$

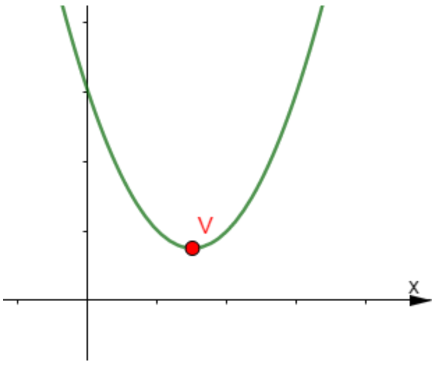


Reta sem inclinação, logo, $b = 0$

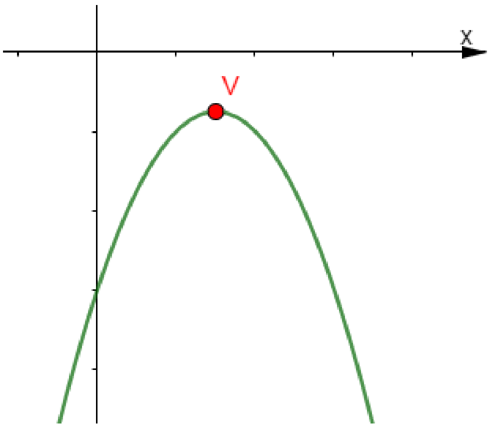
✓ **Vértice da parábola**

O vértice é o par ordenado mais baixo (se $a > 0$) e mais alto (se $a < 0$).

Observe:



$V \rightarrow$ ponto de mínimo $(a > 0)$

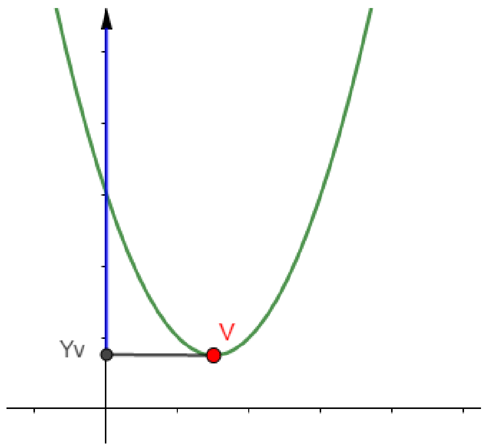


$V \rightarrow$ ponto de máximo $(a < 0)$

Perceba que se o $a>0$, então a função possui um menor valor possível. Por outro lado, se $a<0$, a parábola da função possuirá ponto de máximo, ou seja, a função possui valor maior possível.

5 – Valor de Máximo e Mínimo de Função

Se $a>0$, a parábola $y=ax^2+bx+c$ possui concavidade voltada para cima. Nesse caso, é fácil constatar que existe um valor mínimo assumido por y, que coincide com a ordenada do vértice y_v. Essa ordenada é o valor mínimo da função.

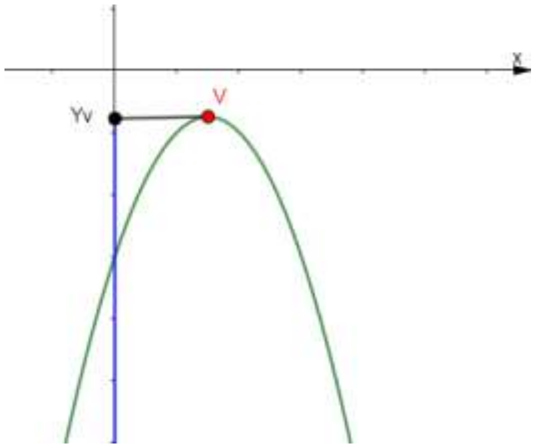


I) $y_v=-\dfrac{\Delta}{4a}$ é o valor mínimo da função.

II) A imagem (Im) da função é dada por:

$$\mathrm{Im}=\left\{y\in\mathbb{R} \,/\, y\geq-\frac{\Delta}{4a}\right\}$$

Se $a<0$, a parábola $y=ax^2+bx+c$ possui convavidade voltada para baixo. Nesse caso, verificamos que existe um valor máximo assumido por y e, analogamente, dizemos que a ordenada do vértice y_v é o valor máximo da função.



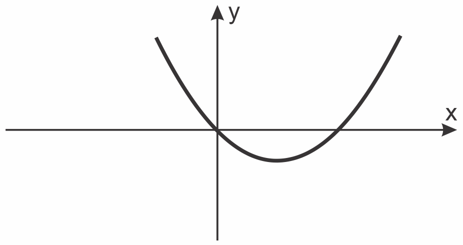
I) $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$ é o valor máximo da função.

II) A imagem (Im) da função é dada por:

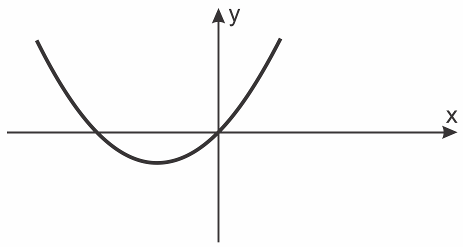
$$\text{Im} = \left\{ y \in \mathbb{R} \,/\, y \leq -\frac{\Delta}{4a} \right\}$$

3 – Lista de Questões

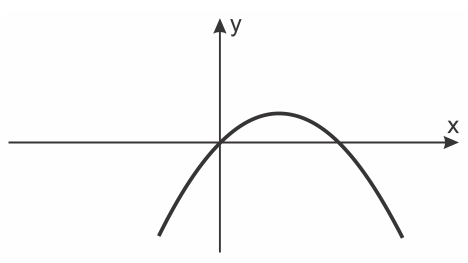
1. (Unicamp 2019) Sejam a e b números reais positivos. Considere a função quadrática $f(x) = x(ax+b)$, definida para todo número real x. No plano cartesiano, qual figura corresponde ao gráfico de $y = f(x)$?

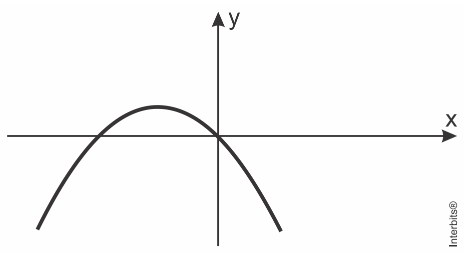


a)



b)

c) 

d) 

---

2. (Uemg 2017) Seja $p(x)$ um polinômio do 2º grau, satisfazendo as seguintes condições:

- -1 e 4 são raízes de $p(x)$.
- $p(5) = -12$.

O maior valor de x para o qual $p(x) = 8$ é

a) 0.

b) 3.

c) 6.

d) 12.

---

3. (Eear 2017) Seja a função $f(x) = 2x^2 + 8x + 5$. Se $P(a, b)$ é o vértice do gráfico de f, então $|a + b|$ é igual a

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

---

4. (col. naval 2017) Seja o número real x tal que $W = \frac{2x^2}{9} - \frac{\sqrt{6}}{6}x + 21.$ Sendo assim, qual o valor de x para que W seja mínimo?

a) $3\sqrt{6}$

b) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$

c) $7\sqrt{9}$

d) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

e) $6\sqrt{6}$

---

5. (Fgv 2017) Um fazendeiro dispõe de material para construir 60 metros de cerca em uma região retangular, com um lado adjacente a um rio.

Sabendo que ele não pretende colocar cerca no lado do retângulo adjacente ao rio, a área máxima da superfície que conseguirá cercar é:

a) $430\ m^2$

b) $440\ m^2$

c) $460\ m^2$

d) $470\ m^2$

e) $450\ m^2$

---

6. (Ufjf-pism 1 2017) É correto afirmar sobre a função quadrática $y = -x^2 + 3x - 1$ que:

a) $f(x)$ é decrescente para $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}.$

b) A concavidade é para cima.

c) $f(x)$ possui três zeros diferentes.

d) $f(x)$ tem como vértice o ponto $\left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right).$

e) O valor máximo de $f(x)$ é $\frac{5}{4}.$

---

7. (Ueg 2017) A temperatura, em graus Celsius, de um objeto armazenado em um determinado local é modelada pela função $f(x) = -\frac{x^2}{12} + 2x + 10,$ com x dado em horas.

A temperatura máxima atingida por esse objeto nesse local de armazenamento é de

a) $0\ °C$

b) $10\ °C$

c) $12\ °C$

d) $22\ °C$

e) $24\ °C$

---

8. (Pucrs 2017) O morro onde estão situadas as emissoras de TV em Porto Alegre pode ser representado graficamente, com algum prejuízo, em um sistema cartesiano, através de uma função polinomial de grau 2 da forma $y = ax^2 + bx + c,$ com a base da montanha no eixo das abscissas.

Para que fique mais adequada essa representação, devemos ter

a) $a > 0$ e $b^2 - 4ac > 0$

b) $a > 0$ e $b^2 - 4ac < 0$

c) $a < 0$ e $b^2 - 4ac < 0$

d) $a < 0$ e $b^2 - 4ac > 0$

e) $a < 0$ e $b^2 - 4ac = 0$

---

9. (Ifal 2017) Em uma partida de futebol, um dos jogadores lança a bola e sua trajetória passa a obedecer à função $h(t) = 8t - 2t^2,$ onde h é a altura da bola em relação ao solo medida em metros e t é o intervalo de tempo, em segundos, decorrido desde o instante em que o jogador chuta a bola. Nessas condições, podemos dizer que a altura máxima atingida pela bola é

a) $2\ m.$

b) $4\ m.$

c) $6\ m.$

d) 8 m.

e) 10 m.

---

10. (Efomm 2016) De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática $L = R - C$, onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria produziu x peças e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(x) = x^2 - 500x + 100$ e a receita representada por $R(x) = 2000x - x^2$. Com base nessas informações, determine o número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo.

a) 625

b) 781150

c) 1000

d) 250

e) 375

---

11. (Espm 2016) O lucro (em reais) obtido com a produção e venda de x unidades de um certo produto é dado pela função $L = k \cdot (x + 10) \cdot (x - 50)$, onde k é uma constante negativa. Podemos avaliar que o maior lucro possível será obtido para x igual a:

a) 24

b) 22

c) 15

d) 20

e) 18

---

12. (Ifal 2016) Analisando a função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 12$, podemos afirmar que seu valor mínimo é

a) 12.

b) 4.

c) 0.

d) -4.

e) -12.

---

13. (Ufjf-pism 1 2016) Uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ assume valor máximo igual a $2,$ em $x = 3.$ Sabendo-se que 0 é raiz da função $f,$ então $f(5)$ é igual a:

a) $-\frac{2}{9}$

b) 0

c) 1

d) $\frac{10}{9}$

e) $\frac{4}{3}$

---

14. (Ifsul 2016) Considere o movimento de um corpo atirado ou jogado verticalmente para cima, sendo modelado de acordo com a equação $y = -20x^2 + 50x,$ em que y representa a altura, em metros, alcançada por esse corpo em x segundos depois de ser arremessado.

Dessa forma, a altura máxima atingida por esse corpo e o tempo em que permanece no ar, respectivamente, são

a) $31{,}25\text{ m}$ e $2{,}5\text{ s}.$

b) $1{,}25\text{ m}$ e $2{,}5\text{ s}.$

c) $31{,}25\text{ m}$ e $1{,}25\text{ s}.$

d) $2{,}5\text{ m}$ e $1{,}25\text{ s}.$

---

15. (Ifce 2016) A soma dos quadrados das coordenadas do vértice da parábola de equação $y = x^2 - 6x + 8$ é igual a

a) 10.

b) 20.

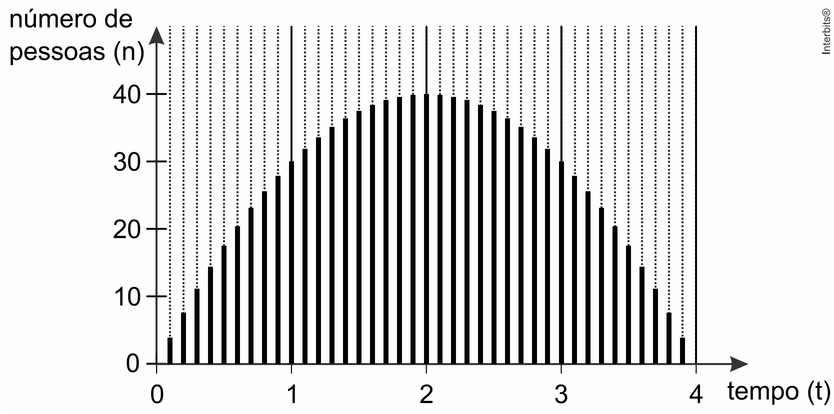
c) 2.

d) 36.

e) 14.

---

16. (Insper 2015) O número n de pessoas presentes em uma festa varia ao longo do tempo t de duração da festa, em horas, conforme mostra o gráfico a seguir.



Das opções abaixo, aquela que melhor descreve a função $n(t)$ é

a) $n(t) = -10t^2 + 4t + 50.$

b) $n(t) = -10t^2 + 40t + 50.$

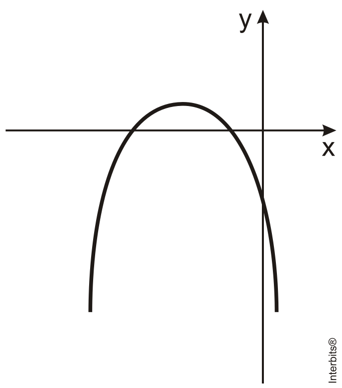
c) $n(t) = -10t^2 + 4t.$

d) $n(t) = -t^2 + 40t.$

e) $n(t) = -10t^2 + 40t.$

---

17. (Unifor 2014) Na figura abaixo, temos a representação geométrica do gráfico de uma parábola, cuja equação é $y = ax^2 + bx + c.$



Para esta parábola representada no gráfico abaixo, os sinais dos produtos $a \cdot b,$ $a \cdot c$ e $b \cdot c$ são, respectivamente

a) negativo, negativo e positivo.

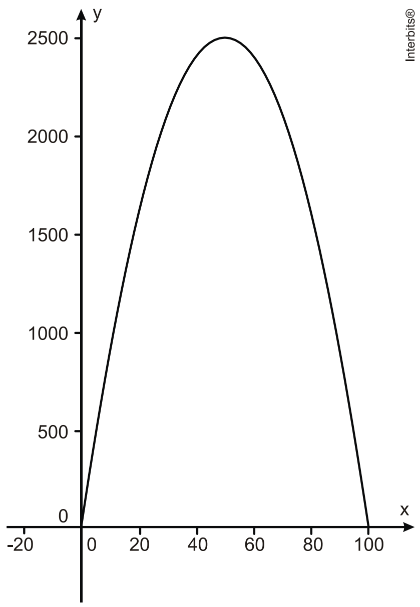
b) negativo, positivo e negativo.

c) negativo, negativo e negativo.

d) positivo, positivo e positivo.

e) positivo, negativo e negativo.

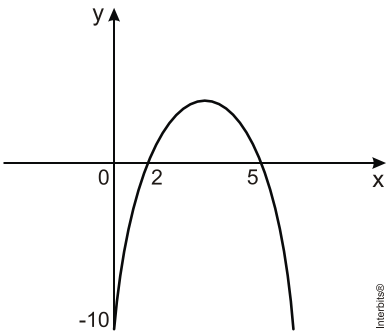
18. (Ifsc 2012) A receita obtida pela venda de um determinado produto é representada pela função $R(x) = -x^2 + 100x$, onde x é a quantidade desse produto. O gráfico da referida função é apresentado abaixo.



É **CORRETO** afirmar que as quantidades a serem comercializadas para atingir a receita máxima e o valor máximo da receita são, respectivamente,

a) 50 e 2.000.
b) 25 e 2.000.
c) 100 e 2.100.
d) 100 e 2.500.
e) 50 e 2.500.

19. (Uern 2012) Seja uma função do 2º grau $y = ax^2 + bx + c$, cujo gráfico está representado a seguir.



A soma dos coeficientes dessa função é

a) – 2.

b) – 3.

c) – 4.

d) – 6.

---

20. (Cftmg 2012) Na função $f:\{0,1,2,3\}\rightarrow\mathbb{Z},$ definida por f(x) = x^2 + 2x – 5,

a) o domínio de f(x) é $\mathbb{Z}$.

b) a imagem de x = –1 é igual a –2.

c) o conjunto imagem de f(x) é {0, 1, 2, 3}.

d) o conjunto imagem de f(x) é {–5, –2, 3, 10}.

---

21. (Ifce 2011) Sabendo-se que a expressão ax^2+bx+c, onde a, b e c são números reais, é positiva, para qualquer x real, é correto afirmar-se que

a) $a>0$ e $b^2>4ac.$

b) $a>0$ e $b^2<4ac.$

c) $a<0$ e $b^2>4ac.$

d) $a<0$ e $b^2<4ac.$

e) $a<0$ e $b^2\leq 4ac.$

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 22

Sejam f e g funções de A em $\mathbb{R}$, definidas por $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ e $g(x)=\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$. Nessas condições pode-se afirmar que $f=g$ se:

a) $A=\{x\in\mathbb{R}|x<-1$ ou $x-1\}$

b) $A=\{x\in\mathbb{R}|x\neq-1\}$

c) $A=\mathbb{R}$

d) $A=\{x\in\mathbb{R}|x\geq 1\}$

e) $A=\{x\in\mathbb{R}|x<-1\}$

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 23

Seja f uma função real, de variável real, definida por $f(x)=\begin{cases}1, \text{ se } x \text{ for racional}\\ 0, \text{ se } x \text{ for irracional}\end{cases}$. Assim, pode-se afirmar que:

a) $f(\sqrt{2})=f(2)$

b) $f(\sqrt{3})-f(\sqrt{2})=f(1)$

c) $f(3{,}14)=0$

d) $f(\pi)$ é irracional

e) $\sqrt{f(x)}$ é racional para todo x real

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 24

Uma caixa d'água cilíndrica tem capacidade para 500 litros. Quando ela está com 100 litros, um dispositivo eletrônico aciona a abertura de uma torneira que despeja em seu interior 25 litros de água por minuto, desligando-se automaticamente após a caixa estar totalmente cheia. Com base nesses dados e supondo que não há consumo de água durante o enchimento, pode-se concluir que:

a) A quantidade Q de água existente na caixa, em litros, está relacionada ao tempo t, em minutos, contado a partir da abertura da torneira, através da função matemática Q(t) = 500 − 100t.

b) A caixa estará com $\frac{3}{5}$ de sua capacidade após transcorridos 8 minutos desde a abertura da torneira.

c) A quantidade de água existente na caixa e o tempo não podem ser relacionados, pois um não depende do outro.

d) A caixa estará totalmente cheia após transcorridos 20 minutos desde a abertura da torneira.

e) Se a torneira despejasse 20 litros de água por minuto, a caixa estaria totalmente cheia após transcorridos 18 minutos desde a abertura da caixa.

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 25

Sejam as funções reais $f(x)$ e $g(x)$. Se $f(x)=x+2$ e $f(g(x)) = \frac{x}{2}$, pode-se afirmar que a função inversa de $g(x)$ é:

a) $g^{-1}(x)=\dfrac{f(x)}{2}$

b) $g^{-1}(x)=\dfrac{x+4}{2}$

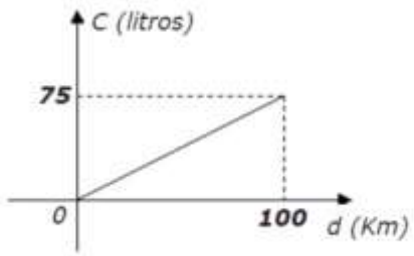
c) $g^{-1}(x)=f(x)$

d) $g^{-1}(x)=2f(x)$

e) $g^{-1}(x)=\dfrac{x-4}{2}$

(EsPCEx-2005) QUESTÃO 26

A quantidade de combustível gasto por um veículo blindado, por quilômetro rodado, está indicada pelo gráfico abaixo. Qual a função que representa o consumo C(*d*) em relação à distância d percorrida?



a) $C(d)=0{,}75d$

b) $C(d)=0{,}25d$

c) $C(d)=1{,}75d$

d) $C(d)=1{,}25d$

e) $C(d)=1{,}20d$

(EsPCEx-2006) QUESTÃO 27

A fim de incentivar o gosto pela corrida, a Seção de Treinamento Físico Militar da Escola Preparatória de Cadetes do Exército criou prêmios com base numa pontuação mensal que estabelece:

• 3 pontos para cada 3000m corridos (até 45000m corridos);

• após 45000m, cada 3000m corridos vale 5 pontos.

Se num mês um determinado aluno fez 100 pontos, então, nesse mês, ele correu:

a) 96 km

b) 86 km

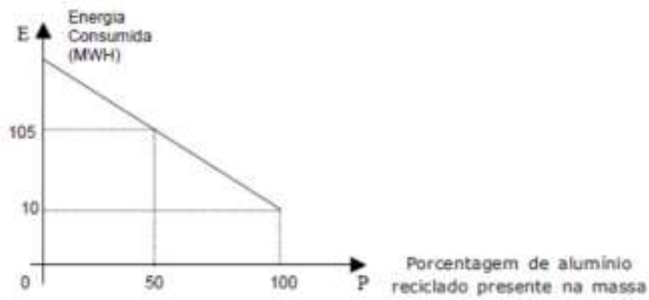
c) 80 km

d) 78 km

e) 76 km

(EsPCEx-2007) QUESTÃO 28

A questão da reciclagem do alumínio ganha cada vez mais importância nos dias atuais, principalmente pelo fato de que a quantidade de energia necessária para se produzir 1 kg de alumínio por meio de reciclagem corresponde a apenas 5% da energia necessária para obter-se esse mesmo kg de alumínio a partir do minério. O gráfico a seguir mostra a quantidade de energia necessária para obter-se certa massa de alumínio em função do percentual de alumínio reciclado existente nessa massa.



Identificando a energia consumida por E e a porcentagem de alumínio reciclado por P, pode-se afirmar que a função que representa esse processo, seu domínio e sua imagem são, respectivamente:

a) $E = -\frac{19}{10}P + 200; [0,100]; [10,200]$

b) $E = -\frac{21}{10}P + 200; [0,100]; [10,200]$

c) $E=-\frac{19}{10}P+200;[0,100];[10,210]$

d) $E=-\frac{21}{10}P+200;[0,100];[10,210]$

e) $E=-\frac{21}{10}P+200;[10,210];[0,100]$.

(EsPCEx-2007) QUESTÃO 29

Dada uma função do 1º grau[1] $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, tal que $f(x)=ax+b;\ a\neq 0;\ a.b\in\mathbb{R}$. A função f é decrescente e seu gráfico corta o eixo das ordenadas no ponto (0, 4). Sabendo-se que a região delimitada pelos eixos coordenados e a representação gráfica de f tem área igual a 20 unidades de área, a soma de *a + b* é igual a:

a) $-\frac{2}{5}$

b) 0

c) $\frac{12}{5}$

d) $\frac{16}{5}$

e) $\frac{18}{5}$

OBS: [1]Apesar de a questão original ter seu texto mantido, é importante criticarmos aqui o termo utilizado pela questão: "função do 1º grau". Trata-se de um termo inadequado, visto que uma função não tem grau. O que tem grau é o polinômio que representa a lei dessa função. Então, devemos referi-la como "função polinomial do 1º grau" (ou simplesmente função afim).

(EsPCEx-2008) QUESTÃO 30

Uma pesquisa sobre produção de biodiesel mostra que os lucros obtidos em função da área plantada, para a mamona e para a soja, são descritos pelas funções a seguir:

• para a mamona, $f(x)=100x-2000$

• para a soja, $g(x) = 120x - 3000$

Em ambos os casos, *x* corresponde ao número de hectares plantados e f(*x*) e g(*x*) aos respectivos lucros obtidos.

Com base nessas informações, é possível afirmar que:

a) o plantio de soja torna-se lucrativo para todas as áreas maiores que 20ha.

b) para um agricultor que vá cultivar 40ha, a opção mais lucrativa é a soja.

c) o plantio de mamona é mais lucrativo que a soja em áreas maiores que 50ha.

d) para uma área de 50ha, as duas culturas apresentam a mesma lucratividade.

e) o plantio da mamona dá prejuízo para todas as áreas menores que 30ha.

(EsPCEx-2009) QUESTÃO 31

Dentre as várias formas de se medir temperatura, destacam-se a escala Celsius, adotada no Brasil, e a escala Fahrenheit, adotada em outros países. Para a conversão correta de valores de temperaturas entre essas escalas, deve-se lembrar que 0 grau, na escala Celsius, corresponde a 32 graus na escala Fahrenheit e que 100 graus, na escala Celsius, correspondem a 212 graus na escala Fahrenheit.

Para se obter um valor aproximado da temperatura, na escala Celsius, correspondente a uma temperatura conhecida na escala Fahrenheit, existe ainda uma regra prática definida por:

“divida o valor da temperatura em Fahrenheit por 2 e subtraia 15 do resultado.”

A partir dessas informações, pode-se concluir que o valor da temperatura, na escala Celsius, para o qual a regra prática fornece o valor correto na conversão é:

a) 10

b) 20

c) 30

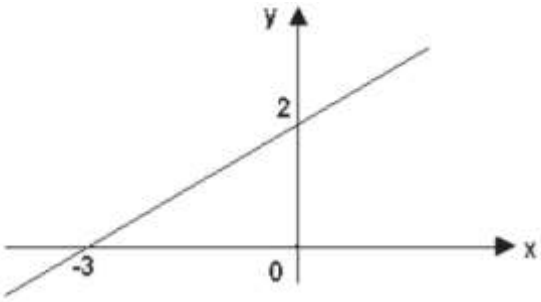
d) 40

e) 50

(EsPCEx-2011) QUESTÃO 32

Considere a função real $f(x)$, cujo gráfico na figura, e a função real $g(x)$, definida por $g(x)=f(x-1)+1$

.



O valor de $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ é:

a) −3

b) −2

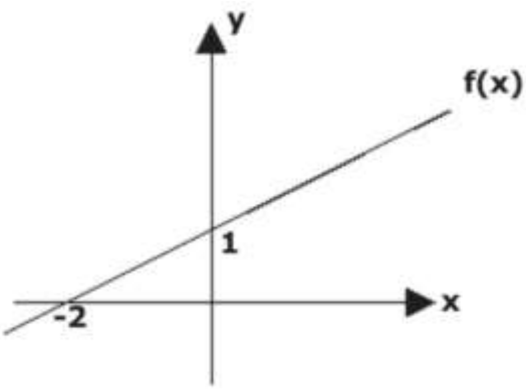
c) 0

d) 2

e) 3

(EsPCEx-2012) QUESTÃO 33

Na figura abaixo está representado o gráfico de uma função real do 1º grau[1] $f(x)$. A expressão algébrica que define a função inversa de $f(x)$ é:



a) $y = \frac{x}{2} + 1$

b) $y = x + \frac{1}{2}$

c) $y = 2x - 2$

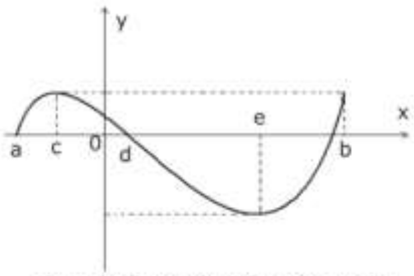
d) $y = -2x + 2$

e) $y = 2x + 2$

OBS: [1]Apesar de a questão original ter seu texto mantido, é importante criticarmos aqui o termo utilizado pela questão: “função do 1º grau”. Trata-se de um termo inadequado, visto que uma função não tem grau. O que tem grau é o polinômio que representa a lei dessa função. Então, devemos referi-la como “função polinomial do 1º grau” (ou simplesmente função afim).

(EsPCEx-2013) QUESTÃO 34

Na figura abaixo está representado o gráfico da função polinomial *f*, definida no intervalo real $[a,b]$



desenho ilustrativo - fora de escala

Com base nas informações fornecidas pela figura, podemos afirmar que:

a) f é crescente no intervalor $[a,0]$.

b) $f(x) \leq f(e)$ para todo x no intervalo $[d,b]$.

c) $f(x) \leq 0$ para todo x no intervalor $[c,0]$.

d) a função f é decrescente no intervalo $[c,e]$.

e) se $x_1 \in [a,c]$ e $x_2 \in [d,e]$ então $f(x_1) < f(x_2)$.

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 35

Sabendo que c e d são números reais, o maior valor de d tal que a função $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definida por $f(x)=\begin{cases}-x+c, \text{para } x\geq d\\ x^2-4x+3, \text{para } x<d\end{cases}$ seja injetora é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 36

Se um retângulo tem base x e perímetro 100, então a área A do retângulo é dada em função de sua base por:

a) $A(x)=x^2-50x; 0<x<50$

b) $A(x)=-x^2+50x; 0<x<50$

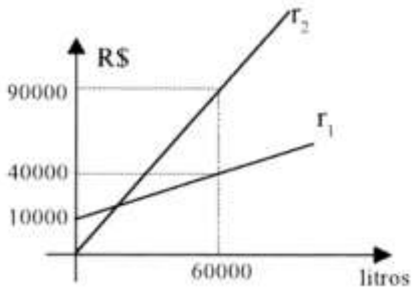
c) $A(x)=-x^2+100x; 0<x<100$

d) $A(x)=2x(x-50); 0<x<50$

e) $A(x)=x(x-100); 0<x<100$

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 37

Uma fábrica produz óleo sob encomenda, de modo que toda produção é comercializada. O custo da produção é composto de duas parcelas. Uma parcela fixa, independente do volume produzido, correspondente a gastos com aluguel, manutenção de equipamentos, salários, etc; a outra parcela é variável, depende da quantidade de óleo fabricado. No gráfico abaixo, fora de escala, a reta r_1 representa o custo de produção, e a reta r_2 descreve o faturamento da empresa, ambos em função do número de litros comercializados.



O valor da parcela fixa do custo e o volume mínimo de óleo a ser produzido para que a empresa não tenha prejuízo são, respectivamente,

a) R$ 10.000,00; 10.000 litros

b) R$ 15.000,00; 18.000 litros

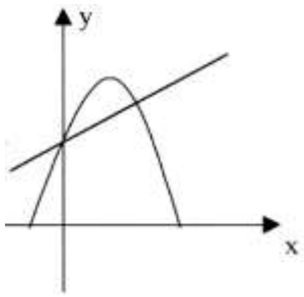
c) R$ 15.000,00; 15.000 litros

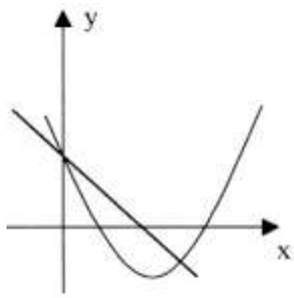
d) R$ 20.000,00; 10.000 litros

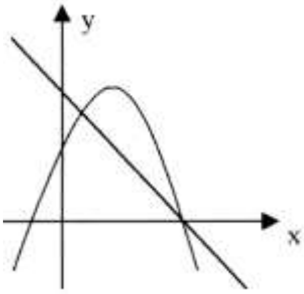
e) R$ 10.000,00; 15.000 litros.

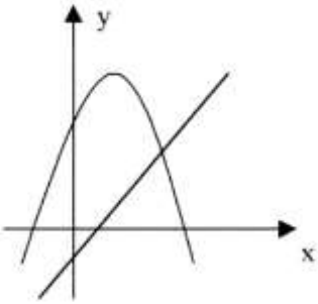
(EsPCEx-2000) QUESTÃO 38

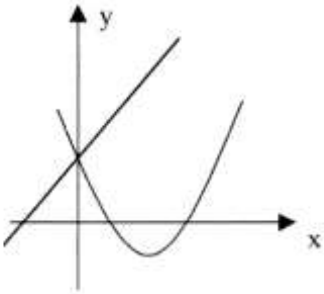
Considere *m*, *n* e *p* números reais não nulos e as funções *f* e *g* de variável real, definidas por $f(x)=mx^2+nx+p$ e $g(x)=mx+p$. A alternativa que melhor representa os gráficos de *f* e *g* é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 39

O conjunto solução da inequação $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{vmatrix} \leq 0$ é:

a) $\{k \in \mathbb{R} | -4 \leq k \leq 1\}$

b) $\{k \in \mathbb{R} | -1 \leq k \leq 4\}$

c) $\{k \in \mathbb{R} | k \leq -1$ ou $k \geq 4\}$

d) $\{k \in \mathbb{R} | k \leq -4$ ou $k \geq 1\}$

e) $\varnothing$

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 40

Pode-se afirmar que a função real $y=\frac{(2x^2-x-1)\cdot(x+3)}{x^2+2x-3}$ após convenientemente simplificada, é equivalente a:

a) $y=2x+1$ para $\mathbb{R}-\{-3,\ 1\}$

b) $y=x^2+1$ para $\mathbb{R}-\{-3,\ 1\}$

c) $y=x-2$ para $\mathbb{R}-\{-3,\ 1\}$

d) $y=x+\frac{1}{2}$ para $\mathbb{R}-\{-3,\ 1\}$

e) $y=3x+1$ para $\mathbb{R}-\{-3,\ 1\}$

(EsPCEx-2001) QUESTÃO 41

Uma função quadrática é tal que seu gráfico intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada −35, suas raízes têm soma igual a 6 e o produto igual a 7. O valor máximo dessa função é:

a) 10

b) −5

c) 100

d) −35

e) 20

(EsPCEx-2001) QUESTÃO 42

Se o domínio da função $f(x)=(x^2-9)\cdot(x^2-4)\cdot x^2$ é $D(f)=\{-3,-2,0,2,3\}$, pode-se dizer que seu conjunto imagem possui:

a) exatamente 5 elementos.

b) exatamente 4 elementos.

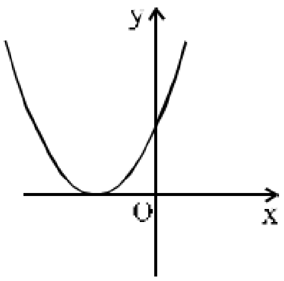
c) um único elemento.

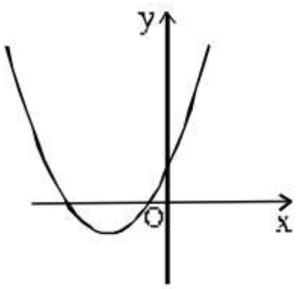
d) exatamente 2 elementos.

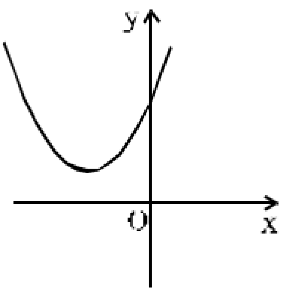
e) exatamente 3 elementos.

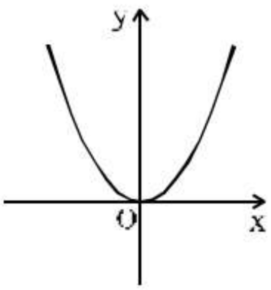
(EsPCEx-2001) QUESTÃO 43

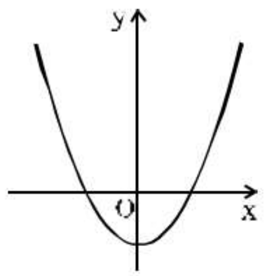
Na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, os números reais e positivos a, b e c são, nesta ordem, termos consecutivos de uma progressão geométrica. A melhor representação gráfica de $f(x)$ é:

a) 

b) 

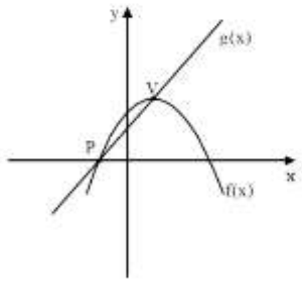
c) 

d) 

e) 

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 44

A figura mostra uma função quadrática, definida por $f(x) = -x^2 + 6x + 7$ a função afim $g(x)$. O ponto V é o vértice da parábola e P é uma raiz da função $f(x)$. O gráfico de $g(x)$ passa por esses dois pontos. O valor da ordenada onde o gráfico da função $g(x)$ corta o eixo *y* é:



a) 2

b) $\frac{7}{2}$

c) 4

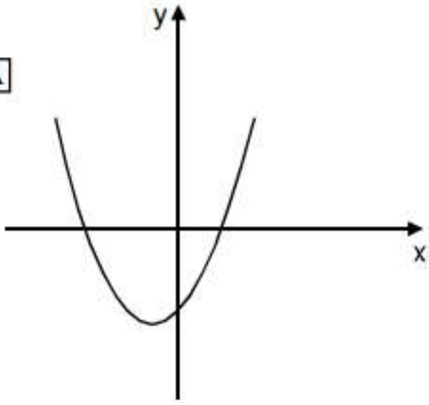
d) $\frac{9}{2}$

e) 6

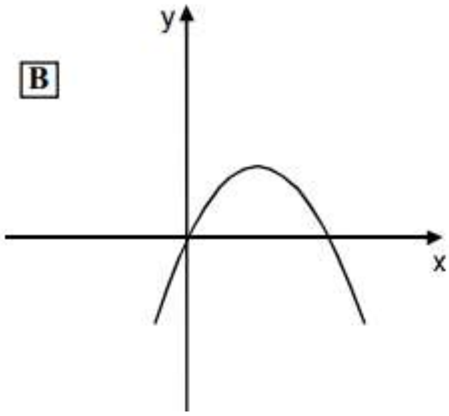
(EsPCEx-2002) QUESTÃO 45

O gráfico que melhor representa a parábola da função $y = px^2 + px - p,\ p \in \mathbb{R}^*$ é:

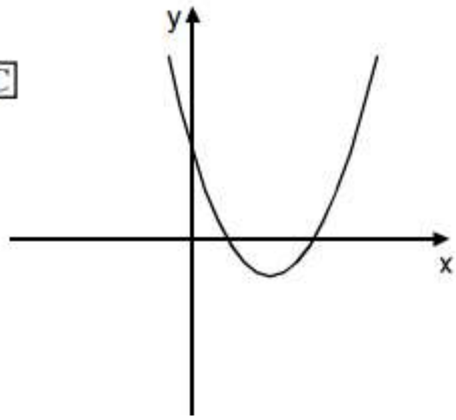
A



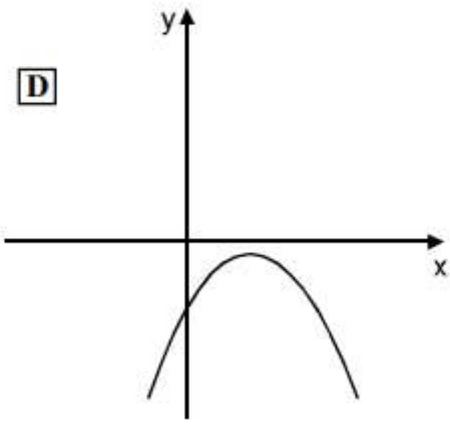
B



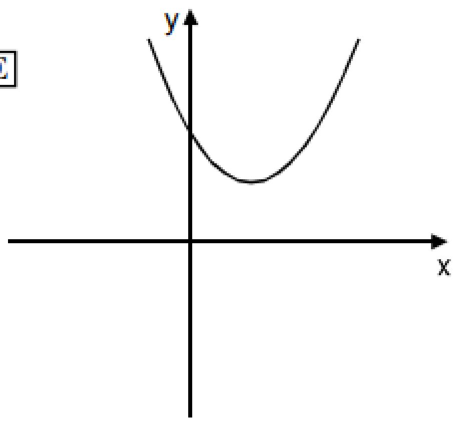
C



D



E



(EsPCEx-2002) QUESTÃO 46

Resolvendo um problema que conduzia a uma equação do segundo grau, um aluno errou ao copiar o valor do termo independente dessa equação e obteve as raízes 7 e 1. Outro aluno errou ao copiar o valor do coeficiente de x da mesma equação e obteve as raízes 3 e 4. Sabendo que esses foram os únicos erros cometidos pelos dois alunos, pode-se afirmar que as raízes corretas da equação são:

a) 3 e 6

b) 2 e 6

c) 2 e 4

d) 3 e 5

e) 4 e 5

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 47

O conjunto-solução da inequação $\frac{x}{x+6} \geq \frac{1}{x-4}$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | x < -6 \text{ ou } x > 4\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} | x < -6 \text{ ou } -1 \leq x < 4 \text{ ou } x \geq 6\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -6 < x < 4\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | -6 < x \leq 1 \text{ ou } x \geq 6\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x < 6\}$

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 48

Sejam as funções reais $f(x) = 2x + 1$ e $g(x) = x^2 - 6x + 4$. A função composta $h(x) = g(f(x))$ é:

a) $4x^2 - 6x - 1$

b) $2x^2 + 2x - 1$

c) $4x^2 - 1$

d) $4x^2 - 8x - 1$

e) $2x^2 - 12x - 1$.

(EsPCEx-2003) QUESTÃO 49

Sejam as funções $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = a \cdot x^2 \cdot \cos x$ e $g(x) = b \cdot x^2 \cdot sen\, x$, em que *a* e *b* são constantes reais. Se $f(6) = -2$ e $g(6) = -9$, então o valor de $f(6) + 2 \cdot f(-6) + 3 \cdot g(6) + 4 \cdot g(-6)$ é:

a) −69.

b) 3.

c) 11.

d) 57.

e) −61.

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 50

Supondo $x \in \mathbb{R}$, com $x > 0$ e $x \neq 1$, a inequação $x^{2x-1} < x^3$ tem como solução:

a) $0 < x < 1$

b) $x > 2$

c) $x > 1$

d) $1 < x < 2$

e) $2 < x < 3$

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 51

Com relação à função $g(x) = \frac{x-1}{x+1}$, definida para $x \neq -1$, pode-se afirmar que a única alternativa correta é:

a) $g(x) \leq 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{-1,\ 0\}$

b) $\nexists x \in \mathbb{R}$ tal que $g(x) = 0$

c) $g(x) \geq 0$ para todo $x \in]-1, +\infty[$

d) $g(x) < 0$ para todo $x \in]-1, 1[$

e) $\nexists x \in \mathbb{R}$ tal que $g(x)=2$

(EsPCEx-2006) QUESTÃO 52

Em uma cabine de um estádio de futebol, um computador registra todos os lances de uma partida. Em um desses lances, Zaqueu cobrou uma falta, fazendo a bola descrever um arco de parábola contido num plano vertical, parábola esta simétrica ao seu eixo, o qual também era vertical. A bola caiu no chão exatamente a 30m de Zaqueu. Durante o trajeto, a bola passou raspando a cabeça do juiz. O juiz, que não interferiu na trajetória da bola, tinha 1,76m de altura e estava ereto, a 8m de distância de onde saiu o chute. Desse modo, a altura máxima, em metros, atingida pela bola foi de:

a) 2,25m

b) 4,13m

c) 6,37m

d) 9,21m

e) 15,92m

(EsPCEx-2007) QUESTÃO 53

Dada a função $f(\mathbb{R} \to \mathbb{R})$, tal que $f(x)=x^2-7x+10$, a única afirmação verdadeira a respeito de $f(x)$ é:

a) $f(-2)=-28$.

b) a menor ordenada que *f* atinge é 2,25.

c) a função se anula para $x=-2$ ou $x=-5$.

d) para $x>5$, enquanto x cresce, $f(x)$ também cresce.

e) dobrando *x*, $f(x)$ também dobra.

(EsPCEx-2008) QUESTÃO 54

Em uma determinada função quadrática, −2 e 3 são suas raízes. Dado que o ponto (−3, 12) pertence ao gráfico dessa função, pode-se concluir que:

a) o seu valor máximo é −12,50

b) o seu valor mínimo é 0,50

c) o seu valor máximo é 6,25

d) o seu valor mínimo é −12,50

e) o seu valor máximo é 0,50

(EsPCEx-2009) QUESTÃO 55

Um agricultor, que dispõe de 60 metros de tela, deseja cercar uma área retangular, aproveitando-se de dois trechos de muro, sendo um deles com 12 metros de comprimento e o outro com comprimento suficiente, conforme a figura abaixo.

Sabendo que ele pretende usar exatamente os 60 metros de tela, pode-se afirmar que a expressão que representa a área cercada y, em função da dimensão x indicada na figura, e o valor da área máxima que se pode obter nessas condições são, respectivamente, iguais a:

a) $y = -2x^2 + 24x + 576$ e $648m^2$

b) $y = -2x^2 2 - 24x + 476$ e $548m^2$

c) $y = -x^2 + 36x + 576$ e $900m^2$

d) $y = -2x^2 + 12x + 436$ e $454m^2$

e) $y = -x^2 + 12x + 288$ e $288m^2$

(EsPCEx-2010) QUESTÃO 56

A represa de uma usina hidroelétrica está situada em uma região em que a duração do período chuvoso é 100 dias. A partir dos dados hidrológicos dessa região, os projetistas concluíram que a altura do nível da represa varia, dentro do período chuvoso, segundo a função Real

$$N(t)=\begin{cases}\dfrac{t}{5}+8,\ \text{para}\ 0\le t<20\\ -\dfrac{t^2}{100}+\dfrac{4t}{5},\ \text{para}\ 20\le t<50\\ -\dfrac{3t}{25}+21,\ \text{para}\ 50\le t\le 100\end{cases}.$$

Em que N(*t*) é a altura do nível da represa, medido em metros, *t* é o número de dias, contados a partir do início do período chuvoso. Segundo esse modelo matemático, o número de dias, dentro do período chuvoso, em que a altura do nível da represa é maior ou igual a 12 metros é:

a) 40

b) 41

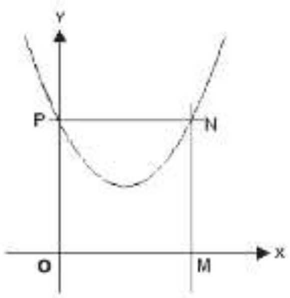
c) 53

d) 56

e) 60

(EsPCEx-2010) QUESTÃO 57

Na figura abaixo, estão representados um sistema de eixos coordenados com origem O, o gráfico de uma função real do tipo $f(x)=ax^2+bx+c$ e o quadrado OMNP, com 16 unidades de área. Sabe-se que o gráfico de f(*x*) passa pelos pontos P e N, vértices do quadrado, e pelo ponto de encontro das diagonais desse quadrado. Assim, o valor de *a + b + c* é:



a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{2}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

(EsPCEx-2011) QUESTÃO 58

Considere as funções Reais $f(x)=3x$, de domínio $[4,8]$ e $g(y)=4y$, de domínio $[6,9]$. Os valores máximo e mínimo que o quociente $\frac{f(x)}{g(y)}$ pode assumir são, respectivamente,

a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$ e 1

c) $\frac{4}{3}$ e $\frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{3}$

e) 1 e $\frac{1}{3}$

(EsPCEx-2011) QUESTÃO 59

O domínio da função real $f(x)=\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-8x+12}$ é:

a) $]2,\infty[$

b) $]2,6[$

c) $]-\infty,6]$

d) $]-2,2]$

e) $]-\infty,2[$

(EsPCEx-2012) QUESTÃO 60

Sejam as funções reais $f(x)=\sqrt{x^2+4x}$ e $g(x)=x-1$. O domínio da função $f(g(x))$ é:

a) $D=\{x\in\mathbb{R}|x\leq -3 \text{ ou } x\geq 1\}$

b) $D=\{x\in\mathbb{R}|-3\leq x\leq 1\}$

c) $D=\{x\in\mathbb{R}|x\leq 1\}$

d) $D=\{x\in\mathbb{R}|0\leq x\leq 4\}$

e) $D=\{x\in\mathbb{R}|x\leq 0 \text{ ou } x\geq 4\}$

(EsPCEx-2013) QUESTÃO 61

Uma indústria produz mensalmente *x* lotes de um produto. O valor mensal resultante da venda deste produto é $V(x)=3x^2-12x$ e o custo mensal da produção é dado por $C(x)=5x^2-40x-40$. Sabendo que o lucro é obtido pela diferença entre o valor resultante das vendas e o custo da produção, então o número de lotes mensais que essa indústria deve vender para obter lucro máximo é igual a:

a) 4 lotes.

b) 5 lotes.

c) 6 lotes.

d) 7 lotes.

e) 8 lotes.

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 62

Um fabricante de poltronas pode produzir cada peça ao custo de R$ 300,00. Se cada uma for vendida por *x* reais, este fabricante venderá por mês (600 − x) unidades, em que $0\leq x\leq 600$.

Assinale a alternativa que representa o número de unidades vendidas mensalmente que corresponde ao lucro máximo.

a) 150

b) 250

c) 350

d) 450

e) 550

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 63

Considere a função bijetora $f:[1,+\infty]\to(-\infty,3]$, definida por $f(x)=-x^2+2x+2$ e seja (a, b) o ponto de intersecção de f com sua inversa. O valor numérico da expressão a + b é:

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

e) 10

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 64

Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os números reais para os quais está definida a função $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-6x+5}}{\sqrt[3]{x^2-4}}$.

a) $\mathbb{R}-\{-2,\ 2\}$

b) $(-\infty,-2)\cup(5,+\infty)$

c) $(-\infty,-2)\cup(-2,1]\cup[5,+\infty)$

d) $(-\infty,-1)\cup(5,+\infty)$

e) $(-\infty,-2]\cup[2,+\infty)$

(EsPCEx-2015) QUESTÃO 65

Considere as funções reais *f* e *g*, tais que $f(x)=\sqrt{x}+4$ e $f(g(x))=x^2-5$, onde $g(x)$ é não negativa para todo x real. Assinale a alternativa cujo conjunto contém todos os possíveis valores de x, que satisfazem os dados do enunciado.

a) $\mathbb{R}-\,]-3,\ 3[$

b) $\mathbb{R} - \left]-\sqrt{5}, \sqrt{5}\right[$

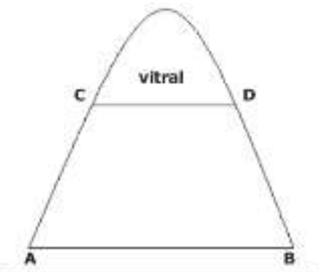
c) $\left]-\sqrt{5}, \sqrt{5}\right[$

d) $\left]-3, 3\right[$

e) $\mathbb{R} - \left]-\infty,\ 3\right[$

(EsPCEx-2015) QUESTÃO 66.

Um portal de igreja tem a forma de um arco de parábola, conforme figura abaixo. A medida da sua base AB é 4m e da sua altura é 5m. Um vitral foi colocado 3,2m acima da base. Qual a medida CD da base, em metros?



desenho ilustrativo-fora de escala

a) 1,44

b) 1,80

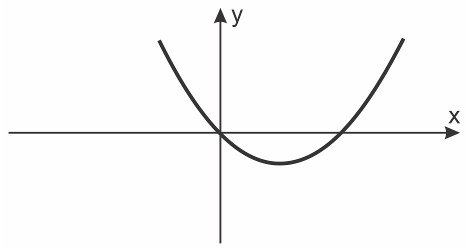
c) 2,40

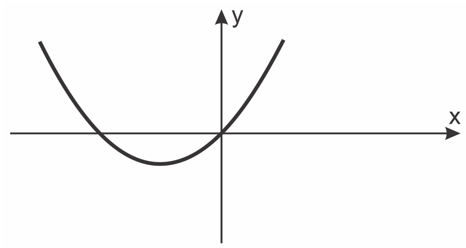
d) 3,00

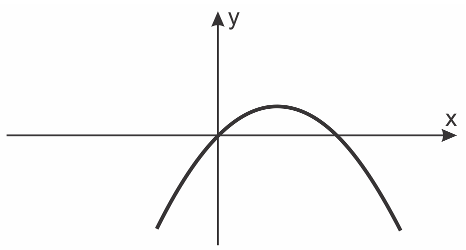
e) 3,10

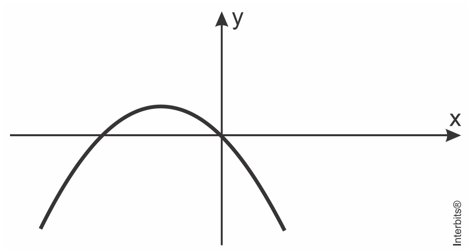
4 – Questões Comentadas

1. (Unicamp 2019) Sejam a e b números reais positivos. Considere a função quadrática $f(x) = x(ax + b)$, definida para todo número real x. No plano cartesiano, qual figura corresponde ao gráfico de $y = f(x)$?

a) 

b) 

c) 

d) 

Comentário:

Reescrevendo a lei de f, temos

$$f(x)=a(x-0)\left(x+\frac{b}{a}\right).$$

Sendo a e b reais positivos, podemos concluir que o gráfico de f tem concavidade para cima e intersecta o eixo das abscissas em $x=0$ e $x=-\frac{b}{a}<0.$

A resposta é o gráfico da alternativa [B].

Gabarito: B

---

2. (Uemg 2017) Seja $p(x)$ um polinômio do 2º grau, satisfazendo as seguintes condições:

- -1 e 4 são raízes de $p(x).$
- $p(5)=-12.$

O maior valor de x para o qual $p(x)=8$ é

a) 0.
b) 3.
c) 6.
d) 12.

Comentário:

Tem-se que

$$-12=a\cdot(5+1)\cdot(5-4)\Leftrightarrow a=-2.$$

Desse modo, vem

$$p(x)=-2\cdot(x+1)\cdot(x-4)=-2x^2+6x+8.$$

Portanto, se $p(x)=8,$ então

$$-2x^2+6x+8=8\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=3.$$

A resposta é $x=3.$

Gabarito: B

---

3. (Eear 2017) Seja a função $f(x)=2x^2+8x+5.$ Se $P(a,b)$ é o vértice do gráfico de $f,$ então $|a+b|$ é igual a

a) 5

b) 4

c) 3

d) 2

Comentário:

Escrevendo a lei de f na forma canônica, encontramos $f(x)=2(x+2)^2-3.$ Daí, vem $(a,b)=(-2,-3)$ e, portanto, $|a+b|=|-2-3|=5.$

Gabarito: A

---

4. (col. naval 2017) Seja o número real x tal que $W=\frac{2x^2}{9}-\frac{\sqrt{6}}{6}x+21.$ Sendo assim, qual o valor de x para que W seja mínimo?

a) $3\sqrt{6}$

b) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$

c) $7\sqrt{9}$

d) $\frac{2\sqrt{6}}{3}$

e) $6\sqrt{6}$

Comentário:

Sabemos que W é uma função do segundo grau na variável x real, portanto, o valor de x para o qual W é mínimo será dado por:

$$x=-\frac{b}{2\cdot a}=\frac{-\frac{\sqrt{6}}{6}}{2\cdot\frac{2}{9}}=-\frac{\sqrt{6}}{6}\cdot\frac{9}{4}=-\frac{3\cdot\sqrt{6}}{8}$$

Gabarito: B

---

5. (Fgv 2017) Um fazendeiro dispõe de material para construir 60 metros de cerca em uma região retangular, com um lado adjacente a um rio.

Sabendo que ele não pretende colocar cerca no lado do retângulo adjacente ao rio, a área máxima da superfície que conseguirá cercar é:

a) $430\ m^2$

b) $440\ m^2$

c) $460\ m^2$

d) $470\ m^2$

e) $450\ m^2$

Comentário:

Calculando:

$y + 2x = 60 \Rightarrow y = 60 - 2x$

$S_{retângulo} = x \cdot y = x \cdot (60 - 2x) = 60x - 2x^2$

$x_{máx} = \dfrac{-60}{2 \cdot (-2)} \Rightarrow x_{máx} = 15 \Rightarrow y_{máx} = 30$

$S_{retângulo} = 15 \cdot 30 = 450\ m^2$

Gabarito: E

---

6. (Ufjf-pism 1 2017) É correto afirmar sobre a função quadrática $y = -x^2 + 3x - 1$ que:

a) $f(x)$ é decrescente para $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0\}$.

b) A concavidade é para cima.

c) $f(x)$ possui três zeros diferentes.

d) $f(x)$ tem como vértice o ponto $\left(\frac{1}{5}, \frac{4}{5}\right)$.

e) O valor máximo de $f(x)$ é $\frac{5}{4}$.

Comentário:

A função dada será uma parábola com concavidade para baixo, crescente até o vértice e com duas raízes. Seu vértice tem coordenadas:

$x_V = -\dfrac{b}{2a} \rightarrow x_V = \dfrac{3}{2}$

$y_V = -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{3^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-1)}{4a} \rightarrow y_V = f_{máx}(x) = \dfrac{5}{4}$

Gabarito: E

---

7. (Ueg 2017) A temperatura, em graus Celsius, de um objeto armazenado em um determinado local é modelada pela função $f(x) = -\dfrac{x^2}{12} + 2x + 10$, com x dado em horas.

A temperatura máxima atingida por esse objeto nesse local de armazenamento é de

a) $0\,^{\circ}C$

b) $10\,^{\circ}C$

c) $12\,^{\circ}C$

d) $22\,^{\circ}C$

e) $24\,^{\circ}C$

Comentário:

Reescrevendo a lei de f sob a forma canônica, vem

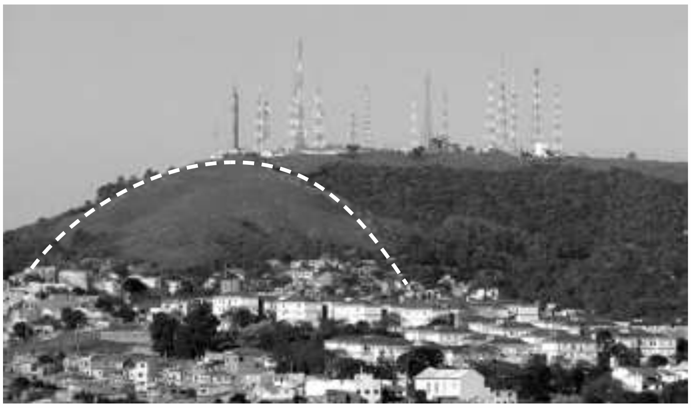
$$f(x) = -\frac{1}{12}(x^2 - 24x) + 10 = -\frac{1}{12}(x - 12)^2 + 22.$$

Portanto, segue que a temperatura máxima é atingida após 12 horas, correspondendo a $22\,^{\circ}C.$

Gabarito: D

---

8. (Pucrs 2017) O morro onde estão situadas as emissoras de TV em Porto Alegre pode ser representado graficamente, com algum prejuízo, em um sistema cartesiano, através de uma função polinomial de grau 2 da forma $y = ax^2 + bx + c,$ com a base da montanha no eixo das abscissas.



Para que fique mais adequada essa representação, devemos ter

a) $a > 0$ e $b^2 - 4ac > 0$

b) $a > 0$ e $b^2 - 4ac < 0$

c) $a < 0$ e $b^2 - 4ac < 0$

d) $a < 0$ e $b^2 - 4ac > 0$

e) $a < 0$ e $b^2 - 4ac = 0$

Comentário:

Desde que a parábola apresenta concavidade para baixo e intersecta o eixo das abscissas em dois pontos distintos, temos $a < 0$ e $b^2 - 4ac > 0.$

Gabarito: D

---

9. (Ifal 2017) Em uma partida de futebol, um dos jogadores lança a bola e sua trajetória passa a obedecer à função $h(t) = 8t - 2t^2,$ onde h é a altura da bola em relação ao solo medida em metros e t é o intervalo de tempo, em segundos, decorrido desde o instante em que o jogador chuta a bola. Nessas condições, podemos dizer que a altura máxima atingida pela bola é

a) $2\text{ m}.$

b) $4\text{ m}.$

c) $6\text{ m}.$

d) $8\text{ m}.$

e) $10\text{ m}.$

Comentário:

Para obter a altura máxima basta obter o valor do vértice y_V da função $h(t).$ Logo,

$$V = (x_V; y_V) = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a}\right)$$
$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$$
$$\Delta = 8^2 - 4 \cdot (-2) \cdot (0)$$
$$\Delta = 64$$
$$V = \left(\frac{-8}{2 \cdot (-2)}; \frac{-64}{4 \cdot (-2)}\right) = (2; 8)$$

A altura máxima é $8\text{ m}.$

Gabarito: D

---

10. (Efomm 2016) De acordo com conceitos administrativos, o lucro de uma empresa é dado pela expressão matemática $L = R - C,$ onde L é o lucro, C o custo da produção e R a receita do produto. Uma indústria produziu x peças e verificou que o custo de produção era dado pela função $C(x) = x^2 - 500x + 100$ e a receita representada por $R(x) = 2000x - x^2.$ Com base nessas informações, determine o número de peças a serem produzidas para que o lucro seja máximo.

a) 625

b) 781150

c) 1000

d) 250

e) 375

Comentário:

De acordo com as informações, temos:

$$\begin{aligned} L(x) &= 2000x - x^2 - (x^2 - 500x + 100) \\ &= -2x^2 + 2500x - 100. \end{aligned}$$

Por conseguinte, o lucro é máximo quando $x = -\dfrac{2500}{2\cdot(-2)} = 625.$

Gabarito: A

---

11. (Espm 2016) O lucro (em reais) obtido com a produção e venda de x unidades de um certo produto é dado pela função $L = k\cdot(x+10)\cdot(x-50),$ onde k é uma constante negativa. Podemos avaliar que o maior lucro possível será obtido para x igual a:

a) 24
b) 22
c) 15
d) 20
e) 18

Comentário:

Desde que $x = -10$ e $x = 50$ são as raízes da função $L,$ podemos afirmar que o maior lucro possível será obtido para x igual a $\dfrac{-10+50}{2} = 20.$

Gabarito: D

---

12. (Ifal 2016) Analisando a função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 12,$ podemos afirmar que seu valor mínimo é

a) 12.
b) 4.
c) 0.
d) $-4.$
e) $-12.$

Comentário:

O valor mínimo da função é igual à coordenada y do vértice, pois $a > 0$, ou seja:

$$y_V = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-\left((-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12\right)}{4 \cdot 1} = \frac{-16}{4} \rightarrow y_V = -4$$

Gabarito: D

---

13. (Ufjf-pism 1 2016) Uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ assume valor máximo igual a 2, em $x = 3$. Sabendo-se que 0 é raiz da função f, então $f(5)$ é igual a:

a) $-\frac{2}{9}$

b) 0

c) 1

d) $\frac{10}{9}$

e) $\frac{4}{3}$

Comentário:

A forma canônica de f é $f(x) = a \cdot (x - k)^2 + m$, com (k, m) sendo as coordenadas do vértice do gráfico de f. Logo, temos $0 = a \cdot (0 - 3)^2 + 2$, implicando em $a = -\frac{2}{9}$. Portanto, a resposta é $f(5) = -\frac{2}{9} \cdot (5 - 3)^2 + 2 = \frac{10}{9}$.

Gabarito: D

---

14. (Ifsul 2016) Considere o movimento de um corpo atirado ou jogado verticalmente para cima, sendo modelado de acordo com a equação $y = -20x^2 + 50x$, em que y representa a altura, em metros, alcançada por esse corpo em x segundos depois de ser arremessado.

Dessa forma, a altura máxima atingida por esse corpo e o tempo em que permanece no ar, respectivamente, são

a) $31{,}25\text{ m}$ e $2{,}5\text{ s}$.

b) $1{,}25\text{ m}$ e $2{,}5\text{ s}$.

c) $31{,}25\text{ m}$ e $1{,}25\text{ s}$.

d) $2{,}5\text{ m}$ e $1{,}25\text{ s}$.

Comentário:

Calculando:

$$x_{máx} = -\frac{b}{2a} = -\frac{50}{2\cdot(-20)} = \frac{5}{4} = 1{,}25 \rightarrow 1{,}25\,\text{s para subir} + 1{,}25\,\text{s para descer} = 2{,}5\ \text{s no ar}$$

$$y_{máx} = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{50^2 - 4\cdot(-20)\cdot 0}{4\cdot(-20)} = \frac{2500}{80} = \frac{250}{8} = 31{,}25\ \text{m}$$

Gabarito: A

---

15. (Ifce 2016) A soma dos quadrados das coordenadas do vértice da parábola de equação $y = x^2 - 6x + 8$ é igual a

a) 10.

b) 20.

c) 2.

d) 36.

e) 14.

Comentário:

$$x_V = -\frac{b}{2\cdot a} = -\frac{(-6)}{2\cdot 1} = 3$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4\cdot a} = -\frac{(-6)^2 - 4\cdot 1\cdot 8}{4\cdot 1} = -\frac{4}{4} = -1$$

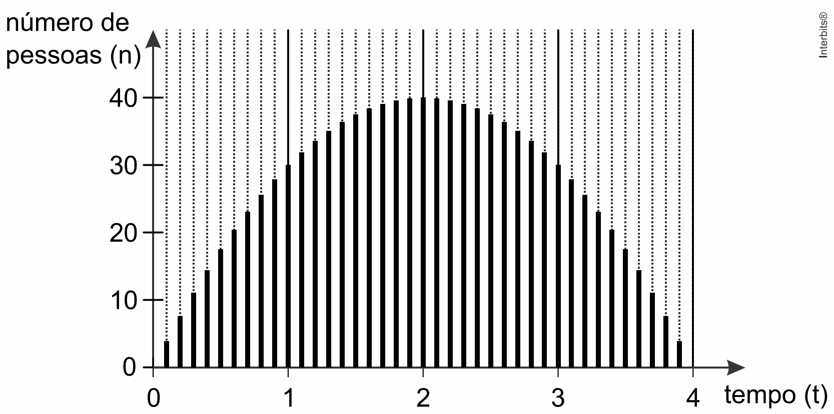
Portanto,

$$(x_V)^2 + (y_V)^2 = 3^2 + (-1)^2 = 10$$

Gabarito: A

---

16. (Insper 2015) O número n de pessoas presentes em uma festa varia ao longo do tempo t de duração da festa, em horas, conforme mostra o gráfico a seguir.



Das opções abaixo, aquela que melhor descreve a função $n(t)$ é

a) $n(t) = -10t^2 + 4t + 50.$

b) $n(t) = -10t^2 + 40t + 50.$

c) $n(t) = -10t^2 + 4t.$

d) $n(t) = -t^2 + 40t.$

e) $n(t) = -10t^2 + 40t.$

Comentário:

Seja $n : \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ a função dada por $n(t) = a \cdot (t - t_1) \cdot (t - t_2),$ com t_1 e t_2 sendo os zeros da função $n.$ Logo, sabendo que $t_1 = 0,$ $t_2 = 4$ e $(2, 40)$ pertence ao gráfico de $n,$ vem

$$40 = a \cdot (2 - 0)(2 - 4) \Leftrightarrow a = -10.$$

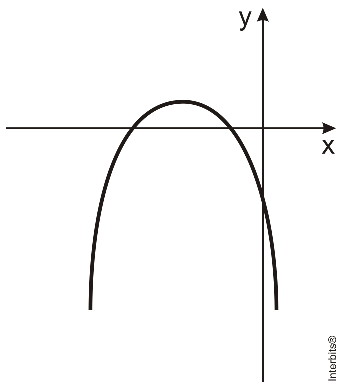
Portanto, a lei de n é

$$n(t) = -10 \cdot (t - 0)(t - 4) = -10t^2 + 40t.$$

Gabarito: E

---

17. (Unifor 2014) Na figura abaixo, temos a representação geométrica do gráfico de uma parábola, cuja equação é $y = ax^2 + bx + c.$



Para esta parábola representada no gráfico abaixo, os sinais dos produtos $a \cdot b,$ $a \cdot c$ e $b \cdot c$ são, respectivamente

a) negativo, negativo e positivo.

b) negativo, positivo e negativo.

c) negativo, negativo e negativo.

d) positivo, positivo e positivo.

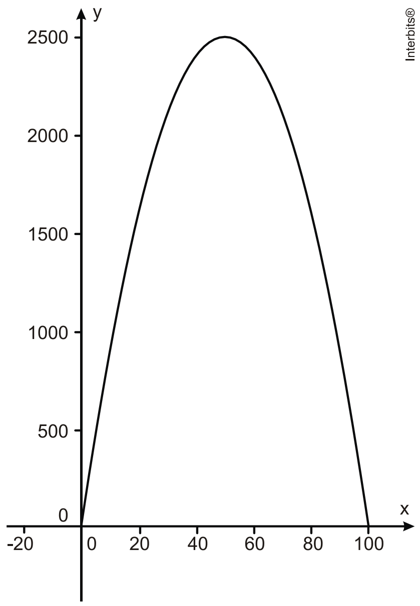
e) positivo, negativo e negativo.

Comentário:

Como a parábola tem concavidade para baixo e intersecta o eixo das ordenadas em um ponto de ordenada negativa, temos $a < 0$ e $c < 0.$ Além disso, a abscissa do vértice também é negativa. Daí, só pode ser $b < 0.$ Em consequência, $a \cdot b > 0,$ $a \cdot c > 0$ e $b \cdot c > 0.$

Gabarito: D

18**.** (Ifsc 2012) A receita obtida pela venda de um determinado produto é representada pela função $R(x) = -x^2 + 100x$, onde x é a quantidade desse produto. O gráfico da referida função é apresentado abaixo.



É **CORRETO** afirmar que as quantidades a serem comercializadas para atingir a receita máxima e o valor máximo da receita são, respectivamente,
a) 50 e 2.000.
b) 25 e 2.000.
c) 100 e 2.100.
d) 100 e 2.500.
e) 50 e 2.500.

Comentário:

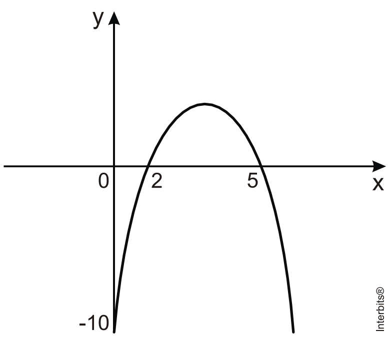
A quantidade comercializada para se ter a receita máxima é o x do vértice e a receita máxima corresponde ao y do vértice.

$$x_V = -\frac{b}{2 \cdot a} = -\frac{(-100)}{2 \cdot (-1)} = 50.$$

$$y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{100^2}{4 \cdot (-1)} = 2500.$$

Gabarito: E

19. (Uern 2012) Seja uma função do 2º grau y = ax^2 + bx + c, cujo gráfico está representado a seguir.



A soma dos coeficientes dessa função é

a) – 2.

b) – 3.

c) – 4.

d) – 6.

Comentário:

Do gráfico, temos que os zeros da função quadrática são 2 e 5. Logo, a lei da função é dada por $y = a \cdot (x-2) \cdot (x-5)$, com $a \in \mathbb{R}^*$. Então, como a parábola intersecta o eixo das ordenadas no ponto $(0, -10)$, segue que

$$-10 = a \cdot (0-2) \cdot (0-5) \Leftrightarrow a = -1.$$

Portanto, $y = -(x-2) \cdot (x-5)$ e a soma pedida é igual a $-(1-2) \cdot (1-5) = -4$.

Gabarito: C

20. (Cftmg 2012) Na função $f : \{0, 1, 2, 3\} \to \mathbb{Z}$, definida por f(x) = x^2 + 2x – 5,

a) o domínio de f(x) é $\mathbb{Z}$.

b) a imagem de x = –1 é igual a –2.

c) o conjunto imagem de f(x) é {0, 1, 2, 3}.
d) o conjunto imagem de f(x) é {–5, –2, 3, 10}.

Comentário:

$f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 5 = -5$

$f(1) = 1^2 + 21 - 5 = -2$

$f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 5 = 3$

$f(3) = 3^2 + 2 \cdot 3 - 5 = 10$

Logo, o conjunto imagem de f(x) é {–5, –2, 3, 10}.

Gabarito: D

21**.** (Ifce 2011) Sabendo-se que a expressão $ax^2 + bx + c$, onde a, b e c são números reais, é positiva, para qualquer x real, é correto afirmar-se que

a) $a > 0$ e $b^2 > 4ac.$
b) $a > 0$ e $b^2 < 4ac.$
c) $a < 0$ e $b^2 > 4ac.$
d) $a < 0$ e $b^2 < 4ac.$
e) $a < 0$ e $b^2 \leq 4ac.$

Comentário:

Se $ax^2 + bx + c > 0$ para qualquer x real, então devemos ter $b^2 - 4ac < 0 \Leftrightarrow b^2 < 4ac$ e $a > 0.$

Gabarito: B

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 22

Sejam f e g funções de A em$\mathbb{R}$, definidas por $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$ e $g(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$. Nessas condições pode-se afirmar que $f = g$ se:

a) $A = \{x \in \mathbb{R} | x < -1 \text{ ou } x - 1\}$

b) $A = \{x \in \mathbb{R} | x \neq -1\}$

c) $A = \mathbb{R}$

d) $A = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$

e) $A = \{x \in \mathbb{R} | x < -1\}$

Comentário:

Para que a raiz quadrada esteja definida, é necessário que o número dentro dela seja não negativo. Dessa forma, para que f(x) esteja definida, temos que

$$\frac{x-1}{x+1} \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \text{ ou } x < -1$$

Perceba que o x não pode ser igual a -1 pois nesse caso o denominador seria nulo. Além disso, para que a função g(x) esteja definida, é necessário que

$$x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \text{ e que}$$

$$x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$$

A interseção das condições para existência de g(x) nos dá

$$x \geq 1$$

Assim, para que f = g, como a condição de existência de g(x) é mais restrita, basta que ela seja satisfeita. Portanto,

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\}$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 23

Seja f uma função real, de variável real, definida por $f(x) = \begin{cases} 1, \text{ se } x \text{ for racional} \\ 0, \text{ se } x \text{ for irracional} \end{cases}$. Assim, pode-se afirmar que:

a) $f(\sqrt{2}) = f(2)$

b) $f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2}) = f(1)$

c) $f(3{,}14) = 0$

d) $f(\pi)$ é irracional

e) $\sqrt{f(x)}$ é racional para todo x real

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F)

$$f(\sqrt{2}) = 0, f(2) = 1 \Rightarrow f(\sqrt{2}) \neq f(2)$$

b) (F)

$$f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2}) = 0 - 0 = 0; f(1) = 1 \Rightarrow f(\sqrt{3}) - f(\sqrt{2}) \neq f(1)$$

c) (F)

$$3,14 \in \mathbb{Q} \Rightarrow f(3,14) = 1$$

d) (F)

$$\pi \notin \mathbb{Q} \Rightarrow f(\pi) = 0$$

Mas 0 é um número racional.

e) (V) Veja que para qualquer x real, vale que

$$f(x) = 1 \text{ ou } f(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{f(x)} = 1 \text{ ou } \sqrt{f(x)} = 0$$

Ou seja, será sempre um número racional.

Gabarito: E

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 24

Uma caixa d'água cilíndrica tem capacidade para 500 litros. Quando ela está com 100 litros, um dispositivo eletrônico aciona a abertura de uma torneira que despeja em seu interior 25 litros de água por minuto, desligando-se automaticamente após a caixa estar totalmente cheia. Com base nesses dados e supondo que não há consumo de água durante o enchimento, pode-se concluir que:

a) A quantidade Q de água existente na caixa, em litros, está relacionada ao tempo t, em minutos, contado a partir da abertura da torneira, através da função matemática Q(t) = 500 − 100t.

b) A caixa estará com $\frac{3}{5}$ de sua capacidade após transcorridos 8 minutos desde a abertura da torneira.

c) A quantidade de água existente na caixa e o tempo não podem ser relacionados, pois um não depende do outro.

d) A caixa estará totalmente cheia após transcorridos 20 minutos desde a abertura da torneira.

e) Se a torneira despejasse 20 litros de água por minuto, a caixa estaria totalmente cheia após transcorridos 18 minutos desde a abertura da caixa.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) A relação entre Q e t, onde t é dado em minutos e Q em litros é

$$\boldsymbol{Q = 100 + 25t}$$

b) (V) Depois de 8 minutos temos que

$$\boldsymbol{Q = 100 + 25 \cdot 8 = 300 = \frac{3}{5} \cdot 500}$$

c) (F) A quantidade e o tempo podem ser relacionados, uma vez que quanto maior o tempo de despejo d'água, maior a quantidade de água na caixa.

d) (F) Depois de 20 minutos, temos que

$$\boldsymbol{Q = 100 + 25 \cdot 20 = 600L}$$

Ou seja, depois de 20 minutos, a caixa terá transbordado

e) (F) Se a torneira despejasse 20 litros de água por minuto, a equação seria

$$\boldsymbol{Q = 100 + 20t}$$

Assim, depois de 18 minutos, a quantidade de água seria

$$\boldsymbol{Q = 100 + 20 \cdot 18 = 460L}$$

Ou seja, a caixa não estaria totalmente cheia.

Gabarito: B

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 25

Sejam as funções reais $f(x)$ e $g(x)$. Se $f(x)=x+2$ e $f\big(g(x)\big) = \frac{x}{2}$, pode-se afirmar que a função inversa de $g(x)$ é:

a) $g^{-1}(x)=\dfrac{f(x)}{2}$

b) $g^{-1}(x)=\dfrac{x+4}{2}$

c) $g^{-1}(x)=f(x)$

d) $g^{-1}(x)=2f(x)$

e) $g^{-1}(x)=\dfrac{x-4}{2}$

Comentário:

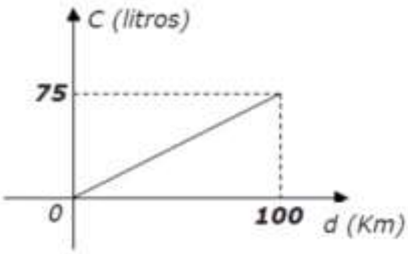
Seja

$$h(x) = 2f(x) \Rightarrow 2f(g(x)) = h(g(x)) = x \Rightarrow h(x) = g^{-1}(x)$$
$$\Rightarrow g^{-1}(x) = 2f(x)$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2005) QUESTÃO 26

A quantidade de combustível gasto por um veículo blindado, por quilômetro rodado, está indicada pelo gráfico abaixo. Qual a função que representa o consumo C(*d*) em relação à distância d percorrida?



a) $C(d) = 0{,}75d$

b) $C(d) = 0{,}25d$

c) $C(d) = 1{,}75d$

d) $C(d) = 1{,}25d$

e) $C(d) = 1{,}20d$

Comentário:

Veja que o Consumo é diretamente proporcional à distância percorrida. Além disso, a razão de proporção deve ser dada pelo coeficiente angular da reta, que nesse caso é

$$\frac{75}{100} = 0,75 \Rightarrow C(d) = 0,75d$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2006) QUESTÃO 27

A fim de incentivar o gosto pela corrida, a Seção de Treinamento Físico Militar da Escola Preparatória de Cadetes do Exército criou prêmios com base numa pontuação mensal que estabelece:

• 3 pontos para cada 3000m corridos (até 45000m corridos);

• após 45000m, cada 3000m corridos vale 5 pontos.

Se num mês um determinado aluno fez 100 pontos, então, nesse mês, ele correu:

a) 96 km

b) 86 km

c) 80 km

d) 78 km

e) 76 km

Comentário:

Veja que se o aluno percorreu exatamente 45000m, então ele fez

$$3 \cdot \frac{45000m}{3000m} = 45 \text{ pontos}$$

Seja x a quantidade de vezes que o aluno percorreu 3000m depois de ter completado os primeiros 45000m. Temos que

$$100 = 45 + 5x \Rightarrow x = \frac{100 - 45}{5} = 11$$

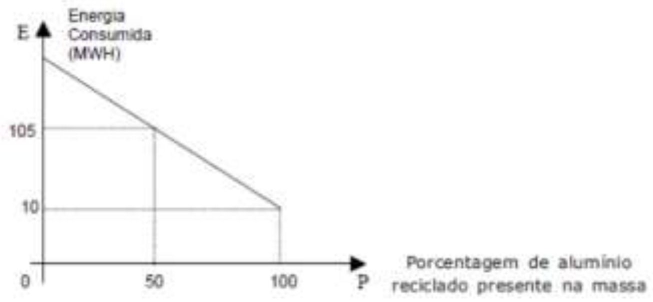
Assim, a distância total corrida foi:

$$45000 + 11 \cdot 3000 = 78000m = 78km$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2007) QUESTÃO 28

A questão da reciclagem do alumínio ganha cada vez mais importância nos dias atuais, principalmente pelo fato de que a quantidade de energia necessária para se produzir 1 kg de alumínio por meio de reciclagem corresponde a apenas 5% da energia necessária para obter-se esse mesmo kg de alumínio a partir do minério. O gráfico a seguir mostra a quantidade de energia necessária para obter-se certa massa de alumínio em função do percentual de alumínio reciclado existente nessa massa.



Identificando a energia consumida por E e a porcentagem de alumínio reciclado por P, pode-se afirmar que a função que representa esse processo, seu domínio e sua imagem são, respectivamente:

a) $E=-\frac{19}{10}P+200;[0,100];[10,200]$

b) $E=-\frac{21}{10}P+200;[0,100];[10,200]$

c) $E=-\frac{19}{10}P+200;[0,100];[10,210]$

d) $E=-\frac{21}{10}P+200;[0,100];[10,210]$

e) $E=-\frac{21}{10}P+200;[10,210];[0,100]$.

Comentário:

Veja que há dois triângulos retângulos semelhantes no gráfico, dessa forma, podemos descobrir o valor da energia consumida quando a porcentagem é 0.

$$\frac{E(0)-105}{50-0}=\frac{105-10}{100-50}\Rightarrow E(0)=200$$

Agora devemos descobrir o coeficiente angular da reta. Veja que esse coeficiente é negativo e seu módulo vale

$$\frac{105-10}{100-50}=\frac{19}{10}$$

Assim, podemos ver que a equação é

$$E=-\frac{19}{10}p+200$$

Para descobrir a imagem, vemos que como p é uma porcentagem, segue que:

$$0\leq p\leq 100\Rightarrow Dom=[0,100]$$

Do gráfico, como descobrimos E(0), verificamos que a q imagem é

$$Im = [10, 200]$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2007) QUESTÃO 29

Dada uma função do 1º grau[1] $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, tal que $f(x) = ax + b$; $a \neq 0$; $a.b \in \mathbb{R}$. A função f é decrescente e seu gráfico corta o eixo das ordenadas no ponto (0, 4). Sabendo-se que a região delimitada pelos eixos coordenados e a representação gráfica de f tem área igual a 20 unidades de área, a soma de *a + b* é igual a:

a) $-\frac{2}{5}$

b) 0

c) $\frac{12}{5}$

d) $\frac{16}{5}$

e) $\frac{18}{5}$

OBS: [1]Apesar de a questão original ter seu texto mantido, é importante criticarmos aqui o termo utilizado pela questão: "função do 1º grau". Trata-se de um termo inadequado, visto que uma função não tem grau. O que tem grau é o polinômio que representa a lei dessa função. Então, devemos referi-la como "função polinomial do 1º grau" (ou simplesmente função afim).

Comentário:

Como f é decrescente, temos que

$$a < 0$$

Como a função passa pelo ponto (0,4), temos que

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 4 \Rightarrow b = 4$$

Veja que a região delimitada pelos eixos coordenados e pelo gráfico de f é um triângulo e um dos lados vale b = 4. O outro lado é igual ao valor de x quando toca o eixo das ordenadas.

$$f(x) = 0 \Rightarrow ax + 4 = 0 \Rightarrow x = -\frac{4}{a}$$

Assim, temos que a área é dada por

$$20 = \frac{-\frac{4}{a} \cdot 4}{2} = -\frac{8}{a} \Rightarrow a = -\frac{2}{5}$$

Assim,

$$a + b = -\frac{1}{5} + 4 = \frac{18}{5}$$

Gabarito: E

(EsPCEx-2008) QUESTÃO 30

Uma pesquisa sobre produção de biodiesel mostra que os lucros obtidos em função da área plantada, para a mamona e para a soja, são descritos pelas funções a seguir:

• para a mamona, $f(x) = 100x - 2000$

• para a soja, $g(x) = 120x - 3000$

Em ambos os casos, *x* corresponde ao número de hectares plantados e f(*x*) e g(*x*) aos respectivos lucros obtidos.

Com base nessas informações, é possível afirmar que:

a) o plantio de soja torna-se lucrativo para todas as áreas maiores que 20ha.

b) para um agricultor que vá cultivar 40ha, a opção mais lucrativa é a soja.

c) o plantio de mamona é mais lucrativo que a soja em áreas maiores que 50ha.

d) para uma área de 50ha, as duas culturas apresentam a mesma lucratividade.

e) o plantio da mamona dá prejuízo para todas as áreas menores que 30ha.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) Se o plantio é lucrativo, então

$$g(x) > 0 \Rightarrow 120\mathrm{x} - 3000 > 0 \ \Rightarrow \mathrm{x} > 25$$

Ou seja, só haverá lucro para áreas maiores que 25ha

b) (F) Cultivando 40ha, temos

$$f(40) = 4000 - 2000 = 2000$$
$$g(40) = 4800 - 3000 = 1800$$

Assim, a mamona é a opção mais lucrativa.

c) (F) Para que a mamona seja mais lucrativa que a soja, precisamos que

$$\boldsymbol{f(x) - g(x) > 0 \Rightarrow 100x - 2000 - 120x + 3000 = 1000 - 20x > 0}$$
$$\boldsymbol{\Rightarrow 20x < 1000 \ \Rightarrow x < 50}$$

Ou seja, a mamona é mais lucrativa para áreas menores que 50 há

d) (V) Para 50ha

$$\boldsymbol{f(50) = 5000 - 2000 = 3000}$$
$$\boldsymbol{g(50) = 6000 - 3000 = 3000}$$

Ou seja, a lucratividade é a mesma.

e) (F) Para que haja prejuízo,

$$\boldsymbol{f(x) < 0 \Rightarrow 100x - 2000 < 0 \Rightarrow x < 20}$$

Ou seja, há prejuízo para áreas menores que 20 há

Gabarito: D

(EsPCEx-2009) QUESTÃO 31

Dentre as várias formas de se medir temperatura, destacam-se a escala Celsius, adotada no Brasil, e a escala Fahrenheit, adotada em outros países. Para a conversão correta de valores de temperaturas entre essas escalas, deve-se lembrar que 0 grau, na escala Celsius, corresponde a 32 graus na escala Fahrenheit e que 100 graus, na escala Celsius, correspondem a 212 graus na escala Fahrenheit.

Para se obter um valor aproximado da temperatura, na escala Celsius, correspondente a uma temperatura conhecida na escala Fahrenheit, existe ainda uma regra prática definida por:

“divida o valor da temperatura em Fahrenheit por 2 e subtraia 15 do resultado.”

A partir dessas informações, pode-se concluir que o valor da temperatura, na escala Celsius, para o qual a regra prática fornece o valor correto na conversão é:

a) 10

b) 20

c) 30

d) 40

e) 50

Comentário:

A equação de conversão entre as escalas Celsius e Fahrenheit é

$$\frac{C}{5} = \frac{F - 32}{9}$$

A regra prática diz que

$$C = \frac{F}{2} - 15$$

Para que a regra prática esteja de acordo com a equação, precisamos que

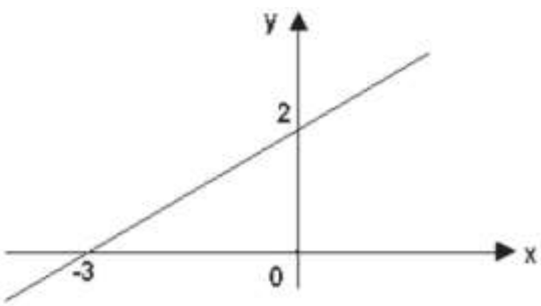
$$2(C + 15) = \frac{9}{5}C + 32 = 1,8C + 32 \Rightarrow 0,2C = 32 - 30 = 2 \Rightarrow C = 10$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2011) QUESTÃO 32

Considere a função real $f(x)$, cujo gráfico na figura, e a função real $g(x)$, definida por $g(x) = f(x-1) + 1$

.



O valor de $g\left(-\frac{1}{2}\right)$ é:

a) −3

b) −2

c) 0

d) 2

e) 3

Comentário:

Veja que quando

$$x = 0 \Rightarrow f(x) = 2$$

Como o gráfico de f é uma reta, trata-se de uma função afim. Assim,

$$f(x) = ax + b = ax + 2$$

Quando

$$x = -3 \Rightarrow f(-3) = 0 \Rightarrow -3a + 2 = 0 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{2x}{3} + 2 \Rightarrow f(x-1) = \frac{2x - 2 + 6}{3} = \frac{2x+4}{3}$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{2x+4}{3} + 1 = \frac{2x+7}{3}$$

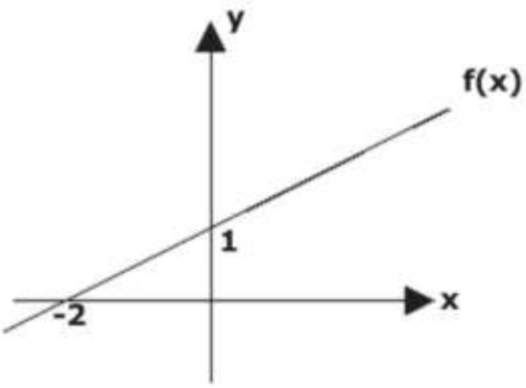
Assim,

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-1+7}{3} = 2$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2012) QUESTÃO 33

Na figura abaixo está representado o gráfico de uma função real do 1º grau[1] $f(x)$. A expressão algébrica que define a função inversa de $f(x)$ é:



a) $y = \frac{x}{2} + 1$

b) $y = x + \frac{1}{2}$

c) $y = 2x - 2$

d) $y = -2x + 2$

e) $y = 2x + 2$

OBS: [1]Apesar de a questão original ter seu texto mantido, é importante criticarmos aqui o termo utilizado pela questão: "função do 1º grau". Trata-se de um termo inadequado, visto que uma função não tem grau. O que tem grau é o polinômio que representa a lei dessa função. Então, devemos referi-la como "função polinomial do 1º grau" (ou simplesmente função afim).

Comentário:

Veja que f é da forma

$$\boldsymbol{f(x) = ax + b;\ x = 0 \Rightarrow f(0) = b = 1}$$

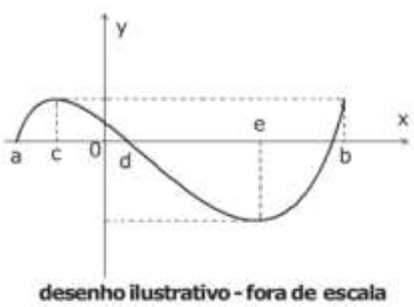
Além disso,

$$\boldsymbol{f(-2) = 0 \Rightarrow -2a + 1 = 0 \Rightarrow a = \frac{1}{2}}$$
$$\boldsymbol{\Rightarrow f(x) = \frac{x}{2} + 1 = y \Rightarrow x = 2y - 2}$$
$$\boldsymbol{\Rightarrow f^{-1}(x) = 2x - 2}$$

Gabarito: C

(EsPCEx-2013) QUESTÃO 34

Na figura abaixo está representado o gráfico da função polinomial *f*, definida no intervalo real $[a,b]$



Com base nas informações fornecidas pela figura, podemos afirmar que:

a) f é crescente no intervalor $[a,0]$.

b) $f(x) \le f(e)$ para todo x no intervalo $[d,b]$.

c) $f(x) \le 0$ para todo x no intervalor $[c,0]$.

d) a função f é decrescente no intervalo $[c,e]$.

e) se $x_1 \in [a,c]$ e $x_2 \in [d,e]$ então $f(x_1) < f(x_2)$.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) Veja que entre a e c, f é crescente, mas entre c e 0 é decrescente. Assim, f não é crescente no intervalo [a,0]

b) (F) Veja que f(e) é um ponto de mínimo local da função, ou seja, no intervalo [d,b] temos que

$$\boldsymbol{f(x) \ge f(e)}$$

c) (F) Veja que no intervalo [c,0], todos os elementos da imagem são positivos.

d) (V) Veja que no intervalo [c,e], temos que

$$\boldsymbol{x > y \Rightarrow f(x) < f(y)}$$

Ou seja, f é decrescente nesse intervalo.

e) (F) Veja que

$$\boldsymbol{f(x_1) > 0, f(x_2) < 0 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)}$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 35

Sabendo que c e d são números reais, o maior valor de *d* tal que a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} -x + c, \text{para } x \ge d \\ x^2 - 4x + 3, \text{para } x < d \end{cases}$ seja injetora é:

a) 0

b) 1

c) 2

d) 3

e) 4

Comentário:

Se a função é injetora, então

$$f(x) = f(y) \Leftrightarrow x = y$$

Veja que para

$$x \geq d \Rightarrow \text{f é injetora, pois é afim}$$

Quando x < d, trata-se de uma função polinomial do segundo grau, ou seja, o gráfico é uma parábola. Veja que para que essa função seja injetora e o valor de d ser máximo, d deve ser igual à abscissa do vértice da parábola. Assim,

$$d = \frac{-(-4)}{2} = 2$$

Veja que tomando c suficientemente pequeno, a função será injetora pois quando x< d, o valor mínimo da função é o do vértice, ou seja, -1. Como na outra possibilidade para a função, os valores de x são positivos, os valores de -x +c podem ser sempre menores que o do vértice da parábola, de forma que a função fica injetora em todo o seu domínio.

Gabarito: C

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 36

Se um retângulo tem base x e perímetro 100, então a área A do retângulo é dada em função de sua base por:

a) $A(x) = x^2 - 50x; 0 < x < 50$

b) $A(x) = -x^2 + 50x; 0 < x < 50$

c) $A(x) = -x^2 + 100x; 0 < x < 100$

d) $A(x) = 2x(x - 50); 0 < x < 50$

e) $A(x) = x(x - 100); 0 < x < 100$

Comentário:

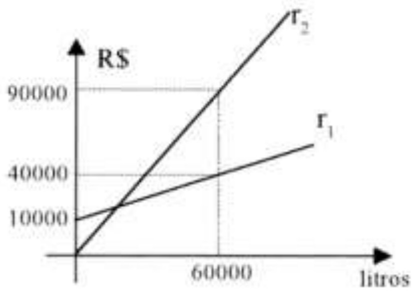
Se a base vale x e o perímetro vale 100, então temos que a altura h vale

$$h = 50 - x \Rightarrow A = xh = x(50 - x) = -x^2 + 50x, 0 < x < 50$$

Gabarito: B

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 37

Uma fábrica produz óleo sob encomenda, de modo que toda produção é comercializada. O custo da produção é composto de duas parcelas. Uma parcela fixa, independente do volume produzido, correspondente a gastos com aluguel, manutenção de equipamentos, salários, etc; a outra parcela é variável, depende da quantidade de óleo fabricado. No gráfico abaixo, fora de escala, a reta r_1 representa o custo de produção, e a reta r_2 descreve o faturamento da empresa, ambos em função do número de litros comercializados.



O valor da parcela fixa do custo e o volume mínimo de óleo a ser produzido para que a empresa não tenha prejuízo são, respectivamente,

a) R$ 10.000,00; 10.000 litros

b) R$ 15.000,00; 18.000 litros

c) R$ 15.000,00; 15.000 litros

d) R$ 20.000,00; 10.000 litros

e) R$ 10.000,00; 15.000 litros.

Comentário:

Vamos encontrar a equação a reta r_1. O coeficiente linear é o valor quando a abscissa é nula, ou seja, o coeficiente linear de r_1, vale 10000. O coeficiente linear vale:

$$\frac{40000 - 10000}{60000} = \frac{1}{2}$$

Assim, a equação da reta r_1 é

$$y = \frac{x}{2} + 10000$$

De forma análoga, o coeficiente linear da reta r_2 vale 0 e o coeficiente angular vale

$$\frac{90000}{60000} = \frac{3}{2}$$

Dessa forma, a equação da reta r_2 é

$$y = \frac{3x}{2}$$

Veja que o custo de produção fixo é dado pelo coeficiente linear da reta r_1, ou seja, o custo fixo é de R$10.000,00. O volume mínimo de óleo para que não haja prejuízo acontece na interseção das retas.

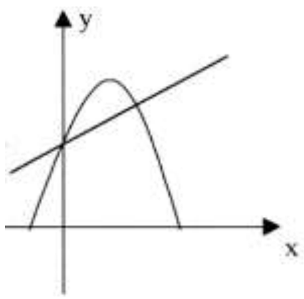
Assim, o volume x é tal que

$$\frac{3x}{2} = \frac{x}{2} + 10000 \Rightarrow x = 10000L$$

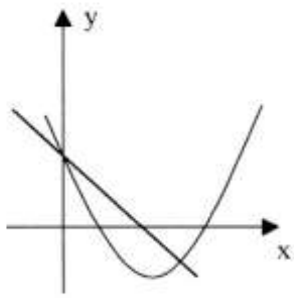
Gabarito: A

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 38

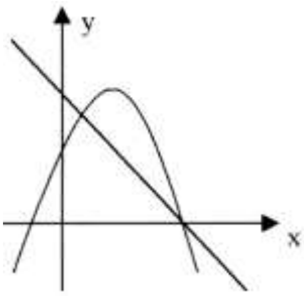
Considere *m*, *n* e *p* números reais não nulos e as funções *f* e *g* de variável real, definidas por $f(x) = mx^2 + nx + p$ e $g(x) = mx + p$. A alternativa que melhor representa os gráficos de *f* e *g* é:

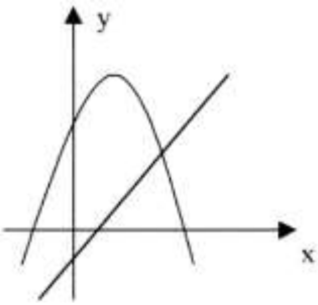


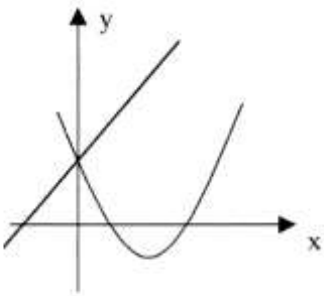
a)



b)

c) 

d) 

e) 

Comentário:

Analisando os pontos de interseção das funções, temos que

$$f(x) = g(x) \Rightarrow mx = mx^2 + nx \ \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{m-n}{m}$$

Veja então que há duas interseções e que uma delas ocorre no eixo das ordenadas, ou seja, eliminamos as alternativas c) e d). Além disso, veja que se m for positivo, a reta deve ser crescente e a parábola deve ter mínimo, ou seja, ter concavidade para cima. Já se m for negativo, a reta deve ser decrescente e a parábola deve ter máximo, ou seja, ter concavidade para baixo. Perceba que dentre as alternativas a), b) e e), apenas a e) satisfaz uma das hipóteses.

Gabarito: E

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 39

O conjunto solução da inequação $\begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ k & 1 & 3 \\ 1 & k & 3 \end{vmatrix} \leq 0$ é:

a) $\{k \in \mathbb{R} | -4 \leq k \leq 1\}$

b) $\{k \in \mathbb{R} | -1 \leq k \leq 4\}$

c) $\{k \in \mathbb{R} | k \leq -1$ ou $k \geq 4\}$

d) $\{k \in \mathbb{R} | k \leq -4$ ou $k \geq 1\}$

e) $\varnothing$

Comentário:

Resolveremos o determinante pela regra de Sahri:

$$det = 3 + 0 - k^2 - (-1 + 3k + 0) = -k^2 - 3k + 4 \leq 0$$

$$\Rightarrow (k + 4)(k - 1) \geq 0$$

Para que a inequação seja verdadeira, veja que k não pode estar entre as raízes (que são -4 e 1).

Assim, temos que

$$k \leq -4 \text{ ou } k \geq 1$$

Assim, o conjunto solução é

$$\{k \in \mathbb{R} \mid k \leq -4 \text{ ou } k \geq 1\}$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2000) QUESTÃO 40

Pode-se afirmar que a função real $y = \frac{(2x^2 - x - 1)\cdot(x + 3)}{x^2 + 2x - 3}$ após convenientemente simplificada, é equivalente a:

a) $y = 2x + 1$ para $\mathbb{R} - \{-3,\ 1\}$

b) $y = x^2 + 1$ para $\mathbb{R} - \{-3,\ 1\}$

c) $y = x - 2$ para $\mathbb{R} - \{-3,\ 1\}$

d) $y = x + \frac{1}{2}$ para $\mathbb{R} - \{-3,\ 1\}$

e) $y = 3x + 1$ para $\mathbb{R} - \{-3,\ 1\}$

Comentário:

Podemos escrever a função como

$$y = \frac{(2x+1)(x-1)(x+3)}{(x+3)(x-1)} = 2x + 1$$

Desde que esteja definida, ou seja, o denominador não seja nulo. Veja que o denominador se anula quando x é igual a -3 ou 1. Assim, a função equivale a

$$y = 2x + 1 \text{ para } \mathbb{R} - \{-3,1\}$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2001) QUESTÃO 41

Uma função quadrática é tal que seu gráfico intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada −35, suas raízes têm soma igual a 6 e o produto igual a 7. O valor máximo dessa função é:

a) 10

b) −5

c) 100

d) −35

e) 20

Comentário:

Veja que tal função tem por gráfico uma parábola e se ela intercepta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada -35, então seu termo independente de x vale -35. Veja que a função é da forma

$$f(x) = a(x^2 - 6x + 7)$$

Como o termo independente vale -35, segue que

$$a = -5 \Rightarrow f(x) = -5x^2 + 30x - 35$$

Assim, o valor máximo será dado no vértice da parábola. Temos que

$$x_{vértice} = \frac{-30}{-10} = 3$$

$$\Rightarrow f(x_{vértice}) = -45 + 90 - 35 = 10$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2001) QUESTÃO 42

Se o domínio da função $f(x)=(x^2-9)\cdot(x^2-4)\cdot x^2$ é $D(f)=\{-3,-2,0,2,3\}$, pode-se dizer que seu conjunto imagem possui:

a) exatamente 5 elementos.

b) exatamente 4 elementos.

c) um único elemento.

d) exatamente 2 elementos.

e) exatamente 3 elementos.

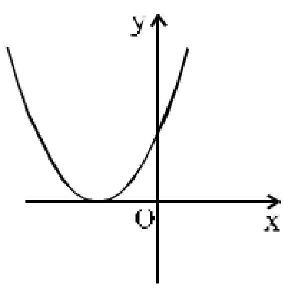
Comentário:

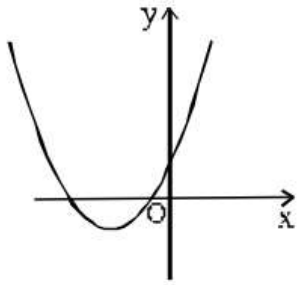
Perceba que se trata de uma função polinomial par, uma vez que todos os expoentes são pares. Além disso, veja que 3,2 e 0 são raízes da função. Dessa forma, segue que todos os elementos do domínio são raízes da função. Assim, o único elemento da imagem é 0.

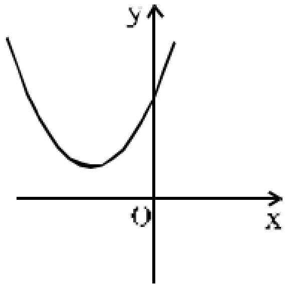
Gabarito: C

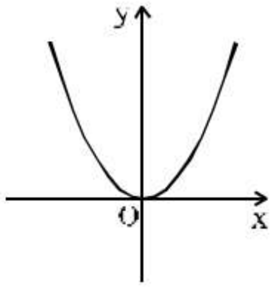
(EsPCEx-2001) QUESTÃO 43

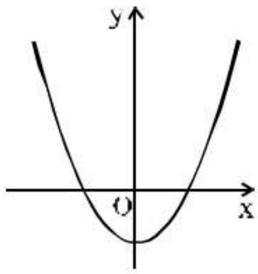
Na função $f(x)=ax^2+bx+c$, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, os números reais e positivos a, b e c são, nesta ordem, termos consecutivos de uma progressão geométrica. A melhor representação gráfica de $f(x)$ é:

a) 

b) 

c) 

d) 

e) 

Comentário:

Como a,b e c estão em progressão geométrica, podemos dizer que

$$b = a \cdot q; c = a \cdot q^2$$

Assim,

$$f(x) = a(x^2 + qx + q^2)$$

$$\Rightarrow f(x) = aq^2\left(\left(\frac{x}{q}\right)^2 + \frac{x}{q} + 1\right)$$

Fazendo uma troca de variáveis

$$z = \frac{x}{q} \Rightarrow f(x) = aq^2(z^2 + z + 1)$$

Veja, portanto, que o gráfico dessa função é semelhante ao da função

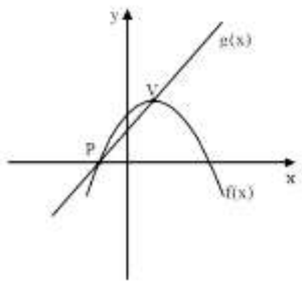
$$h(z) = z^2 + z + 1$$

Essa função, por sua vez, não admite raízes reais (não intercepta o eixo das abscissas) e tem toda a sua imagem positiva. Dessa forma, o único gráfico que satisfaz essas propriedades é o da alternativa c).

Gabarito: C

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 44

A figura mostra uma função quadrática, definida por $f(x) = -x^2 + 6x + 7$ a função afim $g(x)$. O ponto V é o vértice da parábola e P é uma raiz da função $f(x)$. O gráfico de $g(x)$ passa por esses dois pontos. O valor da ordenada onde o gráfico da função $g(x)$ corta o eixo y é:



a) 2

b) $\frac{7}{2}$

c) 4

d) $\frac{9}{2}$

e) 6

Comentário:

Veja que podemos fatorar f(x) como

$$f(x) = -(x - 7)(x + 1)$$

Assim, as raízes são 7 e -1. Dessa forma, a abscissa do ponto P vale -1. Assim, o ponto P= (-1,0) está no gráfico de g(x). Além disso, o vértice da parábola está no gráfico também. Veja que

$$x_{vétice} = \frac{-6}{-2} = 3 \Rightarrow y_{vértice} = -9 + 18 + 7 = 16$$

Assim, o ponto (3,16) também está no gráfico de g(x). Dessa forma, podemos descobrir o coeficiente angular m e o coeficiente linear n:

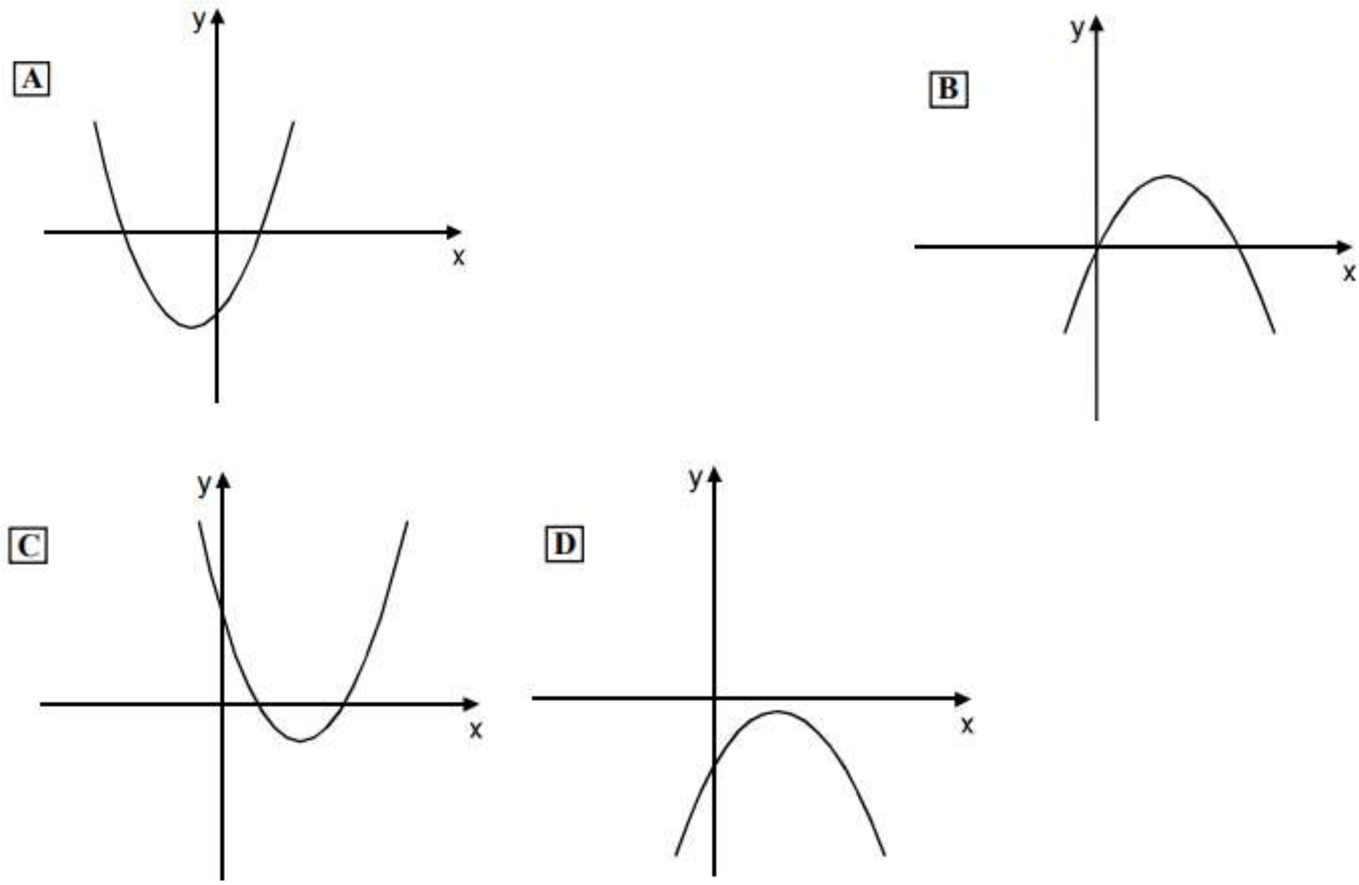
$$m = \frac{16 - 0}{3 - (-1)} = 4 \Rightarrow f(-1) = -4 + n = 0 \Rightarrow n = 4$$

Perceba que o valor da ordenada pedida é o próprio coeficiente linear n=4.

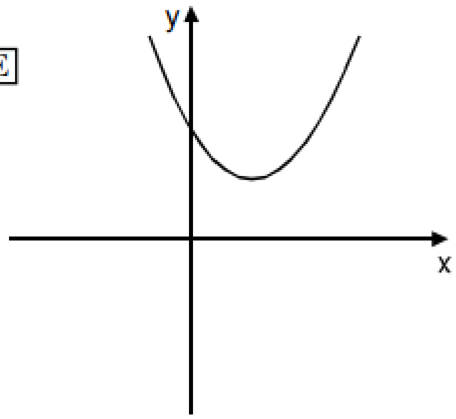
Gabarito: C

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 45

O gráfico que melhor representa a parábola da função $y = px^2 + px - p,\ p \in \mathbb{R}^*$ é:



E



Comentário:

Temos a parábola

$$y = p(x^2 + x - 1)$$

Veja que não importando o valor de p, as raízes são as mesmas. O discriminante desse polinômio do segundo grau é

$$\Delta = p^2(1^2 + 4) = 5p^2 > 0$$

Assim, há duas raízes reais e podemos eliminar as alternativas d) e e). Além disso, veja que soma das raízes é -1 e o produto é -1 também. Como o produto é negativo, segue que as raízes têm sinais diferentes, ou seja, uma delas é positiva e a outra é negativa. Veja que a única alternativa que satisfaz essas condições é a alternativa a).

Gabarito: A

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 46

Resolvendo um problema que conduzia a uma equação do segundo grau, um aluno errou ao copiar o valor do termo independente dessa equação e obteve as raízes 7 e 1. Outro aluno errou ao copiar o valor do coeficiente de x da mesma equação e obteve as raízes 3 e 4. Sabendo que esses foram os únicos erros cometidos pelos dois alunos, pode-se afirmar que as raízes corretas da equação são:

a) 3 e 6

b) 2 e 6

c) 2 e 4

d) 3 e 5

e) 4 e 5

Comentário:

Sem perda de generalidade, podemos dizer que o coeficiente líder dos dois polinômios do segundo grau é 1. Como o primeiro aluno errou apenas o termo independente, ele acertou o coeficiente de x, que é –8. Da mesma forma, como o segundo aluno errou apenas o coeficiente de x, ele acertou o termo independente que é 12. Assim, a equação do segundo grau correta é:

$$x^2 - 8x + 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x-2) = 0$$

Assim, as raízes são 6 e 2.

Gabarito: B

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 47

O conjunto-solução da inequação $\frac{x}{x+6} \geq \frac{1}{x-4}$ é:

a) $\{x \in \mathbb{R} | x < -6 \text{ ou } x > 4\}$

b) $\{x \in \mathbb{R} | x < -6 \text{ ou } -1 \leq x < 4 \text{ ou } x \geq 6\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} | -6 < x < 4\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} | -6 < x \leq 1 \text{ ou } x \geq 6\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x < 6\}$

Comentário:

Podemos reescrever a inequação como

$$\frac{x}{x+6} - \frac{1}{x-4} \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 4x - x - 6}{(x+6)(x-4)} \geq 0$$

$$\Rightarrow \frac{(x-6)(x+1)}{(x+6)(x-4)} \geq 0$$

Veja que as raízes do numerador são 6 e -1 e as raízes do denominador são -6 e 4. Colocando as raízes em ordem crescente temos o seguinte quadro de sinais:

Intervalo / Sinal	$x-6$	$x+1$	x+6	x-4	$\dfrac{(x-6)(x+1)}{(x+6)(x-4)}$
$x \leq -6$	-	-	-	-	+
$-6 < x \leq -1$	-	-	+	-	-
$-1 < x \leq 4$	-	+	+	-	+
$4 < x \leq 6$	-	+	+	+	-
$x \geq 6$	+	+	+	+	+

Veja que não estamos nos atentando aos casos em que ocorre a igualdade ou aos casos em que a desigualdade não está definida, pois o denominador é nulo. Analisando esses casos, chegamos nas seguintes condições:

$$x < -6 \text{ ou } -1 \leq x < 4 \text{ ou } x \geq 6$$

Gabarito: B

(EsPCEx-2002) QUESTÃO 48

Sejam as funções reais $f(x)=2x+1$ e $g(x)=x^2-6x+4$. A função composta $h(x)=g(f(x))$ é:

a) $4x^2-6x-1$

b) $2x^2+2x-1$

c) $4x^2-1$

d) $4x^2-8x-1$

e) $2x^2-12x-1$.

Comentário:

Veja que

$$g(x) = (x^2 - 6x + 9) - 5 = (x-3)^2 - 5 \Rightarrow g(f(x)) = (f(x) - 3)^2 - 5$$

$$= (2x + 1 - 3)^2 - 5 = (2x - 2)^2 - 5 = 4x^2 - 8x + 4 - 5 = 4x^2 - 8x - 1$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2003) QUESTÃO 49

Sejam as funções $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definidas por $f(x) = a \cdot x^2 \cdot \cos x$ e $g(x) = b \cdot x^2 \cdot sen\, x$, em que *a* e *b* são constantes reais. Se $f(6) = -2$ e $g(6) = -9$, então o valor de $f(6) + 2 \cdot f(-6) + 3 \cdot g(6) + 4 \cdot g(-6)$ é:

a) −69.

b) 3.

c) 11.

d) 57.

e) −61.

Comentário:

Perceba que f é um produto de duas funções pares, logo f é par. Além disso, g é o produto de uma função par com uma ímpar, logo g é ímpar. Disso, segue que

$$f(-6) = f(6) = -2; g(-6) = -g(6) = -(-9) = 9$$

$$\Rightarrow f(6) + 2f(-6) + 3g(6) + 4g(-6) = -2 - 4 - 27 + 36 = 9 - 6 = 3$$

Gabarito: B

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 50

Supondo $x \in \mathbb{R}$, com $x > 0$ e $x \neq 1$, a inequação $x^{2x-1} < x^3$ tem como solução:

a) 0 < x < 1

b) x > 2

c) x > 1

d) 1 < x < 2

e) 2 < x < 3

Comentário:

Das restrições do enunciado, como a base dos dois lados da inequação é igual, podemos "cortá-la" e ficamos com uma desigualdade nos expoentes. Entretanto, se x < 1, há a inversão do sinal da desigualdade. Dessa forma, temos

$$x < 1 \Rightarrow 2x - 1 > 3 \Rightarrow 2x > 4 \Rightarrow x > 2 \Rightarrow \text{Absurdo!}$$

$$x > 1 \Rightarrow 2x - 1 < 3 \Rightarrow 2x < 4 \Rightarrow x < 2$$

Dessa forma, a solução da inequação é tal que

$$1 < x < 2$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2004) QUESTÃO 51

Com relação à função $g(x)=\frac{x-1}{x+1}$, definida para $x\neq -1$, pode-se afirmar que a única alternativa correta é:

a) $g(x)\leq 0$ para todo $x \in \mathbb{R} - \{-1,\ 0\}$

b) $\nexists x \in \mathbb{R}$ tal que $g(x)=0$

c) $g(x)\geq 0$ para todo $x\in]-1,+\infty[$

d) $g(x)<0$ para todo $x\in]-1,1[$

e) $\nexists x \in \mathbb{R}$ tal que $g(x)=2$

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) Tome qualquer

$$x > 1 \Rightarrow g(x) > 0$$

b) (F) Tome

$$x = 1 \Rightarrow g(x) = g(1) = 0$$

c) (F) Tome

$$x = 0 \ \in]-1, +\infty[\Rightarrow g(x) = g(0) = -1 \ < 0$$

d) (V) Veja que se

$$x \in]-1,1[\Rightarrow x-1<0 \text{ e } x+1>0 \Rightarrow \frac{x-1}{x+1}<0$$

e) (F) Tome

$$x=-3 \Rightarrow g(3)=\frac{-4}{-2}=2$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2006) QUESTÃO 52

Em uma cabine de um estádio de futebol, um computador registra todos os lances de uma partida. Em um desses lances, Zaqueu cobrou uma falta, fazendo a bola descrever um arco de parábola contido num plano vertical, parábola esta simétrica ao seu eixo, o qual também era vertical. A bola caiu no chão exatamente a 30m de Zaqueu. Durante o trajeto, a bola passou raspando a cabeça do juiz. O juiz, que não interferiu na trajetória da bola, tinha 1,76m de altura e estava ereto, a 8m de distância de onde saiu o chute. Desse modo, a altura máxima, em metros, atingida pela bola foi de:

a) 2,25m

b) 4,13m

c) 6,37m

d) 9,21m

e) 15,92m

Comentário:

Podemos dizer que a equação da parábola é do tipo

$$y=ax^2+bx+c, a\neq 0$$

Tomando

$$x=30 \ \Rightarrow y=0 \ \Rightarrow 900a+30b+c=0\ (I)$$

$$x=8 \ \Rightarrow y=1{,}76 \ \Rightarrow 64a+8b+c=1{,}76\ (II)$$

Veja que tomamos os pés de Zaqueu como origem. Veja ainda que o vértice da parábola tem como abscissa x= 15, ou seja,

$$x_{vértice} = 15 \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 15 \Rightarrow b = -30a$$

Fazendo $(I) - (II)$, temos

$$816a + 22b = -1{,}76 \Rightarrow 836a - 660a = -1{,}76 \Rightarrow a = -\frac{1{,}76}{176} = -\frac{1}{100}$$

$$\Rightarrow b = \frac{30}{100} \Rightarrow -9 + 9 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

Dessa forma, temos que a altura h é

$$h = y_{vértice} = -\frac{1}{100} \cdot 15^2 + \frac{30}{100} \cdot 15 = -2{,}25 + 4{,}5 = 2{,}25$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2007) QUESTÃO 53

Dada a função $f(\mathbb{R} \to \mathbb{R})$, tal que $f(x) = x^2 - 7x + 10$, a única afirmação verdadeira a respeito de $f(x)$ é:

a) $f(-2) = -28$.

b) a menor ordenada que *f* atinge é 2,25.

c) a função se anula para $x = -2$ ou $x = -5$.

d) para $x > 5$, enquanto x cresce, $f(x)$ também cresce.

e) dobrando *x*, $f(x)$ também dobra.

Comentário:

Analisando as alternativas:

a) (F) Veja que

$$f(-2) = 4 + 14 + 10 = 28$$

b) (F) Veja que a função tem por gráfico uma parábola de concavidade para cima, ou seja, admite mínimo. Dessa forma, a menor ordenada que f atinge é

$$y_{vértice} = -\frac{\Delta}{4.1} = -\frac{(-7)^2 - 4 \cdot 10}{4} = -\frac{9}{4} = -2{,}25$$

c) (F) Veja que

$$f(-2) = 4 + 14 + 10 = 28 \text{ e } f(-5) = 25 + 35 + 10 = 70$$

d) (V) Veja que a abscissa do vértice é

$$x_{vértice} = -\frac{-7}{2} = 3{,}5$$

Assim, como a parábola tem concavidade para cima, para x maior que a abscissa do vértice, temos que f é crescente, ou seja, se x cresce, f(x) também cresce

e) (F) Tomando

$$y = 2x \Rightarrow f(y) = 4x^2 - 14x + 10 \neq 2(x^2 - 7x + 10)$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2008) QUESTÃO 54

Em uma determinada função quadrática, −2 e 3 são suas raízes. Dado que o ponto (−3, 12) pertence ao gráfico dessa função, pode-se concluir que:

a) o seu valor máximo é −12,50

b) o seu valor mínimo é 0,50

c) o seu valor máximo é 6,25

d) o seu valor mínimo é −12,50

e) o seu valor máximo é 0,50

Comentário:

Veja que a função é da forma

$$y = a(x + 2)(x - 3)$$

Tomando

$$x = -3 \Rightarrow y = a(-1)(-6) = 12 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 2(x+2)(x-3) = 2x^2 - 2x - 12$$

Veja que tal função tem concavidade para cima, ou seja, admite mínimo, de forma que eliminamos as alternativas a), c) e e). Veja que o valor mínimo é dado por

$$y_{vértice} = -\frac{\Delta}{4 \cdot 2} = -\frac{(-2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-12)}{8} = -\frac{100}{8} = -12{,}5$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2009) QUESTÃO 55

Um agricultor, que dispõe de 60 metros de tela, deseja cercar uma área retangular, aproveitando-se de dois trechos de muro, sendo um deles com 12 metros de comprimento e o outro com comprimento suficiente, conforme a figura abaixo.

Sabendo que ele pretende usar exatamente os 60 metros de tela, pode-se afirmar que a expressão que representa a área cercada y, em função da dimensão x indicada na figura, e o valor da área máxima que se pode obter nessas condições são, respectivamente, iguais a:

a) $y = -2x^2 + 24x + 576$ e $648m^2$

b) $y = -2x^2 2 - 24x + 476$ e $548m^2$

c) $y = -x^2 + 36x + 576$ e $900m^2$

d) $y = -2x^2 + 12x + 436$ e $454m^2$

e) $y = -x^2 + 12x + 288$ e $288m^2$

Comentário:

Veja que nas laterais o agricultor irá usar 2x + 12 metros de tela. Dessa forma, irá usar, no outro lado

$$60 - (2x + 12) = 48 - 2x$$

Assim, a área em função de x é

$$y = (12 + x)(48 - 2x) = -2x^2 + 24x + 576$$

Para descobrirmos a área máxima possível, percebemos que tal função tem concavidade para baixo, ou seja, realmente admite máximo e, além disso, a abscissa do vértice é

$$x_{vértice} = -\frac{24}{2 \cdot (-2)} = 6$$

Como tal valor de x é atingível, segue que a área máxima é

$$y = -2 \cdot 36 + 24 \cdot 6 + 576 = 72 + 576 = 648m^2$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2010) QUESTÃO 56

A represa de uma usina hidroelétrica está situada em uma região em que a duração do período chuvoso é 100 dias. A partir dos dados hidrológicos dessa região, os projetistas concluíram que a altura do nível da represa varia, dentro do período chuvoso, segundo a função Real

$$N(t) = \begin{cases} \frac{t}{5} + 8, \text{para } 0 \le t < 20 \\ -\frac{t^2}{100} + \frac{4t}{5}, \text{para } 20 \le t < 50 \\ -\frac{3t}{25} + 21, \text{para } 50 \le t \le 100 \end{cases}.$$

Em que N(t) é a altura do nível da represa, medido em metros, t é o número de dias, contados a partir do início do período chuvoso. Segundo esse modelo matemático, o número de dias, dentro do período chuvoso, em que a altura do nível da represa é maior ou igual a 12 metros é:

a) 40

b) 41

c) 53

d) 56

e) 60

Comentário:

Vamos analisar os períodos e descobrir as condições para que a altura seja maior ou igual a 12 metros

$$0 \leq t < 20 \Rightarrow \frac{t}{5} + 8 \geq 12 \Rightarrow t \geq 20 \Rightarrow \text{Absurdo!}$$

$$20 \leq t < 50 \Rightarrow -\frac{t^2}{100} + \frac{4t}{5} \geq 12 \Rightarrow -t^2 + 80t - 1200 \geq 0 \Rightarrow t^2 - 80t + 1200 \leq 0$$

$$\Rightarrow (t-60)(t-20) \leq 0 \Rightarrow 20 \leq t \leq 60$$

No intervalo possível, temos que todos os dias t tais que

$$20 \leq t < 50$$

São possíveis. Dessa forma, temos 30 soluções nesse intervalo. Agora testamos o último caso:

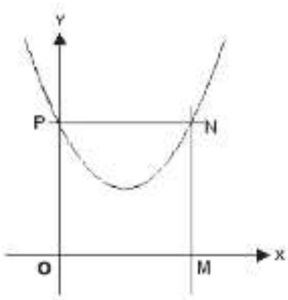
$$50 \leq t \leq 100 \Rightarrow -\frac{3t}{25} + 21 \geq 12 \Rightarrow \frac{3t}{25} \leq 9 \Rightarrow t \leq 75 \Rightarrow \text{Solução: } 50 \leq t \leq 75$$

Veja que nesse intervalo temos 26 soluções. Assim, o total de soluções é 30+26=56.

Gabarito: D

(EsPCEx-2010) QUESTÃO 57

Na figura abaixo, estão representados um sistema de eixos coordenados com origem O, o gráfico de uma função real do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$ e o quadrado OMNP, com 16 unidades de área. Sabe-se que o gráfico de f(x) passa pelos pontos P e N, vértices do quadrado, e pelo ponto de encontro das diagonais desse quadrado. Assim, o valor de $a + b + c$ é:



a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{2}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

e) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Comentário:

Veja que OMNP é um quadrado de lado 4. Dessa forma, podemos ver que parábola passa pelos pontos (4,4) e (0,4). Dessa forma, temos que

$$x = 4 \;\Rightarrow y = 4 \;\Rightarrow 16a + 4b + c = 4$$

$$x = 0 \;\Rightarrow y = 4 \;\Rightarrow c = 4 \Rightarrow b = -4a$$

Perceba que o ponto de encontro das diagonais do quadrado é o ponto (2,2), ou seja,

$$x = 2 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow 4a + 2b + 4 = 2 \Rightarrow 4a - 8a = -2 \Rightarrow a = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -2$$

Assim, temos que

$$a + b + c = \frac{1}{2} + 4 - 2 = \frac{5}{2}$$

Gabarito: C

(EsPCEx-2011) QUESTÃO 58

Considere as funções Reais $f(x)=3x$, de domínio $[4,8]$ e $g(y)=4y$, de domínio $[6,9]$. Os valores máximo e mínimo que o quociente $\frac{f(x)}{g(y)}$ pode assumir são, respectivamente,

a) $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{2}$

b) $\frac{1}{3}$ e 1

c) $\frac{4}{3}$ e $\frac{3}{4}$

d) $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{3}$

e) 1 e $\frac{1}{3}$

Comentário:

Para que tenhamos o maior valor da razão, devemos maximizar o numerador e minimizar o denominador. Para que tenhamos o mínimo fazemos o contrário em ambos. Assim, o máximo é

$$max\frac{f(x)}{g(y)}=\frac{f(8)}{g(6)}=\frac{24}{24}=1$$

Já o mínimo é

$$mín\frac{f(x)}{g(y)}=\frac{f(4)}{g(9)}=\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$$

Gabarito: E

(EsPCEx-2011) QUESTÃO 59

O domínio da função real $f(x)=\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-8x+12}$ é:

a) $]2,\infty[$

b) $]2,6[$

c) $]-\infty,6]$

d) $]-2,2]$

e) $]-\infty,2[$

Comentário:

Para que a função esteja definida, precisamos que o que está dentro da raiz seja não negativo o denominador seja não nulo. Para que o que está na raiz seja não negativo:

$$2-x\geq 0\Rightarrow x\leq 2$$

Veja que podemos escrever o denominador como

$$x^2 - 8x + 12 = (x - 6)(x - 2)$$

Que se anula quando x = 6 ou x = 2. Dessa forma, o caso x = 6 já foi descartado pela primeira condição. Assim, tirando o caso x = 2, temos que a condição de existência da função é

$$x < 2 \Rightarrow x \in]-\infty, 2[$$

Gabarito: E

(EsPCEx-2012) QUESTÃO 60

Sejam as funções reais $f(x)=\sqrt{x^2+4x}$ e $g(x)=x-1$. O domínio da função $f(g(x))$ é:

a) $D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -3 \text{ ou } x \geq 1\}$

b) $D = \{x \in \mathbb{R} | -3 \leq x \leq 1\}$

c) $D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 1\}$

d) $D = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 4\}$

e) $D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 0 \text{ ou } x \geq 4\}$

Comentário:

Veja que a função

$$f(g(x)) = \sqrt{g(x)(g(x)+4)} = \sqrt{(x-1)(x+3)}$$

Dessa forma, para que tal função esteja definida, temos que

$$(x-1)(x+3) \geq 0 \Rightarrow x \leq -3 \text{ ou } x \geq 1$$

$$\Rightarrow D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -3 \text{ ou } x \geq 1\}$$

Gabarito: A

(EsPCEx-2013) QUESTÃO 61

Uma indústria produz mensalmente *x* lotes de um produto. O valor mensal resultante da venda deste produto é $V(x)=3x^2-12x$ e o custo mensal da produção é dado por $C(x)=5x^2-40x-40$. Sabendo que o lucro é obtido pela diferença entre o valor resultante das vendas e o custo da produção, então o número de lotes mensais que essa indústria deve vender para obter lucro máximo é igual a:

a) 4 lotes.

b) 5 lotes.

c) 6 lotes.

d) 7 lotes.

e) 8 lotes.

Comentário:

O lucro é dado por

$$3x^2 - 12x - (5x^2 - 40x - 40) = -2x^2 + 28x + 40$$

Veja que se trata de uma parábola com concavidade para baixo, ou seja, realmente assume máximo. Dessa forma, o valor de x no ponto de máximo é

$$x_{vértice} = -\frac{28}{2 \cdot (-2)} = 7$$

Perceba que tal valor de x é atingível, logo o lucro máximo é obtido com 7 lotes.

Gabarito: D

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 62

Um fabricante de poltronas pode produzir cada peça ao custo de R$ 300,00. Se cada uma for vendida por *x* reais, este fabricante venderá por mês (600 − x) unidades, em que $0 \le x \le 600$.

Assinale a alternativa que representa o número de unidades vendidas mensalmente que corresponde ao lucro máximo.

a) 150

b) 250

c) 350

d) 450

e) 550

Comentário:

Como o lucro equivale à diferença entre o que foi ganho e o que foi gasto, segue que o lucro é dado por

$$x(600-x)-300(600-x)=(x-300)(600-x)=-x^2+300x-180000$$

Veja que o gráfico dessa função é uma parábola de concavidade para baixo, ou seja, admite máximo. Dessa forma, temos que O lucro máximo é dado na abscissa do vértice, ou seja,

$$x_{vértice}=-\frac{300}{2\cdot(-1)}=150$$

Dessa forma, o número de unidades vendidas mensalmente para garantir lucro máximo é

$$600-x_{vértice}=600-150=450$$

Gabarito: D

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 63

Considere a função bijetora $f:[1,+\infty]\rightarrow(-\infty,3]$, definida por $f(x)=-x^2+2x+2$ e seja (a, b) o ponto de intersecção de f com sua inversa. O valor numérico da expressão a + b é:

a) 2

b) 4

c) 6

d) 8

e) 10

Comentário:

Se a função é bijetora, admite inversa. Veja que

$$y=-x^2+2x+2=-(x^2-2x+1)+3=-(x+1)^2+3\Rightarrow x=\sqrt{3-y}-1$$

Perceba que na interseção de uma função com sua inversa, temos que a abscissa á igual à ordenada, ou seja,

$$x = -x^2 + 2x + 2 \Rightarrow -x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = 0 \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2$$

Assim, temos as soluções

$$x = 2 \text{ e } x = -1$$

Veja que apenas a solução x = 2 está no domínio, ou seja, temos que o ponto de interseção é (2,2). Portanto, a soma é $a + b = 2 + 2 = 4$

Gabarito: B

(EsPCEx-2014) QUESTÃO 64

Assinale a alternativa que representa o conjunto de todos os números reais para os quais está definida a função $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}{\sqrt[3]{x^2 - 4}}$.

a) $\mathbb{R} - \{-2,\ 2\}$

b) $(-\infty, -2) \cup (5, +\infty)$

c) $(-\infty, -2) \cup (-2, 1] \cup [5, +\infty)$

d) $(-\infty, -1) \cup (5, +\infty)$

e) $(-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Comentário:

Para que a função esteja definida, é necessário que o que está dentro da raiz quadrada no numerador seja não negativo e o que está na raiz cúbica no denominador seja não nulo.

Daí, segue que

$$x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq 2 \text{ e } x \neq -2$$

$$x^2 - 6x + 5 \geq 0 \Rightarrow (x-1)(x-5) \geq 0 \Rightarrow x \leq 1 \text{ ou } x \geq 5$$

Dessa forma, intersectando as restrições, chegamos em:

$$x \in (-\infty, -2) \cup (-2,1] \cup [5, +\infty)$$

Gabarito: C

(EsPCEx-2015) QUESTÃO 65

Considere as funções reais *f* e *g*, tais que $f(x)=\sqrt{x}+4$ e $f(g(x))=x^2-5$, onde $g(x)$ é não negativa para todo x real. Assinale a alternativa cujo conjunto contém todos os possíveis valores de x, que satisfazem os dados do enunciado.

a) $\mathbb{R} -]-3,\ 3[$

b) $\mathbb{R} -]-\sqrt{5}, \sqrt{5}[$

c) $]-\sqrt{5}, \sqrt{5}[$

d) $]-3, 3[$

e) $\mathbb{R}-]-\infty,\ 3[$

Comentário:

Veja que

$$f(g(x)) = x^2 - 5 = \sqrt{g(x)} + 4 \Rightarrow \sqrt{g(x)} = x^2 - 9$$

Para que esteja definido, é necessário que

$$x^2 - 9 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3 \text{ ou } x \leq -3$$

Veja que, dentre as alternativas apresentadas, a única em que o conjunto está completamente contido na solução é o conjunto

$$\mathbb{R}-] - \infty, 3[$$

Gabarito: E

(EsPCEx-2015) QUESTÃO 66.

Um portal de igreja tem a forma de um arco de parábola, conforme figura abaixo. A medida da sua base AB é 4m e da sua altura é 5m. Um vitral foi colocado 3,2m acima da base. Qual a medida CD da base, em metros?

a) 1,44

b) 1,80

c) 2,40

d) 3,00

e) 3,10

Comentário:

Colocando a origem na interseção entre o eixo de simetria da parábola e o segmento AB, temos que os pontos (2,0), (-2,0) e (0,5) pertencem à parábola. Sabendo que a parábola segue uma função do tipo

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 5 \Rightarrow c = 5$$

$$x = 2 \Rightarrow 4a + 2b + 5 = 0 \Rightarrow 4a + 2b = -5$$

$$x = -2 \Rightarrow 4a - 2b + 5 = 0 \Rightarrow 4a - 2b = -5$$

$$\Rightarrow b = 0 \Rightarrow 4a = -5 \Rightarrow a = -\frac{5}{4}$$

Assim, a parábola tem por equação

$$y = -\frac{5}{4}x^2 + 5$$

Veja que tomando

$$y = 3,2 \Rightarrow -\frac{5}{4}x^2 + 5 = 3,2 \Rightarrow \frac{5}{4}x^2 = 1,8 \Rightarrow x^2 = 1,44 \Rightarrow x = \pm 1,2$$

Dessa forma, a medida do segmento CD é

$$1,2 - (-1,2) = 2,4m$$

Gabarito: C