

Capítulo 04: Semelhança de Triângulos

Resposta da questão 01: [D]

$$\frac{30}{20} = \frac{C}{180} \Rightarrow C = 270 \text{ cm} = 2,7 \text{ m}$$

Resposta da questão 02: [A]

Para que a sombra da vela dobre de tamanho, a altura x que a vela deve derreter é de:

$$\frac{30 - x}{18} = \frac{16 + 48}{48}$$

$$30 - x = 24$$

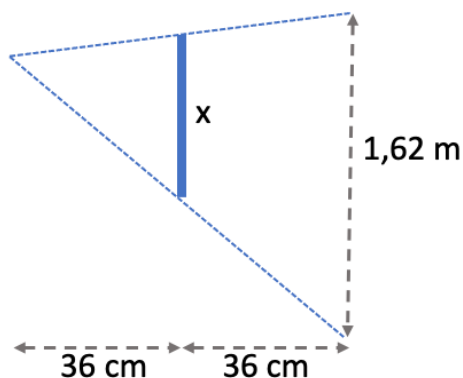
$$x = 6 \text{ cm}$$

O que deve demorar:

$$2,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{h}} = \frac{0,06 \text{ m}}{\Delta t}$$

$$\therefore \Delta t = 24 \text{ h} = 1 \text{ dia}$$

Resposta da questão 03: [B]



Sendo x a altura mínima do espelho, como o triângulo menor é semelhante ao maior, temos:

$$\frac{x}{1,62} = \frac{36}{72} \Rightarrow x = 0,81 \text{ m} = 81 \text{ cm.}$$

Resposta da questão 04: [C]

Por semelhança entre os triângulos ADE e ABC, obtemos:

$$\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{x}{2x+1} = \frac{2}{6}$$

$$3x = 2x + 1$$

$$x = 1$$

Também podemos obter:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{2x}{x+y} = \frac{2}{6}$$

$$6 = 1 + y$$

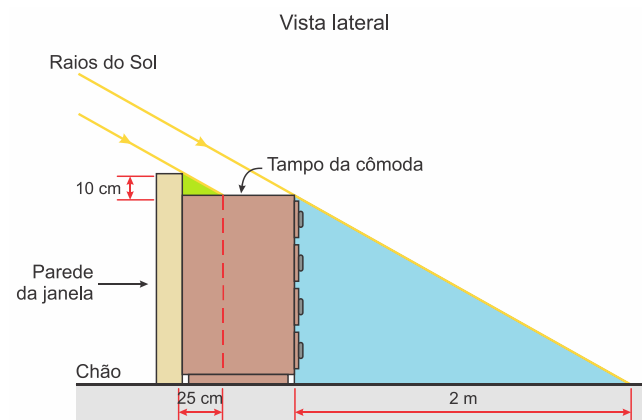
$$y = 5$$

Portanto, o comprimento do segmento AB vale:

$$x + y = 6$$

Resposta da questão 05: [E]

Como o Sol está muito distante da Terra os raios podem ser considerados paralelos, com isso, a resolução é realizada por intermédio de semelhança de triângulos.



Na figura acima, os triângulos verde e azul são semelhantes, então a altura h da cômoda é obtida pela proporção:

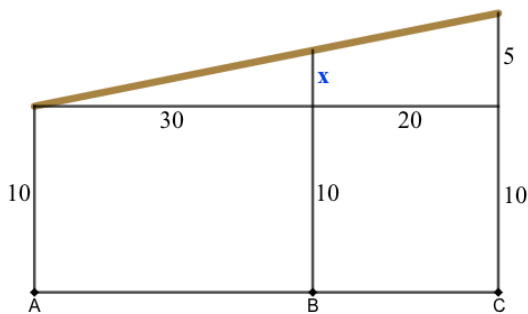
$$\frac{h}{2 \text{ m}} = \frac{10 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \Rightarrow h = 2 \text{ m} \cdot \frac{10 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} \therefore h = 0,8 \text{ m} = 80 \text{ cm}$$

Resposta da questão 06: [B]

O triângulo maior é semelhante ao menor, logo:

$$\frac{x+3}{3} = \frac{7}{2} \Rightarrow x+3 = 10,5 \Rightarrow x = 7,5 \text{ m.}$$

Resposta da questão 07: [C]



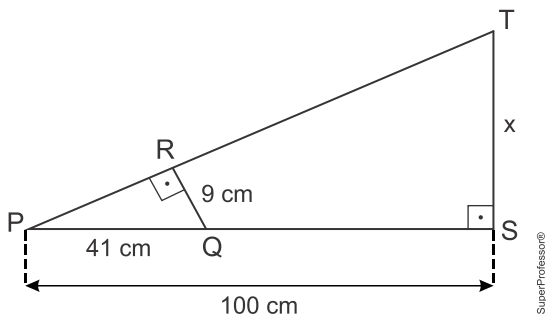
Como o triângulo menor é semelhante ao triângulo maior determinado, temos:

$$\frac{x}{5} = \frac{30}{50} \Rightarrow x = 3 \text{ cm.}$$

Assim, a altura da coluna em B na maquete é de $10 + 3 = 13 \text{ cm.}$

Resposta da questão 08: [B]

Cálculo do segmento \overline{PR} :



$$\overline{PQ}^2 = \overline{QR}^2 + \overline{PR}^2$$

$$41^2 = 9^2 + \overline{PR}^2$$

$$\overline{PR} = \sqrt{1600}$$

$$\overline{PR} = 40 \text{ cm}$$

Por semelhança de triângulos, chegamos a:

$$\frac{\overline{ST}}{\overline{QR}} = \frac{\overline{PS}}{\overline{PR}}$$

$$\frac{x}{9} = \frac{100}{40}$$

$$\therefore x = 22,5 \text{ cm}$$

Resposta da questão 09: [B]

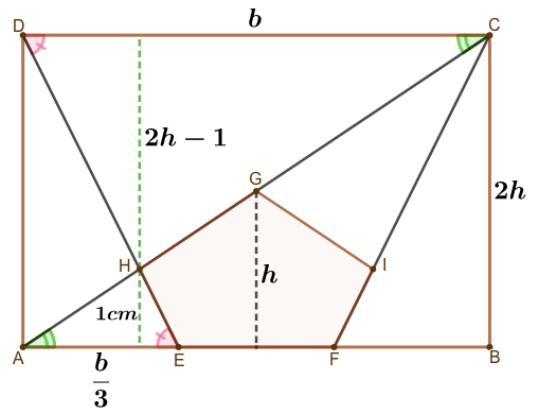
Como os triângulos são semelhantes, temos

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

ou seja, A'B' tem 2/3 do tamanho do objeto.

Resposta da questão 10: [B]

Sabendo que as diagonais de um retângulo se encontram nos seus respectivos pontos médios, temos que a altura do retângulo é igual a $2h$. Além disso, note que os triângulos AEH e CDH possuem, ordenadamente, os mesmos ângulos, portanto, são semelhantes.

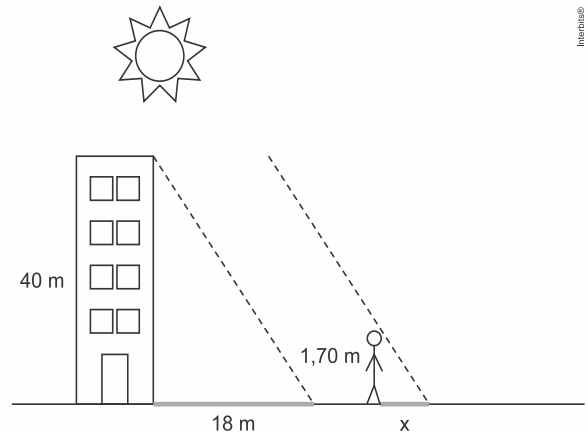


Assim:

$$\frac{1}{2h-1} = \frac{\frac{b}{3}}{b} \Rightarrow 2h-1 = 3 \Rightarrow h = 2 \text{ cm.}$$

A altura h do pentágono EFIGH é 2 cm.

Resposta da questão 11: [D]



Considerando que x é a medida da sombra da pessoa, podemos escrever que:

$$\frac{40}{18} = \frac{1,70}{x} \Rightarrow 40x = 30,6 \Rightarrow x = 0,765 \text{ m}$$

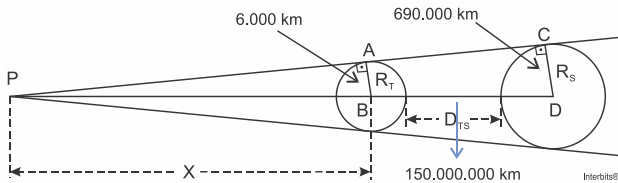
Portanto, a medida da sombra da pessoa será: $x = 0,765 \text{ m} = 76,5 \text{ cm}$

Resposta da questão 12: [E]

Para obter a altura, basta aplicar a semelhança de triângulos, e neste caso, temos a seguinte relação:

$$\frac{h}{30} = \frac{8}{12} \Rightarrow h = 20 \text{ metros.}$$

Resposta da questão 13: [C]



Considerando os triângulos PAB e PCD semelhantes na figura, podemos escrever:

$$\frac{x}{x + 150000000} = \frac{6000}{690000} \Rightarrow \frac{x}{x + 150000000} = \frac{1}{115} \Rightarrow 115x = x + 150000000 \Rightarrow 114x = 150000000 \Rightarrow x = 1.315.789,4 \text{ km}$$

Ou seja, aproximadamente 1.300.000 km.

Resposta da questão 14: [A]

Sendo os triângulos retângulos semelhantes por AA e $\overline{BC} = 1,6 \text{ m}$, temos

$$\frac{\overline{CD}}{3} = \frac{1,6}{8} \Leftrightarrow \overline{CD} = 0,6 \text{ m.}$$

Resposta da questão 15: [D]

Se que os lados AB e BC medem 80 e 100 metros, então o lado AC mede 60 metros (Teorema de Pitágoras). Sabe-se também que os segmentos CM e BM são iguais e medem 50 metros (pois MP é mediatriz da hipotenusa). Como o triângulo ABC é semelhante ao triângulo PMB, pode-se escrever:

$$\frac{100}{PB} = \frac{50}{80} \rightarrow PB = \frac{125}{2} \text{ m}$$

$$AP = 80 - \frac{125}{2} \rightarrow AP = \frac{35}{2} \text{ m}$$

$$\frac{MP}{60} = \frac{50}{80} \rightarrow MP = \frac{75}{2} \text{ m}$$

$$P_{\text{ote1}} = 60 + 50 + \frac{75}{2} + \frac{35}{2} \rightarrow P_{\text{ote1}} = 165 \text{ m}$$

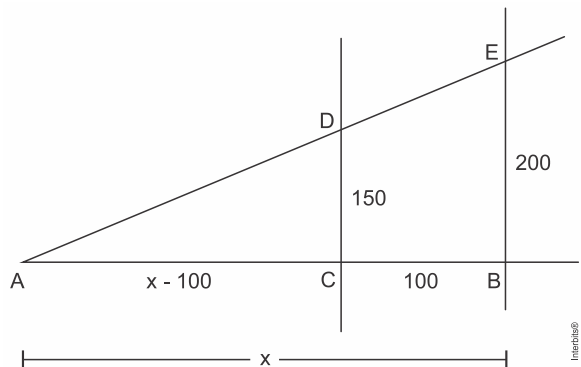
$$P_{\text{ote2}} = 50 + \frac{75}{2} + \frac{125}{2} \rightarrow P_{\text{ote2}} = 150 \text{ m}$$

Portanto, a razão entre os perímetros dos lotes I e II será:

$$\frac{P_{\text{ote1}}}{P_{\text{ote2}}} = \frac{165}{150} = \frac{11}{10}$$

Resposta da questão 16: [D]

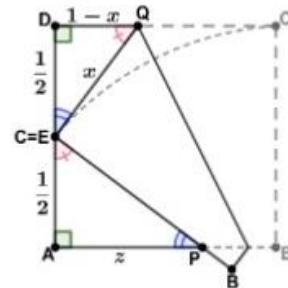
De acordo com o problema, temos a seguinte figura com x sendo a distância procurada.



$$\Delta ACD \sim \Delta ABE \Rightarrow \frac{x - 100}{x} = \frac{150}{200} \Rightarrow \frac{x - 100}{x} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 400 \text{ m}$$

Resposta da questão 17: [A]

Após a dobradura, temos o seguinte esquema:



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo QDE, temos:

$$x^2 = (1 - x)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 = 1 - 2x + x^2 + \frac{1}{4}$$

$$2x = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \frac{5}{8}$$

consequentemente,

$$QD = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

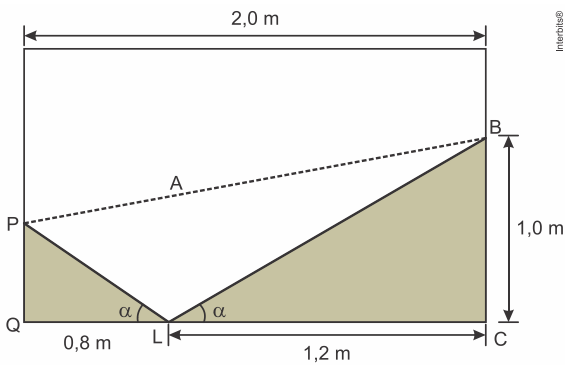
Como os triângulos QDE e EAP têm os mesmos ângulos, eles são semelhantes, logo

$$\frac{AP}{DE} = \frac{EA}{QD} \Rightarrow \frac{z}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{8}} \Rightarrow z = \frac{2}{3}$$

Logo, a desdobramos a folha, retornando o ponto B a sua posição de origem, teremos:

$$PB = 1 - AP = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \text{ dm.}$$

Resposta da questão 18: [A]

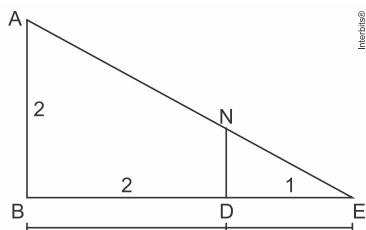


$$\Delta PQL \sim \Delta BCL \Rightarrow \frac{PQ}{1} = \frac{0,8}{1,2} \Rightarrow PQ = (0.666666...) \text{ m}$$

Ou seja, aproximadamente 67 cm.

Resposta da questão 19: [B]

Considere a situação:



Aplicando semelhança de triângulos temos a seguinte proporção:

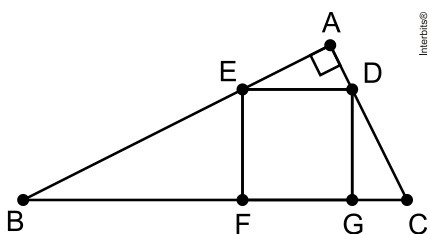
$$\frac{AB}{ND} = \frac{BE}{DE} \Rightarrow \frac{2}{ND} = \frac{3}{1} \Rightarrow ND = \frac{2}{3}$$

Como o valor procurado é $MN = 1 - ND$ temos:

$$MN = 1 - ND = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

Resposta da questão 20: [D]

Considere a figura.



É fácil ver que os triângulos BFE e DGC são semelhantes por AA. Portanto, se l é a medida do lado do quadrado, temos

$$\frac{l}{2} = \frac{8}{l} \Leftrightarrow l^2 = 16 \Rightarrow l = 4.$$

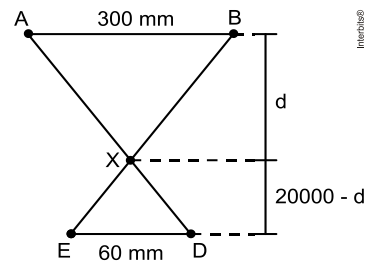
Resposta da questão 21: [A]

Sabendo que a altura é proporcional ao comprimento da sombra projetada, segue-se que a altura h do pau de sebo é dada por

$$\frac{h}{125} = \frac{1}{25} \Leftrightarrow h = 5 \text{ m.}$$

Resposta da questão 22: [D]

Considere a figura, em que d é a distância pedida.



Como os triângulos ABX e EDX são semelhantes, temos que

$$\frac{20000 - d}{d} = \frac{60}{300} \Leftrightarrow d = 100000 - 5d$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{100000}{6}$$

$$\Rightarrow d \cong 16666,7 \text{ mm}$$

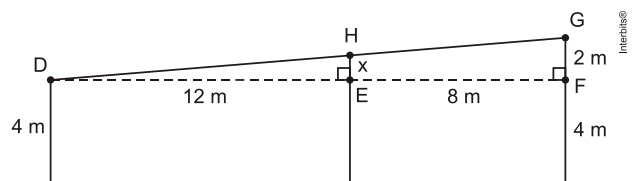
$$\Rightarrow d \cong 16,7 \text{ m.}$$

Resposta da questão 23: [B]

Se d é a distância procurada, então

$$\frac{d}{12} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow d = 8 \text{ m.}$$

Resposta da questão 24: [D]



Traçando $DF \perp AC$, temos que os triângulos DHE e DGF são semelhantes por AAA.

Se $\overline{HE} = x$, vem:

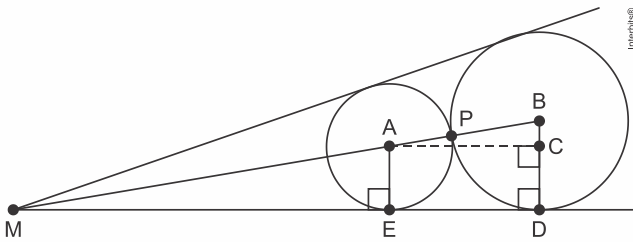
$$\frac{x}{2} = \frac{12}{20} \Rightarrow x = 1,2 \text{ m.}$$

Assim, a altura do suporte em B é:

$$4 + x = 4 + 1,2 = 5,2 \text{ m.}$$

Resposta da questão 25: [B]

Considere a figura.



Seja $\overline{AP} = u$ e $\overline{PB} = v$, temos $\overline{BC} = v - u$. Assim, da semelhança dos triângulos MAE e ABC, vem

$$\frac{\overline{MA}}{u+v} = \frac{u}{v-u} \Leftrightarrow \overline{MA} = \frac{u^2 + uv}{v-u}$$

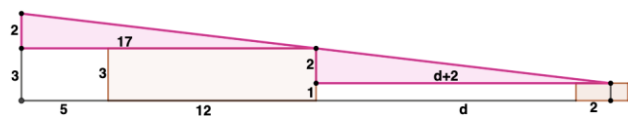
A resposta é

$$\begin{aligned} \overline{MP} &= \overline{MA} + \overline{AP} \\ &= \frac{u^2 + uv}{v-u} + u \\ &= \frac{2uv}{v-u} \end{aligned}$$

Resposta da questão 26: [C]

$$\frac{1}{0,005} = \frac{x}{15} \Leftrightarrow x = \frac{15}{0,005} \Leftrightarrow x = 3000 \text{ mm} = 3 \text{ m}$$

Resposta da questão 27: [D]



Como os dois triângulos em destaque são congruentes, temos:

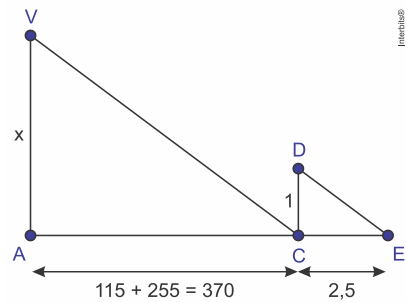
$$d + 2 = 17 \Rightarrow d = 15 \text{ m}$$

Resposta da questão 28: [C]

Considerando x a altura do prédio, temos:

$$\begin{aligned} \Delta ABF &\sim \Delta ACE \\ \frac{20}{20+x} &= \frac{12}{12+36} \\ \frac{20}{20+x} &= \frac{1}{4} \\ x &= 60 \text{ m} \end{aligned}$$

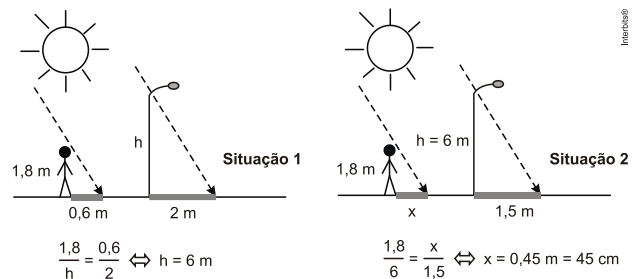
Resposta da questão 29: [C]



$\Delta VAC \sim \Delta DCE$:

$$\frac{x}{1} = \frac{370}{2,5} \Rightarrow x = 148 \text{ m}$$

Resposta da questão 30: [B]



$$\frac{1,8}{h} = \frac{0,6}{2} \Leftrightarrow h = 6 \text{ m}$$

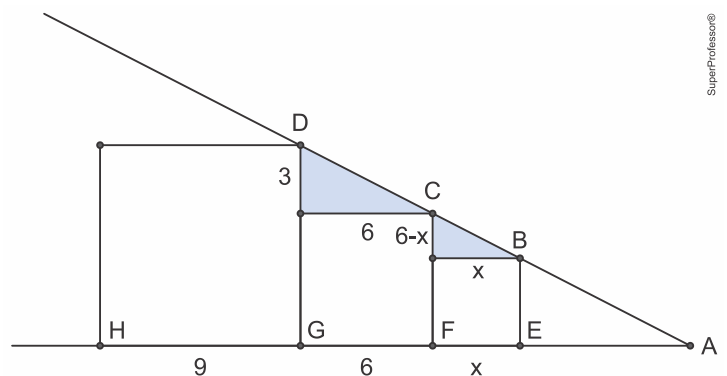
$$\frac{1,8}{6} = \frac{x}{1,5} \Leftrightarrow x = 0,45 \text{ m} = 45 \text{ cm}$$

Resposta da questão 31: [D]

$$\frac{h}{1,1} = \frac{1,6}{0,5} \Rightarrow h = 3,52 \text{ m}$$

Resposta da questão 32: [D]

Os triângulos destacados são semelhantes.



Portanto:

$$\frac{3}{6-x} = \frac{6}{x} \Rightarrow 3x = 36 - 6x \Rightarrow 9x = 36 \Rightarrow x = 4$$

Logo, a soma das áreas dos quadrados será dada por:

$$9^2 + 6^2 + 4^2 = 133$$

Resposta da questão 33: [E]

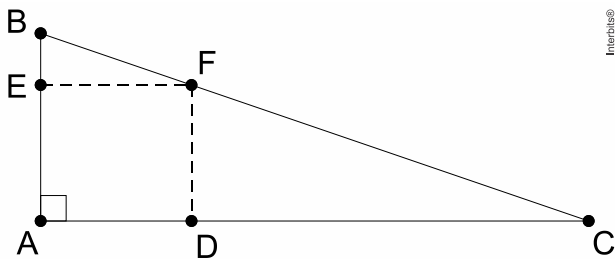
Observe que os triângulos OBC e OEF são semelhantes, logo:

$$\frac{EF}{BC} = \frac{OE}{OB} \Rightarrow \frac{EF}{4} = \frac{5 \cdot OB}{OB} \Rightarrow EF = 20 \text{ cm}$$

Como os triângulos DEF e ABC são semelhantes e a razão de semelhança é $\frac{EF}{BC} = \frac{20}{4} = 5$, temos que a razão entre as áreas desses triângulos é $5^2 = 25$, logo, a área do triângulo DEF é 25 vezes maior que a área do triângulo ABC.

Resposta da questão 34: [C]

Considere a figura, em que $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 35\text{cm}$ e $\overline{AE} = x\text{cm}$.



Os triângulos ABC e EBF são semelhantes por AA. Logo, temos

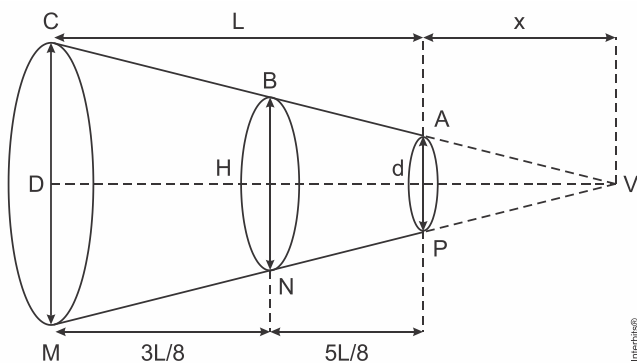
$$\frac{BE}{AB} = \frac{EF}{AC} \Leftrightarrow \frac{12-x}{12} = \frac{x}{35}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{420}{47} \text{ cm.}$$

Portanto, como $\frac{420}{47} \cong 8,9$, segue que a medida do lado do quadrado desejado pelo marceneiro está mais próxima de 9cm.

Resposta da questão 35: [C]

Temos a seguinte configuração:



Por semelhança de triângulos, obtemos:

$\Delta VAP \square \Delta VCM$:

$$\frac{x}{x+L} = \frac{d}{D} \Rightarrow \frac{x}{x+240} = \frac{30}{60}$$

$$\Rightarrow 2x = x + 240 \Rightarrow x = 240 \text{ cm}$$

$\Delta VAP \square \Delta VBN$:

$$\frac{x}{x + \frac{5L}{8}} = \frac{d}{H} \Rightarrow \frac{240}{240 + \frac{5}{8} \cdot 240} = \frac{30}{H}$$

$$\Rightarrow 8H = 240 + 150 \Rightarrow 8H = 390$$

$$\therefore H = 48,75 \text{ cm}$$

Resposta da questão 36: [B]

Da figura, temos:

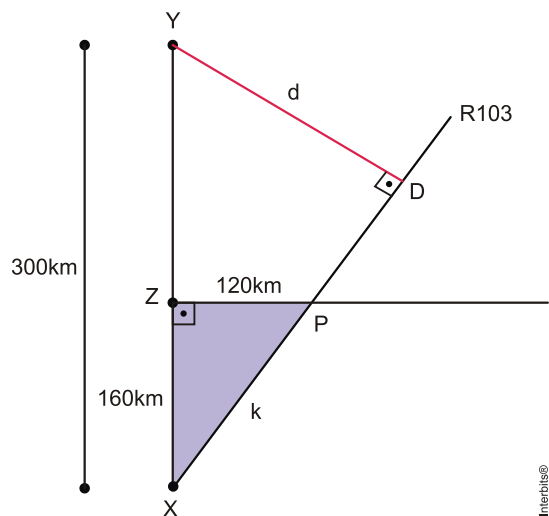
$$5^2 = 3 \cdot (3+n)$$

$$25 = 9 + 3n$$

$$16 = 3n$$

$$n = \frac{16}{3}$$

Resposta da questão 37: [E]



Determinando o valor de k no triângulo XZP:

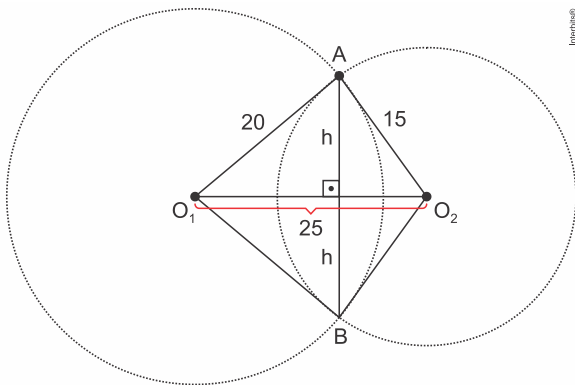
$$K^2 = 120^2 + 160^2$$

$$K = 200 \text{ km.}$$

$\Delta XZP \square \Delta XDY$

$$\frac{200}{300} = \frac{120}{d} \Leftrightarrow 2d = 360 \Leftrightarrow d = 180\text{km}$$

Resposta da questão 38: [B]



Considerando a figura acima, temos:
O triângulo AO_1O_2 é retângulo em A, pois:
 $25^2 = 15^2 + 20^2$.

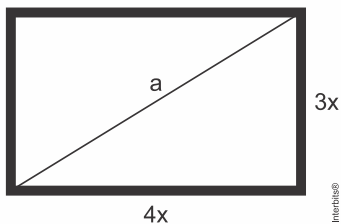
Logo, o segmento de medida h é altura desse triângulo.

$$20 \cdot 15 = 25 \cdot h \Rightarrow h = 12$$

Portanto, $AB = 2 \cdot h = 24$ cm.

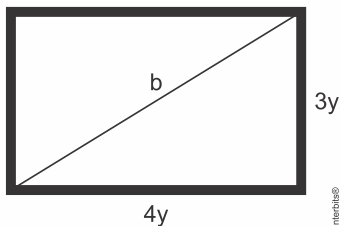
Resposta da questão 39: [C]

Televisor de Eurico.



$$a^2 = (3x)^2 + (4x)^2 \Rightarrow a = 5x$$

Televisor de Hermengarda.



$$b^2 = (3y)^2 + (4y)^2 \Rightarrow b = 5y$$

Como $b = a + 5$, temos:

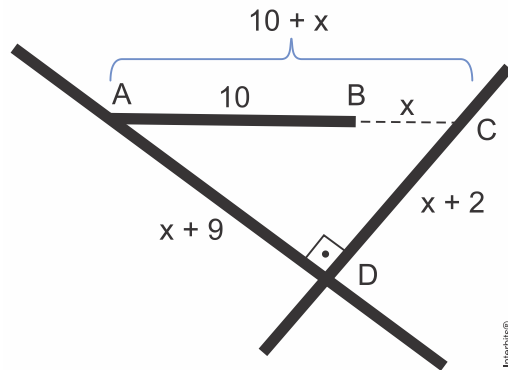
$$5y = 5x + 5 \Rightarrow y = x + 1$$

Portanto, o lado maior da tela do televisor de Hermengarda excede o lado correspondente do televisor de Eurico em:

$$4y - 4x = 4(x + 1) - 4x = 4 \text{ polegadas.}$$

Resposta da questão 40: [A]

De acordo com as informações do problema, temos uma nova figura:



Podemos, então, aplicar o Teorema de Pitágoras no triângulo ADC:

$$(x + 10)^2 = (x + 9)^2 + (x + 2)^2$$

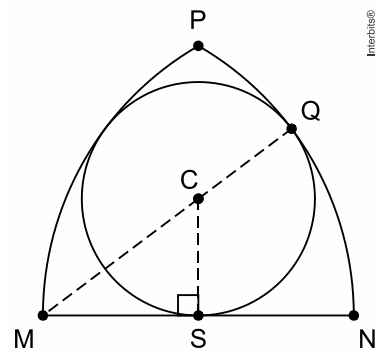
$$x^2 + 20x + 100 = x^2 + 18x + 81 + x^2 + 4x + 4$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 8}{2} \Rightarrow x = 3 \text{ ou } x = -5 \text{ (não convém)}$$

Portanto, $BC = 3$ dam.

Resposta da questão 41: [B]

Considere a figura, em que C é o centro do círculo tangente aos arcos MP e NP, S é o ponto médio de MN e Q é o ponto de interseção do círculo de centro C com o arco NP.



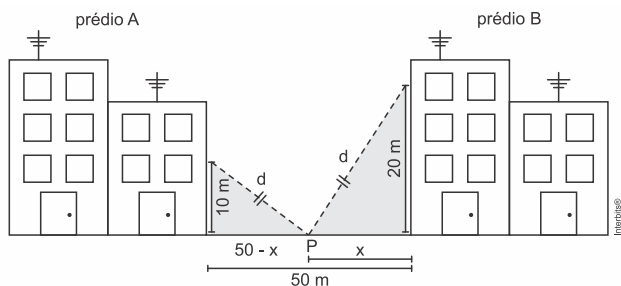
Logo, sabendo que $\overline{CS} = \overline{CQ} = 15$ u.c. e $\overline{MN} = \overline{MQ}$, pelo Teorema de Pitágoras, vem

$$\overline{MC}^2 = \overline{MS}^2 + \overline{CS}^2 \Rightarrow (\overline{MN} - 15)^2 = \left(\frac{\overline{MN}}{2}\right)^2 + 15^2$$

$$\Rightarrow \overline{MN}^2 - 40\overline{MN} = 0$$

$$\Rightarrow \overline{MN} = 40 \text{ u.c.}$$

Resposta da questão 42: [A]



Nos triângulos assinalados na figura temos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} d^2 = 10^2 + (50 - x)^2 \\ d^2 = 20^2 + x^2 \end{cases}$$

Igualando as equações, temos:

$$20^2 + x^2 = 10^2 + (50 - x)^2$$

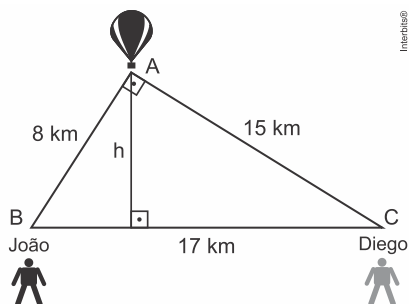
$$400 + x^2 = 100 + 2500 - 100x + x^2$$

$$100x = 2200$$

$$x = 22$$

Resposta da questão 43: [C]

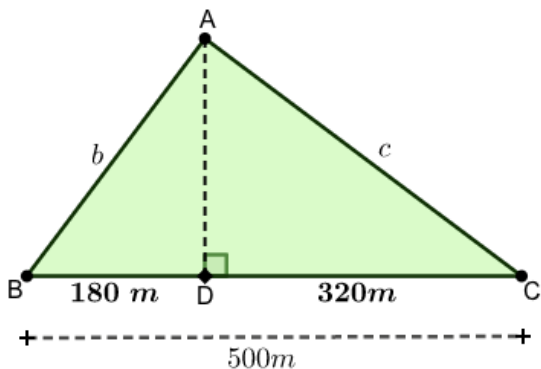
Como $17^2 = 8^2 + 15^2$, concluímos que o ângulo do triângulo com vértice no balão é reto.



Portanto, a altura h do balão desprezando a altura dos pesquisadores será dada por:

$$17 \cdot h = 8 \cdot 15 \Rightarrow 17 \cdot h = 120 \Rightarrow h \approx 7 \text{ km}$$

Resposta da questão 44: [A]



$$b^2 = 180 \cdot 500 \Rightarrow b = 300$$

$$c^2 = 320 \cdot 500 \Rightarrow c = 400$$

$$b \cdot c = a \cdot h \Rightarrow 300 \cdot 400 = 500 \cdot h \Rightarrow h = 240$$

Distância percorrida por Weshley: $300 + 180 = 480\text{m}$

Distância percorrida por Patrício: $400 + 320 = 720\text{m}$

Distância percorrida por Flores: 240m .

Como os tempos foram iguais, temos que as velocidades de Weshley, de Patrício e de Flores são proporcionais a 480, 720 e 240, ou seja, elas são proporcionais a 2, 3 e 1.

Resposta da questão 45: [B]

$$(CJ)^2 = 90 \cdot 160 \Rightarrow CJ = 120 \text{ m}$$

$$(AC)^2 = 90 \cdot (90 + 160) \Rightarrow AC = 150 \text{ m}$$

$$(BC)^2 = 160 \cdot (90 + 160) \Rightarrow BC = 200 \text{ m}$$

Perímetro do triângulo BCJ:

$$160 + 200 + 120 = 480 \text{ m}$$

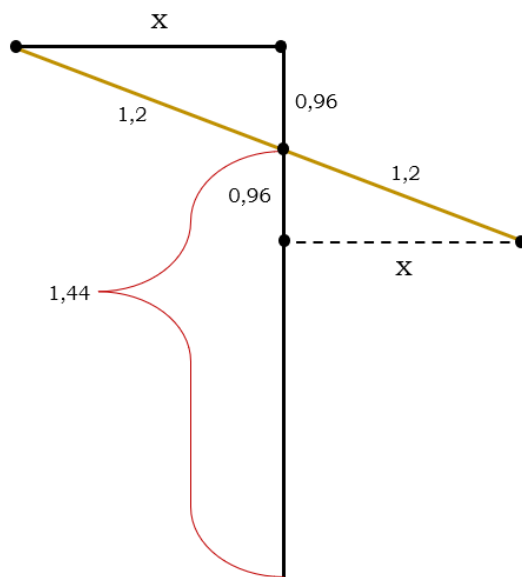
Perímetro do triângulo AJC:

$$90 + 120 + 150 = 360 \text{ m}$$

Razão entre os perímetros:

$$\frac{480}{360} = \frac{4}{3}$$

Resposta da questão 46: [B]



A medida AB é igual à medida do segmento CD , que é $2,4\text{m}$. Sabendo que o ponto Q dista do chão $1,44\text{m}$, a distância do ponto Q ao ponto C é

$$2,4 - 1,44 = 0,96\text{m}.$$

Assim, como os triângulos formados são congruentes, é possível descobrir a medida de X através do Teorema de Pitágoras.

$$x^2 + 0,96^2 = 1,2^2$$

$$x^2 + 0,9216 = 1,44$$

$$x^2 = 0,5184$$

$$x = 0,72\text{m}$$