Resolução – Matemática Básica
S10.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 01 ====================================

Fatorando e simplificando quando possível obtemos:

a) $\dfrac{5x^3y^2}{25xy^3}$:

$$\frac{5x^3y^2}{25xy^3}=\frac{5x^1x^2y^2}{5\cdot 5xy^2y^1}\to\frac{5x^3y^2}{25xy^3}=\frac{5xy^2\left(x^2\right)}{5xy^2\,(5y)}$$
$$\frac{5x^3y^2}{25xy^3}=\frac{x^2}{5y}$$

Resposta: A expressão simplificada vale $\dfrac{x^2}{5y}$ **.**

b) $-24a^3b+36a^2b$:

$$-24a^3b+36a^2b=12\cdot -2a^2a^1b+12\cdot 3a^2b$$
$$-24a^3b+36a^2b=12a^2b\cdot\left(-2a+3\right)$$

Resposta: A expressão simplificada é $12a^2b\cdot\left(-2a+3\right)$ **.**

c) $\dfrac{-2x\cdot\left(x+1\right)}{x^2+x}$:

$$\frac{-2x\cdot\left(x+1\right)}{x^2+x}=\frac{-2\cdot x\cdot\left(x-1\right)}{x\left(x-1\right)}$$
$$\frac{-2x\cdot\left(x+1\right)}{x^2+x}=-2$$

Resposta: A expressão simplificada vale -2 **.**

d) $\sqrt{2a^2+4ab+2b^2}$:

$$\sqrt{2a^2+4ab+2b^2}=\sqrt{2\cdot\left(a^2+2ab+b^2\right)}$$
$$\sqrt{2a^2+4ab+2b^2}=\sqrt{2\cdot\left(a+b\right)^2}=\left(a+b\right)\cdot\sqrt{2}$$

Resposta: A expressão simplificada vale $\left(a+b\right)\cdot\sqrt{2}$ **.**

Exercício 02 ====================================

Simplificando obtemos:

a) $\dfrac{3a^2-3b^2}{3a^2-6ab+3b^2}$:

$$\frac{3a^2-3b^2}{3a^2-6ab+3b^2}=\frac{3\left(a^2-b^2\right)}{3\left(a^2-2ab+b^2\right)}$$
$$\frac{3a^2-3b^2}{3a^2-6ab+3b^2}=\frac{3\left(a-b\right)\left(a+b\right)}{3\left(a-b\right)\left(a-b\right)}$$
$$\frac{3a^2-3b^2}{3a^2-6ab+3b^2}=\frac{a+b}{a-b}$$

Resposta: A fração simplificada vale $\dfrac{a+b}{a-b}$ **.**

b) $\dfrac{x^3+x^2-x-1}{x^4-1}$:

$$\frac{x^3+x^2-x-1}{x^4-1}=\frac{\left(x+1\right)\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+1\right)\left(x^2-1\right)}$$
$$\frac{x^3+x^2-x-1}{x^4-1}=\frac{\left(x+1\right)\left(x+1\right)\left(x-1\right)}{\left(x^2+1\right)\left(x+1\right)\left(x-1\right)}$$
$$\frac{x^3+x^2-x-1}{x^4-1}=\frac{x+1}{x^2+1}$$

Resposta: A fração simplificada vale $\dfrac{x+1}{x^2+1}$ **.**

c) $\dfrac{2+2y-x-xy}{4-x^2}$:

$$\frac{2+2y-x-xy}{4-x^2}=\frac{-x\left(1+y\right)+2\left(1+y\right)}{2^2-x^2}$$
$$\frac{2+2y-x-xy}{4-x^2}=\frac{\left(1+y\right)\left(-x+2\right)}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}$$
$$\frac{2+2y-x-xy}{4-x^2}=\frac{\left(1+y\right)\left(x-2\right)}{\left(x+2\right)\left(x-2\right)}$$
$$\frac{2+2y-x-xy}{4-x^2}=\frac{\left(1+y\right)}{\left(x+2\right)}$$

Resposta: A fração simplificada vale $\dfrac{1+y}{x+2}$ **.**

d) $\dfrac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x^2-9}$:

$$\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x^2-9}=\frac{\sqrt{\left(x-3\right)^2}}{\left(x+3\right)\left(x-3\right)}$$
$$\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x^2-9}=\frac{\left(x-3\right)}{\left(x+3\right)\left(x-3\right)}$$
$$\frac{\sqrt{x^2-6x+9}}{x^2-9}=\frac{1}{\left(x+3\right)}$$

Resposta: A fração simplificada vale $\dfrac{1}{x+3}$ **.**

Resolução – Matemática Básica
S10.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

Exercício 03 ===================================

Primeiro vamos reescrever a expressão $\frac{m \cdot n}{p}$, substituindo os seus respectivos valores, obtendo:

$$\frac{m \cdot n}{p} = \frac{(x+1) \cdot \left(x^2 - x\right)}{x^2 - 1}$$

Agora simplificando a expressão temos:

$$\frac{m \cdot n}{p} = \frac{(x+1) \cdot \left(x^2 - x\right)}{x^2 - 1}$$
$$\frac{m \cdot n}{p} = \frac{(x+1) \cdot (x) \cdot (x-1)}{(x+1) \cdot (x-1)}$$
$$\frac{m \cdot n}{p} = x$$

Resposta: A expressão $\frac{m \cdot n}{p}$ após a simplificação vale x.

Exercício 04 ===================================

Colocando alguns fatores em evidência, podemos reescrever o polinômio $18x^2y^8 - 36x^9y^9 + 24x^3y^5$ da seguinte forma:

$$18x^2y^8 - 36x^9y^9 + 24x^3y^5$$
$$6 \cdot 3x^2y^5y^3 - 6 \cdot 9x^2x^7y^5y^4 + 6 \cdot 4x^2x^1y^5$$
$$6x^2y^5 \cdot \left(3y^3 - 9x^7y^4 + 4x^1\right)$$

Assim, o fator comum é $6x^2y^5$.

Resposta: Letra A

Exercício 05 ===================================

Fatorando os numeradores e denominadores e simplificando quando possível, obtemos:

a) $\frac{m^4 + m^2}{m^2 + 1}$:

$$\frac{m^4 + m^2}{m^2 + 1} = \frac{m^2\left(m^2 + 1\right)}{m^2 + 1}$$
$$\frac{m^4 + m^2}{m^2 + 1} = m^2$$

Resposta: A fração simplificada vale m^2.

b) $\frac{m^4 + 3m^3 + 2m + 6}{(m+3)^2}$:

$$\frac{m^4 + 3m^3 + 2m + 6}{(m+3)^2} = \frac{\left(m^3 + 2\right) \cdot (m+3)}{(m+3)(m+3)}$$
$$\frac{m^4 + 3m^3 + 2m + 6}{(m+3)^2} = \frac{\left(m^3 + 2\right)}{(m+3)}$$

Resposta: A fração simplificada vale $\frac{m^3 + 2}{m + 3}$.

Exercício 06 ===================================

a) Partindo da expressão que a questão deu, a gente pode fatorá-la para separar ela em fatores que a gente conheça os valores:

$$\mathrm{xy} + \mathrm{xa} + 2\mathrm{y} + 2\mathrm{a}$$
$$\mathrm{x}(\mathrm{y} + \mathrm{a}) + 2(\mathrm{y} + \mathrm{a})$$
$$(\mathrm{x} + 2)(\mathrm{y} + \mathrm{a})$$

E a questão nos deu o valor desses dois fatores, que nós podemos substituir:

$$(\mathrm{x} + 2)(\mathrm{y} + \mathrm{a}) = 15 \cdot 10 = 150$$

E **150** é nossa resposta.

Resposta: 150

b) Vamos fazer o mesmo processo, fatorar tudo em expressões cujo valor nós conheçamos:

$$\mathrm{x}^2\mathrm{y} + \mathrm{xy}^2$$
$$\mathrm{xy}(\mathrm{x} + \mathrm{y})$$

E agora podemos substituir o valor desses fatores pelo que foi dado no enunciado:

$$\mathrm{xy}(\mathrm{x} + \mathrm{y}) = 6 \cdot 7 = 42$$

Resposta: 42

Exercício 07 ===================================

Um modo de verificar se um número é cubo perfeito é fatorá-lo em fatores primos, e verificar se o expoente de todos os números é múltiplo de 3. Primeiro, vamos fatorar o número 64.800:

$$\begin{array}{r|l}
64.800 & 2 \\
32.400 & 2 \\
16.200 & 2 \\
8.100 & 2^2 \cdot 5^2 \\
81 & 3^4 \\
1 & 1
\end{array}$$

$$2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2$$

Com isso, vemos que nenhum dos expoentes é múltiplo de 3, logo o número não é cubo perfeito. Agora, para que esse número se torne um cubo perfeito, precisamos multiplica-lo ou dividi-lo por algum valor, de forma que os expoentes se tornem apenas múltiplos de 3.

Vamos olhar agora cada alternativa.

Se seguíssemos o que está escrito na Letra A e multiplicássemos por 30 (3x2x5), a fatoração ficaria da seguinte forma:

$$2^6 \cdot 3^5 \cdot 5^3$$

O que não resolver nossos problemas, já que agora o expoente do 3 não é múltiplo de 3.

Se fizéssemos o processo na Letra B e dividíssemos por 60 (3x2^2x5), teríamos:

$$2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$$

O que também não é um cubo perfeito. Se multiplicarmos por 90 (3^2x2x5), como a letra C, propõe, teríamos:

$$2^6 \cdot 3^6 \cdot 5^3$$

O que é um cubo perfeito, já que todos os expoentes são múltiplos de 3. Logo, a **Letra C** é nossa resposta.

Exercício 08 ====================================

Partindo da equação que a questão deu, se nós isolarmos o x^2, teremos do lado direito da equação uma diferença de quadrados que pode ser fatorada para facilitar as contas:

$$x^2 + 6.400.000^2 = 6.400.002^2$$
$$x^2 = 6.400.002^2 - 6.400.000^2$$
$$x^2 = (6.400.002 - 6.400.000)(6.400.002 + 6.400.000)$$
$$x^2 = (2)(12.800.002)$$
$$x^2 = 25.600.004$$

Agora, para fechar essa questão, basta olhar as alternativas e ver qual se aproxima mais do valor de x. As alternativas C e E são claramente muito baixas para serem a resposta. Entre as alternativas A, B e D, podemos rapidamente descobrir quanto são elevadas ao quadrado:

A :

$$5.000^2 = 25.00.000$$

B :

$$8.000^2 = 64.000.000$$

C :

$$400^2 = 160.000$$

E ficamos então com a **Letra A.**

Exercício 09 ====================================

A melhor alternativa para fatorar essa expressão é usar agrupamento:

$$x^3 + x^2 - 4x - 4$$
$$x^2(x+1) - 4(x+1)$$
$$(x^2 - 4)(x+1)$$

Agora, se você olhar para a expressão nos primeiros parênteses, vai notar que ela é uma diferença de quadrados, logo a gente pode fatorar ainda mais:

$$(x^2 - 4)(x+1)$$
$$(x-2)(x+2)(x+1)$$

E ficamos então com a **Letra D.**

Exercício 10 ====================================

No numerador, todas as 4 parcelas têm um número múltiplo de 3 e de 2, permitindo que a gente coloque esses números em evidência numa fatoração por fator comum:

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 \cdot 6 + 4 \cdot 8 \cdot 12 + 7 \cdot 14 \cdot 21 =$$
$$1 \cdot 2 \cdot 3 + (2 \cdot 3)(2 \cdot 2 \cdot 2) + (2 \cdot 3)(4 \cdot 4 \cdot 4) + (2 \cdot 3)(7 \cdot 7 \cdot 7) =$$
$$2 \cdot 3\left(1^3 + 2^3 + 4^3 + 7^3\right)$$

Olhando agora para o denominador, vamos ter uma situação parecida, na qual todos as parcelas são múltiplas de 3 e 5:

$$1 \cdot 3 \cdot 5 + 2 \cdot 6 \cdot 10 + 4 \cdot 12 \cdot 20 + 7 \cdot 21 \cdot 35 =$$
$$1 \cdot 3 \cdot 5 + (3 \cdot 5)(2 \cdot 2 \cdot 2) + (3 \cdot 5)(4 \cdot 4 \cdot 4) + (3 \cdot 5)(7 \cdot 7 \cdot 7) =$$
$$3 \cdot 5\left(1^3 + 2^3 + 4^3 + 7^3\right)$$

E substituindo essas duas expressões fatoradas na fração original, teremos:

$$\frac{2 \cdot 3\left(1^3 + 2^3 + 4^3 + 7^3\right)}{3 \cdot 5\left(1^3 + 2^3 + 4^3 + 7^3\right)} = \frac{2 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot 5} = \frac{2}{5}$$

Com isso, a única afirmativa correta é a II, e ficamos com a **Letra C.**

Exercício 11 ====================================

a) $\dfrac{a^2+(b+a)\cdot(b-a)+ab}{2b+2a}$

Temos o produto notável: $(b+a)(b-a)=b^2-a^2$. Substituindo na fração acima:

$$\frac{a^2+(b^2-a^2)+ab}{2b+2a}$$

$$\frac{a^2+b^2-a^2+ab}{2b+2a}$$

$$\frac{b^2+ab}{2b+2a}$$

Colocando b em evidência no numerado e 2 em evidência no denominador.

$$\frac{b\cdot(b+a)}{2\cdot(b+a)}$$

$$\frac{b}{2}$$

Resposta: $\mathbf{\dfrac{b}{2}}$

b) $\dfrac{(a-b)^2-b^2}{a(a-4)-4(b^2-a)}$

Temos o produto notável:

$$(a-b)^2-b^2=(a-b+b)(a-b-b)=a\cdot(a-2b)$$

Substituindo na fração acima:

$$\frac{a\cdot(a-2b)}{a\cdot(a-4)-4\cdot(b^2-a)}$$

Continuando os cálculos no denominador:

$$\frac{a\cdot(a-2b)}{a^2-4a-4b^2+4a}$$

$$\frac{a\cdot(a-2b)}{a^2-4b^2}$$

Onde encontramos outro produto notável:

$$a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)$$

Substituindo:

$$\frac{a\cdot(a-2b)}{(a+2b)\cdot(a-2b)}$$

$$\frac{a}{(a+2b)}$$

Resposta: $\mathbf{\dfrac{a}{a+2b}}$

Exercício 12 ====================================

Simplificando a expressão:

$$E=\frac{x^8-y^8}{x^6+x^4y^2+x^2y^4+y^6}$$

$$\boxed{\begin{aligned} &x^8-y^8=(x^4-y^4)\cdot(x^4+y^4)\\ &x^4-y^4=(x^2-y^2)\cdot(x^2+y^2)\\ &x^2-y^2=(x-y)\cdot(x+y)\\ &x^8-y^8=(x-y)\cdot(x+y)\cdot(x^2+y^2)\cdot(x^4+y^4)\end{aligned}}$$

$$E=\frac{(x-y)\cdot(x+y)\cdot(x^2+y^2)\cdot(x^4+y^4)}{x^6+x^4y^2+x^2y^4+y^6}$$

$$E=\frac{(x-y)\cdot(x+y)\cdot(x^6+y^2x^4+x^2y^4+y^6)}{x^6+x^4y^2+x^2y^4+y^6}$$

$$E=(x-y)\cdot(x+y)$$

Substituindo x = 2020 e y = 2019:

$$E=(2020-2019)\cdot(2020+2019)$$

$$E=(1)\cdot(4039)$$

$$E=4039$$

Resposta: Letra D.

Exercício 13 ====================================

Simplificando a expressão:

$$X=\frac{\frac{a^4}{2}-a^2b^2+\frac{b^4}{2}}{4a^2+8ab+4b^2}$$

Temos os produtos notáveis:

$$\frac{a^4}{2}-a^2b^2+\frac{b^4}{2}=\left(\frac{a^2}{\sqrt{2}}-\frac{b^2}{\sqrt{2}}\right)^2$$

$$4a^2+8ab+4b^2=(2a+2b)^2=2^2\cdot(a+b)^2=4\cdot(a+b)^2$$

Substituindo:

$$\frac{\left(\frac{a^2}{\sqrt{2}}-\frac{b^2}{\sqrt{2}}\right)^2}{4\cdot(a+b)^2}$$

Resolução – Matemática Básica
S10.L1 – Prof. Fredão e Prof. Gabriel Lobo

E agora, outro produto notável:

$$\left(\frac{a^2}{\sqrt{2}}-\frac{b^2}{\sqrt{2}}\right)^2=\left[\left(\frac{a}{\sqrt{\sqrt{2}}}-\frac{b}{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)\cdot\left(\frac{a}{\sqrt{\sqrt{2}}}+\frac{b}{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)\right]^2$$

Substituindo:

$$\frac{\left[\left(\frac{a}{\sqrt{\sqrt{2}}}-\frac{b}{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)\cdot\left(\frac{a}{\sqrt{\sqrt{2}}}+\frac{b}{\sqrt{\sqrt{2}}}\right)\right]^2}{4\cdot(a+b)^2}$$

Colocando $\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}$ em evidência no numerador:

$$\frac{\left[\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}\cdot(a-b)\cdot\frac{1}{\sqrt{\sqrt{2}}}\cdot(a+b)\right]^2}{4\cdot(a+b)^2}=\frac{\left[\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot(a-b)\cdot(a+b)\right]^2}{4\cdot(a+b)^2}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2\cdot(a-b)^2\cdot(a+b)^2}{4\cdot(a+b)^2}=\frac{\frac{1}{2}\cdot(a-b)^2}{4}$$

$$\frac{(a-b)^2}{8}$$

Substituindo a = 2020 e b = 2018:

$$\frac{(2020-2018)^2}{8}=\frac{2^2}{8}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

Resposta: Letra D.

Exercício 14 ===================================

O número $N=2^{48}-1=(2^{24})^2-1$ é um produto notável da forma:

$$(a^2-b^2)=(a+b)\cdot(a-b)$$

Reescrevendo N:

$$N=(2^{24})^2-1$$

$$N=(2^{24})^2-1=(2^{24}-1)(2^{24}+1)$$

$$\boxed{2^{24}-1=(2^{12})^2-1}$$

$$N=((2^{12})^2-1)(2^{24}+1)$$

$$N=(2^{12}-1)(2^{12}+1)(2^{24}+1)$$

$$\boxed{2^{12}-1=(2^6)^2-1}$$

$$N=((2^6)^2-1)(2^{12}+1)(2^{24}+1)$$

$$N=(2^6-1)(2^6+1)(2^{12}+1)(2^{24}+1)$$

$$\boxed{2^6-1=(2^3)^2-1}$$

$$N=((2^3)^2-1)(2^{12}+1)(2^{24}+1)$$

$$N=(2^3-1)(2^3+1)(2^{12}+1)(2^{24}+1)$$

Percebemos que o primeiro termo multiplicando do N acima é $2^3-1=7$, ou seja: $N=7\cdot(2^3+1)(2^{12}+1)(2^{24}+1)$

Portanto N pode ser escrito com 7 multiplicado por outro número qualquer. Com isso, concluímos que N é múltiplo de 7.

Resposta: Letra C.

Exercício 15 ===================================

a) $x^2-2xy+y^2-9$

Temos o seguinte produto notável:

$$x^2-2xy+y^2=(x-y)^2$$

Substituindo na expressão do enunciado:

$$(x-y)^2-9$$

Mais uma vez chegamos em outro produto notável:

$$(x-y)^2-9=(x-y)^2-3^2$$

$$(x-y)^2-3^2=(x-y-3)(x-y+3)$$

Resposta: $(x-y-3)(x-y+3)$.

b) $a^2-b^2-2bc-c^2$

Reescrevendo:

$$a^2-b^2-2bc-c^2=a^2-(b^2+2bc+c^2)$$

Com o produto notável:

$$b^2+2bc+c^2=(b+c)^2$$

Substituindo na expressão:

$$a^2-(b^2+2bc+c^2)=a^2-(b+c)^2$$

Mais uma vez chegamos em outro produto notável:

$$a^2-(b+c)^2=(a-(b+c))(a+(b+c))=(a-b-c)(a+b+c)$$

Resposta: $(a-b-c)(a+b+c)$.