CONJUNTO

"É uma noção primitiva, portanto, não possui definição".

José Carlos Admo Lacerda

"Na teoria dos conjuntos três noções são aceitas sem definição, isto é, são consideradas noções primitivas":

- ✓ Conjunto
- ✓ Elemento
- ✓ Pertinência entre elemento e conjunto

Gelson Iezzi e Carlos Murakami

Descrição de um conjunto

A noção matemática de conjunto é praticamente a mesma que se usa na linguagem comum: é o mesmo que agrupamento, classe, coleção, sistema. Eis alguns exemplos:

1)Conjunto das vogais
2)Conjunto dos algarismos romanos
3)Conjunto dos números ímpares positivos
4)Conjunto dos planetas do sistema solar

Cada membro ou objeto que entra na formação do conjunto é chamado elemento. Assim, nos exemplos anteriores, temos os elementos:

1)a, e, i,o,u
2)I,V,X,L,C,D,M
3)1,3,5,7,9,11,...
4)Mercúrio,Vênus,Terra,Marte,....

Descrição de um conjunto

I)Indicamos um conjunto com letras Maiúsculas, A,B,C,..., e um elemento com letra minúscula, a,b,c,d,...

II) Quando um conjunto é dado pela enumeração de seus elementos devemos indicá-lo escrevendo seus elementos entre chaves.

Exemplos:
a)Conjunto das vogais $\{a, e, i, o, u\}$
b)Conjunto dos nomes dos meses de 31 dias

$$\begin{Bmatrix} Janeiro, Março, Maio, Julho, Agosto, \\ Outubro, Novembro\ e\ Dezembro \end{Bmatrix}$$

III) Esta notação também é empregada quando o conjunto é infinito: escrevemos alguns elementos que evidenciem a lei de formação e em seguida colocamos reticências.
Exemplos:

a) Conjunto dos números ímpares positivos $\{1,3,5,7,9,11\ldots\}$

b)Conjunto dos números primos positivos $\{2,3,5,7,11 \dots\}$

IV) A mesma notação também é empregada quando o conjunto é finito com grande número de elementos: escrevemos os elementos iniciais, colocamos reticências e indicamos o último elemento.

Exemplos:

a)Conjunto dos números inteiros de 0 a 500 $\{0,1,2,3,4,5 \dots 500\}$

b)Conjunto dos divisores positivos de 100 $\{1,2,5,10 \dots 100\}$

V) Quando queremos descrever um conjunto A por meio de uma propriedade característica P de seus elementos x, escrevemos.

A = $\{x | x \text{ tem a propriedade } P\}$ e lemos “ A é o conjunto dos elementos x tal que x tem a propriedade P”

Conjunto unitário

Chama-se conjunto unitário aquele que possui um único elemento.

Exemplo

a)Conjunto dos divisores de 1, inteiro e positivo $\{1\}$

b) Conjunto dos estados brasileiros que fazem fronteira com o Uruguai: $\{Rio\ Grande\ do\ Sul\}$

Conjunto vazio

Chama-se conjunto vazio aquele que não possui elemento algum. O símbolo usual para o conjunto vazio é $\emptyset$, no entanto, também é representado por $\{\ \ \}$.

Obtemos um conjunto vazio quando descrevemos um conjunto através de uma propriedade P logicamente falsa.

Exemplo

1) $\{x | x \neq x\} = \emptyset$

Conjunto universo

Quando vamos desenvolver um determinado assunto matemático, admitimos a existência de um conjunto U ao qual pertencem todos os elementos utilizados no tal assunto. Esse conjunto U recebe o nome de conjunto universo.

Exemplos:

a)Quando procuramos as soluções reais de uma equação,nosso conjunto universo é IR.

b)Quando resolvemos um problema de Geometria Plana, nosso conjunto universo é um certo plano α.

Conjuntos iguais

Dois conjuntos A e B são iguais quando todo elemento de A pertence a B e, reciprocamente, todo elemento de B pertence a A. Em símbolo:

$$\boxed{A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)}$$

Relação de pertinência

A relação de pertinência é utilizada somente entre *ELEMENTOS* e *CONJUNTOS.* Os simbolos usados são:

$\in \rightarrow$ *pertence a*

$\notin \rightarrow$ *não pertence a*

<u>Importante:</u> Todo o conjunto pode ser elemento de um outro conjunto, conjunto este chamado de FAMÍLIA DE CONJUNTOS.

Ex: O conjunto $\{1,2\}$ é elemento do conjunto A= $\{\{1,2\}\cdot,3,4\}$.

Assim $\{1,2\} \in A$

Relação de pertinência

Para o relacionamento entre dois conjuntos, utiliza-se a inclusão, que é regida pelos seguimtes símbolos:

$\subset \rightarrow$ está contido em

$\not\subset \rightarrow$ não está contido em

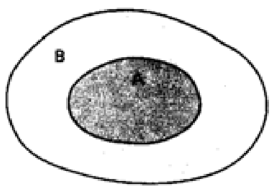
$\supset \rightarrow$ contém

$\not\supset \rightarrow$ não contem

Subconjuntos

<u>Definição</u>

Um conjunto A é suconjunto de um conjunto B se, e somente se,todo elemento de A pertence também a B.



Com a notação A $\subset$ B indicamos "A é subconjunto de B" ou " A está contido em B " ou " A é parte de B".

O símbolo $\subset$ é denominado sinal de inclusão.
Em símbolos, a definição fica assim:

$$\boxed{A \subset B \Longleftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)}$$

Exemplo:

1) $\{a,b\} \subset \{a,b,c,d\}$
2) $\{a\} \subset \{a,b\}$
3) $\{a,b\} \subset \{a,b\}$
4) $\{x|x\ é\ inteiro\ e\ par\} \subset \{x|x\ é\ inteiro\}$

Importante: Se um conjunto tem *n* elementos, então terá 2^n subconjuntos.

Ex: Dado o conjunto A = $\{1,2,3\}$, temos que n(A)=3, logo

$2^n = 2^3$ = 8 subconjuntos, quais sejam:

$\emptyset$, $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1,2\}$, $\{1,3\}$, $\{2,3\}$ e $\{1,2,3\}$

Conjunto das partes

Dado um conjunto *A*, chama-se conjunto das partes de A – notação $P\,(A)$ – aquele que é formado por todos os subconjuntos de A. Em símbolos:

$$P\,(A) = \{\{X|X \subset A\}\}$$

Exemplos:

Se $B = \{b\}$, os elementos de $P\,(B)$ são $\emptyset$ e $\{b\}$, isto é: $P\,(B) = \{\emptyset, \{b\}\}$

Se $B = \{b,c\}$, os elementos de $P\,(B)$ são $\emptyset$, $\{b\}, \{c\}, \{b,c\}$, isto é:

$P\,(B) = \{\emptyset, \{b\}, \{c\}, \{b,c\}\}$

Reunião de conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se reunião de a e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A ou a B.

A$\cup$ B= $\{x|x \in A\ ou\ x \in B\}$

Exemplo:

A = $\{1,2,3,4,5,6\}$ e B = $\{4,5,6,8,10\}$

A∪B = $\{1,2,3,4,5,6,8,10\}$

Intersecção de conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se intersecção de A e B o conjunto formado pelos elementos que pertencem a A e a B.

A$\cap$ B= $\{x|x \in A\ e\ x \in B\}$

Exemplo:

A = $\{1,2,3,4,5\ e\ 6\}$ e B = $\{4,5,6,8\ e\ 10\}$

A∩B = $\{4,5\ e\ 6\}$

Conjuntos disjuntos

Quando $A \cap B = \emptyset$, isto é, quando os conjuntos A e B não têm elemento comum, A e B são denominados conjuntos disjuntos.

Diferença de conjuntos

Dados dois conjuntos A e B, chama-se diferença entre A e B o conjunto formado pelos elementos de A que não prtencem a B.

$$\boxed{A - B = \{x \mid x \in A \text{ e } x \notin B\}}$$

Exemplos:

1)$\{a, b, c\}$ - $\{b, c, d, e\}$ = $\{a\}$

2) $\{a, b, c\}$ - $\{b, c\}$ = $\{a\}$

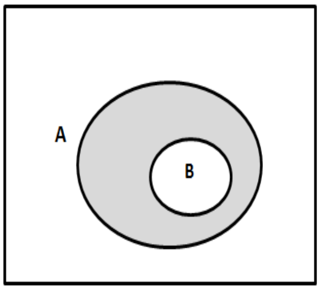
3) $\{a, b\}$ - $\{c, d, e, f\}$ = $\{a, b\}$

4) $\{a, b\}$ – $\{a, b, c, d, e\}$ = $\emptyset$

Complementar de B em A

Definição:

Dados dois conjuntos A e B, tais que $B \subset$ A, chama-se complementar de B em relação a A o conjunto



A – B, isto é, o conjunto dos elementos de A que não pertencem a B.

Com o símbolo

$\complement_A^B$ ou $\bar{A}$ Indicamos o complementar de B em relação a A.

Notemos que e $\complement_A^B$ só é só é definido para B $\subset A$ a temos:

$$\boxed{\complement_A^B = A - B}$$

Exemplo:

Se $\complement_A^B$ = $\{a, b, c, d, e\}$ e B = $\{c, d, e\}$, então:= $\{a, b\}$

EXERCÍCIOS

01)Sendo A = {3, 4, 5, 6, 7}, B = {5, 6, 7, 8, 9 } e C = $\{1, 4, 6, 10, 11\}$, determine:

a)A∩B

b)A∪B

c) A∪C

d) A∩C

e) C∪B

f) B∩C

g) A∩B∩C

h) A∪B∪C

i)B –A

j)A – B

l)C – B

m)B – C

n)A – C

o)C - A

02) Dados os conjuntos A $=\{0,1\}$, B $=\{0,2,3\}$ e C $=\{0,1,2,3\}$ classifique em verdadeiro (V) ou falso (F) cada afirmação abaixo:

a) (   ) A $\subset$ B b) (   ) $\{1\}\subset$A

c) (   ) A $\subset$ C d) (   ) B $\supset$C

e) (   ) B $\subset$ C f) (   ) $\{0,2\} \in$ B

03)Dado o conjunto P = $\{\{0\}, 0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$, considere as afirmativas:

I) $\{0\} \in$ P

II) $\{0\} \subset$ P

III) $\emptyset \in$ P

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras.

b) Apenas I é verdadeira.

c) Apenas II é verdadeira.

d) Apenas III é verdadeira.

e) Todas são falsas.

04) Sejam P e Q dois conjuntos tais que P $\cup$ Q = Q e P $\cap$ Q = P. Sabendo que P $\neq$ Q, é correto afirmar que:

a) P $\in$ Q

b) Q contém o conjunto P

c) Q é subconjunto de P

d) P e Q são conjuntos iguais

05) Dados três conjuntos M,N e P, não vazios, tais que M – N = P, considere as afirmativas:

I) P$\cap$N = $\emptyset$

II) M$\cup$P = P

III) P$\cup$ $(M \cap N)$=M

Com relação a estas afirmativas conclui-se que:

a) Todas são verdadeiras.

b) Somente II e a III são verdadeiras.

c) Somente I e a II são verdadeiras.

d) Somente I e a III são verdadeiras.

e) Nenhuma é verdadeira

6 (CN) Sejam os conjuntos $A = \{1,3,4\}$, $B = \{1,2,3\}$ e X. Sabe-se que qualquer subconjunto de $A \cap B$ está contido em X, que por sua vez é subconjunto de $A \cup B$. Quantos são os possíveis conjuntos X?

a)3 b)4 c)5 d)6 e)7

7 (CN) Observe os conjuntos $A = \{3, \{3\}, 5, \{5\}\}$ e $B = \{3, \{3,5\}, 5, \}$. Sabendo-se que $n(X)$representa o número total de elementos de um conjunto X, e que $P(X)$ é o conjunto formado por todos os subconjuntos de conjunto X, pode-se afirmar que

$a)\ n(A\ \cap B) = 3$

$b)\ n(A\ \cup B) = 7$

$c)\ n(A - B) = 2$

$d)\ n(P(A)) = 32$

$e)\ n(P(B)) = 16$

8.(CN) Sejam A,B e C conjuntos tais que: $A = \{1, \{1,2\}, \{3\}\}$, $B = \{1, \{2\}3, \}$ e $C = \{\ \{1\}, 2,3\}$. Sendo X a união dos conjuntos $(A - C)$ e $(A - B)$, qual será o total de elementos de X?

a)1 b)2 c)3 d)4 e)5

9) Se A, B e A ∩ B são conjuntos com 90, 50 e 30 elementos, respectivamente, então o número de elementos do conjunto A∪ B é:

a) 10 b) 70 c) 85 d) 110 e) 170

10) Em uma escola, 100 alunos praticam vôlei, 150 futebol, 20 os dois esportes e 110 alunos nenhum. O número total de alunos é:

a) 230 b) 300 c) 340 d) 380

11) Uma pesquisa realizada com 300 alunos do INTERAÇÃO PREPARATÓRIO revelou que 135,153 e 61 desses alunos pretendem fazer concurso para CEFET, CEFETQ e o COLÉGIO PEDRO II, respectivamente. Ela mostrou, também, que nenhum entrevistados pretende prestar concurso para os três colégios; que vários deles farão dois desses concursos e que todos farão pelo menos um deles. Sabendo que a quantidade de estudantes que farão as provas para CEFET, CEFETQ é igual ao dobro da quantidade dos que realizarão as provas para CEFET e COLÉGIO PEDRO II que, por sua vez, é igual ao dobro dos que prestarão concurso para CEFETQ e o COLÉGIO PEDRO II, a quantidade de entrevistados que farão apenas as provas para o COLÉGIO PEDRO II é igual a:

a)48 b)45 c)40 d)36 e)30

12) Sejam três conjuntos A, B e C. Sabe-se que o número de elementos do conjunto A é 23; o número de elementos de $(B \cap C)$ é 7 e o número de elementos de $(A \cap B \cap C)$ é 5. O número de elementos de $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ é:

a)21 b)25 c)30 d)23 e)27

13) (EsFAO) - Sendo dados os conjuntos A = {{3}} e B = { x ∈ N* | x < 4 }, então A ∪ B é:

a) { 1,2,3 }

b) { 1,2, {3} }

c) { {3}, 1,2,3 } (X)

d) ϕ

e) { {3}, { 1,2,3 } }

14) (ITA) - Considere as seguintes afirmações sobre o conjunto U = { 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9 }:

I) Ø ∈ U e n (U) = 10

II) Ø ⊂ U e n (U) = 10

III) 5 ∈ U e {5} ⊂ U

IV) {0,1,2,5 } ∩ {5} = 5

É possível dizer, então que é (são) verdadeiras(s)

a) Apenas I e III

b) Apenas II e IV

c) Apenas II e III

d) Apenas IV

e) Todas as afirmações