MATEMÁTICA

OUTRAS EQUAÇÕES

13

EQUAÇÕES POLINOMIAIS

EQUAÇÕES EXPONENCIAIS

EXPRESSÕES E FRAÇÕES ALGÈBRICAS

EXPRESSÕES NUMÉRICAS

FATORAÇÃO E PRODUTOS NOTÁVEIS

01| Considere o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 3^y - 2^x = 1 \\ 3 \cdot 2^{x-1} + 6 = 2 \cdot 3^y \end{cases}$$

Na solução desse sistema, tem-se $x = a$ e $y = b$. Assim, o valor da expressão $\dfrac{(a-3b)(b-a)}{3(b+a)}$ é

A -1.

B $-\dfrac{1}{2}$.

C $\dfrac{1}{5}$.

D $\dfrac{1}{3}$.

02| No estudo de uma população de bactérias, identificou-se que o número N de bactérias, t horas após o início do estudo, é dado por $N(t) = 20 \cdot 2^{1,5\,t}$.

Nessas condições, em quanto tempo a população de mosquitos duplicou?

A 15 min.

B 20 min.

C 30 min.

D 40 min.

E 45 min.

03| A diferença entre o maior e o menor valor de x, na equação exponencial $25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} = \dfrac{1}{125^{(-3x+6)}}$ é igual a:

A 1

B 7

C $\dfrac{1}{2}$

D $\dfrac{7}{2}$

E $\dfrac{-3}{2}$

04| Se os números de divisores positivos de 6, de 9 e de 16 são as raízes da equação $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, onde os coeficientes a, b e c são números reais, então, o valor do coeficiente b é

A 41.

B 45.

C 43.

D 47.

05| Considere a equação $x^4 - 2ax^3 + 9ax^2 - 6ax + 9a = 0$. Sabendo que a é raiz dupla dessa equação e não é nulo, determine o valor de a.

A $a = -1$

B $a = 1$

C $a = 2$

D $a = 3$

E $a = 4$

06| Um polinômio de quinto grau tem 2 como uma raiz de multiplicidade 3. A razão entre o coeficiente do termo de quarto grau e o coeficiente do termo de quinto grau é igual a -7. A razão entre o termo independente e o coeficiente do termo de quinto grau é igual a 96.

A menor raiz desse polinômio vale

A) 0

B) -1

C) -2

D) -3

07| O número real $\sqrt[3]{\frac{25}{8}+\frac{11\sqrt{2}}{4}}+\sqrt[3]{\frac{25}{8}-\frac{11\sqrt{2}}{4}}$ pertence ao conjunto

A) $[-5,-3)$

B) $[-3,-1)$

C) $[-1,1)$

D) $[1,3)$

E) $[3,5)$

08| A equação algébrica $x^3-7x^2+kx+216=0$, em que k é um número real, possui três raízes reais. Sabendo-se que o quadrado de uma das raízes dessa equação é igual ao produto das outras duas, então o valor de k é igual a

A) -64.

B) -42.

C) -36.

D) 18.

E) 24.

09| Sejam $P(x)=x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$ um polinômio e M o conjunto dos números reais k tais que $P(k)=0$. O número de elementos de M é

A) 1.

B) 2.

C) 4.

D) 5.

10| Sobre uma equação linear de grau n é **INCORRETO** afirmar que

A) terá n raízes complexas.

B) se n for ímpar, sempre terá, ao menos, uma raiz real.

C) se um número complexo $z=a+bi$, $b\neq 0$ for raiz, então seu conjugado também o será.

D) a equação não pode ter raízes repetidas.

E) uma equação acima de grau 4 pode ter todas as raízes reais.

11| As três raízes da equação $x^3-6x^2+21x-26=0$ são m, n e p. Sabendo que m e n são complexas e que p é uma raiz racional, o valor de m^2+n^2 é igual a

A) -18

B) -10

C) 0

D) 4

E) 8

12| Se u, v e w são números reais tais que $u+v+w=17$, $u\cdot v\cdot w=135$ e $u\cdot v+u\cdot w+v\cdot w=87$, então, o valor da soma $\frac{u}{v\cdot w}+\frac{v}{u\cdot w}+\frac{w}{u\cdot v}$ é

A) $\frac{23}{27}$.

B) $\frac{17}{135}$.

C) $\frac{27}{87}$.

D) $\frac{16}{27}$.

13| Determine o valor do produto $(3x+2y)^2$, sabendo que $9x^2+4y^2=25$ e $xy=2$.

A) 27.

B) 31.

C) 38.

D) 49.

E) 54.

14| Quando resolvemos a expressão $(7.777)^2 - (2.223)^2$, encontramos o seguinte resultado:

A $5{,}554 \cdot 10^0$

B $5{,}554 \cdot 10^2$

C $5{,}554 \cdot 10^4$

D $5{,}554 \cdot 10^7$

E $5{,}554 \cdot 10^8$

15| Simplificando a expressão $\dfrac{a^4 + b^4 + ab^3 + a^3b + ab^2 + a^2b}{a^2 - b^2}$, $a \neq b$, obtém-se:

A $\dfrac{a}{b}$

B $\dfrac{a+b}{a-b}$

C $\dfrac{a^3 + ab + b^3}{a-b}$

D $\dfrac{3(a + ab + b)}{a+b}$

16| Um fazendeiro possui dois terrenos quadrados de lados a e b, sendo $a > b$. Represente na forma de um produto notável a diferença das áreas destes quadrados.

A $(a+b)\cdot(a+b)$

B $(a+b)\cdot(a-b)$

C $(a-b)\cdot(a-b)$

D $(a+b)^2$

E $(a-b)^2$

17| Simplificando as expressões $A = \dfrac{\left[1 - \left(\dfrac{y}{x}\right)^2\right] \cdot x^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + 2\sqrt{xy}}$ e $B = \dfrac{x^2 - xy}{2x}$, nas quais $y > x > 0$, é correto afirmar que

A $\dfrac{A}{B} = 2^{-1}$

B $\dfrac{B}{A} \in \square$

C $A \cdot B > 0$

D $A + B > 0$

18| Se $x - y = 2$ e $x^2 + y^2 = 8$, então $x^3 - y^3$ é igual a

A 12.

B 14.

C 16.

D 18.

E 20.

19| Se x e y são dois números reais positivos, então a expressão $M = \left(x\sqrt{\dfrac{y}{x}} + y\sqrt{\dfrac{x}{y}}\right)^2$ é equivalente a

A $\sqrt{xy}$.

B $2xy$.

C $4xy$.

D $2\sqrt{xy}$.

20| Uma indústria fabrica uma placa metálica no formato de um retângulo de lados $(ax + by)$ e $(bx + ay)$. Encontre, de forma fatorada, o perímetro deste retângulo.

A $2(a+b)(x+y)$.

B $4(a+b)(x+y)$.

C $2(a-b)(x-y)$.

D $4(a-b)(x-y)$.

E $(a+b)(x+y)$.

21| Considere as seguintes afirmações:

I. $\dfrac{x^2+1}{x+2} = \dfrac{x+1}{2}$, para todo $x \in \square$.

II. $2x + 5 = 2(x + 5)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

III. $(x - 2)^2 = x^2 - 4x + 4$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

Assim, é CORRETO afirmar que:

A) somente a afirmação I está correta.
B) somente a afirmação II está correta.
C) somente as afirmações I e II estão corretas.
D) somente a afirmação III está correta.
E) as três afirmações estão corretas.

22| A expressão $\left(\frac{2}{3} - 0{,}333\ldots\right)^2 + \sqrt{0{,}111\ldots}$ tem resultado:

A) 0.
B) 1.
C) $\frac{1}{9}$.
D) $\frac{1}{3}$.
E) $\frac{4}{9}$.

23| A cidade fictícia de Martim Afonso é uma das mais antigas do seu país. A expressão abaixo indica o ano em que ela foi fundada.

$$10^2 \times \sqrt{25} \times 3 + 4^2 + 16$$

Assinale a alternativa que apresenta o ano em que a cidade de Martim Afonso foi fundada.

A) 1.524.
B) 1.532.
C) 1.542.
D) 1.632.
E) 1.624.

24| Determine o valor de $(3^3 + 5^2) \div 2^2$.

A) 13.
B) 14.
C) 15.
D) 16.
E) 17.

25| Para uma sequência finita $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ de números reais, a soma de Cesaro é definida como $\frac{S_1 + S_2 + \ldots + S_n}{n}$, onde $S_k = a_1 + a_2 + \ldots a_k$ $(1 \le k \le n)$.

Se a soma de Cesaro da sequência de 2.016 termos $(a_1, a_2, \ldots, a_{2.016})$ é 6.051, então a soma de Cesaro da sequência de 2.017 termos $(1, a_1, a_2, \ldots, a_{2.016})$ é:

A) 6.049
B) 6.053
C) 6.052
D) 6.050
E) 6.051

26| Com relação à potenciação e radiciação, analise as assertivas abaixo.

I. O resultado da expressão $5 \times 3^3 + 36 : \sqrt{16} - 7$ igual a 137.

II. O resultado da expressão $16 - 2^4 : 4 + \sqrt{225} \times 27$ está entre 420 e 440.

III. A raiz quadrada de oitenta e um é igual a três elevado ao quadrado.

É correto o que se afirma em

A) III, apenas.
B) I, apenas.
C) I e III, apenas.
D) II, apenas.
E) I, II e III.

27| Considere as expressões numéricas abaixo.

$A = -10 + 6 \cdot 4$

$B = 2^5 - \sqrt{64}$

É correto afirmar que o valor de $A + B$ é

A) 8
B) 16
C) 26
D) 38

28| Sabendo que a e b são números reais tais que $-1 < a < 0$ e $1 < b < 3$, então:

A) $\frac{1}{a} > 1$.
B) $\frac{1}{a} < -1$.

C $1 < \frac{1}{a} < 2.$

D $\frac{1}{a} = 0.$

E $\frac{1}{a} > b.$

29| O valor numérico da expressão $E = \frac{xy^2 - xy}{x^3 - x}$, para $x = 4$ e $y = -3$, é

A $-\frac{1}{5}$

B $\frac{2}{5}$

C $-\frac{3}{5}$

D $\frac{4}{5}$

30| Em uma atividade com sua turma, um professor utilizou 64 cartões, cada um com dois algarismos x e y, iguais ou distintos, pertencentes ao conjunto $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. A imagem abaixo representa um tipo desse cartão.

Um aluno escolheu um único cartão e efetuou as seguintes operações em sequência:

I. multiplicou um dos algarismos do cartão escolhido por 5;

II. acrescentou 3 unidades ao produto obtido em I;

III. multiplicou o total obtido em II por 2;

IV. somou o consecutivo do outro algarismo do cartão ao resultado obtido em III.

Ao final dessas operações, obteve-se no sistema decimal o número 73.

O cartão que o aluno pegou contém os algarismos cuja soma $x + y$ é:

A 15

B 14

C 13

D 12

GABARITO

01| C

Tem-se que

$$\begin{cases} 3^y - 2^x = 1 \\ 3 \cdot 2^{x-1} + 6 = 2 \cdot 3^y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3^y = 2^x + 1 \\ 3 \cdot 2^{x-1} + 6 = 2 \cdot (2^x + 1) \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^y = 2^x + 1 \\ 2^x = 8 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}.$$

Portanto, segue que

$$\frac{(a - 3b)(b - a)}{3(b + a)} = \frac{(3 - 3 \cdot 2)(2 - 3)}{3 \cdot (2 + 3)} = \frac{1}{5}.$$

02| D

Calculando o número inicial de bactérias, temos:

$$N(0) = 20 \cdot 2^{1,5 \cdot 0} = 20$$

Vamos determinar o valor de t em horas de modo que o número de bactérias seja 40.

$$40 = 20 \cdot 2^{1,5 \cdot t}.$$
$$2 = 2^{1,5 \cdot t}$$
$$1,5 \cdot t = 1$$
$$t = \frac{1}{1,5} = \frac{2}{3}h$$
$$\frac{2}{3}h = \frac{2 \cdot 60\,min}{3} = 40\ min$$

03| B

Calculando:

$$25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} = \frac{1}{125^{(-3x+6)}} \rightarrow 25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} = \frac{1}{5^{(-3x+6)} \cdot 25^{(-3x+6)}}$$
$$25^{\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} \cdot 5^{(-3x+6)} \cdot 25^{(-3x+6)} = 1 \rightarrow 5^{2\cdot\left(\frac{x^2}{2}+4x-15\right)} \cdot 5^{(-3x+6)} \cdot 5^{2\cdot(-3x+6)} = 1$$
$$5^{\left(x^2+8x-30-3x+6-6x+12\right)} = 1 \rightarrow 5^{\left(x^2-x-12\right)} = 1$$
$$x^2 - x - 12 = 0 \rightarrow \left\langle \begin{matrix} x' = -4 \\ x'' = 3 \end{matrix} \right\} 3 - (-4) = 7$$

04| D

É imediato que 6 possui 4 divisores positivos, 9 possui 3 divisores positivos e 16 possui 5 divisores positivos. Logo, temos

$$(x-4)(x-3)(x-5) = x^3 - 12x^2 + 47x - 60$$
$$= x^3 + ax^2 + bx + c.$$

Portanto, comparando os coeficientes dos termos de mesmo grau, vem $b = 47$.

05| ANULADA

Questão anulada no gabarito oficial.

Se a é raiz dupla podemos dividir o polinômio $x^4 - 2ax^3 + 9ax^2 - 6ax + 9a$ consecutivamente

por $(x-a)$.

a	1	$-2a$	$+9a$	$-6a$	$9a$
a	1	$-a$	$9a - a^2$	$9a^2 - a^3 - 6a$	$\underbrace{9a^3 - a^4 - 6a^2 + 9a}_{\text{zero}}$
	1	0	$9a - a^2$	$\underbrace{18a^2 - 2a^3 - 6a}_{\text{zero}}$	

Resolvendo a equação, temos:

$$18a^2 - 2a^3 - 6a = 0 \Rightarrow -2a \cdot (a^2 - 9a + 3) = 0$$

Resolvendo a equação, temos: $a = 0$ ou

$$a^2 - 9a + 3 = 0$$
$$a = \frac{9 \pm \sqrt{69}}{2}$$

Portanto, não há alternativa correta.

06| D

Seja $p(x) = (x-2)^3(x-a)(x-b)$, em que a e b são raízes de p. Logo, temos

$$p(x) = (x^3 - 6x^2 + 12x - 8)(x^2 - (a+b)x + ab)$$
$$= x^5 - (a+b+6)x^4 + (ab + 6(a+b) + 12)x^3 - (6ab + 12(a+b) + 8)x^2 +$$
$$+ (12ab + 8(a+b))x - 8ab.$$

Em consequência, vem

$$\left|\begin{array}{l} -\dfrac{a+b+6}{1} = -7 \\ -\dfrac{8ab}{1} = 96 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} a+b = 1 \\ ab = -12 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} a = 4 \\ b = -3 \end{array}\right. .$$

Portanto, segue que a menor raiz de p é -3.

07| D

Considerando que $x = \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}$, temos:

$$x^3 = \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^3 + 3 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^2 + \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)^3$$
$$x^3 = \frac{50}{8} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} \cdot \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}}\right)$$
$$x^3 = \frac{50}{8} + 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{-343}{64}} \cdot x$$
$$x^3 = \frac{25}{4} - \frac{21}{4} \cdot x$$
$$4 \cdot x^3 + 21 \cdot x - 25 = 0$$

Sabemos que 1 é raiz da equação acima, pois a soma de seus coeficientes é nula.

Aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, podemos fatorar a equação.

1	4	0	21	-25
2	4	4	25	0

$$(x-1) \cdot (4x^2 + 4x - 25) = 0$$

O fator do segundo grau não possui raiz real, pois seu discriminante é negativo. Portanto, $x = 1$ é a única raiz real da equação. Logo:

$$x = \sqrt[3]{\frac{25}{8} + \frac{11\sqrt{2}}{4}} + \sqrt[3]{\frac{25}{8} - \frac{11\sqrt{2}}{4}} = 1 \in [1, 3).$$

08| B

Sejam a, b e c as raízes da equação, com $a^2 = bc$. Logo, pelas Relações de Girard, segue que

$$\left|\begin{array}{l} a+b+c = 7 \\ ab + ac + bc = k \\ abc = -216 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} a+b+c = 7 \\ a(b+c) + a^2 = k \\ a^3 = -216 \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} b+c = 13 \\ -6 \cdot 13 + 36 = k \\ a = -6 \end{array}\right.$$
$$\Leftrightarrow \left|\begin{array}{l} b+c = 13 \\ k = -42 \\ a = -6 \end{array}\right. .$$

09| A

É fácil ver, por inspeção, que $x=-1$ é raiz de P. Logo, temos $P(x)=(x+1)(x^4+x^2+1)$. Daí, como $x^4+x^2+1=0$ não possui raízes reais, podemos concluir que a única raiz real de P é $x=-1$.

Portanto, sendo M o conjunto das raízes reais de P, vem que a resposta é 1.

10| ANULADA

Questão anulada no gabarito oficial.

[A] Verdadeira: O teorema fundamental da Álgebra nos garante isso.

[B] Falsa: Seria verdadeira se a equação tivesse apenas coeficientes reais.

[C] Falsa: A equação deverá ter coeficientes reais.

[D] Falsa: Algumas equações apresentam raízes com multiplicidade maior que 1; Ex: $(x-1)^4=0$, o número 1 é raiz quatros vezes desta equação.

[E] Verdadeira: A equação $(x-1)^4$ possui as 4 raízes iguais a 1.

A questão foi anulada, pois há duas opções corretas, [A] e [E].

11| B

O número 2 é raiz da equação, pois $2^3-6\cdot 2^2+21\cdot 2-26=0.$

Aplicando o dispositivo de Briot-Ruffini, podemos fatorar o primeiro membro da equação $x^3-6x^2+21x-26=0$.

2	1	-6	+21	-26
	1	-4	+13	0

Interbits®

$$(x-2)\cdot(x^2-4x+13)=0$$

A equação produto acima possui uma raiz real $x=2$ e duas raízes imaginárias m e n, obtidas com a resolução da equação $(x^2-4x+13)=0.$

Sabemos que:

$$(m+n)^2=m^2+n^2+2\cdot m\cdot n$$

Utilizando as relações de Girard, podemos escrever que:

$$4^2=m^2+n^2+2\cdot 13 \Rightarrow m^2+n^2=-10.$$

12| A

Sabendo que

$$\begin{aligned}(u+v+w)^2=u^2+v^2+w^2+2\cdot(u\cdot v+u\cdot w+v\cdot w) &\Leftrightarrow\\ u^2+v^2+w^2=17^2-2\cdot 87 &\Leftrightarrow\\ u^2+v^2+w^2=115,&\end{aligned}$$

temos

$$\begin{aligned}\frac{u}{v\cdot w}+\frac{v}{u\cdot w}+\frac{w}{u\cdot v}&=\frac{u^2+v^2+w^2}{u\cdot v\cdot w}\\ &=\frac{115}{135}\\ &=\frac{23}{27}.\end{aligned}$$

13| D

Aplicando a fórmula do quadrado perfeito temos:

$$(3x+2y)^2=(3x)^2+2\cdot 3x\cdot 2y+(2y)^2$$
$$(3x+2y)^2=9x^2+4y^2+12xy$$

Sabendo que $9x^2+4y^2=25$ e $xy=2.$

$$(3x+2y)^2=25+12\cdot 2=49$$

14| D

$$(7.777)^2-(2.223)^2=(7.777+2.223)\cdot(7.777-2.223)=$$
$$10000\cdot 5.554=5,554\cdot 10^7$$

15| C

$$\frac{a^4+b^4+ab^3+a^3b+ab^2+a^2b}{a^2-b^2}=\frac{a^4+a^4b\ +b^4+ab^3+ab^2+a^2b}{(a+b)\cdot(a-b)}=$$
$$\frac{a^3\cdot(a+b)+b^3\cdot(a+b)+a\cdot b\cdot b(a+b)}{}=\frac{\left(a^3+b^3+a\cdot b\right)\cdot(a+b)}{(a+b)\cdot(a-b)}=\frac{\left(a^3+b^3+a\cdot b\right)}{(a-b)}$$

16| B

Sendo a área do quadrado o produto do seus lados, temos que:

Área terreno $1=a\cdot a$

Área terreno $1=a^2$

$\text{Área terreno } 2 = b \cdot b$

$\text{Área terreno } 2 = b^2$

Logo, como $a > b$, a diferença entre as áreas é dada por:

$\text{Área terreno } 1 - \text{Área terreno } 2 = a^2 - b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)\cdot(a-b)$

17| C

$$A = \frac{\left[1-\left(\frac{y}{x}\right)^2\right]\cdot x^2}{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2 + 2\sqrt{x\cdot y}} = \frac{\frac{x^2-y^2}{x^2}\cdot x^2}{x-2\sqrt{xy}+y+2\sqrt{xy}} = \frac{x^2-y^2}{x+y} = \frac{(x-y)\cdot(x+y)}{x+y} = x-y$$

$$B = \frac{x^2-xy}{2x} = \frac{x\cdot(x-y)}{2x} = \frac{x-y}{2}$$

Como $y > x > 0$, concluímos que $A < 0$ e $B < 0$, portanto, $A \cdot B > 0$.

18| E

$$x-y=2 \Rightarrow (x-y)^2 = 4 \Rightarrow x^2+y^2-2xy=4 \Rightarrow 8-2xy=4 \Rightarrow xy=2$$

Logo,

$$x^3-y^3=(x-y)\cdot(x^2+y^2+xy)=2\cdot(8+2)=20$$

19| C

$$M=\left(x\sqrt{\frac{y}{x}}+y\sqrt{\frac{x}{y}}\right)^2 = x^2\sqrt{\frac{y}{x}}^2 + 2\cdot x\sqrt{\frac{y}{x}}\cdot y\sqrt{\frac{x}{y}} + y^2\sqrt{\frac{x}{y}}^2 =$$

$$x^2\cdot\frac{y}{x}+2\cdot x\cdot y+y^2\cdot\frac{x}{y} = x\cdot y+2\cdot x\cdot y+x\cdot y = 4\cdot x\cdot y$$

20| A

Sendo o perímetro $(2p)$ de um retângulo dado pela a soma de todos seus 4 lados e que os lados paralelos possuem as mesmas medidas, temos que:

$$2p = (ax+by)+(ax+by)+(bx+ay)+(bx+ay)$$
$$2p = 2\cdot ax+2\cdot bx+2\cdot ay+2\cdot by$$

Fatorando e reagrupando, temos:

$$2p = 2x\cdot(a+b)+2y\cdot(a+b)$$
$$2p = 2\cdot(a+b)\cdot(x+y)$$

21| D

[I] Falsa. Para $x=1$, temos $\frac{2}{3}=1$. Absurdo.

[II] Falsa. Para $x=1$, vem $7=12$. Absurdo.

[III] Verdadeira. De fato, pois para todo x real tem-se

$$\begin{aligned}(x-2)^2 &= (x-2)(x-2)\\ &= x^2-x\cdot 2-2\cdot x+2^2\\ &= x^2-4x+4.\end{aligned}$$

22| E

Utilizando a propriedade de funções geratriz, temos:

$$\left(\frac{2}{3}-0{,}333\ldots\right)^2+\sqrt{0{,}111\ldots} = \left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right)^2+\sqrt{\frac{1}{9}} = \left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{1}{3} = \frac{1}{9}+\frac{1}{3} = \frac{4}{9}$$

23| B

Resolvendo a expressão temos:

$$10^2\times\sqrt{25}\times 3+4^2+16 = 100\times 5\times 3+16+16 = 100\times 5\times 3+16+16 = 1500+32 = 1532$$

24| A

$$(3^3+5^2)\div 2^2 = (27+25)\div 4 = 52\div 4 = 13$$

25| A

Calculando para 2016 termos:

$$\frac{S_1+S_2+\ldots+S_{2016}}{2016}=6051 \Rightarrow \frac{a_1+(a_1+a_2)+(a_1+a_2+a_3)\ldots+(a_1+a_2+\ldots+a_{2016})}{2016}=6051$$
$$a_1+(a_1+a_2)+(a_1+a_2+a_3)\ldots+(a_1+a_2+\ldots+a_{2016})=6051\cdot 2016$$

Calculando para 2017 termos:

$$\frac{S_1+S_2+\ldots+S_{2017}}{2017}=x \Rightarrow \frac{1+(1+a_1)+(1+a_1+a_2)\ldots+(1+a_1+a_2+\ldots+a_{2016})}{2017}=x$$
$$\frac{2017+\left[a_1+(a_1+a_2)+(a_1+a_2+a_3)\ldots+(a_1+a_2+\ldots+a_{2016})\right]}{2017}=x \Rightarrow \frac{2017+6051\cdot 2016}{2017}=x$$
$$x=6049$$

26| C

[I] Verdadeira.

$$5\times 3^3+36:\sqrt{16}-7=5\times 27+36:4-7=135+9-7=137$$

[II] Falsa.

$$16-2^4:4+\sqrt{225}\times 27=16-16:4+\sqrt{225}\times 27=0:4+15\times 27=0+405=405$$

[III] Verdadeira. $\sqrt{81}=3^2 \Leftrightarrow 9=9$

27| D

Resolvendo as expressões:

$$A=-10+6\cdot 4 \Rightarrow A=-10+24 \Rightarrow A=14$$
$$B=2^5-\sqrt{64} \Rightarrow B=32-8 \Rightarrow B=24$$

Logo, $A+B=14+24 \Rightarrow A+B=38$

28| B

[A] $\frac{1}{a} > 1$ é falsa, pois, o intervalo em que "a" está compreendido só possui números negativos, logo, $\frac{1}{a}$ é necessariamente um numero negativo, desta forma, nunca será maior que 1.

[B] $\frac{1}{a} < -1$ é verdadeira, pois -1 é limitante do intervalo em que "a" está compreendido. Note que: $-1 < a < 0 \rightarrow a > -1$

Invertendo-se ambos lados:

$\frac{1}{a} < \frac{1}{-1} \rightarrow \frac{1}{a} < -1.$ Resposta procurada.

Observe que ao inverter ambos os lados, o sinal de desigualdade também é invertido.

[C] $1 < \frac{1}{a} < 2$ é falsa, pois todos os números do intervalo em que "a" está compreendido são negativos,

logo, qualquer número que "a" receba em $\frac{1}{a}$ será negativo e jamais poderá estar compreendido entre dois números positivos.

[D] $\frac{1}{a} = 0$ é falsa, pois não existe divisão por número real que resulte em 0.

[E] $\frac{1}{a} > b$ é falsa, pois todos os números do intervalo em que "a" está compreendido são negativos e todos os números do intervalo em que "b" está compreendido são positivos, logo, qualquer número que

"a" receba em $\frac{1}{a}$ será negativo e jamais maior que "b".

29| D

Substituindo os valores $x = 4$ e $y = -3$ na expressão temos:

$$E = \frac{xy^2 - xy}{x^3 - x} = \frac{4 \cdot (-3)^2 - 4 \cdot (-3)}{4^3 - 4}$$

$$E = \frac{4 \cdot 9 + 12}{64 - 4} = \frac{36 + 12}{64 - 4} = \frac{48}{60}$$

$$E = \frac{4}{5}$$

30| D

Tomando arbitrariamente o algarismo x, vem

$(5x + 3) \cdot 2 + (y + 1) = 73 \Leftrightarrow y = 66 - 10x.$

Logo, como $1 \leq y \leq 8$, só pode ser $x = 6$ e, assim, temos $y = 6$.

A resposta é $x + y = 12$.