



# MATEMÁTICA

com Valdemar Santos

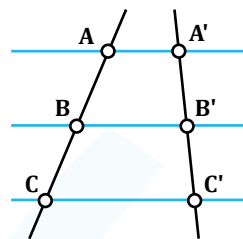
Geometria Plana 2

# GEOMETRIA PLANA 2

## SEMELHANÇA, LEI DOS SENOS, LEI DOS COSSENOS E ÁREA DO TRIÂNGULO E POLÍGONOS

### TEOREMA DE THALES

Feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais formam segmentos proporcionais.



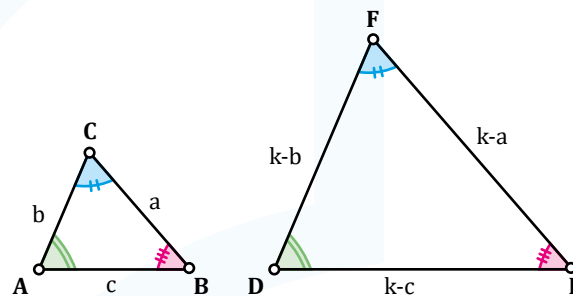
$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$$

### SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS

Dois triângulos são semelhantes quando é possível estabelecer uma correspondência entre seus vértices de modo que os ângulos correspondentes sejam dois a dois congruentes e os lados homólogos proporcionais.

Essa é a definição de triângulos semelhantes. Ela impõe duas condições para existir a semelhança:

- ▶ Ângulos correspondentes dois a dois congruentes;
- ▶ Lados homólogos proporcionais.



**Semelhança de triângulos**

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = k$$

**Relação entre as alturas**

$$\frac{h}{h'} = k$$

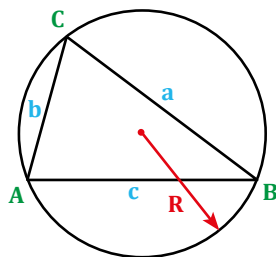
**Relação entre os perímetros**

$$\frac{2p}{2p'} = k$$

**Relação entre as áreas**

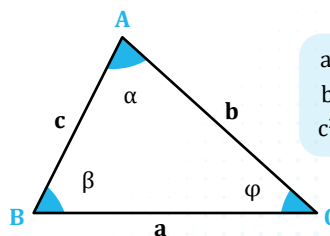
$$\frac{A_1}{A_2} = k^2$$

### LEI DOS SENOS



$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C} = 2R$$

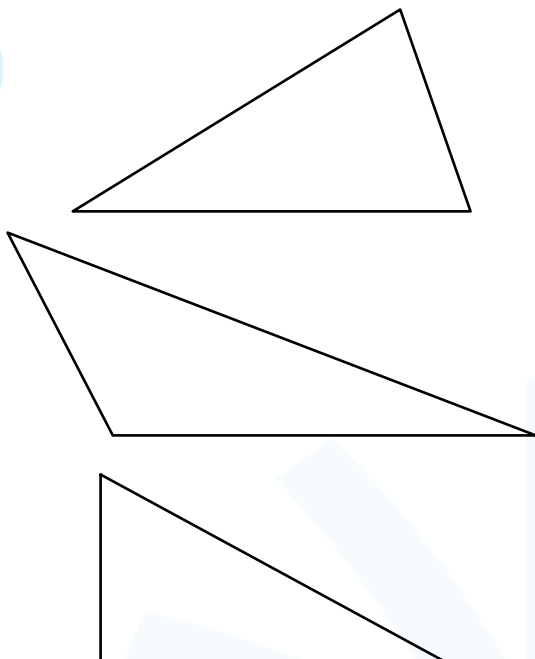
### LEI DOS COSSENOS



$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha \\ b^2 &= a^2 + c^2 - 2 \cdot a \cdot c \cdot \cos \beta \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \varphi \end{aligned}$$

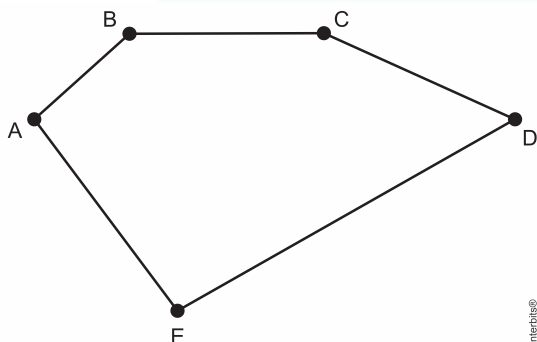
## ÁREA DO TRIÂNGULO

$$A = \frac{B \cdot H}{2}$$



### EXEMPLO

(ENEM) Uma pessoa possui um terreno em forma de um pentágono, como ilustrado na figura.



Sabe-se que a diagonal AD mede 50m e é paralela ao lado BC, que mede 29m. A distância do ponto B a AD é de 8m e a distância do ponto E a AD é de 20m.

Calcule a área, em metro quadrado, deste terreno.

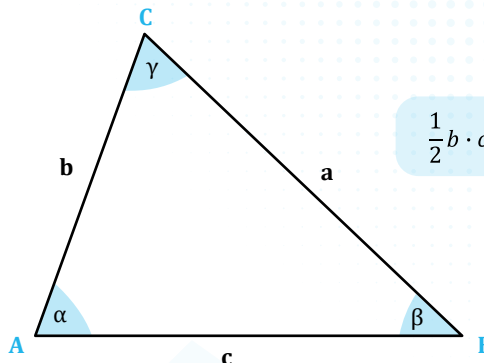
## TRIÂNGULO EQUILÁTERO



$$\frac{L^2\sqrt{3}}{4}$$

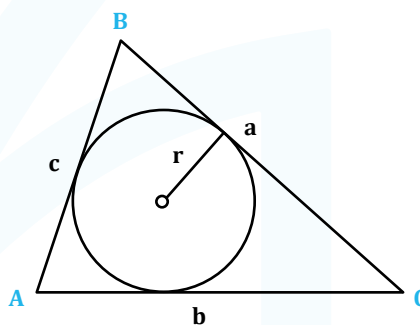
## ÁREA DO TRIÂNGULO (AS MAIS DIVERSAS FORMAS DE CALCULAR)

► Em função de dois lados e do seno do ângulo entre eles



$$\frac{1}{2} b \cdot c \cdot \text{sen } \alpha$$

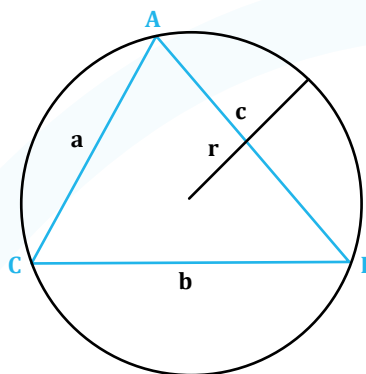
► Triângulo com círculo inscrito



$$A = p \cdot r$$

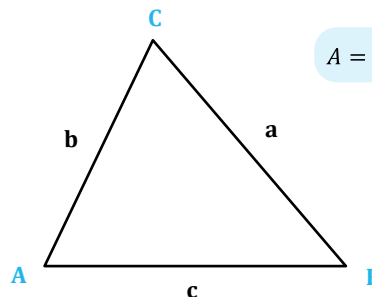
$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

► Triângulo com círculo circunscrito



$$A = \frac{abc}{4R}$$

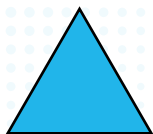
► Área em função dos lados (fórmula de Hierão)



$$A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

## POLÍGONOS

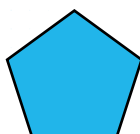
Entendemos por polígono a região plana limitada por uma linha poligonal fechada.



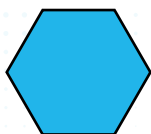
Triângulo



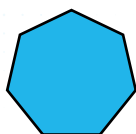
Quadrado



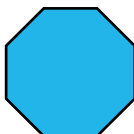
Pentágono



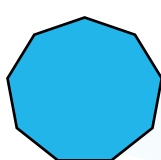
Hexágono



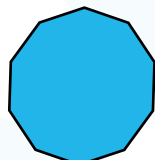
Heptágono



Octógono

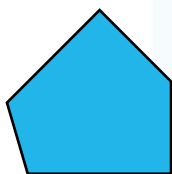


Eneágono

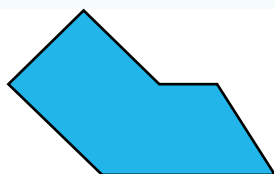


Decágono

Obs.: A linha poligonal é o conjunto formado por segmentos de reta consecutivos.



Convexo

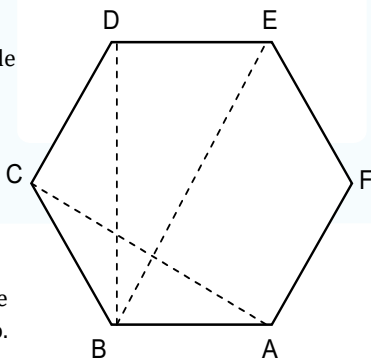


Côncavo

## DIAGONAIS

Chamamos de diagonal de um polígono o segmento de reta que possui como extremos dois vértices não consecutivos do polígono.

No polígono ABCD..., AC, BE e BD são exemplos de diagonais nesse hexágono.



Observe que, de cada vértice de um polígono de gênero  $n$  partem  $(n - 3)$  diagonais.

Num total de:  $d = \frac{n(n - 3)}{2}$

## LADRILHOS

Ladrilho é uma pequena placa de **cerâmica, mármore, pedra, porcelana, argila, metal**, etc., de vários formatos, utilizada para constituir um **revestimento**, normalmente pisos mas também mesas, fornos ou outros.

São peças em geral quadradas ou retangulares, de cerâmica, de barro cozido ou de cimento, empregada no revestimento de paredes ou de pavimentos.

Um conjunto de ladrilhos, lado a lado, de modo que não deixe espaços vazios entre eles, é chamado de **mosaico**.



Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras.

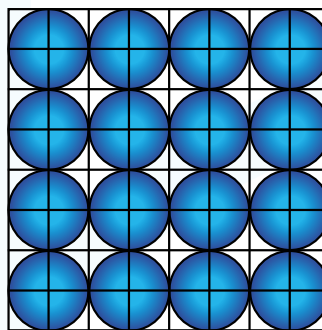


Figura 1: Ladrilhos retangulares pavimentando o plano

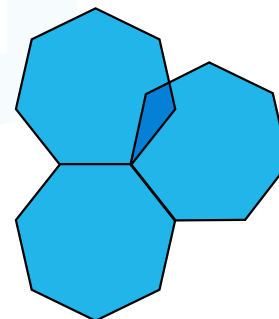



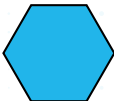




Figura 2: Heptágonos retangulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos. Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um:

- a) triângulo
- b) quadrado
- c) pentágono
- d) hexágono
- e) eneágono

Nome	Triângulo	Quadrado	Pentágono	Hexágono	Octógono	Eneágono
Figura						
Ângulo interno	60°	90°	108°	120°	135°	140°



**Anote aqui**





*Estamos juntos nessa!*



CURSO  
**FERNANDA PESSOA**  
ONLINE

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS.