

Prova de Progressões – ITA

1 - (ITA-13) Considere a equação $\sum_{n=0}^5 a_n x^n = 0$ em que a soma das raízes é igual a -2 e os coeficientes $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ formam, nesta ordem, uma progressão geométrica com $a_0 = 1$. Então $\sum_{n=0}^5 a_n$ é igual a

- a) -21 b) $-2/3$ c) $21/32$ d) $63/32$ e) 63

2 - (ITA-12) Sabe-se que $(x + 2y, 3x - 5y, 8x - 2y, 11x - 7y + 2z)$ é uma progressão aritmética com o último termo igual a -127 . Então, o produto xyz é igual a

- a) -60 b) -30 c) 0 d) 30 e) 60

3 - (ITA-11) Considere a equação algébrica $\sum_{k=1}^3 (x - a_k)^{4-k} = 0$. Sabendo que $x = 0$ é uma das raízes e que (a_1, a_2, a_3) é uma progressão geométrica com $a_1 = 2$ e soma 6 , pode-se afirmar que

- a) a soma de todas as raízes é 5 .
 b) o produto de todas as raízes é 21 .
 c) a única raiz real é maior que zero.
 d) a soma das raízes não reais é 10 .
 e) todas as raízes são reais.

4 - (ITA-10) Considere a progressão aritmética $(a_1, a_2, \dots, a_{50})$ de razão d .

Se $\sum_{n=1}^{10} a_n = 10 + 25d$ e $\sum_{n=1}^{50} a_n = 4550$, $d - a_1$ é igual a

- (A) 3 . (B) 6 . (C) 9 . (D) 11 . (E) 14 .

5 - (ITA-10) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 \end{bmatrix} \in M_{3 \times 3}(\mathbb{R})$$

Em que $a_4 = 10$, $\det A = -1000$ e a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 e a_6 formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão $d > 0$. Pode-se afirmar que $\frac{a_1}{d}$

- (A) -4 (B) -3 (C) -2 (D) -1 (E) 1

6 - (ITA-09) Se as soluções da equação algébrica $2x^3 - ax^2 + bx + 54 = 0$, com coeficientes $a, b \in \mathbb{R}$, $b \neq 0$, formam, numa determinada ordem, uma progressão geométrica, então, $\frac{a}{b}$ é igual a:

- a) -3 b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) 1 e) 3

7 - (ITA-07) Se A, B, C forem conjuntos tais que $n(A \cup B) = 23$, $n(B - A) = 12$, $n(C - A) = 10$, $n(B \cap C) = 6$ e $n(A \cap B \cap C) = 4$, então $n(A), n(A \cup C), n(A \cup B \cup C)$, nesta ordem,

- a) formam uma progressão aritmética de razão 6 .
 b) formam uma progressão aritmética de razão 2 .
 c) formam uma progressão aritmética de razão 8 , cujo primeiro termo é 11 .
 d) formam uma progressão aritmética de razão 10 , cujo primeiro termo é 31 .
 e) não formam uma progressão aritmética.

8 - (ITA-07) Se as medidas dos lados de um triângulo obtusângulo estão em progressão geométrica de razão q , então q pertence ao intervalo:

- a) $(0, (1 + \sqrt{2})/2)$ b) $((1 + \sqrt{2})/2, \sqrt{(1 + \sqrt{5})/2})$
 c) $(\sqrt{(1 + \sqrt{5})/2}, (1 + \sqrt{5})/2)$ d) $((1 + \sqrt{5})/2, \sqrt{(2 + \sqrt{2})/2})$
 e) $(\sqrt{(2 + \sqrt{2})/2}, (1 + \sqrt{3})/2)$

9 - (ITA-06) Considere as seguintes afirmações sobre a expressão $S = \sum_{k=0}^{101} \log_8(4^k \sqrt{2})$:

I – S é a soma dos termos de uma progressão geométrica finita.

II – S é a soma dos termos de uma progressão aritmética finita de razão $2/3$.

III – $S = 3451$.

IV – $S \leq 3434 + \log_8 \sqrt{2}$.

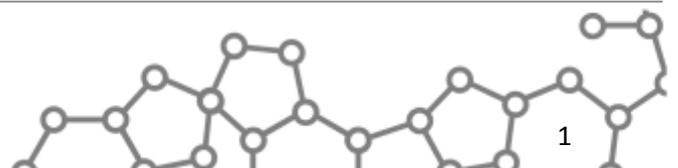
Então, pode-se afirmar que é(são) verdadeira(s) apenas

- a) I e III b) II e III c) II e IV
 d) II e) III

10 - (ITA-03) O valor de $y^2 - xz$ para o qual os números $\sin \frac{\pi}{12}$; x, y, z e $\sin 75^\circ$, nesta ordem, formam uma progressão aritmética, é:

- a) 3^{-4} b) 2^{-6} c) 6^{-2} d) 2^{-5} e) $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

11 - (ITA-03) Considere o polinômio $P(x) = 2x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n$, cujos coeficientes $2, a_2, \dots, a_n$ formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão $q > 0$.



Sabendo que $-\frac{1}{2}$ é uma raiz de P e que $P(2) = 5460$,

tem-se que o valor de $\frac{n^2 - q^3}{q^4}$ é igual a:

- a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{7}{4}$ d) $\frac{11}{6}$ e) $\frac{15}{8}$

12 - (ITA-00) O valor de n que torna a seqüência $2 + 3n, -5n, 1 - 4n$

uma progressão aritmética pertence ao intervalo:

- (A) $[-2, -1]$ (B) $[-1, 0]$ (C) $[0, 1]$
 (D) $[1, 2]$ (E) $[2, 3]$

13 - (ITA-99) O conjunto de todos os números reais $q > 1$, para os quais a_1, a_2 e a_3 , formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão q e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

- a) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[$ b) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[$
 c) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}[$ d) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{4}[$
 e) $]1, 1+\sqrt{5}[$

14 - (ITA-98) Seja (a_1, a_2, a_3, \dots) uma progressão geométrica infinita de razão $a_1, 0 < a_1 < 1$, e soma igual a $3a_1$. A soma dos três primeiros termos desta progressão geométrica é:

- a) $\frac{8}{27}$ b) $\frac{20}{27}$ c) $\frac{26}{27}$ d) $\frac{30}{27}$ e) $\frac{38}{27}$

15 - (ITA-97) Sejam a_1, a_2, a_3 e a_4 números reais formando, nesta ordem, uma progressão geométrica crescente com $a_1 \neq 0$. Sejam x_1, x_2 e x_3 as raízes da equação $a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0$. Se $x_1 = 2i$, então:

- a) $x_1 + x_2 + x_3 = -2$ b) $x_1 + x_2 + x_3 = 1$
 c) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ d) $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 8$
 e) $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = 5$

16 - (ITA-97) Os números reais x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão r . Seja α um número real com $\alpha > 0$ e $\alpha \neq 1$ satisfazendo $3a^x + 2a^y - a^z = 0$. Então r é igual a

- a) a^2 b) $(\frac{1}{2})^a$ c) $\log_{2a}4$ d) $\log_a(3/2)$ e) \log_a3

17 - (ITA-95) Se a soma dos termos da progressão geométrica dada por $0,3 : 0,03 : 0,003 : \dots$ é igual ao termo médio de uma progressão aritmética de três

termos, então a soma dos termos da progressão aritmética vale:

- a) $1/3$ b) $2/3$ c) 1 d) 2 e) $1/2$

18 - (ITA-94) Seja (a_1, a_2, \dots, a_n) uma progressão geométrica com um número ímpar de termos e razão $q > 0$. O produto de seus termos é igual a 2^{25} e o termo do meio é 2^5 . Se a soma dos $(n - 1)$ primeiros termos é igual a $2(1 + q)(1 + q^2)$, então:

- a) $a_1 + q = 16$ b) $a_1 + q = 12$ c) $a_1 + q = 10$
 d) $a_1 + q + n = 20$ e) $a_1 + q + n = 11$

19 - (ITA-94) Seja (a, b, c, d, e) uma progressão geométrica de razão a , com $a \neq 0$ e $a \neq 1$. Se a soma de seus termos é igual a $(13a + 12)$ e x é um número real positivo diferente de 1 tal que:

$$\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x} + \frac{1}{\log_e x} = \frac{5}{2}$$

então x é igual a:

- a) 3^3 b) 2^3 c) $(5/2)^2$ d) $(5/2)^{3/2}$ e) $(2/5)^2$

20 - (ITA-93) Numa progressão aritmética com $2n + 1$ termos, a soma dos n primeiros é igual a 50 e a soma dos n últimos é 140. Sabendo-se que a razão desta progressão é um inteiro entre 2 e 13, então seu último termo será igual a:

- a) 34 b) 40 c) 42 d) 48 e) 56

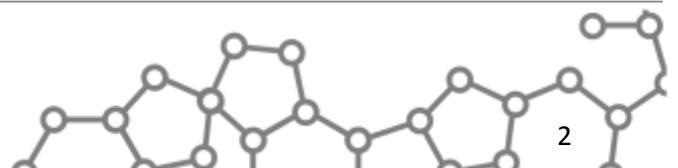
21 - (ITA-93) A soma dos 5 primeiros termos de uma progressão aritmética de razão r é 50 e a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão q é 12. Se ambas as progressões tiverem o mesmo termo inicial menor do que 10 e sabendo-se que $q = r^2$, podemos afirmar que a soma dos 4 primeiros termos da progressão geométrica será:

- a) $623/11$ b) $129/32$ c) $25/2$ d) $765/64$ e) 13

22 - (ITA-92) Numa progressão geométrica de razão inteira $q > 1$. Sabe-se que $a_1 a_n = 243$, $\log_q a_n$ e $\log_q a_n = 6$, onde n é o enésimo termo de progressão geométrica e a_n é o produto dos n primeiros termos. Então a soma dos n primeiros termos é igual a:

- a) $\frac{3^9 - 1}{6}$ b) $\frac{3^{10} - 1}{6}$ c) $\frac{3^8 - 1}{6}$ d) $\frac{3^9 - 1}{3}$ e) n.d.a.

23 - (ITA-92) Sejam a, b, c, d números reais não nulos que estão nesta ordem em progressão aritmética. Sabendo que o sistema a seguir:



$$\begin{cases} 4 \cdot 2^a \cdot x + 2^c \cdot y = \frac{2}{3} \cdot 2^b \\ 3^d \cdot x + 9 \cdot 3^b \cdot y = 81 \end{cases}$$

é possível e indeterminado, podemos afirmar que a soma desta progressão aritmética é:

- a) 13 b) 16 c) 28 d) 30 e) n.d.a.

24 - (ITA-91) Na divisão de $P(x) = a_5x^5 + 2x^4 + a_4x^3 + 8x^2 - 32x + a_3$ por $x - 1$, obteve-se o quociente $Q(x) = b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$ e o resto -6 . Sabe-se que (b_4, b_3, b_2, b_1) é uma progressão geométrica de razão $q > 0$ e $q \neq 1$. Podemos afirmar:

- a) $b_3 + a_3 = 10$ b) $b_4 + a_4 = 6$ c) $b_3 + b_0 = 12$
d) $b_4 + b_1 = 16$ e) n.d.a.

25 - (ITA-91) Numa progressão geométrica de razão q , sabe-se que:

I- o produto do logaritmo natural do primeiro termo a_1 pelo logaritmo natural da razão é 24.

II- a soma do logaritmo natural do segundo termo com o logaritmo natural do terceiro termo é 26.

Se $\ln q$ é um número inteiro então o termo geral a_n vale:

- a) e^{6n-2} b) e^{4+6n} c) e^{24n} d) e^{4+6n} e) nda

Notação: $\ln q$ denota o logaritmo natural (ou neperiano) de q

26 - (ITA-90) Numa progressão geométrica de três termos a razão é e^{-2a} , a soma dos termos é 7 enquanto que a diferença do último termo com o primeiro é 3. Nestas condições o valor de a é:

- a) $\ln \sqrt{2}$ b) $-\ln \frac{5}{2}$ c) $\ln \sqrt{3}$ d) $-\ln \sqrt{2}$
e) não existe número real a nestas condições

27 - (ITA-89) Numa progressão geométrica de razão q sabemos que $a_1 = 1/q$, $a_1 a_n = (2/3)^5$ e o produto dos n primeiros termos é q^{20} . Então a soma dos n primeiros termos é igual a:

- a) $\frac{1}{2} \frac{3^8 - 2^8}{3^6}$ b) $\frac{1}{2} \frac{3^6 - 2^6}{3^6}$ c) $\frac{1}{4} \frac{3^8 - 2^8}{3^6}$
d) $\frac{1}{4} \frac{3^6 - 2^6}{3^6}$ e) $\frac{1}{4} \frac{3^6 - 2^6}{3^8}$

28 - (ITA-89) Numa progressão aritmética com n termos, $n > 1$, sabemos que o primeiro é igual a $(1 + n)/n$ e a soma deles vale $(1 + 3n)/2$. Então o produto da razão desta progressão pelo último termo é igual a:

- a) $2n$ b) $2/n$ c) $3n$ d) $3/n$ e) $5n$

29 - (ITA-88) Suponha que os números 2, x , y e 1458 estão, nesta ordem, em progressão geométrica. Desse modo o valor de $x + y$ é:

- a) 90 b) 100 c) 180 d) 360 e) 1460

30 - (ITA-88) Sejam a , b e c constantes reais com $a \neq 0$ formando, nesta ordem, uma progressão aritmética e tais que a soma das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é $-\sqrt{2}$. Então uma relação válida entre b e c é:

- a) $c = \frac{b}{\sqrt{2}}(\sqrt{2} - 1)$ b) $c = b(2 - \sqrt{2})$ c) $c = b(\sqrt{2} - 1)$
d) $c = b\sqrt{2}$ e) $c = \frac{b}{2}(4 - \sqrt{2})$

31 - (ITA-86) Sejam os números reais $x > 0$, $a > b > 1$. Os três números reais

$$x, \sqrt{x \log_a b}, \log_a(bx)$$

são, nesta ordem, os três primeiros termos de uma progressão geométrica infinita. A soma S desta progressão vale:

- a) $S = 2x/(1 - \log_a b)$
b) $S = (x + 1)/(1 - 1/2 \log_a b)$
c) $S = 1/(1 - \sqrt{\log_a b})$
d) $S = 1/(1 - \sqrt[3]{\log_a b})$
e) impossível determinar S pois é finito.

32 - (ITA-86) Sejam a , b e c números reais que nesta ordem formam uma progressão aritmética de soma 12. Sabendo-se que os restos das divisões de $x^{10} + 8x^8 + ax^5 + bx^3 + cx$ por $x - 2$ e $x + 2$ são iguais, então a razão desta progressão aritmética é:

- a) 1 b) $28/5$ c) $37/5$ d) $44/15$ e) -3

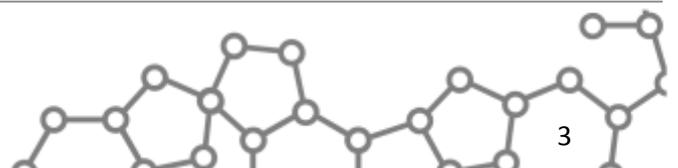
33 - (ITA-85) Sejam a_1, a_2, \dots, a_n números reais positivos e $p_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$. Se $a > 0$ é uma constante real tal que

$$P_n = \frac{p^{n^2+n}}{2^n},$$

então podemos afirmar que os números a_1, a_2, \dots, a_n , nesta ordem:

- a) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p$ e $a_n = (p^{2n})/2$
b) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p$ e $a_n = (p^n)/2$
c) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p^2$ e $a_n = (p^n)/2$
d) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p^2$ e $a_n = (p^{2n})/2$
e) Não formam uma progressão geométrica.

34 - (ITA-84) Os coeficientes do trinômio $x^2 + bx + c$ constituem, nesta ordem, uma progressão aritmética de



razão não nula $r = \frac{q}{2}$, onde q é a razão da progressão aritmética $b^2 - 1, c^2 - b^2$. Nestas condições podemos afirmar que o trinômio apresenta:

- a) uma raiz nula b) duas raízes reais distintas
 c) duas raízes iguais d) duas raízes complexas
 e) nenhuma raiz

35 - (ITA-83) Considere os números reais não nulos a, b, c e d em progressão geométrica tais que a, b e c são raízes da equação (em x) $x^3 + Bx^2 - 2Bx + D = 0$, onde B e D são números reais e $B > 0$. Se $cd - ac = -2B$, então:

a) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $b^2 + c^2 +$

$$d^2 = \frac{16B^2}{B^2 + 4B}$$

b) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 +$

$$c^2 = \frac{16B}{B^2 + 4}$$

c) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)$ e $b^2 + c^2 +$

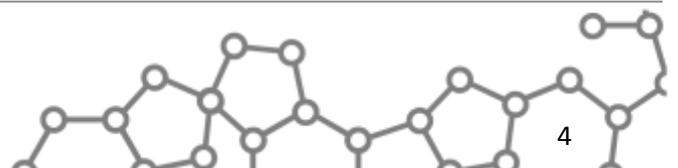
$$d^2 = \frac{16B}{B + 4}$$

d) $(a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)$ e $a^2 + b^2 + c^2 =$

$$\frac{16B}{B + 4}$$

e) $(a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 + c^2$

$$= \frac{B + 4}{16B}$$



GABARITO

1	D
2	A
3	A
4	D
5	D
6	B
7	D
8	C
9	B
10	D
11	C
12	B
13	A
14	E
15	A
16	E
17	C
18	E
19	A
20	A
21	D
22	C
23	E
24	B
25	A
26	D
27	A
28	B
29	C
30	E
31	C
32	B
33	D
34	D
35	A

