Prova de Progressões – ITA

1 - (ITA-13) Considere a equação $\sum_{n=0}^{5} a_n x^n = 0$em que a soma das raízes é igual a - 2 e os coeficientes a_0 , a_1 , a_2 , a_3 , a_4 , a_5 formam, nesta ordem, uma progressão geométrica com $a_0 = 1$. Então $\sum_{n=0}^{5} a_n$igual a

a) -21 b) -2/3 c) 21/32 d) 63/32 e) 63

2 - (ITA-12) Sabe-se que $\left(x+2y, 3x-5y, 8x-2y, 11x-7y+2z\right)$ é uma progressão aritmética com o último termo igual a -127. Então, o produto xyz é igual a

a) -60 b) -30 c) 0 d) 30 e) 60

3 - (ITA-11) Considere a equação algébrica $\sum_{k=1}^{3}(x-a_k)^{4-k} = 0$. Sabendo que $x = 0$ é uma das raízes e que (a_1, a_2, a_3) é uma progressão geométrica com $a_1 = 2$ e soma 6, pode-se afirmar que

a) a soma de todas as raízes é 5.
b) o produto de todas as raízes é 21.
c) a única raiz real é maior que zero.
d) a soma das raízes não reais é 10.
e) todas as raízes são reais.

4 - (ITA-10) Considere a progressão aritimética (a_1, a_2, ... , a_{50}) de razão d.

Se $\sum_{n=1}^{10} a_n = 10 + 25d$ e $\sum_{n=1}^{50} a_n = 4550$, d - a_1 é igual a

(A) 3. (B) 6. (C) 9. (D) 11. (E) 14.

5 - (ITA-10) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ 0 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & a_6 \end{bmatrix} \in M_{3x3}(\mathbb{R})$$

Em que a_4 =10, *det A*=-1000 e a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 e a_6 formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão *d > 0*. Pode-se afirmar que $\frac{a_1}{d}$

(A) - 4 (B) - 3 (C) - 2 (D) - 1 (E) 1

6 - (ITA-09) Se as soluções da equação algébrica $2x^3 - ax^2 + bx + 54 = 0$, com coeficientes $a, b \in IR$, $b \neq 0$, formam, numa determinada ordem, uma progressão geométrica, então, $\frac{a}{b}$ é igual a:

a) -3 b) $-\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{3}$ d) 1 e) 3

7 - (ITA-07) Se A , B , C forem conjuntos tais que $n(A \cup B) = 23$, $n(B - A) = 12$, $n(C - A) = 10$, $n(B \cap C) = 6$ e $n(A \cap B \cap C) = 4$, então $n(A)$, $n(A \cup C)$, $n(A \cup B \cup C)$, nesta ordem,

a) formam uma progressão aritmética de razão 6.
b) formam uma progressão aritmética de razão 2.
c) formam uma progressão aritmética de razão 8, cujo primeiro termo é 11.
d) formam uma progressão aritmética de razão 10, cujo primeiro termo é 31.
e) não formam uma progressão aritmética.

8 - (ITA-07) Se as medidas dos lados de um triângulo obtusângulo estão em progressão geométrica de razão q, então q pertence ao intervalo:

a) $\left(0, (1+\sqrt{2})/2\right)$ b) $\left((1+\sqrt{2})/2, \sqrt{(1+\sqrt{5})/2}\right)$

c) $\left(\sqrt{(1+\sqrt{5})/2}, (1+\sqrt{5})/2\right)$ d) $\left((1+\sqrt{5})/2, \sqrt{(2+\sqrt{2})/2}\right)$

e) $\left(\sqrt{(2+\sqrt{2})/2}, (1+\sqrt{3})/2,\right)$

9 - (ITA-06) Considere as seguintes afirmações sobre a expressão S = $\sum_{k=0}^{101} \log_8\left(4^k \sqrt{2}\right)$:

I – S é a soma dos termos de uma progressão geométrica finita.
II – S é a soma dos termos de uma progressão aritmética finita de razão 2/3.
III – S = 3451.
IV – S $\leq$3434 + $\log_8$ $\sqrt{2}$.

Então, pode-se afirmar que é(são) verdadeira(s) apenas

a) I e III b) II e III c) II e IV
d) II e) III

10 - (ITA-03) O valor de $y^2 - xz$ para o qual os números sen $\frac{\pi}{12}$; x, y, z e sen 75°, nesta ordem, formam uma progressão aritmética, é:

a) 3^{-4} b) 2^{-6} c) 6^{-2} d) 2^{-5} e) $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

11 - (ITA-03) Considere o polinômio P(x) = 2x + a_2x^2 + ... + a_nx^n, cujos coeficientes 2, a_2, ... , a_n formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão q > 0.

Sabendo que $-\frac{1}{2}$ é uma raiz de P e que P(2) = 5 460, tem-se que o valor de $\frac{n^2 - q^3}{q^4}$ é igual a:

a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{7}{4}$ d) $\frac{11}{6}$ e) $\frac{15}{8}$

12 - (ITA-00) O valor de n que torna a seqüência

$2+3n, \quad -5n, \quad 1-4n$

uma progressão aritmética pertence ao intervalo:

(A) $[-2, -1]$ (B) $[-1, 0]$ (C) $[0, 1]$

(D) $[1, 2]$ (E) $[2, 3]$

13 - (ITA-99) O conjunto de todos os números reais q > 1, para os quais a_1, a_2 e a_3, formam, nesta ordem, uma progressão geométrica de razão q e representam as medidas dos lados de um triângulo, é:

a) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}[$ b) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}]$

c) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{\sqrt{5}}]$ d) $]1, \frac{1+\sqrt{5}}{4}[$

e) $]1, 1+\sqrt{5}[$

14 - (ITA-98) Seja (a_1 , a_2 , a_3 ,...) uma progressão geométrica infinita de razão a_1, 0 < a_1 < 1, e soma igual a $3a_1$. A soma dos três primeiros termos desta progressão geométrica é:

a) $\frac{8}{27}$ b) $\frac{20}{27}$ c) $\frac{26}{27}$ d) $\frac{30}{27}$ e) $\frac{38}{27}$

15 - (ITA-97) Sejam a_1, a_2, a_3 e a_4 números reais formando, nesta ordem, uma progressão geométrica crescente com $a_1 \neq 0$. Sejam x_1, x_2 e x_3 as raízes da equação $a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4 = 0$. Se $x_1 = 2i$, então:

a) $x_1 + x_2 + x_3 = -2$ b) $x_1 + x_2 + x_3 = 1$

c) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$ d) $x_1 . x_2 . x_3 = 8$

e) $x_1 . x_2 + x_1 . x_3 + x_2 . x_3 = 5$

16 - (ITA-97) Os números reais x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão r. Seja α um número real com $\alpha > 0$ e $\alpha \neq 1$ satisfazendo

$3a^x + 2a^y - a^z = 0$. Então r é igual a

a) a^2 b) $(½)^a$ c) $\log_{2a}4$ d) $\log_a (3/2)$ e) $\log_a 3$

17 - (ITA-95) Se a soma dos termos da progressão geométrica dada por 0,3 : 0,03 : 0,003 : ... é igual ao termo médio de uma progressão aritmética de três termos, então a soma dos termos da progressão aritmética vale:

a) 1/3 b) 2/3 c) 1 d) 2 e) 1/2

18 - (ITA-94) Seja (a_1, a_2, ... , a_n) uma progressão geométrica com um número ímpar de termos e razão q > 0. O produto de seus termos é igual a 2^{25} e o termo do meio é 2^5. Se a soma dos (n - 1) primeiros termos é igual a $2(1 + q)(1 + q^2)$, então:

a) $a_1 + q = 16$ b) $a_1 + q = 12$ c) $a_1 + q = 10$

d) $a_1 + q + n = 20$ e) $a_1 + q + n = 11$

19 - (ITA-94) Seja (a, b, c, d, e) uma progressão geométrica de razão a, com $a \neq 0$ e $a \neq 1$. Se a soma de seus termos é igual a (13a + 12) e x é um número real positivo diferente de 1 tal que:

$$\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \frac{1}{\log_c x} + \frac{1}{\log_d x} + \frac{1}{\log_e x} = \frac{5}{2}$$

então x é igual a:

a) 3^3 b) 2^3 c) $(5/2)^2$ d) $(5/2)^{3/2}$ e) $(2/5)^2$

20 - (ITA-93) Numa progressão aritmética com ***2n + 1*** termos, a soma dos ***n*** primeiros é igual a 50 e a soma dos ***n*** últimos é 140. Sabendo-se que a razão desta progressão é um inteiro entre 2 e 13, então seu último termo será igual a:

a) 34 b) 40 c) 42 d) 48 e) 56

21 - (ITA-93) A soma dos 5 primeiros termos de uma progressão aritmética de razão ***r*** é 50 e a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita de razão ***q*** é 12. Se ambas as progressões tiverem o mesmo termo inicial menor do que 10 e sabendo-se que $q = r^2$, podemos afirmar que a soma dos 4 primeiros termos da progressão geométrica será:

a) 623/11 b) 129/32 c) 25/2 d) 765/64 e) 13

22 - (ITA-92) Numa progressão geométrica de razão inteira q > 1. Sabe-se que $a_1a_n = 243$, $\log_q a_n$ e $\log_q a_n = 6$, onde na é o enésimo termo de progressão geométrica e a_n é o produto dos n primeiros termos. Então a soma dos n primeiros termos é igual a:

a) $\frac{3^9-1}{6}$ b) $\frac{3^{10}-1}{6}$ c) $\frac{3^8-1}{6}$ d) $\frac{3^9-1}{3}$ e) n.d.a.

23 - (ITA-92) Sejam a, b, c, d números reais não nulos que estão nesta ordem em progressão aritmética. Sabendo que o sistema a seguir:

$$\begin{cases} 4.2^a.x + 2^c.y = \dfrac{2}{3}.2^b \\ 3^d.x + 9.3^b.y = 81 \end{cases}$$ é possível e indeterminado, podemos afirmar que a soma desta progressão aritmética é:

a) 13 b) 16 c) 28 d) 30 e) n.d.a.

24 - (ITA-91) Na divisão de $P(x) = a_5x^5 + 2x^4 + a_4x^3 + 8x^2 - 32x + a_3$ por $x - 1$, obteve-se o quociente $Q(x) = b_4x^4 + b_3x^3 + b_2x^2 + b_1x + b_0$ e o resto -6. Sabe-se que (b_4, b_3, b_2, b_1) é uma progressão geométrica de razão $q > 0$ e $q \neq 1$. Podemos afirmar:

a) $b_3 + a_3 = 10$ b) $b_4 + a_4 = 6$ c) $b_3 + b_0 = 12$
d) $b_4 + b_1 = 16$ e) n.d.a.

25 - (ITA-91) Numa progressão geométrica de razão q, sabe-se que:
I- o produto do logaritmo natural do primeiro termo a_1 pelo logaritmo natural da razão é 24.
II- a soma do logaritmo natural do segundo termo com o logaritmo natural do terceiro termo é 26.
Se ln q é um número inteiro então o termo geral a_n vale:

a) e^{6n-2} b) e^{4+6n} c) e^{24n} d) e^{4+6n} e) nda

Notação: ln q denota o logaritmo natural (ou neperiano) de q

26 - (ITA-90) Numa progressão geométrica de três termos a razão é e^{-2a}, a soma dos termos é 7 enquanto que a diferença do último termo com o primeiro é 3. Nestas condições o valor de a é:

a) $\ln\sqrt{2}$ b) $-\ln\frac{5}{2}$ c) $\ln\sqrt{3}$ d) $-\ln\sqrt{2}$
e) não existe número real a nestas condições

27 - (ITA-89) Numa progressão geométrica de razão ***q*** sabemos que $\boldsymbol{a_1 = 1/q}$, $\boldsymbol{a_1a_n} = (2/3)^5$ e o produto dos ***n*** primeiros termos é $\boldsymbol{q^{20}}$. Então a soma dos ***n*** primeiros termos é igual a:

a) $\frac{1}{2}\frac{3^8-2^8}{3^6}$ b) $\frac{1}{2}\frac{3^6-2^6}{3^6}$ c) $\frac{1}{4}\frac{3^8-2^8}{3^6}$
d) $\frac{1}{4}\frac{3^6-2^6}{3^6}$ e) $\frac{1}{4}\frac{3^6-2^6}{3^8}$

28 - (ITA-89) Numa progressão aritmética com n termos, $n > 1$, sabemos que o primeiro é igual a $(1 + n)/n$ e a soma deles vale $(1 + 3n)/2$. Então o produto da razão desta progressão pelo último termo é igual a:

a) $2n$ b) $2/n$ c) $3n$ d) $3/n$ e) $5n$

29 - (ITA-88) Suponha que os números 2, x, y e 1458 estão, nesta ordem, em progressão geométrica. Desse modo o valor de $x + y$ é:

a) 90 b) 100 c) 180 d) 360 e) 1460

30 - (ITA-88) Sejam a, b e c constantes reais com $a \neq 0$ formando, nesta ordem, uma progressão aritmética e tais que a soma das raízes da equação $ax^2 + bx + c = 0$ é $-\sqrt{2}$. Então uma relação válida entre b e c é:

a) $c = \frac{b}{\sqrt{2}}(\sqrt{2}-1)$ b) $c = b(2-\sqrt{2})$ c) $c = b(\sqrt{2}-1)$
d) $c = b\sqrt{2}$ e) $c = \frac{b}{2}(4-\sqrt{2})$

31 - (ITA-86) Sejam os números reais $x > 0$, $a > b > 1$. Os três números reais

$$x,\ \sqrt{x\log_a b},\ \log_a(bx)$$

são, nesta ordem, os três primeiros termos de uma progressão geométrica infinita. A soma S desta progressão vale:

a) $S = 2x/(1 - \log_a b)$
b) $S = (x + 1)/(1 - 1/2\log_a b)$
c) $S = 1/(1 - \sqrt{\log_a b})$
d) $S = 1/(1 - \sqrt{\log_a b})$
e) impossível determinar S pois é finito.

32 - (ITA-86) Sejam *a*, *b* e *c* números reais que nesta ordem formam uma progressão aritmética de soma 12. Sabendo-se que os restos das divisões de $x^{10} + 8x^8 + ax^5 + bx^3 + cx$ por $x - 2$ e $x + 2$ são iguais, então a razão desta progressão aritmética é:

a) 1 b) 28/5 c) 37/5 d) 44/15 e) -3

33 - (ITA-85) Sejam $a_1, a_2, ..., a_n$ números reais positivos e $p_n = a_1.\ a_2 ...a_n$. Se $a > 0$ é uma constante real tal que $P_n = \dfrac{p^{n^2+n}}{2^n}$, então podemos afirmar que os números $a_1, a_2, ..., a_n$, nesta ordem:

a) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p$ e $a_n = (p^{2n})/2$
b) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p$ e $a_n = (p^n)/2$
c) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p^2$ e $a_n = (p^n)/2$
d) Formam uma progressão geométrica de razão $q = p^2$ e $a_n = (p^{2n})/2$
e) Não formam uma progressão geométrica.

34 - (ITA-84) Os coeficientes do trinômio $x^2 + bx + c$ constituem, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão não nula $r = \frac{q}{2}$, onde q é a razão da progressão aritmética $b^2 - 1$, $c^2 - b^2$. Nestas condições podemos afirmar que o trinômio apresenta:

a) uma raiz nula
b) duas raízes reais distintas
c) duas raízes iguais
d) duas raízes complexas
e) nenhuma raiz

35 - (ITA-83) Considere os números reais não nulos a, b, c e d em progressão geométrica tais que a, b e c são raízes da equação (em x) $x^3 + Bx^2 - 2Bx + D = 0$, onde B e D são números reais e $B > 0$. Se $cd - ac = -2B$, então:

a) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $b^2 + c^2 + d^2 = \frac{16B^2}{B^2 + 4B}$

b) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{16B}{B^2 + 4}$

c) $(a^2 + b^2 + c^2)(b^2 + c^2 + d^2) = (ab + bc + cd)$ e $b^2 + c^2 + d^2 = \frac{16B}{B + 4}$

d) $(a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)$ e $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{16B}{B + 4}$

e) $(a^2 + b^2 + c^2)(b + c + d) = (ab + bc + cd)^2$ e $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{B + 4}{16B}$

GABARITO

1	D
2	A
3	A
4	D
5	D
6	B
7	D
8	C
9	B
10	D
11	C
12	B
13	A
14	E
15	A
16	E
17	C
18	E
19	A
20	A
21	D
22	C
23	E
24	B
25	A
26	D
27	A
28	B
29	C
30	E
31	C
32	B
33	D
34	D
35	A