MATEMÁTICA

ANÁLISE COMBINATÓRIA

04

01| Um aluno do Instituto Federal de Alagoas (IFAL), deseja praticar dois esportes, durante o ano letivo de 2017. Sabendo que o IFAL oferece os esportes: futebol de campo, futsal, voleibol de quadra, voleibol de praia, handebol, basquete e judô, de quantas maneiras esse aluno pode fazer sua escolha?

A 14.

B 21.

C 42.

D 49.

E 128.

02| Cada uma das 12 pessoas inscritas para participar de um trabalho voluntário recebeu um crachá com um número de identificação distinto – de 1 a 12 – de acordo com a ordem de inscrição.

Desejando-se organizar grupos formados por três pessoas que não estejam identificadas por três números consecutivos, o número máximo possível de grupos distintos que se pode formar é

A 230

B 225

C 220

D 215

E 210

03| Oito amigos decidiram brincar de telefone. Para isso, dispuseram-se em um terreno de modo que cada um estivesse no vértice de um octógono regular de lado medindo 20 metros, conforme figura 1.

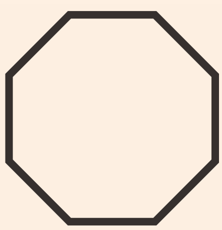


Figura 1

Decidiram montar os telefones utilizando barbante e copos descartáveis, conforme figura 2.

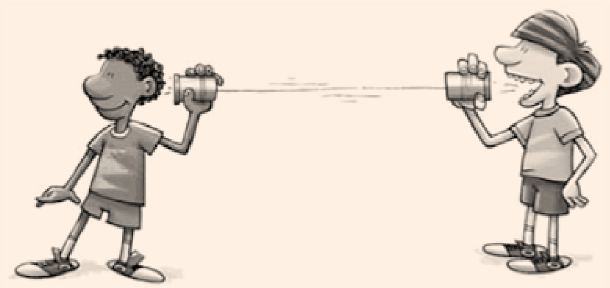


Figura 2

Disponível em: <http://www.beaba.com.br/brincadeira-infantil-telefone-sem-fio/>. Acesso: 05 de out. 2016.

Disponível em: <http://www.beaba.com.br/brincadeira-infantil-telefone-sem-fio/>. Acesso: 05 de out. 2016.

Cada telefone, que é intransferível, liga apenas dois dos amigos e é formado por dois copos, que não podem estar em dois telefones simultaneamente, e um barbante. Para que todos possam falar com todos através de um telefone desses, incluindo os amigos em vértices consecutivos, quantos telefones eles precisarão confeccionar?

A 20

B 28

C 12

D 10

E 8

04| Cinco cursos do IFAL *CAMPUS*-MACEIÓ resolveram fazer um torneio de futebol, onde cada time de cada curso joga contra os demais times apenas uma vez. Quantos serão os jogos nesse torneio?

A 5.

B 6.

C 8.

D 9.

E 10.

05| O coordenador de Matemática do campus Recife conta com 7 professores para lecionar aulas em um programa do PROIFPE. São aulas semanais e a cada semana um novo trio de professores é selecionado para ministrá-las.

Considerando um mês equivalente a 4 semanas, em quanto tempo esse programa estará finalizado

A 6 meses.

B 4 meses e 1 semana.

C 1 ano, 8 meses e 2 semanas.

D 2 anos e 3 meses.

E 8 meses e 3 semanas.

06| Em uma competição de vôlei de praia participaram n duplas. Ao final, todos os adversários se cumprimentaram uma única vez com apertos de mãos. Sabendo-se que foram contados 180 apertos de mãos, podemos concluir que n é igual a:

A 8

B 9

C 10

D 11

E 12

07| Um grupo é formado por oito homens e cinco mulheres. Deseja-se dispor essas oito pessoas em uma fila, conforme figura abaixo, de modo que as cinco mulheres ocupem sempre as posições 1, 2, 3, 4 e 5, e os homens as posições 6, 7 e 8.

figura ilustrativa – fora de escala

Interbits®

Quantas formas possíveis de fila podem ser formadas obedecendo a essas restrições?

A 56

B 456

C 40.320

D 72.072

E 8.648.640

08| Quantos são os números naturais pares formados com quatro dígitos que têm pelo menos dois dígitos iguais?

A 2.204.

B 2.468.

C 2.096.

D 2.296.

09| Considere a sequência infinita IFALMIFALMIFALMIFALMIFALM...

Qual é a 2017^{a} letra dessa sequência?

A I.

B F.

C A.

D L.

E M.

10| Um *pixel* é o menor elemento de uma imagem digital e, em casos de imagens coloridas, é composto por um conjunto de 3 pontos: vermelho, verde e azul. Cada um desses pontos é capaz de exibir 256 tonalidades distintas. Combinando tonalidades desses três pontos, quantas cores diferentes podem ser exibidas?

A 3^{256}

B $3 \cdot 256$

C 256^{3}

D 256

E $27 \cdot 256$

11| Quantos números inteiros positivos pares, com três dígitos distintos, podemos formar com os algarismos $3, 4, 5, 6$ e 7?

A 24.

B 28.

C 32.

D 36.

12| Os números 258 e 179 têm seus algarismos escritos em ordem crescente. Os números 558 e 496 não têm seus algarismos escritos em ordem crescente. Quantos são os números de três algarismos no qual esses algarismos aparecem em ordem crescente?

A 84

B 120

C 504

D 720

13| O total de números de cinco algarismos que possuem pelo menos dois dígitos consecutivos iguais em sua composição é igual a

A 6.581.

B 9.590.

C 18.621.

D 27.930.

E 30.951.

14| Um patrão tem 6 tarefas diferentes para serem distribuídas entre 3 empregados. Ele pode delegar todas elas a um só empregado, ou delegar apenas para alguns, ou ainda garantir que cada empregado receba pelo menos uma tarefa. O número de maneiras distintas de distribuir essas tarefas é

A 639

B 714

C 729

D 864

TEXTO PARA A PRÓXIMA QUESTÃO:

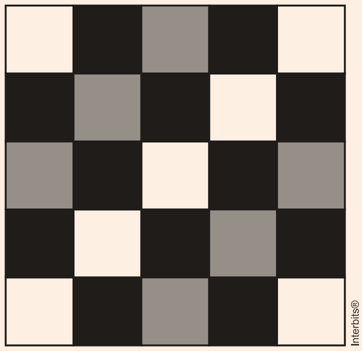
Leia o texto para responder à(s) questão(ões) a seguir.

Uma tela de computador pode ser representada por uma matriz de cores, de forma que cada elemento da matriz corresponda a um [1]*pixel* na tela.

Numa tela em escala de cinza, por exemplo, podemos atribuir 256 cores diferentes para cada pixel, do preto absoluto (código da cor: 0) passando pelo cinza intermediário (código da cor: 127) ao branco absoluto (código da cor: 255).

[1]Menor elemento em uma tela ao qual é possível atribuir-se uma cor.

Suponha que na figura estejam representados 25 *pixels* de uma tela.



A matriz numérica correspondente às cores da figura apresentada é dada por

$$\begin{bmatrix} 255 & 0 & 127 & 0 & 255 \\ 0 & 127 & 0 & 255 & 0 \\ 127 & 0 & 255 & 0 & 127 \\ 0 & 255 & 0 & 127 & 0 \\ 255 & 0 & 127 & 0 & 255 \end{bmatrix}$$

15| O número máximo de matrizes distintas que podem ser formadas com 25 *pixels* de tamanho, em que se possa preencher cada pixel com qualquer uma dentre as 256 cores da escala de cinza, é igual a

A 255^{256}

B 127^{25}

C 25^{25}

D 256^{25}

E 0^{256}

GABARITO

01| **B**

Basta aplicar a combinação de sete esportes agrupados dois a dois, logo:

$$C_{7,2} = \frac{7!}{2!(7-2)!}$$

$$C_{7,2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2!5!}$$

$$C_{7,2} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5!}{2!5!} = 21$$

02| E

De 1 até 12, temos 10 números consecutivos, pois o primeiro deles não pode ser o 11 e nem o 12.

Total de grupos formados por 3 pessoas:

$$C_{12,3} = \frac{12!}{3!\cdot 9!} = 220$$

Portanto, o número máximo de grupos que se pode formar de modo que os crachás nãos sejam identificados por três números consecutivos será:

$220 - 10 = 210.$

03| B

Basta obter a combinação de 8 dois a dois. Logo temos:

$$C_{8,2} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = \frac{8\cdot 7\cdot 6!}{2!6!} = 28$$

04| E

Para saber o número de jogos realizados basta aplicar uma combinação simples de cinco times agrupados dois a dois. Logo,

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5\cdot 4\cdot 3!}{2!3!} = \frac{20}{2} = 10 \text{ jogos.}$$

05| E

Como o campus possui sete professores e a cada aula três lecionam, basta aplicar a combinação de sete, três a três.

$$C_{7,3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{3!4!} = 35 \text{ semanas.}$$

Calculando em meses, basta dividir por quatro.

$$\frac{35}{4} = 8 \text{ meses e } 3 \text{ semanas.}$$

06| C

Se todos os atletas se cumprimentassem, então o número de apertos de mãos seria igual a $\binom{2n}{2}$. Mas, como apenas adversários se cumprimentam, devemos descontar desse total o número de apertos de mãos trocados entre atletas de uma mesma dupla, qual seja n.

Portanto, segue que o resultado é tal que

$$\binom{2n}{2} - n = 180 \Rightarrow \frac{(2n)!}{2!(2n-2)!} - n = 180$$
$$\Rightarrow n^2 - n - 90 = 0$$
$$\Rightarrow n = 10.$$

07| C

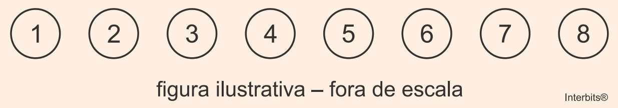


figura ilustrativa – fora de escala

Permutando as mulheres nas cinco primeiras posições, temos:

$P_5 = 5! = 120$

Calculando todas as sequências de três homens possíveis, escolhidos em um total de 8, temos:

$8\cdot 7\cdot 6 = 336.$

Portanto, o número de formas possíveis de fila que podem ser formadas e obedecendo a essas restrições são:

$P = 120\cdot 336 = 40.320$

08| A

Existem $9\cdot 10\cdot 10\cdot 5 = 4500$ números naturais pares de quatro algarismos distintos ou não. Portanto, como há $9\cdot 8\cdot 7 = 504$ pares com algarismos distintos que terminam em zero, e $8\cdot 8\cdot 7\cdot 4 = 1792$ pares com algarismos distintos que não terminam em zero, podemos concluir que a resposta é $4500 - 504 - 1792 = 2204.$

09| B

Observamos que as letras I, F, A, L, M, se repetem nesta ordem continuamente. Para obter a 2017^a posição, basta dividir 2017 por 5 e seu resto indicara a qual das cinco letras está relacionada. Dividindo:

$$\begin{array}{r|l} 2017 & 5 \\ \hline 2 & 403 \end{array}$$

Visto que o resto é dois, basta procurar a letra que ocupa a segunda posição da sequência I, F, A, L, M. Desta maneira, a letra da 2017^a posição é a letra F.

10| C

Como são três pontos e cada ponto possui 256 tonalidades temos: $256\times 256\times 256 = 256^3$ cores.

11| A

Para a última casa decimal, temos 2 possibilidades $(4$ ou $6)$, já que o número é par. Como o número é formado por algarismos distintos temos 4 possibilidades para a primeira casa decimal e 3 possibilidades para a segunda casa decimal. Portanto, o total de números inteiros positivos que podemos formar será dada por:

$4 \cdot 3 \cdot 2 = 24.$

12| A

Existem $7+6+\ldots+1=28$ números que começam por $1,$ $6+5+\ldots+1=21$ números que começam por $2,$ e assim sucessivamente, até o número 789 que é o último número que apresenta os algarismos em ordem crescente.

Portanto, a resposta é $28+21+15+10+6+3+1=84.$

13| E

Existem $9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 90000$ números de cinco algarismos. Destes, temos $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 = 59049$ números que não apresentam quaisquer dígitos consecutivos. Portanto, segue que o resultado é $90000 - 59049 = 30951.$

14| C

Como cada tarefa pode ser distribuída de três modos distintos, podemos concluir, pelo Princípio Multiplicativo, que o resultado é $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 729.$

15| D

Temos 25 espaços e cada um destes espaços podemos utilizar uma das 25 cores, portanto o número máximo de matrizes distintas que podem ser formados será dado por: $256^{25}.$