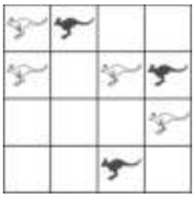
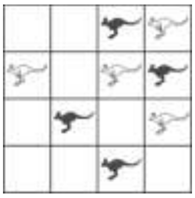
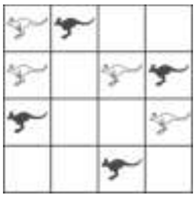
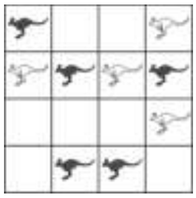
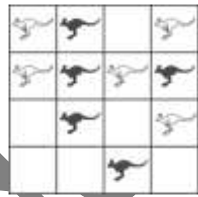
Canguru Brasil 2013 – Nível E – Soluções

Problemas de 3 pontos

01. Existem cangurus brancos e pretos. Em qual das figuras há mais cangurus pretos do que cangurus brancos?

(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

01. Resposta: alternativa D
Na figura D, há cinco cangurus pretos e quatro brancos. Nas demais figuras, o número de cangurus pretos é menor ou igual ao número de cangurus brancos.

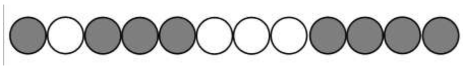
02. Anita escreveu uma igualdade correta no seu caderno. Então ela cobriu dois algarismos iguais com adesivos conforme figura ao lado. Qual foi o algarismo coberto?

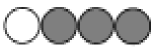
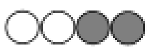
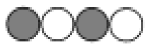
$$4\square + 5\square = 104$$

(A) 2 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 7 **(E)** 8

02. Resposta: alternativa D
A soma dos algarismos escondidos termina em 4, logo só podem ser 2 ou 7. Temos 42 + 52 = 94 e 47 + 57 = 104. Logo, o algarismo coberto é 7.

03. A sequência de círculos ao lado obedece a uma regra. Qual bloco de círculos deve continuar a sequência?

 ? ? ? ?

(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

03. Resposta: alternativa E
Cada bloco de círculos cinza é acompanhado de um bloco com a mesma quantidade de círculos, agora brancos. Assim, depois de quatro círculos cinzentos, devem vir quatro círculos brancos.

04. Daniel tem um pacote com 36 velas. Ele dividiu todas as velas igualmente entre todos os seus amigos. Com certeza a quantidade de amigos que ele **não** tem é

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

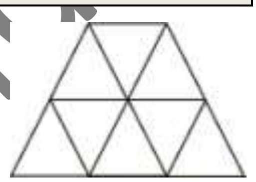
04. Resposta: alternativa D
O número 36 precisa ser dividido exatamente pelo número de amigos de Daniel. Entre os números apresentados, o único que não divide 36 é o número 5.

05. Cinco garotos fazem as seguintes afirmações sobre o número 325:
André: “É um número de três algarismos”.
Bruno: “ Todos os algarismos são distintos”.
Vítor: “A soma dos algarismos é 10”.
Roberto: “O algarismo das unidades é 5”.
Danilo: “Todos os algarismos são ímpares”.
Qual dos garotos estava errado?

(A) André **(B)** Bruno **(C)** Vítor **(D)** Roberto **(E)** Danilo

05. Resposta: alternativa E
A única afirmativa errada é a que diz que todos os algarismos são ímpares. O algarismo 2 não é ímpar, é par. Logo, quem faz a afirmação errada é Danilo.

06. Quantos triângulos podem ser vistos na figura ao lado?



(A) 9 **(B)** 10 **(C)** 11 **(D)** 12 **(E)** 13

06. Resposta: alternativa B
Há oito triângulos de lado 1 e dois triângulos de lado 2, totalizando 10 triângulos.

07. A mãe de Vera faz sanduíches com duas fatias de pão cada um. Um pacote de pão contém 24 fatias. Quantos sanduíches ela consegue fazer com dois pacotes e meio de pão?

(A) 24 **(B)** 26 **(C)** 30 **(D)** 34 **(E)** 48

07. Resposta: alternativa C
Se cada pão contém 24 fatias, meio pão contém 12 fatias. Assim, dois pacotes e meio fornecem $24+24+12=60$ fatias. Como são necessárias duas fatias para fazer um sanduíche, a quantidade de sanduíches que podem ser feitos com 60 fatias é $60 \div 2 = 30$.

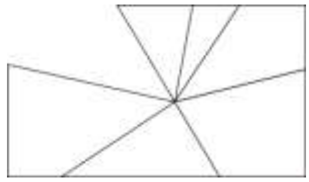
08. Samanta saiu às 17h30min de Londres, no horário de Londres e chegou a São Paulo às 23h20min, no horário de São Paulo. O horário em São Paulo está atrasado de 4 horas em relação ao horário de Londres. Quantas horas o avião levou para fazer a viagem?

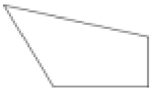
(A) 8h50min **(B)** 9h50min **(C)** 10h10min **(D)** 13h50min **(E)** 14h10min

08. Resposta: alternativa B
Quando o horário em Londres é 17h30min, em São Paulo são 4 horas menos, ou seja, 13h30min. Como o avião chega a São Paulo às 23h20min, o tempo de voo é a diferença entre esses dois horários de São Paulo. Se o avião chegasse às 23h30min, seriam 10 horas de voo, mas chegou 10 minutos antes, ou seja, levou 9 horas e 50 minutos para fazer a viagem.

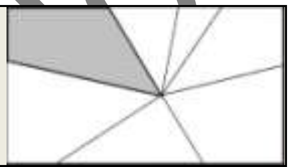
Problemas de 4 pontos

09. A figura à direita representa um espelho retangular quebrado. Qual é o pedaço que está faltando no espelho?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

09. Resposta: alternativa B
O pedaço faltando tem um ângulo reto, um ângulo bastante agudo e quatro lados, destacado em cinza na figura ao lado.



10. Quando Pinóquio mente, seu nariz cresce 6 cm. Quando ele diz a verdade, seu nariz diminui 2 cm. Quando seu nariz estava com 9 cm de comprimento, ele disse três mentiras e duas verdades. Depois disso, com que tamanho ficou o nariz de Pinóquio?

(A) 14 cm **(B)** 15 cm **(C)** 19 cm **(D)** 23 cm **(E)** 31 cm

10. Resposta: alternativa D
Com três mentiras, o nariz cresce $3\times6=18$ cm e com duas verdades diminui $2\times2=4$ cm. Se antes disso o nariz tinha 9 cm, agora tem $9+18-4=23$ cm.

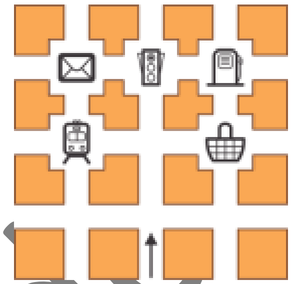
11. Numa mercearia é possível comprar laranjas em caixas com três tamanhos diferentes: com 5, com 9 ou com 10 laranjas. Pedro quer comprar exatamente 48 laranjas. Pelo menos quantas caixas de laranjas ele deve comprar?
(A) 4 **(B)** 5 **(C)** 6 **(D)** 7 **(E)** 8

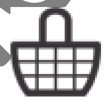
11. Resposta: alternativa B
Pedro deve usar o menor número de caixas possível, por isso deve tentar usar a maior quantidade de caixas maiores. Ele não pode usar 4 caixas de 10, pois $48-4\times10=48-40=8$ e esta quantidade não pode ser obtida nas caixas de 5 ou 9 laranjas. Se ele usar 3 caixas de 10, então sobram $48-3\times10=48-30=18$ e aí ele pode usar 2 caixas de 9, pois $2\times9=18$. Portanto, ele deve comprar 3 + 2 = 5 caixas.

12. As colegas de classe Ana, Beatriz, Carla e Dalva, nasceram no mesmo ano. Seus aniversários são em 20 de fevereiro, 12 de abril, 12 de maio e 25 de maio, não necessariamente nesta ordem. Beatriz e Ana nasceram no mesmo mês. Ana e Carla nasceram no mesmo dia, mas em meses diferentes. Qual garota é a mais velha?
(A) Ana **(B)** Beatriz **(C)** Carla **(D)** Dalva **(E)** impossível saber

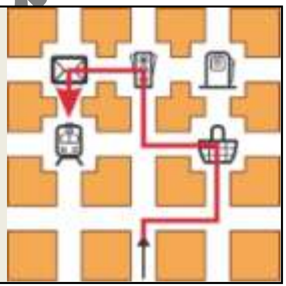
12. Resposta: alternativa D
Beatriz e Ana nasceram em maio. Ana e Carla nasceram no dia 12. Portanto, Ana nasceu no dia 12 de maio, logo Carla nasceu no dia 12 de abril e Beatriz nasceu no dia 25 de maio. Consequentemente, Dalva nasceu no dia 20 de fevereiro e é a mais velha.

13. Ângela começa a andar na direção indicada pela flecha. Em cada cruzamento, ela vira à direita ou à esquerda. Primeiro, ela vira à direita, depois à esquerda, em seguida à esquerda novamente, depois à direita, depois à esquerda e, finalmente, novamente à esquerda. Neste momento, ela está caminhando em direção a qual objeto?



(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

13. Resposta: alternativa A
A figura ao lado mostra o percurso de Ângela. Após a última virada, ela caminha em direção ao trem.

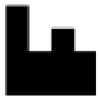


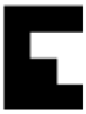
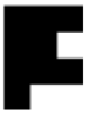
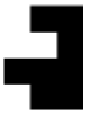
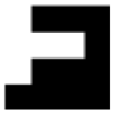
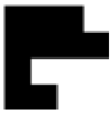
14. Num feriado, 30 alunos da mesma classe foram a um parque de diversões. Se 15 deles andaram na roda gigante e 20 deles na montanha russa e todos andaram em pelo menos um dos dois brinquedos, quantos alunos foram nos dois brinquedos?

(A) 5 **(B)** 10 **(C)** 15 **(D)** 25 **(E)** 30

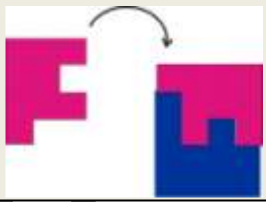
14. Resposta: alternativa A
Como 15 foram na roda gigante e 20 na montanha russa, concluímos que 15 + 20 = 35 crianças foram em pelo menos um dos brinquedos. Mas como havia somente 30 crianças, concluímos que algumas delas foram contadas duas vezes, pois foram nos dois brinquedos. A quantidade dessas crianças é a diferença entre esses dois números, ou seja, 35 – 30 = 5 crianças foram nos dois brinquedos.

15. Qual das peças a seguir pode ser juntada com a peça da direita para formar um retângulo?



(A)  **(B)**  **(C)**  **(D)**  **(E)** 

15. Resposta: alternativa B
Na figura, vemos que a peça que deve ser juntada é a (B).



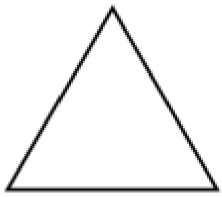
16. O número 35 tem uma propriedade curiosa: ele é igual a 7×5, ou seja, é igual ao produto de um número pelo seu algarismo das unidades. O número 34 não tem essa propriedade, pois não é igual a um número natural multiplicado por 4. Quantos números maiores do que 21 e menores do que 30 têm essa propriedade?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

16. Resposta: alternativa B
Esses números são $22 = 11 \times 2, 24 = 6 \times 4$ e $25 = 5 \times 5$. Portanto, há 3 números com essa propriedade.

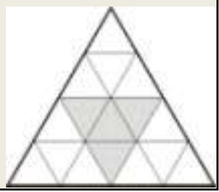
Problemas de 5 pontos

17. Ligando os pontos do meio de cada lado do triângulo representado à direita, obtemos um triângulo menor com os segmentos desenhados. Em seguida, fazemos o mesmo com esse triângulo menor, obtendo um triângulo menor ainda. Quantos triângulos iguais a este cabem no triângulo ao lado?



(A) 5 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 16 **(E)** 32

17. Resposta: alternativa D
Na primeira vez que unimos os pontos do meio, obtemos quatro triângulos iguais. Ao fazer o mesmo com cada um desses triângulos, obtemos mais quatro triângulos iguais, menores ainda. Portanto, a quantidade desses triângulos menores que cabem no triângulo original é $4 \times 4 = 16$.



18. Depois do dia primeiro de janeiro de 2013, quantos anos se passarão antes que o produto dos algarismos do número que representa o ano seja maior do que a soma desses algarismos? Por exemplo, no ano de 2221 o produto dos algarismos (8) é maior do que a soma desses algarismos (7).

(A) 87 **(B)** 98 **(C)** 101 **(D)** 102 **(E)** 103

18. Resposta: alternativa D
Em todos os números, representando os anos, 2013, 2014, ... , até o número 2099, aparece o zero, de modo que o produto dos algarismos é zero. Continuando a numeração, temos 2100, 2101, ..., 2109, 2110. Somente agora é que aparecem números sem o algarismo zero. Assim, em 2111 temos produto 2 e a soma 5, em 2112, o produto é 4 e a soma é 6, em 2113 o produto é 6 e a soma 7, em 2114 o produto é 8 e a soma é 8 e, finalmente, 2115, em que o produto é 10 e a soma 9. A partir de 2013 este é o primeiro em que o produto dos algarismos é maior do que a soma deles. Temos $2115-2013=102$ anos.

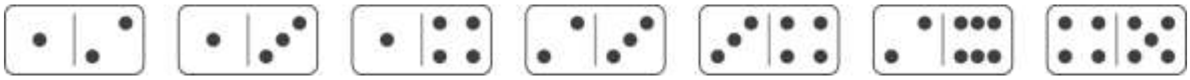
19. Em dezembro, o gato Dudu dormiu exatamente três semanas. Quantos minutos ele esteve acordado durante esse mês?

(A) $(31-7)\times 3\times 24\times 60$ **(B)** $(31-7\times 3)\times 24\times 60$ **(C)** $(30-7\times 3)\times 24\times 60$

(D) $(31-7)\times 23\times 60$ **(E)** $(31-7\times 3)\times 60\times 60$

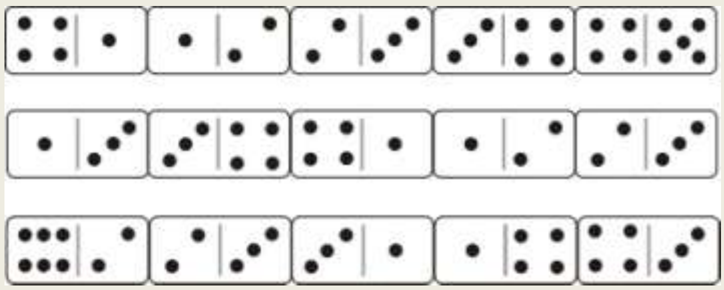
19. Resposta: alternativa B
O mês de dezembro tem 31 dias e Dudu dormiu um total de horas igual ao número de horas de 3 semanas, o que dá 7×3 dias. Portanto, ele ficou acordado $31-7\times 3$ dias. Cada dia tem 24 horas e cada hora tem 60 min, portanto num dia há 24×60 minutos. Assim, o número de minutos em que Dudu ficou acordado foi $31-7\times 3\ \times 24\times 60$.

20. Breno tem várias peças de dominó colocadas em uma linha, conforme figura abaixo. Ele quer organizar a linha de maneira que quadrados vizinhos de peças diferentes tenham o mesmo número de pontos. No máximo, quantas peças ele poderá colocar na linha?



(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

20. Resposta: alternativa C



Podemos juntar duas peças somente quando apresentarem metades com a mesma pontuação. Os pontos 5 e 6 aparecem uma única vez, logo nunca irão aparecer numa junção. Como os pontos 1, 2, 3 e 4 aparecem três vezes, haverá apenas uma junção para cada um desses pontos, ou seja, quatro junções, com cinco peças. As duas extremidades livres não terão como ser juntadas, pois nenhuma das pontuações que sobrarem irão aparecer um número par de vezes. Logo, apenas 5 peças podem ser colocadas em linha. Na figura vemos algumas dessas possibilidades.

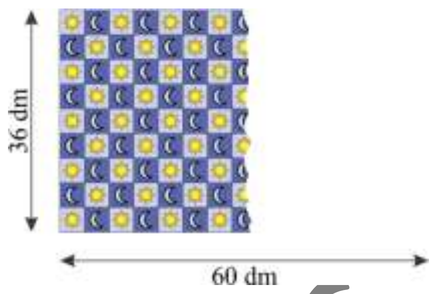
21. Cristina tem uma coleção de 6 copos de cristal cujos preços são 10, 20, 30, 40, 50 e 60 reais, respectivamente. Ela vendeu a coleção e precisa enviar os copos divididos em 3 pacotes, todos eles com o mesmo valor. De quantas maneiras diferentes ela pode montar esses pacotes?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** é impossível fazer esta divisão

21. Resposta: alternativa A

O preço total dos seis copos é $10+20+30+40+50+60=210$. Como os copos devem ser empacotados em 3 pacotes de mesmo preço, cada pacote deve valer $\frac{210}{3}=70$ reais. Como 60 só pode ser somado a 10 e 50 a 20, para se obter 70, a única maneira de montar os pacotes é fazer um com um copo de 10 e um de 60, outro com um copo de 20 e outro de 50 e o terceiro com um copo de 30 e outro de 40.

22. O desenho ao lado mostra um tapete retangular de 36 dm por 60 dm. Ele é composto de pequenos quadrados contendo um sol ou uma lua. Você pode ver na figura que a largura do tapete corresponde a 9 desses quadrados. Ao ser desenrolado o tapete, quantas luas poderão ser vistas?



(A) 60 **(B)** 63 **(C)** 65 **(D)** 67 **(E)** 68

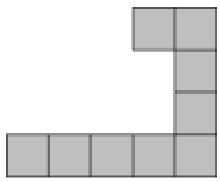
22. Resposta: alternativa D
Cada coluna tem 36 dm e 9 quadradinhos de mesmo tamanho. Logo cada lado desses quadradinhos mede $\frac{36}{9} = 4$ dm. Portanto, cada linha, de comprimento 60 dm, contém $\frac{60}{4} = 15$ quadradinhos e o tapete contém 15 colunas. Na 1ª coluna há 4 luas, na 2ª há 5 luas, na terceira há 4 luas, etc., até a 15ª que contém 4 luas. Portanto, há 8 colunas com 4 luas e 7 colunas com 5 luas. Quando o tapete for desenrolado, poderão ser vistas $8 \times 4 + 7 \times 5 = 32 + 35 = 67$ luas.

23. Joana escreveu vários números usando somente os algarismos 0 e 1. A soma de todos os números que ela escreveu é 2013. Ela descobriu que é impossível obter 2013 com uma quantidade menor de números do mesmo tipo. Quantos números ela escreveu?

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** mais do que 5 números

23. Resposta: alternativa B
Como 3 = 1 + 1 + 1, podemos concluir que pelo menos três números serão necessários. De fato, três números formados apenas por algarismos 0 e 1 são suficientes, pois 1011 + 1001 + 1 = 2013.

24. Beatriz tem muitas peças iguais à da figura ao lado. Pelo menos quantas peças iguais a esta ela precisa juntar para montar um quadrado cinzento?



(A) 3 **(B)** 4 **(C)** 6 **(D)** 8 **(E)** 16

24. Resposta: alternativa B
Cada peça tem 9 quadradinhos. Para formar um quadrado com quadradinhos menores, a quantidade destes tem que ser o quadrado de um número, no mínimo 5, pois a parte mais comprida da peça tem 5 quadradinhos. Mas $5^2 = 25$ e 25 não é divisível por 9. Como $6^2 = 36$ e 36 é divisível por 9, devemos tentar montar o quadrado usando $\frac{36}{9} = 4$ dessas peças. Isto é possível, de acordo com a figura ao lado. E quatro é o menor número, conforme explicado.