

Produtos Notáveis

I. Quadrado da soma ou da diferença

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Demonstração:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1. (Uepb 2014) Dado $x - \frac{1}{x} = 13$, o valor de $x^2 + \frac{1}{x^2}$ é igual

- a:
 a) 171
 b) 169
 c) 167
 d) 130
 e) $\frac{168}{13}$

Letra A

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 13^2 \rightarrow x^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 169$$

$$\rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 169 \rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 171$$

Equações Irracionais:

2. (UFV) Seja A o conjunto de números reais que são soluções da equação $\sqrt{x-1} = x-3$. O número total de subconjuntos de A é:

- a) 2
 b) 1
 c) 8
 d) 4

Letra A

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 = (x-3)^2$$

$$\rightarrow x-1 = x^2 - 2x \cdot 3 + 3^2$$

$$\rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$

$$\text{Soma} = 2 + 5 = -\frac{b}{a} = 7$$

$$\text{Produto} = 2 \times 5 = \frac{c}{a} = 10$$

→ $x = 2$ (Não Convém) ou $x = 5$ OK!

$$\sqrt{2-1} = 2-3$$

$$\sqrt{1} = -1 \text{ Absurdo!}$$

$$\sqrt{5-1} = 5-3$$

$$\sqrt{4} = 2 \checkmark$$

Logo, Soluções = $A = \{5\}$. Subconjuntos: $\emptyset, \{5\}$

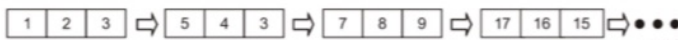
II. Produto da soma pela diferença

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

Demonstração:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$
$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

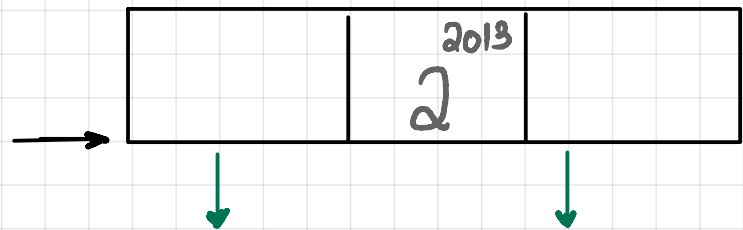
5. (Upe 2014) Na sequência de quadros a seguir, o valor da primeira célula de cada quadro é a soma dos valores das duas últimas células do quadro anterior.



Se o número da célula central do último quadro dessa sequência é 2^{2013} , quanto vale o produto dos números das duas outras células?

- a) $2^{2013} - 1$
- b) $2^{2013} + 1$
- c) 2^{2013+1}
- d) $2^{4026} + 1$
- e) $2^{4026} - 1$

Letra E



Um é antecessor e outro é sucessor.

$$(2^{2013} + 1)(2^{2013} - 1)$$
$$= (2^{2013})^2 - 1^2 = 2^{4026} - 1$$

III. Cubo da soma ou da diferença.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Demonstração:

$$(a+b)^3 = (a+b) \cdot (a+b) \cdot (a+b) = (a+b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

6. (Uece 2016) Se x é um número real tal que $x + \frac{1}{x} = 3$, então, o valor de $x^3 + \frac{1}{x^3}$ é

Sugestão: Você pode usar o desenvolvimento do cubo de uma soma de dois números reais.

- a) 9.
- b) 18.
- c) 27.
- d) 36.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3^3 \rightarrow x^3 + 3x^2 \cdot \frac{1}{x} + 3x \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 27$$

$$\rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x} = 27$$

$$\rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 27 \rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 = 27$$

$$\rightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

letra B

9. (Espm 2018) Se $x^2 = x + 3$, a expressão $x^3 - x - 3$ é igual a:

- a) $x^2 - 9$
- b) $x - 6$
- c) $x^2 - 2x + 1$
- d) $x^2 + 6x - 1$
- e) $x^2 + 2x - 3$

$$\begin{aligned}
 & x^3 - x - 3 \\
 &= x^2 \cdot x - x - 3 \\
 &= (x+3) \cdot x - x - 3 \\
 &= x^2 + 3x - x - 3 \\
 &= x^2 + 2x - 3 \quad \text{Letra E}
 \end{aligned}$$

11. (Ifal 2016) Reduzindo a expressão

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ ao numeral mais simples, temos:

- a) 2.
- b) $\sqrt{2}$.
- c) $2 - \sqrt{2}$.
- d) $\sqrt{6}$.
- e) $2 + \sqrt{2}$.

$$\begin{aligned}
 & \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}} \\
 &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}) \cdot (2-\sqrt{2+\sqrt{2}})} \\
 &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2^2 - (\sqrt{2+\sqrt{2}})^2} \\
 &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})} \\
 &= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \quad \text{Letra A}
 \end{aligned}$$