Produtos Notáveis

Poliedro Curso

I. Quadrado da soma ou da diferença

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Demonstração:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$$
$$(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

1. (Uepb 2014) Dado $x - \frac{1}{x} = 13$, o valor de $x^2 + \frac{1}{x^2}$ é igual a:

~~a)~~ 171
b) 169
c) 167
d) 130
e) $\frac{168}{13}$

letra A

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 13^2 \rightarrow x^2 - 2x.\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 169$$

$$\rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 169 \rightarrow \boxed{x^2 + \frac{1}{x^2} = 171}$$

Equações Irracionais:

2. (UFV) Seja A o conjunto de números reais que são soluções da equação $\sqrt{x-1} = x - 3$. O número total de subconjuntos de A é:

~~a)~~ 2
b) 1
c) 8
d) 4

letra A

$$\left(\sqrt{x-1}\right)^2 = (x-3)^2$$
$$\rightarrow x - 1 = x^2 - 2x.3 + 3^2$$
$$\rightarrow x^2 - 7x + 10 = 0$$
$$\text{Soma} = 2 + 5 = -\frac{b}{a} = 7$$
$$\text{Produto} = 2 \times 5 = \frac{c}{a} = 10$$

$\rightarrow \quad x = 2$ (não convém) ou $x = 5$ ok!

$\sqrt{2-1} = 2-3 \qquad\qquad \sqrt{5-1} = 5-3$

$\sqrt{1} = -1$ Absurdo! $\qquad \sqrt{4} = 2$ ✓

logo, Solução $= A = \{5\}$. Subconjuntos: $\emptyset, \{5\}$

II. Produto da soma pela diferença

$$(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$$

Demonstração:

$$(a+b).(a-b) = a^2 - ab + ab - b^2$$

$$(a+b).(a-b) = a^2 - b^2$$

5. (Upe 2014) Na sequência de quadros a seguir, o valor da primeira célula de cada quadro é a soma dos valores das duas últimas células do quadro anterior.

1	2	3	⇨	5	4	3	⇨	7	8	9	⇨	17	16	15	⇨ •••

$\rightarrow$

	2^{2013}	

um é antecessor e outro é sucessor.

Se o número da célula central do último quadro dessa sequência é 2^{2013}, quanto vale o produto dos números das duas outras células?

a) $2^{2013} - 1$
b) $2^{2013} + 1$
c) 2^{2013+1}
d) $2^{4026} + 1$
~~e)~~ $2^{4026} - 1$

letra E

$$(2^{2013} + 1).(2^{2013} - 1)$$

$$= (2^{2013})^2 - 1^2 = 2^{4026} - 1$$

III. Cubo da soma ou da diferença.

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Demonstração:

$$(a+b)^3 = (a+b).(a+b).(a+b) = (a+b).(a^2 + 2ab + b^2)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

6. (Uece 2016) Se x é um número real tal que $x + \frac{1}{x} = 3$, então, o valor de $x^3 + \frac{1}{x^3}$ é

Sugestão: Você pode usar o desenvolvimento do cubo de uma soma de dois números reais.

a) 9.
b) 18.
c) 27.
d) 36.

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = 3^3 \longrightarrow x^3 + 3x^2.\frac{1}{x} + 3x.\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} = 27$$

$$\longrightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3x + \frac{3}{x} = 27$$

$$\longrightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 3(\overbrace{x + \frac{1}{x}}^{3}) = 27 \longrightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} + 9 = 27$$

$$\longrightarrow x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$$

letra B

9. (Espm 2018) Se $x^2 = x + 3$, a expressão $x^3 - x - 3$ é igual a:

a) $x^2 - 9$
b) $x - 6$
c) $x^2 - 2x + 1$
d) $x^2 + 6x - 1$
e) $x^2 + 2x - 3$

$$x^3 - x - 3$$
$$= x^2 \cdot x - x - 3$$
$$= (x+3) \cdot x - x - 3$$
$$= x^2 + 3x - x - 3$$
$$= x^2 + 2x - 3$$

letra E

11. (ifal 2016) Reduzindo a expressão

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$ ao numeral mais simples, temos:

a) 2.
b) $\sqrt{2}$.
c) $2 - \sqrt{2}$.
d) $\sqrt{6}$.
e) $2 + \sqrt{2}$.

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$$
$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\left(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}\right) \cdot \left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)}$$
$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2^2 - \left(\cancel{\sqrt{}}\, 2+\sqrt{2}\right)^{\cancel{2}}}$$
$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}$$
$$= \sqrt{2} \cdot \sqrt{2^2 - \sqrt{2}^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2$$

letra A