

MATEMÁTICA

01) (Balcan) O número 11...1122...225 formado por 1997 algarismos 1 e 1998 algarismos 2 é um quadrado perfeito?

02) (IME) Prove que os inteiros k e k^2 tem o mesmo algarismo das unidades.

03) (IME) Qual o resto da divisão de $P(x) = x^{999} + x^{888} + x^{777} + x^{666} + x^{555} + x^{444} + x^{333} + x^{222} + x^{111} + 1$ por $D(x) = x^9 + x^8 + x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$?

04) Sejam x, y e z números reais positivos tais que

$$\frac{x^4 + y^4}{x^2 + y^2} \leq xy$$

$$\frac{x^4 + z^4}{x^2 + z^2} \leq xz$$

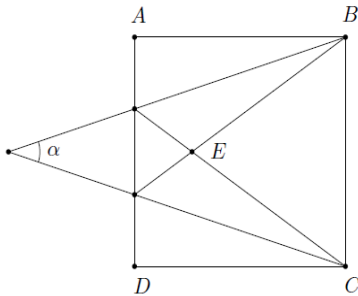
$$\frac{y^4 + z^4}{y^2 + z^2} \leq yz$$

Determine $\frac{(x+y+z)^3}{x^3+y^3+z^3}$:

- a) 9 b) 27 c) 3 d) 9/4 e) 18

05) Na figura seguinte $ABCD$ é um quadrado de lado 1 e BCE é um triângulo equilátero. O valor de $\operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ é igual a:

- (A) $1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$
 (B) $2 - \frac{\sqrt{6}}{2}$
 (C) $1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$
 (D) $1 - \frac{\sqrt{2}}{5}$
 (E) $1 - \frac{\sqrt{3}}{5}$



06) Considere o triângulo ABC isósceles em que o ângulo distinto dos demais, $B\hat{A}C$, mede 40° . Sobre o lado AB , tome o ponto E tal que $AC\hat{E} = 15^\circ$. Sobre o lado AC , tome o ponto D tal que $DB\hat{C} = 35^\circ$. Então, o ângulo $ED\hat{B}$ vale:

- a) 35°
 b) 45°
 c) 55°
 d) 75°
 e) 85°

07) Seja um triângulo isósceles ABC com $AB = AC$. Seja P um ponto sobre AB tal que $BC = CP$. Seja

Q um ponto sobre AC tal que $AQ = QP = PB$. O ângulo do vértice desse triângulo mede:

- a) 15°
 b) 18°
 c) 24°
 d) 36°
 e) 40°

08) Seja ABC um triângulo com $A = 10^\circ, B = 140^\circ$ e $C = 30^\circ$. Sobre a bissetriz interior do ângulo B se toma um ponto P , distinto de B , de tal maneira que $AB = AP$ (P está na região exterior ao triângulo ABC). Ache a medida do ângulo BPC .

09) Se tem um triângulo isósceles ABC , de base AC , tal que em AC se toma o ponto E , também $m(\angle EBC) = 3(m(\angle ABE))$ e $EC = 2(AE)$. Calcule $\angle ABC$.

10) B é ponto de tangência e $MO = a$ e $AP = b$. Calcule PQ .

A) $\sqrt{a^2 + b^2}$ B) \sqrt{ab} C) $2\sqrt{ab}$
 D) $\sqrt{2ab}$ E) $\frac{ab}{a+b}$

11) Segundo a figura $CM = MD = 5, NB = 3\sqrt{13}, R = 13$. Calcule MN .

A) $2\sqrt{13}$
 B) 5
 C) $3\sqrt{13}$
 D) $\sqrt{13}$
 E) $3\sqrt{2}$