

# 1

- a) Quantos são os números inteiros positivos de quatro algarismos, escolhidos sem repetição, entre 1, 3, 5, 6, 8, 9?
- b) Dentre os números inteiros positivos de quatro algarismos citados no item a), quantos são divisíveis por 5?
- c) Dentre os números inteiros positivos de quatro algarismos citados no item a), quantos são divisíveis por 4?

## Resolução

- a) A quantidade de números de 4 algarismos distintos, escolhidos entre os elementos do conjunto  $\{1; 3; 5; 6; 8; 9\}$ , é  $A_{6,4} = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
- b) Entre os números do item a), os divisíveis por 5 são, apenas, os terminados em 5. O número total é  $A_{5,3} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$
- c) Entre os números do item a), os divisíveis por 4 são aqueles cujo número formado pelos dois últimos algarismos é divisível por 4. São, portanto, os dos tipos

		1	6
--	--	---	---

 ou 

		3	6
--	--	---	---

 ou 

		5	6
--	--	---	---

 ou

		6	8
--	--	---	---

 ou 

		9	6
--	--	---	---

A quantidade total desses números é  $5 \cdot A_{4,2} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$

Respostas: a) 360      b) 60      c) 60

## 2

No plano cartesiano  $Oxy$ , considere a parábola  $P$  de equação  $y = -4x^2 + 8x + 12$  e a reta  $r$  de equação  $y = 3x + 6$ . Determine:

- Os pontos  $A$  e  $B$ , de intersecção da parábola  $P$  com o eixo coordenado  $Ox$ , bem como o vértice  $V$  da parábola  $P$ .
- O ponto  $C$ , de abscissa positiva, que pertence à intersecção de  $P$  com a reta  $r$ .
- A área do quadrilátero de vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $V$ .

### Resolução

- a) Os pontos  $A$  e  $B$  de intersecção da parábola  $P$  com o eixo  $Ox$  têm abscissas que são raízes da equação  $-4x^2 + 8x + 12 = 0$

Assim:

$$-4x^2 + 8x + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \text{ ou } x = 3. \text{ Para } x = -1 \text{ ou } x = 3, \text{ temos } y = 0.$$

Desta forma,  $A(-1; 0)$  e  $B(3; 0)$ .

O vértice da parábola tem abscissa

$$x_V = \frac{-(+8)}{2 \cdot (-4)} = 1 \text{ e ordenada}$$

$$y = -4 \cdot 1^2 + 8 \cdot 1 + 12 = 16. \text{ Assim, } V(1; 16)$$

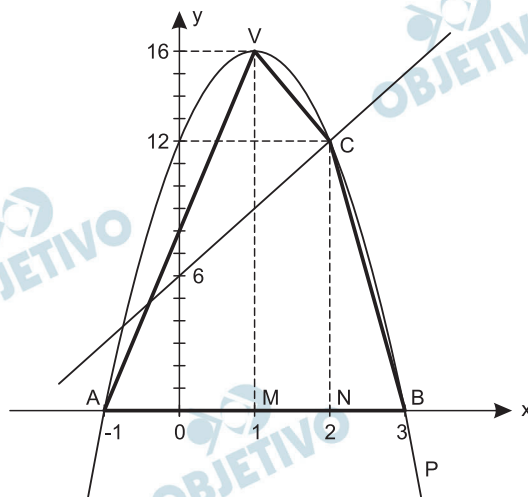
- b) Os pontos de intersecção da parábola com a reta têm coordenadas que são soluções do sistema

$$\begin{cases} y = -4x^2 + 8x + 12 \\ y = 3x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4x^2 + 8x + 12 = 3x + 6 \\ y = 3x + 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x^2 - 5x - 6 = 0 \\ y = 3x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \text{ e } y = 12 \\ \text{ou} \\ x = -\frac{3}{4} \text{ e } y = \frac{15}{4} \end{cases}$$

O ponto  $C$ , de abscissa positiva, intersecção da parábola com a reta, é  $C(2; 12)$ .

c)



A área  $S$ , do quadrilátero convexo  $ABCV$ , é a soma das áreas dos triângulos  $AVM$  e  $CNB$  com a do trapézio  $MVCN$  da figura acima. Assim, em unidades de área, temos:

$$S_{AVM} = \frac{2 \cdot 16}{2} = 16$$

$$S_{CNB} = \frac{1 \cdot 12}{2} = 6$$

$$S_{MVCN} = \frac{(12 + 16) \cdot 1}{2} = 14$$

$$S = S_{AVM} + S_{CNB} + S_{MVCN} = 16 + 6 + 14 = 36$$

Respostas: a)  $A(-1; 0)$ ,  $B(3; 0)$  e  $V(1; 16)$

b)  $C(2; 12)$

c) A área do quadrilátero é 36 unidades de área.

### 3

Um automóvel consome, em média, um litro de gasolina para percorrer, em região urbana, uma distância de 10 km. Esse automóvel é do tipo conhecido como flex, ou seja, pode utilizar, como combustível, gasolina e/ou álcool, com as propriedades fornecidas na tabela abaixo. Com base nas informações dadas, determine:

- Os valores das energias  $E_G$  e  $E_A$  liberadas pela combustão de um litro de gasolina e de um litro de álcool, respectivamente.
- A distância  $d_A$  percorrida, em média, pelo automóvel com 1 litro de álcool.
- O preço máximo  $P_m$  de um litro de álcool, acima do qual não seria conveniente, do ponto de vista financeiro, utilizar esse combustível, caso o litro de gasolina custasse R\$ 2,40.
- O gasto médio  $G$  com combustível, por quilômetro rodado pelo automóvel, em região urbana, usando exclusivamente álcool, se o litro desse combustível custar R\$ 1,60.

NOTE E ADOTE		
	poder calorífico (kcal/kg)	densidade (g/cm <sup>3</sup> )
gasolina	1,0 x 10 <sup>4</sup>	0,7
álcool	7,0 x 10 <sup>3</sup>	0,8

A distância percorrida pelo automóvel é diretamente proporcional à energia liberada pelo combustível consumido.

### Resolução

$$a) \mu_G = \frac{m_G}{V_G}$$

Com  $\mu_G = 0,7\text{g/cm}^3 = 0,7\text{kg}/\ell$  e  $V_G = 1,0\ell$ , calculemos  $m_G$ :

$$0,7 = \frac{m_G}{1,0}$$

$$m_G = 0,7\text{kg}$$

$$\begin{array}{l} 1,0\text{kg} \text{ ————— } 1,0 \cdot 10^4\text{kcal} \\ 0,7\text{kg} \text{ ————— } E_G \end{array}$$

$$E_G = 7,0 \cdot 10^3\text{kcal}$$

$$\mu_A = \frac{m_A}{V_A}$$

Com  $\mu_A = 0,8\text{g/cm}^3 = 0,8\text{kg}/\ell$  e  $V_G = 1,0\ell$ , calculemos  $m_A$ :

$$0,8 = \frac{m_A}{1,0}$$

$$m_A = 0,8\text{kg}$$

$$\begin{array}{l} 1,0\text{kg} \text{ ————— } 7,0 \cdot 10^3\text{kcal} \\ 0,8\text{kg} \text{ ————— } E_A \end{array}$$

$$E_A = 5,6 \cdot 10^3\text{kcal}$$

- b) Conforme os dados, a distância percorrida pelo veículo é diretamente proporcional à energia liberada pelo combustível.

$$d = C E$$

em que C é uma constante própria do veículo.

$$\left. \begin{array}{l} d_A = C E_A \\ d_G = C E_G \end{array} \right\} \frac{d_A}{d_G} = \frac{C E_A}{C E_G} \Rightarrow \frac{d_A}{d_G} = \frac{E_A}{E_G}$$

$$\frac{d_A}{10} = \frac{5,6 \cdot 10^3}{7,0 \cdot 10^3} \Rightarrow d_A = 8,0\text{km}$$

$$\begin{array}{l} \text{c) } \text{R\$ } 2,40 \text{ ————— } 10\text{km} \\ \quad P_m \text{ ————— } 8,0\text{km} \end{array}$$

$$P_m = \text{R\$ } 1,92$$

$$\begin{array}{l} \text{d) } \text{R\$ } 1,60 \text{ (custo de } 1,0\ell) \text{ ————— } 8,0\text{km} \\ \quad G \text{ ————— } 1,0\text{km} \end{array}$$

$$G = \frac{\text{R\$ } 1,60}{8,0}$$

$$G = \text{R\$ } 0,20$$

Respostas:

$$\text{a) } E_G = 7,0 \cdot 10^3 \text{ kcal}$$

$$E_A = 5,6 \cdot 10^3 \text{ kcal}$$

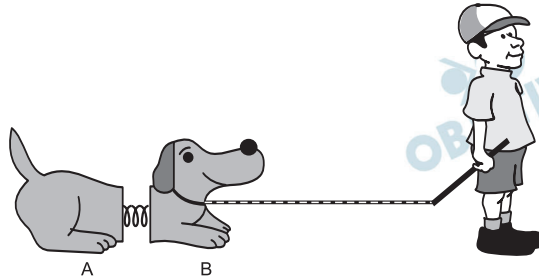
$$\text{b) } d_A = 8,0\text{km}$$

$$\text{c) } P_m = \text{R\$ } 1,92$$

$$\text{d) } G = \text{R\$ } 0,20$$

## 4

Um menino puxa, com uma corda, na direção horizontal, um cachorro de brinquedo formado por duas partes, A e B, ligadas entre si por uma mola, como ilustra a figura adiante. As partes A e B têm, respectivamente, massas  $m_A = 0,5 \text{ kg}$  e  $m_B = 1 \text{ kg}$ , sendo  $\mu = 0,3$  o coeficiente de atrito cinético entre cada parte e o piso. A constante elástica da mola é  $k = 10 \text{ N/m}$  e, na posição relaxada, seu comprimento é  $x_0 = 10 \text{ cm}$ . O conjunto se move com *velocidade constante*  $v = 0,1 \text{ m/s}$ . Nessas condições, determine:



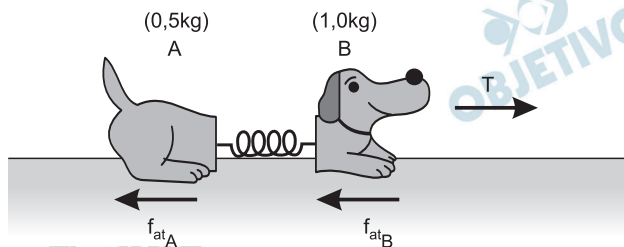
- O módulo  $T$  da força exercida pelo menino sobre a parte B.
- O trabalho  $W$  realizado pela força que o menino faz para puxar o brinquedo por 2 minutos.
- O módulo  $F$  da força exercida pela mola sobre a parte A.
- O comprimento  $x$  da mola, com o brinquedo em movimento.

NOTE E ADOTE

Aceleração da gravidade no local:  $g = 10 \text{ m/s}^2$

Despreze a massa da mola.

## Resolução



- a) Sendo a velocidade constante, a força resultante no sistema (cachorro-mola) é nula e portanto:

$$T = f_{at_A} + f_{at_B} = \mu (P_A + P_B)$$

$$T = 0,3 \cdot 15 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{T = 4,5\text{N}}$$

- b) 1) Cálculo da distância percorrida:

$$\Delta s = V \Delta t \text{ (MU)}$$

$$\Delta s = 0,1 \cdot 2,0 \cdot 60 \text{ (m)} = 12\text{m}$$

- 2) Cálculo do trabalho:

$$W = T \cdot \Delta s$$

$$W = 4,5 \cdot 12 \text{ (J)} \Rightarrow \boxed{W = 54\text{J}}$$

- c) Para a parte A do cachorro:

$$F = f_{at_A} = \mu P_A$$

$$F = 0,3 \cdot 5,0 \text{ (N)} \Rightarrow \boxed{F = 1,5\text{N}}$$

- d) Lei de Hooke:

$$F = k \Delta x = k (x - x_0)$$

$$1,5 = 10 (x - 0,1)$$

$$0,15 = x - 0,1$$

$$\boxed{x = 0,25\text{m}}$$

- Respostas: a)  $T = 4,5\text{N}$   
b)  $W = 54\text{J}$   
c)  $F = 1,5\text{N}$   
d)  $x = 0,25\text{m}$

Em um laboratório, há dois frascos com soluções aquosas diferentes:

- Ácido acético de concentração 1,0 mol/L;
- Ácido clorídrico de concentração  $4,2 \times 10^{-3}$  mol/L.

Fazendo dois testes, em condições iguais para as duas soluções, observou-se que,

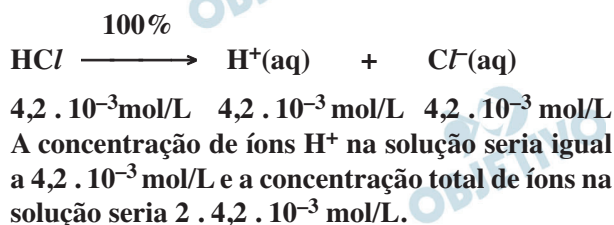
- ao mergulhar, nas soluções, os eletrodos de um aparelho para medir a condutibilidade elétrica, a intensidade da luz da lâmpada do aparelho era a mesma para as duas soluções;
  - ao adicionar a mesma quantidade de indicador universal para ácidos e bases a amostras de mesmo volume das duas soluções, a coloração final observada era a mesma.
- a) Explique por que duas soluções tão diferentes exibem comportamentos tão semelhantes.
- b) Considerando os valores fornecidos nesta questão, calcule a constante de dissociação iônica do ácido acético. Mostre os cálculos.

### Resolução

No teste de condutibilidade elétrica, a intensidade da luz da lâmpada foi a mesma. Isso significa que as duas soluções têm a mesma condutibilidade elétrica.

No teste com o indicador universal, as duas soluções apresentaram a mesma coloração. Isso implica que as duas soluções têm o mesmo pH.

- a) Podemos admitir que uma solução diluída de HCl se encontra 100% ionizada e, portanto, teríamos:



O ácido acético é um ácido fraco e, em solução aquosa, não se ioniza totalmente:



Se as duas soluções apresentam o mesmo pH, podemos concluir que a concentração de íons  $\text{H}^+$  na solução de ácido acético deverá ser a mesma que a do ácido clorídrico, ou seja,  $4,2 \cdot 10^{-3}$  mol/L. Como o ácido acético é um monoácido, ele apresenta concentração de íons  $\text{H}^+$  e de  $\text{H}_3\text{CCOO}^-$  iguais (proporção de 1 : 1) e, portanto, a mesma concentração total de íons na solução ( $2 \cdot 4,2 \cdot 10^{-3}$  mol/L), o que implica a mesma condutividade elétrica.

b)

	$\text{H}_3\text{CCOOH} \rightleftharpoons \text{H}^+ + \text{H}_3\text{CCOO}^-$		
início	1,0 mol/L	0	0
ioniza-se e forma	$4,2 \cdot 10^{-3}$ mol/L	$4,2 \cdot 10^{-3}$ mol/L	$4,2 \cdot 10^{-3}$ mol/L
equilí- brio	$(1,0 - 4,2 \cdot 10^{-3})$ mol/L	$4,2 \cdot 10^{-3}$ mol/L	$4,2 \cdot 10^{-3}$ mol/L

Como o ácido acético é fraco, podemos dizer que a sua concentração no equilíbrio é praticamente igual a 1,0 mol/L (desprezando-se  $4,2 \cdot 10^{-3}$  mol/L). A constante de equilíbrio do ácido,  $K_a$ , pode ser expressa por:

$$K_a = \frac{[\text{H}^+] \cdot [\text{H}_3\text{CCOO}^-]}{[\text{H}_3\text{CCOOH}]}$$

$$K_a = \frac{4,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L} \cdot 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol/L}}{1,0 \text{ mol/L}}$$

$$K_a \cong 1,76 \cdot 10^{-5}$$



Em 1921, E. Rutherford e J. Chadwick relataram que, ao bombardear átomos de nitrogênio ( ${}^{14}_7\text{N}$ ) com partículas alfa (núcleos de  ${}^4_2\text{He}$ ), ocorria a liberação de prótons. Posteriormente, eles afirmaram:

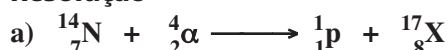
*Não há informação sobre o destino final da partícula alfa... É possível que ela se ligue, de alguma maneira, ao núcleo residual. Certamente ela não é reemitida pois, se assim fosse, poderíamos detectá-la.*

Anos mais tarde, P. Blackett demonstrou que, na experiência relatada por Rutherford e Chadwick, havia apenas a formação de um próton e de outro núcleo X. Também lembrou que, na colisão da partícula alfa com o átomo de nitrogênio, deveria haver conservação de massa e de carga nuclear.

- Com base nas informações acima, escreva a equação nuclear representativa da transformação que ocorre ao se bombardear átomos de nitrogênio com partículas alfa.
- O núcleo X formado na experiência descrita é um isótopo de nitrogênio? Explique sua resposta.

							${}_2\text{He}$
	${}_6\text{C}$	${}_7\text{N}$	${}_8\text{O}$	${}_9\text{F}$	${}_{10}\text{Ne}$		
		${}_{14}\text{Si}$	${}_{15}\text{P}$	${}_{16}\text{S}$	${}_{17}\text{Cl}$	${}_{18}\text{Ar}$	
			${}_{33}\text{As}$	${}_{34}\text{Se}$	${}_{35}\text{Br}$		

### Resolução



*Conservação dos números de massa*

(soma dos índices superiores):

$$14 + 4 = 1 + 17$$

*Conservação das cargas nucleares*

(soma dos índices inferiores):

$$7 + 2 = 1 + 8$$

- Considerando que os isótopos são átomos diferentes que possuem mesma carga nuclear, pode-se afirmar que o núcleo X, com carga nuclear igual a 8, não é isótopo do nitrogênio, que tem carga nuclear 7. Pela tabela fornecida, o núcleo X é isótopo do oxigênio ( ${}_8\text{O}$ ).

A solução de azul de bromotimol atua como indicador de pH. Em meio ácido, sua cor fica amarela e, em meio básico, azul. Para valores de pH entre 6 e 7, a solução fica verde.

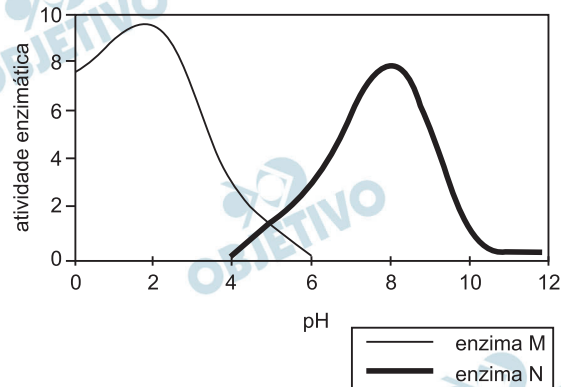
Considere um aquário de água doce, iluminado e montado com peixes e plantas aquáticas. Retirou-se uma amostra de água desse aquário (amostra 1) e a ela adicionou-se solução de azul de bromotimol (indicador de pH), observando-se a cor verde.

- a) O aquário foi mantido, por certo tempo, em ambiente escuro. Nova amostra de água foi retirada (amostra 2) e, ao se adicionar o indicador de pH, a coloração foi diferente da observada na amostra 1. Explique o que provocou a diferença de pH entre as amostras 1 e 2.
- b) A adição excessiva de ração para peixes levou ao aumento da população de decompositores no aquário. Que coloração é esperada ao se adicionar o indicador de pH a uma amostra de água do aquário (amostra 3)? Justifique sua resposta.

#### **Resolução**

- a) **No aquário, mantido no escuro, todos os seres vivos (plantas e peixes) realizam apenas respiração liberando  $\text{CO}_2$  para o meio. O  $\text{CO}_2$  dissolve-se na água formando  $\text{H}_2\text{CO}_3$ , tornando o meio mais ácido. O indicador adquire a coloração amarela.**
- b) **Coloração amarela. A decomposição aeróbica da matéria orgânica da ração libera  $\text{CO}_2$  para o meio, tornando-o ácido e o indicador adquire a coloração amarela.**

Duas enzimas, M e N, agem sobre o mesmo substrato e têm sua atividade influenciada pelo pH, conforme indica o gráfico abaixo.



Utilizando as Tabelas I e II impressas na folha de respostas, esquematize um experimento para verificar a influência de diferentes temperaturas, entre 20 °C e 60 °C, na atividade dessas enzimas.

- a) Complete a Tabela I, indicando, para cada um dos seis tubos-teste:
- valor do pH;
  - ausência (-) ou presença de enzima (M e/ou N);
  - ausência (-) ou presença (+) de substrato;
  - valor da temperatura.

Tabela I (tubos-teste)		
Tubo 1	Tubo 2	Tubo 3
pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____
Tubo 4	Tubo 5	Tubo 6
pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____

- b) Para verificar se os resultados observados nos tubos-teste são devidos à ação enzimática ou, exclusivamente, ao efeito da temperatura, indique como deve ser o controle do experimento, completando a Tabela II, de acordo com as instruções do item a.

Tabela II (tubos–controle)		
Tubo 7	Tubo 8	Tubo 9
pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____

Tubo 10	Tubo 11	Tubo 12
pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____	pH: ____ enzima: ____ substrato: ____ temperatura: ____

### Resolução

a)

Tabela I (tubos–teste)		
Tubo 1	Tubo 2	Tubo 3
pH: <u>2</u> enzima: <u>M</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>20</u>	pH: <u>2</u> enzima: <u>M</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>40</u>	pH: <u>2</u> enzima: <u>M</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>60</u>

Tubo 4	Tubo 5	Tubo 6
pH: <u>8</u> enzima: <u>N</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>20</u>	pH: <u>8</u> enzima: <u>N</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>40</u>	pH: <u>8</u> enzima: <u>N</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>60</u>

b)

Tabela II (tubos–controle)		
Tubo 7	Tubo 8	Tubo 9
pH: <u>2</u> enzima: <u>-</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>20</u>	pH: <u>2</u> enzima: <u>-</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>40</u>	pH: <u>2</u> enzima: <u>-</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>60</u>

Tubo 10	Tubo 11	Tubo 12
pH: <u>8</u> enzima: <u>-</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>20</u>	pH: <u>8</u> enzima: <u>-</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>40</u>	pH: <u>8</u> enzima: <u>-</u> substrato: <u>+</u> temperatura: <u>60</u>

*Desde a Antiguidade até a época helênica, e durante a Idade Média (em algumas culturas, até hoje) se conferiu aos terremotos, como a todos os fenômenos cuja causa se desconhecia, uma explicação mística. Os filósofos da antiga Grécia foram os primeiros a aventar causas naturais dos terremotos; no entanto, durante o período medieval, explicações desse tipo foram formalmente proibidas por serem consideradas heréticas, e a única causa aceita na Europa era a da cólera divina. Somente em princípios do século XVII é que se voltou a especular acerca das causas naturais de tais fenômenos.*

Alejandro Nava, *Terremotos*. 4ª ed. México: FCE, 2003, p.24-25. Traduzido e adaptado.

O texto menciona mudanças, da Antiguidade até o início do século XVII, na explicação dos fenômenos naturais. Hoje em dia, também é preciso considerar que as consequências dos terremotos não dependem só de sua magnitude, mas também do grau de desenvolvimento social do local onde ocorrem, como foi possível notar nos terremotos de 2010 no Haiti.

- a) Identifique e explique as mudanças que, no contexto intelectual do século XVII, contribuíram para que os terremotos e outros fenômenos naturais deixassem de ser vistos apenas como fenômenos místicos.
- b) No caso do Haiti, a pobreza do país ampliou o efeito devastador do fenômeno natural. Explique, historicamente, essa pobreza e seu impacto no agravamento das consequências dos terremotos.

### **Resolução**

- a) No século XVII, como resultado do movimento renascentista (sobretudo do Renascimento Científico), consolidou-se uma nova mentalidade baseada no racionalismo e na investigação científica dos fenômenos da Natureza. Como exemplos significativos dessa mudança intelectual, podemos citar Kepler, Galileu, Newton e sobretudo Descartes, que, além de matemático, foi o filósofo que sistematizou o pensamento racional e o método dedutivo, em substituição ao dogmatismo e ao misticismo reinantes nas épocas precedentes.
- b) A pobreza do Haiti tem caráter estrutural: remonta à colonização de exploração, implantada pela França com base na produção açucareira, e ao fato de a independência do país ter resultado de uma revolta de escravos que eliminou a antiga classe dominante. Entretanto, o Estado que emergiu desse processo passou por uma sucessão de governantes tirânicos, incapazes de implementar um projeto consistente de desenvolvimento nacional, pois defendiam os interesses de uma nova elite embasada na exclusão social. Assim, a total ausência de qualquer experiência democrática, somada à inexistência de quadros administrativos e à manutenção do povo em condições de miséria extrema e profunda ignorância tem inviabilizado, mesmo em tempos recentes, a montagem de uma infraestrutura minimamente condizente com a modernidade.

*Viver numa grande cidade implica o reconhecimento de múltiplos sinais. Trata-se de uma atividade do olhar, de uma identificação visual, de um saber adquirido, portanto. Se o olhar do transeunte, que fixa fortuitamente uma mulher bonita e viúva ou um grupo de moças voltando do trabalho, pressupõe um conhecimento da cor do luto e das vestimentas operárias, também o olhar do assaltante ou o do policial, buscando ambos a sua presa, implica um conhecimento específico da cidade.*

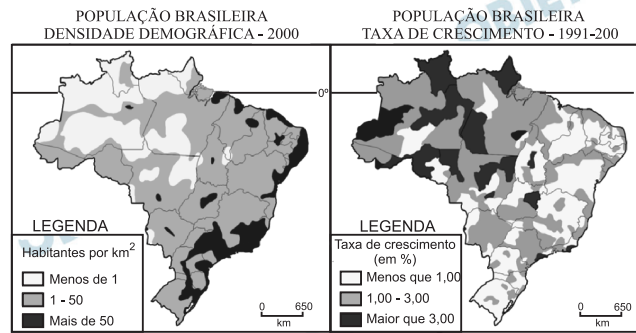
Maria Stella Bresciani, *Londres e Paris no século XIX: o espetáculo da pobreza*. São Paulo: Brasiliense, 1982, p.16. Adaptado.

O texto mostra como o forte crescimento territorial e demográfico de algumas cidades europeias, no século XIX, redefiniu formas de convivência e sociabilidade de seus habitantes as quais, em alguns casos, persistem até hoje.

- a) Cite e explique dois motivos do crescimento de cidades como Londres e Paris, no século XIX.
- b) Indique e analise uma característica, dentre as mencionadas no texto, que se faça presente em grandes cidades atuais.

#### **Resolução**

- a) **Um motivo foi o processo de industrialização do período, que multiplicou das fábricas nos grandes centros urbanos. O segundo motivo relaciona-se com as oportunidades de trabalho oferecidas pela indústria, que atraíram mão de obra procedente de cidades menores ou mesmo das áreas rurais, levando à expansão demográfica e territorial (“inchaço”) das metrópoles industriais. Poder-se-ia acrescentar, como fator do crescimento demográfico no século XIX, a queda da taxa de mortalidade provocada pelos avanços da medicina no período: a descoberta da microbiologia por Pasteur, a implantação da assepsia cirúrgica por Lister e a identificação do bacilo da tuberculose (importante fator de mortalidade na época) por Koch.**
- b) **“Também o olhar do assaltante ou o do policial, buscando ambos a sua presa, implica um conhecimento específico da cidade”. Nas grandes cidades atuais, a violência e a criminalidade (envolvendo como contraponto a atividade policial) têm ganhado crescente visibilidade, gerando preocupação entre as autoridades e principalmente na sociedade civil – vítima maior da referida violência.**



Fonte: *Ministério da Integração Nacional*, 2006. Adaptado.

- Correlacione as informações contidas nos mapas acima.
- Identifique e explique dois fatores responsáveis por mudanças no padrão espacial de distribuição da população brasileira, ocorridas entre 1991 e 2000.

### Resolução

- No mapa das densidades demográficas, constata-se uma distribuição irregular da população brasileira pelo território. Essa irregularidade é devida a fatores, sobretudo, geográficos, que ao longo da história do País, determinaram uma espacialização peculiar, com grandes adensamentos na porção oriental do território, com destaque para o centro-sul; afora estas, constata-se ainda concentrações pontuais, descontínuas.

A sobreposição do mapa das taxas de crescimento demográfico ao das densidades demográficas permite a seguinte constatação: as taxas de crescimento são, em geral, maiores nas áreas de menor densidade demográfica, pois estas são mais sensíveis a qualquer acréscimo populacional; observam-se aumentos populacionais mais expressivos nas regiões Centro-Oeste e Norte, para onde, nas últimas décadas, afluíram imigrantes atraídos pela expansão das atividades agropecuárias – frentes pioneiras de colonização.

É notável, também, a contínua expansão das conurbações paulista e fluminense em decorrência do dinamismo de suas economias.

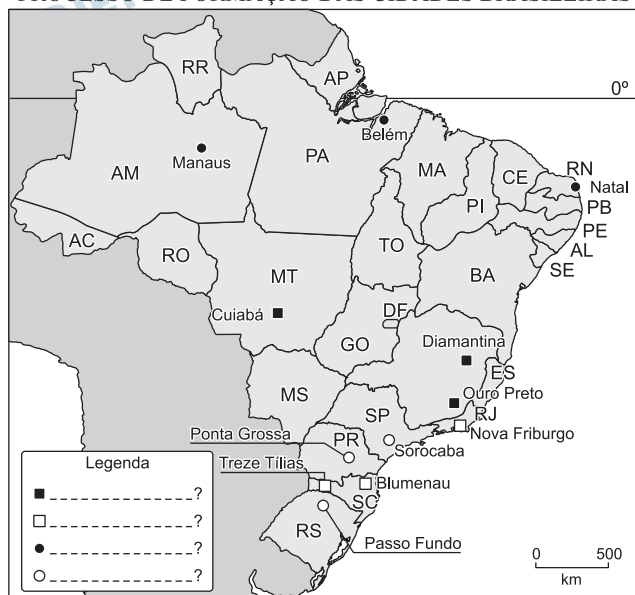
Deve-se constatar, ainda, que, nos maiores centros urbanos, a taxa de crescimento natural da população é menos expressiva em decorrência da redução das taxas de natalidade.



- b) Entre 1991 e 2000, o padrão espacial de distribuição da população brasileira sofreu mudanças relacionadas a: (I) avanço da fronteira agrícola com a consequente incorporação de novos territórios. Essa interiorização da população acompanha *pari passu* a expansão da economia, o que demanda contingentes cada vez mais numerosos de ativos; (II) crescimento das cidades médias em decorrência da deterioração da infraestrutura dos grandes centros urbanos. Apesar da urbanização brasileira ainda ser fortemente marcada pelo macrocefalismo, há uma tendência à descentralização da economia, como por exemplo a desconcentração da indústria, e dos serviços, o que provoca o deslocamento de parte da população das grandes aglomerações para cidades menores, mas com melhores perspectivas de trabalho e inserção, em geral.

O processo de formação de cidades brasileiras esteve associado, entre outras situações, à existência de aldeamento indígena, estação de saúde, arraial de mineração, capela, forte, assentamento de imigrantes, rota de tropeiros ou, ainda, à construção de cidades planejadas.

PROCESSO DE FORMAÇÃO DAS CIDADES BRASILEIRAS



Fonte: Atlas Histórico Escolar, FAE/MEC, 1996. Adaptado.

Com base no mapa e em seus conhecimentos:

- Preencha, no quadro presente na folha de respostas, a legenda correta para o mapa acima.
- Identifique e explique duas razões para a construção de Brasília, capital do país, que é uma cidade planejada.

**Resolução**

a) **LEGENDA**

- Cuiabá, Diamantina e Ouro Preto – Arraial de Mineração;
- Nova Friburgo, Treze Tilhas e Blumenau – Assentamento de Imigrantes;
- Manaus, Belém, Natal – Fortes;
- Sorocaba, Ponta Grossa e Passo Fundo – Rota de Tropeiros

b) **Interiorização do Desenvolvimento** – Uma das preocupações para se construir a capital no centro do País era levar para o interior o crescimento econômico que se observava na faixa litorânea, desde o período colonial. Ao construir a capital, os parâmetros de infraestrutura – como transportes, saneamento básico, redes energéticas, comunicação seriam também levados para o interior. O desenvolvimento consequente atraiu contingentes populacionais e houve a expansão do agronegócio nas décadas posteriores.

**Questão Estratégica** – Num primeiro momento, a instalação da nova capital no interior permitiria o isolamento do poder constituído de um possível ataque externo por via marítima, situação a que a antiga capital, Rio de Janeiro, estava exposta. Além disso, no interior, a nova capital estaria distante das prováveis agitações e pressões populares próprias dos grandes aglomerados urbanos. Assim, a cidade estaria localizada numa região de suposta “tranquilidade”, própria para o planejamento econômico. Com o início do período militar, esse distanciamento geográfico resultou no isolamento da capital das reivindicações sociais e, à medida que recrudescia a repressão, a cidade mais e mais se militarizava (crescimento da “auto-defesa”), o que dificultou sua integração ao meio social no período de redemocratização.



*In the latest move to inflame the racially tinged issue ahead of November's congressional and state elections, Republican senators say they intend to call hearings on overturning the 14th amendment to the constitution, which grants citizenship to anyone born in the US. Leading Republicans have denounced the provision as outdated, saying it encourages "invasion by birth canal" in which illegal immigrants smuggle themselves into the US to have "anchor babies".*

*The change is being pushed by the Republican whip in the Senate, John Kyl, and senator Lindsey Graham, who said that "birthright citizenship is a mistake".*

*The 14th amendment was adopted in 1868 after the civil war to block laws that prevented former slaves from becoming US citizens. Reform must be approved by two-thirds of both houses of Congress and ratified by three-quarters of US states or by calling a convention by the states.*

**Guardian.co.uk.** 3 August 2010. Adaptado.

Baseando-se nas informações fornecidas pelo texto, responda às questões a seguir:

- O que a 14.<sup>a</sup> emenda à Constituição dos Estados Unidos assegura e por que ela foi adotada?
- Qual é a questão polêmica apresentada no texto com relação aos imigrantes?

#### **Resolução**

- A 14.<sup>a</sup> emenda assegura cidadania a qualquer pessoa nascida nos EUA. Foi adotada em 1868 após a Guerra Civil, para bloquear as leis que impediam ex-escravos de se tornar cidadãos americanos.
- Os republicanos consideram ultrapassada a 14.<sup>a</sup> emenda, pois, na opinião deles, ela incentiva a invasão de imigrantes ilegais ao território dos EUA. A intenção inicial foi deturpada a partir do momento em que imigrantes passaram a invadir os EUA para assegurar sua permanência após o nascimento de seus bebês – "anchor babies".

*Although the human brain has an impressive amount of storage space for memories, it does not keep each one indefinitely. We tend to forget memories that are similar to one another – remembering instead more novel events or information. In fact, forgetting is important because it makes it easier to recall new memories.*

*Although forgetting can be annoying, it sometimes helps us learn. In 2007 researchers at Columbia University showed that genetically modified mice that cannot generate new neurons in the hippocampus – a brain area involved in storing memories – do better on memory tasks than mice that create new neurons as usual. Learning new information does not require new neurons; it simply requires that existing neurons connect in new ways.*

*Yet storing a memory does require the ability to sprout new neurons. Thus, the genetically modified mice could still learn new information, like the most recent location of food in the maze, but had no old memories of where food was hidden interfering with their most recent one. Forgetting, then, helps us remember.*

Scientific American, July 13, 2010. Adaptado.

Baseando-se no texto, responda:

- Qual é a importância do esquecimento para o cérebro humano?
- No experimento mencionado no texto, por que os ratos geneticamente modificados aprenderam novas informações com mais facilidade que os outros ratos?

#### Resolução

- Esquecer é importante pois facilita a aquisição de novas informações.**
- Os ratos geneticamente modificados não podem gerar novos neurônios no hipocampo, com isso, tendem a não armazenar informações por muito tempo. Por outro lado, têm maior facilidade para absorver novas informações, pois o esquecimento faz parte do aprendizado.**

Os ventos alísios fazem parte da circulação atmosférica global, soprando das zonas tropicais, de alta pressão, para a zona equatorial, de baixa pressão, sendo responsáveis, por exemplo, pelo transporte de umidade oceânica para o nordeste brasileiro. Esse tipo de vento aparece no poema de João Cabral de Melo Neto “A escola das facas”, publicado em 1980 no livro de mesmo nome, a seguir.

*O alísio ao chegar ao Nordeste  
baixa em coqueirais, canaviais;  
cursando as folhas laminadas,  
se afia em peixeiras, punhais.*

Por isso, sobrevoada a Mata,  
suas mãos, antes fêmeas, redondas,  
ganham a fome e o dente da faca  
com que sobrevoa outras zonas.

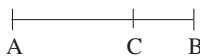
O coqueiro e a cana lhe ensinam,  
sem pedra-mó, mas faca a faca  
como voar o Agreste e o Sertão:  
mão cortante e desembainhada.

- a) Existe relação entre o que ocorre com o “alísio”, ao chegar ao Nordeste, e a palavra “escola”, presente no título do poema de João Cabral de Melo Neto? Explique.
- b) A umidade do ar, trazida pelos ventos alísios, diminui ao entrar no continente. Descreva e explique duas adaptações evolutivas, relacionadas a esse fato, que diferenciam a vegetação da Zona da Mata da vegetação do Sertão.

### Resolução

- a) Sim, pois, no Nordeste “o coqueiro e a cana... ensinam” ao vento alísio “como voar o Agreste e o Sertão” – não com as “mãos... fêmeas, redondas” com que o vento chega, mas com as mãos afiadas “em peixeiras, punhais”, depois que, “cursando as folhas laminadas”, elas “ganham a fome e o dente da faca”. Assim, as folhas do coqueiro e da cana são a *escola* em que o alísio ganha o seu caráter cortante, ou seja, *aprende* a agir com “mão cortante e desembainhada”.
- b) As adaptações evolutivas são adequações involuntárias de uma determinada espécie, que a possibilitam sobreviver numa determinada região. As transformações pelas quais a espécie passa, para adequar-se a determinado meio, refletem uma maior eficiência morfológica.
- Sabendo-se que na Zona da Mata, domínio do clima Tropical úmido, macrotérmico úmido, com chuvas abundantes, concentradas no inverno, a vegetação original é constituída pela floresta tropical, com espécies latifoliadas, higrófilas e perenes. A densidade vegetal é elevada, diferente da vegetação do Sertão Nordestino, onde prevalecem espécies xerófitas (cactáceas e bromeliáceas), coriáceas e peludas, sendo uma de suas adaptações a transformação de folhas em espinhos, característica do clima semiárido, macrotérmico seco, com chuvas escassas e irregulares.

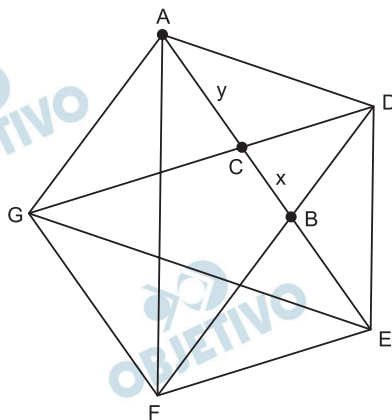
Define-se geometricamente a razão áurea do seguinte modo: O ponto C da figura abaixo divide o segmento  $\overline{AB}$  na razão áurea quando os valores  $AC/AB$  e  $CB/AC$  são iguais. Esse valor comum é chamado “razão áurea”.



A razão áurea, também denominada proporção áurea, número de ouro ou divina proporção, conquistou a imaginação popular e é tema de vários livros e artigos. Em geral, suas propriedades matemáticas estão corretamente enunciadas, mas muitas afirmações feitas sobre ela na arte, na arquitetura, na literatura e na estética são falsas ou equivocadas. Infelizmente, essas afirmações sobre a razão áurea foram amplamente divulgadas e adquiriram status de senso comum. Mesmo livros de geometria utilizados no ensino médio trazem conceitos incorretos sobre ela.

Trecho traduzido e adaptado do artigo de G. Markowsky, Misconceptions about the golden ratio, *The College Mathematics Journal*, 23, 1, january, 1992, pp. 2-19.

- Reescreva o trecho “(...) mas muitas afirmações feitas sobre ela na arte, na arquitetura, na literatura e na estética são falsas ou equivocadas”, substituindo a conjunção que o inicia por “embora”, com as devidas alterações.
- O verbo da oração “Infelizmente, essas afirmações sobre a razão áurea foram amplamente divulgadas” está na voz passiva analítica. Reescreva-a com o verbo na voz passiva sintética, fazendo as devidas alterações.
- Na figura presente no espaço destinado à resposta desta questão, o polígono ADEFG é um pentágono regular. Utilize semelhança de triângulos para demonstrar que o ponto C da figura divide o segmento  $\overline{AB}$  na razão áurea.

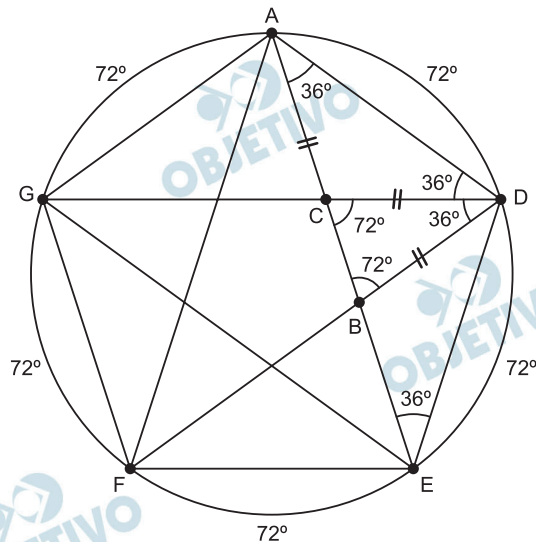


### Resolução

a) *Embora muitas afirmações feitas sobre ela na arte sejam falsas ou equivocadas, [suas propriedades matemáticas estão, em geral, corretamente enunciadas].* Obs.: não era necessário transcrever a segunda parte do período.

b) *Infelizmente, divulgaram-se amplamente essas afirmações sobre a razão áurea.*

c)



Considerando a circunferência  $\gamma$  circunscrita ao pentágono regular ADEFG, temos:

$$1^{\circ}) \quad \text{med}(\widehat{BAD}) = \frac{\widehat{DE}}{2} = \frac{72^{\circ}}{2} = 36^{\circ}$$

$$2^{\circ}) \quad \text{med}(\widehat{ADC}) = \frac{\widehat{GA}}{2} = \frac{72^{\circ}}{2} = 36^{\circ}$$

$$3^{\circ}) \quad \text{med}(\widehat{CDB}) = \frac{\widehat{FG}}{2} = \frac{72^{\circ}}{2} = 36^{\circ}$$

$$4^{\circ}) \quad \text{med}(\widehat{ABD}) = \frac{\widehat{AD} + \widehat{EF}}{2} = \frac{72^{\circ} + 72^{\circ}}{2} = 72^{\circ}$$

$$5^{\circ}) \quad \text{med}(\widehat{BCD}) = \text{med}(\widehat{CAD}) + \text{med}(\widehat{ADC}) = \\ = 36^{\circ} + 36^{\circ} = 72^{\circ}$$

Assim, podemos concluir que:

6<sup>o</sup>) O triângulo ABD é isósceles de base  $\overline{BD}$ , ou seja:  $AD = AB$  (I)

7<sup>o</sup>) O triângulo DBC é isósceles de base  $\overline{BC}$ , ou seja:  $DC = BD$  (II)

8<sup>o</sup>) O triângulo CAD é isósceles de base  $\overline{AD}$ , ou seja:  $DC = AC$  (III)



- 9º) Das igualdades (II) e (III), concluímos que:  
 $BD = AC$  (IV)

Por outro lado, de acordo com o critério (AA~), podemos concluir que os triângulos isósceles DCB e ABD são semelhantes.

Assim:  $\frac{DC}{AB} = \frac{BC}{BD}$  (V)

Finalmente, das igualdades (III), (IV) e (V), temos:

$\frac{AC}{AB} = \frac{CB}{AC}$ , o que prova ser  $\overline{AC}$  o segmento áureo de  $\overline{AB}$ .

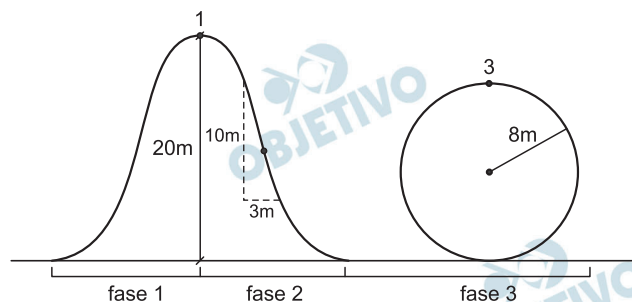
## 17

As sensações provocadas nos passageiros, dentro de um carrinho, durante o trajeto em uma montanha-russa, podem ser associadas a determinadas transformações históricas, como se observa no texto:

*A primeira é a da ascensão contínua, metódica e persistente. Essa fase pode representar o período que vai, mais ou menos, do século XVI até meados do século XIX. A segunda é a fase em que, num repente, nos precipitamos numa queda vertiginosa, perdendo as referências do espaço, das circunstâncias que nos cercam e até o controle das faculdades conscientes. Isso aconteceu por volta de 1870. Nunca é demais lembrar que esse foi o momento no qual surgiram os parques de diversões e sua mais espetacular atração, a montanha-russa, é claro. A terceira fase, na nossa imagem da montanha-russa, é a do “loop”, a síncope final e definitiva, o clímax da aceleração precipitada. A escala das mudanças desencadeadas, a partir desse momento, é de uma tal magnitude que faz os dois momentos anteriores parecerem projeções em câmara lenta.*

N. Sevcenko, **No loop da montanha-russa**, 2009. Adaptado.

- a) Explique duas das fases históricas mencionadas no texto.
- b) Na montanha-russa esquematizada abaixo, um motor leva o carrinho até o ponto 1. Desse ponto, ele parte, saindo do repouso, em direção ao ponto 2, localizado em um trecho retilíneo, para percorrer o resto do trajeto sob a ação da gravidade ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



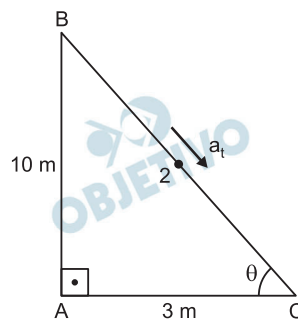
Desprezando a resistência do ar e as forças de atrito, calcule

1. o módulo da aceleração tangencial do carrinho no ponto 2.
2. a velocidade escalar do carrinho no ponto 3, dentro do *loop*.

### Resolução

a) Primeira fase, simbolizada pela “ascensão contínua, metódica e persistente” da montanha russa, corresponde ao período que vai do Renascimento à Primeira Revolução Industrial, caracterizado pela formação e consolidação das estruturas econômica, social e política do capitalismo. A segunda, quando “nos precipitamos numa queda vertiginosa, perdendo as referências do espaço, das circunstâncias que nos cercam e até o controle das faculdades conscientes”, inicia-se com a primeira crise do capitalismo (1873) e se aprofunda nos grandes conflitos de 1914-18 e 1939-45, passando pela Grande Depressão. Finalmente, a terceira fase, simbolizada pelo *looping*, corresponde à perplexidade que vem dominando as mentes diante do fim das ideologias e do avanço vertiginoso da tecnologia, cujos desdobramentos ninguém pode antever.

b1)



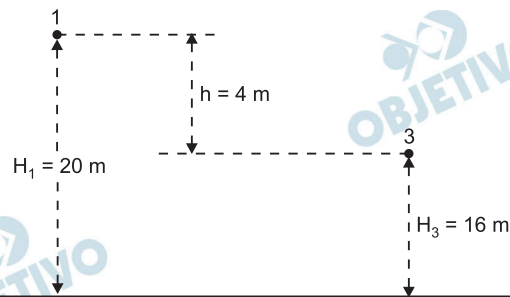
$$\begin{aligned} 1) (BC)^2 &= (AB)^2 + (AC)^2 \\ (BC)^2 &= 100 + 9 = 109 \\ BC &= \sqrt{109} \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2) \text{ PFD: } P_t &= m a_t \\ m g \operatorname{sen} \theta &= m a_t \\ a_t &= g \operatorname{sen} \theta \\ a_t &= 10 \cdot \frac{10}{\sqrt{109}} \text{ (m/s}^2\text{)} \end{aligned}$$

$$a_t = \frac{100}{\sqrt{109}} \text{ m/s}^2$$

$$\text{Sendo } \sqrt{109} \approx 10,4 \text{ vem: } a_t \approx 9,6 \text{ m/s}^2$$

b2)



Conservação da energia mecânica entre os pontos 1 e 3:

$$E_3 = E_1$$

(referência em 3)

$$\frac{m V_3^2}{2} = m g h$$

$$V_3 = \sqrt{2gh}$$

$$V_3 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 4} \text{ (m/s)}$$

$$V_3 = \sqrt{80} \text{ m/s} = 4\sqrt{5} \text{ m/s}$$

Respostas: b1)  $a_t = \frac{100}{\sqrt{109}} \text{ m/s}^2$  ou  $a_t \approx 9,6 \text{ m/s}^2$

b2)  $V_3 = \sqrt{80} \text{ m/s} = 4\sqrt{5} \text{ m/s} \approx 8,9 \text{ m/s}$

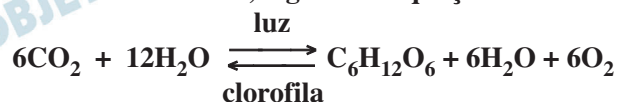
Recifes de coral são rochas de origem orgânica, formadas principalmente pelo acúmulo de exoesqueletos de carbonato de cálcio secretados por alguns cnidários que vivem em colônias. Em simbiose com os pólipos dos corais, vivem algas zooxantelas. Encontrados somente em mares de águas quentes, cujas temperaturas, ao longo do ano, não são menores que 20°C, os recifes de coral são ricos reservatórios de biodiversidade. Como modelo simplificado para descrever a existência dos recifes de coral nos mares, pode-se empregar o seguinte equilíbrio químico:



- Descreva o mecanismo que explica o crescimento mais rápido dos recifes de coral em mares cujas águas são transparentes.
- Tomando como base o parâmetro solubilidade do  $\text{CO}_2$  em água, justifique por que ocorre a formação de recifes de coral em mares de água quente.

### Resolução

- Em águas transparentes, o aumento da intensidade de luz aumenta o processo de fotossíntese. Portanto, há uma diminuição da concentração de dióxido de carbono, segundo a equação:



Como há diminuição da concentração de dióxido de carbono, o equilíbrio:

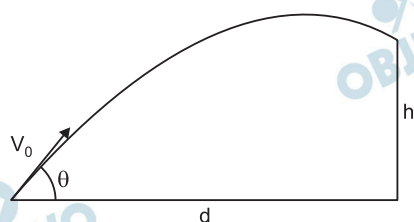
$\text{CaCO}_3(\text{s}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{CO}_2(\text{g}) \rightleftharpoons \text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{HCO}_3^{-}(\text{aq})$  será deslocado para esquerda (Princípio de Le Chatelier), aumentando a concentração de  $\text{CaCO}_3$ , principal constituinte dos corais.

- O aumento de temperatura diminui a solubilidade do gás no líquido, portanto em águas quentes há diminuição de concentração de dióxido de carbono na água. Concluímos, então, que o equilíbrio:

$\text{CaCO}_3(\text{s}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{CO}_2(\text{g}) \rightleftharpoons \text{Ca}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{HCO}_3^{-}(\text{aq})$  será deslocado para esquerda, isto é, no sentido da formação de  $\text{CaCO}_3$ , principal constituinte do coral.

Os modelos permitem-nos fazer previsões sobre situações reais, sendo, em geral, simplificações, válidas em certas condições, de questões complexas. Por exemplo, num jogo de futebol, a trajetória da bola, após o chute, e o débito cardíaco dos jogadores podem ser descritos por modelos.

- Trajetória da bola: quando se despreza a resistência do ar, a trajetória da bola chutada, sob a ação da gravidade ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ), é dada por  $h = d \operatorname{tg} \theta - 5 \left( \frac{d^2}{v_0^2} \right) (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$ , em que  $v_0$  é a velocidade escalar inicial (em m/s),  $\theta$  é o ângulo de elevação (em radianos) e  $h$  é a altura (em m) da bola a uma distância  $d$  (em m), do local do chute, conforme figura abaixo.



- Débito cardíaco (DC): está relacionado ao volume sistólico VS (volume de sangue bombeado a cada batimento) e à frequência cardíaca FC pela fórmula  $DC = VS \times FC$ .

Utilize esses modelos para responder às seguintes questões:

- Durante uma partida, um jogador de futebol quer fazer um passe para um companheiro a 32 m de distância. Seu chute produz uma velocidade inicial na bola de 72 km/h. Calcule os valores de  $\operatorname{tg} \theta$  necessários para que o passe caia exatamente nos pés do companheiro.
- Dois jogadores, A e B, correndo moderadamente pelo campo, têm frequência cardíaca de 120 batimentos por minuto. O jogador A tem o volume sistólico igual a  $4/5$  do volume sistólico do jogador B. Os dois passam a correr mais rapidamente. A frequência cardíaca do jogador B eleva-se para 150 batimentos por minuto. Para quanto subirá a frequência cardíaca do jogador A se a variação no débito cardíaco ( $DC_{\text{final}} - DC_{\text{inicial}}$ ) de ambos for a mesma?

### Resolução

- Para que a bola atinja os pés do companheiro, devemos ter, na expressão fornecida,  $h = 0$ .  
Sendo  $d = 32\text{m}$  e  $V_0 = 72\text{km/h}$  (20m/s), temos:

$$h = d \cdot \operatorname{tg} \theta - 5 \left( \frac{d^2}{v_0^2} \right) (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$$

$$0 = 32 \cdot \operatorname{tg} \theta - 5 \left( \frac{32^2}{20^2} \right) (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$$

$$0 = 32 \cdot \operatorname{tg} \theta - 5 \left( \frac{32}{20} \right)^2 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$$

$$0 = 32 \cdot \operatorname{tg} \theta - 12,8 (1 + \operatorname{tg}^2 \theta)$$

$$0 = 32 \operatorname{tg} \theta - 12,8 + 12,8 \operatorname{tg}^2 \theta$$

$$2 \operatorname{tg}^2 \theta - 5 \operatorname{tg} \theta + 2 = 0$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{5 \pm 3}{4}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} \theta_1 = 2} \quad \text{ou} \quad \boxed{\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{1}{2}}$$

A existência de dois valores para a  $\operatorname{tg} \theta$  é justificada pelo fato de que dois ângulos complementares produzem o mesmo alcance horizontal, isto é, os ângulos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são complementares.

- b) Calculemos os débitos cardíacos dos jogadores A e B nas situações inicial e final:

$$DC_{A(\text{Inicial})} = \frac{4}{5} \operatorname{VS}(\text{B}) \cdot 120$$

$$DC_{B(\text{Inicial})} = \operatorname{VS}(\text{B}) \cdot 120$$

$$DC_{A(\text{Final})} = \frac{4}{5} \operatorname{VS}(\text{B}) \cdot \text{FC}$$

$$DC_{B(\text{Final})} = \operatorname{VS}(\text{B}) \cdot 150$$

As diferenças no débito cardíaco de ambos os jogadores são iguais. Assim:

$$DC_{B(\text{Final})} - DC_{B(\text{Inicial})} = DC_{A(\text{Final})} - DC_{A(\text{Inicial})}$$

$$\operatorname{VS}(\text{B}) \cdot 150 - \operatorname{VS}(\text{B}) \cdot 120 = \frac{4}{5} \operatorname{VS}(\text{B}) \cdot \text{FC} - \frac{4}{5} \operatorname{VS}(\text{B}) \cdot 120$$

$$150 - 120 = \frac{4}{5} (\text{FC} - 120)$$

$$37,5 = \text{FC} - 120$$

$$\boxed{\text{FC} = 157,5 \text{ batimentos/minuto}}$$

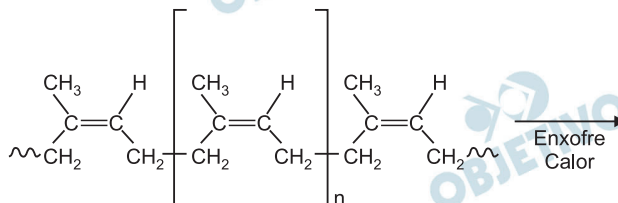
Respostas:

a)  $\operatorname{tg} \theta_1 = 2$  ou  $\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{1}{2}$

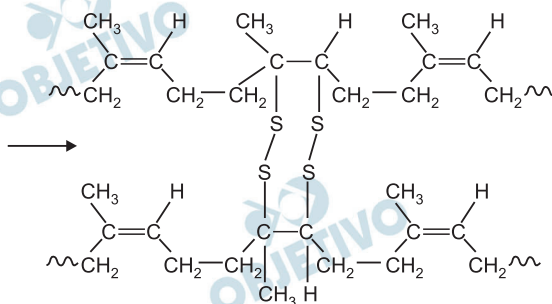
b)  $\text{FC} = 157,5$  batimentos/minuto

A borracha natural apresenta propriedades que limitam o seu uso. Por exemplo, ao ser aquecida, torna-se mole e pegajosa. O processo de vulcanização da borracha, desenvolvido a partir de 1839 e exemplificado na figura abaixo, permitiu a produção de pneus, mangueiras e outros utensílios incorporados à vida cotidiana. A utilidade industrial da borracha estimulou sua exploração comercial a partir das seringueiras da Amazônia. A produção brasileira desse produto dominou o mercado mundial até 1913, quando foi superada pela produção proveniente do cultivo de seringueiras na Ásia.

**Estrutura da borracha natural - um polímero de isopreno ( $C_5H_8$ )**



**Estrutura da borracha vulcanizada**

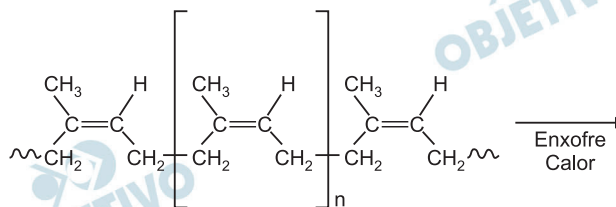


- a) Por que a adição de enxofre, no processo de vulcanização, altera as características mecânicas da borracha natural?
- b) Supondo que 16 g de enxofre foram adicionados a 1000 g de borracha natural pelo processo de vulcanização, exemplificado no esquema acima, responda: Que porcentagem de unidades de isopreno foi modificada por ligações cruzadas?  
(Massas molares: H = 1 g/mol, C = 12 g/mol e S = 32 g/mol)
- c) Cite e explique uma consequência social provocada pela exploração da borracha na Amazônia até 1913.

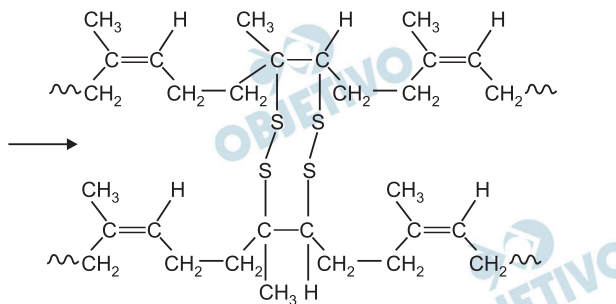
#### Resolução

- a) A adição de átomos de enxofre na borracha altera as suas propriedades tornando-a mais resistente, pois algumas ligações duplas da borracha se rompem, aparecendo as “pontes de enxofre” (ligações cruzadas) que unem as cadeias do polímero.

**Estrutura da borracha natural - um polímero de isopreno ( $C_5H_8$ )**



**Estrutura da borracha vulcanizada**



- b) Por meio da equação química fornecida, temos duas unidades monoméricas com quatro átomos de enxofre adicionados, portanto, temos a seguinte proporção:

2 unidades monoméricas: 4 átomos de enxofre

$$2 \cdot 68g \text{ ————— } 4 \cdot 32g$$

$$x \text{ ————— } 16g$$

$$x = 17g$$

Massa molar da unidade monomérica ( $C_5H_8$ ):

68g/mol

Cálculo da porcentagem de unidades monoméricas alteradas pela adição de enxofre:

$$1000g \text{ ————— } 17g$$

$$100g \text{ ————— } x$$

$$x = 1,7g$$

$$\text{porcentagem} = 1,7\%$$



- c) A exploração da borracha na Amazônia Ocidental teve seu auge no final do século XIX e início do século XX, quando o grande fluxo migratório (aproximadamente um milhão de imigrantes), atraído pela atividade, gerou um sistema de relações sociais nas quais se destacou o que ficou conhecido como “aviamento”.

Nesse sistema, estabelecia-se uma relação na qual o proprietário do seringal, o seringalista, empregava diversos elementos no processo de extração do látex, que culminava com o trabalho do seringueiro. Esse trabalhador instalava-se na propriedade e, diariamente, fazia a extração do produto de árvores pré-escolhidas, juntando o látex até perfazer “bolas” (as pelas) de cerca de 30 kg de borracha (devidamente “cozidas”) que eram trocadas com o seringalista por mantimentos e remédios. O seringalista, instalado na entrada do seringal num barracão (daí também o nome “sistema de barracão”), geralmente cobrava um maior valor pelos mantimentos do que o valor das bolas de borracha fornecidas, criando uma situação de endividamento do seringueiro, a qual, com o tempo, tornava impossível seu pagamento. Assim, o seringueiro endividado passava a trabalhar apenas para saldar uma dívida que, num crescimento exponencial, ficava impossível de ser paga. Uma possível tentativa de fuga poderia causar até a morte do seringueiro.

Tal sistema de “produção” foi um dos responsáveis pela decadência da produção brasileira a partir de 1913, quando a produção inglesa de borracha no Sudeste Asiático impôs uma intensa concorrência ao produto brasileiro.