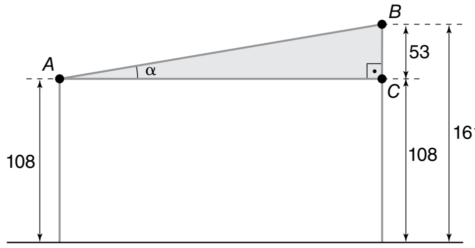
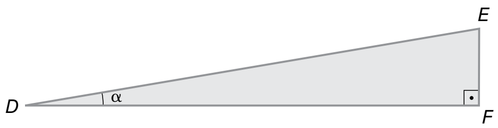
Capítulo 11
Trigonometria no triângulo retângulo

Para pensar

Esquematizando a situação, temos:



Para calcular a distância *AB*, podemos construir um triângulo *DEF* semelhante ao triângulo *ABC*:

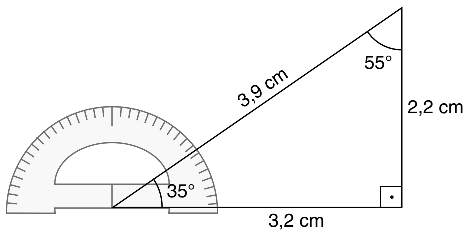


Medindo os lados *DE* e *EF* desse triângulo, obtemos a medida *AB* pela proporção:

$\frac{AB}{DE} = \frac{53}{EF} \Rightarrow AB = \frac{53 \cdot DE}{EF}$

Exercícios propostos

1. • resposta possível:



• valores aproximados:

	35°	55°
sen	0,56	0,82
cos	0,82	0,56
tg	0,69	1,45

2. **a)** $\cos 28° = \frac{x}{4} \Rightarrow 0,88 = \frac{x}{4}$

Logo: $x = 3,52$ cm

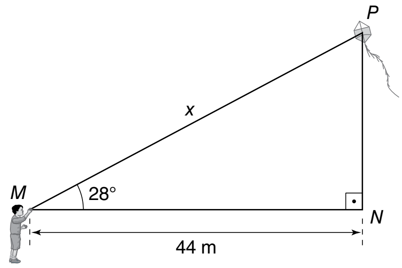
b) $\text{sen } 28° = \frac{x}{5} \Rightarrow 0,47 = \frac{x}{5}$

Logo: $x = 2,35$ cm

c) $\text{tg } 28° = \frac{x}{10} \Rightarrow 0,53 = \frac{x}{10}$

Logo: $x = 5,3$ dm

3. Fazendo um esquema, segundo o enunciado, obtemos:



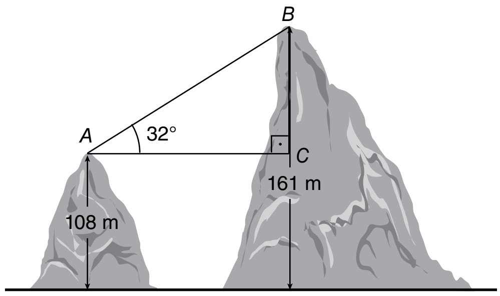
Para calcular o comprimento da linha x podemos fazer:

$\cos 28° = \frac{44}{x} \Rightarrow 0,88 = \frac{44}{x}$

$\therefore x = 50$

Logo, o comprimento da linha é 50 m.

4. **a)**



b) $\text{sen } 32° = \frac{BC}{AB} \Rightarrow 0,53 = \frac{53}{AB}$

$AB = 100$

Logo, a distância entre A e B é 100 m.

5. Considerando *D* o ponto de intersecção da altura *h* com $\overline{AC}$, e indicando por y a medida *AD*, temos:

$\text{tg } 58° = \frac{BD}{AD} \Rightarrow 1,60 = \frac{h}{y}$

$\therefore y = \frac{h}{1,60}$ (I)

$\text{tg } 61° = \frac{BD}{CD} \Rightarrow 1,80 = \frac{h}{68 - y}$

$\therefore h = 122,4 - 1,80y$ (II)

Substituindo (I) em (II), temos:

$h = 122,4 - 1,80 \cdot \left(\frac{h}{1,60}\right) \Rightarrow$

$\Rightarrow 1,60h = 195,84 - 1,80h$

$\therefore 3,4h = 195,84 \Rightarrow h = 57,6$

Logo, a altura do helicóptero com relação ao terreno é 57,6 m.

Alternativa **c**.

6. $\text{tg } 55° = \frac{x}{27}$

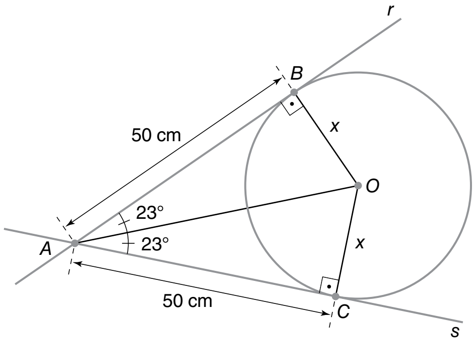
Como $\text{tg } 55° = \frac{0,82}{0,57} \approx 1,44$, temos:

$1,44 \approx \frac{x}{27} \Rightarrow x \approx 38,88$

Logo, o valor x na figura é, aproximadamente, 39 cm.

Alternativa **d**.

7. Traçando o segmento $\overline{AO}$, obtemos:



Como, $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{\text{sen}\ \alpha}{\cos\ \alpha}$,temos:

$\text{tg}\ 23° = \dfrac{\text{sen}\ 23°}{\cos\ 23°} = \dfrac{x}{50} \Rightarrow \dfrac{0{,}39}{0{,}92} = \dfrac{x}{50}$

$\therefore\ x \approx 21{,}2$

8. Temos:

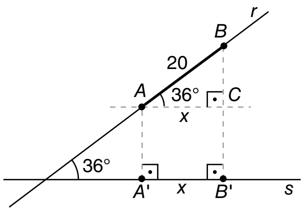
$\cos\ 10° = \text{sen}\ 80° = 0{,}98$

$\cos\ 80° = \text{sen}\ 10° = 0{,}17$

$\text{tg}\ 10° = \dfrac{\text{sen}\ 10°}{\cos\ 10°} = \dfrac{0{,}17}{0{,}98} \approx 0{,}17$

$\text{tg}\ 80° = \dfrac{\text{sen}\ 80°}{\cos\ 80°} = \dfrac{0{,}98}{0{,}17} \approx 5{,}76$

9.



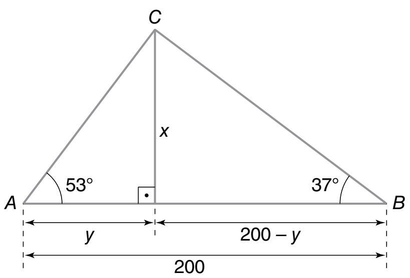
$\cos\ 36° = \dfrac{x}{20}$

Como $\cos\ 36° = \text{sen}\ 54° = 0{,}81$, temos:

$0{,}81 = \dfrac{x}{20} \Rightarrow x = 16{,}2$

Logo: $A'B' = 16{,}2$ cm

10. Traçando a altura no triângulo de base AB, temos:



Como $\text{sen}\ 53° = \cos\ 37°$ e $\cos\ 53° = \text{sen}\ 37°$, então:

$\text{tg}\ 53° = \dfrac{\text{sen}\ 53°}{\cos\ 53°} = \dfrac{0{,}8}{0{,}6} = \dfrac{4}{3}$ e

$\text{tg}\ 37° = \dfrac{\text{sen}\ 37°}{\cos\ 37°} = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = 0{,}75$

Assim, temos:

$\text{tg}\ 53° = \dfrac{x}{y} \Rightarrow y = \dfrac{3x}{4}$ (I)

$\text{tg}\ 37° = \dfrac{x}{200 - y} \Rightarrow 150 - 0{,}75y = x$ (II)

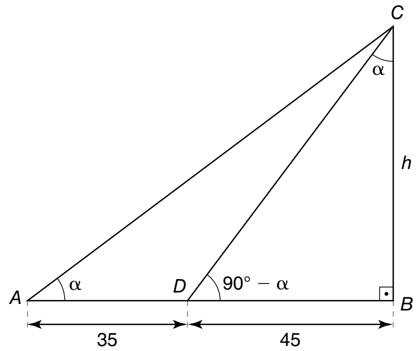
Substituindo (I) em (II), obtemos:

$x = 150 - 0{,}75 \cdot \dfrac{3x}{4} \Rightarrow x + \dfrac{9x}{16} = 150$

$\therefore\ \dfrac{25x}{16} = 150 \Rightarrow x = \dfrac{150 \cdot 16}{25} = 96$

Portanto, o navio estava a 96 metros do cais.

11. Sendo h a altura da torre, em metro, esquematizamos:



Dos triângulos ABC e CDB obtemos, respectivamente, $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{h}{80}$ e $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{45}{h}$.

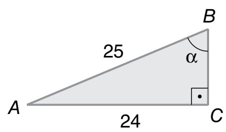
Logo:

$\dfrac{h}{80} = \dfrac{45}{h} \Rightarrow h^2 = 3.600$

$\therefore\ h = 60$

Concluímos, então, que a altura da torre é 60 m.
(*Nota*: Comentar a resolução desse problema aplicando semelhança de triângulos.)

12. Como α é a medida de um ângulo agudo e $\text{sen}\ \alpha = \dfrac{24}{25}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida α tal que o cateto oposto a ele mede 24 e a hipotenusa mede 25:



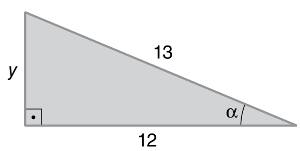
Aplicando o teorema de Pitágoras:

$25^2 = (BC)^2 + 24^2 \Rightarrow BC = 7$

Logo:

$\cos\ \alpha = \dfrac{7}{25}$ e $\text{tg}\ \alpha = \dfrac{24}{7}$

13. **a)** Como α é a medida de um ângulo agudo e $\cos\ \alpha = \dfrac{12}{13}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida α tal que o cateto adjacente a ele mede 12 e a hipotenusa mede 13:



Assim, a medida y do cateto oposto a α pode ser obtida pelo teorema de Pitágoras:

$y^2 + 12^2 = 13^2 \Rightarrow y = 5$

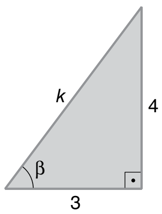
Temos, então: sen $\alpha = \frac{5}{13}$

Retornando ao triângulo do enunciado, concluímos:

sen $\alpha = \frac{x}{26} \Rightarrow \frac{5}{13} = \frac{x}{26}$

$\therefore x = 10$

b) Como β é a medida de um ângulo agudo e tg $\beta = \frac{4}{3}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida β tal que o cateto oposto a ele mede 4 e o cateto adjacente mede 3:



Assim, a medida k da hipotenusa pode ser obtida pelo teorema de Pitágoras:

$k^2 = 3^2 + 4^2 \Rightarrow k = 5$

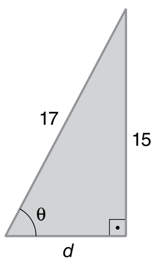
Temos, então: sen $\beta = \frac{4}{5}$

Retornando ao triângulo do enunciado, concluímos:

sen $\beta = \frac{6}{y} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{6}{y}$

$\therefore y = 7{,}5$

c) Como θ é a medida de um ângulo agudo e sen $\theta = \frac{15}{17}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida θ tal que o cateto oposto a ele mede 15 e a hipotenusa mede 17:



Assim, a medida d do cateto adjacente a θ a pode ser obtida pelo teorema de Pitágoras:

$d^2 + 15^2 = 17^2 \Rightarrow d = 8$

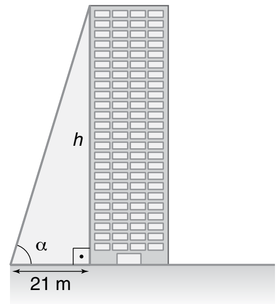
Temos, então: cos $\theta = \frac{8}{17}$

Retornando ao triângulo do enunciado, concluímos:

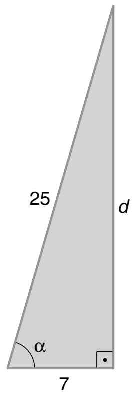
cos $\theta = \frac{z}{8{,}5} \Rightarrow \frac{8}{17} = \frac{z}{8{,}5}$

$\therefore z = 4$

14. Indicando por h a medida da altura do edifício, esquematizamos:



Como α é a medida de um ângulo agudo e cos $\alpha = 0{,}28 = \frac{7}{25}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida α tal que o cateto adjacente a ele mede 7 e a hipotenusa mede 25:



Assim, a medida d do cateto oposto a α pode ser obtida pelo teorema de Pitágoras:

$d^2 + 7^2 = 25^2 \Rightarrow d = 24$

Temos, então: tg $\alpha = \frac{24}{7}$

Retornando ao esquema inicial, concluímos:

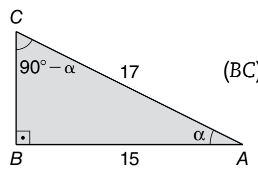
tg $\alpha = \frac{h}{21} \Rightarrow \frac{24}{7} = \frac{h}{21}$

$\therefore h = 72$

Logo, a altura do edifício é 72 m.

Alternativa **d**.

15. a) Sendo α a medida de um ângulo agudo $B\widehat{A}C$ e $90° - \alpha$ medida do ângulo $A\widehat{C}B$ de um triângulo retângulo ABC, com $AC = 17$ e $AB = 15$, temos:



$(BC)^2 + 15^2 = 17^2 \Rightarrow BC = 8$

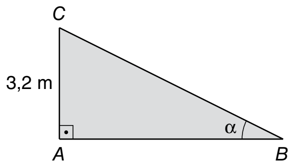
Logo:

sen $\alpha = \frac{BC}{CA} = \frac{8}{17}$

cos $\alpha = \frac{AB}{CA} = \frac{15}{17}$

tg $\alpha = \frac{8}{15}$

b) Temos $\triangle ABC$:



A distância dos olhos do espectador à base da tela é a medida do segmento $\overline{AB}$.

$\text{tg}\,\alpha = \dfrac{AC}{AB} \Rightarrow \dfrac{8}{15} = \dfrac{3{,}2}{AB}$

$\therefore AB = 6$ m

Então, a distância dos olhos do espectador à base da tela é 6 m.

16. $E = \dfrac{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{1}{2}\right)^4}{(\sqrt{3})^4} = \dfrac{\dfrac{2}{4} + \dfrac{1}{16}}{9} = \dfrac{1}{16}$

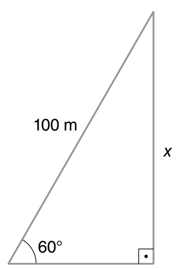
17. $E = \dfrac{\text{sen } 30° + \cos 15° - \text{sen } 75°}{\text{tg}^2\, 60°}$

Como 15° e 75° são complementares, temos:

$E = \dfrac{\text{sen } 30° + \cos 15° - \cos 15°}{\text{tg}^2\, 60°} = \dfrac{\text{sen } 30°}{\text{tg}^2\, 60°} =$

$= \dfrac{\dfrac{1}{2}}{(\sqrt{3})^2} = \dfrac{1}{6}$

18. Indicando por x a altura, em metro, em que o foguete explodiu, esquematizamos:

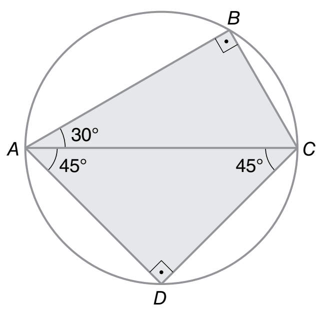


$\text{sen } 60° = \dfrac{x}{100} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{100}$

$\therefore x = 50\sqrt{3}$

Logo, a explosão ocorreu a $50\sqrt{3}$ m.

19. Como AC é diâmetro, os ângulos $A\hat{B}C$ e $C\hat{D}A$ medem 90° e como $AD = CD$, ACD é um triângulo retângulo isósceles; logo, a medida de $D\hat{A}C$ é 45° e temos:



$m(C\hat{A}B) + m(D\hat{A}C) = m(D\hat{A}B) \Rightarrow m(C\hat{A}B) + 45° = 75°$

$\therefore m(C\hat{A}B) = 30°$

Para encontrar a área A_{ABC} do triângulo ABC podemos fazer:

$\text{sen } 30° = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{BC}{20}$

$\therefore BC = 10$

$\cos 30° = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{AB}{20}$

$\therefore AB = 10\sqrt{3}$

$A_{ABC} = \dfrac{AB \cdot BC}{2} = \dfrac{10 \cdot 10\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$

Logo, a área A_{ABC} do triângulo ABC é $50\sqrt{3}$ cm^2.

Para encontrar a área A_{ACD} do triângulo ACD podemos aplicar o teorema de Pitágoras:

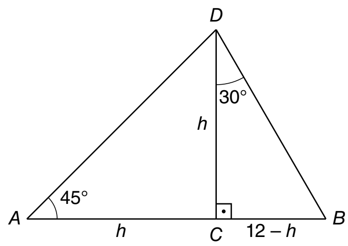
$(DA)^2 + (CD)^2 = 20^2 \Rightarrow (DA)^2 + (AB)^2 = 400$

$\therefore (DA)^2 = 200$

$A_{ABC} = \dfrac{DA \cdot BD}{2} = \dfrac{(DA)^2}{2} = \dfrac{200}{2} = 100$

Portanto, a área A_{ACD} do quadrilátero $ABCD$ é $(50\sqrt{3} + 100)$ cm^2.

20. Indicando por h a altura, em metro, do mastro, temos que $CD = h$, pois o triângulo retângulo ACD é isósceles; logo, $CB = 12 - h$.



a) Do triângulo retângulo CBD, temos:

$\text{tg } 30° = \dfrac{12 - h}{h} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{12 - h}{h}$

$\therefore h = 6(3 - \sqrt{3})$

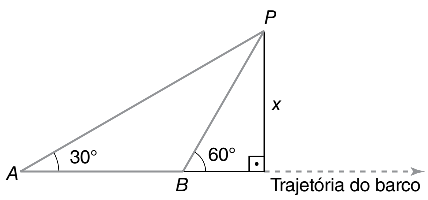
Logo, a altura do mastro é $6(3 - \sqrt{3})$ m ou, aproximadamente, 7,6 m.

b) $\text{sen } 45° = \dfrac{6(3 - \sqrt{3})}{x} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{6(3 - \sqrt{3})}{x}$

$\therefore x = 6(3\sqrt{2} - \sqrt{6})$

Logo, a medida do cabo AD é $6(3\sqrt{2} - \sqrt{6})$ m ou, aproximadamente, 10,76 m.

21. Como $\alpha = 30°$, então $2\alpha = 60°$; logo, indicando por x a distância pedida, temos:



Como o ângulo de 60° formado entre PB e a trajetória do barco é externo ao triângulo ABP, temos:

$60° = 30° + m(B\hat{P}A) \Rightarrow m(B\hat{P}A) = 30°$

Logo, o triângulo ABP é isósceles, e $BP = 2.000$ m.

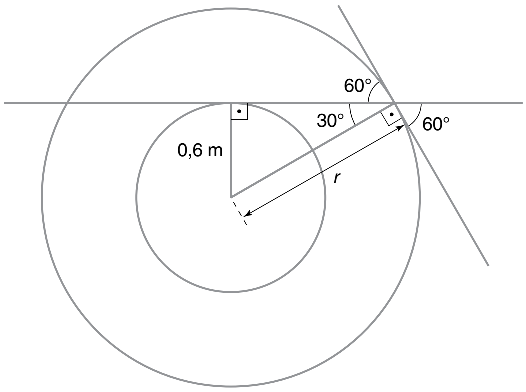
$\text{sen } 60° = \dfrac{x}{2.000} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{x}{2.000}$

$\therefore x = 1.000\sqrt{3}$

Logo, a menor distância da trajetória até P é $1.000\sqrt{3}$ m.

Alternativa **b**.

22. Sendo r o raio da circunferência maior, como temos o ângulo oposto pelo vértice e as rodas passam tangenciando as circunferências, podemos fazer o seguinte esquema:



$\text{sen } 30° = \frac{0{,}6}{r} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{0{,}6}{r}$

$r = 1{,}2$

Portanto, a medida do raio da circunferência descrita pela roda dianteira é 1,2 m.

Exercícios complementares

Exercícios técnicos

1. **a)** $\text{tg } 70° = \frac{x + 18}{2x} \Rightarrow 2{,}75 = \frac{x + 18}{2x}$

$\therefore x = 4$

b) Como 20° e 70° são ângulos complementares, temos que sen 20° = cos 70°. Então:

$\text{sen } 20° = \cos 70° = \frac{2x - 8{,}26}{x + 5} \Rightarrow$

$\Rightarrow 0{,}34 = \frac{2x - 8{,}26}{x + 5}$

$\therefore x = 6$

c) $\text{sen } 70° = \frac{x + \sqrt{2}}{x + 2\sqrt{2}} \Rightarrow 0{,}94 = \frac{x + \sqrt{2}}{x + 2\sqrt{2}}$

$\therefore x = \frac{44\sqrt{2}}{3}$

2. Pela imagem, temos:

$\text{tg } \alpha = \frac{CD}{AD} \Rightarrow 3 = \frac{CD}{AD}$

$\therefore AD = \frac{CD}{3}$ (I)

$\text{tg } \beta = \frac{CD}{30 - AD} \Rightarrow 2 + \frac{CD}{30 - AD} = 60$

$\therefore CD = 60 - 2AD$ (II)

Substituindo (I) em (II), obtemos:

$CD = 60 - 2 \cdot \left(\frac{CD}{3}\right) \Rightarrow CD + \frac{2CD}{3} = 60$

$\therefore CD = 36$

Portanto, a medida de CD é 36 cm.

Alternativa **c**.

3. **a)** $\text{sen } 22° \approx 0{,}3746$

b) $\cos 37° \approx 0{,}7986$

c) $\text{tg } 10° \approx 0{,}1763$

d) A medida, em grau, do ângulo agudo cujo seno é igual a 0,7 é 44,4270°, aproximadamente.

e) A medida, em grau, do ângulo agudo cujo cosseno é igual a $\frac{1}{5}$ é 78,4630°, aproximadamente.

f) A medida, em grau, do ângulo agudo cuja tangente é igual a $\frac{1}{3}$ é 18,4349°, aproximadamente.

4. $\text{sen } \alpha = 2 \cos \alpha \Rightarrow \frac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha} = 2$, ou seja, $\text{tg } \alpha = 2$

Assim, temos: $\text{tg } \alpha = \frac{x + 3}{2x} \Rightarrow 2 = \frac{x + 3}{2x}$

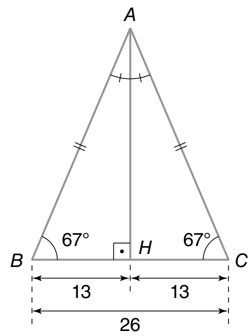
$\therefore x = 1$

Logo, os catetos do triângulo medem 2 m e 4 m e, portanto, a área A desse triângulo é dada por:

$A = \frac{2 \cdot 4}{2}\text{ m}^2 = 4\text{ m}^2$

Alternativa **d**.

5. Sendo H o ponto de encontro da altura com a base BC, temos $BH = CH$, $m(H\hat{A}C) = m(B\hat{A}H)$ e $m(A\hat{B}C) = m(A\hat{C}B) = 67°$, pois ABC é isósceles. Assim:



Como $m(A\hat{B}C) = m(A\hat{C}B) = 67°$:

$m(B\hat{A}C) + m(A\hat{B}C) + m(A\hat{C}B) = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow m(B\hat{A}C) + 67° + 67° = 180°$

$\therefore m(B\hat{A}C) = 46°$

Assim: $m(B\hat{A}C) = m(H\hat{A}C) + m(B\hat{A}H) \Rightarrow$

$\Rightarrow 2 \cdot m(B\hat{A}H) = 46°$

$\therefore m(B\hat{A}H) = 23°$

Logo, pelo triângulo ABH, temos:

$\text{tg } 23° = \frac{BH}{AH} \Rightarrow \frac{\text{sen } 23°}{\cos 23°} = \frac{13}{AH}$

$\therefore AH = \frac{13 \cdot 0{,}92}{0{,}39} = \frac{92}{3}$

Logo, a altura relativa ao vértice A mede $\frac{92}{3}$ cm.

6. $4\,\text{sen}\,\alpha = 3\cos\alpha \Rightarrow \dfrac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{3}{4}$

$\therefore\ \text{tg}\,\alpha = \dfrac{3}{4}$

Logo, $E = \dfrac{4\cdot\frac{3}{4} - 2}{\left(\frac{3}{4}\right)^2} = \dfrac{1}{\frac{9}{16}} = \dfrac{16}{9}$

7. Como sen α = cos (90° − α), temos:

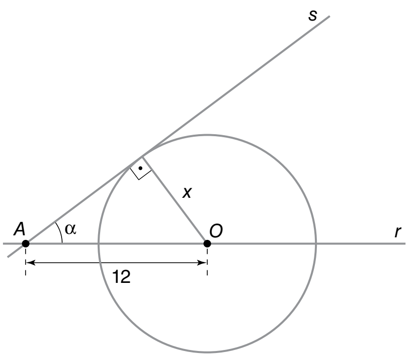
$y = \text{sen}\,67° = \cos 23° = 0{,}92$

$z = \cos 67° = \text{sen}\,23° = 0{,}39$

$x = \text{tg}\,23° = \dfrac{\text{sen}\,23°}{\cos 23°} = \dfrac{0{,}39}{0{,}92} \approx 0{,}42$

$w = \text{tg}\,67° = \dfrac{\text{sen}\,67°}{\cos 67°} = \dfrac{0{,}92}{0{,}39} \approx 2{,}36$

8. Sendo x a medida do raio da circunferência, temos:



a) Como sen α = cos (90° − α), temos:

$\text{sen}\,\alpha = 0{,}6 = \dfrac{x}{12} \Rightarrow x = 7{,}2$

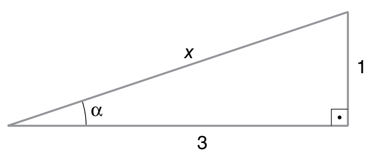
Portanto, o raio da circunferência mede 7,2 cm.

b) Como a distância do ponto A até o centro da circunferência mede 12, a distância x de A até a circunferência é dada por:

$$12 - x = 12 - 7{,}2 = 4{,}8$$

Portanto, a distância entre o ponto A e a circunferência é 4,8 cm.

9. a) Se α é a medida de um ângulo agudo e $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{1}{3}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida α tal que o cateto oposto a esse ângulo mede 1 e o cateto adjacente mede 3, conforme a figura.



Pelo teorema de Pitágoras, podemos calcular a medida x da hipotenusa:

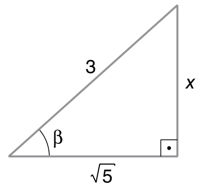
$x^2 = 1^2 + 3^2 \Rightarrow x = \sqrt{10}$

Assim, concluímos:

$\text{sen}\,\alpha = \dfrac{1}{x} = \dfrac{1}{\sqrt{10}} = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$ e

$\cos\alpha = \dfrac{3}{x} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

b) Se β é a medida de um ângulo agudo e $\cos\beta = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida β tal que o cateto adjacente a esse ângulo mede $\sqrt{5}$ e a hipotenusa mede 3, conforme a figura.



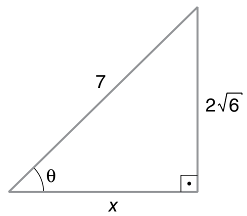
Pelo teorema de Pitágoras, podemos calcular a medida x do cateto oposto:

$3^2 = x^2 + \left(\sqrt{5}\right)^2 \Rightarrow x = 2$

Assim, concluímos:

$\text{sen}\,\beta = \dfrac{x}{3} = \dfrac{2}{3}$ e $\text{tg}\,\beta = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

c) Se θ é a medida de um ângulo agudo e $\text{sen}\,\theta = \dfrac{2\sqrt{6}}{7}$, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida θ tal que o cateto adjacente a esse ângulo mede $2\sqrt{6}$ e a hipotenusa mede 7, conforme a figura.



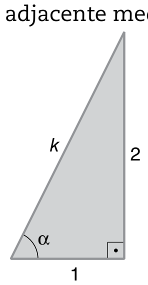
Pelo teorema de Pitágoras, podemos calcular a medida x do cateto adjacente:

$7^2 = x^2 + \left(2\sqrt{6}\right)^2 \Rightarrow x = 5$

Assim, concluímos:

$\text{tg}\,\theta = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$ e $\cos\theta = \dfrac{x}{7} = \dfrac{5}{7}$

10. Como α é a medida de um ângulo agudo e tg α = 2, então existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida α tal que o cateto oposto a ele mede 2 e o cateto adjacente mede 1:



Assim, a medida k da hipotenusa pode ser obtida pelo teorema de Pitágoras:

$k^2 = 1^2 + 2^2 \Rightarrow k = \sqrt{5}$

Temos, então: $\cos\alpha = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

Retornando ao triângulo do enunciado, concluímos:

$\cos\alpha = \dfrac{x}{2x + 1} \Rightarrow \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{x}{x + 1}$

$\therefore\ x = 2 + \sqrt{5}$

Logo, $BC = 2\left(2 + \sqrt{5}\right) + 1 = 2\sqrt{5} + 5$

Alternativa **b**.

11. Analisando o triângulo ABE, temos:

$$\cos 30° = \frac{AB}{EA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9}{EA}$$

$\therefore EA = 6\sqrt{3}$

No triângulo ADF, pela soma dos ângulos internos de um triângulo, temos:

$m(F\widehat{A}D) + m(A\widehat{D}F) + m(D\widehat{F}A) = 180 \Rightarrow$

$\Rightarrow m(F\widehat{A}D) + 90° + 60° = 180°$

$\therefore m(F\widehat{A}D) = 30°$

Como o quadrilátero $ABCD$ já possui três ângulos retos, o quarto ângulo também será reto, assim:

$m(B\widehat{A}E) + m(E\widehat{A}F) + m(F\widehat{A}D) = 90° \Rightarrow$

$\Rightarrow 30° + m(E\widehat{A}F) + 30° = 90°$

$\therefore m(E\widehat{A}F) = 30°$

Analisando o triângulo AEF, temos:

$$\cos 30° = \frac{AE}{FA} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{FA}$$

$\therefore FA = 12$

Analisando o triângulo ADF, temos:

$$\text{sen } 30° = \frac{DF}{FA} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{DF}{12}$$

$\therefore DF = 6$

Alternativa **e**.

12. Pela soma dos ângulos internos do triângulo ECA, temos:

$m(A\widehat{E}C) + m(E\widehat{C}A) + m(C\widehat{A}E) = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow 30° + m(E\widehat{C}A) + 90° = 180°$

$\therefore m(E\widehat{C}A) = 60°$

Pela soma dos ângulos internos do triângulo DCB, temos:

$m(B\widehat{D}C) + m(D\widehat{C}B) + m(C\widehat{B}D) = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow m(B\widehat{D}C) + 60° + 90° = 180°$

$\therefore m(B\widehat{D}C) = 30°$

Pela soma dos ângulos internos do triângulo ACD, temos:

$m(D\widehat{C}A) + m(C\widehat{A}D) + m(A\widehat{D}C) = 180° \Rightarrow$

$\Rightarrow 60° + m(C\widehat{A}D) + 90° = 180°$

$\therefore m(C\widehat{A}D) = 30°$

No triângulo CAE, temos:

$$\text{sen } 30° = \frac{AC}{CE} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AC}{80}$$

$\therefore AC = 40$

No triângulo CDA, temos:

$$\text{sen } 30° = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{CD}{40}$$

$\therefore CD = 20$

No triângulo CBD, temos:

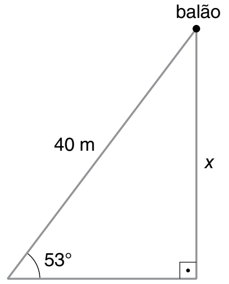
$$\text{sen } 30° = \frac{BC}{CD} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{20}$$

$\therefore BC = 10$

Alternativa **b**.

Exercícios contextualizados

13. Sendo x a medida da altura do balão, temos:



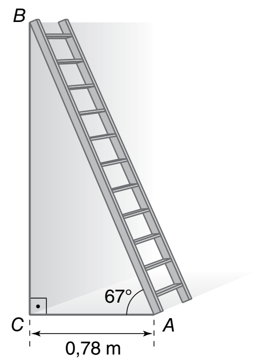
Para obter o valor de x podemos fazer:

$$\text{sen } 53° = \frac{x}{40} \Rightarrow 0{,}80 = \frac{x}{40}$$

$\therefore x = 32$

Logo, a altura em que estava o balão com essa inclinação da corda é 32 m.

14. Como 78 cm equivale a 0,78 m, temos:



Para determinar o comprimento da escada podemos fazer:

$$\cos 67° = \frac{CA}{AB} \Rightarrow 0{,}39 = \frac{0{,}78}{AB}$$

$\therefore AB = 2$

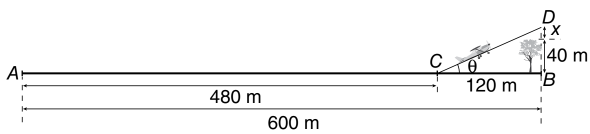
Logo, o comprimento da escada é 2 m.

15. No triângulo retângulo ABC, estão relacionados o ângulo agudo (44°), o cateto oposto (ℓ) e o cateto adjacente (40 m). A razão trigonométrica que relaciona essas medidas é a tangente; logo:

$$\text{tg } 44° = \frac{\ell}{40} \Rightarrow 0{,}97 = \frac{\ell}{40}\text{, ou seja, } \ell = 38{,}8$$

Assim, a largura do rio é 38,8 m.

16. Desenhando a trajetória do avião e a vertical da árvore, obtemos o triângulo retângulo CBD, conforme mostra a figura, em que x é a distância pedida:



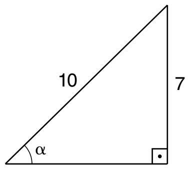
Temos, portanto:

$$\text{tg } \theta = \frac{BD}{CB} \Rightarrow 0{,}52 = \frac{x + 40}{120}$$

$\therefore x = 22{,}4$

Concluímos, assim, que o avião passa a 22,4 m acima da árvore.

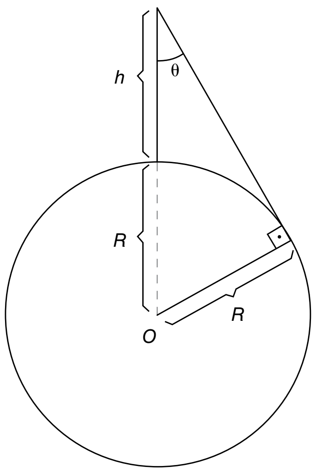
17. Indicando por α a medida pedida, temos:



$$\text{sen } \alpha = \frac{7}{10} = 0{,}7$$

Com o auxílio de uma calculadora científica, concluímos que $\alpha \approx 44{,}4°$.

18.



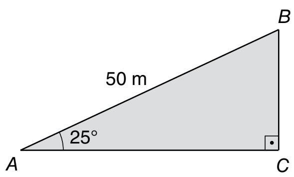
O é o centro da Terra.

$$\text{sen } \theta = \frac{R}{h + R} \Rightarrow R = h\text{sen } \theta + R\text{sen } \theta$$

$$\therefore\ R - R\text{sen } \theta = h\text{sen } \theta \Rightarrow R(1 - \text{sen } \theta) = h\text{sen } \theta$$

$$\therefore\ R = \frac{h\text{sen } \theta}{1 - \text{sen } \theta}$$

19. A altura pedida é igual à medida do cateto $\overline{BC}$ de um triângulo ABC, retângulo em C, com $AB = 50$ m e $m(B\widehat{A}C) = 25°$.

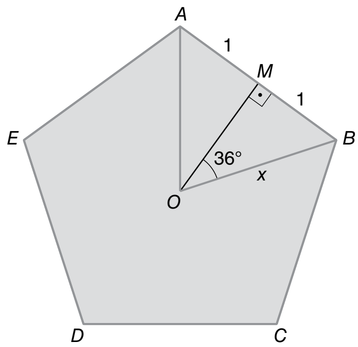


$$\text{sen } 25° = \frac{BC}{AB} \Rightarrow 0{,}42 = \frac{BC}{50}$$

$\therefore\ BC = 21$ m

Logo, a altura procurada é 21 m.

20. Os extremos móveis A, B, C, D e E das pás são vértices de um pentágono regular de centro O. A medida do ângulo central $A\widehat{O}B$ é $\frac{360°}{5} = 72°$. Como o triângulo AOB é isósceles de base $\overline{AB}$, temos que a mediana $\overline{OM}$ também é altura e bissetriz desse triângulo. Assim, sendo x a medida, em metro, do comprimento de cada pá, esquematizamos:



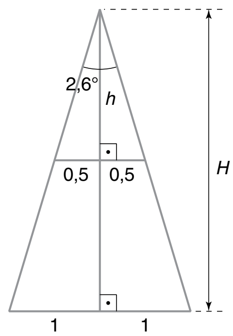
Do triângulo OMB, concluímos:

$$\text{sen } 36° = \frac{1}{x} \Rightarrow 0{,}588 = \frac{1}{x}$$

$\therefore\ x \approx 1{,}7$ m

Logo, o comprimento de cada pá é de 1,7 m, aproximadamente.

21. Como a largura aparente da traseira do caminhão diminuirá pela metade, traçando a bissetriz relativa à base do triângulo isósceles, que também é altura, temos a seguinte figura, em que H e h são as medidas das alturas:



Assim, temos:

$$\text{tg } 2{,}6° = \frac{0{,}5}{h} \Rightarrow h = \frac{0{,}5}{0{,}045} = \frac{100}{9}$$

$$\text{tg } 2{,}6° = \frac{1}{H} \Rightarrow H = \frac{1}{0{,}045} = \frac{200}{9}$$

A velocidade do caminhão é dada pela razão entre a distância percorrida pelo tempo de percurso; logo:

$$v = \frac{(H - h)\text{ m}}{1\text{ s}} = \frac{100}{9}\text{ m/s}$$

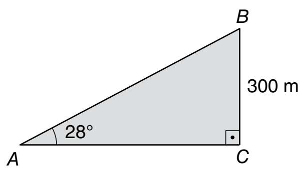
Fazendo a transformação de metro por segundo para quilômetro por hora, concluímos:

$$v = \frac{100}{9} \cdot 3{,}6\text{ km/h} = 40\text{ km/h}$$

Portanto, a velocidade média é 40 km/h.

Alternativa **c**.

22. Do enunciado, temos o $\triangle ABC$:



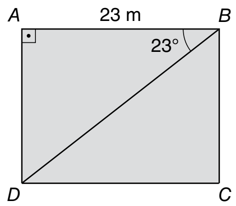
Sendo AC a distância pedida, temos:

$$\text{tg } 28° = \frac{\text{sen } 28°}{\cos 28°} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{0{,}47}{0{,}88} = \frac{300}{AC}$$

$\therefore AC \approx 561{,}7$ m

Logo, a distância entre a cabeceira da pista e o ponto do qual decolou o avião é, aproximadamente, 561,7 m.

23. Do enunciado, temos o retângulo $ABCD$:



$$\text{tg } 23° = \frac{\text{sen } 23°}{\cos 23°} = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \frac{0{,}39}{0{,}79} = \frac{AD}{23}$$

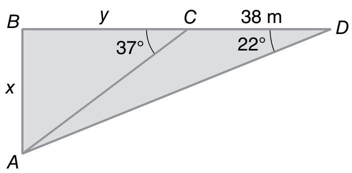
$\therefore AD \approx 11{,}35$ m

Assim, o perímetro da quadra é dado, aproximadamente, por:

$2 \cdot 23 + 2 \cdot 11{,}35 = 68{,}7$

Logo, o perímetro da quadra mede, aproximadamente, 68,7 m.

24. Indicando por x a largura do rio, em metro, e por y a medida do segmento $\overline{BC}$, em metro, temos:



Assim:

$$\begin{cases} \text{tg } 37° = \dfrac{x}{y} \\ \text{tg } 22° = \dfrac{x}{y + 38} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{\text{sen } 37°}{\cos 37°} = \dfrac{x}{y} \\ \text{tg } 22° = \dfrac{x}{y + 38} \end{cases}$$

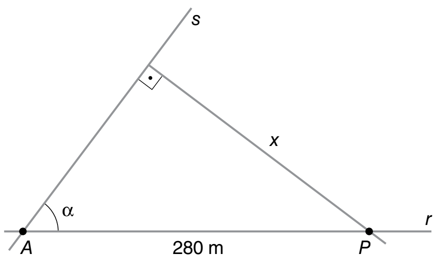
Como sen 37° = cos 53° = 0,6 e cos 37° = sen 53° = 0,8, o sistema acima é equivalente a:

$$\begin{cases} \dfrac{0{,}6}{0{,}8} = \dfrac{x}{y} \\ 0{,}4 = \dfrac{x}{y + 38} \end{cases}$$

de onde concluímos que $x \approx 32{,}6$.

Logo, a largura do rio é 32,6 m, aproximadamente.

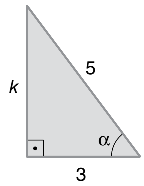
25. Sendo x a distância pedida, esquematizamos:



Assim, temos:

$\text{sen } \alpha = \dfrac{x}{280}$ (I)

Como $\cos \alpha = 0{,}6 = \dfrac{3}{5}$, existe um triângulo retângulo com um ângulo agudo de medida α tal que o cateto adjacente a ele mede 3 e a hipotenusa mede 5:



A medida k do cateto oposto a α pode ser obtida pelo teorema de Pitágoras:

$k^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow k = 4$

Logo,

$\text{sen } \alpha = \dfrac{4}{5}$ (II)

Substituindo (II) em (I), concluímos:

$\dfrac{4}{5} = \dfrac{x}{280} \Rightarrow x = 224$

Portanto, a distância entre o ponto P e a rua s é 224 m.

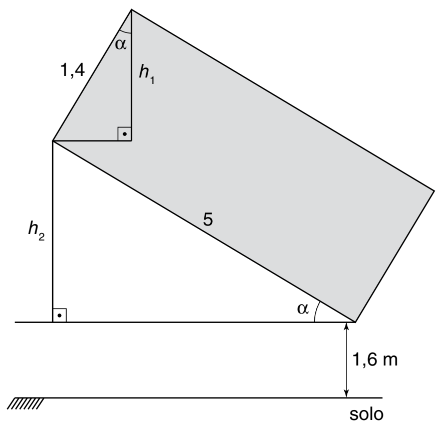
26. Como cos α = 0,8, podemos dizer que existe um triângulo de cateto adjacente 8 e hipotenusa 10, tal que:

$y^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow y^2 = 100 - 64$

$\therefore y = 6$

Logo: $\text{sen } \alpha = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$

Seja h a altura procurada, tal que $h = h_1 + h_2 + 1{,}6$, conforme o esquema a seguir:



Assim:

$$\begin{cases} \cos \alpha = \dfrac{h_1}{1{,}4} \\ \text{sen } \alpha = \dfrac{h_2}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0{,}8 = \dfrac{h_1}{1{,}4} \\ 0{,}6 = \dfrac{h_2}{5} \end{cases}$$

$\therefore h_1 = 1{,}12$ e $h_2 = 3$

Concluímos, então, que:

$h = (1{,}12 + 3 + 1{,}6)$ m $= 5{,}72$ m

27. a) Como o ângulo agudo formado da linha de fé com o barbante vertical tem medida 60°, então a medida do ângulo agudo formado com a horizontal será 30°.

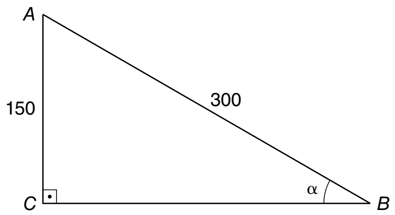
b) Sendo h a altura do edifício, em metro, temos:

$$\text{tg } 30° = \frac{h - 1{,}73}{54} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{h - 1{,}73}{54}$$

$\therefore\ h = 18\sqrt{3} + 1{,}73$

Logo, a altura do edifício é $(18\sqrt{3} + 1{,}73)$ m ou, aproximadamente, 32,33 m.

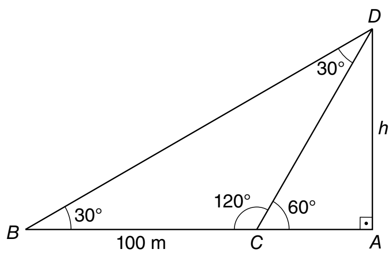
28. Os pontos A e B estão a 200 m e 50 m de altitude, respectivamente; portanto, o desnível entre eles é de 150 m. Assim, temos:



$$\text{sen } \alpha = \frac{150}{300} \Rightarrow \text{sen } \alpha = \frac{1}{2}$$

Como α é a medida de um ângulo agudo, concluímos que $\alpha = 30°$.

29. Indicando por h a altura da encosta, calculamos as medidas dos ângulos internos do triângulo BCD:



O triângulo BCD é isósceles, pois tem dois ângulos internos congruentes (30°); logo, os lados opostos a esses ângulos são congruentes, isto é:

$BC = DC = 100$ m

Assim, do triângulo ACD, temos:

- ângulo agudo (60°);
- hipotenusa (100 m);
- cateto oposto (h).

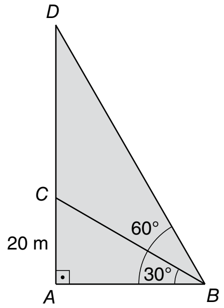
Relacionando esses valores através do seno de 60°, concluímos:

$$\text{sen } 60° = \frac{h}{100} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{h}{100}$$

$\therefore\ 2h = 100\sqrt{3} \Rightarrow h = 50\sqrt{3}$

Logo, a altura da encosta é $50\sqrt{3}$ m, ou seja, aproximadamente 86,6 m.

30. Do enunciado:



Temos que AC é a altura no 1º ponto e AD é a altura no 2º ponto.

No $\triangle ABC$, temos:

$$\text{tg } 30° = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{20}{AB}$$

$\therefore\ AB = 20\sqrt{3}\,m$

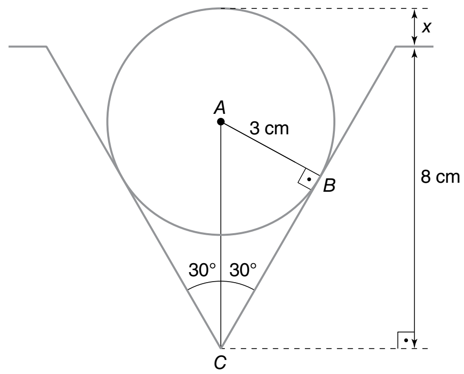
No $\triangle ABD$, temos:

$$\text{tg } 60° = \frac{AD}{AB} \Rightarrow \sqrt{3} = \frac{AD}{20\sqrt{3}}$$

$\therefore\ AD = 60$ m

Logo, sob o ângulo de 60°, o balão estava a 60 metros de altura.

31. Sendo A, B e C como na figura a seguir, temos:



$$\text{sen } 30° = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3}{AC}$$

$\therefore\ AC = 6$

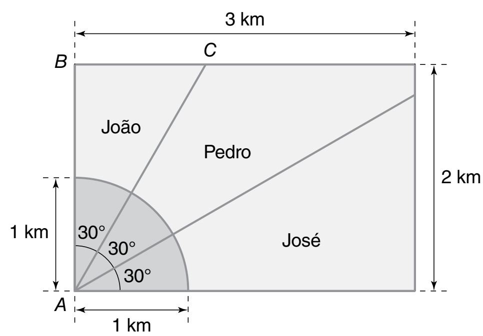
Como $AC = 6$ cm e o raio é 3 cm, temos:

$8 + x = 6 + 3 \Rightarrow x = 1$

Portanto, x tem medida de 1 cm.

Alternativa **b**.

32. Como a região de um quarto do círculo foi dividida em três partes, obtemos:



Através do triângulo ABC da figura temos:

$\text{tg } 30° = \dfrac{BC}{AB} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{BC}{2}$

$\therefore BC = 2 \cdot 0{,}58 = 1{,}16$

Logo, a área que João herdou tem:

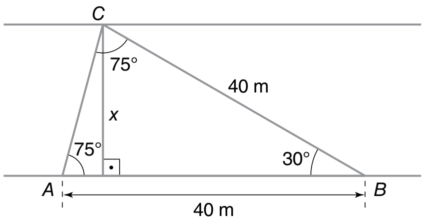
$\dfrac{AB \cdot BC}{2} = \dfrac{2 \cdot 1{,}16}{2} = 1{,}16$

Assim, a porcentagem da área de João é:

$\dfrac{1{,}16}{2 \cdot 3} \approx 0{,}19$

Alternativa **e**.

33. Como $m(C\widehat{A}B) = m(A\widehat{C}B) = 75°$, então o triângulo ABC é isósceles, com $AB = BC$ e $m(A\widehat{B}C) = 30°$; logo:



$\text{sen } 30° = \dfrac{x}{40} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{x}{40}$

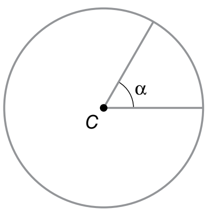
$\therefore x = 20$

Logo, a largura do rio é 20 m.

Alternativa **b**.

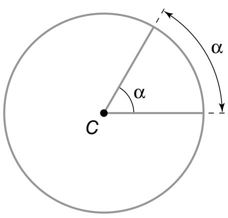
Pré-requisitos para o capítulo 12

1. a)



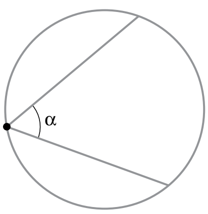
α é ângulo central.

b)



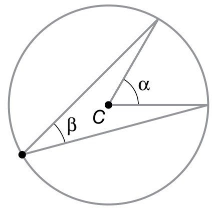
A medida, em grau, do arco de circunferência α é igual à medida do ângulo central α que o determina.

c)



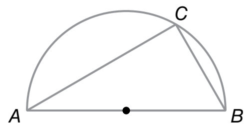
α é ângulo inscrito.

d)



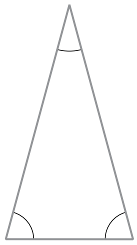
Os ângulos α e β são correspondentes.

e)



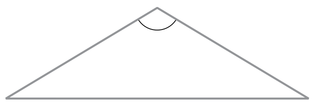
$\overline{AB}$ sendo o diâmetro e C pertencendo ao arco, implica no triângulo ABC estar inscrito na semicircunferência.

f)



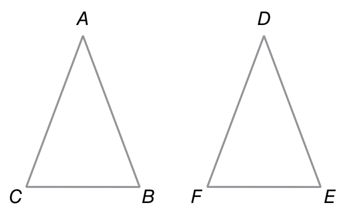
O triângulo acutângulo tem todos seus ângulos internos agudos, ou seja, menores que 90°.

g)



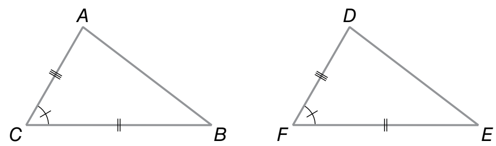
O triângulo é **obtusângulo** quando possui um ângulo interno obtuso, ou seja, maior que 90°.

h)



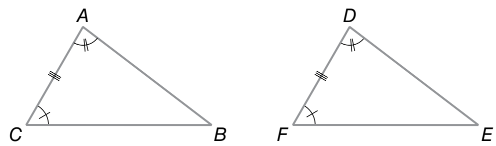
$\triangle ABC \cong \triangle DEF \Leftrightarrow \dfrac{AB}{DE} = \dfrac{BC}{EF} = \dfrac{CA}{FD} = 1$

i)

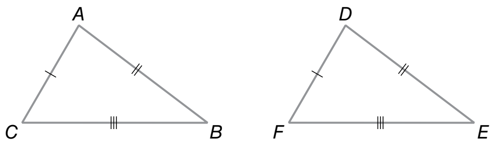


$\triangle ABC \cong \triangle DEF \Leftrightarrow AC = DF, BC = EF$
e $m(B\widehat{C}A) = m(E\widehat{F}D)$

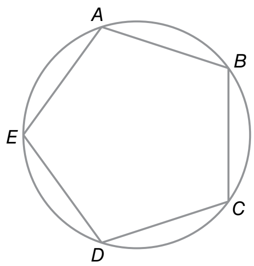
j)



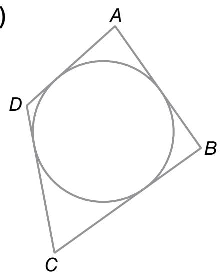
$\triangle ABC \cong \triangle DEF \Leftrightarrow AC = DF, m(B\widehat{C}A) = m(E\widehat{F}D)$
e $m(C\widehat{A}B) = m(F\widehat{D}E)$

k) 

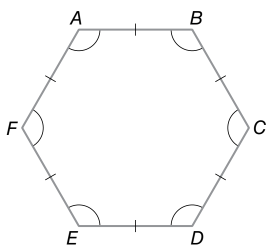
$\triangle ABC \cong \triangle DEF \Leftrightarrow AC = DF$, $AB = DE$ e $BC = EF$

l) 

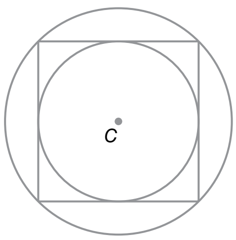
Como os vértices do polígono pertencem à circunferência, então a circunferência está circunscrita ao polígono.

m) 

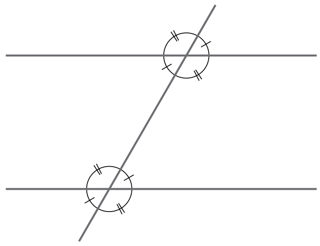
Uma circunferência está circunscrita a um polígono quando todos os lados do polígono tangenciam a circunferência.

n) 

No polígono regular todos os ângulos internos são congruentes entre si e todos os lados são congruentes entre si.

o) 

O centro de um polígono regular é o centro C das circunferências inscrita e circunscrita ao polígono.

p) 

Dois ângulos quaisquer formados por duas retas paralelas e uma transversal ou têm medidas iguais, ou são suplementares.

2. a) Como a medida de um ângulo inscrito é metade da medida do ângulo central correspondente, temos:

$\alpha = \dfrac{64°}{2} = 32°$

b) O menor arco $(\overset{\frown}{BC}) = 360° - 260° = 100°$; logo:

$\beta = \dfrac{100°}{2} = 50°$

c) Como o segmento $\overline{EF}$ é uma corda que passa pelo centro, então é diâmetro e, assim:

$\theta = \dfrac{180°}{2} = 90°$

3. Como em todo triângulo inscrito em uma semicircunferência um dos lados é o diâmetro, então o arco determinado pelo ângulo oposto ao diâmetro tem 180°; logo, esse ângulo mede $\dfrac{180}{2} = 90°$, ou seja, é um triângulo retângulo.

Alternativa **c**.

4. a) O comprimento da linha do equador pode ser dada por:

$c = 2\pi r = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 6.370 = 40.003{,}6$

Portanto, o comprimento da linha do equador é 40.003,6 km.

b) Podemos fazer:

360° ———— 40.003,6 km
10° ———— x

$x = \dfrac{10 \cdot 40.003{,}6}{360} \approx 1.111{,}2$

Portanto, o navio percorreu 1.111,2 km, aproximadamente.

5. Como $x^2 = |x|^2$, temos:

$$x^2 + |x| - 2 = 0$$
$$|x|^2 + |x| - 2 = 0$$

Substituindo $|x|$ por y,obtemos:

$$y^2 + y - 2 = 0$$

$y = 1$ ou $y = -1$

Para $y = -1$:
$|x| = -1$ (não existe x real)
Para $y = 1$:
$|x| = 1$
$x = 1$ ou $x = -1$

Portanto, as possíveis soluções são $x = 1$ ou $x = -1$, e logo $S = \{-1, 1\}$.

6. a) $\begin{cases} 3x - 3 < 2x + 5 \\ x + 8 \geqslant 3x - 4 \end{cases}$

$\begin{cases} 3x - 2x < 5 + 3 \\ x - 3x \geqslant -4 - 8 \end{cases}$

$\begin{cases} x < 8 \\ -2x \geqslant -12 \end{cases}$

$\begin{cases} x < 8 \\ x \leqslant 6 \end{cases}$

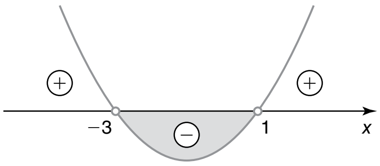
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leqslant 6\}$

b) $x^2 + 2x - 3 = 0$

$x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \dfrac{-2 \pm 4}{2}$

$x = 1$ ou $x = -3$

Como $a > 0$, temos:



Portanto, o conjunto solução é:
$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$

c) Do enunciado, temos:

$(x^2 - 9)(x - 1) \geqslant 0$

$(x^2 - 3^2)(x - 1) \geqslant 0$

$(x - 3)(x + 3)(x - 1) \geqslant 0$

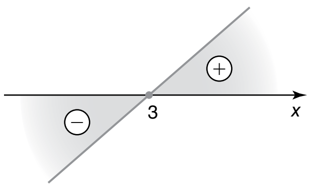
Estudando a variação de sinal das funções $f(x) = x - 3$, $g(x) = x + 3$, $h(x) = x - 1$, temos:

- Raiz de f:

  $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

  Logo, a reta intercepta o eixo Ox no ponto de abscissa 3.

  Como o coeficiente de x é positivo, a função f é crescente; portanto, a variação de sinal de g é representada por:

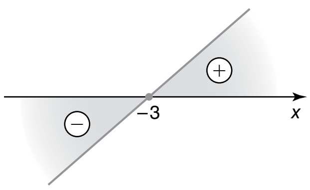


- Raiz de g:

  $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

  Logo, a reta intercepta o eixo Ox no ponto de abscissa -3.

  Como o coeficiente de x é positivo, a função g é crescente; portanto, a variação de sinal de g é representada por:

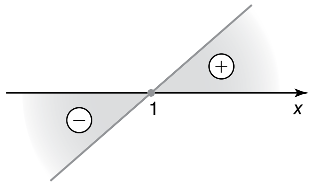


- Raiz de h:

  $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$

  Logo, a reta intercepta o eixo Ox no ponto de abscissa -3.

  Como o coeficiente de x é positivo, a função h é crescente; portanto, a variação de sinal de g é representada por:



Representando a variação de sinal de f, g, h e $f \cdot g \cdot h$ em quadros de sinais, temos:

	$x < -3$	-3 a 1	1 a 3	$x > 3$
f	–	–	–	+
g	–	+	+	+
h	–	–	+	+
$f \cdot g \cdot h$	–	+	–	+

Os sinais da última linha foram obtidos através da regra de sinais para o produto $f \cdot g \cdot h$. Como queremos que esse produto seja positivo ou nulo, temos como conjunto solução:

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leqslant x \leqslant 1 \text{ ou } x \geqslant 3\}$

d) Condição de existência: $x + 5 \neq 0 \Rightarrow x \neq -5$

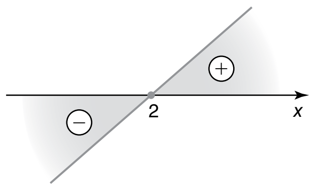
Estudando as variações de sinal das funções $f(x) = 2x - 4$ e $g(x) = x + 5$

- Raiz de f:

  $2x - 4 = 0 \Rightarrow x = 2$

  Logo, a reta intercepta o eixo Ox no ponto de abscissa 2.

  Como o coeficiente de x é positivo, a função f é crescente; portanto, a variação de sinal de g é representada por:

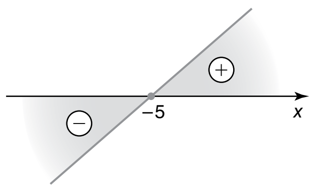


- Raiz de g:

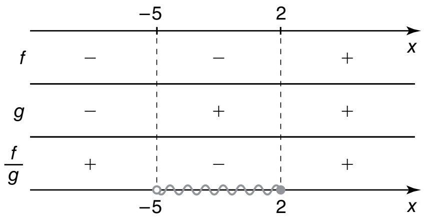
  $x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5$

  Logo, a reta intercepta o eixo Ox no ponto de abscissa -5.

  Como o coeficiente de x é positivo, a função g é crescente; portanto, a variação de sinal de g é representada por:



Representando a variação de sinal de f, g e $\frac{f}{g}$ em quadros de sinais, temos:



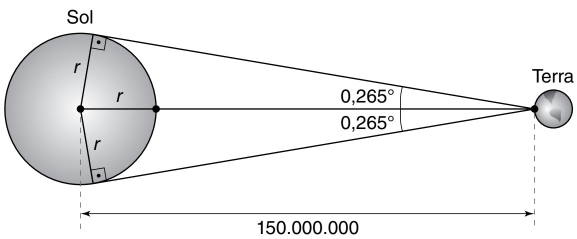
Os sinais da última linha foram obtidos através da regra de sinais para o quociente $\frac{f}{g}$. Como queremos que esse quociente seja negativo ou nulo, ou seja, $\frac{2x - 4}{x + 5} \leqslant 0$, e lembrando que a condição para que esse quociente exista é $x \neq -5$, temos como conjunto solução:

$S = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < x \leqslant 2\}$

Trabalhando em equipe

Matemática sem fronteiras

Sendo r a medida do raio do Sol, esquematizamos:



$\text{sen}\, 0{,}265° = \frac{r}{r + 150.000.000} \Rightarrow 0{,}0046 = \frac{r}{r + 150.000.000}$

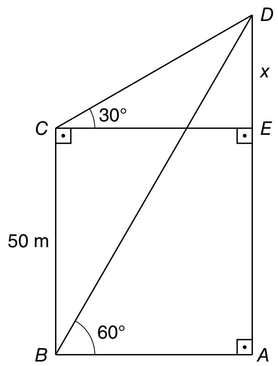
$\therefore r \approx 693.000$

Logo, o raio do Sol mede, aproximadamente, 693.000 km.

Análise da resolução

COMENTÁRIO: O erro do aluno foi considerar que o quadrilátero $ABCE$ é um quadrado.

Resolução correta:



Assim, calculando o valor do lado AB por meio do triângulo ABD, temos:

$\text{tg}\, 60° = \frac{50 + x}{AB} \Rightarrow$

$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{50 + x}{AB}$

$\therefore AB = \frac{50\sqrt{3} + x\sqrt{3}}{3}$

Usando a medida encontrada, obtemos o valor de x por meio do triângulo CDE:

$\text{tg}\, 30° = \frac{x}{\frac{50\sqrt{3} + x\sqrt{3}}{3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{\frac{50\sqrt{3} + x\sqrt{3}}{3}}$

$\therefore 9x = 150 + 3x \Rightarrow x = 25$ m

Logo, o valor do lado DE é 25 m.