1. Resolva a equação: sabendo que uma raiz é o inverso de outra.

$$2x^3 + (2i - 3)x^2 + (2 - 3i)x + 2i = 0$$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{2i}{2} = -i$

$x_1 = \frac{1}{x_2}$

$\frac{1}{\cancel{x^2}} \cdot \cancel{x^2} \cdot x^3 = -i \quad \rightarrow \quad \boxed{x^3 = -i}$

$-i$	2	$(2i-3)$	$(2i-3)$	$2i$
	2	-3	$(5i-3)$	$(-5i^2+5i)$

$-5i^2 + 5i = 0$ $\quad$ $5i(-i+1) = 0$

$i = 1$

$\cancel{i = 0}$

$2x^2 - 3x + (5i - 3) = 0$ $\quad$ ($5 \cdot 1$)

$\Delta = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2$

$\Delta = -7$

$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{-7}}{2 \cdot 2}$ $\quad$ $x = \frac{3 \pm i\sqrt{7}}{4}$

$S = \left\{-i, \frac{3 \pm i\sqrt{7}}{4}\right\}$

---

2. Resolva a equação $2x^3 - \sqrt{2}x^2 - 6x + 3\sqrt{2} = 0$, sabendo que duas raízes são números compostos.

$2x^3 - \sqrt{2}x^2 - 6x + 3\sqrt{2} = 0$

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{(-\sqrt{2})}{2}$

$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{2}/2$	2	$-\sqrt{2}$	-6	$3\sqrt{2}$
	2	0	-6	0

$2x^2 + 0x - 6 = 0$

$2x^2 - 6 = 0$

$2x^2 = 6$ $\quad$ $x^2 = 3$

$x = \pm\sqrt{3}$

$\rightarrow S = \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm\sqrt{3}$

---

3. Dada a equação $6x^3 - x^2 + mx + 2 = 0$, calcule m de modo que ela tenha uma raiz igual ao inverso de outra. Depois, resolva-a.

$$6x^3 - x^2 + mx + 2 = 0$$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$

$x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{2}{6} = -\frac{1}{3}$ $\quad$ $\frac{1}{\cancel{x_2}} \cdot \cancel{x_2} \cdot x_3 = -\frac{1}{3}$

$x_1 = \frac{1}{x_2}$ $\quad$ $x_3 = -\frac{1}{3}$

$-1/3$	6	-1	m	2
	6	-3	$1+m$	$\frac{5}{3} - \frac{m}{3}$

↳ resto = 0 para ser divisível por $-1/3$

$\frac{5}{3} - \frac{m}{3} = 0$

$5 - m = 0$

$\boxed{m = 5}$

$6x^2 - 3x + (1 + m) = 0$ $\quad$ ($m \to 5$)

$6x^2 - 3x + 6 = 0 \quad \div 3$

$2x^2 - x + 2 = 0$

$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2$

$\Delta = 1 - 16$

$\Delta = -15$

$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{-15}}{2 \cdot 2} \rightarrow \boxed{x = \frac{1 \pm i\sqrt{15}}{4}}$

$\rightarrow m = 5, \ S = \left\{-\frac{1}{3}, \frac{1 \pm i\sqrt{15}}{4}\right\}$

---

4. Considere a equação $x^3 + 2x^2 + kx + 4 = 0$. Calcule k de modo que ela tenha duas raízes opostas. Depois resolva-a.

$$x^3 + 2x^2 + kx + 4 = 0$$

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{1} = -2$

$x_1 = -x_2$

$-\cancel{x_2} + \cancel{x_2} + x_3 = -2$ $\quad$ $\boxed{x_3 = -2}$

-2	1	2	k	4
	1	0	k	$-2k+4$

↝ resto = 0 para ser divisível por -2

$-2k + 4 = 0$

$-2k = -4$

$\boxed{k = 2}$

$x^2 + 0x + k = 0$ $\quad$ ($k \to 2$)

$x^2 + 2 = 0$

$x^2 = -2$

$x = \pm\sqrt{-2} \rightarrow x = \pm i\sqrt{2}$

$\rightarrow k = 2, \ S = \{-2, \pm i\sqrt{2}\}$

---

5. Dada a equação $x^3 + 3x^2 - 6x + k = 0$, calcule k de modo que ela tenha raízes em progressão aritmética $(\alpha - r, \alpha, \alpha + r)$.

$x_1 \quad x_2 \quad x_3$

$$x^3 + 3x^2 - 6x + k = 0$$

$\underbrace{x_1 + x_2 + x_3}_{\alpha - r,\ \alpha,\ \alpha + r} = -\frac{3}{1} = -3$

$(\alpha - \cancel{r}) + \alpha + (\alpha + \cancel{r}) = -3$

$3\alpha = -3$

$\alpha = -1$

-1	1	3	-6	k
	1	2	-8	$8+k$

↳ resto = 0 para ser divisível por -1

$8 + k = 0$

$\boxed{k = -8}$

---

6. Dada a equação $x^3 + 6x^2 + ax + b = 0$, determine a e b de modo que essa equação apresente uma raiz tripla.

$$x^3 + 6x^2 + ax + b = 0,$$

• $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{6}{1} = -6$

raiz tripla

↳ $x_1 = x_2 = x_3$

$3x = -6$ $\quad$ $x = -2$

-2	1	6	a	b
	1	4	$-8+a$	$16-2a+b$

$b = -16 + 2a$

• $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\frac{d}{a}$ $\quad$ ($d \to b$)

$x^3 = -b$ $\quad$ ($x \to -2$)

$-b = (-2)^3$

$\boxed{b = 8}$

$b = -16 + 2a$

$8 + 16 = 2a$

$a = \frac{24}{2}$ $\quad$ $\boxed{a = 12}$

---

7. Calcule a soma dos inversos das raízes da equação

$$6x^3 - 3x^2 - 2x + 1 = 0.$$

$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a}$ ↝ fazendo o inverso

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{a}{-b} = -\frac{6}{-3} = 2$

Soma = 2

---

8. Calcule a soma dos quadrados das raízes da equação

$$x^3 + 4x^2 - 2x - 3 = 0.$$

• $x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} = -\frac{4}{1} = -4$

$a \quad b \quad c$

$a + b + c = -4 \longrightarrow (a + b + c)^2 = 16 \quad (1)$

• $x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = \frac{c}{a} = -\frac{2}{1} = -2$

$ab + ac + bc = -2 \rightarrow 2(ab + ac + bc) = -4 \quad (2)$

↳ pois ao quadrado temos mais isso, além dos raízes.

$a^2 + b^2 + c^2 = 16 - (-4)$

$\boxed{a^2 + b^2 + c^2 = 20}$